

ACADEMIA

CESAR VALLEJO

# PROBLEMAS SELECTOS



ARITMÉTICA  
ÁLGEBRA  
GEOMETRÍA  
TRIGONOMETRÍA  
FÍSICA  
QUÍMICA



LUMBRERAS  
Editores



# Índice



## Aritmética

Razones y Proporciones	15
Promedios	18
Magnitudes Proporcionales	21
Tanto por Ciento	25
Regla de Mezcla	28
Regla de Interés	31
Regla de Descuento	34
Longitud y Tiempo	37
Estadística	39
Lógica Proposicional	43
Teoría de Conjuntos	46
Teoría de la Numeración	51
Cuatro Operaciones	54
Sucesiones	62
Teoría de la Divisibilidad	64
Clasificación de los Números Enteros Positivos, de Acuerdo a Cantidad de Divisores	69
Máximo Común Divisor(MCD) y Mínimo Común Múltiplo(MCM)	72
Relaciones Binarias	77
Números Racionales	79
Potenciación y Radicación	86
Análisis Combinatorio y Probabilidades	89



# Álgebra

Leyes de Exponentes	103
Productos Notables	104
Polinomios	107
División de Polinomios	110
Divisibilidad de Polinomios Cocientes Notables	113
Sistema de Números Reales	115
Factorización de Polinomios	116
MCD, MCM y Fracciones Algebraicas	119
Radicación y Racionalización	121
Números Complejos	122
Matrices Determinantes	133
Sistema de Ecuaciones	137
Desigualdades	140
Inecuaciones	142
Valor Absoluto y Máximo Entero	148
Funciones y Relaciones	150 -
Logaritmos	158
Integrales y Aplicaciones	168
Sucesiones	169
Series	171
Binomio de Newton	177



# Geometría

Topología	189
Segmentos y Ángulos	190
Triángulos	192
Congruencia de Triángulos	195
Polígonos	199
Cuadriláteros	201
Circunferencia	204
Cuadrilátero Inscrito y Cuadrilátero Inscriptible	208
Puntos Notables	212
Proporcionalidad de Segmentos	215
Semejanza de Triángulos	217
Relaciones Métricas en la Circunferencia	221
Relaciones Métricas en el Triángulo Rectángulo	224
Relaciones Métricas en Triángulos Oblicuángulos	227
Relaciones Métricas en Cuadriláteros	230
Polígonos Regulares	233
Áreas de Regiones Triangulares	235
Áreas de Regiones Cuadrangulares	239
Áreas de Regiones Circulares	242
Geometría del Espacio	247
Poliedros - Poliedros Regulares	251
Prisma, Pirámide, Cono, Cilindro, Esfera	255
Geometría Analítica Escalar	268
Geometría Analítica Vectorial	270
Cónicas	273
Máximos y Mínimos	276



# Trigonometría

Ángulo Trigonométrico y sus Aplicaciones	285
Razones Trigonométricas de un Ángulo Agudo	291
Razones Trigonométricas de un Ángulo Trigonométrico en Posición Normal	303
Circunferencia Trigonométrica	310
Identidades Trigonométricas Fundamentales	317
Identidades Trigonométricas de la Suma y Diferencia de Dos Arcos	322
Identidades trigonométricas de reducción al primer cuadrante	326
Identidades Trigonométricas de Arco Múltiple	327
Identidades Transformaciones Trigonométricas	333
Resolución de Triángulos Oblicuángulos	337
Funciones Trigonométricas	348
Funciones Trigonométricas Inversas	351
Ecuaciones Trigonométricas	357
Números Complejos	366
Límites y Derivadas Trigonométricas	372
Funciones Trigonométricas y Coordenadas Polares	377
Rotación y Traslación de Ejes Coordinados	379



# Física

Análisis Dimensional y Ecuaciones Dimensionales	389
Vectores	390
Cinemática	392
M.R.U.	392
M.R.U.V.	394
M.V.C.L.	395
M.P.C.L.	396
M.C.U.	399
M.C.U.V.	400
Gráficas	401
Estática	406
Centro de Gravedad	417
Dinámica	418
Dinámica Curvilínea	425
Trabajo Mecánico	430
Energía	431
Impulso y Cantidad de Movimiento	443
Choques	449
Gravitación	453
Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)	456
Ondas Mecánicas	464
Estática de Fluidos	468
Fenómenos Térmicos	475
Electrostática	491
Electrodinámica	498
Electromagnetismo	506
Ondas Electromagnéticas	516
Óptica Geométrica	520
Óptica Física	527



# Química

Estructura Atómica	539
Química Nuclear	542
Modelo Atómico Moderno	545
Clasificación de los Elementos Químicos	548
Enlace Químico	552
Nomenclatura Inorgánica	558
Unidades Químicas para la Masa	562
Densidad, Presión, Temperatura y Diagrama de Fases	566
Estado Sólido	570
Estado Líquido	571
Estado Gaseoso - Gases I	574
Mezcla Gaseosa	578
Gases Húmedos	580
Reacciones Químicas	581
Estequiometría	587
Ley de la Combinación Química (Peso Equivalente y Equivalente-Gramo)	594
Coloides	596
Soluciones	597
Unidades Físicas de Concentración	598
Cinética Química	602
Equilibrio Químico	606
Ácidos y Bases, pH y pOH, Hidrólisis - Buffer	612
Electrólisis	618
Celdas Galvánicas	621
Carbono e Hidrocarburos	625
Funciones Oxigenadas	630
Nitrogenados	638
Compuestos Aromáticos	640
Petróleo	643
Contaminación Ambiental	646
Carbohidratos	651
Química Descriptiva	654

# ARITMÉTICA

---



## Razones y Proporciones

- La razón de 2 números enteros se eleva al cuadrado. Si a sus términos se les disminuye en 3 unidades calcule la diferencia de dichos números.

A) 4                      B) 8                      C) 12  
D) 9    E) 7

- Calcule en qué relación se encuentran dos cantidades sabiendo que la razón geométrica de la raíz cuadrada del producto de dichas cantidades y la semisuma de dichas cantidades es como 7 es a 25.

A) 3 es a 4                                      B) 7 es a 1  
C) 13 es a 26  
D) 49 es a 1                                      E) 25 es a 9

- Se tiene 2 toneles de distinto tamaño, cuyos contenidos están en la relación 25/11. Se pasa del primer tonel al segundo tantos litros como hay en este último y luego se hace la misma operación hacia el otro tonel y así sucesivamente hasta que el tonel más pequeño queda con 160 litros.

Calcule con cuántos litros quedó en el otro tonel.

A) 100                      B) 180                      C) 200  
D) 240    E) 310

- Pedro y Luis son encuestadores y entablan la siguiente conversación, después de 5 días de trabajo.

Pedro: *De cada 5 personas adultas que encuestaba 2 eran mujeres y por cada 5 niños, 3 eran mujeres adultas.*

Luis: *Sin embargo, yo entrevistaba 2 varones adultos por cada 3 mujeres adultas y 4 mujeres adultas por cada 5 niños.*

Pedro: *A pesar de ello hemos entrevistado igual cantidad de personas.*

Luis: *Sí, pero yo entrevisté 90 mujeres adultas más que tú*

¿Cuántos niños más entrevistó Luis que Pedro?

A) 5    B) 10  
C) 15  
D) 20    E) 25

- 5. Dos cirios de igual calidad y diámetro difieren en 20 cm de longitud y se encienden al mismo tiempo, luego de unos momentos se observa que la longitud de uno es 5 veces la del otro, y 15 minutos después se termina el más pequeño. Si el mayor duró 3 h 15 min ¿cuál era su longitud?

A) 60 cm    B) 63 cm  
C) 70 cm  
D) 55 cm    E) 65 cm

- 6. Si  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ ,  $a > b > c > k$ , siendo los términos y la razón enteros y la suma de los extremos menos la suma de los medios es 450; halle el máximo valor que puede tomar  $a$ .

A) 512    B) 648  
C) 4 232  
D) 800    E) 1 800

- 7. Una proporción aritmética continua, cuyos términos son enteros y mayores que 2, se convierte en geométrica del mismo tipo cuando a sus términos medios se les disminuye dos unidades. Calcule el mayor de los términos, si todos son los menores posibles.

A) 12                                      B) 14                                      C) 16  
D) 18    E) 10

- 8. Para 4 números  $a, b, c$  y  $d$  enteros positivos donde  $1 < a < b < c < d$ , además:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ y } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{40}{bc}$$

calcule  $(d-a)_{\min}$

A) 5                                      B) 6                                      C) 7  
D) 8    E) 12

9. En una caja se tiene bolas verdes, rosadas y blancas, se saca 2 verdes por cada 3 bolas rosadas; la nueva relación de las bolas verdes, rosadas y blancas está en la relación como 33, 11 y 1 respectivamente. Si a continuación se añade 8 bolas blancas se forma una proporción geométrica continua; calcule cuántas bolas verdes había al inicio, sabiendo que el total de bolas que habían inicialmente en la caja fue  $\overline{b3b}$ .

- A) 129      B) 259      C) 292  
D) 132      E) 392

10. De una serie de 3 razones geométricas equivalentes la suma de los cuadrados de los antecedentes y la suma de los cuadrados de los consecuentes está en la relación como 81 es a 121. Si el producto de los 2 últimos antecedentes es 162, calcule la menor diferencia entre el mayor y el menor de los consecuentes sabiendo que el primer consecuente tiene 3 divisores.

- A) 90      B) 70      C) 120  
D) 130      E) 110

11. En la serie

$$\frac{a^2}{b} = \frac{a^2+b}{a+b+c} = \frac{b}{c^2} = k$$

donde  $a, b, c$  y  $k \in \mathbb{Z}$  y  $a+b=60$   
calcule  $c-k$

- A) 7      B) 3      C) 1  
D) 4      E) 5

12. Si

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{d} = \frac{b}{c} = k$$

$$d-c=39$$

$$k \in \mathbb{Z} - \{2\}$$

Calcule  $d-b$ .

- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6

13. Dada la proporción  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , ¿qué afirmaciones son verdaderas?

I.  $\frac{(a-b)^4}{(c-d)^4} = \frac{a^4+b^4}{c^4+d^4}$

II.  $\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

III.  $\frac{a^n+b^n}{a^n-b^n} = \frac{c^n+d^n}{c^n-d^n}$

- A) solo I      B) solo III      C) solo II  
D) ninguna      E) todas

14. En una serie de 6 razones geométricas equivalentes continuas cuya constante es el término medio de una proporción aritmética continua de términos enteros, cuya suma de los cuadrados de los términos extremos es 20; calcule la razón geométrica del primer antecedente con el tercer consecuente.

- A) 27      B) 25      C) 32  
D) 43      E) 35

15. En cierta universidad el examen de admisión consta de 3 exámenes eliminatorios donde el primer examen es aprobado por 4 de cada 9; en el segundo aprueban 3 por cada 5 desaprobados; en el tercero desapruban 5 por cada 2 aprobados. Pero se dispone que además se les considere como "aprobados" al 40%, 20% y 10% de los desaprobados de cada examen respectivamente. Con estas condiciones determine la relación de la cantidad de personas que rindieron el primer y tercer examen, respecto al total de postulantes inicial.

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{5}{42}$       C)  $\frac{2}{3}$   
D)  $\frac{1}{10}$       E)  $\frac{2}{21}$

16. Sobre una pista rectilínea se ubica los puntos  $A, B, C$  y  $D$  (en ese orden). Ana partirá de  $A$  rumbo a  $C$ , así mismo Andrés partirá de  $A$  pero rumbo a  $D$ . Carmen partirá de  $C$  rumbo a  $A$  y Daniel parte de  $D$  también rumbo a  $A$ . Parten simultáneamente y todos ellos se encuentran en  $B$  a las 10:50 a.m. Luego se observa que Carmen llega a su destino 27 minutos después de Daniel, quien llegó a las 11:08 a.m. Si Andrés llega a su destino a las 11:40, determine la hora en que Ana llegó a su destino. Además cada uno de ellos mantuvo su rapidez constante.
- A) 11:00 a.m.                      B) 11:10 a.m.  
 C) 11:20 a.m.  
 D) 11:30 a.m.                      E) 11:40 a.m.
17. Una liebre y un conejo están juntos a 30 metros de un pastizal, parten simultáneamente y se observa que por cada 3 metros que avanza la liebre, el conejo avanza 2 metros; cuando se encuentran separados por 5 metros, la liebre se sienta a esperar al conejo y éste llega después de 4 minutos, y sin demorar parten de nuevo juntos llegando la liebre al pastizal a las 11:45 am. Determine la hora en que partieron por primera vez.
- A) 11:05 a.m.                      B) 11:29 a.m.  
 C) 10:45 a.m.  
 D) 11:25 a.m.                      E) 11:20 a.m.
18. En una granja en la que sólo hay gallinas y conejos, por cada 2 alas se cuentan 7 patas. Luego se compra algunos animales más, de tal manera que por cada 7 animales que se incrementa se cuenta 4 orejas más, quedando finalmente por cada 5 animales, 3 aves. Si al final se cuenta 412 patas más que el número de alas inicial, calcule el número de animales comprados.
- A) 14                      B) 35                      C) 49  
 D) 98                      E) 147
19. Juan y Carlos llegaron simultáneamente a visitar a Ana que vive en el decimosexto piso de un edificio. Juan utiliza el ascensor y Carlos las escaleras. Cuando el primero llega al séptimo el otro llega al quinto, en ese instante Ana baja y se cruza con el primero a la altura del décimo. Luego de qué tiempo estará a un piso de separación con el otro, si Juan sube 3 pisos en ocho segundos (Dé la respuesta en segundos)
- A) 1                      B) 0,25                      C) 0,50  
 D) 2                      E) 0,75
20.  $A$  persigue a  $B$  quien le lleva 220 m de ventaja. Diga cuántos metros recorrerá  $A$  y al cabo de qué tiempo alcanzará a  $B$ , si se conoce que en un minuto  $A$  da 3 pasos mientras que  $B$  da 4 y un paso de  $A$  le descuenta 30 cm por cada 50 cm que avanza  $B$ .
- A) 2 640 m; 9 h 10 min  
 B) 2 460 m; 9 h 20 min  
 C) 2 880 m; 10 h  
 D) 1 320 m; 9 h 10 min  
 E) 3 120 m; 9 h 20 min
21. Si hace  $a$  años la relación de las edades de 2 hermanas es como  $n$  es a 2 y dentro de  $b$  años será como 7 es a  $n$ . Calcule cuál será la relación de sus edades dentro de  $a+b+n$  años, sabiendo que cuando nació una de ellas la otra tenía 6 años. Además
- $n$  es la media proporcional de 25 y 1
  - 2 es la cuarta diferencial de  $a, b$  y  $n$ .
- A) 17 a 11                      B) 11 a 9                      C) 3 a 11  
 D) 7 a 13                      E) 11 a 1
22. En una caravana por el desierto se emplea camellos y caballos en la relación de 5 a 7, luego de recorrer un trayecto hacen una parada llegando 9 camellos por cada 10 caballos por lo cual se refuerza con 9 camellos y 5 caballos, luego prosigue llegando al final 39 camellos habiendo muerto en este segundo tramo 24 caballos. ¿Cuántos animales iniciaron la caravana si en cada parada se observa que ha muerto un camello por cada 4 caballos?
- A) 80                      B) 90                      C) 120  
 D) 96                      E) 100

23. Un ciclista recorre la Panamericana con rapidez constante, encontrándose con un bus cada  $a$  minutos y siendo alcanzado por otro cada  $b$  minutos. Pero si su rapidez fuese mayor, el tiempo de encuentro disminuyese en 2 minutos y el tiempo de alcance aumentase en 6 minutos.

Determine cada cuánto tiempo salen los buses de sus paraderos terminales, si las velocidades de encuentro y alcance están en la relación de 2 a 3.

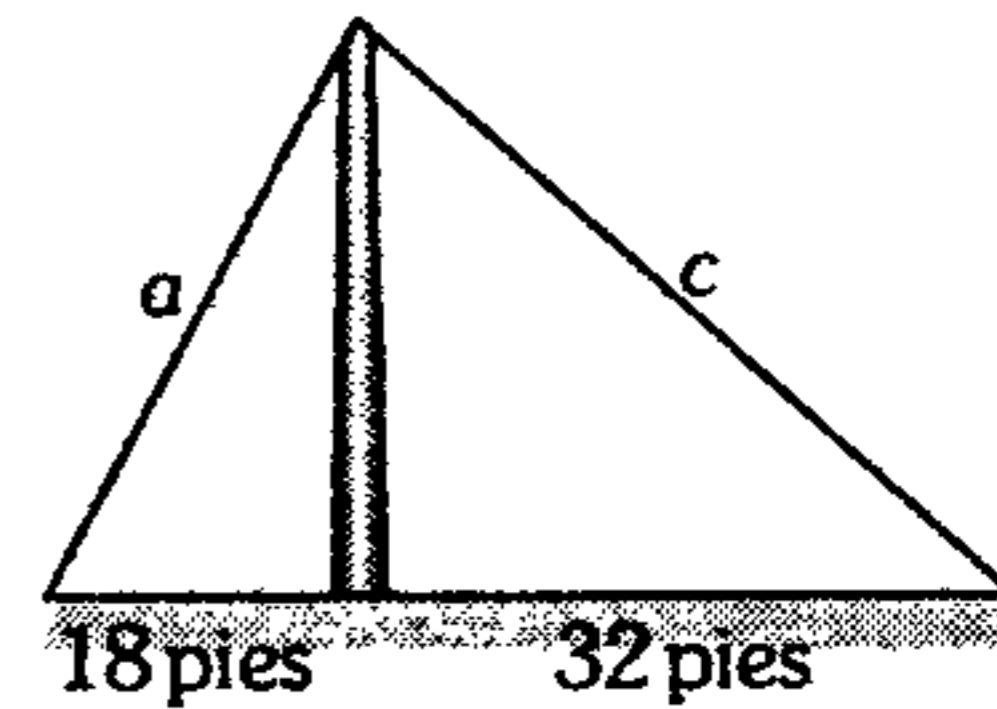
- A) 30 min    B) 20 min    C) 25 min  
D) 36 min    E) 24 min

24. Cuatro recipientes cúbicos, cuyas aristas son proporcionales a los cuatro primeros números primos, están ordenados en forma creciente, contienen agua de tal manera que las alturas de lo que les falta llenar son proporcionales a los primeros números naturales, estando el primero hasta el 50% de su capacidad. Si vaciamos el contenido del cuarto recipiente en los otros 3, sobraría  $\overline{aba}$  litros menos de lo que faltaría para llenarlo. Si vaciáramos el contenido de los 3 en éste, calcule el contenido del cuarto recipiente.

- A) 1 764 L    B) 1 323 L    C) 1 647 L  
D) 3 087 L    E) 1 552 L

25. 3 ratones están en la parte superior del poste (ver figura), uno de ellos bajará (subirá y bajará) por el poste y los otros irán al encuentro de él, iniciando, por las cuerdas  $a$  y  $c$  que forman un ángulo recto. Parten simultáneamente con velocidades que son números enteros consecutivos en pies/s, tales que si los ratones que bajan por las cuerdas se intercambiasen llegarían simultáneamente al suelo. Cuando el más veloz alcanza al ratón del poste, ambos van al encuentro inmediato del menos veloz y cuando éste es encontrado por el más veloz, el otro está a  $n$  pies de distancia del poste, calcule  $n$ .

- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 6



**Promedios**

26. En un grupo de 30 personas el promedio de las edades de los 15 mayores es 42 y de los 15 menores es 28. Si el promedio de las edades de los 10 mayores es 45 y el de los 10 menores es 22 años, ¿cuál es el promedio de los 10 restantes?

- A) 36    B) 30    C) 28  
D) 26    E) 38

27. El promedio aritmético de 300 números consecutivos es  $P$ . Si se anula los 20 menores y los 15 mayores ¿en cuánto varía el promedio?

- A) Aumenta en 2,5  
B) Disminuye en 17,5  
C) Disminuye en 2,5  
D) Aumenta en  $5P$   
E) Disminuye en  $P$

28. Sea  $b_k$  una variable que representa ingresos en nuevos soles. Si la variable  $b_k$  está relacionada con  $a_k$  (gastos) de la forma  $b_k = 2, a_k + 5$  para  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ , ¿cuál es el promedio aritmético de los  $a_k$ , si el promedio de los  $b_k$  es 27?

- A) 22    B) 11    C) 14  
D) 18    E) 15

29. En un salón  $r$  alumnos dieron un examen. Después de la calificación se vio que la nota de los aprobados fue  $s$  y el promedio de los desaprobados fue  $t$  y el promedio de los  $r$  alumnos fue  $u$ . ¿Cuántos aprobaron el curso?

- A)  $r \left( \frac{u-t}{s-t} \right)$     B)  $r \left( \frac{t-u}{s-t} \right)$     C)  $\frac{r-t}{s-t}$   
D)  $\frac{r}{s-t}$     E)  $r \left( \frac{s-t}{u-t} \right)$

30. Calcule la media aritmética de las siguientes cantidades:

$$1; 4; 12; 32; \dots; \frac{2^n \times n}{2}$$

- A)  $\frac{2^n \cdot (n-1)}{n}$                       B)  $\frac{2^n(n-1)+1}{n}$   
 C)  $\frac{2^n}{n}$   
 D)  $\frac{n-1}{n}$                               E)  $\frac{n \cdot 2^n}{n-1}$

31. En una reunión que se realizó en el mes de enero del año 2002, uno de los 5 amigos que estaban reunidos comenta: *si calculamos el promedio de nuestras edades actualmente es 14,8 pero si calculamos el promedio de nuestros años de nacimiento es 1986,8*. Uno de ellos comenta *esto quiere decir que hay algunos de nosotros que no cumple años todavía*. Calcule cuántos de dichos amigos no cumple años todavía.

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E) 5

32. La  $\overline{MA}$  de dos números de 3 cifras diferentes en base 5, resulta ser la mitad de un cuadrado perfecto en base 10 siendo éste mínimo. Si uno de ellos resulta de invertir el orden de las cifras de otro, calcule el menor de dichos números en base 10.

- A) 30                      B) 35                      C) 43  
 D) 48                      E) 50

33. La  $\overline{MA}$ ,  $\overline{MG}$  y  $\overline{MH}$  de 2 números están representados por 3 números enteros y positivos, además se cumple

$$(\sqrt{\overline{MA}})^{2\overline{MG}} = (3125)^8$$

Halle la diferencia de los números.

- A) 20                      B) 25                      C) 30  
 D) 35                      E) 40

34. La  $\overline{MG}$ , de  $\overline{ab}$  y  $\overline{mn}$  es  $12\sqrt{b}$ . Si al primer número se le disminuye en 9 unidades y al otro se le aumenta en 8 unidades, entonces la nueva  $\overline{MG}$  será  $12\sqrt{b+1}$ . Halle la  $\overline{MA}$  de  $\overline{ab}$  y  $\overline{mn}$ , sabiendo que  $a \neq b \neq m \neq n$ . Además  $n$  y  $b$  son diferentes de cero.

- A) 41                      B) 30,5                      C) 31  
 D) 52,5                      E) 22

35. La  $\overline{MH}$  de 3 números enteros es  $60/7$  y la  $\overline{MG}$  es uno de ellos y el menor posible. Si se considera un cuarto número la  $\overline{MH}$  de los 4 números aumenta en  $10/7$ . Halle la  $\overline{MA}$  de los cuadrados de los 4 números.

- A) 156,5                      B) 171,25                      C) 182,5  
 D) 231,25                      E) 241,5

36. Calcule el promedio armónico de:

$$S_1; S_2; S_3; \dots; S_{399}; \text{ si}$$

$$S_{k-1} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^3} + \frac{1}{k^4} + \dots$$

- A) 0,5                      B) 0,05                      C) 0,005  
 D) 0,6                      E) 0,06

37.  $A$  excede a  $B$  en  $2n$  unidades, además los promedios aritmético y geométrico de  $A$  y  $B$  son números impares consecutivos. Calcule  $B$ .

- A) 25                      B) 49                      C) 32  
 D) 18                      E) 28

38. El ingreso promedio del conjunto de obreros y empleados de cierta empresa es S/. 800. El ingreso promedio de los empleados es S/. 950 y el ingreso promedio de los obreros es S/. 700. Calcule qué tanto por ciento del total del personal son obreros.

- A) 60%                      B) 40%                      C) 30%  
 D) 50%                      E) 70%

39. Un alumno del primer año de la Facultad de Ciencias de la U.N.I. desea hallar su promedio final, luego de haber culminado el año teniendo en cuenta los siguientes datos:

	P.P.	E.P.	E.F.	Créditos
Cálculo vectorial y matricial	12	10	13	6
Cálculo diferencial	14	12	15	4
Física general	11	10	14	6
Análisis real	15	12	14	4

Además se sabe que el promedio de prácticas calificadas (PP) tiene peso 2, el examen parcial (EP) tiene peso 1 y el examen final (EF) tiene peso 2. ¿Cuál es el valor del promedio final?

Dé como respuesta la suma de cifras de la parte entera y parte decimal.

- A) 11      B) 17      C) 20  
D) 22      E) 23
40. Se tiene dos aulas A y B de 50 alumnos cada uno. Si el promedio de notas del aula A es 12 y del aula B es 10, calcule el promedio final si a las notas de cada alumno del aula A se le aumenta 4 y a la mitad de alumnos del aula B se le aumenta 6 puntos a cada uno.
- A) 14,5      B) 16      C) 18,5  
D) 19      E) 20
41. A una reunión de 27 personas, llegó Herica y el promedio de las edades no se vio alterado; pero ahora la suma de todas las edades es igual a 10 veces la  $\overline{MH}$  de las edades de Carlos y Fernando; las edades de estos últimos son tales que si se unieran a los 28 anteriores el promedio aumentaría en  $3,2\overline{6}$ . Determine la edad de Carlos si es mayor que Fernando por 56 años. Dé como respuesta la suma de las cifras.

- A) 10      B) 12      C) 15  
D) 17      E) 14

42. En cierta población se observó que las tasas anuales de crecimiento poblacional de los 3 últimos años fueron: 8%; 47% y 26%. Determine la tasa anual promedio de estos 3 últimos años.

- A) 26%      B) 18%      C) 21%  
D) 28%      E) 32%

43. Un trailer de 6 ruedas debe recorrer 1 040 km. Si tiene un compartimiento posterior y utiliza además las ruedas de repuesto que lleva éste, en promedio cada rueda recorrería 910 km; pero si lleva 2 compartimientos posteriores, el promedio de recorrido de cada rueda sería 880 km empleando las ruedas de repuesto de ambos. Calcule el número total de ruedas que lleva cada compartimiento.

- A) 10      B) 8      C) 2  
D) 6      E) 4

44. En la sección de acabados de una empresa para hacer los ojales se distribuye la producción en dos partes iguales entre las máquinas A y B. Se sabe que en una hora la máquina A hace ojales a 5 camisas, mientras que B a 7 camisas. Halle la cantidad promedio de ojales colocados en una hora si cada camisa tiene 6 botones.

- A) 20      B) 25      C) 32  
D) 35      E) 38

45. Una hormiga recorre los  $n$  lados de un polígono, una sola vez cada lado, con velocidades de 2, 14, 35, 65, 104, 152, ..., y 527 centímetros por cada minuto, respectivamente. Si calculamos la velocidad promedio considerando que es un polígono regular, el resultado será  $p$  cm/min. En cambio, si consideramos que cada lado lo recorre en el mismo tiempo, el resultado será  $q$  cm/min. Si  $n+p+q = \overline{MA}(a;b) \times \overline{MH}(a;b)$ , calcule la suma de los valores de  $a+b$ , si son enteros positivos.

- A) 24      B) 906      C) 360  
D) 418      E) 936

### Magnitudes Proporcionales

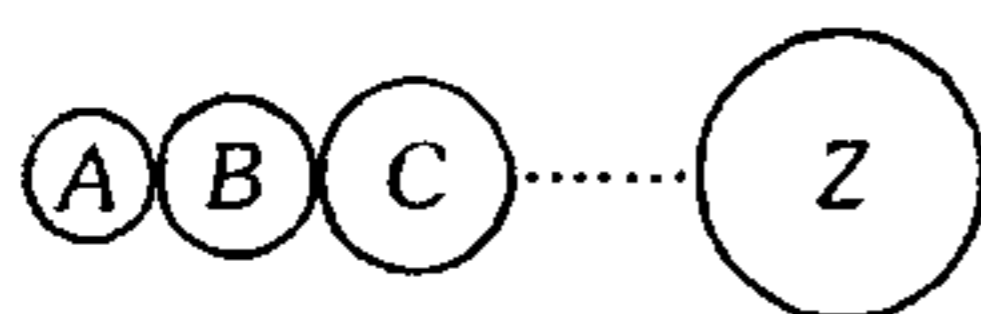
46. Para pronunciar 36 palabras, en promedio, me faltaría 6 segundos, pero si pronuncio solamente 32 palabras sobraría 2 segundos. ¿Cuántas palabras en promedio podría pronunciar en un tiempo que es un minuto más del que dispongo?

- A) 20            B) 63            C) 30  
D) 66            E) 60

47. Una familia de 6 miembros tiene víveres para 24 días; pero como recibieron la visita de un tío y su esposa; los víveres se terminaron 5 días antes. Calcule cuántos días duró la visita de los esposos.

- A) 4            B) 12            C) 15  
D) 18            E) 20

48. La figura muestra los engranajes A, B, C, ..., Z de 8, 12, 16, ..., 64 dientes respectivamente. A da 72 vueltas por minuto. Calcule cuántas revoluciones dará Z en media hora.



- A) 9            B) 45            C) 300  
D) 270            E) 210

49. Un comerciante al vender hurta en el peso, empleando una balanza de brazos desiguales que miden 22 cm y 20 cm. Una mujer compra 4,4 kg de arroz y el comerciante pone las pesas sobre el platillo correspondiente al brazo menor de la balanza. La mujer compra otros 6,0 kg del mismo tipo de arroz y obliga al comerciante a poner las pesas en el otro platillo. En 10,4 kg ¿cuánto dio de más o menos el comerciante?

- A) 200 g menos            B) 200 g más  
C) 100 g menos            E) 100 g más  
D) 300 g menos

50. Sea  $f$  una función de proporcionalidad tal que  $f(3)+f(7)=20$ , indique cuántas son verdaderas.

- Si  $f$  es una función de proporcionalidad directa entonces  $f(3) \cdot f(7)=84$

- Si  $f$  es una función de proporcionalidad inversa entonces  $f(3) - f(7)=8$
- Si  $f$  es directa entonces  $f(10)+f(11)+f(12)+\dots+f(99)=9\ 810$
- Si  $f$  es inversa entonces  $f(5)=8,4$

- A) 0            B) 1            C) 2  
D) 3            E) 4

51. Se vende una joya en determinadas condiciones de proporcionalidad, de donde se tiene que:

- Para un peso de 19 g su precio es de S/. 2 527
- Para un peso de 23 g su precio es de S/. 3 703

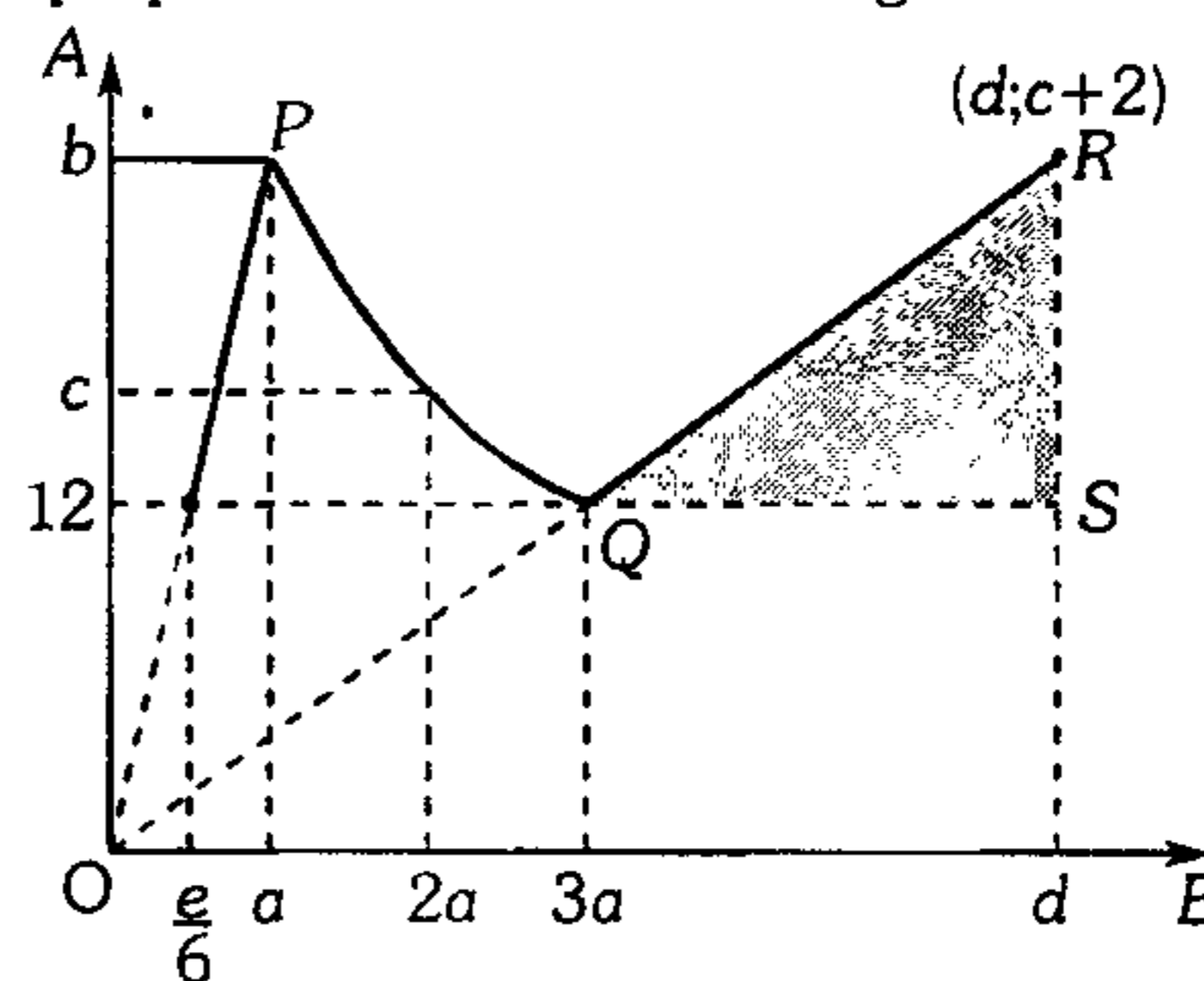
Calcule el precio para un peso de 30 g.

- A) 4 703            B) 4 979            C) 5 936  
D) 6 300            E) 6 703

52. A D.P. B e I.P. a C para valores de C menores o iguales a 6; A I.P. B y D.P. a C para valores de C mayores o iguales a 6. Halle el valor que adopta A cuando  $B=4$  y  $C=9$ ; si cuando  $C=2$ ,  $B=24$ ,  $A=36$ , si además  $A=6$ ,  $B=12$ ,  $C=6$ .

- A) 12            B) 18            C) 27  
D) 39            E) 45

53. El gráfico adjunto muestra las relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes A y B.



Si el área del triángulo rectángulo sombreado es  $80\text{ u}^2$ , calcule  $a+b+c+d+e$ .

- A) 129            B) 84            C) 64  
D) 134            E) 80

54. El alcance que tiene un proyectil al ser lanzado es D.P. a la fuerza de lanzamiento, I.P. a la resistencia del medio en el cual fue lanzado y a su vez, I.P. al tamaño del proyectil. Si dos cuerpos A y B se lanzan desde dos armas cuyas fuerzas de lanzamiento están en la relación de 5 a 3, siendo el tamaño del segundo proyectil 2 veces más que el primero y el medio en el que fue lanzado el primer proyectil ofrece 3 veces más la resistencia del medio del segundo proyectil, calcule la relación de los alcances de ambos proyectiles.

- A) 2/5      B) 3/4      C) 4/3  
D) 5/3      E) 5/4

55. Las magnitudes A, B y C cumplen cierta relación de proporcionalidad, según el siguiente cuadro de valores.

A	2	4	12	6	15	m	p
B	3	3	1	1	2	n	n
C	4	8	8	4	m	40	42

Calcule  $m+n+p$ .

- A) 60      B) 40      C) 48  
D) 44      E) 58

56. En un proceso de producción se observa que la producción es directamente proporcional al número de máquinas e inversamente a la raíz cuadrada de la antigüedad de ellas. Inicialmente había 15 máquinas con 9 años de uso, luego se consigue 8 máquinas más con 4 años de uso cada una. Determine la relación de la producción actual con la producción inicial.

- A)  $12/n$       B)  $13/4$       C)  $9/5$   
D)  $21/13$       E)  $17/9$

57. En una ciudad, los vehículos de transporte (taxis, micros, colectivos, etc) cobran de forma D.P. al cuadrado del número de personas que transportan y D.P. a la distancia recorrida. Un grupo de 36 amigos quieren dirigirse al mismo sitio y notan que si viajan todos juntos

gastarían 3 276 soles más que si viajase 1 en un vehículo, 2 en un segundo vehículo, 3 en un tercer vehículo y así sucesivamente. ¿Cuánto pagarán otras 3 personas que se dirigen a un lugar cuya distancia es el doble de la anterior?

- A) S/. 54      B) S/. 18      C) S/. 36  
D) S/. 72      E) S/. 24

58. Un hombre, dos mujeres y dos niños pueden hacer un trabajo en 36 días. Si se hubiera empezado con 1 hombre más, 2 mujeres más y 2 niños más, ¿cuánto tiempo se habría ahorrado en terminar dicho trabajo, sabiendo que la eficiencia de una mujer y un hombre está en la relación de 7 a 10 y las eficiencias de una mujer y un niño como 5 es a 3?

- A) 18      B) 10      C) 20  
D) 12      E) 15

59. Una cuadrilla de 12 obreros puede terminar un trabajo en 15 días, trabajando 10 h/d. Al cabo de 7 días de labor se enferman 5 de los obreros y 3 días más tarde se comunica al contratista para que entregue el trabajo en la fecha indicada ¿cuántos obreros adicionales de doble eficiencia se tendrá que aumentar para cumplir con tal exigencia?

- A) 4      B) 8      C) 3  
D) 6      E) 5

60. Para levantar un fuerte se necesita 30 soldados trabajando durante 6 días. Se levanta el fuerte de la siguiente manera: al cabo de 2 días de haber empezado desertan 4 soldados que son reemplazados por cierto número de prisioneros durante un cierto número de días. Se capturó a los desertores y estos trabajaron el último día. Halle la razón entre el número de días que trabajaron los prisioneros y el número de estos, si son diferentes entre sí y de la unidad (enteros) (El número de prisioneros es mínimo)

- A)  $5/4$       B)  $6/5$       C)  $4/3$   
D)  $5/2$       E)  $7/5$



61. Un grupo de 36 hombres puede hacer un camino en  $1\frac{1}{3}$  meses trabajando 8 horas por día. Luego de hacer  $\frac{1}{5}$  del camino se aumenta en 50% el número de hombres y trabajan todos a razón de 9 horas por día durante 8 días, al término de los cuales se incrementa en 20 el número de hombres, los cuales trabajando al mismo ritmo que los anteriores, terminaron el camino. ¿Cuál es el tiempo total que se empleó en hacer el camino?

- A) 16            B) 20            C) 24  
D) 35            E) 40

62. Dos cuadrillas de 34 obreros cada una hacen un tramo de carretera en partes iguales, luego de 72 días de comenzada la obra, se observa que mientras a los primeros les falta  $\frac{3}{5}$  de obra, los otros han hecho  $\frac{4}{5}$ . Si se sabe que el plazo para cada tramo es de 140 días, ¿cuántos obreros como mínimo del segundo grupo deberán pasar hoy al primer grupo?

- A) 5            B) 6            C) 8  
D) 9            E) 10

63. Se reparte cierta cantidad D.P. a  $m$ ,  $n$  y  $p$  de modo que el primer índice de reparto excede al segundo en  $a$  y al tercer índice le falta  $b$  para llegar a ser igual al segundo. Halle la diferencia de la mayor y menor parte, si se sabe que 5 es el mayor promedio de  $m$  y  $p$ . Además la media geométrica de los índices de la mayor y menor parte es 3. ( $r$ : razón de proporcionalidad)

- A)  $4r$             B)  $8r$             C)  $10r$   
D)  $12r$             E)  $20r$

64. Edwin, Arturo y Zenón poseen S/.  $N$  para repartirse. Edwin comenta que si hubieran gastado S/. 100 las partes serían proporcionales a 3, 4 y 5, a lo que Zenón le dice: si contáramos con S/. 190 más, las partes serían inversamente proporcionales a 2, 3 y 12. Si Arturo advierte que de la segunda manera recibiría S/. 160 más, calcule  $N$ .

- A) 1 620            B) 1 740            C) 1 860  
D) 1 900            E) 1 930

65. Cuatro hermanos se reparten una suma de dinero en forma I.P., a sus edades. Las edades de los 3 hermanos menores son 15, 12 y 10

años respectivamente. Si el mayor tuviera 9 años menos y el menor 5 años más y el reparto se hubiera hecho proporcionalmente a sus edades, entonces el mayor hubiera recibido el doble que el anterior reparto, es decir \$ 4800. ¿Qué suma se reparten?

- A) \$ 17 200    B) \$ 17 400    C) \$ 17 800  
D) \$ 18 700            E) \$ 19 000

66. Se reparte una cantidad directamente proporcional a los términos de la sucesión  $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{8}; \frac{7}{16}...$  y se obtiene que la parte proporcional a  $\frac{5}{8}$  es 80. ¿Cuál es la parte correspondiente a  $\frac{7}{16}$  y cuál fue la cantidad repartida, si es la mayor posible y todas las partes obtenidas son enteras?

- A) 56 ; 350    B) 56 ; 367    C) 56 ; 320  
D) 35 ; 400            E) 42 ; 320

67. Para comprar toneladas de arroz se asociaron A, B y C aportando 2 800, 3 000 y 3 200 soles respectivamente. Vendieron parte del arroz pero perdieron S/. 180, entonces B se retira del negocio. Después venden A y C el resto del arroz ganando S/. 342 ¿Cuál es la diferencia entre las ganancias netas de A y C?

- A) 12,4            B) 13,8            C) 14,8  
D) 22,6            E) 30,6

68. Un comerciante debe enviar urgentemente mercaderías a 3 distintos lugares, para lo cual contrató 3 camiones A, B y C, los que harán rutas cuyas dificultades están en relación de  $\overline{ba}$ ,  $\overline{a5}$  y  $\overline{aa}$  respectivamente.

Camión	Peso (kg)	Distancia (km)	Tiempo (min)	Nº de paradas
A	$\overline{b000}$	39	45	2
B	$\overline{ab00}$	$\overline{ba}$	93	4
C	$\overline{ba00}$	$\overline{ba}$	55	3

Calcule cuántas toneladas tuvo que enviar y cuánto pagó al primero, si a los dos últimos les pagó S/.225 y S/.216 respectivamente.

- A) 22,2 y S/.270            B) 7,4 y S/.180  
C) 10,8 y S/.180  
D) 10,8 y S/.540            E) 7,4 y S/.540

69. En cierto negocio, el primer día se produce 8 artículos; el segundo, 10 y el tercero, 6. La utilidad que se obtiene está en función del número de artículos producidos ( $a$ ) y está dada por:

$$F(a) = \begin{cases} 100 & ; a \geq 5 \wedge a < 10 \\ a + 100 & ; a \geq 10 \end{cases}$$

Si el primer socio aportó los 15/31 del capital social y los otros dos aportaron el mismo capital, determine la utilidad del segundo de los 3 socios al final del tercer día.

- A) 85            B) 80            C) 75  
D) 70            E) 65

70. Dos personas A y B se asociaron para impulsar un negocio. El socio A aporta cierto capital y agrega una cantidad similar cada 6 meses. El socio B por su parte hace lo mismo pero cada 8 meses, observando que A agrega su última parte 2 meses antes que lo haga el socio B y 5 meses antes que liquiden la empresa y repartan las utilidades. Si el tiempo de duración del negocio es mínimo y la diferencia de los capitales de A y B es 2 500, calcule la suma de capitales iniciales, si el socio A obtiene S/.12 000 y el socio B S/.1 900 de ganancia.

- A) S/.600        B) S/.3 500     C) S/.1 200  
D) S/.3 000        E) S/.2 000

71. Una obra puede ser hecha por 36 obreros en 20 días de 8 h/d. Pero a los 8 días de iniciada la obra se les indicó que la obra sería 20% más, por lo que es necesario contratar  $n$  obreros adicionales para cumplir con el plazo fijado; sin embargo, luego de  $d$  días se observó que a partir de ese momento sólo 8 obreros mantienen su rendimiento y el resto disminuyó en 40%, por lo que la obra se terminó con 5 días de retraso. Calcule  $d$ .

- A) 2            B) 3            C) 4  
D) 5            E) 6

72. Una obra puede y debe ser efectuada en 3 meses de la siguiente manera: 1 obrero, 2 días; 2 obreros, los siguientes 3 días; 3 obreros, los siguientes 4 días, y así sucesivamente trabajando 12 h/d. Sin embargo, inician 2 obreros y cada  $n$  días cada obrero que trabaja trae otro y todos laboran 4 h/d hasta completar los 9/13 de la obra. Luego de esto trabajan  $n$  h/d, pero diariamente son despedidos 12 obreros, hasta lo mínimo posible. Los que quedaron, luego incrementan su eficiencia en 75% y trabajan  $n$  h/d durante  $n$  días, terminando así la obra  $x$  días antes de lo planificado. Calcule  $n+x$ .

- A) 3            B) 61            C) 13  
D) 54            E) 43

73. Un ganadero tiene 2 vacas y 2 bueyes en un pastizal que comen la misma cantidad de pasto en el mismo tiempo. La primera vaca está atada a un poste con una cuerda de 3 m de longitud, la segunda está atada a otro poste con una cuerda de  $2\sqrt{3}$  m de longitud; asimismo, el primer buey está atado a otro poste con una cuerda de 4 m de longitud y el segundo buey está atado a otro poste con una cuerda de 5 m de longitud. Si la suma de tiempos que han empleado estos 4 animales, para comerse el pasto que está a su alcance es de 310 días, determine el tiempo que demora cada vaca en comerse la parte que le corresponde.

- A) 45 y 60 días                            B) 42 y 56 días  
C) 48 y 56 días  
D) 45 y 50 días                            E) 42 y 60 días

74. En cierto laboratorio se tiene ciertos microorganismos que se comen totalmente a los glóbulos rojos; se sabe que 60 de estos microorganismos se comerían todos los glóbulos rojos en 25 días y 40 de estos microorganismos en 45 días ¿cuántos microorganismos se comerían todos los glóbulos rojos en 75 días?  
**Nota.** Los glóbulos rojos se incrementan en cantidad constante diariamente.

- A) 10            B) 20            C) 25  
D) 30            E) 35

75. Un terreno de 10 acres puede alimentar a 12 bueyes por 16 semanas o a 18 bueyes por 8 semanas. ¿Cuántos bueyes podría alimentarse en un campo de 40 acres durante 6 semanas, si el pasto crece regularmente todo el tiempo?

- A) 77            B) 80            C) 85  
D) 96            E) 88

76. Un grupo de obreros planificó terminar una obra en 18 días. Sin embargo inician trabajando sólo algunos de ellos, los primeros 8 días 4 h/d y los 3 días siguientes 3 h/d, pero sólo por estos 3 días con el doble de eficiencia. Luego de esto les faltaba hacer  $\frac{4}{5}$  más de lo que ya habían hecho, pero se retiran 13 obreros e inmediatamente se incorporan los que faltaban inicialmente, continúan pero todos con el triple de eficiencia y a razón de 9 h/d, terminando así 3 días antes de lo planificado. Calcule la cantidad total de obreros si es la menor posible.

- A) 13            B) 18            C) 28  
D) 23            E) 38

77. Para 60 gallinas se ha preparado raciones de comida para cierto número de semanas, esto se hacía en el supuesto de que el número de gallinas permaneciera invariable; pero debido a que cada semana moría una gallina, la comida dura el triple del tiempo proyectado. ¿Para cuántas semanas fue preparada la comida?

- A) 24            B) 25            C) 26  
D) 27            E) 28

78. Tres hermanos A, B y C disponen de cantidades de dinero proporcionales a números enteros consecutivos, un cuarto hermano D había gastado su dinero. Acuerdan A, B y C reunir sus fondos y repartir el total en partes iguales entre los 4.

El padre de ellos, conocedor de la acción de sus hijos, entrega una cantidad de dinero que es el doble de lo que dieron a D, para que sea repartido proporcionalmente ante los desprendimientos generosos que hicieron. ¿Cuánto dinero les dio el padre, si la mayor cantidad obtenida en este último reparto es S/. 200 y lo que dio el padre es lo mayor posible?

- A) S/.480        B) S/.720        C) S/.594  
D) S/.675                            E) S/.360

79. Un padre fallece cuando su esposa se encontraba en cinta, dejando en herencia 5 200 soles que en su testamento lo reparte de la manera siguiente

Si nace niño:  $\frac{2}{5}$  para la madre y  $\frac{3}{5}$  para el hijo.  
Si nace niña:  $\frac{4}{7}$  para la madre y  $\frac{3}{7}$  para la hija. La señora da a luz mellizos: un niño y una niña. Si se quiere respetar el testamento del padre, ¿cuánto le toca a la madre?

- A) S/.1 200    B) S/.1 250    C) S/.1 400  
D) S/.1 600                            E) S/.1 800

80. Un capataz puede hacer en  $a$  días lo que  $b$  de sus obreros hacen en  $a+b$  días. ¿Cuántos días tardará el capataz en hacer una obra que puede ser hecha por  $a \times b$  de sus obreros en  $a^2 - b^2$  días?

- A)  $a^2 + b^2$     B)  $a^2 - ab$     C)  $b^2(a-b)$   
D)  $a^2(a-b)$                             E)  $b^2 + ab$

### Tanto por Ciento

81. ¿Qué tanto por ciento de un número, que tiene por 18% al 3 por 5 de 30 es el 50% de otro número, que tiene por  $66\frac{2}{3}\%$  al 5 por 6 del 4 por 7 de 56?

- A) 25%            B) 20%            C) 30%  
D) 35%            E) 40%

82. En el último examen de admisión a la UNI, se observó que de  $N$  postulantes, el 20% eran hombres y de éstos el 3 por 10 trabajan, pero se observa que de éstos últimos al 2 por 5 les gusta Aritmética. Calcule  $N$ , si se sabe que hay 36 hombres que trabajan pero no les gusta Aritmética.

- A) 1 600      B) 1 500      C) 1 000  
D) 2 400      E) 2 500

83. El precio de costo de una programable es \$ 150. ¿Qué precio se fijó para su venta al público?, sabiendo que si al venderlo se hace 2 descuentos sucesivos de 15% y 20% todavía se estará ganando el 44% del 20% del precio de costo.

- A) S/. 270      B) S/. 260      C) S/. 240  
D) S/. 250      E) S/. 200

84. Dos artículos  $A$  y  $B$  que costaron igual se vendieron con ganancias y pérdidas también iguales. La ganancia proviene de incrementarse un  $a\%$  del  $b\%$  al precio de costo y la pérdida se origina por 2 descuentos sucesivos del  $a\%$  y  $b\%$  sobre el costo. Si los nuevos precios difieren en 400, halle  $(a+b)$  si el precio de costo es 8 000.

- A) 10            B) 12            C) 14  
D) 16            E) 18

85. Una persona compra 200 maletas y las vende ganando 10%. Con el importe de la venta compra 80 lámparas y las vende ganando el 10%. Con el importe de esta última venta compra 2 464 corbatas al precio de S/. 198 las seis docenas. Calcule cuánto cuesta cada maleta.

- A) 23            B) 28            C) 40  
D) 27            E) 22

86. Un comerciante compra sacos de arroz y los vende perdiendo el 50% del costo. Luego invierte el total en la compra de sacos de

azúcar y los vende con una ganancia del  $b\%$  del costo y nuevamente gasta todo el dinero en frijoles que luego los vende perdiendo el 50% del costo. Finalmente con el dinero que le queda compra nuevamente arroz que lo vende ganando el  $b\%$  del costo. Calcule el valor de  $b$ , sabiendo que la primera ganancia es igual a la última pérdida.

- A) 40            B) 45            C) 50  
D) 80            E) 100

87. Un fabricante produce linternas, cuyo costo se distribuye de la siguiente manera: el 50% del 120% en materia prima, el  $33\frac{1}{3}\%$  del 90% en mano de obra y el resto en gastos adicionales y los vende ganando el 20% del costo. Debido a una brusca variación de precios, sus costos aumentan de la siguiente manera: 50% en materia prima, mano de obra 40% y sus gastos adicionales en 20%. Si ahora su ganancia será el 30% del costo, en qué tanto por ciento aumentará el precio de venta de la linterna.

- A) 40%            B) 50%            C) 56%  
D) 60%            E) 72%

88. ¿Qué precio debe fijarse a un artículo que costó S/. 4 sabiendo que se va a hacer una rebaja del  $a\%$  de dicho precio y aun así se gana el  $a\%$  del precio costo, sabiendo además que el precio fijado es un número entero y  $16 < a < 25$ ?

- A) 5            B) 7            C) 6  
D) 8            E) 9

89. Si se quiere que el 30% del precio de venta de un artículo sea equivalente al 90% de la ganancia, entonces se le debe incrementar al precio de venta original su 20%. ¿Cuál es el precio de venta inicial si el precio de costo es S/.3 000?

- A) S/.7 500      B) S/.3 750      C) S/.1 250  
D) S/.6 000      E) S/.3 000

90. Un comerciante compra cierta cantidad de pavos a S/.62,5 cada uno. Luego vende todos a S/.1685. Si los gastos ocasionados por los pavos desde la compra hasta la venta fue el 15% del beneficio bruto, ¿cuál fue el número de pavos adquiridos si se obtuvo un beneficio neto de S/.476?
- A) 20            B) 30            C) 10  
D) 18            E) 16
91. Jorge vende pescado ganando el 30% de su costo entre las 5:00 am y las 8:00 am; el 10%, entre las 8:00 am y las 10:00 am y perdiendo el 15% a partir de este lapso. Si en un día ganó el 5% de lo invertido y sabiendo que vendió el 40% de su mercadería antes de las 8:00 am, calcule qué tanto por ciento de lo comprado lo tuvo que vender a pérdida.
- A) 42%            B) 52%            C) 62%  
D) 72%            E) 150%
92. Un comerciante compra un artículo a una fábrica y le hacen un descuento del 25% del precio de lista. ¿Qué tanto por ciento del precio de lista debe fijar para su venta de tal manera que haciendo un descuento del 20%, gane el 25% del precio de venta?
- A) 135%            B) 120%            C) 125%  
D) 115%            E) 150%
93. Al ser tostado, el café pierde el 20% de su peso. Un tendero vende café tostado a S/. 11,5 el kg ganando el 15%. Calcule a qué precio se ha comprado el kg de café sin tostar.
- A) S/.6            B) S/.10            C) S/.8  
D) S/.7            E) S/.12
94. Se ha comprado 2 200 botellas a 27 soles el ciento, habiendo pagado S/.10,40 por el transporte de cada millar. ¿A cómo debe venderse el ciento para ganar 118,12 si por cada 100 botellas vendidas se va a regalar 4, y 16 se rompieron en el camino?
- A) S/.40            B) S/.321            C) S/.82  
D) S/.30            E) S/.35
95. Se tiene 2 recipientes que contienen cantidades diferentes de agua. Si del primero se extrae una cantidad de agua igual al 20% de lo que no se extrae y del segundo se extrae un 25% de lo que no se extrae; además, cada cantidad extraída es vertida en el otro recipiente, obteniéndose volúmenes iguales de agua, ¿qué tanto por ciento del volumen de agua debió extraerse sólo del segundo recipiente, para que luego de vertirlo en el primero el volumen sea el mismo en ambos recipientes?
- A) 10%            B) 8%            C) 5%  
D) 15%            E) 20%
96. Para fijar el precio de un artículo se aumentó el costo en  $a$  por  $b$  de su valor, ¿qué tanto por cuánto, como máximo, se podría descontar del precio fijado para no perder?
- A)  $\frac{b}{a+b}$             B)  $\frac{a}{a+b}$             C)  $\frac{a-b}{a+b}$   
D)  $\frac{b}{a-b}$             E)  $\frac{a-b}{a}$
97. Un mayorista vende un producto ganando el 20% del precio de fábrica, un distribuidor reparte estos productos a las tiendas de comercio ganando una comisión del 15% del precio al por mayor. La tienda remata el artículo haciendo un descuento del 10% del precio de compra del distribuidor. Calcule en qué porcentaje se eleva el precio de fábrica del producto.
- A) 24,2%            B) 43%            C) 27%  
D) 26%            E) 22%
98. Determine cuántas personas han entrado a un cine en total; sabiendo que a media función han entrado  $h$  personas pagando  $a\%$  menos del precio de la entrada, con lo que en la recaudación se ha visto que se ha perdido el  $b\%$  del precio de la entrada de cada persona; sabiendo además que el valor de la razón armónica de  $a$  y  $h$ , en ese orden, es  $1/b$ .
- A)  $\frac{a-h}{b}$             B)  $\frac{b-h}{a}$             C)  $\frac{b}{a}h$   
D)  $(h-a)$             E)  $h-b$

**99.** Jaime se dedica a importar relojes. Cuando el dólar estaba a S/. 2,4 vendía cada reloj en S/. 84 ganando el 40%. Hoy cada dólar cuesta S/. 3,5 y el proveedor de Jaime le ha recargado un 20% en el costo de cada reloj. ¿A cuánto debe vender Jaime para ganar el 20%?

- A) 120                                      B) 126  
C) 140  
D) 110                                      E) 100

**100.** María compra cuadernos cuyos precios de lista son S/. 8 y S/.4. Pero al momento de cancelar le informan que por aniversario le otorgan un descuento del 20%; además le regalan un cuaderno por cada docena que ha comprado. Por lo tanto sólo pagó S/. 2 368 y recibió 611 cuadernos, ¿cuántos cuadernos de S/.4 compró María?

- A) 129                                      B) 482  
C) 258  
D) 241                                      E) 388

**Regla de Mezcla**

**101.** Un panadero tiene 2 clases de harina, una de S/. 0,45 el kg y la otra de S/. 0,40 el kg. Mezcla estas harinas en la relación de 3 a 2 y obtiene una harina tal que 100 kg producen 132 kg de pan. Calcule el costo de harina para elaborar 330 kg de pan.

- A) S/. 138,60                              B) S/. 43  
C) S/. 215  
D) S/. 107,50                              E) S/. 33

**102.** Se ha mezclado 20 kg de una sustancia con 30 kg de otra sustancia, las sustancias cuestan S/. 400 y S/. 240 respectivamente el kg ¿qué cantidad tendrá que aumentarse a esta mezcla de una tercera sustancia de S/. 480 el kg para que el precio medio resulte S/. 370?

- A) 20                      B) 30                      C) 40  
D) 50                      E) 48

**103.** Se mezcla  $n$  sustancias cuyos pesos son 2 kg, 4 kg, 6 kg, además sus respectivos precios unitarios son números enteros consecutivos y decrecientes hasta el mínimo posible. Halle el precio medio.

- A)  $\frac{n^2 - n + 2}{n + 1}$                               B)  $\frac{n + 2}{3}$   
C)  $\frac{(n - 4)}{3}$   
D)  $\frac{(n - 5)}{3}$                                       E)  $\frac{n + 4}{3}$

**104.** Un comerciante mezcla 2 clases de arroz, uno le cuesta S/. 3,60 el kg y el otro S/. 4,80 el kg. Vende 60 kg de esta mezcla en S/. 288,96 y gana el 12% del precio de costo. ¿Qué cantidad de arroz interviene de cada clase en los 60 kg?

- A) 35 kg y 40 kg  
B) 35 kg y 25 kg  
C) 25 kg y 30 kg  
D) 35 kg y 45 kg  
E) 35 kg y 50 kg

**105.** Se desea obtener 120 toneladas métricas de carbón, con el 7% de humedad mezclando dos clases distintas de carbón, que tienen respectivamente el 10% y el 6% de humedad. ¿Qué cantidad de carbón habrá que tener de cada clase? Dé como respuesta la diferencia.

- A) 90 Tn                      B) 45 Tn                      C) 30 Tn  
D) 40 Tn                      E) 60 Tn

**106.** Se mezcla en un recipiente de  $k$  litros de capacidad, 2 vinos de calidad A y B que están en la relación de 2 a 3. Cuando se retira 10 litros de la mezcla, se observa que queda en el recipiente 3,6 litros de vino de calidad A. Determine el valor de  $k$ .

- A) 17                      B) 19                      C) 21  
D) 15                      E) 16

107. Se compra 2 calidades de vino en botellas, todas de la misma capacidad. El primero cuesta S/. 18 la botella y el segundo S/. 14 la botella. Se le mezcla en la proporción de 3 botellas del primero por cada botella del segundo y la mezcla se vende a S/. 18,70 la botella. ¿Qué tanto por ciento del costo se ganó?
- A) 8%      B) 10%      C) 12%  
D) 15%                      E) 17%
108. Se obtiene 420 litros de vino mezclando vinos de S/. 240, S/. 280 y S/. 300 el hectolitro, y cierta cantidad de agua, tal que se utiliza 1 litro de agua por cada 20 litros de vino que se utiliza, del cual hay un litro de S/. 2,40 por cada tres litros de S/. 2,8. Si se desea obtener una ganancia total de S/. 126, vendiendo la mezcla a S/. 2,9 el litro, ¿cuántos litros de vino de S/. 3,0 se utilizaron?
- A) 36 L      B) 24 L      C) 40 L  
D) 32 L                      E) 28 L
109. Determine cuántos litros de vino de S/. 5 el litro se tiene, sabiendo que si se le añade 40 litros de S/. 4 el litro, luego de la mezcla resultante se extrae 20 litros que reemplazan por 20 litros de vino de S/. 3,6 el litro, se obtiene una nueva mezcla de S/. 4,4 el litro.
- A) 40 L      B) 48 L      C) 60 L  
D) 68 L                      E) 80 L
110. En un recipiente se mezcla vinos de dos calidades hasta completar su capacidad. Si se mezcla en proporción de 7 a 8 resulta a S/. 15,20 el litro; si se mezcla en proporción de 2 a 3 resulta de S/. 15,60 el litro. ¿De qué precio resultará el litro, si se mezcla en proporción de 7 a 3?
- A) S/. 13,60    B) S/. 13,80    C) S/. 16,20  
D) S/. 16,30                      E) S/. 9,20
111. ¿Qué cantidad de agua se debe agregar a una mezcla de 58 litros de alcohol de 30° y 50 litros de alcohol de 45° para obtener otra mezcla que contenga 13 litros de agua por cada 7 litros de alcohol?
- A) 6 litros      B) 5 litros      C) 7 litros  
D) 20 litros                      E) 2 litros
112. Se tiene 3 toneles llenos de alcohol cuya capacidad es de 88 litros cada uno y contienen alcoholes cuyas purezas son 10°, 15° y 30° respectivamente. Se extrae de cada uno volúmenes que están en la proporción de 6, 4 y 5, se mezcla y luego dicha mezcla se agrega a lo que quedaba en el primer recipiente, obteniendo alcohol de 16°. ¿Qué cantidad quedó en el segundo tonel?
- A) 56 litros    B) 78 litros    C) 40 litros  
D) 48 litros                      E) 32 litros
113. Se mezcla 70 litros de alcohol de 93° con 50 litros de 69°, a la mezcla se le extrae 42 litros y se le reemplaza por alcohol de grado desconocido, resultando una mezcla que contiene 28,8 litros de agua. Calcule el grado desconocido.
- A) 60°      B) 63°      C) 70°  
D) 80°                      E) 81°
114. Arturo quiere obtener 1500 cc de alcohol de 36° para lo cual mezcla alcoholes de 45°, 30° y 35° en cantidades que se encuentran en progresión aritmética respectivamente (con razón mayor que 1). ¿Cuánto de alcohol puro aportó el alcohol de menor proporción alcohólica?
- A) 135 cc      B) 75 cc      C) 150 cc  
D) 200 cc                      E) 450 cc

- 115.** Se tiene cuatro recipientes de alcohol de  $40^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  y  $50^\circ$  a cada uno se le agrega 20, 10, 30 y 40 litros respectivamente de alcohol puro. Obteniendo que cada recipiente contiene el mismo volumen. Finalmente se mezcla estos nuevos alcoholes obtenidos para obtener un alcohol de  $78,5^\circ$ . Halle el volumen inicial del alcohol de  $80^\circ$
- A) 20      B) 30      C) 40  
D) 10      E) 25
- 116.** Se tiene dos aleaciones de plata y cobre de distinta ley; mezclando pesos iguales de ambas aleaciones se obtiene otra de ley 0,865 y mezclando cantidades de ambas aleaciones que tengan el mismo peso de cobre se obtiene otra de ley 0,880 ¿Cuál es la ley primitiva de cada una de las aleaciones si todos los pesos mencionados son cantidades enteras?
- A) 0,900 y 0,850  
B) 0,890 y 0,915  
C) 0,910 y 0,820  
D) 0,900 y 0,800  
E) 0,890 y 0,820
- 117.** Al fundir 3 metales cuyas leyes son 0,80; 0,5 y 0,75 se observa que los pesos de cada metal utilizado están en relación inversa a sus leyes y el peso del primero es 10 kg menos que el peso del tercero. Halle la ley de la aleación.
- A) 0,5      B) 0,7      C)  $0,5\overline{28}$   
D)  $0,6\overline{54}$       E) 0,63
- 118.** Se mezcla 20 gramos de una aleación donde el total de la plata representa el 20% del total con 10 gramos de una aleación en la cual, su liga es a su ley como 3 es a 2. Calcule el precio por gramo de la aleación si el gramo de plata pura cuesta 6 dólares y el gramo de ley 0,5 cuesta 4 dólares.
- A) 6,8      B) 1,6      C) 3,2  
D) 3,4      E) 3,28
- 119.** Calcule el peso en gramos de una moneda de aleación de plata que se tomó como modelo para la fabricación de otras 109, semejantes en ley y peso a partir de una aleación que a su vez se obtuvo fundiendo 3 lingotes de plata y cuyas ligas fueron 0,080; 0,160 y 0,250 sabiendo además que los pesos de dichos lingotes están en relación inversa a sus leyes, y que el tercero pesa 119 gramos más que el primero.
- A) 12      B) 15      C) 16  
D) 18      E) 19
- 120.** Un orfebre desea obtener oro de 21 kilates, para ello agrega oro puro a 21 gramos de oro de 18 kilates; posteriormente se da cuenta que la joya que desea hacer no necesita oro de tanta pureza, por lo cual agrega cobre a la aleación que había obtenido logrando así un lingote de 18 kilates. Determine el precio de la joya si para elaborarla se empleó el 60% de este último lingote. Además el mayor y menor promedio de los precios por gramo de oro y cobre son S/. 20 y S/. 0,1995 respectivamente.
- A) S/. 888,53      B) S/. 800,53  
C) S/. 780,35  
D) S/. 678,35      E) S/. 870,53
- 121.** 40 kg de agua salada contienen 3 kg  $\frac{1}{2}$  de sal. Calcule qué cantidad de agua se debe evaporar, para que 20 kg de la nueva mezcla contengan 3 kg de sal.
- A)  $16\frac{2}{3}$  L      B)  $16\frac{3}{2}$  L      C)  $14\frac{3}{2}$  L  
D)  $14\frac{2}{3}$  L      E)  $16\frac{1}{3}$  L
- 122.** Un litro de leche pura pesa 1 030 gramos. Si se compra 9 litros de leche adulterada que pesan 9 210 gramos, ¿cuántos litros de agua contiene?
- A) 2      B) 4      C) 3  
D) 1,5      E) 3,5



123. Un lechero tiene en total 50 litros de leche, los cuales tienen cierta cantidad de agua. Al vender la leche obtiene S/.42,5 incluido un beneficio de S/. 20. Si el litro de leche le costó S/.0,6 ¿cuánto hubiera ganado sin adulterar la leche?

- A) S/.0,9375    B) S/.9,375    C) S/.9,753  
D) S/.9,573    E) S/.0,9753

124. A una fundición el mineral extraído le cuesta S/. 1,62 el kg. En el momento de sacarlo del horno se elimina un 10% de impurezas y le sigue un proceso de refinado que cuesta S/.1,5 por kg, vendiéndose el kg a S/. 5,5. Determine el % de ganancia existente en el proceso para la compañía sobre el precio de venta.

- A) 11%    B) 25%    C) 32%  
D) 40%    E) 41%

125. Para la preparación de una mezcla alcohólica se cuenta con un sistema de dos reservorios de 49° y 64° respectivamente, los cuales pueden vertir su contenido a un tercer recipiente a través de 2 grifos, el primero: 2 L la primera hora y cada hora siguiente vierte 4 L más que en la hora anterior y, el segundo grifo: 1 L la primera hora y cada hora siguiente el doble de lo que se vertió en la hora anterior. Si se abre simultáneamente, después de cuánto tiempo se obtendrá una mezcla cuyo grado sea la MG de los otros.

- A) 4 h    B) 8 h    C) 7 h  
D) 6 h    E) 9 h

### Regla de Interés

126. Un capital se deposita durante cierto tiempo a una determinada tasa de interés y produce una ganancia que es los  $\frac{3}{8}$  del monto, pero si fuera colocado a un tiempo menor en 2 meses y a una tasa que es igual a los  $\frac{3}{5}$  del anterior pero trimestral entonces produciría una ganancia que es igual a los  $\frac{7}{12}$  del nuevo monto. Calcule la tasa del interés anual mayor.

- A) 10%    B) 24%    C) 12%  
D) 18%    E) 20%

127. Se tiene un capital del cual  $\frac{1}{R}$  se coloca al 1%;  $\frac{2}{R}$ , al 2%;  $\frac{3}{R}$ , al 3% y así sucesivamente. Luego de un año se obtiene un monto que es igual a 1,35 veces el capital. ¿En cuántas partes se dividió el capital?

- A) 20    B) 26    C) 40  
D) 45    E) 52

128. En un banco, los intereses se calculan del siguiente modo: por el millar se da el 30% bianual y por lo restante el 4,5% semestral. Calcule qué utilidad habrá generado S/. 20 800 al cabo de un año.

- A) 1 500    B) 1 572    C) 2 072  
D) 3 000    E) 3 072

129. Una empresa recibe en depósito los ahorros de sus empleados, por lo que les paga un interés del 50% hasta los S/. 1 000, del 40% por el exceso hasta S/. 2 000 y del 30% por lo que se hace de esta cantidad hasta S/. 20 000. Un empleado cobró en un año de interés S/. 2 700. ¿Cuál fue el depósito?

- A) S/. 5 000    B) S/. 8 000    C) S/. 6 500  
D) S/. 6 000    E) S/. 8 200

130. Un capital de \$ 90 000 fue impuesto a interés simple por cierto número de años, meses y días. Por los años se cobró el 80% anual, por los meses el 60% anual y por los días el 50% anual. Calcule la utilidad producida por el capital de \$900 000 sabiendo que si hubiera impuesto todo el tiempo al 80% hubiera producido \$ 127 500 más de interés que si hubiera impuesto todo el tiempo al 50% anual.

- A) 3 265 000  
B) 3 245 000  
C) 3 240 250  
D) 3 200 000  
E) 3 400 000

131. Una casa que estaba alquilada en \$ 164 mensuales se pone en venta y una persona quiere comprarla con la finalidad de obtener una renta efectiva del 5,1% en el primer año. ¿Qué cantidad ofreció el comprador por la casa, si el pago del autovalúo representa el 9,3% del alquiler anual; el gasto en reparaciones, el 5,7% también de dicho alquiler y los gastos de escritura e inscripción son por cuenta del comprador y representa el 2,5% del precio de venta?

- A) \$ 30 000                      B) \$ 32 000  
 C) \$ 20 400  
 D) \$ 28 000                      E) \$ 24 000

132. Dos personas se asociaron para jugar un bingo, gastando en total S/. 50 en dicho juego; resultando ganadores de S/. 60 000. El primero impuso la parte que le correspondió al 4% y el segundo al 5% y obtuvieron una renta anual entre los dos de S/. 2 760. Determine las cantidades que cada uno de ellos aportó.

- A) 35 y 15    B) 30 y 20    C) 15 y 35  
 D) 20 y 30                      E) N.A.

133. Cierta capital se impone al 24% semestral, capitalizable cada cinco meses y durante cierto tiempo. Calcule dicho tiempo, si en el cuarto período de capitalización el monto más el capital es igual a S/. 23 760, además el interés total es S/. 9 302.

- A) 3 años, 2 meses  
 B) 1 año, 9 meses  
 C) 2 años, 1 mes  
 D) 1 año, 10 meses  
 E) 3 años, 4 meses

134. Un capital prestado durante un tiempo y a una cierta tasa genera un interés que es el 16,6% del monto obtenido. Si esta tasa de interés fuese el 1% menos, al mismo tiempo el interés

sería el 9,09% del monto que se obtendría; determine la suma de los valores numéricos de esta tasa de interés inicial y el tiempo.

- A) 12                      B) 10                      C) 8  
 D) 6                                      E) 5

135. Una persona deposita una suma de dinero en un banco, la cual se capitaliza mensualmente al 5%, sin embargo luego procede a descontar el 2% del monto mensual por gastos de operación. A los 2 meses la persona decide retirar su monto obtenido y presta la mitad a otra persona esperando duplicar la suma prestada en un año; sin embargo se le devuelve el capital prestado y una suma equivalente a lo que corresponde como ganancia de 6 meses después. Si esta suma entregada equivale a 21<sup>7</sup> soles, calcule el capital inicial. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 10                      B) 19                      C) 18  
 D) 20                                      E) 31

136. Una persona por error impone su capital al 5% durante 4 años a interés simple, debiendo imponerlo al  $r\%$  de interés compuesto durante el mismo tiempo, perdiendo de esta manera  $\frac{546}{625}$  de su capital. Calcule  $r$ .

- A) 20                      B) 15                      C) 25  
 D) 35                                      E) 40

137. Un capital colocado al 45% trimestral durante un año 8 meses produjo \$ 23 499 más que si se hubiera impuesto al 0,2% diario durante el mismo tiempo. Dicho capital se presta al 20% anual capitalizable anualmente. Dentro de qué tiempo aproximado el monto de la deuda será de \$ 20 679,12

- A) 2 años                      B) 2 años 6 meses  
 C) 3 años  
 D) 2 años 5 meses                      E) 3 años 6 meses

- 138.** Un prestamista invierte S/. 60 000 y condiciona al cliente de la siguiente manera: si al cabo de un año no pagase los intereses completos, se le impondrá una multa capitalizable igual a un capital que genere un interés anual igual a lo que falta por abonar. Si el cliente paga de interés al cabo del primer año S/. 8 400 y al cabo del segundo S/. 10 000 ¿a cuánto asciende la deuda para el tercer año, siendo la tasa del 20%?
- A) S/. 150 000                      B) S/. 160 000  
 C) S/. 106 000  
 D) S/. 165 000                      E) S/. 154 000
- 139.** Un capital se tiene impuesto al 4% anual de interés simple, al final del primer año se retira los intereses y, además, otro tanto como los intereses; al final del segundo año se repite la misma operación y se ve que el capital ha disminuido en S/. 6 272. Calcule el capital primitivo.
- A) S/. 82 000                      B) S/. 80 000  
 C) S/. 71 000  
 D) S/. 16 000                      E) S/. 89 000
- 140.** ¿Cuál es la anualidad de capitalización que deberá imponerse al principio de cada año al 20% de interés compuesto anual para comprar dentro de 3 años una casa cuyo valor actual es de \$ 72 800 y sufre una devaluación del 10% (interés compuesto) cada año?
- A) S/. 13 500                      B) S/. 12 150  
 C) S/. 14 560  
 D) S/. 24 300                      E) S/. 54 600
- 141.** Jorge compra un camión volvo que le cuesta S/. 80 000 y que puede trabajar 100 días al año. Como él quiere ganar anualmente el 5% del costo del camión y pierde S/. 5 000 anuales por concepto de depreciación de la máquina, ¿cuánto será la ganancia diaria que debe producir el camión en el primer año?
- B) S/. 10 000                      A) S/. 80                      B) S/. 90                      C) S/. 100                      A) S/. 8 000  
 E) S/. 3 600                      D) S/. 75                      E) S/. 70                      C) S/. 5 000                      D) S/. 7 000
- 142.** Se sabe que las ganancias que se puedan obtener de un capital de S/. 2 000 impuesta a un determinado tiempo están en la relación de 300 a 331, siendo estas ganancias las que se obtuvieran al imponerse al interés simple y al interés compuesto. Si en uno se gana S/. 62 más que el otro, ¿cuánto se ganará en 6 años al imponerse el mismo capital al interés simple y a la misma tasa?
- A) S/. 600                      B) S/. 700  
 C) S/. 900  
 D) S/. 1 000                      E) S/. 1 200
- 143.** A una persona se le dice: si impone la quinta parte de su dinero al 8% durante 4 meses; la mitad del resto al 5% durante 2 años y solo lo que queda al 2% durante 2 años capitalizable cada año, obtendría un interés total de S/. 11 530. Pero dicha persona impuso todo su capital a interés simple, al 5% durante 4 años. Calcule cuánto ganó o perdió por no aceptar la propuesta inicial.
- A) ganó S/. 25 970  
 B) perdió S/. 25 970  
 C) ganó S/. 12 530  
 D) perdió S/. 12 530  
 E) ganó S/. 12 000
- 144.** Juan se prestó dinero al 15% trimestral acordando pagar el interés cada cuatro meses respecto al saldo deudor de cada cuatrimestre. Al final del primer cuatrimestre amortizó la mitad de la deuda que había contraído (pagando el interés y parte del capital), al segundo cuatrimestre hizo lo mismo y al tercer cuatrimestre canceló su deuda. Si al final del segundo cuatrimestre no hubiere amortizado nada, entonces al tercer cuatrimestre cancelaría la deuda con 2 160 soles más. Calcule la deuda contraída.

145. Cuatro personas imponen su dinero durante 1 año a una tasa del  $n\%$  mensual, bimestral, trimestral y semestral respectivamente produciendo al final intereses iguales. La diferencia del mayor y menor de los montos es 25 000 y si el menor de los capitales hubiera estado impuesto a la menor de las tasas generaría un interés anual igual al que generaría el segundo menor de los capitales estando impuesto a una tasa del 5%. Calcule el mayor monto generado.

- A) S/. 33 000                      B) S/. 60 600  
 C) S/. 55 000  
 D) S/. 56 000                      E) S/. 60 006

**Regla de Descuento**

146. Se quiere saber el valor nominal de una letra que se vencía dentro de 45 días y al descontarla comercialmente al 9% anual se ha recibido \$11 865.

- A) \$ 18 500                      B) \$ 12 000  
 C) \$ 16 400  
 D) \$ 13 000                      E) \$ 12 500

147. Hoy se firma una letra de cambio por una deuda considerando un interés simple al 30% con vencimiento en 8 meses. ¿Qué tasa de descuento se debe aplicar a dicho efecto de comercio para que al descontarla comercialmente dentro de 2 meses no exista pérdida de dinero?

- A) 25%              B) 36%              C) 48%  
 D) 80%              E) 35%

148. El valor nominal de una letra es \$ 20 000 y fue cancelada 70 días antes de su fecha de vencimiento. Calcule dicho valor sabiendo que si se hubiera descontado 10 días antes de su fecha de vencimiento el descuento sería de \$ 100.

- A) \$ 19 000                      B) \$ 19 900  
 C) \$ 19 300  
 D) \$ 19 800                      E) \$ 18 600

149. Una persona negoció una letra que vence dentro de 6 meses y recibe por ello los  $\frac{7}{9}$  de lo que hubiera recibido si se hacía efectivo 2 meses antes de su fecha de vencimiento. Calcule la tasa anual de descuento.

- A) 60%              B) 50%              C) 5%  
 D) 6%                      E) 23%

150. En una tienda comercial el precio al contado de un televisor es \$ 1 200. Se otorga un crédito con una cuota inicial del 10% del precio al contado y 4 letras trimestrales de igual valor nominal. Calcule el  $V_n$  común de estas cuatro letras, suponiendo un descuento comercial del 16%.

- A) 3 000              B) 500              C) 300  
 D) 800                      E) 6 000

151. Karim deposita S/. 135 en el banco al 30%. Determine en cuánto tiempo el monto producido por dicho capital será igual al valor actual de una letra de S/. 180 que vence dentro de 16 meses y que es descontada al 15% anual.

- A) 60 días              B) 80 días              C) 90 días  
 D) 150 días                      E) 120 días

152. Un banco descuenta una letra de \$ 780 al 6% anual y a 3 meses de plazo; si además del descuento se retiene el 0,1% de comisión y 0,125% en gastos (descuentos adicionales). Calcule cuál es el tanto por ciento real de descuento.

- A) 10,5%              B) 6,9%              C) 11%  
 D) 7%                      E) 8,3%

153. La relación de los descuentos es de 3 a 4 faltando un año cuatro meses para que venza su letra. Si dentro de un año el valor actual comercial es de S/. 132 000, calcule el valor nominal.

- A) S/. 176 400                      B) S/. 176 800  
 C) S/. 194 000  
 D) S/. 144 000                      E) S/. 192 000

154. Se tiene una letra de S/. 3 000 descontada comercialmente se obtiene por ella S/. 2 400. ¿Cuánto se obtendrá si fuera descuento racional?
- A) S/. 2 500                      B) S/. 2 600  
C) S/. 2 100  
D) S/. 2 400                      E) S/. 2 700
155. El valor nominal y el valor actual de una letra, están en la misma relación, que los números 7 y 3 y el descuento comercial es S/. 420. Si el valor nominal, de una segunda letra es 3 veces más que de la primera, y si se descontara por 4 meses esta letra, el valor nominal disminuiría en S/. 200. ¿Cuánto sería el valor actual de esta segunda letra si se cancelara 10 meses antes?
- A) S/. 1 340    B) S/. 1 300    C) S/. 1 040  
D) S/. 2 440                      E) S/. 1 240
156. Si la diferencia de los descuentos interno y externo es S/. 45, calcule el valor nominal de la letra, sabiendo que un capital de S/. 2 000 al ser impuesto a interés simple a la misma tasa y en el mismo tiempo de descuento produce un monto de S/. 2 300.
- A) S/. 1 300                      B) S/. 2 300  
C) S/. 2 500  
D) S/. 2 400                      E) S/. 2 700
157. Hace 3 meses se firmó una letra de pago, con cierto valor nominal y un plazo de 5 meses. Hoy se cancela la letra, con una tasa de descuento del 10% mensual. Determine la relación de los descuentos comercial y racional en la fecha de cancelación.
- A) 7/6            B) 7/5            C) 6/5  
D) 6/4                      E) 7/2
158. Calcule el valor nominal de una letra, si la suma de éste con su valor actual es a su tiempo de vencimiento como 638 es a 3, sabiendo además que si se descontara dentro de la cuarta parte del tiempo que falta el descuento sería de S/. 5 400 y si se descontara 20 días antes de su vencimiento recibiría un descuento de S/. 480.
- A) S/. 30 000  
B) S/. 35 000  
C) S/. 35 500  
D) S/. 45 000  
E) S/. 50 000
159. Por un artefacto cuyo precio al contado es \$ 1 880, se ha dado una cuota inicial de \$ 200 y se ha firmado letras de igual valor nominal que vencen mensualmente. Halle al cabo de qué tiempo se terminará de cancelar el artefacto si el valor de cada letra es \$ 120 y se ha fijado a una tasa del 10%
- A) 2 años y 2 meses  
B) 1 año  
C) 1 año y 3 meses  
D) 1 año y 5 meses  
E) 2 años
160. Susana debiendo pagar 800 soles a los 40 días, 1 500 soles a los 45 días y 3 200 soles a los 60 días, acuerda en pagar 5 500 soles dentro de  $t$  días al 6% de descuento. Calcule  $t$ .
- A) 48            B) 49            C) 50  
D) 52                      E) 53
161. Hace 2 meses María firmó un pagaré de S/. 7 200 cancelable en 8 meses, pero al fallecer hoy María, su hermano Iván asume la responsabilidad de cancelarla, pero con 3 pagarés del mismo valor y cancelables bimestralmente. Calcule este valor, si la tasa del descuento en ambos casos es del 5% mensual.
- A) S/. 2 100  
B) S/. 2 400  
C) S/. 2 700  
D) S/. 2 800  
E) S/. 3 300

**162.** El precio al contado de un automóvil último modelo es S/. 40 344, pero la casa que lo comercializa brinda las siguientes facilidades. Puede ser comprado mediante tres letras de igual valor nominal pagaderas trimestralmente o mediante 2 letras también de igual valor nominal pagaderas cuatrimestralmente. Calcule los valores nominales en cada caso considerando una tasa del 6% bimestral.

- A) S/. 16 400 y S/. 24 600
- B) S/. 24 000 y S/. 16 000
- C) S/. 14 600 y S/. 26 400
- D) S/. 15 600 y S/. 23 400
- E) S/. 14 500 y S/. 23 500

**163.** Tres letras han sufrido el mismo descuento, teniendo como valores nominales S/. 8 000, S/. 10 000 y S/. 12 000 siendo sus tasas de descuento 5% , 6% y 2,5 % respectivamente. Si el tiempo de descuento de las tres letras suma 9 meses, calcule la suma de los valores actuales.

- A) S/. 6 800
- B) S/. 17 800
- C) S/. 26 400
- D) S/. 19 700
- E) S/. 21 800

**164.** Un comerciante debía 3 letras a un mismo acreedor, la primera de S/. 28 000 que vence el 23 de mayo, la segunda de S/. 42 000 y la tercera de S/. 35 000 que vence el 22 de junio. Si finalmente cancela la deuda con un solo pago de S/. 105 000 el día 6 de junio ¿en qué fecha vencía la segunda letra?

- A) 30 de mayo
- B) 1 de junio
- C) 2 de junio
- D) 13 de junio
- E) 17 de junio

**165.** Una persona adquiere una casa cuyo precio al contado es de S/. 200 000 pagando al instante S/. 53 200 y por el saldo firma letras, todas del mismo valor nominal e igual a S/. 16 000 con vencimiento mensual.

Si la tasa de descuento es de 18%, ¿cuántas letras firmó?

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 12
- E) 21

**166.** Dadas 3 letras de cambio con misma fecha de vencimiento y descontadas el mismo día. Siendo la primera descontada al 6,4% trimestral y con su valor nominal menor en S/. 2 800 al  $V_n$  de la segunda, la tercera descontada al 8% semestral y con un  $V_n$  superior en S/. 3 200 a la segunda. Si se tiene que los 3 descuentos son equivalentes a la centésima parte del  $V_n$  de la segunda, halle el tiempo con que las letras son descontadas.

- A) 15 días
- B) 18 días
- C) 13 días
- D) 11 días
- E) 10 días

**167.** Una persona debe pagar dos letras: la primera de S/. 15 500 descontable al 6% y la segunda de S/. 16 500 descontable al 5%; pero dicha persona obtuvo dinero y pagó anticipadamente ambas letras habiendo pagado la segunda 4 meses después de la primera (ambas vencen el mismo tiempo). Si dicho pago anticipado le significó un ahorro de S/. 895, calcule cuánto pagó por la segunda letra.

- A) S/. 16 225
- B) S/. 1 622,5
- C) S/. 18 030
- D) S/. 14 032
- E) S/. 18 031

**168.** Se adeuda tres letras bimestrales del mismo valor nominal descontadas al 5% mensual; pero se desea cambiarlas por otras 2 letras cancelables cada 5 meses y del mismo valor nominal descontadas racionalmente al 4% mensual. Calcule el  $V_n$  de las primeras letras si se diferencian en S/. 1 790 con las otras del segundo caso.

- A) S/. 900
- B) S/. 3 250
- C) S/. 4 000
- D) S/. 800
- E) S/. 3 500

## Longitud y Tiempo

169. Un avión partió de una ciudad  $A$  ( $\lambda_A = 28^\circ 35' 45'' \text{E}$ ) y luego de hacer un recorrido de 3 horas 20 minutos aterizó en el pueblo  $B$  a la misma hora y el mismo día que partió de  $A$ . ¿Cuál es la longitud geográfica de  $B$ ?
- A)  $21^\circ 24' 15'' \text{O}$   
 B)  $21^\circ 24' \text{E}$   
 C)  $23^\circ 35' 40'' \text{E}$   
 D)  $50^\circ \text{O}$   
 E)  $27^\circ 4' 15'' \text{E}$
170. Las longitudes de dos ciudades  $A$  y  $B$  son  $18^\circ 14' 30''$  Este y  $7^\circ 22' 15''$  Oeste. Un auto parte de  $A$  hacia  $B$  a las 15 h 20 minutos y llega a  $B$  después de 5 h 40 min 13 s. ¿Qué hora es en  $B$  cuando llega el auto?
- A) 18 h 18 min 46 s  
 B) 19 h 17 min 13 s  
 C) 19 h 18 min 13 s  
 D) 19 h 17 min 46 s  
 E) 20 h 25 min 13 s
171. Dos ciudades  $A$  y  $B$  están en hemisferios opuestos de tal manera que la longitud de  $A$  es la longitud de  $B$ ; como 4 es a 7. Si cuando en  $A$  son las 5 am, en  $B$  son las 10 h 30 min de la mañana, ¿cuál es la longitud de  $B$ ?
- A)  $32^\circ 30' \text{(W)}$   
 B)  $30^\circ \text{(W)}$   
 C)  $30^\circ \text{(E)}$   
 D)  $32^\circ 30' \text{(E)}$   
 E)  $52^\circ 30' \text{E}$
172. Se observa que la ciudad  $C$  amanece más temprano que la ciudad  $A$  ( $14^\circ 20' 38'' \text{O}$ ) pero la altura sobre el nivel del mar de  $A$ ,  $B$  y  $C$  es la misma, además la longitud de  $A$  a  $C$  es a la longitud de  $B$  a  $A$  como 1 es a 3. Calcule la longitud de  $C$ , sabiendo que la longitud de  $B$  es  $30^\circ 29' 22'' \text{E}$ .
- A)  $8^\circ 43' 57'' \text{E}$   
 B)  $8^\circ 57' 43'' \text{O}$   
 C)  $14^\circ 39' 23'' \text{E}$   
 D)  $8^\circ 36' 02'' \text{E}$   
 E)  $0^\circ 20' 37'' \text{O}$
173. Dos móviles están inicialmente sobre la ciudad  $x$  que está a la longitud  $70^\circ \text{E}$  y latitud  $0^\circ$ , parten en sentidos contrarios siguiendo esta latitud  $0^\circ$  con velocidades que son como 3 es a 5. El más rápido va hacia el este y se encuentra con el otro a las 16 horas de haberse separado. La ciudad sobre la que se encontraron fue la ciudad  $y$ . Determine la longitud de la ciudad  $y$ .
- A)  $65^\circ \text{W}$   
 B)  $55^\circ \text{E}$   
 C)  $65^\circ \text{E}$   
 D)  $55^\circ \text{W}$   
 E)  $50^\circ \text{W}$
174. Un comerciante ha viajado por avión de  $A$  a  $B$  de donde regresó luego de permanecer 1 hora. El avión que lo llevó de regreso voló a una velocidad que era los  $2/3$  del avión de ida. Si el comerciante partió de  $A$  a las 4 am, de  $B$  a las 2 pm, calcule la longitud de  $A$  si la de  $B$  es  $24^\circ \text{E}$  y  $A$  está ubicado en el hemisferio oeste y los tiempos en horas de ida y vuelta son números enteros y máximos.
- A)  $45^\circ \text{(O)}$   
 B)  $21^\circ \text{(O)}$   
 C)  $51^\circ \text{(O)}$   
 D)  $48^\circ \text{(O)}$   
 E)  $69^\circ \text{(O)}$
175. Un avión parte de  $A$  (long  $12^\circ 10' \text{O}$ ) viajando a velocidad constante; da la vuelta al mundo en 18 horas de Oeste a Este. ¿A qué hora partió de  $A$ , si el avión pasó por  $B$  (long  $56^\circ 20' \text{E}$ ) a las 17 h 40 min? (No considere la rotación de la tierra)
- A) 9 h 30 min 40 s  
 B) 8 h 40 min 30 s  
 C) 9 h 40 min 30 s  
 D) 8 h 30 min 30 s  
 E) 4 h 34 min

**176.** El 31 de diciembre del mismo año nace una persona en la ciudad A ( $11^{\circ}41'50''$  (O)) a las 5:00 a.m. (hora de esa ciudad) y en la ciudad B ( $48^{\circ}48'40''$  (E)) nace otra persona a las 7:00 a.m. (hora de la ciudad B). Indique en qué ciudad nació primero una de las 2 personas y por cuánto tiempo.

- A) La de la ciudad A en 2 horas 2 minutos.
- B) La de la ciudad B en 2 horas 2 minutos 2 segundos.
- C) La de la ciudad A en 28 minutos 2 segundos (aprox).
- D) La de la ciudad B en 20 minutos 2 segundos (aprox).
- E) Nacieron iguales.

**177.** Tres ciudades A, B y C están ubicadas en un mismo paralelo. Un avión partió de A a las 10 horas con destino a C, con escala en B que duró 1 hora. La longitud de A es  $24^{\circ}35'45''$  (E) y la de C es  $110^{\circ}24'15''$  (O). Arribó a B a las 7 h 30 min y a C a las 6 h 30 min, según las horas de B y C respectivamente. ¿Cuál es la longitud de B? (El avión viaja a la misma velocidad?)

- A)  $50^{\circ}24'15''$  (O)
- B)  $50^{\circ}24'15''$  (E)
- C)  $30^{\circ}24'48''$  (O)
- D)  $30^{\circ}24'48''$  (E)
- E)  $74^{\circ}42'24''$  (O)

**178.** Un barco sale de la ciudad A ( $30^{\circ}30'$  (O)) con rumbo a la ciudad B ( $59^{\circ}30'$  (E)) a las 2:00 p.m. Al instante de salir de A envía un mensaje al punto de llegada (B) el cual llega a las 8:06 p.m. Dos horas después de salir de A, el barco envía un segundo mensaje a la ciudad B, el cual llega a las 10:04 p.m. En este mensaje indicaba su hora de llegada. Indique la ubicación del punto donde se envió el segundo mensaje y el tiempo que debe esperar al barco desde el segundo mensaje.

- A)  $0^{\circ}30'$  (E) y 3 h 56 min
- B)  $29^{\circ}30'$  (E) y 3 h 56 min
- C)  $0^{\circ}30'$  (E) y 3 h 54 min
- D)  $29^{\circ}30'$  (O) y 3 h 54 min
- E)  $29^{\circ}30'$  (E) y 3 h 54 min

**179.** En cierto planeta la rotación comparada con la de la Tierra es en sentido contrario (los ejes de rotación son paralelos). La ubicación de los puntos cardinales es la misma que en la Tierra. Si en la ciudad A de longitud  $100^{\circ}$  E a las 3 h parte un cohete hacia la ciudad B de longitud  $60^{\circ}$  O, si el viaje demoró 4 horas, ¿qué hora es en B cuando llega el cohete? ¿Cuánto tendrá que adelantar o retrasar su reloj el piloto del cohete cuando llegue a B, si el día dura 18 horas en dicho planeta?

- A) 17 h 40 min; atrasa 10 h 40 min
- B) 15 h; adelanta 8 h
- C) 10 h 20 min; atrasa 6 h
- D) 14 h; adelanta 9 h
- E) 16 h; atrasa 4 h

**180.** Una persona parte de la ciudad A ( $x^{\circ}y'$  (O)) hacia la ciudad C (geográficamente a la derecha de A). Al llegar recuerda que salió de su ciudad a las  $a$  horas, viendo en su reloj que es las  $a+2$  horas, sin embargo en esa ciudad es las  $a+4$  horas. Otra persona sale de la ciudad B ( $x^{\circ}y'$  (E)) a las  $b$  horas con rumbo a la ciudad C (geográficamente a la izquierda de B). Al llegar observa en su reloj y es las  $b+1$  horas. Sin embargo, tiene que poner en su reloj las  $b$  horas. Determine la ubicación de C.

- A)  $30^{\circ}30'$  (E)
- B)  $22^{\circ}30'$  (E)
- C)  $15^{\circ}30'$  (E)
- D)  $7^{\circ}30'$  (E)
- E)  $22^{\circ}30'$  (O)



**Estadística**

181. Dado el siguiente cuadro estadístico, halle  $a+b+c$ , si los intervalos de clase tienen ancho común.

$I_i$	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$
			20		
[20 ; >		30			
	a		c	0,20	
		b			0,70
[32 ; ]		60			

- A) 150      B) 160      C) 166  
D) 180      E) 156

182. A continuación se presenta datos recopilados sobre el número de tardanzas de cada uno de los 40 trabajadores que tiene una fábrica durante el mes de noviembre.

1	2	3	3	5	1	0	8	1	2
4	3	3	5	12	0	4	3	0	10
0	0	4	9	3	1	3	2	1	3
5	4	6	8	2	2	1	3	2	0

- a. Según la regla de Sturges, calcule cuántos intervalos de clase se emplearon y qué ancho se escogerá.  
b. Calcule cuántos trabajadores tienen menos de 10 tardanzas e indique qué tanto por ciento es.

- A) 5 y 80%      B) 8 y 90%  
C) 6 y 90%      E) 6 y 95%  
D) 8 y 95%

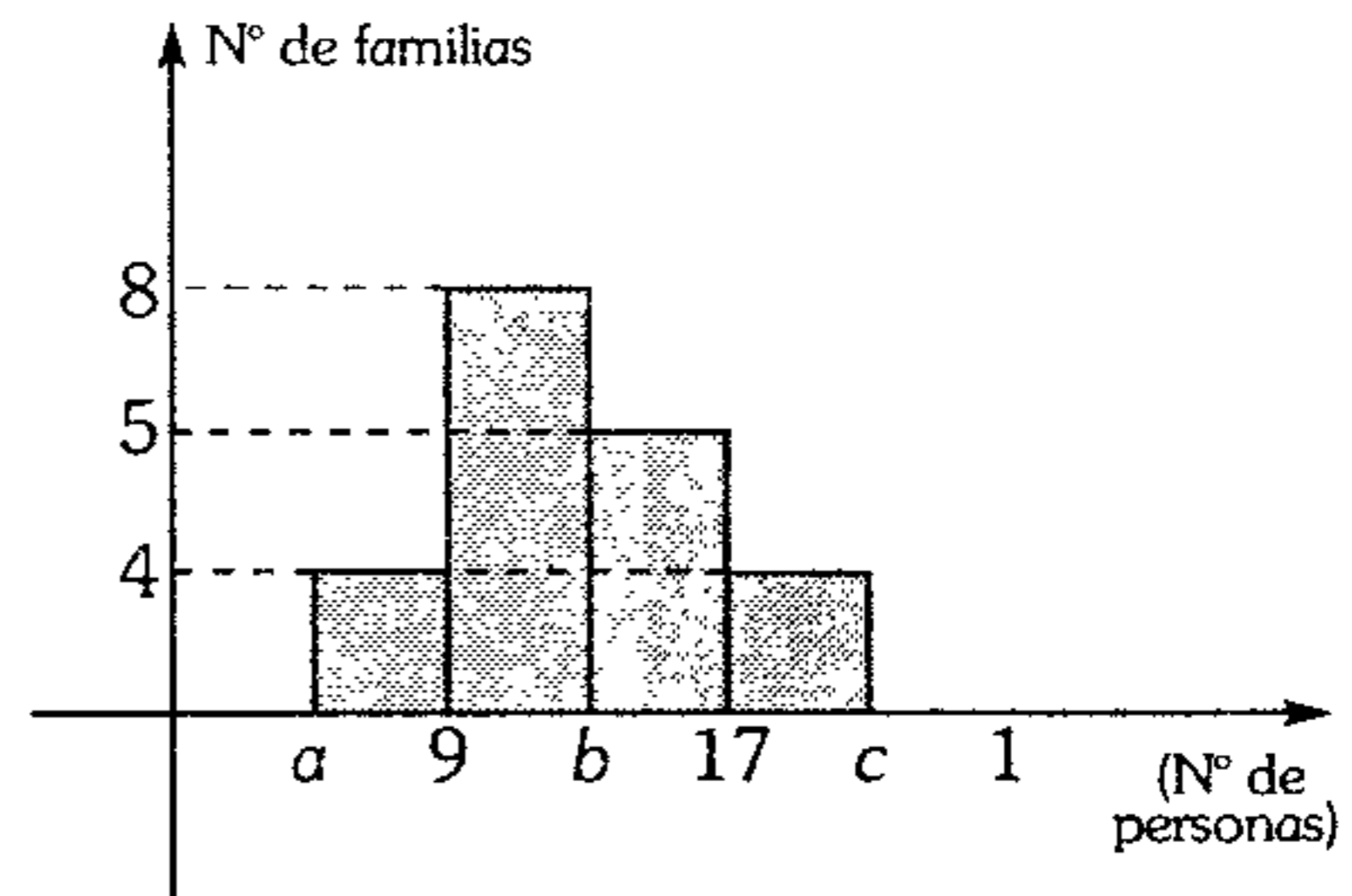
183. Sea la siguiente distribución:

$I_i$	$x_i$	$f_i$	$h_i$	$H_i$
[13 ; >		39		
[ ; >			0,3	
[ ; >				0,9
[ ; 37]				

Si además  $h_3 - h_1 = 0,34$   
calcule  $x_3 + f_4$

- A) 40      B) 45      C) 48  
D) 50      E) 58

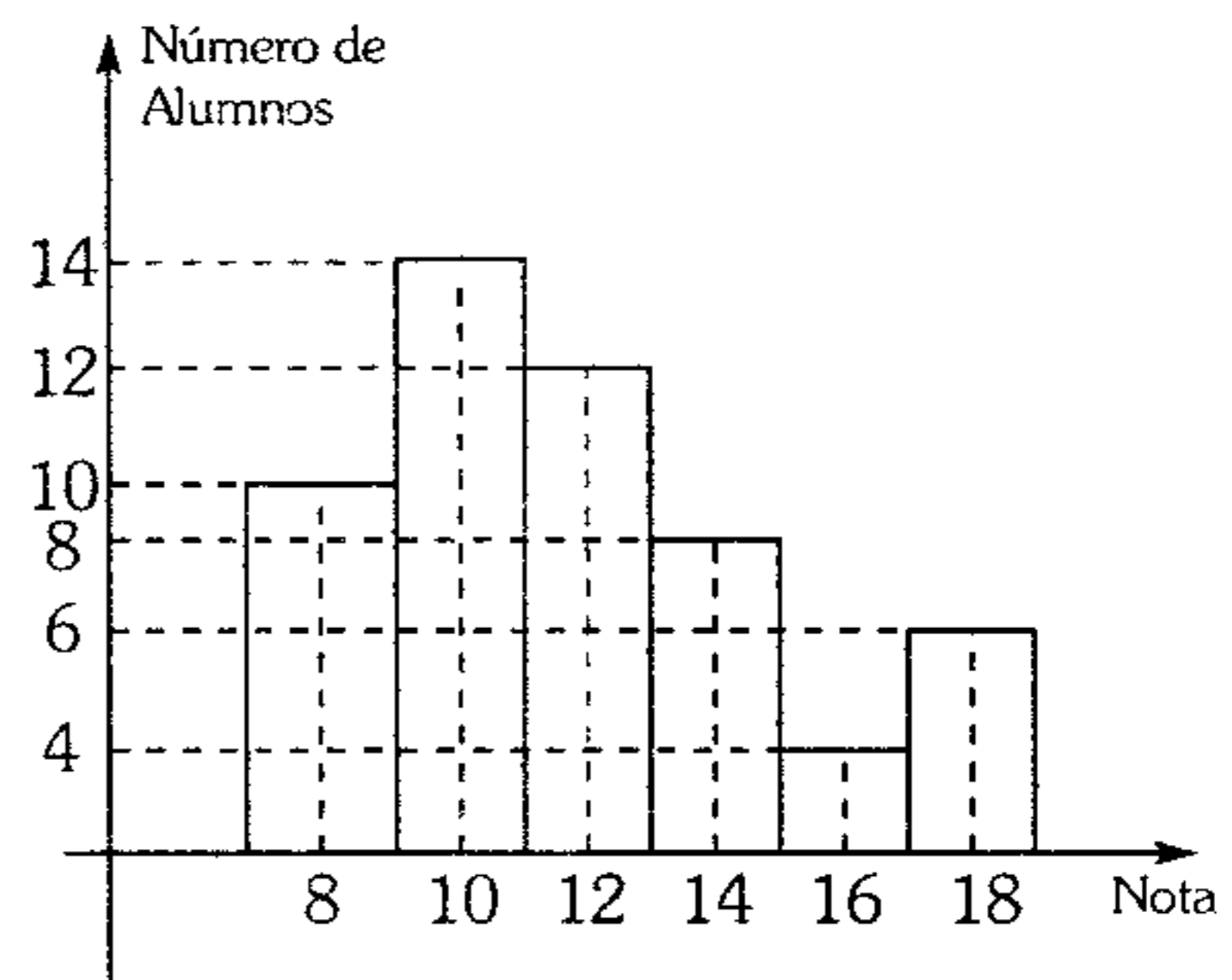
184. En el siguiente histograma, nos muestra los resultados de una encuesta.



Calcule  $(a+b+c + \bar{X})$ , si la distribución se realiza en intervalos de igual ancho de clase.

- A) 55,6      B) 51,71      C) 41,17  
D) 53,83      E) 54,72

185. En el curso de electromagnetismo, se tiene las notas de los alumnos, distribuidos según el siguiente histograma.



Entonces la nota promedio del curso es:

- A) 10      B) 12      C) 11,8  
D) 12,4      E) 13

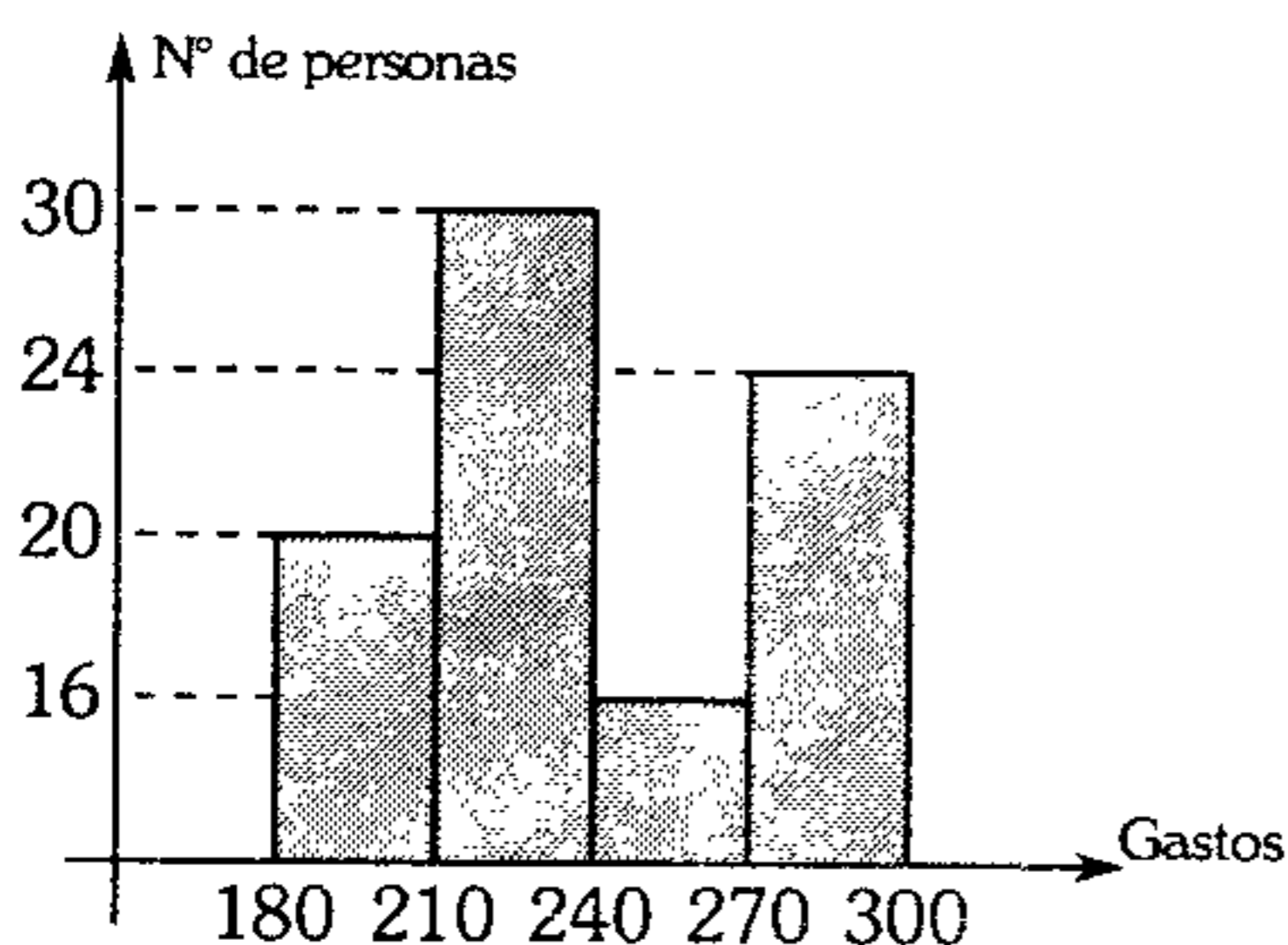
186. En una encuesta realizada a 109 familias, sobre el número de hijos: se obtuvo la siguiente información.

Número de hijos	Número de familias
[0-2)	40
[2-5)	33
[5-9)	24
[9-14]	12

Calcule el número de familias, que poseen desde 3 a 11 hijos.

- A) 52      B) 50      C) 54  
D) 48      E) 56

187. En el siguiente diagrama de barras se muestra los gastos realizados por un grupo de personas.



¿Cuántas personas gastan desde 192 hasta 280?

- A) 58      B) 60      C) 65  
D) 66      E) 70

188. Si el siguiente cuadro de distribución es simétrico

$I_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$
[20 ; >	12		
[ ; 36>			0,15
[ ; >			
[ ; >			
[ ; ]		60	

Calcule la moda.

- A) 39      B) 40      C) 40,5  
D) 41      E) 41,5

189. En una fábrica de tornillos, todos los días se toma una muestra aleatoria de 60 tornillos y se anota la cantidad de defectuosos. La siguiente tabla muestra la distribución para 39 días.

Número de defectuosos	0 - 5	6 - 11	12 - 17	18 - 23
Número de días	a	b	c	3

En 9 días se encontraron menos de 3 defectuosos

En 19 días se encontraron no menos de 8 defectuosos.

¿En cuántos días se observaron no más de 19 defectuosos, pero sí más de 12?

- A) 11      B) 12      C) 13  
D) 14      E) 15

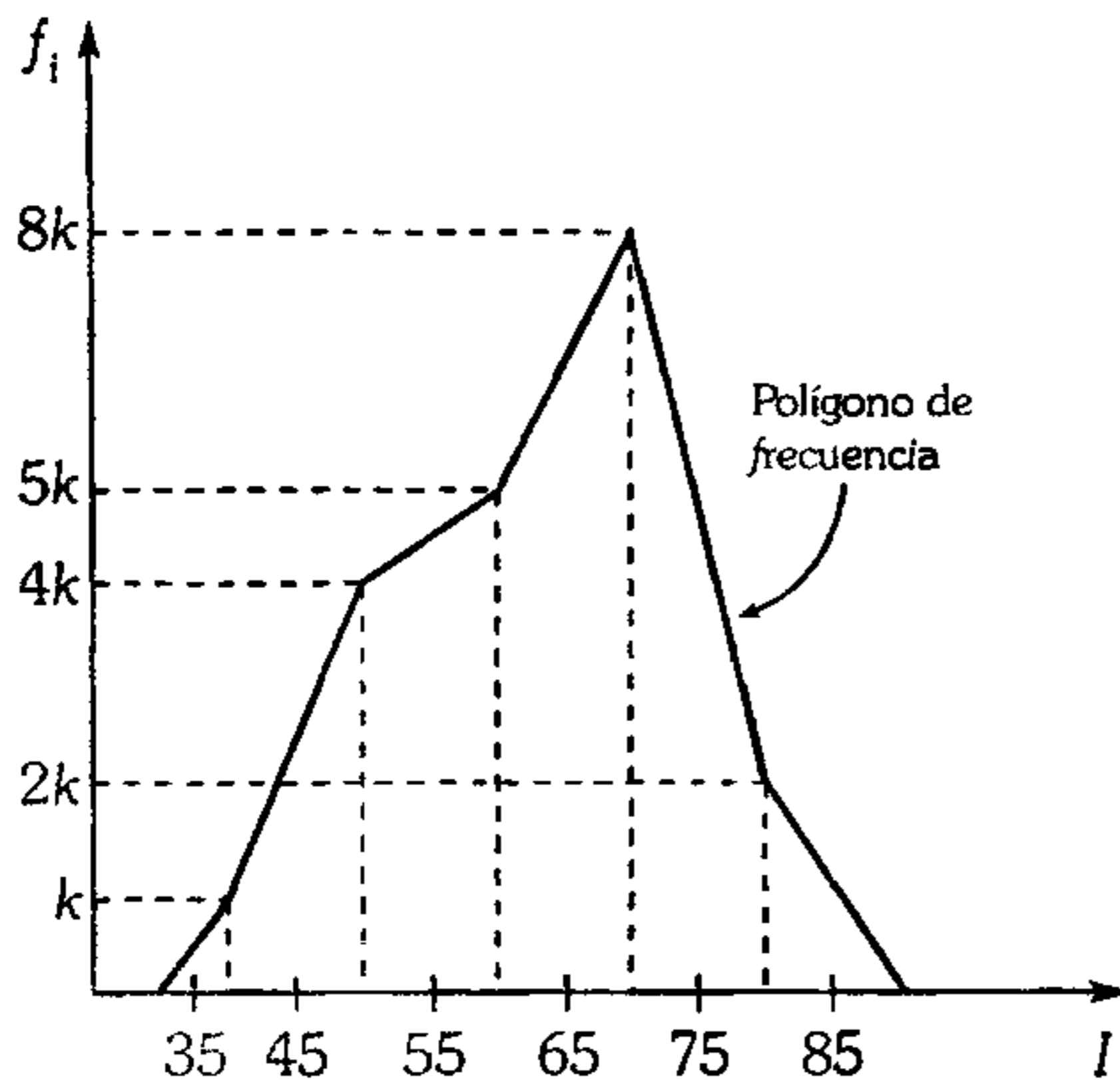
190. Complete el siguiente cuadro, si tiene ancho de clase común.

$I_i$	$x_i$	$f_i$	$h_i$	$H_i$
[30 ; 50>		a	0,20	
[ ; >	b	20		
[c ; >				0,90
[ ; ]			d	
Total		50		

Calcule la media de a, b, c y d.

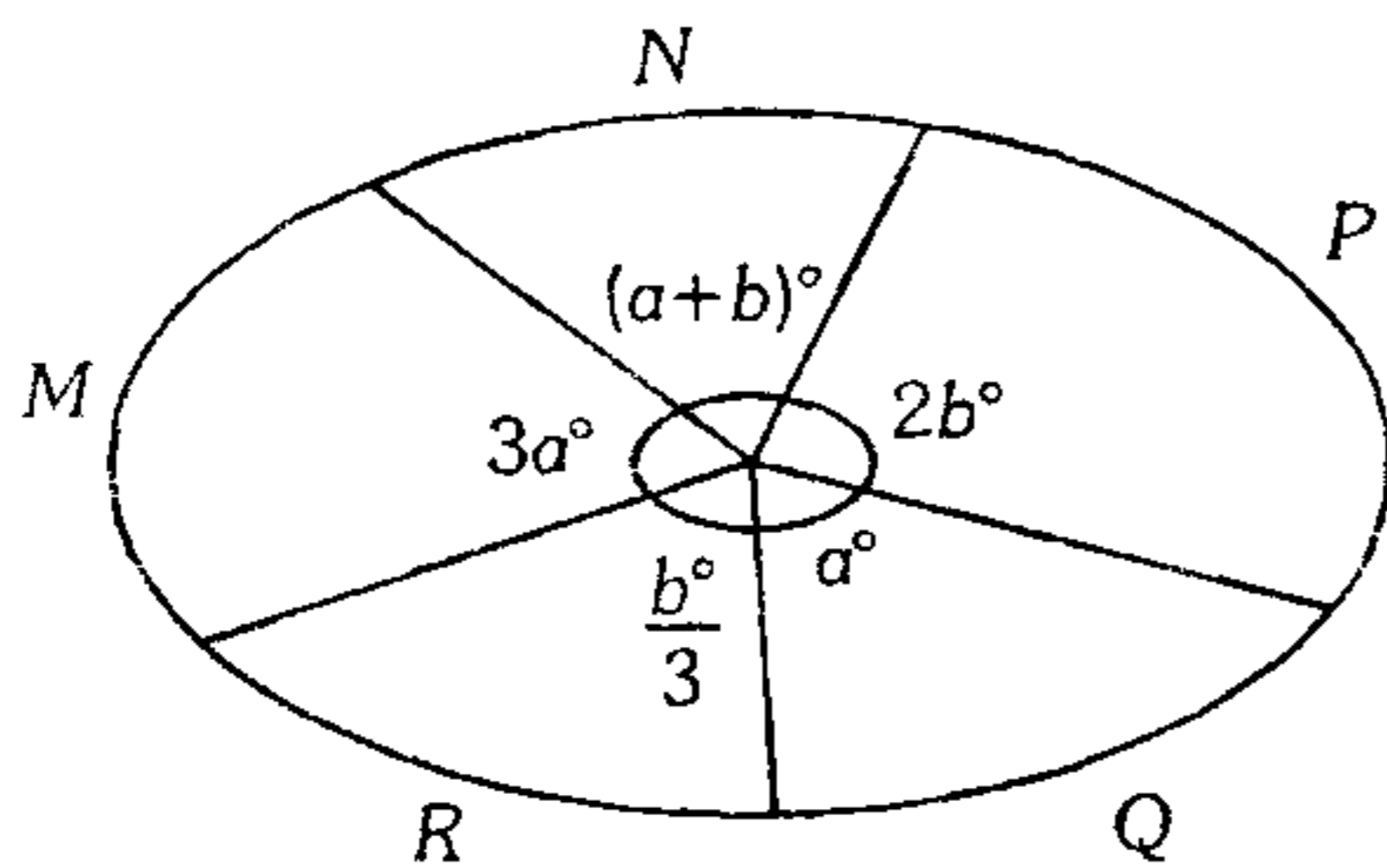
- A) 35,255  
B) 32,525  
C) 37,5  
D) 35,025  
E) 37,25

191. Luego de clasificar los datos, se elaboró el polígono de frecuencias, determine la  $\bar{X}$  de estos datos clasificados.



- A) 54
- B) 63
- C) 72
- D) 65
- E) 52

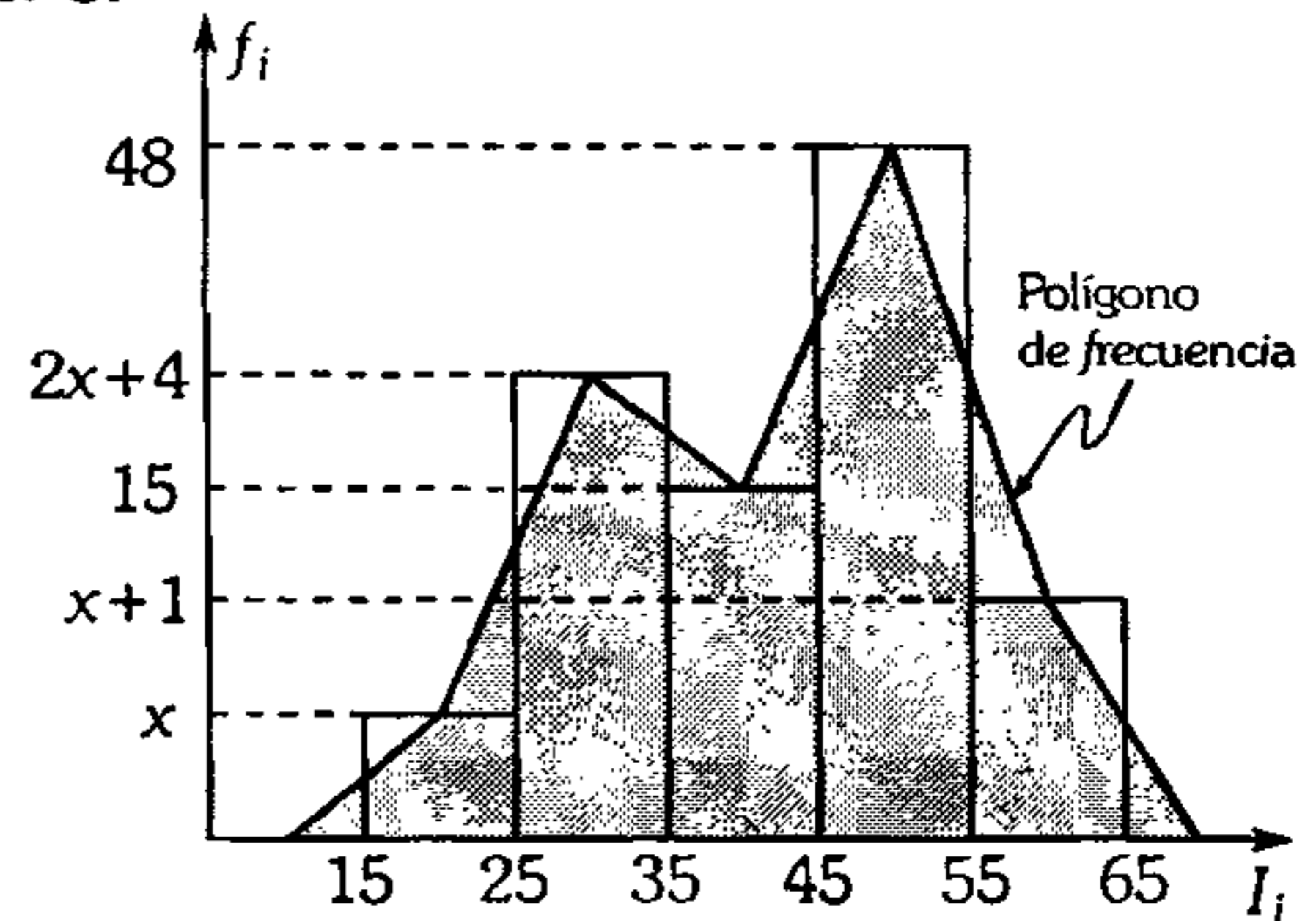
192. Se realizó una encuesta a cierto número de personas sobre sus preferencias a 5 marcas de gaseosas, designadas por M, N, P, Q y R presentándose el siguiente gráfico



Además gustan de M tanto como gustan de P.  
72 personas gustan de R.  
¿Cuántos gustan de N?

- A) 340
- B) 320
- C) 360
- D) 350
- E) 400

193. Si



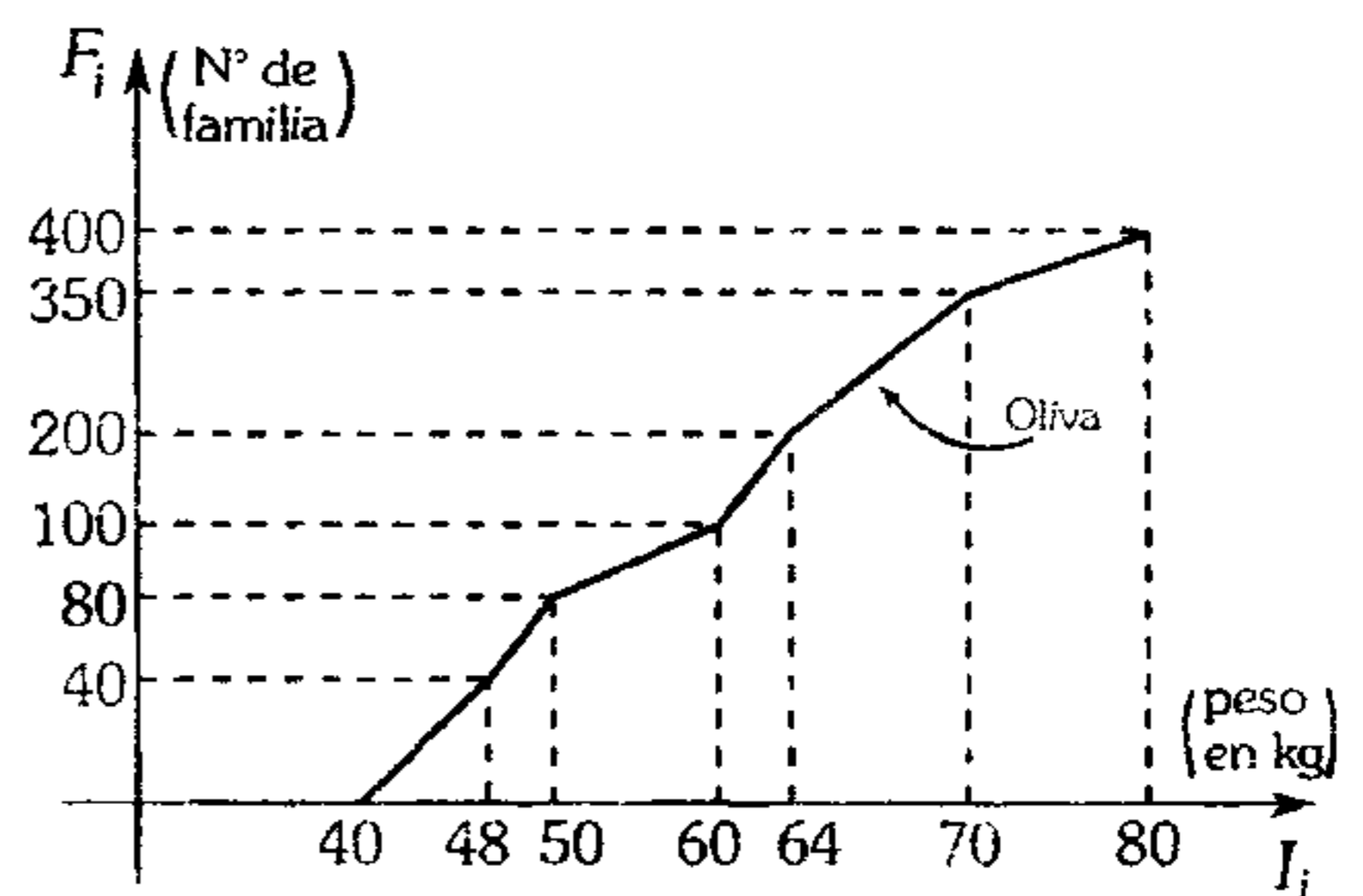
Calcule la  $\bar{MA}$  de los datos, si el área sombreada es  $1\ 000\ u^2$ .

- A) 43
- B) 47
- C) 51
- D) 40
- E) 45

194. En una comunidad se estudia la cantidad de aves en algunas familias siendo la mayor cantidad la del señor Lores con 80 aves y la menor de la señora Josefina con 10 aves. Clasifique a las familias teniendo en cuenta la cantidad de aves. Dé como respuesta el ancho de cada clase si es entero.

- A) 10
- B) 11
- C) 12
- D) 13
- E) 14

195. Si



Calcule

- a. ¿Cuántos alumnos pesan menos de 58 kg?
- b. ¿Cuántos alumnos pesan más de 61 kg y menos de 68 kg?

- A) 96 y 112
- B) 112 y 75
- C) 112 y 195
- D) 96 y 175
- E) 96 y 125

196. De un grupo de personas se hace una distribución en 5 intervalos, según sus edades, resultando ésta simétrica y con ancho de clase común ( $w$ ). Además:

- $x_2=23,5$
- $x_4=37,5$
- $h_5=0,14$
- $\frac{F_2}{F_3} = \frac{2}{3}$

Determine qué tanto por ciento de dicho grupo son menores de 27 años o mayores de 40 años.

- A) 54%      B) 50%      C) 52%  
D) 55%      E) 28%

197. Se elaboró una tabla de frecuencias relativas de 200 personas, según el tiempo (en años) de servicio en una fábrica, obteniéndose:

Tiempo	[2;5)	[5;8)	[8;11)	[11;14)	[14;17)
--------	-------	-------	--------	---------	---------

y sus frecuencias relativas porcentuales:

$h_i(\%)$	$\overline{ab}\%$	$\overline{ba}\%$	$\overline{aa}\%$	$\overline{bb}\%$	$\overline{ac}\%$
-----------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

no necesariamente en este orden.  
El tiempo de servicio más frecuente entre los empleados es menor a 10 años, pero lo mayor posible.  
Señale el tiempo promedio de los años de servicio, si es lo menos posible.

- A) 9,8      B) 8,9      C) 8,838  
D) 9,2      E) 8,3

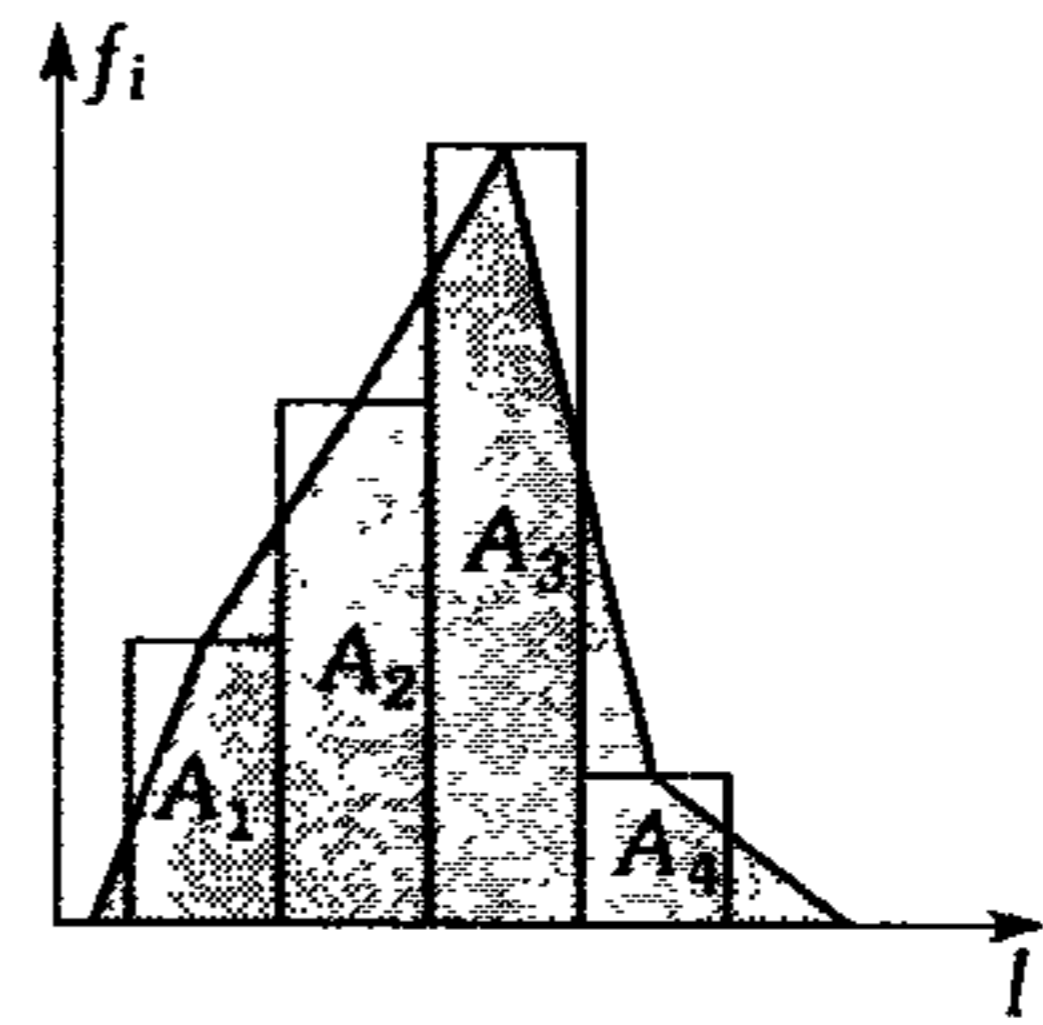
198. Se tiene una distribución simétrica de 5 intervalos de clase (con ancho de clase común), donde el límite inferior del primer intervalo es 22 y el límite superior del quinto intervalo es 82. Además se sabe que  $F_5=40$ ,  $h_4=2h_1=3h_3$ . Calcule  $(\bar{x} + x_m + Mo)$  máximo.

- A)  $168,857142$   
B)  $158,142857$   
C)  $153,857142$   
D) 143,85  
E) 143,14

199. Se ha medido mediante pruebas adecuadas, los coeficientes intelectuales de 80 estudiantes, viniendo los resultados agrupados en 6 intervalos de amplitud variable. Si estas amplitudes (ancho de clase) son  $W_1=W_3=4$ ,  $W_2=W_4=12$ , sus frecuencias relativas acumuladas son:  $H_1=H_2=H_3=0,3=0,05$ ;  $H_4=H_5$ ;  $H_6=0,6$  y el límite inferior del primer intervalo es igual a 80.  
¿Qué tanto por ciento de los estudiantes poseen un coeficiente intelectual mayor o igual a 98?

- A) 28%      B) 30%      C) 32%  
D) 35%      E) 80%

200. Conocido el siguiente histograma, el área sombreada es  $80 u^2$ .



¿Cuál es el promedio que se obtiene? (el ancho de clase es común, máximo y entero)

$$\text{Además } \frac{A_3 + A_1 - A_2}{1} = \frac{A_3 + A_1 + A_2}{3},$$

$$2A_4 = A_2 - A_4$$

La moda es 20.

- A) 12.8      B) 15.4      C) 19,2  
D) 19,3      E) 21.4

**Lógica Proposicional**

201. Si la proposición  $(p \wedge \sim q) \rightarrow (r \rightarrow \sim s)$  es falsa, indique cuántas de las siguientes proposiciones, su valor veritativo es verdadero.

- I.  $\sim (p \vee q) \wedge \sim q$
- II.  $[(r \rightarrow q) \wedge q] \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$
- III.  $\sim (p \rightarrow q) \rightarrow r$
- IV.  $\sim [(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

202. Sabiendo que  $(r \Delta s) \vee \sim (p \rightarrow q)$  es falso. Simplifique a su expresión más simple:

$$[(p \wedge \sim q) \rightarrow r] \wedge \{[(\sim r \wedge s) \leftrightarrow q] \rightarrow p\}$$

- A)  $p \wedge \sim q$
- B)  $p \vee q$
- C)  $\sim p$
- D)  $\sim r$
- E)  $r$

203. Si la proposición

$$\sim [(q \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

es verdadera.

Determine el valor de verdad de:

- I.  $(\sim s \rightarrow \sim q) \Delta (r \rightarrow p)$
- II.  $\sim (q \wedge \sim s) \wedge (p \wedge \sim r)$
- III.  $(p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (p \leftrightarrow r)$

- A) VFV
- B) FVV
- C) FVF
- D) VVV
- E) FFF

204. ¿Cuál o cuáles de los siguientes pares de proposiciones son equivalentes?

- I.  $(\sim p \leftrightarrow q); (\sim q \leftrightarrow p)$
- II.  $[(q \vee \sim p) \wedge (p \vee q)]; \sim q$
- III.  $\sim [(q \vee p) \wedge \sim q] \rightarrow \sim (p \vee q); [\sim (\sim p \wedge \sim q)]$

- A) solo I
- B) I y II
- C) I, II y III
- D) II y III
- E) solo II

205. Al simplificar

$$\sim \{[(\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge (\sim p \vee q))]\} \rightarrow \sim (p \vee q)$$

se obtiene

- A)  $p \vee q$
- B)  $p \rightarrow q$
- C)  $p \leftrightarrow q$
- D)  $[p \rightarrow (p \wedge q)] \wedge p$
- E)  $p \wedge q$

206. Se tiene las siguientes proposiciones compuestas:

$$t: [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim q)] \rightarrow (p \rightarrow \sim r)$$

$$s: [p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$$

Simplifique la siguiente proposición compuesta:

$$[(u \Delta w) \vee t] \rightarrow [(w \leftrightarrow u) \rightarrow [s \vee ((w \rightarrow u) \wedge r)]]$$

- A)  $u \wedge w$
- B)  $u \wedge w$
- C) V
- D) F
- E)  $y \leftrightarrow w$

207. Se define

$$p \uparrow q \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \vee \sim p)$$

Simplifique:

$$[(p \uparrow \sim q) \rightarrow \sim q] \vee \{ \sim [(p \uparrow \sim q) \rightarrow \sim q] \wedge \sim q \}$$

- A)  $p \wedge \sim q$
- B) V
- C) F
- D)  $q$
- E)  $\sim q$

208. Se define:

$$p * q \equiv [q \rightarrow (q \vee p)] \wedge [(q \wedge p) \rightarrow q]$$

Indique en cada caso si es tautología (T), contradicción (N) o contingencia (C) según corresponda:

- I.  $\sim (p * q) \leftrightarrow \sim (p \vee \sim q)$
- II.  $\sim [\sim q * (\sim p * q)]$
- III.  $[(p * q) \vee r] * \sim (q \rightarrow p)$

- A) TCN
- B) CTN
- C) TNN
- D) CNT
- E) TNC

209. Si  $p \theta q \equiv (p \wedge q) \vee \sim(\sim p \wedge q)$ , indique una proposición equivalente a:

$$[(a \theta \sim b) \theta \sim a] \wedge \sim[(a \theta c) \vee (b \theta c)]$$

- A)  $p \vee \sim p$                       B)  $q \wedge \sim q$   
 C)  $a \vee b$   
 D)  $a \wedge b$                           E)  $a$

210. Si  $p \otimes q \equiv [(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim q] \wedge \sim q$

Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas:

- I.  $p \otimes q \equiv q \otimes p$   
 II.  $p \otimes (q \otimes r) \equiv (p \otimes q) \otimes r$   
 III.  $\sim(p \otimes q) \equiv \sim p \otimes \sim q$

- A) solo I                              B) solo II  
 C) I y II  
 D) solo III                          E) todas

211. Se define  $p \downarrow q$  mediante:

$p$	$q$	$p \downarrow q$
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Simplifique y dé el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I.  $[ (\sim p \downarrow q) \downarrow \sim q ] \downarrow [ (p \downarrow q) \downarrow \sim p ]$   
 II.  $(\sim q \downarrow p) \downarrow \sim(\sim p \downarrow \sim q)$   
 III.  $(p \downarrow q) \wedge q$

- A) VVV                      B) FFF                      C) VFV  
 D) FVF                      E) FFV

212. Si  $p \downarrow q \equiv (p \wedge \sim q) \wedge (p \Delta q)$ , además:

$p$	$q$	$p \boxtimes q$
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Simplifique:

$$\{ (\sim p \downarrow q) \boxtimes \sim [ (p \Delta q) \downarrow (\sim p \leftrightarrow q) ] \}$$

- A)  $p \leftrightarrow q$                       B)  $p \rightarrow q$   
 C)  $p \vee q$   
 D)  $q$                               E)  $p \wedge \sim q$

213. Simplifique y niegue la siguiente proposición compuesta:

*Todos los números enteros son impares y existen números reales irracionales, si existe algún entero par; si y sólo si, hay algún número real irracional o cualquier número entero es un número impar, si cada número real es un número racional.*

- A) Todos los números enteros son pares y existen números reales irracionales.  
 B) Existen números enteros pares y existen números reales irracionales.  
 C) Existen números enteros pares y todos los números reales son irracionales:  
 D) Existen números pares o existen números reales irracionales.  
 E) Existen enteros pares y existen números reales racionales.

214. Sean las proposiciones:

$p$  : El ómnibus sufrió desperfectos en el camino.

$q$  : Beatriz llega tarde a la universidad.

$r$  : Beatriz viaja en taxi.

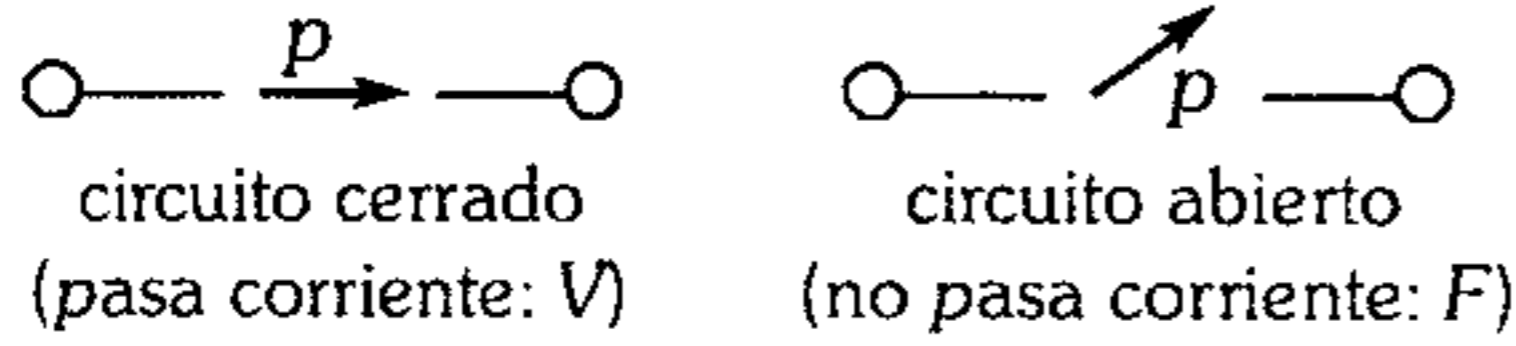
Expresa simbólicamente:

*Si el ómnibus sufre desperfectos en el camino, es suficiente para que Beatriz llegue tarde a la universidad. Pero, que Beatriz viaje en taxi es necesario para que no llegue tarde a la universidad.*

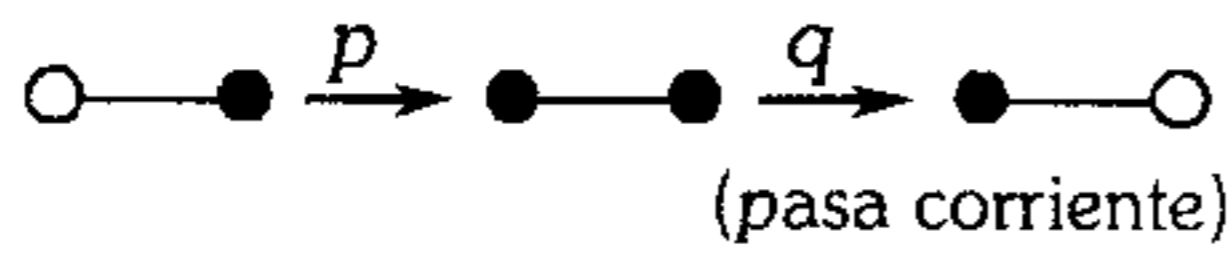
- A)  $(\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (r \rightarrow q)$   
 B)  $(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow r)$   
 C)  $(\sim p \rightarrow q) \vee (\sim r \rightarrow q)$   
 D)  $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \vee \sim r)$   
 E)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

215. Indique cuántas proposiciones son correctas:

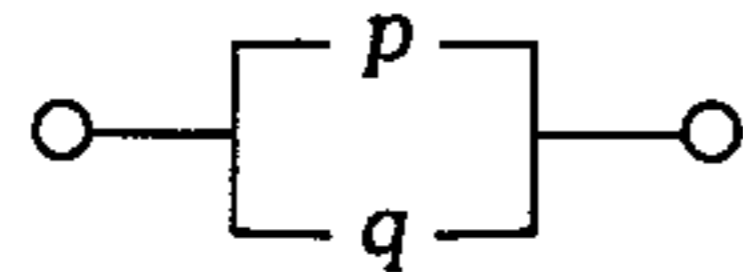
- I. Un interruptor puede ser representado mediante una proposición  $p$  cuyos valores de verdad.



- II. La expresión  $p \wedge q$  se llama función Booleana del circuito en serie.



- III. La expresión  $p \vee q$  se llama función Booleana del circuito en paralelo.

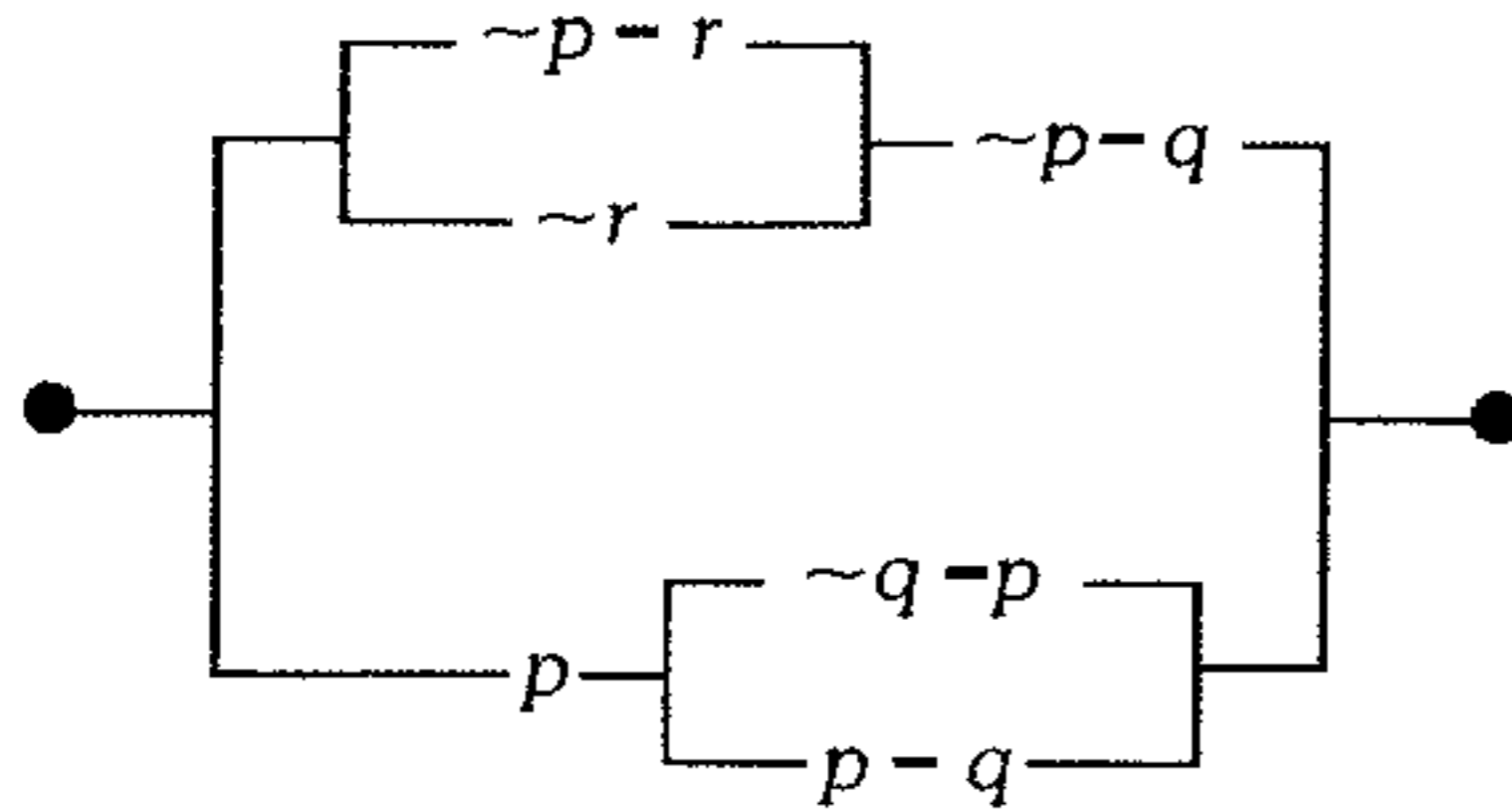


- IV. La teoría del funcionamiento de las computadoras, calculadoras, etc.

$1 \equiv V$  (verdadero) ;  $0 \equiv F$  (falso).

- A) 0                                      B) 1  
C) 2                                      E) 4  
D) 3

216. Sabiendo que la instalación de cada llave cuesta S/.20, cuánto se ahorraría si hacemos una instalación mínima pero equivalente a



- A) 80                                      B) 100  
C) 140                                      E) 180  
D) 160

217. La proposición  $(p \vee q) \leftrightarrow (r \wedge s)$  es verdadera teniendo  $r$  y  $s$  valores de verdad opuestos.  
Se afirma que

- I.  $[(\sim p \wedge \sim q) \vee (r \wedge s)] \wedge p$  es verdadero  
II.  $[\sim(p \vee q) \wedge (r \vee s)] \vee (\sim p \wedge q)$  es falso  
III.  $[ (\sim r \wedge \sim s) \rightarrow (q \wedge r) ] \wedge \sim(r \wedge s)$  es verdadero  
IV.  $\{ [(p \rightarrow r) \wedge (\sim r \rightarrow s)] \leftrightarrow [(r \vee p) \rightarrow (\sim r \wedge q)] \} \vee \sim s$  es verdadero  
¿Cuántas son verdaderas?

- A) ninguna  
B) I  
C) II  
D) III  
E) todas

218. Sea  $f(p; q) = \sim p \wedge \sim(p \wedge \sim q)$

Las proposiciones

- $p_0 : 2+2=5 ; q_0 : 1+1=2$
- $p_1 : 4+3=7 ; q_1 : [4+1 > 8 \rightarrow 6 < 3]$

Dé el valor de verdad de

- I.  $f(p_0 ; q_0) \rightarrow \sim f(p_1 ; q_1)$   
II.  $\sim f(p_0 ; q_0) \leftrightarrow f(p_0 ; q_0)$   
III.  $f(p_0 ; q_0) \wedge \sim [f(p_1 ; q_1) \rightarrow f(p_0 ; q_0)]$

- A) FFF                                      B) VVV  
C) VFV  
D) VFF                                      E) FVF

219. Sea:

$A = \{ x/x \text{ es una proposición} \}$  y la función

$f : A \rightarrow (0,1)$  tal que:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si: } x \text{ es V} \\ 0, & \text{si: } x \text{ es F} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

- I.  $f(p \wedge q) = f(p) f(q)$   
II.  $f(\sim p) = 1 - f(p)$   
III.  $f(p \rightarrow q) = 1 - f(p) f(\sim q)$

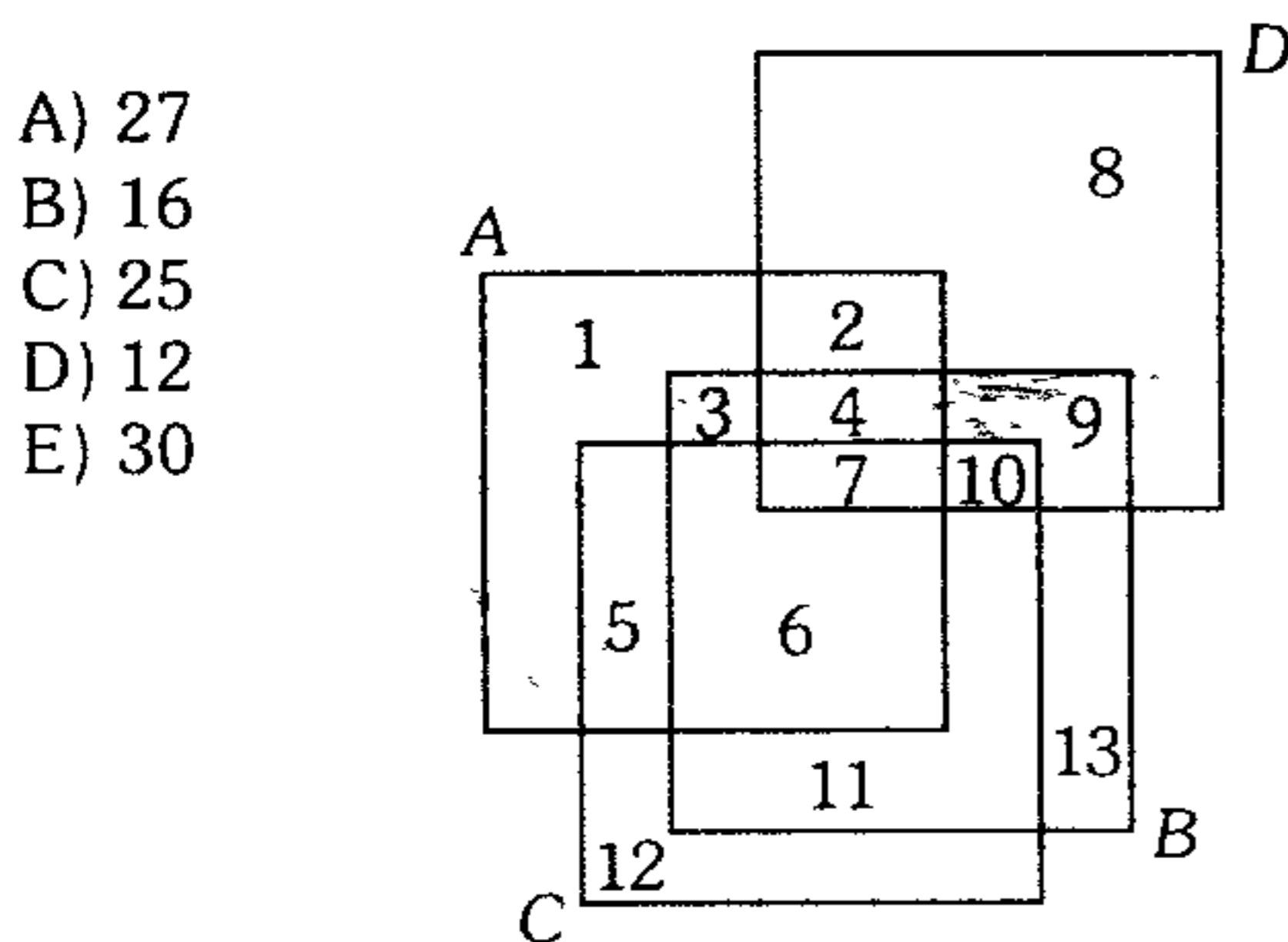
- A) solo I                      B) solo II                      C) solo III  
D) solo I y III                      E) I, II y III

220. Carlos le comenta a su esposa lo siguiente:  
*O bien, si deseo trabajar entonces no debo buscar trabajo, o bien, no es cierto que, debo buscar trabajo entonces deseo trabajar.*  
 Si Carlos ha engañado a su esposa con ese comentario, ¿cuál es la verdad?
- A) Deseo trabajar.  
 B) Debo buscar trabajo.  
 C) Deseo trabajar y debo buscar trabajo.  
 D) Deseo trabajar pero no hay trabajo.  
 E) Encontré trabajo pero ya no deseo trabajar.

### Teoría de Conjuntos

221. Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos tales como satisfacen:
- $B$  contiene a  $A$  y  $C$  incluye a  $B$ .
  - Si  $x$  no es un elemento de  $A$ , entonces  $x$  no pertenece a  $C$ .
- Indique cuál de las siguientes afirmaciones no es falsa.
- A) Existe un elemento en  $B$  que no está en  $A$ .  
 B) Todo elemento de  $B$  está en  $A$ , pero  $C \neq B$ .  
 C) Existe al menos un elemento de  $C$  que no está en  $B$ .  
 D) La reunión del conjunto potencia de  $A$  con el conjunto potencia de  $B$  tiene elementos que no pertenecen a  $P[C]$ .  
 E) La intersección de la diferencia simétrica de  $A$  con  $C$  y la diferencia simétrica de  $B$  con  $C$  es nulo.

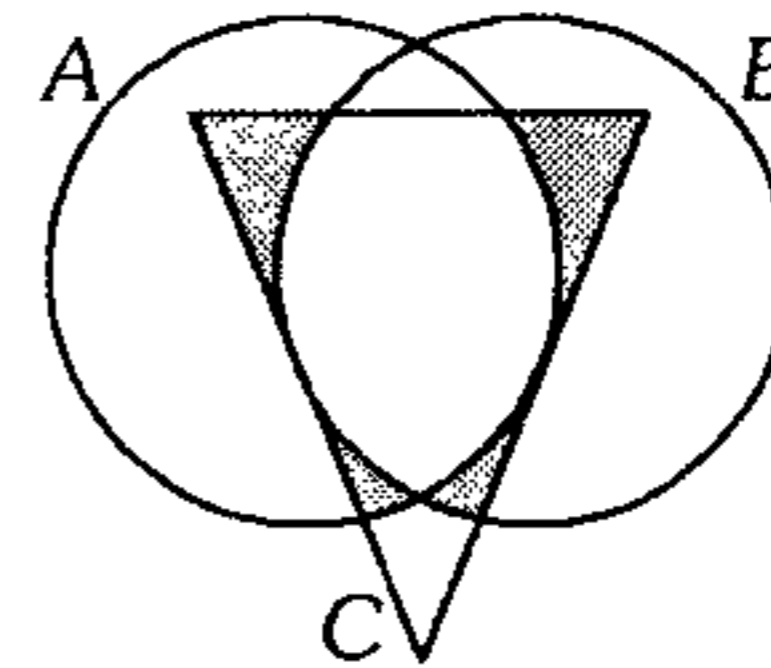
222. Según el diagrama de VEN – EULER siguiente donde las cantidades de elementos de cada zona están indicadas, ¿cuántos elementos tiene  $H$ , si  $H = (A \Delta B) \cap (A \Delta D)$ ?



- A) 27  
 B) 16  
 C) 25  
 D) 12  
 E) 30

223. Dados los conjuntos  $A, B$  y  $C$ , si  $x \notin (A \cap B)' \cup C'$ , ¿qué afirmaciones son verdaderas?
- I.  $(x \notin A \vee x \in B) \wedge x \in C$   
 II.  $x \in (C - A) \vee x \in (B \cap C)$   
 III.  $x \in [(A' \cup B) - C']$
- A) solo I      B) solo II      C) I y III  
 D) II y III      E) I, II y III

224. Mediante operaciones de conjuntos represente la parte sombreada.



- A)  $(A \cap B)^C \cup C$   
 B)  $C - (A \cap B)$   
 C)  $C - (A \cup B)$   
 D)  $C \cap (A \Delta B)$   
 E)  $[(C \cap A) \cup (C \cap B)] - (A \cup B)$

225. Dados dos conjuntos  $P$  y  $Q$ , la suma de sus cardinales es 90 y el cardinal de la intersección de los mismos es 5. Si el cardinal de la diferencia entre  $Q$  y  $P$  es igual a la octava parte del cardinal de la diferencia simétrica entre  $P$  y  $Q$ , halle el cardinal de la reunión de  $P$  y  $Q$ .

- A) 70      B) 85      C) 93  
 D) 100      E) 12

226. Determine el número de elementos de  $A \Delta B$ , sabiendo que  $A \cap B$  tiene 128 subconjuntos,  $A - B$  tiene 63 subconjuntos propios y  $A \times B$  tiene 5 356 subconjuntos binarios.

- A) 7      B) 8      C) 20  
 D) 12      E) 6



227. Dado el conjunto  $A$  cuyo número de subconjuntos propios es 31 y el conjunto  $B$  cuyo número de subconjuntos con no más de un elemento es 7. Además  $n[A' \cup B'] = 4$ . Calcule el número de elementos de  $P[(A \times B) \cap (B \times A)]$ , si  $A$  y  $B$  son conjuntos no comparables.

- A)  $2^{16}$       B)  $2^{10}$       C)  $2^{15}$   
 D)  $2^{23}$       E)  $2^8$

228. Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  tres conjuntos contenidos en un universo finito de 60 elementos. Además  $(B - C) \cup (C - B)$  tiene 40 elementos; el conjunto  $A - (B \cup C)$  tiene 10 elementos; la intersección de los tres conjuntos tiene 5 elementos; y el conjunto  $B \cap C \cap A'$  es vacío. ¿Cuántos elementos tiene el conjunto  $A' \cap B' \cap C'$ ? ( $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  representa el complemento de  $A$ ,  $B$  y  $C$  respectivamente).

- A) 5      B) 6      C) 7  
 D) 8      E) 9

229. Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  conjuntos contenidos en un universo donde se cumple que

- la unión de los conjuntos disjuntos  $A$  y  $B$  tiene 12 elementos.
- $[B - C] \cap B$  tiene 1 elemento más que  $(A - C)$ , además es equivalente con  $(A \cap C)$  este conjunto.
- $C - (B \cup A)$  tiene 32 subconjuntos.

Determine  $n(B - C)$ , si  $n(A \Delta C) = 10$ .

- A) 2      B) 3      C) 4  
 D) 5      E) 1

230. Si  $A$  y  $B$  están contenidos en un mismo conjunto universal, indique cuántas expresiones son correctas.

- $(A^c \cap B) \subset B$

- $(A \cup B)^c \subset (A^c \cap B^c)$
- $(A \cap B)^c \subset [(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)]$

- A) 0      B) 1      C) 2  
 D) 3      E) 4

231. Diga si es V o F según corresponda.

- I.  $\forall A: \forall B: P(A \cup B) \subset P(A) \cup P(B)$   
 II.  $\forall A: (N \subset A \wedge N \neq A) \rightarrow$  es subconjunto propio de  $A$   
 III.  $\exists! A/A \subset P(A)$   
 IV. Si  $A \subset \{ \} \rightarrow A = \emptyset$

- A) FFVV      B) FVVV      C) VVFF  
 D) FVFF      E) FVVF

232. Dados los conjuntos  $A$  y  $B$ .

$$A = \{1; 4; 9; 16; 25\}$$

$$B = \{\sqrt{3x-5} \in \mathbb{N} / x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 9\}$$

Dé el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

$p: \forall x \in A: \forall x \in B: x \cdot y$  es un número par.

$q: \forall y \in B: \exists x \in A / y = x$

$r: \forall x \in A: \exists y \in B / y \geq x$

$s: \forall x \in A: \exists y \in B / x + y < 27$

- A) VFFV      B) FVFV      C) FFFV  
 D) VFVF      E) VFFF

233. Para los conjuntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  se cumple:

- $\forall x \in A \rightarrow x \in B$
- $\forall x \in C \rightarrow x \in B$
- $\nexists x \in A / x \in C$

Simplifique  $\{[(A \Delta B) \Delta C] \cup B\}^c$

- A)  $A^c$       B)  $B^c$       C)  $C$   
 D)  $D^c$       E)  $A \cup B^c$

**234.** Indique cuántas proposiciones son correctas.

- La negación de  $\forall x \in A; \exists y \in A / [p(x;y) \rightarrow q(y)]$  es  $\exists x \in A / \forall y \in A; p(x;y) \wedge \sim q(y)$
- La negación de  $\exists x \in \mathbb{Z}^+ / x^2 - 6x + 5 = 0$ , es falso.
- Si  $A = \{1, 2, 3\}$  entonces los valores de verdad de:
  - $\forall x \in A; \forall y \in A; x^2 + 3y < 12$  ..... (F)
  - $\exists x \in A / \forall y \in A, x^2 + 3y < 12$  ..... (V)
  - $\exists! x \in A / 3 < x^3 + 1 < 12$  ..... (V)

- A) 0            B) 1            C) 2  
D) 3            E) 4

**235.** Determine el área de la región determinada en el plano cartesiano por  $A \times B$ , si:

$$A = \{(3x + 2) \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 3\}$$

$$B = \{3x \in \mathbb{R} / 2 \geq 3x \wedge -2x \leq 0\}$$

- A)  $8 u^2$             B)  $10 u^2$             C)  $12 u^2$   
D)  $13 u^2$             E)  $16 u^2$

**236.** Indique cuántas de las siguientes afirmaciones son incorrectas para los conjuntos  $A, B$  y  $C$ , no nulos.

- I.  $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$
- II.  $[A \cup B]^C = (A \cup B) \cap (A \Delta B)^C$
- III.  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- IV.  $n(A \cup B \cup C) = n(A \cup B) + n[C - (A \cup B)]$

- A) 0            B) 1            C) 2  
D) 3            E) 4

**237.** Si el cardinal de  $C_i$  es  $i$  ( $i \geq 1$ ), se considera los  $m$  primeros de estos conjuntos, cada uno disjunto con todos y cada uno de los demás.

Si el número de subconjuntos propios de la reunión de todos ellos es igual a 33 veces la suma de los cardinales de los conjuntos potencia de todos ellos más la unidad, halle  $m$ .

- A) 3            B) 4            C) 5  
D) 6            E) 7

**238.** Dados los subconjuntos  $A$  y  $B$  de un universo  $U$ , ¿cuál(es) de los siguientes enunciados es verdadero?

- I.  $B' - (A - B) \supset (A \cup B) \rightarrow A \neq \phi \vee B \neq \phi$
- II.  $A' - B \subset A \cup B \rightarrow A \cup B = U$
- III.  $A \subset B \rightarrow B = A \cup (B \cap A')$

- A) solo I            B) solo II            C) solo II y III  
D) los tres            E) solo III

**239.** Sean los conjuntos  $A, B$  y  $C$  contenidos en un conjunto universal  $U$ , sabiendo que:

- $n[C \cup [C - (B - A^C)]^C] = 25$
- $n[C - B] = n[C - A^C] = 0$
- $n[(A^C \cap B^C)^C] = 19$  y  $n[B - A^C] = 5$

Donde  $2n[C] = n[(A \cup B)^C]$

Calcule  $n\{(A - B) \cup [B \cap (A \cup C)^C]\}$

- A) 14            B) 13            C) 12  
D) 11            E) 10

**240.** Sabiendo que:

$$n(U) = n(A \cup B \cup C) = 28$$

$$n(A) = 17; n(B) = 20; n(C) = 20$$

$$n[(A \cap B) - C] = 5; n[(B \cap C) - A] = 6;$$

$$n[(A \cap C) - B] = 4$$

Halle

$$n[(A \cap B' \cap C') \cup (B \cap A' \cap C') \cup (C \cap A' \cap B')]$$

- A) 5            B) 6            C) 7  
D) 8            E) 9

241. Reduzca a su mínima expresión:

$$L = \{C' \cap (A \cap B')\} \cap \{[(A' \cup B') \cap C'] \cup (A \cup B)\} \cup C\}$$

Sabiendo que  $A$ ,  $B$  y  $C$  son conjuntos de un mismo conjunto universal.

- A)  $(A \cup B)' \cap C'$
- B)  $(A' \cap B') \cap C'$
- C)  $(A' \cup B)' \cap C'$
- D)  $(A \cup B') \cap C'$
- E)  $(A' \cup B') \cap C'$

242. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son siempre ciertas?

- I.  $A' - B' = B - A$
- II.  $(A - B) \subset A' \cap B$
- III. Si  $A \cap B = \phi \rightarrow A \cup B' = B'$
- IV.  $A \subset B \rightarrow A \cup (B - A) = B$

- A) solo I y IV
- B) solo II y III
- C) solo I y III
- D) solo III y IV
- E) solo I, III, IV

243. De los conjuntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  diferentes del vacío, se observa que

- $A \cap B = A \cap C^c = \phi$
- $B$  y  $D$  son comparables
- $n(B - C) - 1 = n(B \cap C \cap D) = 5$
- $n(D) > n(B)$
- $n(A \cap C \cap D) = 3$
- $n(D - |B \cup C|) \leq 0$
- $n(A - D) = 3n[(D \cap C) - (A \cup B)]$

Calcule el valor de  $n(A \cap C)$  sabiendo que  $n(A \cup D) = 34$

- A) 10                  B) 12                  C) 15
- D) 16                  E) 18

244. De 100 estudiantes de los cursos de Aritmética y Álgebra, se observó lo siguiente:

- 8 varones que no acostumbran usar perfume, aprobaron Aritmética o Álgebra.
- sólo 2 varones de los que no acostumbran usar perfume no aprobaron estos dos cursos.
- 30 personas acostumbran a usar perfume.

Halle la cantidad de mujeres que no acostumbran usar perfume de las que aprobaron Aritmética y Álgebra, si son la mitad de mujeres que no acostumbran usar perfume.

- A) 30                  B) 20                  C) 40
- D) 10                  E) 25

245. De un total de 120 personas que estudian al menos uno de los cursos de Aritmética ( $A$ ), Álgebra ( $X$ ) o Geometría ( $G$ ) se sabe que 40 no estudian Aritmética, 70 no estudian Geometría y 50 no estudian Álgebra; además las personas que no estudian Aritmética o que no estudian Álgebra y Geometría son 115. ¿Cuántas personas estudian al menos dos de dichos cursos?

- A) 60                  B) 70                  C) 80
- D) 65                  E) 75

246. Se rindieron 3 exámenes para aprobar un curso y se observó que el número de los que aprobaron los tres exámenes es igual al número de los que los desaprobaron e igual a  $1/3$  de los que aprobaron sólo 2 exámenes e igual a  $1/5$  de los que solo aprobaron un examen. ¿Qué tanto por ciento del total de los alumnos aprobaron el curso si para ello es necesario aprobar por lo menos 2 exámenes?

- A) 30%                  B) 36%                  C) 40%
- D) 42%                  E) 47%

247. De un grupo de 36 señoritas, se observa: 7 son secretarias, altas, rubias, de ojos azules que llevan minifalda; 9 de ojos azules, no son rubias, ni secretarias, pero llevan minifalda; 10 altas no son rubias ni secretarias; 10 de ojos azules, llevan minifalda, pero no son altas; 9 señoritas que no llevan minifalda, no son de ojos azules pero son altas. ¿Cuántas señoritas como máximo son secretarias rubias, que no tienen ojos azules, no llevan minifalda, ni son altas? Sabiendo además que 13 señoritas son secretarias rubias y altas.

- A) 0            B) 1            C) 2  
D) 3            E) 4

248. En un certamen de belleza participan 53 señoritas, de las cuales 23 son de cabello rubio, 20 son morenas y 23 tienen ojos verdes, además 6 tienen cabello rubio y ojos verdes, 5 son morenas con cabello rubio y 7 son morenas con ojos verdes. Se sabe que participan 2 hermanas con las tres características. ¿Cuántas señoritas no son hermanas; pero cumplen las 3 características, o son morenas y tienen ojos verdes?

*Nota: Sólo hay 2 hermanas.*

- A) 3            B) 2            C) 1  
D) 4            E) 5

249. En un salón hay 29 alumnos que dan los exámenes de Aritmética, Álgebra y Geometría, de los cuales sólo 2 aprueban los 3 cursos y se observa que:

- La novena parte de los que aprobaron Aritmética o Álgebra, aprobaron ambos cursos.
- La onceava parte de los que aprobaron Aritmética o Geometría, aprobaron ambos cursos.
- La séptima parte de los que aprobaron Álgebra o Geometría, aprobaron ambos cursos.

¿Cuántos aprobaron solamente Aritmética si los 29 alumnos aprobaron al menos un curso?

- A) 9            B) 8            C) 7  
D) 5            E) 3

250. En una reunión de 19 amigos, unos son sordos; otros mudos; otros sordomudos y el resto conservan su audición y su voz. Todos están agrupados según su característica y en un momento dado Juan le dice a Carlos: *Si vienes a mi grupo seríamos tantos como los que quedan en el tuyo; pero Carlos no le entiende ni le puede contestar; entonces Juan le dice a Luis: Si voy a tu grupo seríamos ocho y en el mío quedarían dos, Luis le contesta: No te entendí. ¿Cuántos de los mudos no son sordos?*

- A) 2            B) 3            C) 4  
D) 5            E) 6

251. De 200 alumnos que rindieron exámenes de A, X, G, T, F y Q se tiene el siguiente resultado:

- De los aprobados en F ninguno aprobó A, X, G o T.
- De los que aprobaron Q, 10 aprobaron T, 15 F y ninguno aprobó A, X o G.
- De los que aprobaron T, 12 aprobaron G y ninguno aprobó A o X.
- Quince aprobaron A, X y G; 45 aprobaron al menos 2 de estos cursos.

Si 50 alumnos no aprobaron ningún curso, ¿cuántos aprobaron exactamente uno de los seis cursos?

- A) 24            B) 38            C) 48  
D) 58            E) 68

252. En una reunión de señoritas, el 80% eran delgadas, el 75% eran de ojos pardos, el 90% hábiles digitadoras y el 70% dominaban muy bien el inglés y el francés. Calcule el menor número de chicas que pueden reunir todas las cualidades mencionadas, si en dicha reunión habían 120 señoritas.

- A) 15            B) 18            C) 19  
D) 20            E) 12

253. De un grupo de  $N$  automóviles ( $N > 100$ ), se sabe que

- 10 tienen averiadas las llantas, el motor y los frenos.
- la cantidad de autos que tienen malogradas solamente las llantas son la mitad y tercera parte de los que se han malogrado solamente el motor y solamente los frenos, respectivamente.

Calcule la máxima cantidad de autos que tienen malogradas las llantas para que  $N$  sea mínimo.

- A) 20            B) 26            C) 30  
D) 36            E) 40

254. De un grupo de 200 señoritas se observa que las altas flaquitas que no tienen cabello rubio, ni ojos azules, ni minifalda son tantas como las que tienen ojos azules que no son flaquitas, ni tienen cabello rubio, ni son altas ni usan minifalda, siendo esta cantidad la mitad y la tercera parte de las flaquitas, altas de cabello rubio con minifalda que no tienen y tienen ojos azules respectivamente. Las altas flaquitas de ojos azules que no usan minifalda ni tienen cabello rubio son 2, 4 y 16 veces menos que las de cabello rubio con minifalda que no son altas, ni flaquitas, ni tienen ojos azules; que las de cabello rubio con ojos azules y minifalda que no son flaquitas ni altas; y que las que no son flaquitas, ni altas, ni tienen cabello rubio, ni usan minifalda, ni tienen ojos azules respectivamente. Calcule la probabilidad de que al escoger una señorita tenga ojos azules dado que ya es alta y flaquita.

- A) 7/13            B) 5/13            C) 2/13  
D) 4/13            E) 6/13

255. De un grupo de alumnos que dieron un examen de Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría se observó que 70 dieron Aritmética, 45 sólo 1 examen, 20 sólo Aritmética; 20 Trigonometría, Geometría y

Aritmética; 30 Geometría y Trigonometría, 15 Trigonometría y Álgebra pero no Aritmética y 8 Geometría y Álgebra pero no Aritmética. ¿Cuál es la mínima cantidad de alumnos que dieron por lo menos un examen?

- A) 95            B) 112            C) 105  
D) 120            E) 128

### Teoría de la Numeración

256. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son cifras pares diferentes entre sí, halle el valor de

$$E = \overline{ab}_{(c+1)} + \overline{ca}_{(b+3)} + \overline{bc}_{(a+5)} + \overline{abc}_8$$

- A) 260            B) 272            C) 280  
D) 290            E) 262

257. Si  $\overline{abcabc}_m = \overline{cabdd}_n$  y  $m+n=12$ , calcule  $a+b+c+d$ .

- A) 5            B) 6            C) 7  
D) 8            E) 4

258. Si se cumple que

$$\overline{aba}_n = \overline{ba}_{(3n)} \text{ y además } \overline{bn}_8 + \overline{mp} = \overline{sc}$$

halle el máximo valor de  $a+b+n$

- A) 25            B) 20            C) 18  
D) 10            E) 11

259. Si  $\overline{a(2b)00}_{ab} + \overline{b3a(b/2)}_n = \overline{(n+3)5a}_{1(2b)}$  calcule  $a+b+n$ .

- A) 15            B) 16            C) 17  
D) 18            E) 19

260. Si  $\overline{abab3}_n = \overline{m(n+1)(m+1)(n-1)}_6$

halle  $a+b+m+n$

- A) 9            B) 8            C) 13  
D) 14            E) 10

261. Si el numeral  $\overline{ba5}$  de la base  $n$  se expresa una base 7 como  $\overline{a(kb)n}$ , calcule cuántos numerales cumplen con dicha condición ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

262. Si se cumple  $\overline{nnm}_5 = \overline{mnn}_8$ , calcule la suma de las bases en las cuales  $\overline{mnnn}$  se escribe con 4 cifras.

- A) 40            B) 35            C) 55  
D) 45            E) 54

263. Determine el número de soluciones para:  $\overline{abc}_n = 250$ ; con  $a+b+c=10$ .

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

264. Si se cumple que  $\overline{AAC}_{(V)} = \overline{C050}_{(V+1)}$ , 0: cero, calcule  $A+C+V$ .

- A) 8            B) 9            C) 10  
D) 12            E) 14

265. Si se cumple que  $\overline{a1c}_d = \overline{cdd}_{(a+2)}$ , halle  $a+c+d$ .

- A) 10            B) 11            C) 12  
D) 13            E) 14

266. Calcule  $a^2+b^2+c$ , si  $\overline{abc}_n$  es el mayor número de cifras diferentes y además en  $\overline{(2n-2)(3n+1)n(2n+1)}_{(n)}$  la base toma el menor valor posible al escribirlo correctamente.

- A) 14            B) 5            C) 3  
D) 29            E) 25

267. Al convertir el numeral  $2431_k$  al sistema de numeración de base  $k+2$  se obtiene un numeral cuya suma de cifras es 20. Calcule  $k$ .

- A) 7            B) 8            C) 9  
D) 10            E) 11

268. Calcule el menor valor de  $a+c$ , sabiendo que el numeral  $\overline{a00c}_{(a+1)}$  al ser expresado en el sistema de base  $a+2$ , se representa como un numeral de 4 cifras, donde la primera cifra es  $a-3$ ; además  $c-a \geq 0$ .

- A) 13            B) 14            C) 15  
D) 16            E) 17

269. Si  $666_m = \overline{cb2}_{5k}$ ;  $m \leq 16$ ,  $c > 6$ , calcule

$$\frac{c \times b \times m}{2}; \text{ si } K \in \mathbb{Z}^+$$

- A) 48            B) 116            C) 216  
D) 38            E) 140

270. Si el numeral  $\overline{4x53}_n$  se pasa a base 8, se expresa  $\overline{2y44}$ . Halle  $x+y+n$ .

- A) 12            B) 13            C) 14  
D) 15            E) 16

271. Determine cuántos numerales cuyas cifras sean significativas existen en base 33 de la forma  $\overline{(a-3)(b-4)(b+6)(2a)}$ .

- A) 416            B) 260            C) 326  
D) 286            E) 252

272. ¿Cuántos numerales de la forma  $\overline{\left(\frac{a}{5}\right)(b+2)(7-b)(3c)(a-6)\left(\frac{6}{d}\right)}$  existen en el sistema vigesimal?

- A) 15 200        B) 16 000        C) 19 000  
D) 20 000        E) 21 000

273. Si se cumple  $\overline{1xyzw}_{(4)} = 1030_n$ ,  
 halle  $n-(x+y+z+w)$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E) 5

274. Calcule  $k + \beta$ .

Si  $\overline{(a-4)a(a+1)(3a-8)}_{(2a)} = \overline{mnpq6}_{(8)}$ .

Si  $k$  es la cantidad de sistemas en que  $\overline{mppnnn}$  termina en dos cifras cero y  $\beta$  es la suma de cifras del numeral:

$$\overline{1a}_{1m} \overline{1n}_{1p} \overline{1mnp}$$

al ser expresado en base 10.

- A) 22                      B) 31                      C) 35  
 D) 38                      E) 23

275. Si se cumple que  $\overline{cd} = 2\overline{ab}$ ;  $\overline{ef} = 3\overline{cd}$  y

$$\overline{abcdef} = 11_{18} \overline{1(27)} \overline{1(64)} \dots \overline{1(m^3)}_{(m+1)^3}$$

Calcule  $a+b+m$

- A) 28                      B) 31                      C) 36  
 D) 38                      E) 24

276. Si  $\overline{1abcd}_{(5)} = 2020_{\overline{bb}} \overline{ba} \overline{bd}_{(n)}$

Calcule  $a+b+c+d+n$

- A) 11                      B) 12                      C) 13  
 D) 14                      E) 15

277. Si  $\overline{pqr223}_{(4)} = \overline{73xy}_8$ ,  $\overline{bc}_n = \overline{an}_m$ ;  $m < 5$   
 calcule  $p+q+r+x+y+b+c+n+a+m$

- A) 20                      B) 31                      C) 18  
 D) 30                      E) 27

278. Si  $\overline{ab1230}_x = \overline{71cd}_y$ , además

$$\overline{mnp}_{(m-1)(n-3)} \overline{mnp}_{(m-1)(n-3)} = \overline{5(4+p)}_y = \overline{(y-6)p}_{20} + 4$$

Calcule el máximo valor de

$$(a+b+c+d+m+n+p)$$

- A) 22                      B) 23                      C) 24  
 D) 25                      E) 26

279. Al convertir un numeral de la base 10 a base 8 por divisores sucesivos, equivocadamente se realizan por exceso, siendo el último cociente 2; pero correctamente se obtuvo como último cociente la unidad. Halle la suma de los 2 numerales obtenidos en dicha base y dé la suma de sus cifras.

- A) 4                      B) 5                      C) 7  
 D) 15                      E) 19

280. Determine el valor de  $a$  de modo que al expresarlo el numeral  $\overline{333\dots333a3}_{19}$  de  $\overline{CV93}$  cifras al sistema decimal termine en 9.

- A) 1                      B) 9                      C) 3  
 D) 4                      E) 7

281. Si el numeral  $\overline{(a-3)(a+2)(a-3)(a+2)\dots}$  de 17 cifras, escrito en base 9 es llevado al sistema vigesimal entonces se observa que la cifra de menor orden es par. Halle la suma de sus cifras cuando se le expresa en el sistema ternario.

- A) 40                      B) 41                      C) 36  
 D) 42                      E) 54

282. ¿Cuántos números capicúas de  $(2n+1)$  cifras verifican que la suma de sus cifras es impar?

- A)  $45 \times 10^{n+1}$   
 B)  $45 \times 10^n$   
 C)  $45 \times 10^{n-1}$   
 D)  $45 \times 10^{n-2}$   
 E)  $45 \times 10^{n+2}$

**Cuatro Operaciones**

283. Si el numeral  $31213402314_{(k)}$  se convierte a base  $k^2$ , la suma de sus cifras se cuadruplica. Halle el numeral en base  $k^3$ .

- A)  $(12)(12)(12)(13)1_{(125)}$
- B)  $(12)(14)(19)(278)_{(216)}$
- C)  $(230)(216)(40)(15)_{(343)}$
- D)  $(28)(174)(326)(256)_{(729)}$
- E)  $(26)(182)(246)(102)_{(343)}$

284. Un numeral de 285 cifras está expresado en base 6 y se sabe que todas sus cifras excepto la de menor orden son iguales a 2. Si expresamos dicho numeral en el sistema decimal la cifra de menor orden es 3, ¿cuál es la cifra de menor orden del numeral expresado en el sistema de base 16?

- A) 6                      B) 9                      C) 8
- D) 1                        E) 2

285. La diferencia de dos números es 62 en el sistema decimal, y el mayor de los dos tiene por expresión 223 en un cierto sistema de numeración. Si el menor está en otro sistema de numeración y la suma de las bases de los dos sistemas es 10, dé la suma de todos los valores que puede adoptar el menor, en el sistema decimal.

- A) 167                      B) 166                      C) 165
- D) 164                        E) 163

286. Si  $a=888887_9$ ,  $b=148_{(a)}$ , exprese  $b$  en base 3 y determine la suma de sus cifras.

- A) 3                        B) 5                        C) 4
- D) 2                        E) 6

287. Si se cumple que

$$\overline{abcde} + \overline{edg} = \overline{ggaad} - \overline{dfgc}$$

calcule  $ab+ce+df+g$ , si a letras diferentes le corresponden cifras diferentes y significativas.

- A) 46                      B) 50                      C) 51
- D) 75                        E) 53

288. Se sabe que  $a, b, c$  y  $d$  son cifras pares y diferentes tal que

$$\overline{20a7b} + \overline{c0a5c} + \overline{dca} + \overline{d6ed} = \overline{9eee}$$

Sea  $A=b+c$ .

Además se cumple

$$\overline{f74h} + \overline{5hf2} + \overline{k7f} = \overline{hhf68}$$

Sea  $B=f \times h \times k$ , calcule  $A+B$ .

- A) 20                      B) 28                      C) 30
- D) 38                        E) 40

289. Calcule el valor de la expresión

$$N = 8 + 88_9 + 888_9 + \dots + \underbrace{88\dots88}_k \text{ cifras}_9$$

- A)  $\frac{9^{k+1} + 8k - 9}{8}$
- B)  $\frac{9^{k+1} - 8k + 9}{8}$
- C)  $\frac{9^{k+1} + 8k + 9}{8}$
- D)  $\frac{9^{k+1} - 8k - 9}{8}$
- E)  $\frac{9^{k+1} - 8k - 8}{8}$



290. Si

$$\begin{array}{r}
 \overbrace{a2ca2ca\dots\dots a2c}^{33 \text{ cifras}} \\
 \overline{a2ca2c\dots\dots ca2} + \\
 \overline{a2ca2\dots\dots 2ca} \\
 \vdots \\
 \overline{a2c} \\
 \overline{a2} \\
 \overline{a} \\
 \hline
 \text{-----} 40
 \end{array}$$

Calcule  $(c-a)$

- A) 5            B) 6            C) 7  
 D) 8            E) 9

291. Halle la suma de todos los términos de la siguiente matriz.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 2 & 3 & \dots & 12 \\
 2 & 3 & 4 & \dots & 13 \\
 3 & 4 & 5 & \dots & 14 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \dots & \dots & \dots & & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & & \dots \\
 12 & 13 & 14 & \dots & \dots
 \end{bmatrix}$$

- A) 144            B) 512            C) 1 728  
 D) 276            E) 1 624

292. Sea  $S_1$  la suma de todos los números de 3 cifras, diferentes entre sí, que se puede formar con 5 cifras significativas de la base 10 y  $S_2$  es la suma de todos los números de 3 cifras, las 3 cifras diferentes entre sí, que se pueden formar con las otras 4 cifras significativas. Sea  $A$  el mínimo valor que puede tener  $(S_1 - S_2)$ . Sea  $B$  la suma de cifras de la suma de todos los enteros comprendidos entre 200 y 800 en cuya escritura intervengan solamente las cifras 1, 2, 4, 6, 7 y 9. Calcule  $A+B$ .

- A) 20            B) 21            C) 22  
 D) 23            E) 24

293. Sea  $A$  la suma de cifras de la suma de todos

los numerales de la forma  $\overline{a(3a)b\left(\frac{b}{3}\right)}$ ; con la condición de que  $a \neq b$ . Sea  $B$  la suma de cifras del numeral de la base 27 que es el resultado de sumar todos los numerales de la forma  $\overline{a(3a)b\left(\frac{b}{2}\right)_9}$ . Calcule  $A+B$ .

- A) 65            B) 62            C) 63  
 D) 64            E) 61

294. En una sustracción se observa que la suma del minuendo ( $M$ ) y sustraendo ( $S$ ) da como resultado el triple de la diferencia ( $D$ ). Determine  $S$ , sabiendo que al dividir 70 entre  $M$  se obtuvo como residuo  $D$  y un cociente que es 25 unidades menor que el obtenido al dividir 560 entre  $M$ .

- A) 8            B) 7            C) 9  
 D) 10            E) 12

295. Si 11 veces la suma de términos de una sustracción es igual a  $22425210_{(11)}$ , calcule la suma de cifras de  $N$  cuando está en base 11, sabiendo que  $N$  es 2 veces más que el minuendo de la sustracción anterior.

- A) 30            B) 32            C) 28  
 D) 42            E) 37

296. Considerando que  $a > d$  y  $b > c$  en  $\overline{abcd} - \overline{dcba} = \overline{2m7n}$  y  $\overline{ab} + \overline{dc} = 96$

Sea  $A = CA(a \times b \times c \times d)$

Si  $\overline{egfh} - \overline{hgfe} = \overline{kf4}$ , además  $e+h > 10$

Sea  $B = e+f+g+h+k$

Calcule  $A+B$

- A) 84            B) 86            C) 88  
 D) 90            E) 92

297. Si  $\overline{abbc} - \overline{cbba} = 4mnp$

Sea  $A = a + c + p$

Si además

$a \cdot c + 2m \cdot n = 186$

$\overline{defg}_7 - \overline{gfed}_7 = \overline{hkl}_7$

$d - g = 4$

$e - f = 3$

Sea  $B = \overline{hjk}_7 - \overline{lkj}_7$ .

Calcule  $A + B$

- A) 59      B) 83      C) 91  
D) 93      E) 97

298. Si  $\overline{ncm}_8 - \overline{mcn}_8 = \overline{eva}_8$  y

$\overline{enma}_b - \overline{amne}_b = \overline{feas}_b$

Además  $(m+n)$  es par.

Calcule  $\overline{vamos}_b + 5c_b + \overline{famoso}_b$ , si es lo máximo posible. Dé como respuesta la suma de cifras.

- A) 13      B) 14      C) 15  
D) 16      E) 17

299. Si  $\overline{abyd}_n = \overline{x0a5}_n + \overline{dyba}_n$

además  $\overline{abc}_n = \overline{x7y}_n + \overline{cba}_n$

calcule  $a \cdot x + by + c \cdot n$

- A) 32      B) 44      C) 54  
D) 63      E) 24

300. Si  $\overline{abcde}_{(k)} - \overline{edcba}_{(k)} = \overline{mxyzw}_{(k)}$

Además  $(m+x+y+z+w) = k^2 - 6k - 3$  y  $b > d$ .

Sea  $n$  la base comprendida entre 14 y 19, tal

que  $2\overline{fgh}_{(n)} = \overline{hgf}_{(n)}$ . Calcule  $k+n$ .

- A) 18      B) 19      C) 20  
D) 15      E) 26

301. Si al complemento aritmético de un número de 3 cifras escrito en base 9 se le resta el complemento aritmético de un número formado por las mismas cifras pero en orden inverso (también en base 9) la diferencia resultó múltiplo de 7. Halle la suma de todos los valores que asume  $(a+b+c)$  si las cifras son diferentes.

- A) 90      B) 94      C) 100  
D) 112      E) 124

302. La suma de cifras de un numeral es 31, si se multiplica por su complemento aritmético se obtiene un producto  $P$ . Determine cuál es la cifra que se debería anular de  $P$  para que la suma de las cifras restantes sea 44.

- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 7

303. Si el C.A. del numeral  $\overline{(a+1)(b+2)(c+4)abc}_{(8)}$  es un numeral de 4 cifras iguales del sistema cuaternario que expresado en base 10 termina en 5. Sea  $A = CA(\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc})$ .

Si  $CA(N+1) - CA(N) = 899$

$CA(M+1) - CA(M) = 8999$

Sea  $B = CA(1+2+3+4+\dots+(M-N))$

Calcule la suma de cifras de la suma de  $A$  y  $B$ .

- A) 27      B) 37      C) 36  
D) 34      E) 32

304. Si  $\overline{abc}_n - \overline{cba}_n = \overline{xyz}_n$  y

$\overline{xyz}_n - \overline{zyx}_n = CA(\overline{abc}_n)$ .

Siendo  $n$  el menor posible, además

$a \neq b \neq c \neq x \neq y \neq z \neq 0$ . calcule  $a+b+c+n$

- A) 14      B) 15      C) 12  
D) 16      E) 18

305. Halle  $a+b$ , si  $\overline{abc}$  es igual a la suma del doble de su C.A. más el C.A. de la suma de las cifras que no forman el número, siendo  $a \neq b \neq c$ .

- A) 4            B) 15            C) 12  
D) 16            E) 18

306. ¿Cuántos números de 4 cifras son tales que el C.A. de su C.A. tiene 2 cifras?

- A) 90            B) 81            C) 171  
D) 162            E) 160

307. Si el complemento aritmético de  $16!$  es un numeral de la forma  $\overline{abcaadeceedcmn}$ , determine el valor de  $d+c+m+n$ .

- A) cero            B) 1            C) 2  
D) 3            E) 4

308. Si se cumple que  $\overline{ab} \times \overline{cb} = \overline{nnn}$ .

$$M = \left(\frac{b-1}{3}\right) \left(\frac{b-1}{3}\right) \left(\frac{b-1}{3}\right) \left(\frac{b-1}{3}\right) \left(\frac{b-1}{3}\right) (a+c-4)_{(b)}$$

$N = \overline{n(3n-3)(3b-1)}_{(M)}$ . Calcule la suma de cifras de  $N$  expresado en la base  $b^3$ .

- A) 5            B) 50            C) 60  
D) 16            E) 42

309. En el multiplicador de una multiplicación se toma un ocho como si fuera cinco, entonces el resultado es 3703680000 unidades menor. Halle el orden de la cifra en que se produjo el cambio, sabiendo que el multiplicando es el menor número entero posible.

- A) orden 2  
B) orden 3  
C) orden 4  
D) orden 5  
E) orden 6

310. En la siguiente multiplicación  $\overline{4b} \times \overline{cde} = \overline{m6p2}$  participan una vez cada una de las nueve cifras significativas. Calcule la suma de los factores.

- A) 742            B) 207            C) 967  
D) 225            E) 213

311. ¿Cuántas parejas de números tienen la propiedad de que el producto de ellos es igual a 10 veces la suma de los mismos?

- A) 2            B) 8            C) 4  
D) 5            E) 6

312. Sabiendo que  $\overline{1abc}_{(8)} \times \overline{de}_{(8)} = \dots 464_{(8)}$ .

Además

$$\overline{de}_{(8)} \times \overline{1(a+1)(b-1)(c+1)}_{(8)} = \dots 647_{(8)}$$

Calcule la suma de todos los números pares de 3 cifras que se puede formar con  $a, b, c$  y  $d$ , en el sistema senario. Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

- A) 5            B) 7            C) 11  
D) 13            E) 17

313. Si  $4 \times \overline{dos} = \overline{ocho}$ ,  $2 \times \overline{seis} = \overline{doce}$ ,  $0 \neq$  cero y cada letra diferente representa cifra diferente, halle  $D+I+C+H+O+S+E$ .

- A) 28            B) 34            C) 35  
D) 37            E) 39

314. Al multiplicar entre sí, los productos parciales que se obtienen al multiplicar cierto número  $N$  por 25, se obtiene una cantidad que es igual a la cantidad mínima (en una división exacta), que se debe aumentar a cierto número para que al dividirlo entre 15, el cociente aumente en 24 unidades. Determine  $N$ .

- A) 4            B) 6            C) 5  
D) 10            E) 3

315. En la división del número  $\overline{abc}$  entre  $\overline{cba}$  se obtiene 4,1 por cociente y como restos parciales 27 y 114. Sea  $A = \overline{abc} \times \overline{cba}$  y al dividir 426477 entre un número entero los restos sucesivos obtenidos fueron 197, 234 y 23 en ese orden. Sea  $B$  la suma de las cifras del cociente más las cifras del divisor. Calcule  $A+B$ .

- A) 101 584                      B) 102 584  
 C) 100 584  
 D) 10 484                        E) 10 058

316. Calcule la suma del divisor y el dividendo en la siguiente división indicada (cada asterisco representa una cifra). Dé como respuesta la suma de cifras de dicha suma.

$$\begin{array}{r}
 **** \quad | \quad *6 \\
 *6 \quad n*(n+1) \\
 \hline
 *** \\
 *9* \\
 \hline
 ----
 \end{array}$$

- A) 31                      B) 32                      C) 33  
 D) 34                      E) 35

317. En una división inexacta, donde al residuo le falta 13 unidades para ser máximo. Si al dividendo se le multiplica por 25 y se efectúa nuevamente la división, se observa que el residuo no se altera y que el cociente queda multiplicado por 26. Calcule el valor del dividendo sabiendo que el cociente es la mitad del residuo.

- A) 670                      B) 720                      C) 850  
 D) 960                      E) 1 140

318. Una división inexacta tiene como cociente y residuo a 32 y 7 respectivamente. Si al dividendo se aumenta 200 y se efectúa

nuevamente la división se observa que el cociente y residuo aumenta respectivamente en 3 y 2 unidades. Calcule la diferencia entre dividendo y divisor inicial.

- A) 3 207                      B) 3 702                      C) 2 053  
 D) 4 207                      E) 2 072

319. La mayor cantidad entera que se le puede sumar al dividendo de una división para que el cociente aumente en 3 unidades es 479 y el mayor valor que se le puede restar para que el cociente disminuya en 5 es 762. Determine el dividendo sabiendo que el cociente por defecto original es mayor que el divisor en 8 unidades.

- A) 18 460                      B) 20 200                      C) 20 220  
 D) 19 840                      E) 18 940

320. En una división por exceso se observa que el complemento del residuo es el otro residuo y, este último es complementario con su respectivo cociente, el cual es mayor que el divisor. Halle el máximo valor del dividendo si es un numeral de 3 cifras cuya cifra de orden cero es mayor que la del orden inmediato superior. Dé como respuesta el producto de las cifras.

- A) 180                      B) 279                      C) 324  
 D) 216                      E) 342

321. Al dividir el máximo numeral de  $n$  cifras entre el complemento aritmético de  $N$  ( $N$  tiene  $n$  cifras) se obtiene como cociente el residuo de dividir  $N$  entre su C.A., y como residuo el cociente. Si la suma del cociente y residuo es 159, calcule la suma de cifras de  $N$ .

- A) 18                      B) 27                      C) 30  
 D) 32                      E) 15

- 322.** Si a un número  $N$  de 3 cifras se divide entre 27, origina una división inexacta;  $2N$  es igual a un número de 4 cifras y se divide entre el cociente anterior, dando 55 como cociente y 3 de residuo. Sea  $A$  la cantidad de valores de  $N$ . Sea  $B$  la cantidad de números menores que 400 que pueden ser dividendo de una división de cociente 12 y residuo 14. Calcule  $A+B$ .
- A) 20            B) 36            C) 30  
D) 27            E) 24
- 323.** Se tiene la misma cantidad de limones de dos clases distintas que se compraron a 2 por S/.0,10 los de primer clase y a 3 por S/.0,10 de la segunda clase. Si se vendiera a 5 por S/.0,20 ¿qué tanto por ciento se perdería?
- A) 4%            B) 8%            C) 1%  
D) 6%            E) 0%
- 324.** Elida quiere ingresar al cine pero le falta S/.0,80. Si Elida desea ingresar con Edward entonces le faltaría S/.2,60 pero afortunadamente encuentran cierta cantidad de dinero que les permite inclusive comprar chocolates con los S/.0,40 sobrantes. ¿Cuánto tenía Elida si entre los dos tenían la misma cantidad que encontraron?
- A) S/.2,00      B) S/.2,50      C) S/.1,50  
D) S/.2,80      E) S/.1,80
- 325.** Jorge es un comerciante de licores; por lo que viaja a diversos departamentos. Una ocasión viaja a Iquitos y se aloja en un hotel prometiendo pagar S/.200 por hospedaje si vende todo el licor por S/.1 000, y S/.350 si lo vende todo por S/.2 000. Al final vendió todo por S/.1 400. ¿Cuánto debe pagar por el acuerdo hecho?
- A) 235            B) 268            C) 255  
D) 260            E) 265
- 326.** Dos negociantes de vino ingresan por la frontera portando 37 botellas el primero y 22 el otro. Se sabe que el segundo trae vino de triple calidad que el primero y al pagar los derechos de aduanas, como no tenían dinero, el primero paga con 9 botellas y S/.2, mientras que el segundo, con 6 botellas recibiendo de vuelto S/.12. ¿Cuánto cuesta la botella de mayor precio y cuál es el impuesto por cada una de estas botellas?
- A) S/.5 y S/.3  
B) S/.24 y S/.6  
C) S/.15 y S/.9  
D) S/.8 y S/.9  
E) S/.6 y S/.3
- 327.** Un reloj marca la hora correcta un día a las 6 p.m. Suponiendo que cada doce horas se adelanta 3 minutos, ¿cuánto tiempo pasará para que marque por primera vez la hora correcta nuevamente y además, calcule a qué hora entre las 4 y las 5, las manecillas de un reloj forman un ángulo de  $65^\circ$  por primera vez.
- A) 240 días ; 4 horas y 10 minutos  
B) 240 días ; 3 horas y 10 minutos  
C) 210 días ; 4 horas y 10 minutos  
D) 120 días ; 4 horas y 10 minutos  
E) 120 días ; 3 horas y 10 minutos
- 328.** En un momento dado dos relojes marcan las 12 horas, uno de ellos se retrasa 7 segundos por hora y el resto se adelanta 5 segundos por hora. ¿Qué tiempo mínimo tiene que transcurrir para que los dos relojes vuelvan a marcar la misma hora?
- A) 150 minutos  
B) 150 horas  
C) 150 días  
D) 180 horas  
E) 180 días

- 329.** En un planeta el reloj marca con cada vuelta de su minuterio tantos minutos como horas tiene el día. Un visitante observa que cada día en ese planeta tiene tantos minutos como segundos tiene la hora que usamos. ¿Qué ángulo formarán para nosotros las manecillas de dicho reloj cuando hayan transcurrido los  $\frac{3}{4}$  del día más  $\frac{1}{2}$  hora, si el horario da dos vueltas diariamente?
- A) 4°                      B) 5°                      C) 6°  
D) 7°                      E) 8°
- 330.** En un reloj sucede algo curioso en las 24 h de un día, se observa que en las primeras 12 horas se atrasa 2 minutos cada 3 horas; pero en las siguientes 12 horas se adelanta 3 minutos cada 2 horas. Si el 14 de febrero se pone a la hora a las 0 horas ¿qué hora marcará el 10 de marzo a las 11 de la mañana, del mismo año bisiesto?
- A) 15 h 2 min 40 seg  
B) 15 h 1 min 20 seg  
C) 18 h 2 min  
D) 12 h 40 min 2 seg  
E) 18 h 40 min
- 331.** Una persona cumple años el 23 de un determinado mes. en el cual se observa que hay 5 viernes, 5 jueves y 5 miércoles. Determine qué día de la semana fue el 23.
- A) lunes                      B) martes  
C) miércoles  
D) jueves                      E) viernes
- 332.** Si el día de mañana fuese como anteayer, faltarían 4 días para ser sábado. ¿Qué día debería ser el ayer del pasado mañana para que este domingo sea como hoy?
- A) lunes                      B) martes  
C) miércoles  
D) jueves                      E) viernes
- 333.** Al salir de viaje un hombre le pregunta que día volverá y él contesta: *Si escribimos las fechas como lo hacemos usualmente, es decir 6 de mayo de 1964 < > 6/5/64 se tiene que la suma de los 3 números que representan la fecha es 107, pero si llega un día después la suma de estos 3, sería 67. ¿Qué día regresaría el viajero? Indique el mes.*
- A) enero                      B) marzo  
C) julio  
D) octubre                      E) diciembre
- 334.** Teresa le dice a Silvia: *Yo tengo el doble de la edad que tú tenías, cuando yo tenía la edad que tú tienes y cuando tú tengas la edad que yo tengo, la suma de nuestras edades será 54 años. Calcule la edad de Silvia.*
- A) 16 años                      B) 17 años  
C) 18 años  
D) 19 años                      E) 20 años
- 335.** Un profesor suma los años de nacimiento de los estudiantes de un salón y luego las edades de los estudiantes, enseguida suma ambos resultados y obtiene 89 580. Si hay 45 estudiantes en el salón y lo realizó a mediados de este año 1991, ¿cuántos estudiantes todavía no cumplen años en este año 1991?
- A) 25                      B) 28                      C) 30  
D) 32                      E) 15
- 336.** Fidel, Henry y Ronald recorren 100 km de la siguiente manera: Fidel y Ronald salen en auto a 25 km/h al mismo tiempo que Henry sale a pie a 5 km/h. A cierta distancia Ronald se baja y continúa a pie a 5 km/h y Fidel vuelve recogiendo a Henry y continúa la marcha, llegando a su destino al mismo tiempo que Ronald. ¿Qué tiempo duró el viaje?
- A) 8 h                      B) 9 h                      C) 6 h  
D) 10 h                      E) 5 h

337. Todos los días sale de  $A$  hacia  $B$  un ómnibus con velocidad de  $80 \text{ km/h}$  cruzándose siempre a las  $11 \text{ a.m.}$  con un ómnibus que viene de  $B$  a una velocidad de  $70 \text{ km/h}$ . Cierta día el primer ómnibus halla malogrado al otro a las  $12:45 \text{ p.m.}$  ¿A qué hora se malogró el último?
- A)  $9:00 \text{ a.m.}$   
 B)  $9:20 \text{ a.m.}$   
 C)  $9:25 \text{ a.m.}$   
 D)  $9:32 \text{ a.m.}$   
 E)  $9:40 \text{ a.m.}$
338. Dos ballenas nadaban tranquilamente juntas en línea recta a  $6 \text{ km/h}$  en pleno Océano Antártico. Una de ellas de pronto decidió ir más de prisa, varió así a  $10 \text{ km/h}$  sin cambiar de dirección; después dio bruscamente la vuelta y volvió al encuentro de su amiga, que no había modificado su velocidad ni su dirección. Sabiendo que las dos ballenas se separaron a las  $9:15$  y se volvieron a encontrar a las  $10:00$ , ¿qué hora era cuando la más rápida dio la vuelta?
- A)  $9:36$       B)  $9:42$       C)  $9:48$   
 D)  $9:51$       E)  $9:56$
339. Dos viajeros avanzan a  $2,5 \text{ km/h}$  cada uno hacia el otro, en una carretera recta separándolos  $7,5 \text{ km}$ . Una mosca que vuela a  $20 \text{ km/h}$ , después de posarse sobre el primer viajero, sale en línea recta para alcanzar al segundo viajero; cuando llega, da la vuelta sin perder un instante y vuelve a encontrar al primero, volviendo a partir inmediatamente para alcanzar de nuevo al segundo, y así sucesivamente. ¿Qué distancia ha recorrido la mosca cuando los dos viajeros se cruzan?
- A)  $60 \text{ km}$       B)  $30 \text{ km}$       C)  $7,5 \text{ km}$   
 D)  $15 \text{ km}$       E)  $18 \text{ km}$
340. Un cazador y su perro van persiguiendo a un conejo que cae herido a  $462 \text{ m}$  de ambos; en ese instante lo que avanza el cazador y el perro está en relación de  $3$  a  $10$ ; siendo el avance del perro de la siguiente manera: avanza  $10 \text{ m}$  y regresa hasta su dueño, avanza  $10 \text{ m}$  y vuelve a su dueño, hasta que faltando  $42 \text{ m}$  entre el dueño, el perro y el conejo la relación de avances cambia de  $3$  a  $21$  respectivamente y entonces el perro avanza  $21 \text{ m}$ , y retrocede hasta su dueño en forma secuencial hasta llegar junto con su dueño al conejito. ¿Cuántas idas y vueltas dio el perro hasta el momento en que el cazador encontró al conejo?
- A)  $73$       B)  $36$       C)  $134$   
 D)  $38$       E)  $99$
341. Un vendedor tiene  $6$  cestas que contienen huevos, en unas cestas hay solo huevos de gallinas, y en otras solo de palomas. El número de huevos de cada una es  $8, 12, 21, 23, 24$  y  $29$ . El vendedor decía: *Si vendo esta cesta, me quedaría el cuádruple de huevos de gallina que de paloma.* ¿Cuántos huevos tenía la cesta a la que se refería el vendedor?
- A)  $8$       B)  $12$       C)  $21$   
 D)  $23$       E)  $24$
342. Cuatro jugadores  $A, B, C, D$  convienen en que cada partida el perdedor doblará el dinero de los otros tres. Ellos pierden cada uno una partida en el orden indicado por sus nombres. Después de lo cual, ellos tienen cada uno  $S/.48$ . Calcule cuánto tenía cada uno al inicio. Dé como respuesta el mayor.
- A)  $S/.99$       B)  $S/.51$       C)  $S/.27$   
 D)  $S/.15$       E)  $S/.103$

**343.** En un juego de ajedrez se acuerda que cada jugador que coloque una pieza en un casillero negro recibirá 2 soles y cuando lo haga en un casillero blanco tendrá que pagar S/.1, además se sabe que el ganador recibirá S/.10 extras. Juegan A y B, gana A y se retira con S/.31. Si en todo el juego se realizaron 30 movimientos, calcule cuántas veces colocó una pieza el jugador A, en un casillero negro.

- A) 9                      B) 10                      C) 11  
D) 12                      E) 13

**344.** Tres señoras Elisa, Francisca y Arsenia, van al mercado con sus esposos Blas, Alejandro y Carlos. Cada una de estas seis personas compra objetos de un precio conforme e igual en soles al número de objetos comprados por ella misma. Cada esposo gasta 63 soles más que su mujer. Sabiendo que Blas ha comprado 23 objetos más que Elisa, y Carlos 11 más que Francisca, ¿cuál es el esposo de Arnesia?

- A) Blas  
B) Alejandro  
C) Alejandro o Carlos  
D) Blas o Alejandro  
E) Carlos

**345.** Un ómnibus que hace el servicio LIMA-COMAS, en uno de los viajes recaudó S/.13,20 por los adultos (S/.0,20 cada uno) y S/.2,70 por los niños (S/.0,10 cada uno). Cada vez que un adulto bajó, subieron dos niños y cada vez que bajó un niño, subieron 3 adultos. Si el ómnibus llegó a Lima con 55 adultos y 11 niños, ¿con cuántas personas partió de Comas?

- A) 23                      B) 22                      C) 21  
D) 20                      E) 24

**346.** Tres parejas de esposos se encuentran en la orilla de un río deseando todos pasar a la orilla opuesta, contando para ello con 1 sola balsa con capacidad para 2 personas. Debido a que los 3 esposos son terriblemente celosos, jamás permitirán que su esposa quede ante otro hombre si él no está presente. Respetando esta condición piense como sería el proceso de traslado e indique el número de veces que la balsa deberá cruzar el río para ello.

- A) 9                      B) 7                      C) 11  
D) 12                      E) 15

### Sucesiones

**347.** Se define una sucesión mediante:

$$a_1=4; a_n=2a_{n-1}+4n \quad \forall n > 1; n \in \mathbb{N}.$$

Si la suma de los  $(n-1)$  primeros términos es 840. Sea A la diferencia entre  $a_7$  y  $a_9$  y además sea la siguiente progresión aritmética  $\overline{ab}_n, \overline{a(b+3)}_n, \overline{(2b)2}_n, \dots, \overline{a(a+b)b}_n$  que tiene 41 términos. Sea  $B=a + b + n$ , sea C la suma de los 16 términos que presenta la progresión aritmética mostrada :

$$\overline{ppp}, \overline{pq4}, \overline{pr1}, \overline{(q-1)r(r-1)}, \dots$$

Calcule  $A+B+C$ .

- A) 13 351                      B) 13 350                      C) 13 352  
D) 13 353                      E) 13 354

**348.** Una progresión armónica es una sucesión de números tales que sus inversas están en progresión aritmética. Sea  $S_n$  la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión armónica. Si los 3 primeros términos de una progresión armónica son 3; 4 y 6 y además el mayor promedio de los  $m$  primeros términos de la sucesión  $t_k = C_k^M$  se obtiene 6,2. Calcule  $S_4+m$ .

- A) 28                      B) 30                      C) 32  
D) 34                      E) 35



349. Se tiene  $n$  montones de gramos con un número de gramos en progresión aritmética creciente. Si del primer montón se quitase un gramo, del segundo 2, y así sucesivamente, quedaría en el último montón doble número de granos que en el primer. Se sabe además que el total de gramos que había inicialmente en todos los montones era 510. Pero si del primer montón, se quitara 2 gramos; del segundo, 4; del tercero, 6 y así sucesivamente quedaría 13 gramos más en el último que en el primer montón. Calcule el número de gramos en el último montón.

- A) 50            B) 54            C) 38  
D) 60            E) 64

350. Considere un folleto formato medio oficio, elaborado con papel tamaño oficio. Al enumerarlo se observa que una de las hojas tamaño oficio está numerado 33; 34; 799 y 800. ¿Cuántas cifras se emplearon para enumerar el folleto si no se aumentó la presentación?

- A) 1 236        B) 1 824        C) 2 192  
D) 2 394        E) 2 429

351. Una enciclopedia de 3 tomos es numerada de 10 al 2 528, únicamente con números pares. El número de cifras en el tomo II es el promedio del de los otros. ¿Cuál es la numeración de la primera página del tomo II, sabiendo que el último tomo tiene 1 200 cifras más que el primero?

- A) 636            B) 638            C) 640  
D) 642            E) 644

352. Si se escribe todos los numerales desde la unidad hasta  $\overline{abc}_6$  (todos en base 6); se utiliza una cantidad de cifras que es igual a la cantidad de numerales de la forma  $\overline{p(p+3)h}_k$ .

Si además se sabe que

$$\overline{abc}_6 = \text{MCD}(10! ; (m+6)! ; 5!)$$

además  $n(8n+2)$  representa la suma de los  $n$  primeros términos de lugar impar de una progresión aritmética, para cualquier valor de  $n$ . Dé como respuesta la suma de la razón y el término  $k$ .

- A) 10            B) 18            C) 24  
D) 28            E) 20

353. Óscar pelea con su enamorada y al regresar a su casa toma un libro de 450 páginas del cual arrancó cierto número de hojas del principio. Luego para desahogarse cuenta con mucha paciencia los tipos que se usan para enumerar las páginas que quedaron, contando 1 095 tipos. ¿Cuántas hojas arrancó?

- A) 50            B) 66            C) 78  
D) 39            E) 25

354. Se ha arrancado cierto número de hojas centrales de un libro de 492 páginas notándose que en las páginas que quedaron se emplearon en su enumeración la séptima parte de tipos que se emplearon en las páginas arrancadas. ¿Cuántas hojas se arrancaron?

- A) 200            B) 210            C) 220  
D) 180            E) 150

355. Al numerar las 1 200 hojas que tiene un libro de Aritmética, a la última página le ha correspondido 21 1200. Sea  $A$  la base del sistema de numeración que se ha empleado. Además para numerar un libro de Estadística en base 10 se utiliza 38 tipos menos que si los numeramos en base 8. Sea  $B$  la cantidad de cifras que se utilizarían en la numeración de este libro en el sistema heptanario. Calcule  $A+B$ .

- A) 245            B) 247            C) 240  
D) 235            E) 241

**356.** De un libro se arranca todas las hojas terminadas en cifra 6 observándose que se elimina 229 cifras de la numeración del libro en total. Sea  $A$  el número máximo de páginas que puede tener el libro, y además sea  $B$  la cifra que ocupa el lugar 2 396 al contabilizar los números capicúas mayores que 73 cuya suma de cifra sea impar. Calcule  $A+B$ .

- A) 807      B) 806      C) 805  
D) 808      E) 809

**357.** En la numeración de las 800 últimas páginas de un libro, se ha utilizado 2 873 cifras. Sea  $A$  la cantidad de cifras utilizada en las páginas que termina en cifra 7. Sea  $B$  el numeral en el cual aparece la cifra 7; que ocupa el lugar 589 en la enumeración natural desde 1, donde los lugares sólo se consideran para dicha cifra? Calcule  $A+B$ .

- A) 2 400      B) 2 405      C) 2 407  
D) 2 448      E) 2 594

**358.** La suma de los  $n$  primeros términos de una sucesión se define  $S_n = \frac{3n^2 + n^3 + 2n}{6}; n \in \mathbb{Z}^+$ .

Sea  $A$  la suma del decimonoveno (19) y del quincuagésimo primer (51) término de dicha sucesión, además en la siguiente sucesión de segundo orden

$$123_n; 136_n; 152_n; 170_n; \dots$$

Sea  $B$  el término de lugar 25 en base 10. Calcule  $A+B$ .

- A) 2 510      B) 2 518      C) 2 520  
D) 2 530      E) 2 458

**359.** Si  $S=9+16+27+42+\dots+826$ . Sea  $A$  la suma de cifras del resultado.  
Sea la sucesión  $-1; 5; 15; 29; \dots; 1797$ .

Si  $B$  es el número de términos y  $C$  es la suma de los 2 términos centrales, calcule  $A+B+C$ .

- A) 998      B) 996      C) 994  
D) 995      E) 999

**360.** Dada la siguiente sucesión de números  
 $1; 12; 45; 112; 225; \dots$

- a) Halle la suma de los 20 primeros términos.  
b) Halle el vigésimo término.

- A) 85 330 ; 15 600  
B) 84 330 ; 15 000  
C) 85 330 ; 16 000  
D) 84 330 ; 15 800  
E) 84 330 ; 15 600

### **Teoría de la Divisibilidad**

**361.** Dadas las proposiciones:

- I. Si  $m$  y  $n$  son números enteros no divisibles por 3, entonces su suma o diferencia es un múltiplo de 3.  
II. Si  $m; n$  y  $r$  son números enteros que verifican  $m^2+n^2=r^2$ , entonces  $m$  o  $n$  es múltiplo de 3.  
III. Si  $n$  es un entero no divisible por 3, entonces  $1+2^n+2^{2n}$  no es múltiplo de 7.  
Podemos afirmar que

- A) I, II y III son verdaderos.  
B) solo I es verdadero.  
C) solo I y III son verdaderas .  
D) ninguna es verdadera.  
E) solo I y II son verdaderas.

**362.** Halle el menor número de 4 cifras múltiplo de 12, tal que si se le suma 3 unidades se convierte en múltiplo de 15 y si le sumamos 3 unidades más se convierte en múltiplo de 18. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 9      B) 12      C) 15  
D) 18      E) 21

**363.** Calcule el menor número entero que al ser expresado a los sistemas de numeración de bases 4; 5 y 6 terminen en 33; 44 y 55 pero escrito en base 7 termine en cero. Dé como respuesta la suma de sus cifras de lugares impares.

- A) 12            B) 13            C) 14  
D) 15            E) 16

**364.** Halle el año en que César Vallejo publicó *Poemas Humanos*, si tenía 46 años cuando lo hizo; además a los 26 años publicó *Los Heraldos Negros* (dicho año fue múltiplo del doble de su edad, más 46). Después de 11 años se casó y viajó a Rusia (dicho año fue múltiplo del doble de su edad, más 5).

- A) 1892            B) 1930            C) 1938  
D) 1940            E) 1926

**365.** Un número es múltiplo de 37; cuando restamos  $n$  veces la última cifra del número formado por las cifras restantes, el resultado es múltiplo de 37. Dé el residuo de dividir  $n$  entre 6, sabiendo que  $n$  está comprendido entre 70 y 100.

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

**366.** En una división se observa que el dividendo es  $\overline{7+5}$ , el divisor es  $\overline{7-3}$  y el residuo  $\overline{7+2}$ . Calcule el mayor valor que puede tomar el cociente, sabiendo que se obtiene al restar un número de 3 cifras con el que resulta de invertir el orden de sus cifras. Dé como respuesta el producto de sus cifras.

- A) 162            B) 180            C) 126  
D) 81            E) 72

**367.** Un canillita dispone de S/.11 para comprar con dicho dinero 3 clases de periódicos: *El Comercio*, *La República* y *Expreso*, cuyos precios de cada periódico es de S/.1,5; S/.0,7 y S/.1 respectivamente. Si compro la mayor cantidad de periódicos *La República*, calcule cuántos periódicos compró en total. (Si compró al menos uno de cada uno)

- A) 15            B) 13            C) 14  
D) 10            E) 12

**368.** Calcule qué día de la semana caerá el 17 de octubre del año 2073.

- A) domingo    B) lunes            C) sábado  
D) martes            E) miércoles

**369.** De un libro de 1 183 hojas, un día sábado se arranca una hoja; el domingo otra, así sucesivamente una hoja por día. ¿Qué día caerá el segundo día en que se cumpla que el número de hojas arrancadas es múltiplo de las que quedan?

- A) jueves            B) viernes            C) sábado  
D) domingo            E) lunes

**370.** Una cisterna tiene un orificio por el cual se pierde agua diariamente. El chofer se percató de esto y fue anotando los volúmenes perdidos diariamente durante el mes de febrero del año 2000.

día del mes	1	2	3	4	5	...
n° de litros	7	9	13	19	27	...

En cuántos de estos días la cantidad de litros que cayeron ese día fue múltiplo de la cantidad de día que faltaba para terminar dicho mes.

- A) 3            B) 5            C) 6  
D) 7            E) 9

**371.** Se divide entre 64 el número

$$E = 3^{2n+3} + 40n - 27 \quad (n \in \mathbb{Z}^+)$$

¿Qué resto se obtiene?

- A) cero      B) 8      C) 32  
D) 16      E) 4

**372.** Dado el número  $M = 3^{4n+2} + 2 \times 4^{3n+1} + 19^n$ , donde  $n \in \mathbb{Z}^+$ .

- a. ¿Cuántos restos diferentes se puede obtener si se divide  $M$  entre 17?  
b. Si el resto de dividir entre 17 es 4, ¿cuál es el mayor valor de 3 cifras que toma  $n$ ?

- A) 8 y 994      B) 8 y 992      C) 6 y 992  
D) 6 y 998      E) 6 y 984

**373.** Al dividir  $E = 6^{\overline{abc}} + \frac{11}{2} \overline{abc}$  entre 35 deja un

residuo igual a 1. ¿Cuántos divisores múltiplos de 7 tiene el mayor número  $\overline{abc}$ ?

- A) 8      B) 9      C) 10  
D) 12      E) 18

**374.** Determine el mayor valor de  $n$  menor que 2 073 de modo que al dividir  $24^{n+1} - 120n - 2$  entre 150 deja residuo 90 [ $n \in \mathbb{Z}^+$ ].

- A) 2 071      B) 999      C) 2 069  
D) 2 070      E) 2 068

**375.** Calcule la cifra de menor orden al expresar

$$\overline{(a-2)a(a+2)(a+4)}_{(11)} \text{ en base 61.}$$

- A) 48      B) 52      C) 14  
D) 38      E) 12

**376.** Calcule  $a$  si  $C.A.(N) = \overset{\circ}{9} + 6$ , siendo:

$$N = \underbrace{77 \dots 77}_{406 \text{ cifras}}^{\overline{a(2a)(a-1)}}$$

- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 1      E) imposible

**377.** Halle las 2 últimas cifras de escribir  $E = 2^{564}$  en base 15.

- A) 91      B) 21      C) 31  
D) 41      E) 61

**378.** Determine las dos últimas cifras de expresar el número  $3^{425}$  en el sistema de base 8.

- A)  $23_8$       B)  $33_8$       C)  $43_8$   
D)  $53_8$       E)  $63_8$

**379.** Calcule la suma de las 2 últimas cifras si  $3^{245}$  se expresa en base 80.

- A) 26      B) 27      C) 28  
D) 23      E) 21

**380.** Determine las 2 últimas cifras del desarrollo decimal de  $44^{44}$ .

- A) 4      B) 44      C) 64  
D) 86      E) 96

**381.** ¿Qué residuo se obtiene al dividir entre 5 el número  $P$ ?

$$P = \underbrace{101^{\overline{CV2002}} + 102^{\overline{CV2002}} + 103^{\overline{CV2002}} + \dots}_{537 \text{ sumandos}}$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

382. Al convertir  $N$  al sistema de base 8, la última cifra es  $P$ ,  $N=5^2+9^4+13^6+\dots+2413^{1204}$ . Determine el residuo de dividir entre 5 el

número  $\overline{HOCP}^{2073\overline{UNI2002}}$ .

Se sabe además que  $U+N+I$  es máximo.

- A) cero      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

383. Halle el valor de  $a$  si

$$\overline{aa(b+3)3(a+1)4}_{(18)} \cdot \overline{aa(a+1)}^{(a-1)aa_5} - a = \overset{\circ}{9}$$

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

384. Sabiendo que  $\overline{aaa} = \overset{\circ}{5} + 2$  determine el menor

valor de  $b$  sabiendo que  $545\overline{aaa18b}$  deja como resto 4 al ser dividido entre 11.

- A) 1      B) 4      C) 2  
D) 3      E) 5

385. Si  $N$  es el número de términos que en la siguiente sucesión son múltiplos de 11 más 3, determine el residuo de dividir  $N^{30}$  entre 8.

$$251 ; 255 ; 259 ; 263 ; \dots ; 463$$

- A) 6      B) 5      C) 1  
D) 2      E) 4

386.Cuál es la cifra de unidades del número

$$N = \underbrace{171^{28} + 173^{28} + 175^{32} + 177^{32} + 179^{36} + \dots}_{53 \text{ sumandos}}$$

- A) 1      B) 3      C) 5  
D) 7      E) 2

387. Calcule el residuo de dividir  $E$  entre 5, sabiendo que  $n \in \mathbb{Z}^+$ , siendo  $P \neq \overset{\circ}{5}$ , donde

$$E = p^{200n} + 4p^{400n} + 9p^{600n} + \dots + 144p^{2400n}$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

388. Halle el residuo al dividir  $M$  entre 7, si:

$$M = 1 \cdot 16 + 2 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^3 + \dots + 100 \cdot 16^{100}$$

- A) 4      B) 6      C) 8  
D) 9      E) 10

389. Calcule el residuo de dividir  $E$  entre 25

$$E = 24^{95} + 24^{94} \cdot 7 + 24^{93} \cdot 7^2 + 24^{92} \cdot 7^3 + \dots + 24 \cdot 7^{94} + 7^{95}$$

- A) 1      B) 7      C) 6  
D) 21      E) 0

390. La suma de las potencias perfectas de grado 4 de 50 números consecutivos se divide entre 9. ¿Qué residuo se obtendrá? Se sabe que el mayor de los consecutivos es  $\overset{\circ}{9} + 2$ .

- A) 6      B) 5      C) 1  
D) 8      E) 2

391. Sabiendo que:

$$\overline{cab} + a = \overset{\circ}{9}$$

$$\overline{acb} + b = \overset{\circ}{11}$$

$$\overline{bca} + b = \overset{\circ}{13}$$

Calcule la suma de valores de  $a \times b \times c$ .

- A) 36      B) 48      C) 54  
D) 84      E) 72

392. Si se cumple que

$$\overline{a1b2c3d4} = \overset{\circ}{13}$$

$$\overline{a2b3c4d}^{\overset{\circ}{a2c}} = \overset{\circ}{13} + 3$$

$$\overline{a3c} = \overset{\circ}{7} + 5$$

$\overline{a2c}$  es mínimo

Calcule  $a+c$ .

- A) 5            B) 14            C) 8  
D) 11            E) 12

393. Un número de cuatro cifras es divisible por 11, invirtiendo el orden de sus cifras resulta divisible por 5. La suma de sus cifras es 22 y las centenas enteras del número es divisible por 13. Indique su mayor cifra.

- A) 4            B) 5            C) 7  
D) 8            E) 9

394. Determine el valor de  $a-b$  si

$\overline{12a34b56a78b910a1112b\dots}$ , de 207 cifras es divisible por 72.

- A) 2            B) 4            C) 5  
D) 3            E) 6

395. Si se cumple

$$\overline{a3524b} = \overset{\circ}{33} + 21$$

$$\overline{5c27d4} = \overset{\circ}{99} + 35$$

calcule el residuo de dividir  $\overline{abcd}$  entre 12, si  $a$  es máximo.

- A) 5            B) 7            C) 9  
D) 3            E) 6

396. El resultado de restar  $\overline{mn!}$  de  $\overline{ab!}$  es  $\overline{nc9nn(n+1)mc(b+n)(b+n)b(4a)cc}$  el valor de  $m \times n + a \times b$ .

- A) 4            B) 5            C) 8  
D) 10            E) 12

397. Se tiene un número formado por 80 cifras las 51 primeras son 8 y las restantes son 6. El resto de dividir entre 7 dicho número es  $n$ . Calcule el residuo de dividir el numeral

$$\overline{\underbrace{abba23abba23\dots ba2325}_{(n+2)(n+1)(n+2) \text{ cifras}}} \text{ entre } 35. \quad (6)$$

- A) 41            B) 8            C) 17  
D) 32            E) 10

398. Si el numeral  $\overline{\underbrace{ababab\dots}_{(m+1) \text{ cifras}}}$  del sistema de base

$$15 \text{ es } \overset{\circ}{16} + r \text{ y } \overline{\underbrace{mmm\dots mmm}_{45 \text{ cifras}}}_{(11)} \text{ es}$$

múltiplo de 10, ¿cuál es el residuo de dividir  $\overline{177a24r}_{12}$  entre 7?, si además  $\overline{3ab} = \overset{\circ}{11} + 3$ .

- A) 6            B) 5            C) 4  
D) 2            E) 1

399. Si el numeral  $\overline{aab(b+2)}_7$ , al dividirlo entre 24 deja como residuo 18, calcule el máximo valor que puede tomar  $a+b$ .

- A) 8            B) 9            C) 10  
D) 11            E) 12

400. Sea

$$N = \overline{\underbrace{abcabc\dots abc}_{99 \text{ cifras}}}_{(20)} = \overset{\circ}{9} + 8$$

Calcule el menor valor de  $(a+b+c)$  sabiendo que son cifras diferentes entre sí y significativas.

- A) 3            B) 7            C) 15  
D) 18            E) 6

### Clasificación de los Números Enteros Positivos, de Acuerdo a Cantidad de Divisores

401. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El número  $\overline{(3a)(3b)(3c)(3a)(3b)(3c)}$  es divisible por 429; si  $a; b; c \in \mathbb{Z}^+$
- II. Si un número divide a otros varios entonces divide a la suma de 2 de ellos.
- III. En una división entera, si el divisor y el resto son impares, el dividendo es también impar.
- IV. En una división entera, si el dividendo y el divisor son pares el resto también lo es.

- A) VFVV      B) VVFF      C) VVFF  
D) FVFF      E) FVFF

402. De las siguientes proposiciones.

- I. Si  $A$  y  $B$  son primos relativos, entonces  $A+B$  y  $A \cdot B$  son también primos relativos.
- II. Todo número de la forma  $6k \pm 1$  es siempre un número primo.
- III. Todo número primo que divide a una potencia, tiene que dividir a la base.

Se cumple

- A) solo I.      B) solo II.      C) solo III.  
D) I y II.      E) I y III.

403. De las afirmaciones

- I. Todo número impar es igual a la diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos.
- II. Si un número  $a$  es primo entre sí con 2 y 3 entonces  $a^2 - 1$  es divisible por 24.
- III. Si un número es divisible por dos pares consecutivos entonces lo será necesariamente por su producto.
- IV. Si un número es divisible por dos impares consecutivos entonces lo será necesariamente por su producto.

¿Cuántas son verdaderas?

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

404. Indique con verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

- I. Si  $a, b$  y  $c \in \mathbb{Z}^+ \wedge axb = \overset{\circ}{c} / a \neq \overset{\circ}{c} \rightarrow b = \overset{\circ}{c}$
- II. En  $\mathbb{Z}$  la suma de divisores de 480 es 1 512.
- III.  $\forall n \in \mathbb{Z} \wedge N \geq 3; N = 4 \pm 1 \leftrightarrow N$  es primo absoluto.
- IV.  $(25488) \times (1397)^{40} = \dots 88$

- A) VVVF      B) VVV      C) FFFV  
D) VVFF      E) VVFF

405. Nos piden determinar si el número  $N$  es primo o no, dividimos a  $N$  por 2; 3; 5 . . . hasta 23 y falta realizar sólo una división para saber si es primo. Si luego se determina que no era primo, ¿cuál es la suma de cifras de  $N$ ?

- A) 11      B) 12      C) 26  
D) 24      E) 18

406. Encuentre un número de dos cifras, sabiendo que su menor divisor (superior a la unidad) es igual a la suma de sus cifras. Dé la suma de todas las soluciones posibles.

- A) 31      B) 41      C) 51  
D) 63      E) 72

407. Halle un número entero  $N$ , sabiendo que es cubo perfecto que admite 16 divisores y que dividido por 43 da un cociente primo y un resto igual a la unidad. Dé como respuesta el promedio de sus cifras.

- A) 3      B) 4      C) 5  
D) 6      E) 7

408. ¿Cuál es el mayor número de 4 cifras que de los 18 divisores que tiene, 14 son compuestos y que si se aumenta en  $\frac{5}{13}$  de su valor, el número de divisores aumenta en 12?

- A) 6 739      B) 5 733      C) 4 023  
D) 6 033      E) 2 925

409. Halle un número  $N$  sabiendo que admite sólo 2 divisores primos y que si se le aumenta dichos divisores respectivamente se obtiene 2 números consecutivos (el menor es  $\overset{\circ}{3}1$  y el mayor es  $\overset{\circ}{2}9$ ). Dé como respuesta la suma de cifras de  $N$ .

- A) 6              B) 9              C) 12  
D) 10             E) 18

410. Determine la suma de divisores compuestos de  $(\overline{ab} + \overline{cd})$ , si  $\overline{cd}$  es la cantidad de divisores que tiene:

$$E = 2\overline{ab} + 6\overline{ab} + 12\overline{ab} + \dots + 462\overline{ab}$$

donde  $\overline{ab}$  es máximo ( $a$  y  $b$  son primos diferentes).

- A) 220      B) 225      C) 233  
D) 237      E) 300

411. Las edades de dos personas suman 108, y su producto más 9 tiene 21 divisores. Las edades de sus dos hijos son números primos que suman 36, y su producto más 1 tiene 15 divisores. Si el padre es mayor que la madre, a los cuántos años la madre tuvo a su segundo hijo.

- A) 23              B) 34              C) 28  
D) 20             E) 31

412. Un número es igual a 24 veces su complemento aritmético y el producto de los dos tiene 196 divisores. ¿Cuántos divisores tiene el número?

- A) 24              B) 36              C) 48  
D) 72             E) 84

413. Se sabe que  $\overline{mc}$ ;  $\overline{md}$ ;  $\overline{du}$  y  $\overline{mu}$  son números primos, además  $c^2 = \overline{mc} + 2\overline{du}$ . ¿Cuántos números primos de la forma  $\overline{mcd\bar{u}}$  existen?

- A) Ninguno                      B) 1  
C) 2  
D) 3                                  E) 4

414. Determine 3 números coprimos de 3 cifras que formen una progresión aritmética de razón 4, además se sabe que el mayor es divisible por 5 y la suma de los 3 sea un número de 3 cifras divisibles por 3 y por 7. Dé el menor.

- A) 102              B) 157              C) 248  
D) 227             E) 192

415. Calcule cuántos divisores cubos perfectos tiene el mayor valor de  $N = 2^{n+2} \times 3^n \times 7^2 \times 11$ , si la cantidad de sus divisores cuadrados perfectos es 24.

- A) 6              B) 8              C) 10  
D) 9             E) 12

416. Si  $\overline{abcd}$  posee 14 divisores propios, además  $a+b+c+d = \overline{ab}$  y  $b=c+d$ . Dé como respuesta  $ab+cd$ .

- A) 20              B) 24              C) 25  
D) 26             E) 27

417. Calcule  $m+n+a+c$ , si  $6 \times 8^m \times 81^n$  tiene 186 divisores más que el numeral  $\overline{2a3c6}$  de cifras diferentes, y que admite como divisor a 37.

- A) 12              B) 14              C) 16  
D) 18             E) 20



418. En la tabla de los divisores de un número (construido ordenadamente) se tiene que la suma de los elementos de la primera fila es 7, además el número tiene 24 divisores de los cuales 4 son simples. ¿Cuántos pares de divisores del número se diferencian en 72, si dicho número es el menor posible?

- A) 3            B) 4            C) 5  
D) 6                            E) 7

419. Dado el numeral de la forma  $\overline{abb00}$  en base  $n$ , que posee 5 divisores propios. Calcule el valor de  $a+n-b$  sabiendo que del numeral la suma de sus divisores simples diferentes de 1 es 42.

- A) 4            B) 5            C) 6  
D) 7                            E) 8

420. Encuentre un número donde la suma de sus cifras es 9 y la suma de sus factores primos es el menor impar que posee 4 divisores y además la suma de sus divisores múltiplos de 5 es 3 705. Determine cuántos números menores que dicho número son coprimos con él.

- A) 1 205        B) 2 008        C) 1 208  
D) 2 205                            E) 1 008

421. La suma de los cuadrados de los divisores de  $A=9^n \cdot 6$  es igual a la doceava parte de la suma de los divisores del cubo de  $2 \cdot 3^5$ , halle  $n$ .

- A) 2            B) 3            C) 4  
D) 5                            E) 7

422. Euler demostró que la suma de los cuadrados de las inversas de todos los números impares es  $\frac{\pi^2}{8}$ . Según esto calcule la suma de los

cuadrados de las inversas de todos los números pares también positivos.

- A)  $\frac{\pi^2}{24}$         B)  $\frac{\pi^2}{32}$         C)  $\frac{\pi^2}{16}$   
D)  $\frac{\pi^2}{6}$                             E)  $\frac{\pi^2}{12}$

423. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Si  $P=26 \times 27 \times 28 \times 29 \times \dots \times 48$  tiene  $d$  divisores, entonces  $32p$  tiene  $\frac{6d}{5}$  divisores.  
II. La suma de las 3 últimas cifras del exponente de 5 en la descomposición canónica de  $5^{44}!$  es 12.  
III. Al expresar  $100!$  en base 24 termina en 32 ceros.

- A) VFF        B) FWV        C) VVV  
D) FFF                            E) VVF

424. Dado el número  $N = a^3 \cdot b^5$ , siendo  $a$  y  $b$  números primos diferentes,  $\Psi_{(m)}$  es la función de Euler aplicada a un número  $m$ . Halle la suma de cifras de  $N$  sabiendo que  $\sum \Psi_{(m)} = 134456$  donde la suma es para los indicadores de los divisores  $m$  de  $N$ .

- A) 21            B) 10            C) 23  
D) 14                            E) 15

425. El mayor exponente de 72 que está contenido en  $1600!$  es  $\overline{abc}$ . ¿Cuántos números de 3 cifras son primos relativos con  $\overline{abc}$ ?

- A) 447        B) 417        C) 429  
D) 493                            E) 418

426. Halle los números de 4 cifras tal que la cantidad de números menores que él y primos con él es 4 998. Dé la suma de cifras del mayor.

- A) 24            B) 19            C) 18  
D) 27            E) 35

427. Si  $\phi(3N) = \phi(2N) + \phi(N)$  y  $A$  es el cuarto valor que toma  $N$ , tal que el número de valores que toma  $N$  hasta  $A$  es  $\frac{\phi(A)}{2}$  donde  $\phi(A) = 3^{\circ}$ . Calcule  $\phi(A) + \phi(A+2)$ . Además  $N \neq 1$ .

- A) 54            B) 52            C) 50  
D) 60            E) 37

428. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El número  $\overline{abam}$  posee 21 divisores y  $2a + 2b + m = 4$  si y sólo si  $b + m = 7$ .  
II. Dado  $N = 2^3 \times 3^{n+1} \times 5 \times 7$  donde la suma de las inversas de sus divisores múltiplos de 14 es  $\frac{13}{60}$ ; entonces la cantidad de sus divisores múltiplos de 35 es 18.  
III. Si el producto de los divisores de un número es 20449, entonces hay 12 números menores que él que son  $\overline{11}$ .

- A) VVV            B) FFF            C) VFV  
D) FVF            E) FFV

429. Calcule la última cifra significativa al expresar  $186!$  en base 27.

- A) 1            B) 3            C) 9  
D) 15            E) 36

430. Calcule el residuo al dividir  $620^{478}$  entre 119.

- A) 1            B) 2            C) 4  
D) 73            E) 117

## Máximo Común Divisor (MCD) y Mínimo Común Múltiplo (MCM)

431. Se cumple que  $a + b = A$  y  $M.C.M(a; b) = B$ . Siendo  $a; b; A$  y  $B$  números enteros. Luego  $M.C.D(A; B)$  siempre es equivalente a

- A)  $M.C.D_{(a,b)}$   
B)  $M.C.D_{(a+b; b)}$   
C)  $M.C.D_{(a; a+b)}$   
D)  $M.C.D_{(Aa, Bb)}$   
E) De las anteriores, tres son correctas.

432. ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son incorrectas?

- a. Si de dos números uno es múltiplo del otro, entonces el mayor de ellos es su mínimo común múltiplo.  
b. Todo múltiplo común de dos números es múltiplo de su mínimo común múltiplo.  
c. El producto de dos números es igual al producto de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo.  
d. El mínimo común múltiplo de dos números, uno de los cuales es divisible por el otro, es igual al máximo común divisor.  
e. Si se divide el mínimo común múltiplo de dos números por cada uno de ellos, los cocientes que resultan son primos entre sí.  
f.  $n^3 - n = 24^{\circ} \leftrightarrow n$  es un natural impar.  
g.  $\forall n \in \mathbb{Z}; MCD\left(\frac{n(n+1)}{2}; 2n+1\right) = 1$   
h. Si  $a, b \in \mathbb{Z} + -\{0\} \rightarrow \exists r, s \in \mathbb{Z} / ar + bs = MCD_{(a,b)}$   
i. Si  $p$  es primo y  $MCD(a; p) = 1$  entonces  $a^{p-1} = p+1^{\circ}$ .

- A) 1            B) 3            C) 5  
D) 7            E) 9

433. Un empleado A trabaja 5 días y descansa el sexto, otro empleado B trabaja 4 días y descansa el quinto. Si empiezan su trabajo el martes, ¿cuántos días tienen que transcurrir para que les toque descansar lunes a los dos?
- A) 209      B) 210      C) 211  
D) 212      E) 213
434. Cuatro barcos salen del Callao, se sabe que el primero tarda en regresar 25 días y descansa 3 días para luego volver a salir, el segundo regresa después de 45 días y descansa 5 días, el tercero tarda 32 días y descansa 3 días, el cuarto 60 días y descansa 10 días. ¿Cada cuántos días los cuatro barcos zarparon a la vez?
- A) 700      B) 703      C) 905  
D) 803      E) 900
435. Tres aviones de una compañía salen de un aeropuerto, el primero cada 8 días, el segundo cada 15 días y el tercero cada 21 días. Si los aviones salen juntos el 2 de enero de 2003, ¿cuál será la fecha más próxima en el que volverán a salir juntos?
- A) 25 de abril de 2005  
B) 12 de marzo de 2005  
C) 21 de abril de 2005  
D) 18 de abril de 2006  
E) 22 de abril de 2006
436. Se dispone de un terreno de forma rectangular de 540 m por 120 m el cual se ha dividido en parcelas cuadradas todas iguales y exactamente. Halle la longitud del lado de cada parcela si se desea obtener entre 400 y 500 parcelas.
- A) 8 m      B) 10 m      C) 12 m  
D) 15 m      E) 18 m
437. Un agricultor desea plantar naranjos en su huerta de forma rectangular, cuyas dimensiones son 518.4 m y 252 m respectivamente. Para obtener buenos frutos, cada naranjo requiere una superficie cuadrada comprendida entre 4 y 8 m<sup>2</sup> y cuya medida de su lado sea entera en decímetros. ¿Cuál es el máximo número de naranjos que puede plantarse, de tal manera que no sobre ni falte terreno?
- A) 22 575      B) 22 680      C) 22 790  
D) 23 100      E) 23 760
438. Un inmenso jardín rectangular de 1 890×780 dm<sup>2</sup> deberá ser adornado con rosas colocadas en el perímetro. Deberá haber una en cada vértice, otra en los puntos medios del ancho y otra en los tercios del largo. Si el número total de rosas debe ser múltiplo de 10 y lo menos posible, encuentre la separación entre dos rosas adyacentes.
- A) 30 dm      B) 20 dm      C) 15 dm  
D) 10 dm      E) 6 dm
439. Un terreno de forma rectangular cuyas dimensiones son 161,2 m y 136,4 m es invadido por una asociación de vivienda y dividido en lotes cuadrados exactamente. En cada lote se ubica una choza que ocupa una superficie entre 36 y 49 m<sup>2</sup>. ¿Cuál es el máximo número de integrantes de la asociación y cuántas calles tiene el terreno invadido, si estas son paralelas al mayor lado del terreno y su ancho mide la mitad del lado de un lote de vivienda?
- A) 352 y 9      B) 396 y 9      C) 468 y 8  
D) 396 y 8      E) 468 y 9
440. Cuatro cajas están marcadas con un peso bruto 41,5 kg ; 32,3 kg ; 38,4 kg y 56,97 kg teniendo estas de peso 2,3 kg ; 1,43 kg ; 3,365 kg y 2,825 kg respectivamente. Todas contienen el menor número y en forma exacta, de latas de conserva de igual peso en gramos. ¿Cuántas latas en total hubo encajonadas?
- A) 425      B) 452      C) 245  
D) 650      E) 560

- 441.** Una fábrica envasa vinagre en botellas de  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{8}{9}$  y  $\frac{2}{7}$  litros de capacidad. El 40% de la producción total lo envasa exactamente en botellas grandes y el resto en igual número de botellas medianas que chicas. Calcule el menor número total posible de botellas a ser empleadas.
- A) 373      B) 699      C) 340  
D) 233      E) 483
- 442.** Para pintar un edificio, que tiene un área lateral de  $110 \text{ m}^2$ , se contrata tres pintores. Si para pintar  $1 \text{ m}^2$  el primero emplea 36 min; el segundo, un tercio del tercero y el tercero, tanto como el primero y el segundo juntos. ¿Cuántos días como mínimo tardará en culminar dicho trabajo, si se desea que en este tiempo cada uno realice un número entero de  $\text{m}^2$  trabajando sólo 6 horas por día?
- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5
- 443.** Las ruedas delanteras de una locomotora tienen 54 cm de diámetro y el par de ruedas traseras 1,04 m. Las ruedas de los vagones del tren al que están enganchados tienen 86 cm de diámetro. ¿En que número de vueltas de las ruedas traseras todas las ruedas tomarán la misma posición?
- A) 2 236      B) 1 161      C) 1 150  
D) 1 843      E) 1 404
- 444.** Una vía de ferrocarril tiene durmientes de madera cada 1,20 m y al lado de las mismas hay postes cada 20 m. Un ciclista parte del primer poste coincidente con el primer durmiente, luego de qué tiempo cruzará el quinto poste coincidente con un durmiente, si conservó su velocidad de 20 m/s en todo momento.
- A) 12 s      B) 15 s      C) 18 s  
D) 21 s      E) 24 s
- 445.** Dos ciclistas A y B parten al mismo tiempo y de un mismo punto de una pista circular. El tiempo que emplea en dar una vuelta es  $t_A = a^x b, c^z$ ,  $t_B = a^x b^y c$  segundos; siendo  $a > b > c$  y números primos absolutos. Si después de 3 horas vuelven a estar por primera vez juntos en el punto de partida, calcule la velocidad de A en m/h, si la longitud de la pista circular es 180 metros.
- A) 360 m/h      B) 540 m/h      C) 620 m/s  
D) 480 m/s      E) 720 m/s
- 446.** Un corredor da una vuelta completa a una pista circular cada 40 segundos, otro corredor recorre la pista en sentido contrario y se cruza con el anterior cada 15 segundos. ¿Cuántos segundos emplea el segundo corredor en dar una vuelta a la pista?
- A) 12,50      B) 24      C) 22,50  
D) 27,50      E) 30
- 447.** Tres autos participan en una prueba de velocidad en un autódromo con tres pistas concéntricas. Un cuadrado de 300 m de lado, otro de 150 m y una pista circular con una longitud de 720 m. Las velocidades de los tres autos que recorren estas pistas son 80 m/s, 75 m/s y 60 m/s respectivamente y los puntos de partida de las tres pistas están en línea recta de modo que pasan por 2 vértices de los cuadrados y por el centro común. Determine el tiempo que transcurre para que los 3 autos estén por novena vez en el punto de partida.
- A) 10 minutos  
B) 12 minutos  
C) 14 minutos  
D) 16 minutos  
E) 18 minutos

448. Dos motociclistas recorren en el mismo sentido una pista circular de 6 km a velocidad de 40 m/s y 30 m/s. El primero parte con 1 minuto de adelanto. ¿Al cabo de qué tiempo de haber partido el más veloz, se encontrarán en el mismo punto?

- A) 12 minutos
- B) 10 minutos
- C) 9 minutos
- D) 8 minutos
- E) 7 minutos

449. Al calcular el MCD de  $\overline{abcd}$  y  $\overline{bd}$  por el algoritmo de Euclides, se obtiene como cocientes sucesivos 39; 3 y 2, además el último divisor hallado es  $d$ . Calcule  $a+b+c+d$ .

- A) 13            B) 14            C) 15
- D) 16            E) 17

450. Al calcular el MCD de los números  $\overline{abbc}$  y  $\overline{cbba}$  por el algoritmo de Euclides, los cocientes sucesivos fueron 2; 2; 1; 1 y 2 respectivamente. Halle  $b$  sabiendo que  $a-c=2$ .

- A) 2            B) 3            C) 4
- D) 5            E) 6

451. Se sabe que el MCD de  $A$  y  $B$  es igual al MCD de  $C$  y  $D$ . Al calcular el MCD de  $A$  y  $B$  se obtuvo como cocientes sucesivos por exceso 2; 5 y 6; al calcular el MCD de  $C$  y  $D$  se obtuvo como cocientes sucesivos por exceso 6; 5 y 2. Calcule  $B-D$  mínimo, si la cantidad de divisores de  $A$  es impar.

- A) 826            B) 286            C) 260
- D) 268            E) 300

452. Los cocientes sucesivos obtenidos al calcular el MCD de 2 números mediante el algoritmo de Euclides fueron 3; 1 y 2. Si la suma de los dos números es un número capicúa de 4

cifras significativas no múltiplo de 3 ni de 4, halle la cantidad de divisores compuestos, que sean comunes a ambos números.

- A) 0            B) 1            C) 2
- D) 3            E) 4

453. Calcule la suma mínima de dos números, si al calcular el MCD de ellos se obtiene como cocientes 3; 5; 2 y 3 además la segunda división fue realizada por exceso, donde el primer número tiene como suma de divisores 8 736 de los cuales 3 son primos.

- A) 5 900            B) 5 940            C) 5 300
- D) 4 200            E) 5 930

454. Al calcular el MCD de  $\frac{1}{2}(\overline{a32})$  y de cierto número menor que él por el algoritmo de Euclides se obtuvo sólo 3 cocientes los cuales son iguales a  $a$ , siendo la suma de dichos cocientes igual al penúltimo divisor que se obtuvo por dicho método. Calcule la suma de cifras del segundo número.

- A) 6            B) 2            C) 3
- D) 4            E) 5

455. Calcule el MCM de  $\overline{(a-1)(2a-2)(a+2)}$  y  $\overline{(a-1)(a-1)}$  si son primos entre sí. Además la suma de los cocientes sucesivos que se obtuvo al calcular el MCD de ambos números es 21.

- A) 4 210            B) 4 780            C) 5 120
- D) 5 390            E) 5 410

456. El MCD de dos números es 96 y el mayor de ellos es 2 304. Si el MCM de los números es mayor que 25 344, ¿cuántos valores puede asumir el menor de los números?

- A) 2            B) 3            C) 4
- D) 5            E) 6

457. Pedro decide dejar una herencia a sus dos hijos en partes proporcionales a 2 números cuyo MCD es 12 y tienen 15 y 14 divisores (los menores posibles). Calcule la suma de cifras de la herencia, si la diferencia de las partes recibidas es 22 275.

- A) 16      B) 22      C) 25  
D) 27      E) 32

458. Calcule la suma de dos números ambos de  $n$  cifras significativas de modo que el MCD sea el CA de uno de ellos y el MCM el CA del otro ( $n > 1$ ).

- A)  $\frac{3}{2} \times 10^n$     B)  $\frac{1}{5} \times 10^n$     C)  $\frac{2}{5} \times 10^n$   
D)  $\frac{3}{5} \times 10^n$       E)  $10^n$

459. Dos números  $A$  y  $B$  tienen 16 múltiplos comunes menores que 10 000. Sabiendo que el MCM de  $A$  y  $B$  tiene 18 divisores y que es divisible entre 34, determine  $(A+B)$  si se sabe que  $A$  y  $B$  tienen 9 divisores comunes.

- A) 454      B) 648      C) 2 318  
D) 1 256      E) 896

460. Se tiene  $\frac{\text{MCM}(A; B)}{[\text{MCD}(A; B)]^2} = \overline{ab}$  y además se

sabe que el producto de  $A$  y  $B$  es 18 144.

Halle el MCM ( $A; B$ ).

- A) 6 048    B) 1 008    C) 9 072  
D) 3 024    E) 2 016

461. Se tiene dos fracciones irreducibles cuyos numeradores son PESI, sabiendo que el MCM entre el MCD de dichas fracciones es 14, además que la suma de las fracciones es un número entero  $K$  y la suma de sus términos 15. Halle la mayor fracción.

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{5}{3}$       C)  $\frac{7}{3}$   
D)  $\frac{1}{6}$       E)  $\frac{5}{6}$

462. El máximo común divisor de  $A$  y  $B$  es  $\frac{k+2}{2}$ ,

el máximo común divisor de  $C$  y  $D$  es  $\frac{2k-5}{3}$ .

Si el máximo común divisor de  $A, B, C$  y  $D$  es igual a 9, calcule  $k$  si está comprendido entre 20 y 120.

- A) 52      B) 58      C) 70  
D) 82      E) 94

463. Sabiendo que

$$\text{MCD}(\overline{abba}_{(12)}, \overline{(a-1)(b+2)(b+1)(a-2)}_{(12)}) = \overline{715}$$

Halle  $\sqrt{ba + ab}$ .

- A) 9      B) 36      C) 11  
D) 72      E) 18

464. El  $\text{MCD}(6; B) = 2$  y  $P$  es el MCD de los números  $(6+3B)$  y  $(6+4B)$ . Se tiene dos números impares uno de 3 cifras y el otro de 2 cifras. Siendo  $Q$  la suma de cifras del MCM de ellos y el cociente del MCM entre su MCD es 221. El producto de 2 números siendo  $R$  el menor es 192 y el cociente de la  $\overline{ma}$  entre  $\overline{mh}$  de su MCD y MCM es  $3\frac{25}{48}$ . Calcule  $P+Q+R$ .

- A) 17      B) 19      C) 31  
D) 37      E) 41

465. ¿Cuántas veces hay que multiplicar por 45 el número 105 para obtener el menor número que sea el MCM de 720 números enteros positivos diferentes?

- A) 5      B) 6      C) 7  
D) 8      E) 9

466. El MCM de un número capicúa de 3 cifras y de 45 es otro número capicúa de 4 cifras. Se calcula el MCD de  $N$  y el número capicúa de 3 cifras se obtiene un número de 2 cifras (mínimo). Calcule cuántos valores toma  $N$ , si es menor que 2310 y el número capicúa de 3 cifras es el mayor posible.

- A) 70      B) 124      C) 95  
D) 35      E) 127

467. Si  $MCM(N; M) = MCM(N; 6M)$ , además al dividir  $N$  entre 7 y 9 los residuos son 3 y 6 respectivamente. Calcule cuántos valores toma  $A$ , si  $MCD(N; A) = \overline{(b+1)b}$ , donde  $A$  es menor que  $5N$  y  $N$  es el menor numeral de cuatro cifras.

- A) 8      B) 20      C) 80  
D) 60      E) 40

468. El MCM de  $42A$  y  $6B$  es 8064; el MCD de  $77A$  y  $11B$  es 88. Halle el MCM de  $(A+B)$  y  $(A-B)$  (condición  $A > B$ ).

- A) 400      B) 440      C) 460  
D) 660      E) 880

469. Si  $A = \underbrace{111\dots11}_{k \text{ cifras}}^2$ ;  $B = \underbrace{111\dots11}_{m \text{ cifras}}^2$ ;

$$MCD(5A, 3B) = 5; \text{ y } m < k < 10$$

Sea  $P$  el máximo valor de  $k+m$ , si el MCM de

$$C = \underbrace{nn\dots nnn}_{50 \text{ cifras}}^{(2n+1)} \quad \text{y} \quad 2E = \underbrace{nn\dots nnn}_{75 \text{ cifras}}^{(2n+1)}$$

se expresa en base  $(2n+1)$  se observa que  $Q$  es la suma de sus cifras. Calcule  $P$  y  $Q$ .

- A) 9 y  $120n$   
B) 17 y  $150n$   
C) 19 y  $130n$   
D) 21 y  $140n$   
E) 23 y  $200n$

## Relaciones Binarias

470. Determine el cardinal del conjunto  $A$ , de modo que el número de subconjuntos ternarios que admite, excede en 154 al número de sus subconjuntos binarios.

- A) 8      B) 9      C) 10  
D) 11      E) 12

471. Indique verdadero o falso según corresponda.

I.  $n(a \times b) = [n(a)]^2 \Leftrightarrow A \text{ y } B \text{ son equipotentes.}$

II. Si  $A * B = [A \cup (A \cap B')] \cup [B \cup (A \Delta B)]$  entonces  $(A * B) * C = (A * B) * (B * C)$

III. Si  $A = \{2x/\sqrt{x} \in \mathbb{N} \wedge x < 49\}$  entonces  $A$  tiene 35 subconjuntos ternarios.

IV. Si  $\phi \in P(A) \rightarrow \phi \subset A$ .

- A) VVVV      B) VVfV      C) VFVV  
D) VFFV      E) FFFF

472. En el conjunto  $A = \{1; 2; 3; 4\}$  se define

$$R = \{(x; y) \in A^2 / x^2 + 1 < 2y\}.$$

Determine  $n[P(R^c)]$

- A) 256      B) 512      C) 1 024  
D) 2 048      E) 4 096

473. Definimos en el conjunto

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  la siguiente relación:

$$R = \{(1; 1), (3; 2), (2; 2), (5; 5), (4; 2), (4; 4), (3; x), (3; 4), (y; x), (z; x), (z; y)\}$$

Si  $R$  es relación de equivalencia en  $A$ , halle  $2x+3y-z$ .

- A) 12      B) 16      C) 18  
D) 20      E) 15

486. Después de perder los  $\frac{3}{11}$  de su fortuna,  $\frac{1}{8}$  del resto y los  $\frac{2}{7}$  del nuevo resto, una persona ganó S/.192,50 y de este modo su pérdida quedó reducida a  $\frac{1}{6}$  de su fortuna primitiva.

¿Cuál era aquella fortuna?

- A) S/.408
- B) S/.502,80
- C) S/.508,20
- D) S/.580
- E) S/.528

487. Un tranvía parte con cierto número de pasajeros, en el primer paradero se queda la quinta parte, en el segundo suben 40, en el tercero bajan los  $\frac{3}{8}$  de los que llevaba, en el cuarto suben 35 y en el quinto se bajan 7 de cada 9 pasajeros que llevaba. ¿Qué fracción del número de pasajeros iniciales es el número de pasajeros que llegaron al paradero final, sabiendo que arribaron 32 personas incluidas el conductor y el inspector?

- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{1}{5}$
- C)  $\frac{2}{7}$
- D)  $\frac{3}{8}$
- E)  $\frac{7}{10}$

488. Óscar tenía cierto número de manzanas, las distribuye del modo siguiente: da a Julio la cuarta parte del total, más una manzana y media; a Rosa le da los  $\frac{2}{7}$  del total, más  $\frac{6}{7}$  de manzana; por último le da a Henry la octava parte del total, más  $\frac{3}{4}$  de manzana,

quedándole 3 para él. Se desea saber cuántas manzanas tenía Óscar. Dé como respuesta la suma de cifras.

*Nota: Todos recibieron una cantidad entera de manzanas.*

- A) 9
- B) 6
- C) 12
- D) 13
- E) 4

489. Una avenida está plantada en ambos lados de árboles. La décima parte de la longitud lo ocupan cerezos; los  $\frac{2}{9}$  del resto, ciruelos;  $\frac{1}{2}$  del nuevo resto, perales;  $\frac{1}{3}$  del nuevo resto, manzanos y los 168 metros restantes, duraznos. ¿A cuánto asciende el número de árboles plantados, si la distancia entre árbol y árbol es igual a 12 metros?

- A) 61
- B) 90
- C) 60
- D) 62
- E) 122

490. La expresión  $\frac{3n+13}{2n-3}$  representará un número entero positivo para cuántos valores enteros de  $n$ .

- A) Para 1 valor
- B) Para 2 valores
- C) Para 3 valores
- D) Para 4 valores
- E) Para 5 valores

491. Calcule la siguiente suma:

$$E = \frac{1}{2} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{81} + \dots$$

y encuentre la cifra de orden  $-3$  al expresar  $E$  en base 4.

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4



474. Dado el conjunto

$$A = \{1; 2; 3; 4\} \text{ y la relación en } A^2$$

$$R = \{(x; y) / x = y \vee x + y = 3\}$$

Indique cuál de las siguientes proposiciones es falsa.

- A)  $\forall a \in A ; (a; a) \in R$
- B)  $\forall (a; b) \in R \rightarrow (b; a) \in R$
- C)  $(a; b) \in R \wedge (b; c) \in R \rightarrow (a; c) \in R$
- D)  $R$  es una relación de equivalencia.
- E)  $R$  es una relación de orden.

475. En  $\mathbb{Z}$  se define las siguientes relaciones:

$$R_1 = \{(x; y) / 3x + y = 7\}$$

$$R_2 = \{(x; y) / x - 2y = 6\}$$

$$R : (x; y) \in R \leftrightarrow \exists a \in \mathbb{Z} / (x; a) \in R_1 \wedge (a; y) \in R_2$$

Indique por comprensión la relación  $R$ .

- A)  $R = \{(x; y) / 2x + y = 1\}$
- B)  $R = \{(x; y) / 2x - 3y = 1\}$
- C)  $R = \{(x; y) / 3x + 2y = 1\}$
- D)  $R = \{(x; y) / 3x + 2y = -1\}$
- E)  $R = \{(x; y) / 2y - 3x = 1\}$

476. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es correcta para una relación  $R$  en  $A$ ?

- I.  $R$  es transitiva entonces  $R^{-1}$  es transitiva.
- II.  $R$  es reflexiva entonces  $\text{Dom}(R) = \text{Rang}(R)$
- III.  $R$  reflexiva y simétrica entonces  $R$  transitiva.

$$\text{Nota: } R^{-1} = \{(b; a) / (a; b) \in R\}$$

- A) solo I
- B) solo I y II
- C) solo II
- D) II y III
- E) I, II y III

477. En  $A$  se define la relación  $R$

$$A = \{1; 2; 3; 4\}$$

$$R = \{(1; 1), (2; 3), (4; 2), (3; 3), (1; 4), (2; 1), (4; 1)\}$$

$$\text{Si } M = \{x \in A / (x; 1) \in R\}.$$

$$N = \{y \in A / (4; y) \in R\}$$

$$P = \{(n-m) / (m^2 - 3m; -12)\} = \{-2; -r^2 - 7r\}$$

$$B = M \cup N$$

Luego se define en  $B$  la relación

$$R_1 = B \times P, \text{ entonces se afirma}$$

- I.  $R_1$  es reflexiva.
- II.  $n(R_1) = 9$
- III.  $R_1$  es de equivalencia.

- A) solo I
- B) solo II
- C) solo III
- D) I y II
- E) I, II y III

478. Dado  $A = \{1; 2; 3; 4\}$  y la relación:

$$R = \{(1; 1), (2; 1), (1; 2), (2; 2), (3; 3), (4; 4)\}$$

se tiene

$$\frac{A}{R} = \{\{m \times n; m - n\}, \{2a + b; 3b\}, \{3m - p\}\}$$

donde  $m; n; a; b; p \in \mathbb{Z}^+$ ,

halle  $(m+n)xb - (c+p)xn$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

479. Si en  $\mathbb{R}^+$  se define la operación como

$$a * b = \frac{a \cdot b}{a + b}$$

Luego  $*$  es una operación

- A) conmutativa pero no asociativa.
- B) asociativa pero no conmutativa.
- C) asociativa y conmutativa.
- D) no conmutativa ni asociativa.
- E) solo conmutativa.

480. Si en los números reales definimos la operación  $\Delta$  mediante:

$$a\Delta b = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A)  $a\Delta(\alpha b) = \alpha(a\Delta b)$
- B)  $|a|\Delta b = (a - b)\Delta\sqrt{2ab}$
- C)  $a\Delta(b + c) = (a\Delta b) + (b\Delta c)$
- D)  $(a\Delta b) + (b\Delta c) \geq a\Delta c$
- E) B y D son correctas

### Números Racionales

481. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

- I.  $\exists n \in \mathbb{Z} / \frac{n-8}{15}$  y  $\frac{n-7}{24}$  son números enteros.
- II. La suma de una fracción y su inversa siempre es mayor que 2.
- III. La fracción irreducible  $\frac{n}{14}$  genera un decimal periódico mixto en base 7.
- IV. La suma de una fracción irreducible y su inversa es una fracción irreducible.
- V. Si  $m$  y  $p$  son dos números pares entonces  $E \in \mathbb{Z}$ , siendo:  

$$E = \frac{m(m^2 - 2^2)(m^2 - 4^2)(m^2 - 6^2)\dots(m^2 - p^2)}{(p+1)!}$$
- VI. Si a los términos de una fracción irreducible se les disminuye una misma cantidad, los nuevos términos (positivos) siguen formando una fracción irreducible.
- VII. Una fracción genera periódico puro en una base  $a$ , sigue generando periódico puro en otra base  $b$ , si  $a$  y  $b$  son primos entre sí y  $b > a$ .

- A) FFVFFV
- B) FVFVVF
- C) VFVVFV
- D) FVVVVF
- E) VFFFFV

482. Se compra un tejido a S/.8,80 el metro cuadrado y pierde al lavarse los  $\frac{3}{25}$  de su largo y los  $\frac{2}{9}$  de su ancho. ¿A cómo debe venderse el metro cuadrado del tejido después de lavarse, si se quiere ganar el 40% del costo?

- A) S/.16
- B) S/.18
- C) S/.20
- D) S/.19,80
- E) S/.17

483. Por cada 200 cm de longitud un elástico se estira 25 cm. Si los  $\frac{2}{3}$  de un elástico estirado mide 720 cm, ¿cuánto costará el elástico entero, si el metro cuesta S/.2,5?

- A) S/.30
- B) S/.25
- C) S/.20
- D) S/.24
- E) S/.22

484. Una vasija llena de agua contiene cierta cantidad de sal. Se extrae  $\frac{4}{7}$  del contenido y se reemplaza por agua, luego se retira  $\frac{7}{11}$  del recipiente y se vuelve a completar con agua y finalmente se retira los  $\frac{5}{16}$  del volumen total. Si al final queda 21 gramos de sal, ¿qué cantidad de sal contenía inicialmente?

- A) 252 g
- B) 224 g
- C) 196 g
- D) 186 g
- E) 150 g

485. Los  $\frac{13}{15}$  litros de vino sirven para llenar los  $\frac{5}{8}$  de una botella. Cuando falten  $\frac{3}{7}$  litros para llenar la misma botella ¿qué fracción de la botella estará llena? Dé como respuesta la suma de cifras del numerador.

- A) 9
- B) 8
- C) 7
- D) 12
- E) 6

492. Determine la suma límite de los términos de la siguiente sucesión

$$\frac{1}{6}; \frac{5}{36}; \frac{1}{216}; \frac{5}{1296}; \dots$$

- A)  $\frac{11}{35}$                       B)  $\frac{1}{2}$   
 C)  $\frac{2}{3}$   
 D)  $\frac{4}{3}$                       E)  $\frac{5}{3}$

493. Tres caños pueden llenar un tanque en 3, 4 y 5 horas trabajando solos. Se abre el primero y al cabo de 45 minutos el segundo y luego de 30 minutos más el tercero, tal que 15 minutos después se habrá llenado 354 litros. ¿Cuál es la capacidad del tanque en litros?

- A) 540                      B) 680  
 C) 450  
 D) 420                      E) 480

494. Un estanque puede llenarse por tres llaves A, B y C y desalojar el líquido mediante un desagüe D. Si funcionan sólo A y B llenarían el estanque en 8 horas mientras si funcionan sólo A y C, demoran 6 horas, que si funcionan sólo A, B y C se llena en 5 horas. El desagüe sólo demora un día para vaciar todo el contenido, entonces en qué tiempo llenaría el estanque la llave A trabajando con el desagüe abierto.

- A) 20 horas  
 B) 10 horas  
 C) 15 horas  
 D) 30 horas  
 E) Nunca lo llena

495. Un caño A demora 10 horas en llenar un tanque, mientras que el caño B demora 4 horas menos. Ambos funcionan juntos hasta llenar la mitad del tanque y después funciona sólo el primero durante el mismo tiempo. ¿Qué fracción del tanque quedó sin llenarse?

- A)  $\frac{1}{8}$                       B)  $\frac{3}{8}$   
 C)  $\frac{5}{16}$   
 D)  $\frac{3}{16}$                       E)  $\frac{7}{16}$

496. Un tonel puede ser llenado por 2 caños A y B en 10 horas y 8 horas respectivamente y un desagüe C los puede vaciar en 3 horas. Primero se abre el caño A y después de una hora se abre la llave B (sin cerrar A) que funciona 2 horas y finalmente se abre C (sin cerrar las otras). ¿Cuánto tiempo debe transcurrir desde este momento para que el tonel quede vacío hasta  $\frac{1}{16}$  de su capacidad?

- A) 3 horas  
 B) 5 horas  
 C) 4 horas 30 minutos  
 D) 2 horas 40 minutos  
 E) 2 horas 20 minutos

497. Un tanque lleno de agua tiene 2 desagües uno en el fondo y otro a una distancia doble del fondo que la parte superior. Se demora más de 40 min en vaciarse y los caudales son 15 y 20 litros por minutos. Determine la mínima capacidad del tanque, sabiendo que uno de los desagües funcionó 35 minutos más que el otro.

- A) 875 L                      B) 850 L  
 C) 650 L  
 D) 1 050 L                      E) 787,5 L

498. Tenemos un estanque totalmente lleno de agua. Hay en él 3 llaves de desagüe dispuestas de la siguiente manera: la llave A, a 10 metros del borde superior; la llave B, a 20 metros debajo del borde y la llave C, en el fondo, a 30 metros de dicho borde. Si abrimos únicamente la llave A el agua que está sobre ella será desocupada en 10 horas, en cambio si abrimos únicamente la llave B, el líquido que está sobre ella será desocupado en 20 horas. A su vez la llave C desocupa todo el líquido, funcionando ella sola en 60 horas. Se desea saber ¿en cuánto tiempo se desalojará el total del agua contenida en el estanque, si se abre las 3 llaves al mismo tiempo?

- A) 30 h                      B)  $32\frac{2}{3}$  h  
 C)  $30\frac{2}{3}$  h  
 D)  $20\frac{2}{3}$  h                      E)  $25\frac{1}{3}$  h

499. Un tanque de 12 m de altura tiene un caño en la parte superior (12 L/min) y tres desagües. A en el (4 L/min), B situado 3 m encima A y C a 4 m por debajo del caño. Estando vacío, si se abriera el caño y el desagüe A debieran transcurrir 30 minutos para que pudiera funcionar C. Estando vacío el tanque, se abre sólo el caño durante 17,5 minutos y luego se abre sólo los desagües, demorándose 30 minutos en vaciarse. ¿Qué caudal circula por el desagüe B?

- A) 4 L/min                      B) 6 L/min  
 C) 8 L/min  
 D) 10 L/min                      E) 12 L/min

500. Un pozo dispone de dos caños para ser llenado y de un desagüe. Estando vacío y funcionando el primer caño y el desagüe se llena en 60 horas. Los dos caños juntos lo llenan en 15

horas, estando vacío el tanque y sin funcionar el desagüe. ¿En cuánto tiempo se llena estando vacío, si se abre los dos caños y funcionando el desagüe? Si además el segundo caño llena el tanque en 60 horas.

- A) 30 h                      B) 45 h                      C) 60 h  
 D) 50 h                      E) 40 h

501. Un tanque de 360 litros de capacidad posee desagües A, B, C y D colocados arriba hacia abajo y en forma equidistante a lo alto. Estando el tanque lleno (12:00 m) se abre los desagües A(1 L/min), B(3 L/min) y D(6 L/min). Halle el caudal que circula por el desagüe C si éste empezó a funcionar a las 12:21 p.m. y que el tanque se quedó vacío a las 12:42 p.m.

- A) 2 L/min                      B) 4 L/min                      C) 5 L/min  
 D) 7 L/min                      E) 9 L/min

502. Halle la fracción de menores términos que sea equivalente a  $\frac{447}{1192}$  tal que la suma de sus términos sea  $\overset{\circ}{9}$  y la diferencia de los mismos sea  $\overset{\circ}{55}$ . Dé como respuesta el denominador.

- A) 372                      B) 496                      C) 792  
 D) 432                      E) 649

503. Halle dos fracciones equivalentes a  $\frac{17}{5}$  y  $\frac{3}{11}$  respectivamente, tales que la suma de sus numeradores sea igual a la suma de sus denominadores. Calcule la suma de sus numeradores.

- A) 400                      B) 420                      C) 430  
 D) 450                      E) 410

504. Halle una fracción equivalente a  $\frac{713}{589}$ , tal que la diferencia de sus términos esté comprendido entre 164 y 172. Si luego de la fracción equivalente hallada se suma sus términos y el resultado se divide entre un número primo, se obtiene como cociente otro primo y el residuo un cuadrado perfecto. Halle la suma de las cifras del residuo, sabiendo que la diferencia entre el divisor y cociente es menor que 22.

- A) 5                      B) 6                      C) 7  
D) 8                      E) 9

505. Calcule el menor número racional mayor que  $\frac{5}{12}$  tal que al sumar  $n$  veces el denominador al numerador y  $n$  veces el numerador al denominador se obtiene el racional 2. Calcule la suma de términos del número racional original, si sus términos son PESI.

- A) 14                      B) 25                      C) 13  
D) 10                      E) 27

506. ¿Cuántas fracciones de la forma  $\frac{\overline{bab}}{\overline{aba}}$  existen, tal que su desarrollo octaval presenta cuatro cifras periódicas y una no periódica?

- A) 1                      B) 4                      C) 5  
D) 7                      E) 9

507. Si  $0, \overline{\left(\frac{15}{x}\right)(x)(x^2+1)}_{14} = \overline{d,abc}_7$ , calcule cuántas cifras genera en el período la fracción  $\frac{a}{bc}$  cuando se expresa en la base 6.

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 6

508. Determine cuántas fracciones impropias irreductibles y menores que  $\frac{20}{3}$  existen cuyo

denominador sea de 2 cifras y su numerador sea par. Dichas fracciones generan decimales de 2 cifras en el período y una cifra no periódica.

- A) 105                      B) 106                      C) 114  
D) 104                      E) 118

509. Determine cuántas cifras presenta en una escritura decimal la parte no entera de la fracción propia e irreductible  $\frac{m}{n}$  tal que una fracción equivalente a  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$  tiene como producto de sus términos a 2640.

*Nota. Considere sólo un período si es el caso.*

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

510. Dos números están en la razón  $\frac{a}{b}$ , sabiendo que  $\frac{a}{b}$  genera un número decimal periódico puro con 2 cifras en el período y que  $a+b=16$ . Halle la suma de dichos números si se sabe que su diferencia es 180.

- A) 1560                      B) 1430                      C) 480  
D) 1200                      E) 2000

511. Si el MCM, del menor número de dos cifras y mayor número de tres cifras del sistema de base  $n$ , lo convertimos a la base 10 resulta 620. Calcule el MCD de  $\overline{ab}_n$  y  $\overline{abab}_n$ , si  $b = \overset{\circ}{a} \wedge a = \overset{\circ}{b}$ , si la fracción

$$\frac{\overline{(p-1)(p-1)}}{(p-1)\left(\frac{p+6}{3}\right)(p+4)(2p)}$$

genera  $a$  cifras en el periodo.

- A) 4                      B) 5                      C) 6  
D) 7                      E) 18

512. Si  $\overline{2c2} \cdot \widehat{ab}_8 = \overline{bab} \cdot \widehat{def}_7$ , calcule  $a+b+c+d+e+f$ .
- A) 20            B) 22            C) 23  
D) 24            E) 26
513. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles de denominador 275 existen tales que en su desarrollo decimal la parte no periódica excede en 12 unidades a la parte periódica?
- A) 5            B) 6            C) 7  
D) 8            E) 9
514. Halle una fracción equivalente a  $\frac{52910}{170755}$  tal que el quíntuple del cuadrado de su numerador más el doble del cuadrado de su denominador resulta ser 612 598. Dé su numerador.
- A) 88            B) 110            C) 132  
D) 145            E) 126
515. Con las cifras  $a, b$  y  $c$  ( $a \neq b \neq c$ ) se forman todos los decimales periódicos puros con dos cifras diferentes en el período, los cuales provienen de fracciones propias; la suma de estos decimales se divide entre  $0,\widehat{abc}$  obteniendo  $20,\widehat{18}$ . ¿Cuál es el valor de  $a \times b \times c$ ?
- A) Cero            B) 18            C) 72  
D) 81            E) 126
516. El producto de los términos de una fracción propia irreducible es 882. ¿Cuántas de estas fracciones originan un decimal periódico puro? Dé como respuesta la suma de términos de una de estas fracciones.
- A) 77            B) 443            C) 596  
D) 650            E) 673
517. Una fracción impropia irreducible y denominador  $\overline{3x}$  genera el decimal  $4,\widehat{ab(2b)}$ . Indique el mayor valor de  $a+b+x$ .
- A) 21            B) 19            C) 17  
D) 15            E) 12
518. Los dos términos de una fracción ordinaria irreducible propia, tienen por diferencia 10 878. Halle esta fracción sabiendo que reducida a decimal de una periódica mixta que tiene tres cifras en la parte no periódica y seis en la periódica. Dé como respuesta la suma de las cifras de su numerador.
- A) 25            B) 28            C) 31  
D) 34            E) 37
519. Si el número  $\overline{abcde}$  ( $a > b > c > d > e > 0$ ) dividido entre  $11 \dots 11_{100}$  de 20 cifras, ¿cuál será la suma de cifras del periódico del número decimal obtenido?
- A) 9            B) 18            C) 36  
D) 27            E) 45
520. Halle los valores enteros de  $a, b$  y  $c$  que cumplan
- $$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} - \frac{c}{14} = 0,\overline{9984126}$$
- Dé el valor mínimo de  $a+b+c$
- A) 14            B) 13            C) 11  
D) 19            E) 16
521. Se considera todas las fracciones irreducibles inferiores a 1 que reducidas a número decimal dan lugar a un periódico mixto de 3 cifras en el período y la unidad como cifra no periódica. ¿Cuál es la suma de todas las fracciones de esa forma? Se sabe además que el denominador de dichas fracciones debe ser un numeral de 2 cifras.
- A) 0,1250            B) 0,625            C)  $0,\widehat{3}$   
D)  $0,\widehat{575}$             E)  $0,\widehat{6}$

522. Si  $\frac{N}{D} = 0,\overline{mnpq\dots xy}$ ; donde  $\text{MCD}(N;D)=1$

y el numerador es el menor número entero positivo cuya suma de divisores propios es igual a dicho número, además

$$\text{MCD} \left( \overline{(b^2 + 1)(3b + 1)}; \overline{(b^2 + 1)(3b + 1)} \right)$$

es divisor del denominador. Si el denominador es mínimo, calcule el número de cifras del período al expresar  $\frac{N}{D}$  en la base 7.

- A) 4                      B) 6                      C) 3  
D) 8                      E) 12

523. Si la fracción irreducible

$$\frac{c(a-7)a}{ca(a-2)}$$

origina un decimal de la forma

$0,\overline{abca}$ , halle  $a+b+c$ .

- A) 10                      B) 14                      C) 18  
D) 20                      E) 25

524. Sea  $x$  la última cifra del período de  $\left(\frac{1}{7}\right)^{19}$ ;

y es la última cifra decimal de  $\left(\frac{1}{5}\right)^{424}$ .

Además  $f = \frac{A}{D}$

donde  $A=41$  y  $B=270\,270\dots$  (59 cifras), siendo  $z$  la suma de cifras del período de  $f$ . Calcule  $x+y+z$ .

- A) 17                      B) 20                      C) 23  
D) 25                      E) 29

525. Halle las 3 últimas cifras del período generado

por la fracción  $\frac{7}{43}$ . Dé la suma de las mismas.

- A) 12                      B) 19                      C) 13  
D) 7                        E) 10

526. Calcule el número de cifras en la parte no periódica al expresar  $f$  en la base 20 si

$$f = \left( \frac{24!}{62! - 41! \times 20!} \right)^4$$

- A) 17                      B) 34                      C) 68  
D) 13                      E) 36

527. Si la expresión  $E$  se expresa en la base 21, calcule la cantidad de cifras en la parte no periódica.

$$E = \frac{80! - 70!}{(50!)^6}$$

- A) 140 cifras                      B) 100 cifras  
C) 132 cifras  
D) 60 cifras                      E) 37 cifras

528. Halle la última cifra del desarrollo decimal de

$$M = \frac{(3^{79} - 1)(4^{51} - 1)}{5^{353}}$$

- A) 3                      B) 6                      C) 7  
D) 8                      E) 9

529. ¿Cuántas cifras tiene el período de

$$\frac{511}{68607} ?$$

- A) 6 cifras                      B) 30 cifras  
C) 22 cifras  
D) 90 cifras                      E) 198 cifras

530. Expresar  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  en fracciones continuas y dé

como respuesta la suma de los términos diferentes de dicha fracción.

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 6

531. Exprese en fracción continua  $\alpha = [1, 2, 3]$ .

- A)  $\frac{5 + \sqrt{70}}{6}$
- B)  $\frac{7 + \sqrt{137}}{2}$
- C)  $\frac{6 + \sqrt{153}}{7}$
- D)  $\frac{8 + \sqrt{148}}{14}$
- E)  $\frac{8 + \sqrt{14}}{3}$

532. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. La representación de  $-\sqrt{5}$  como fracción continua simple es  $[-3; 1; 3; 4]$ .

II. El tercer convergente o tercer reducido de la fracción continua simple  $[1; 3; 4; 2; 3]$

es  $\frac{17}{13}$ .

III. De la fracción continua simple  $[2; 3; 5; 2]$  se puede formar la siguiente tabla.

$i$	1	2	3	4
$a_i$	2	3	5	2
$p_i$	2	7	37	81
$q_i$	1	3	16	35
$c_i$	2	$\frac{7}{3}$	$\frac{37}{16}$	$\frac{81}{35}$

Donde:

$a_i$  : término  $i$  de la fracción continua simple,

$c_i$  : convergente  $\left( c_i = \frac{p_i}{q_i} \right)$ .

- A) VVV      B) VFF      C) FVV
- D) VFV      E) FFF

533. Determine el número por el que se debe multiplicar a la suma de los términos de la última componente de la fracción continua originada por  $\frac{406}{147}$  para que el resultado sea el mayor cuadrado perfecto de tres cifras posible.

- A) 140      B) 145      C) 150
- D) 165      E) 170

### **Potenciación y Radicación**

534. Calcule el valor de  $a+b$ , si se cumple que

- $\overline{ab^2} = \overline{mcd u}$
- $\overline{ba^2} = \overline{pqrs}$
- $\overline{mc} + \overline{du} = \overline{pq} + \overline{rs} = k^2, k \in \mathbb{Z}$
- $\overline{du}$  y  $\overline{rs}$  tiene una cantidad impar de divisores.

- A) 10      B) 11      C) 12
- D) 13      E) 14

535. Encuentre un número de cuatro cifras cuadrado perfecto, tal que el número formado por las dos cifras de la izquierda sea media aritmética entre el que forman las dos cifras de la derecha y la raíz. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 18      B) 9      C) 10
- D) 11      E) 12

536. ¿Cuántos números cuadrados perfectos de 4 cifras existen, tal que todas sus cifras sean impares?

- A) 0      B) 1      C) 2
- D) 3      E) 4



537. Halle cuántos números cuadrados perfectos de 5 cifras al ser divididos entre 90 dejan residuo 79.

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

538. Calcule cuántos números de 3 cifras diferentes son cuadrados perfectos y además el producto de dichas cifras es  $\overset{\circ}{7}$ .

- A) 2            B) 3            C) 4  
D) 5            E) 6

539. Calcule cuántos cuadrados perfectos de 3 cifras existen en la base 11, de tal manera que al trasladarlo a la base 5 termine en cifra 4.

- A) 2            B) 3            C) 5  
D) 10           E) 16

540. Sabiendo que

$$\overline{(a-1)baaco} = k^2$$

Halle el valor de  $a+b+c+\left(\frac{k}{10}\right)$

- A) 46            B) 54            C) 56  
D) 72            E) 74

541. Halle un número cuadrado perfecto de 4 cifras que al dividir entre una de sus cifras nos da como resultado un cuadrado perfecto igual al anterior pero con las cifras en orden invertido. Dé la suma de sus cifras.

- A) 9            B) 12            C) 16  
D) 18           E) 20

542. Siendo  $N$  y 51 primos relativos, halle los valores de  $N$  para que la expresión  $N(N+51)$  sea cuadrado perfecto. Dé como respuesta la suma de todos los valores de  $N$ .

- A) 49            B) 75            C) 600  
D) 625           E) 674

543. La media aritmética de dos números de 3 cifras diferentes en base 5, resulta ser la mitad de un cuadrado perfecto en base 10. Si uno de ellos resulta de invertir el orden de las cifras del otro, calcule el menor de dichos números en base 10.

- A) 30            B) 35            C) 43  
D) 48            E) 50

544. Si a un número cuadrado perfecto de 4 cifras, se le adiciona 75 unidades o se le quita 73 unidades el resultado siempre es un número cuadrado perfecto. Determine la suma de cifras de dicho número.

- A) 15            B) 17            C) 19  
D) 21            E) 25

545. ¿Cuántos números cuadrados perfectos naturales cumplen que si les añadimos 44 100 se obtiene otro cuadrado perfecto?

- A) 13            B) 14            C) 15  
D) 12            E) 16

546. Calcule un número de 4 cifras donde las cifras de lugares impares y lugares pares, sean iguales respectivamente, sabiendo además que al aumentarle 4 unidades se convierte en un cuadrado perfecto. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 32            B) 18            C) 26  
D) 24            E) 30

547. Halle un cuadrado perfecto de 5 cifras comprendido entre 90 000 y 99 500 tal que sus cifras de orden cero y orden 2 son iguales y las restantes dos cifras desconocidas también son iguales. Dé la suma de sus cifras.

- A) 27            B) 9            C) 20  
D) 18            E) 15

548. Se ha repartido una herencia entre 3 personas en la forma siguiente; el primer heredero toma los  $\frac{5}{9}$  de la herencia; el segundo, las  $\frac{2}{7}$  partes y el resto se reparten entre los 3 en partes iguales. Hecho el reparto depositan a interés simple lo heredado y a los 4 años obtienen S/.36 288 de interés; sabiendo que el segundo heredó  $\frac{a(2a+2)(a+1)00}{100}$  cantidad que al dividir entre 6 resulta un cuadrado perfecto. Halle la diferencia de herencia entre el primero y tercero, y la tasa anual si para todos es el mismo.

- A) S/.65 000 ; 6%
- B) S/.78 000 ; 7%
- C) S/.63 000 ; 8%
- D) S/.94 000 ; 11%
- E) S/.75 000 ; 24%

549. Un agricultor quiere plantar sus árboles igualmente espaciados en un terreno cuadrado de 234 m de lado. Si plantara sus árboles a una distancia de 1,20 m uno de otro a lo largo o ancho, le faltaría 3 000 árboles. ¿Cuántos árboles le sobraría si los planta a una distancia de 1,30 uno de otro?

- A) 2 565      B) 1 565      C) 1 655
- D) 2 655      E) 2 656

550. Se suma 6 números enteros consecutivos y el resultado es un cubo perfecto. ¿Cuál es el mayor valor de 3 cifras que puede tomar el mayor de los 6 números?

- A) 562      B) 563      C) 564
- D) 565      E) 566

551. Dé la diferencia entre la última y primera cifra de un número cubo perfecto de cinco cifras, si la suma de sus cifras de lugar impar es 19 y los de lugar par 8.

- A) 4              B) 2              C) 7
- D) 3              E) 1

552. Halle el menor número cubo perfecto que tenga más de 11; pero menos de 24 divisores. Dé la suma de sus cifras.

- A) 5              B) 9              C) 10
- D) 4              E) 8

553. Halle un número entero, sabiendo que es cubo perfecto, que admite 16 divisores y que dividido entre 43 da un cociente primo y un resto igual a la unidad. Dé la suma de sus cifras.

- A) 8              B) 9              C) 10
- D) 17             E) 18

554. Halle la suma de las cifras del radicando en la siguiente operación incompleta

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{\begin{array}{l}
 \text{*****} \\
 * \\
 \hline
 *** \\
 **5 \\
 \hline
 **** \\
 *1** \\
 \hline
 0
 \end{array}} \quad \begin{array}{l}
 *** \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

- A) 21              B) 22              C) 24
- D) 25              E) 23

555. ¿Qué número como mínimo se le debe sumar a 6 635 766 para que sea un cuadrado perfecto?

- A) 15              B) 203             C) 10
- D) 18              E) 133

556. Se extrae la raíz cuadrada de  $\overline{6ab2}$  obteniendo residuo y raíz iguales a  $\overline{7c}$ . Halle  $(a+c-b)$ .

- A) Cero      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

557. Halle un número de la forma  $\overline{ababa}$  sabiendo que tiene una raíz cuadrada exacta y par. Dé la diferencia entre sus cifras diferentes.

- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6

558. Al extraer la raíz cuadrada por defecto de  $\overline{abc}$  con una aproximación de  $\frac{2}{9}$  se obtuvo  $15\frac{7}{9}$ . ¿Cuántos valores puede tomar  $\overline{abc}$ ?

- A) 5      B) 6      C) 7  
D) 8      E) 9

559. La raíz cuadrada por defecto con error menor que 0,1 de una fracción irreducible es 1,3. Calcule el mayor valor del numerador de esta fracción sabiendo que la suma de sus términos es 81.

- A) 51      B) 52      C) 53  
D) 54      E) 55

560. Determine el mayor número de cuatro cifras que al extraerle su raíz cúbica nos da residuo máximo y una raíz que al dividirla entre 11 nos da residuo 7 por exceso. Dé la suma de sus cifras.

- A) 16      B) 17      C) 18  
D) 15      E) 14

561. Halle la mayor cifra de un número tal que al extraerle la raíz cúbica por exceso se obtuvo un residuo máximo de la forma  $\overline{(a-3)(a+2)(a+4)}$ .

- A) 2      B) 3      C) 1  
D) 5      E) 6

562. Considerando el número  $N=5\,000+m$ , cuya raíz cúbica por exceso es 18, ¿cuántos valores positivos puede tomar  $m$ , de tal manera que el número  $N$  sea divisible entre su raíz cúbica por defecto?

- A) 53      B) 54      C) 55  
D) 49      E) 60

563. Calcule el número de divisores de  $\overline{ab}$ , si  $\overline{ac}^2 = \overline{(a-2)bb(a-1)}$

- A) 3      B) 4      C) 10  
D) 15      E) 12

## **Análisis Combinatorio y Probabilidades**

564. Isabel va a la librería y gasta S/.18 en comprar libros de Aritmética (S/.6 cada uno) y Álgebra (S/.3 cada uno). Calcule de cuántas maneras diferentes puede haber elegido su compra si la librería tiene 5 libros de cada curso y son de diferentes autores.

- A) 100      B) 20      C) 125  
D) 150      E) 200

565. Claudio desea invitar a 3 de sus 6 amigos a una cena y va a preparar un esquema con las posibles ubicaciones alrededor de la mesa donde cenarán con ella. ¿Cuántos esquemas tendrá que preparar para observar todas las posibilidades?

- A) 120      B) 20      C) 60  
D) 840      E) 240

**566.** Una pareja de esposos y sus 4 hijos desean ir al cine y luego pasear en bote.

- Sea  $M$  el número de maneras diferentes en que pueden ubicarse en el cine en una fila de 8 personas de tal manera que los esposos siempre estén juntos y los hijos también se sienten juntos.
- Sea  $N$  el número de maneras posibles en que pueden distribuirse y ubicarse en dos botes de color azul y verde (respectivamente) que tienen 3 asientos para pasajeros cada uno de tal manera que los esposos siempre estén juntos. Calcule  $M+N$ .

- A) 798      B) 576      C) 675  
D) 525      E) 768

**567.** Una línea de 30 cm se pinta en el orden siguiente rojo, blanco, azul, rojo, blanco, azul, etc. Se comienza en rojo y se termina en azul; cada color ocupa 10 cm y las franjas no son menores que 2 cm, siendo sus longitudes números enteros. ¿De cuántas maneras se puede pintarlo?

- A) 4 720      B) 4 270      C) 2 740  
D) 2 470      E) 7 240

**568.** ¿De cuántas maneras se puede repartir 5 manzanas y 5 naranjas entre 3 niños, de modo que cada niño reciba por lo menos una naranja y una manzana?

- A) 32      B) 33      C) 34  
D) 35      E) 36

**569.** Una prueba consistía en responder con verdadero (V) o falso (F) a cada una de las 10 proposiciones dadas. Considerándose que 7 eran falsas y 3 verdaderas, calcule cuántas respuestas globales se darían.

- Sin considerar el dato de valores veritativos.
- Considerando dicho dato.

- A) 1 200; 170      B) 1 024; 120  
C) 512; 120  
D) 20; 32      E) 406; 307

**570.** A una reunión social asistieron 10 varones y 8 mujeres.

- Sea  $P$  el número de saludos que se realizan entre todos los presentes.
- Sea  $N$  el número de posibles maneras que se puede formar una pareja para iniciar el baile.

Calcule  $P-N$ .

- A) 53      B) 73      C) 153  
D) 80      E) 513

**571.** ¿De cuántas maneras se puede repartir 10 fichas blancas, 15 azules y 8 rojas entre cuatro niños?

- A) 41 771 040      B) 47 171 004  
C) 40 07 760  
D) 4 017 714      E) 47 711 090

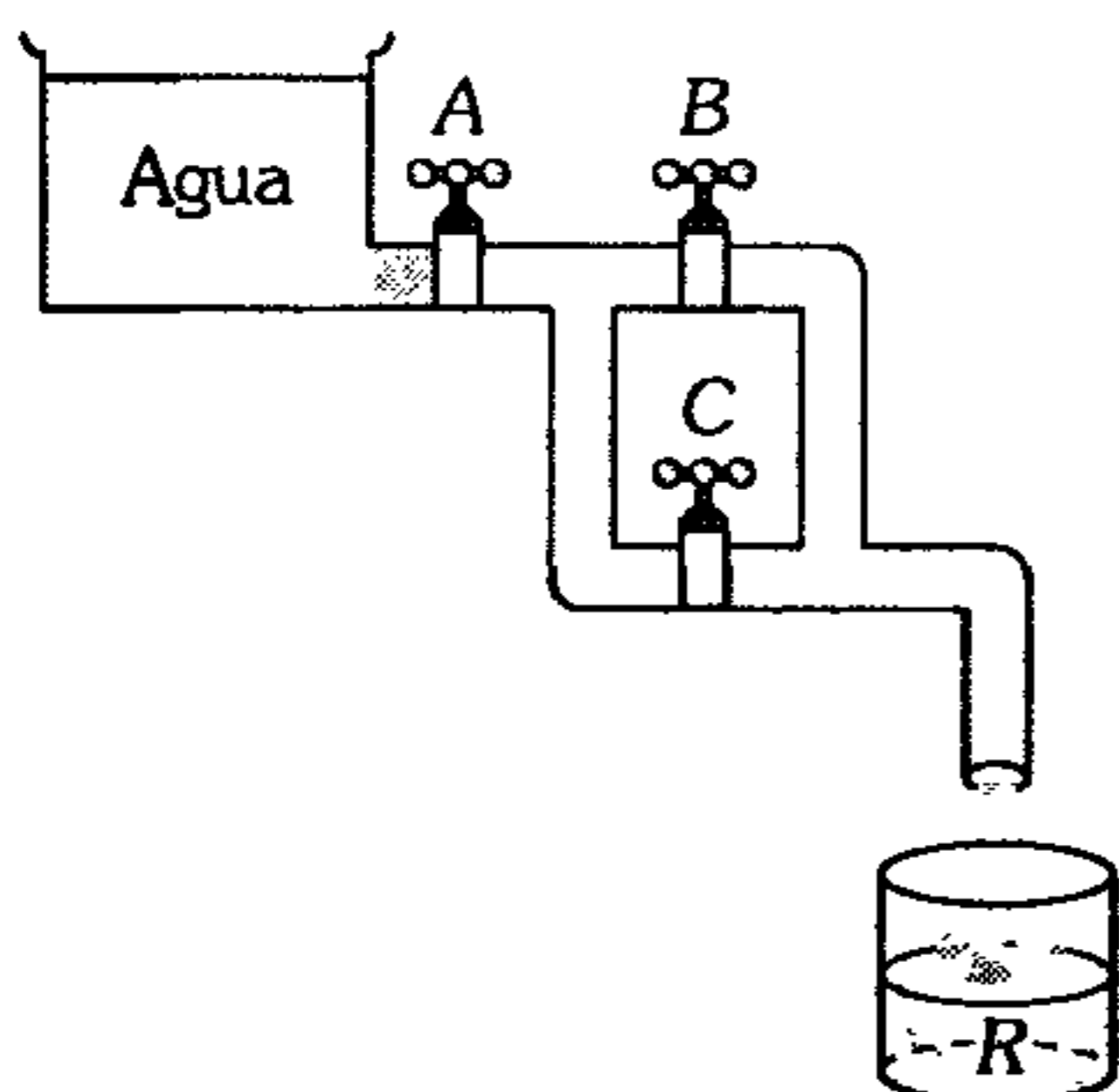
**572.** Con 8 personas se desea distribuir en 2 grupos de 4 personas y 3 personas de modo que cada grupo haga su fogata y sus integrantes se sienten alrededor de ellas. Calcule de cuántas formas se podrán ubicar.

- A) 17 860      B) 5 760      C) 5 860  
D) 840      E) 3 360

**573.** De los primeros 34 alumnos de un colegio se sabe que todas las mujeres son mayores de edad; el número de varones menores de edad coincide con el 60% del número de mujeres, y por cada 7 varones uno es mayor de edad. Se debe elegir a tres de estos alumnos para enviarlos de viaje de tal manera que sólo dos sean mayores de edad (varón y mujer). ¿De cuántas maneras diferentes se puede elegir a estas personas?

- A) 280      B) 102      C) 432  
D) 240      E) 840

574. Un gasfitero analiza la siguiente instalación y concluye que en  $n$  casos el agua llega al recipiente  $R$  y en  $m$  casos no. Determine  $m.n$ .



- A) 12      B) 15      C) 27  
D) 33      E) 42
575.  $A$  y  $B$  son dos vendedores informales de polos. Van juntos a la fábrica para hacer sus compras, encontrando sólo tres modelos a elegir. De cuántas maneras podrán hacer sus elecciones, si  $A$  compra a lo más 5 polos, mientras que  $B$  compra 20 polos y por lo menos dos de cada modelo. Dé como respuesta el total de elecciones (de  $A$  y  $B$  juntos).
- A) 120      B) 150      C) 175  
D) 184      E) 196
576. Se tiene tres cocheras de autos con capacidad para más de cuatro autos, en cada una; luego llegan 2 autos azules iguales y 2 de color verde iguales.
- Sea  $n$  el número de maneras en que se pueden distribuir en las cocheras.
  - Sean  $m$  el número de maneras en que se pueden distribuir en las cocheras de tal manera que dos autos del mismo color no deben estar en la misma cochera.

Calcule  $m+n$ .

- A) 81      B) 36      C) 117  
D) 9      E) 172

577. En una tienda de juguetes el vendedor debe exhibir 5 osos y 3 perros de peluche (todos distintos) en una repisa de 8 espacios. ¿De cuántos modos podrá ubicar los juguetes, sabiendo que los perros no deben ubicarlos juntos?

- A) 12 800      B) 14 400      C) 16 200  
D) 18 400      E) 20 500

578. Dos parejas de esposos ingresan a una dulcería donde ofrecen 7 clases de dulces, si luego de comprar cada persona un dulce, se ubican en un banco de 4 asientos. De cuántas maneras se podrán tomar fotos distintas (teniendo en cuenta la posición y el dulce que consumen) si los esposos van juntos.

- A) 280      B) 560      C) 720  
D) 1 420      E) 19 208

579. En una canasta hay 4 manzanas, 6 naranjas, 5 plátanos y 3 mangos. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir 4 frutas al azar, resulten la misma fruta?

- A)  $\frac{4}{251}$       B)  $\frac{3}{1970}$       C)  $\frac{2}{2555}$   
D)  $\frac{7}{1020}$       E)  $\frac{11}{341}$

580. Seis parejas de casados se encuentran en una habitación. Si se escogen 2 personas al azar halle la probabilidad de que uno sea hombre y otro mujer sin ser esposos.

- A)  $\frac{4}{11}$       B)  $\frac{11}{54}$       C)  $\frac{5}{11}$   
D)  $\frac{6}{11}$       E)  $\frac{4}{15}$

**581.** Tres alumnos  $A$ ,  $B$  y  $C$  quieren resolver un problema. La probabilidad de que el alumno  $A$  resuelva este problema es de  $\frac{4}{5}$ ; de  $B$  es  $\frac{3}{7}$  y la de  $C$  es de  $\frac{2}{3}$ . Si los tres tratan de resolver juntos. ¿Cuál es la probabilidad de que el problema sea resuelto?

- A)  $\frac{4}{105}$       B)  $\frac{101}{105}$       C)  $\frac{7}{103}$   
 D)  $\frac{103}{107}$       E)  $\frac{96}{103}$

**582.** La probabilidad que una tienda rebaje los precios de sus productos en el mes de enero es de  $\frac{7}{10}$ , la probabilidad que Angela visite la tienda un día de enero plena rebaja de precios es  $\frac{4}{10}$ . Sabiendo que Angela visitó la tienda un día de enero, cuál es la probabilidad que se ofrezca las rebajas ese día, si la probabilidad de que no haya rebajas en el mes de enero ni visite la tienda es  $\frac{1}{10}$ .

- A)  $\frac{28}{31}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{3}{4}$   
 D)  $\frac{5}{7}$       E)  $\frac{2}{10}$

**583.** En la maternidad de Lima se hizo un estudio sobre los nacimientos y se obtuvo el siguiente resultado: la probabilidad de que una pareja de esposos tenga mellizos es 0,3 y que tenga trillizos es 0,2. Si de un grupo de 10 parejas se escoge al azar 2 parejas, calcule la probabilidad de que una de las parejas tenga mellizos y la otra tenga trillizos, si además se desea que cada pareja tenga por lo menos un hijo varón.

- A) 0,0135      B) 0,0215  
 C) 0,039375  
 D) 0,0413      E) 0,0515

**584.** Se realiza una encuesta sobre la preferencia de los lectores respecto a los diarios  $A$ ,  $B$  y  $C$ , observando que la probabilidad de que una persona lea el diario  $A$  es 0,50; que lea el diario  $B$  es 0,37; que lea el diario  $C$  es 0,30; que lea los diarios  $A$  y  $B$  es 0,12; que lea sólo los diarios  $A$  y  $C$  es 0,08; que lea solamente los diarios  $B$  y  $C$  es 0,05 y que lea solamente  $C$  es 0,15. Calcule la probabilidad que lea solamente  $A$  o solamente  $B$ , pero no  $C$ .

- A) 0,40      B) 0,30      C) 0,20  
 D) 0,10      E) 0,50

**585.** Un estudiante quiere enviar una carta a sus padres. La probabilidad que el estudiante escriba la carta es de  $\frac{7}{10}$ . La probabilidad de que el correo no pierda la carta es de  $\frac{8}{10}$ . La probabilidad que el cartero entregue la carta es de  $\frac{6}{10}$ . Dado que los padres no recibieron la carta, cuál es la probabilidad que el estudiante no haya escrito.

- A)  $\frac{28}{31}$       B)  $\frac{42}{73}$       C)  $\frac{63}{83}$   
 D)  $\frac{75}{166}$       E)  $\frac{82}{123}$

**586.** Al ordenar en fila las 13 cartas de espadas de una baraja de 52 naipes al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el As aparezca primero, el 2 aparezca segundo y el 3 aparezca tercero?

- A)  $\frac{1}{1716}$       B)  $\frac{1}{144}$       C)  $\frac{1}{156}$   
 D)  $\frac{1}{132}$       E)  $\frac{1}{11}$

587. Se tiene 12 ampollitas en un botiquín, de las cuales 9 son buenas; se toma una por una dichas ampollitas. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar la séptima ampollita, esta sea la tercera mala?

- A)  $0,159\overline{0}$                       B) 0,25  
 C) 0,428571  
 D) 0,3                                E)  $0,068\overline{1}$

588. Se lanza un dado y se sabe que el resultado es un número par. ¿Cuál es la probabilidad de que ese número sea divisible por 3?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{1}{5}$                                 E)  $\frac{1}{6}$

589. Suponga que se ha cargado un dado de manera que la probabilidad que ocurra un número determinado es proporcional al mismo. Calcule la probabilidad que se obtenga un número 4.

- A)  $\frac{2}{3}$                       B)  $\frac{4}{21}$                       C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{4}{5}$                                 E)  $\frac{3}{4}$

590. Un hombre se va a pescar y lleva 3 tipos de carnada, de las cuales sólo una es la correcta para el pez que quiere pescar. La probabilidad de que pesque un pez si usa la carnada correcta es  $\frac{1}{3}$  y es  $\frac{1}{5}$  si escoge la carnada incorrecta. ¿Cuál es la probabilidad de que pesque un pez si escoge una carnada al azar?

- A)  $\frac{13}{24}$                       B)  $\frac{14}{31}$                       C)  $\frac{11}{45}$   
 D)  $\frac{15}{54}$                                 E)  $\frac{12}{65}$

591. Dos jugadores tienen la misma habilidad, juegan una secuencia de partidos hasta que uno de ellos gane 2 partidos seguidos. Determine la probabilidad de que se necesite un número par de partidos para que se termine el juego.

- A)  $\frac{2}{3}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{1}{2}$                                 E)  $\frac{3}{4}$

592. De una urna se tiene 3 bolas azules; 6 blancas; 4 verdes y 2 rojas. Calcule la probabilidad que al extraer 3 bolas al azar.

- Ellas resulten del mismo color.
- Ellas resulten de colores diferentes.

- A)  $\frac{5}{97}; \frac{6}{97}$                       B)  $\frac{5}{91}; \frac{13}{91}$   
 C)  $\frac{8}{91}; \frac{11}{91}$   
 D)  $\frac{5}{91}; \frac{36}{91}$                       E)  $\frac{19}{91}; \frac{40}{91}$

593. Un saco contiene 4 bolas rojas y 4 bolas blancas; todas del mismo tamaño y material. Si se extrae dos bolas una a una, calcule la probabilidad de obtener una de cada color.

- a. Con reposición.
- b. Sin reposición.

- A)  $\frac{24}{49}; \frac{4}{7}$                       B)  $\frac{24}{49}; \frac{2}{7}$   
 C)  $\frac{12}{49}; \frac{2}{7}$   
 D)  $\frac{1}{2}; \frac{4}{7}$                                 E)  $\frac{8}{49}; \frac{4}{7}$

**594.** Se tiene 2 urnas, en las cuales se tiene 5 bolas blancas y 3 negras en la primera y 4 bolas blancas y 5 negras en la segunda. Se extrae una bola aleatoriamente de la primera urna y se pasa a la segunda urna. Luego se desea extraer una bola al azar de la segunda urna. ¿Cuál es la probabilidad que sea blanca?

- A)  $\frac{40}{80}$       B)  $\frac{37}{80}$       C)  $\frac{35}{80}$   
 D)  $\frac{40}{90}$       E)  $\frac{37}{90}$

**595.** Una urna (I) contiene una bola blanca y 3 negras; la urna (II) contiene 3 bolas blancas y 2 negras y la urna (III) 4 bolas negras y 8 rojas; una urna se escoge aleatoriamente y de ella se extrae una bola. Calcule cuál es la probabilidad que la bola elegida sea de color negro.

- A)  $\frac{89}{193}$       B)  $\frac{89}{180}$       C)  $\frac{19}{180}$   
 D)  $\frac{15}{60}$       E)  $\frac{77}{120}$

**596.** Los artículos de una línea de producción, se clasifican defectuosos o no defectuosos. Se observa los artículos y se anota su condición. Este proceso se continúa hasta que produzcan 2 artículos defectuosos consecutivos o se haya verificado 4 artículos, cualesquiera que ocurra primero. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral? (Conjunto de todos los posibles resultados)

- A) 8      B) 9      C) 10  
 D) 11      E) 12

**597.** En forma externa y paralela a cada uno de los lados de un triángulo se traza sistemas de 5 rectas paralelas entre sí. Cada sistema corta al otro formando nuevos triángulos. ¿Cuántos cuadriláteros se ha formado?

- A) 15      B) 90      C) 1 050  
 D) 450      E) 100

**598.** Ocho amigos participan en un campeonato de ajedrez. Este grupo está formado por 2 parejas de casados, 3 jóvenes y una chica. Si las mujeres tienen la mitad de la habilidad de los hombres, calcule cuál es la probabilidad que una mujer casada gane.

- A)  $\frac{1}{13}$       B)  $\frac{2}{13}$       C)  $\frac{4}{13}$   
 D)  $\frac{7}{13}$       E)  $\frac{6}{13}$

**599.** En una carrera de caballos; el caballo Claudio tiene las apuestas 5:1 en su contra, mientras que el caballo Royal las tiene 9:1 en su contra. ¿Cuál es la probabilidad que cualquiera de estos caballos gane?

- A)  $\frac{7}{12}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{4}{15}$       E)  $\frac{1}{6}$

**600.** Se dispone de 5 cajas que contienen 100 focos cada una. Dos de las cajas contienen 10 focos defectuosos cada una; otras dos, 5 focos defectuosos cada una y la última restante tiene 2 focos defectuosos. Si se selecciona al azar una de estas cajas y de ella se toma un foco.

- a. Calcule la probabilidad que resulte defectuoso.  
 b. Si resultó defectuoso, cuál es la probabilidad de que provenga de la caja que contiene el 2% de defectuosos.

- A)  $\frac{4}{25}$  y  $\frac{5}{16}$       B)  $\frac{8}{125}$  y  $\frac{1}{16}$   
 C)  $\frac{8}{125}$  y  $\frac{2}{17}$   
 D)  $\frac{5}{17}$  y  $\frac{8}{125}$       E)  $\frac{7}{9}$  y  $\frac{2}{17}$



# Aritmética

## CLAVES

1 B	21 B	41 D	61 C	81 B	101 D
2 D	22 D	42 A	62 E	82 C	102 B
3 C	23 C	43 A	63 B	83 C	103 B
4 E	24 B	44 D	64 D	84 A	104 B
5 E	25 D	45 D	65 B	85 B	105 E
6 E	26 E	46 B	66 B	86 E	106 B
7 C	27 A	47 C	67 C	87 C	107 B
8 E	28 B	48 D	68 C	88 C	108 C
9 B	29 A	49 B	69 B	89 B	109 C
10 E	30 B	50 E	70 A	90 D	110 B
11 C	31 B	51 D	71 A	91 B	111 A
12 B	32 D	52 C	72 C	92 C	112 A
13 E	33 C	53 D	73 A	93 C	113 B
14 A	34 B	54 E	74 D	94 E	114 C
15 A	35 D	55 D	75 E	95 C	115 A
16 B	36 C	56 C	76 B	96 B	116 C
17 B	37 A	57 A	77 D	97 D	117 D
18 D	38 A	58 A	78 C	98 D	118 C
19 D	39 A	59 A	79 D	99 B	119 C
20 D	40 A	60 C	80 D	100 E	120 A

# CLAVES

121 A	141 B	161 A	181 C	201 B	221 E
122 A	142 E	162 A	182 E	202 B	222 C
123 B	143 A	163 C	183 E	203 C	223 E
124 D	144 E	164 C	184 B	204 A	224 D
125 D	145 A	165 C	185 B	205 E	225 B
126 B	146 B	166 B	186 A	206 C	226 A
127 E	147 A	167 A	187 D	207 B	227 A
128 E	148 C	168 B	188 B	208 D	228 A
129 B	149 A	169 A	189 A	209 B	229 C
130 A	150 C	170 D	190 D	210 A	230 C
131 B	151 B	171 E	191 B	211 B	231 B
131 D	152 B	172 D	192 C	212 C	232 C
133 C	153 D	173 A	193 A	213 B	233 B
134 A	154 A	174 B	194 E	214 C	234 E
135 B	155 D	175 C	195 D	215 E	235 C
136 A	156 B	176 B	196 A	216 C	236 B
137 B	157 C	177 A	197 C	217 C	237 B
138 C	158 C	178 B	198 A	218 D	238 C
139 B	159 C	179 B	199 E	219 E	239 D
140 B	160 E	180 D	200 C	220 B	240 B

# CLAVES

241 C	261 B	281 D	301 A	321 C	341 B
242 E	262 D	282 C	302 E	322 D	342 A
243 E	263 D	283 D	303 B	323 A	343 D
244 A	264 C	284 B	304 A	324 D	344 A
245 E	265 B	285 D	305 B	325 D	345 A
246 C	266 A	286 A	306 C	326 B	346 A
247 D	267 C	287 D	307 C	327 A	347 A
248 E	268 B	288 E	308 A	328 C	348 B
249 B	269 C	289 D	309 C	329 C	349 D
250 C	270 E	290 B	310 B	330 A	350 D
251 E	271 D	291 C	311 D	331 D	351 C
252 B	272 A	292 E	312 A	332 D	352 D
253 B	273 A	293 B	313 E	333 A	353 D
254 A	274 A	294 D	314 B	334 C	354 B
255 B	275 B	295 E	315 A	335 E	355 B
256 E	276 A	296 D	316 C	336 A	356 D
257 B	277 E	297 A	317 C	337 A	357 D
258 E	278 A	298 D	318 C	338 D	358 E
259 A	279 A	299 C	319 C	339 A	359 E
260 B	280 E	300 E	320 A	340 E	360 A

# CLAVES

361 E	381 A	401 B	421 E	441 A	461 C
362 B	382 D	402 E	422 A	442 C	462 C
363 A	383 D	403 D	423 C	443 B	463 C
364 C	384 D	404 C	424 C	444 A	464 C
365 A	385 C	405 C	425 A	445 B	465 C
366 B	386 D	406 B	426 E	446 B	466 E
367 B	387 A	407 A	427 C	447 D	467 D
368 D	388 B	408 B	428 B	448 E	468 B
369 B	389 C	409 B	429 C	449 D	469 B
370 B	390 C	410 D	430 C	450 C	470 E
371 A	391 E	411 B	431 E	451 C	471 A
372 A	392 C	412 D	432 A	452 B	472 D
373 A	393 E	413 B	433 B	453 B	473 B
374 C	394 A	414 B	434 A	454 A	474 E
375 A	395 D	415 A	435 C	455 D	475 C
376 B	396 A	416 E	436 C	456 C	476 B
377 E	397 C	417 C	437 B	457 D	477 B
378 C	398 E	418 A	438 D	458 E	478 A
379 A	399 A	419 A	439 C	459 B	479 E
380 E	400 E	420 E	440 D	460 D	480 E

# CLAVES

481 D	501 D	521 D	541 D	561 D	581 B
482 B	502 C	522 E	542 E	562 D	582 B
483 D	503 C	523 B	543 D	563 B	583 C
484 C	504 C	524 C	544 C	564 C	584 E
485 B	505 E	525 A	545 A	565 A	585 D
486 C	506 A	526 C	546 A	566 E	586 A
487 B	507 B	527 B	547 A	567 A	587 E
488 E	508 C	528 B	548 C	568 E	588 B
489 E	509 B	529 E	549 D	569 B	589 B
490 E	510 C	530 B	550 D	570 B	590 C
491 C	511 E	531 D	551 A	571 A	591 A
492 A	512 C	532 A	552 B	572 E	592 D
493 E	513 E	533 C	553 B	573 C	593 D
494 A	514 D	534 C	554 B	574 B	594 B
495 C	515 C	535 A	555 C	575 C	595 B
496 C	516 B	536 A	556 D	576 C	596 E
497 E	517 E	537 E	557 B	577 B	597 D
498 C	518 C	538 B	558 D	578 E	598 B
499 E	519 E	539 D	559 C	579 D	599 D
500 A	520 A	540 E	560 B	580 C	600 B



# ÁLGEBRA

### Leyes de Exponentes

1. Si  $(x^{x^{x+3}})(x^{2x^{x+2}}) = a^{\frac{1-a}{a}}$   
 a qué es equivalente  $\left(\frac{1}{a}\right)^{\left(\frac{1}{a}\right)} \cdot x^{-x}$
- A) 1                      B)  $\sqrt{x}$                       C)  $x^{x+1}$   
 D)  $x^2$                       E)  $x$
2. Luego de resolver  $x^{(x-1)^2} = 2x+1 / x > 0$   
 indique el valor de  $(x^{\sqrt{2}-1})^x$
- A)  $3+2\sqrt{2}$                       B)  $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$   
 C)  $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$   
 D)  $1-\sqrt{2}$                       E)  $3-2\sqrt{2}$
3. Si se cumplen las igualdades

$$x^{x^9} = \sqrt{3\sqrt{3}} \quad ; \quad y = x^{\left[\frac{1}{y^{y^x}}\right]}$$

calcule  $y^{3x}$ .

- A) 3                      B) 2                      C)  $\sqrt{2}$   
 D)  $\sqrt{3}$                       E) 27

4. Indique el valor de  $\sqrt[3]{x^{1-7(3x+1)^{-1}}}$   
 si se cumple que  $x^{x^{\sqrt[4]{x+0,25}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}$
- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E)  $\sqrt[3]{3}$

5. Si  $x = t^{-\sqrt{t}} ; y = t^{\frac{t}{t-1}} / t > 0 \wedge t \neq 1$   
 una relación entre  $x$  e  $y$  es

- A)  $x^y = y^x$                       B)  $y^x = x^y$                       C)  $x^y = y^x$   
 D)  $x^x = y^y$                       E) A y B

6. Luego de resolver

$$2x+1 = \frac{3}{2} \left[ \sqrt{\frac{1}{x}} \right]^{4x-1}$$

si  $x > 0$  señale el valor de  $\left(\frac{1}{x}\right)^{\left(\frac{1}{x}\right)}$

- A) 16                      B) 81  
 C)  $\frac{1}{64}$   
 D)  $\frac{1}{256}$                       E) 256

7. Siendo  $x > 0$  resuelva

$$x^{-1}\sqrt{1+\sqrt{2}} \cdot x^{+1}\sqrt{\sqrt{2}-1} = \sqrt[16]{17+6\sqrt{8}}$$

- A) 4                      B) 3                      C) -2  
 D) -3                      E) 6

8. Señale el valor numérico de

$$M = \frac{1}{m} \left\{ \frac{x^m + \sqrt[m]{x}}{m+1} \right\}^{m^2-1}$$

$$x = m^{+1}\sqrt[m^{m-1}\sqrt{m}] ; m \in \mathbb{Z} \wedge m > 9$$

- A)  $m$                       B) 1                      C)  $m^m$   
 D)  $\sqrt[m]{m}$                       E)  $\frac{1}{m}$

9. Sabiendo que

$$x_1 = \frac{1}{2} ; x_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,2} ; x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overbrace{\dots}^{(1/2)} n(\text{veces})}$$

calcule el valor aproximado de  $x_n$  cuando  $n$  crece indefinidamente.

- A)  $\frac{5}{2}$                       B)  $\frac{2}{3}$                       C)  $\frac{4}{3}$   
 C)  $\frac{7}{3}$                       E)  $\frac{5}{3}$

10. Siendo  $A = \sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16\dots}}}}$   
 $B = \sqrt[3]{x\sqrt{x^5}\sqrt[4]{x^4}\sqrt[9]{x^{24}}\sqrt[17]{x^{240}}\dots}$

Calcule el valor aproximado de  $\frac{AB}{x}$

- A) 4                      B) 2                      C) 8  
 D) 1                      E) 0

11. Sabiendo que

$$m = \sqrt[3]{x^2}\sqrt[3]{x^2}\dots\sqrt[4]{x^3}\sqrt[4]{x^3}\dots\dots\sqrt[m+2]{x^{m+1}}\sqrt[m+2]{x^{m+1}}\dots$$

calcule el valor aproximado de  $x$  en función de  $m$ .

- A)  $m$                       B)  $m^m$                       C)  $m^{\frac{1}{m}}$   
 D)  $\frac{1}{m}$                       E)  $m^2$

12. Teniendo en cuenta que

$$A = k \sqrt[k]{\frac{\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{k}{2}}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} - \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{4n}} + \frac{1}{\sqrt{9n}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k^2 n}}\right)}$$

además  $t$  cumple con la condición  $x^{x^t} = (tx)^x$ ,

siendo  $x = 10^{\frac{1}{9}}$ , calcule  $t^2 \operatorname{sgn}(A)$ .

- A) 10                      B) 100  
 C) -10  
 D) -100                      E) 0

13. Calcule el exponente de  $x$  en la expresión

$$\left[ \dots \left[ \left[ (x^a)^{1/2} \cdot x^{-3/2} \right]^{1/2} \cdot x^{-3/2} \right] \dots x^{-3/2} \right]^{1/2}$$

n corchetes

el exponente de  $x$  luego de reducir la expresión es 0,5 . además  $a = 2^{16} - 3$

- A) 100                      B) 110  
 C) 14  
 D) 2                      E) 3

14. Determine el valor de

$$-x^{-x^{-x+x^x}} \cdot \left[ \frac{x^{-x^x} + x^{x^{-x}}}{x^{-x^{-x}} + x^{x^x}} \right];$$

cuando  $x = 2^{-100}$ .

- A) 0                      B) 1                      C) -1  
 D)  $\frac{1}{64}$                       E)  $2^{-200}$

15. Sabiendo que  $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}$  ; además

$$y^{\frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{y}} = \sqrt[8]{2^7 \sqrt{2}}, \text{ calcule } zy(x^2)^{\frac{1}{2}}.$$

- A) 8                      B) 4                      C) 2  
 D) 1                      E) 16

### Productos Notables

16. Siendo  $x, y, z$  tres números reales diferentes de cero que verifican

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = (x+y-2z)^2 +$$

$$(y+z-2x)^2 + (z+x-2y)^2$$

simplifique

$$\frac{x^{11} + y^{11} + z^{11} + 11x^3y^3z^3(xy + yz + zx)}{x \cdot y \cdot z (x^4 + y^4 + z^4)^2}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E) 5

17. Si  $x+y+z = 1$  halle el valor de

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 + 3(xy + xz + yz) - 1}{xyz}$$

- A) 1                      B) 2  
 C) 3  
 D)  $\frac{1}{2}$                       E)  $\frac{1}{3}$



18. Si  $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = \frac{0,5}{x+y+z}$

halle el valor de

$$\frac{64(x+y+z)^6 - (x+y)^6 - (y+z)^6 - (z+x)^6}{(x+y)^3(y+z)^3 + (y+z)^3(z+x)^3 + (z+x)^3(x+y)^3}$$

- A) 2                      B) -3                      C) -2  
S) 3                        E) 6

19. Dadas las relaciones

$$a = (a-b)^2 + b(a+1)$$

$$b = (b-c)^2 + c(b+1)$$

$$c = (c-a)^2 + a(c+1)$$

simplifique  $\frac{(a^6 - b^6)^2}{c^6 - 4a^3b^3}$

- A)  $a^3b^3$                       B)  $b^3c^3$   
C)  $a^3+b^6$   
D)  $a^3c^3$                       E)  $c^6$

20. Suponiendo que

$$\left(\frac{x^2}{2y}\right)^3 + \left(\frac{y^2}{2x}\right)^3 = 3(x^3 + y^3)$$

$$x^5 - y^6 = 6x^4y^4 \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

calcule  $\frac{x^{-3} - y^{-3}}{3}$

- A) 1                      B)  $-\frac{2}{3}$                       C) -3  
D)  $\frac{2}{3}$                       E)  $-\frac{1}{3}$

21. A partir de

$$\frac{a^2+1}{a^2} + \frac{b^2+1}{b^2} + \frac{c^2+1}{c^2} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

donde  $\{a;b;c\} \subset \mathbb{R}$

calcule  $\frac{(a^3 + b^3 + c^3)^3 [a^6 + b^6 + c^6]^6}{(a^9 + b^9 + c^9)^9}$

- A) 1                      B)  $\frac{1}{3}$                       C) 3  
D) 27                      E)  $\frac{1}{27}$

22. Sabiendo que

$$A = (x+y-1)^3 + 3(x+y)(x+y-1)$$

$$B = (x+y+1)^3 - 3(x+y)(x+y+1)$$

$$C = \left[ (x+y)^3 + 1 \right]^2 + \left[ (x+y)^3 - 1 \right]^2$$

¿a qué es igual  $2AB - C$ ?

- A) 4                      B) 2                      C) -4  
D) -2                      E) 0

23. Tres números reales diferentes  $a, b$  y  $c$  verifican la siguiente condición

$$a = \sqrt[3]{p+qa} ; b = \sqrt[3]{p+qb} ; c = \sqrt[3]{p+qc}$$

Determine  $\frac{a^5 + b^5 + c^5}{pq}$

- A) 5                      B) 9                      C)  $\frac{2}{3}$   
D) 6                      E) -6

24. Si  $x+y+z=1 \wedge xy+yz+xz=xyz$

calcule  $(x^9 + y^9 + z^9) \left( \frac{1}{x^{11} + y^{11} + z^{11} + 1} \right)$

- A) 1                      B) 2                      C)  $\frac{1}{2}$   
D)  $\frac{1}{3}$                       E) 3

25. Si  $a + b + c + d = 0$

calcule  $\frac{abc + abd + acd + bcd}{a^3 + b^3 + c^3 + d^3}$

- A) 1            B)  $\frac{1}{2}$             C) 2  
 D)  $\frac{1}{3}$             E)  $\frac{1}{9}$

26. Si se cumple

$$\frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{a+c+d} + \frac{c}{a+b+d} + \frac{d}{a+b+c} = 1$$

halle el valor de

$$\frac{a^2}{b+c+d} + \frac{b^2}{a+c+d} + \frac{c^2}{a+b+d} + \frac{d^2}{a+b+c}$$

- A) 0            B) 1            C) 2  
 D) 4            E)  $\frac{1}{4}$

27. Calcule el valor de Z, si

$$Z^{\frac{p+q}{p-q}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \right] \left[ x^{\frac{1}{p}} + x^{\frac{1}{q}} \right]$$

cuando  $x = \left[ \frac{a+b}{a-b} \right]^{2pq}$

- A) 1            B) 0            C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{(a-b)}{(a+b)}$             E)  $\frac{(a+b)}{(a-b)}$

28. Si

$$\frac{a^2 - bc}{bc} + \frac{b^2 - ac}{ac} + \frac{c^2 - ab}{ab} = 0 \quad ; \quad \{a;b;c\} \subset \mathbb{R}$$

halle  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$ .

- A) 2            B) 3            C) 6  
 D) 4            E)  $A \vee C$

29. Sabiendo que

$$(a-b)(a-c) + (b-c)(b-a) + (c-a)(c-b) = 2(a+b+c)^2$$

donde  $abc \neq 0$ , halle el valor de

$$\frac{\frac{a+3b+c}{ac} + \frac{b+3c+a}{ab} + \frac{c+3a+b}{bc}}{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}$$

- A) -1            B) -4            C) -9  
 D) -13            E) -15

30. Si  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$  calcule el valor de

$$\left( 2\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{b}{a}\right)^3 \right)^3 + \left( 2\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{b}\right)^3 \right)^3$$

- A) 0            B) 1            C) -1  
 D) 2            E) -2

31. Si  $y^{-1} - x^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$  el valor reducido de

$$\frac{16x^4y^4 + (x^2 - y^2)^2}{x^4y^2 + x^2y^4}$$
 será

- A) 3            B) 2            C) 8  
 D) 4            E) 1

32. Sabiendo que  $x^{-1} + y^{-1} + z^{-1} = 0 \wedge xyz \neq 0$  señale el equivalente de

$$\sqrt[3]{\frac{x^9 + y^9 + z^9 - 3xyz(x^6 + y^6 + z^6) + 6x^3y^3z^3}{x^6 + y^6 + z^6 - 3x^2y^2z^2}}$$

- A)  $xyz$             B)  $x^2 + y^2 + z^2$             C)  $x + y + z$   
 D)  $x^3 + y^3 + z^3$             E)  $(x + y + z)^3$

33. Si  $x+y+z = 1$   
 $x^3+y^3+z^3 = 4$   
 calcule  $\frac{1}{x+yz} + \frac{1}{y+xz} + \frac{1}{z+xy}$
- A)  $\frac{3}{2}$       B) 1      C) 3  
 D) -1      E) -2

34. Sabiendo que  $abc=1$ , el valor de
- $$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1}$$
- A) 3      B) -1      C) 2  
 D) 1      E) 0

35. Si se cumple que  $2x^{-1}=2-x$ , calcule el valor de  $[x^9 - (x^4 + x^2 + 1)(x^6 + x^3 + 1)]^3$
- A) 0      B) 1      C) 2  
 D)  $x^3$       E)  $\frac{1}{x}$

### Polinomios

36. Si  $P(x^3 - x^2) = x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + 2x^2 + 2x$ ,  
 halle  $P(\cos^3 \pi)$ .
- A) 1      B) -1      C) 2  
 D) -2      E) 0

37. Si  $P\left(\frac{2}{x} + 3\right) = x$ , determine  $P(4) + P(5) + P(7) + P(11) + \dots$
- A) 2      B) 4      C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\infty$

38. Si  $f(x+2) = x + f(x) + f(x+1)$   
 $f(y) = 2f(y-1)$   
 halle  $f(-3) + f(4)$
- A) 0      B) -1      C) 1  
 D) 2      E) 3

39. Si  $f(x) = e^x + \pi^x$  y  $f(3) = 1$   
 calcule  $\sqrt[3]{\frac{f(1)}{f(4) - f(7)}}$
- A)  $1/e\pi$       B)  $e\pi$       C)  $-e\pi$   
 D)  $(e\pi)^{-3}$       E) -2

40. Si  $f(5x-1) = 1 + 5x + 9x^2 + 13x^3 + \dots$   
 determine  $f(1,5)$ .
- A) 1      B)  $1/2$       C)  $3/2$   
 D) 10      E)  $1/10$

41. Si se cumple que
- $$P(x+1) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}x^2}{P\left(x - \frac{1}{2}\right)} & ; x \geq 2 \wedge x \in \mathbb{Z} \\ P(3x) & ; x < 2 \wedge x \in \mathbb{Z} \\ P(\sqrt{x}) & ; x > 0 \wedge x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \\ 2x(1+\sqrt{2}) & ; x < 0 \wedge x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \end{cases}$$

determine entonces  $P(2)$ .

- A)  $1 - \sqrt{2}$       B) -4      C)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

42. Halle  $P(-n)$ , si  $P(x) = (x+1)^n + (x+2)^n + (x+3)^n + \dots + (2n-1)$  términos siendo  $n$  un número impar.
- A) 0      B) 1      C)  $n$   
 D)  $n+1$       E)  $n-1$

43. Sea el polinomio  $f(x) = x^2 + x + 41$  y  $\{f(0); f(1); f(2); f(3); \dots; f(39)\}$  son números primos; encuentre a partir de estos datos otros 40 números enteros que al evaluar en  $f(x)$  nos reproduzca números primos.

- A)  $\{f(-1); f(-2); f(-3); \dots; f(-40)\}$
- B)  $\{-1; -2; -3; \dots; -40\}$
- C)  $\{f(40); f(41); f(42); \dots; f(79)\}$
- D)  $\{1; 2; 3; \dots; 40\}$
- E)  $\{-41; -42; -43; \dots; -80\}$

44. Sabiendo que  $x^3 + y^3 + z^3 = (a + b + c) [a^2 + b^2 + c^2 - (ab + ac + bc)] + 3abc$

además

$$P(x; y; z) = \frac{(x^3 - a^3)^3 + (y^3 - b^3)^3 + (z^3 - c^3)^3}{(x - a)(y - b)(z - c)}$$

determine  $P(-a; -b; -c)$ .

- A) 0
- B)  $abc$
- C)  $3a^2b^2c^2$
- D)  $-abc$
- E)  $a^2b^2c^2$

45. Dado  $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right) f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) + 3$

halle el valor de  $S$  si  $S = f\left(\frac{1}{2}\right)$ .

- A)  $\frac{12}{5}$
- B)  $\frac{5}{12}$
- C)  $-\frac{5}{12}$
- D)  $-\frac{12}{5}$
- E)  $\frac{1}{2}$

46. Si  $f(x) = x^2(x-3) + 3(x+1) - 4$  determine

$$E = \frac{\left[ f(x)^{\frac{1}{3}} f\left(\frac{1}{3}\right) \right]^{\frac{27}{8}}}{[f(x-1)]^{1/3} + [f(x+1)]^{1/3}}$$

para  $x = 2 \times 10^{20}$ .

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{4}$
- C)  $\frac{1}{8}$
- D)  $\frac{1}{32}$
- E)  $\frac{1}{16}$

47. Sabiendo que  $P(x)$  es una expresión algebraica racional

$$P[P[P(x)]] = x^8 + 4x^6 + 8x^4 + 8x^2 + 5$$

determine  $P(35)$ .

- A) 1 225
- B) 1 226
- C) 1 227
- D) 1 224
- E) 1 223

48. Si  $f(\sqrt{3x} + \sqrt{x+2}) = 2x + \sqrt{3x^2 + 6x}$

$$\frac{f(x) - f(x-1) + f(x+1)}{(x+2)^2} = \frac{g(x) - 6}{2g(x)}$$

$$M(g(x)) = 2x + 3$$

calcule  $M(x)$ .

- A)  $2\sqrt{x} - 2$
- B)  $2\sqrt{x} - 1$
- C)  $2\sqrt{x} - 4$
- D)  $2\sqrt{x} - 5$
- E)  $2\sqrt{x} - 7$

49. Si  $P(x) = ax + b$ , calcule

$$\underbrace{P(P(\dots P(B)\dots))}_{n \text{ paréntesis}}$$

$$\text{siendo } B = \frac{-b(a^n - 1)}{a^n(a - 1)}$$

- A) 0
- B) 1
- C)  $\frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$
- D) 4
- E)  $\frac{b^{n+1} - 1}{b - 1}$

50. Si  $F(x - 14\sqrt{x} + 44) = x$

halle  $F(9x - 42\sqrt{x} + 44)$  si  $\sqrt{x} > 7$

- A)  $9x$
- B)  $2x$
- C)  $-9x$
- D)  $-2x$
- E) No se puede determinar

51. Sea el polinomio  $f(x)$  definido por

$$xf(x+1) - f(x^2) = 3x - 1$$

determine el valor de

$$f(1) + f(2) + f(3)$$

- A) 15
- B) 7
- C) 5
- D) 23
- E) 0

52. Sea  $P(x) = 2x + 1$ . Además

$$\underbrace{P(P(\dots(P(x))\dots))}_{9 \text{ paréntesis}} \equiv a^3 + b^9 x - 1$$

calcule  $ab^4$ .

- A) 32
- B) 64
- C) 128
- D) 256
- E) 1 024

53. ¿Cuántos términos faltan en este polinomio

$$R(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n)(x^{n+4} + x^n)$$

para ser completo, sabiendo que en este otro polinomio

$$P(x - 2) = n^2(3x - 8)^2 + (x - 2)[(x - 2)^{2n-1} + 12]$$

la suma de coeficientes excede en la unidad a su término independiente?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

54. Halle el grado del producto

$$P(x) = ((x^2)^3((x^2)^3)^4((x^3)^4)^5 \dots n \text{ términos}$$

- A)  $\frac{n(n-1)(n-2)}{3}$
- B)  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$
- C)  $\frac{(n+1)^2(n-2)^2}{6}$
- D)  $\frac{(2n+1)(3n-1)(n^2-2n+3)}{4}$
- E)  $(n+1)^2(n^2-1)$

55. Calcule el coeficiente del equivalente de la expresión

$$M(x) = \left( \frac{x^n}{4096} \right)^4 \left[ \frac{\sqrt[n]{2x} \sqrt[n]{2x} \sqrt[n]{2x} \sqrt[n]{2x}}{\sqrt[n]{2x} + \sqrt[n]{2x} + \sqrt[n]{2x} + \sqrt[n]{2x}} \right]^{n^4}$$

si se reduce a un monomio de grado 72.

- A) 8
- B) 4
- C) 32
- D) 1 024
- E) 16

56. Sabiendo que se verifica la siguiente identidad:

$$x^5 - 4x^3 + 2x^2 - 3x + 2 \equiv a(x-1)^5 + b(x-1)^4 + c(x-1)^3 + d(x-1)^2 + e(x-1) + f$$

calcule el valor de

$$M = \frac{a+c+e}{f}$$

- A) -1
- B) 1
- C) 2
- D)  $\frac{1}{2}$
- E)  $-\frac{1}{2}$

57. Sabiendo que  $x^{a^2-bc}$ ;  $x^{b^2-ac}$ ;  $x^{c^2-ab}$ ;  $abc$  son los términos 1ro, 7mo, 13ro y último respectivamente de un polinomio  $P(x)$  completo y ordenado, calcule

$$(a+b+c)^{-1} \left\{ \frac{1}{b-c} + \frac{2}{a-c} \right\}$$

- A)  $\frac{1}{2}$
- B) 2
- C)  $\frac{1}{4}$
- D) 6
- E)  $\frac{1}{6}$

58. Sabiendo que el polinomio  

$$P(x) = (ab - ac + n^2)x^4 + (bc - ab + 6n)x^2 + (ac - bc + 9)$$

es idéntico al polinomio

$$F(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

el cual se anula para cualquier valor asignado

a  $x$ , halle  $\frac{b(a+c)}{ac}$

- A) 2            B)  $\frac{1}{2}$             C) 1  
 D) 4            E)  $\frac{1}{4}$

59. Sea  $P$  un polinomio tal que  
 $P(xy) = P(x) + P(y) \forall x, y \in \mathbb{R}$  si además  
 $P(10) = 0$ , calcule  $P(7) + P(99) + P(1001)$

- A) 1            B) 3            C) 1 107  
 D) 0            E) 6

60. Calcule  $\sqrt[2-b]{\frac{n}{a}} + 5$  sabiendo que el polinomio  
 completo y ordenado

$$P(x) = 2x^{a^{2+13}} + 4x^{a-b} + 6x^{a-b-1} + \dots + n$$

tiene  $(a^n)$  términos.

- A) 2            B)  $\frac{1}{2}$             C) 4  
 D) 3            E)  $\frac{1}{4}$

### División de Polinomios

61. Si el residuo de dividir el polinomio  
 $P(x; y; z) = x^n + py^n + qz^n$  entre  
 $x^2 - (ay + bz)x + abyz$  es un polinomio  
 idénticamente nulo, entonces se cumple

- A)  $\frac{p}{a^n} + \frac{q}{b^n} = -ab$             B)  $\frac{p}{a^n} - \frac{q}{b^n} = 1$   
 C)  $\frac{p}{a^n} + \frac{q}{b^n} = -1$   
 D)  $pb^n + qa^n = pq$             E)  $\frac{p}{a^n} - \frac{q}{b^n} = -1$

62. Calcule el valor de  $m$  en la siguiente división  
 indicada  $\frac{(2x-1)^m}{(x+2)(x-3)}$ , el cociente admite  
 como T.I.=4.

- A) 2            B) 4            C) 6  
 D) 1            E) 3

63. Halle el polinomio  $f(x)$  de grado 3 cuyo término  
 independiente es dos, que dividido entre  $x+1$   
 y  $x-3$  da como resto  $-6$  y  $14$  respectivamente  
 y tal que  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$  es finito. Dé como  
 respuesta el residuo al dividirlo entre  $x-4$ .

- A) 24            B)  $-17$             C) 44  
 D) 54            E) 64

64. Indique el coeficiente del término lineal del  
 resto de dividir

$$\frac{(\cos \alpha + x \operatorname{sen} \alpha)^n}{x^2 + 1}; n \geq 2 \wedge n \in \mathbb{Z}^+$$

- A)  $\cos n\alpha$             B)  $\operatorname{sen} n\alpha$   
 C)  $\frac{1}{2} \cos n\alpha$   
 D)  $n \cos n\alpha$             E)  $n \operatorname{sen} n\alpha$

65. Al dividir  $P(x)$  entre  $(x^2+x+1)$  se obtuvo por  
 residuo  $(x+1)$  y al dividir  $P(x)$  entre  $(x^2-x+1)$   
 el resto es  $(x-1)$ . Calcule el resto de dividir  
 $P(x) \div (x^4+x^2+1)$

- A)  $x^3$             B)  $x$             C)  $x^3-x$   
 D)  $x^3-x$             E)  $x+1$

66. En la división siguiente

$$\frac{2x^5 + 3x^4 + bx^3 + 6bx^2 + x + a}{x^2 - x + b}$$

se sabe que el resto es  $2x+3$ , además la suma  
 de coeficientes del cociente es mayor que 15.  
 Calcule  $ab$ .

- A) 4            B) 9            C) 7  
 D) 2            E) 8

67. ¿Qué relación deben guardar los coeficientes del polinomio  $(ax^4+bx^3+cx+d)$  para que sea divisible entre  $(x^2-2x+1)$ ?

- A)  $d=2a+b$
- B)  $d=2a+3b$
- C)  $d=3a+2b$
- D)  $d=a+2b$
- E)  $d=a+b$

68. Determine  $A$  y  $B / P(x)=Ax^4+Bx^3+1$  verifique

$$P(x)-R(x) = (x-1)^2q(x), \text{ si } R(k)=0, \forall k \in \mathbb{R}.$$

- A) 3 ; 4      B) 3 ; -4      C) 2 ; -4
- D) -2 , 4      E) -2 , -4

69. Indique el valor de  $a$  y  $b$  para que  $(x^8+ax^4+b)$  sea divisible por  $(x^2+x+1)$ .

- A) 1 ; 2      B) 2 ; 1      C) 3 ; 2
- D) -1 ; 1      E) 1 ; 1

70. Al efectuar la división

$$\frac{3ax^4 - 4dx^3 - 2cx^2 + 2x + 2}{3x^2 + 2x - a}$$

se obtiene un cociente cuya suma de coeficientes es igual a 30 y un resto idéntico a  $5ax+a+2$ .  $a \neq 0$ .

Calcule  $\frac{a}{q(1)-a}$  donde  $q(x)$  es cociente.

- A) 1      B)  $\frac{1}{4}$       C) -1
- D)  $-\frac{1}{4}$       E) 4

71. Sabiendo que

$P(x) = 4x^5-6x^4+3x^3+x^2-x-1$  se puede expresar según potencias de  $(x-1)$ , es decir  $P(x)$  se puede expresar así  $a(x-1)^5+b(x-1)^4+c(x-1)+d(x-1)^2+c(x-1)+f$

Indique el valor numérico de

$$M = \frac{b+d+1}{a+c+e}$$

- A) -1      B) 5      C) -10
- D) 1      E) 5

72. Si  $F\left(\frac{a}{2}\right)$  es el resto de dividir  $F(x)$  entre  $(x+2a)$  donde

$$F(x) = 2x^3 + a(a+4)x^2 + (1+a^2+a^3)x + 2(a^3-a^4+1)$$

calcule  $F\left(\frac{1}{2}\right)$ .

- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $\frac{13}{12}$       C)  $\frac{11}{2}$
- D)  $\frac{5}{4}$       E)  $\frac{5}{3}$

73. El cociente y resto de la siguiente división:

$$\frac{\left(\frac{1}{b^2}\right)x^{51} + \left(\frac{1}{a^2}\right)x^{37} + 2x - 2}{3x - 1} \text{ es}$$

$(c_0x^{50} + c_1x^{49} + c_2x^{48} + \dots + c_{50}) ; -5$  respectivamente, donde

$$c_0 + c_1 + c_2 + \dots + c_{50} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}, a, b \in \mathbb{R}$$

Calcule  $a+b$ .

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{3}{4}$       C)  $\frac{3}{2}$
- D)  $-\frac{1}{2}$       E) 5

74. Si  $P(x)$  es divisible por  $(x^2+x+1)$  donde  $P(x) \equiv x^3A(x^3)+B(x^3)$ , calcule la suma de los restos de dividir  $A(x)$  y  $B(x)$  entre  $(x-1)$  respectivamente.

- A) 1      B) 2      C) 0
- D) -1      E) -2

75. Calcule el resto de dividir

$$\frac{(2x+5)^5 - (x-1)^5}{x^2 + 9x + 18}$$

- A) 0
- B)  $25x+203$
- C)  $341x+2\ 046$
- D)  $-36x+20\ 461$
- E)  $273x+2\ 036$

76. Al dividir  $P(x)$  entre  $x^3-x^2-2x+2$  se obtuvo resto  $x+2$ . Halle el resto de dividir  $P^3(x)$  entre  $x^2-2$ .

- A)  $x-3$
- B)  $2x+8$
- C)  $14x+20$
- D)  $8x+18$
- E)  $2x-16$

77. Dado el polinomio  $P(x)$  mónico de grado  $n$  que cumple

$$P(1)=1 ; P(2)=2 ; P(3)=3 ; \dots ; P(n)=n$$

Determine el resto de dividir  $\frac{P(x)}{x}$

- A) 0
- B)  $2 \lfloor n$
- C)  $n+1$
- D)  $\lfloor n-1$
- E)  $(-1)^n \lfloor n$

78. La división

$$\frac{x^5 + y^5 + z^5 + Kxyz(x^2 + y^2 + z^2)}{x + y + z}$$

será exacta cuando el parámetro  $K$  tome el valor de

- A)  $-\frac{5}{2}$
- B)  $\frac{5}{6}$
- C)  $\frac{5}{2}$
- D) 5
- E) 15

79. Determine el resto de la división

$$\frac{(x^5 + x^4 + x^2 + 3)(x^4 - x^2 + 1) + x(x^4 + 1) + x^4(x + 1)}{x^3 - x + 1}$$

- A)  $1-x$
- B)  $2x-1$
- C)  $3-2x$
- D)  $4x-3$
- E)  $x^2+x-1$

80. Luego de efectuar la división

$$\frac{x^{72} + x^4 + 1}{x^{64} - x^{60} + x^{56} - \dots + 1}$$

halle el resto.

- A) 1
- B) 2
- C)  $x^4+1$
- D)  $x^4-1$
- E)  $2x^2+1$

81. ¿Cuál será el residuo de la división?

$$\frac{[(1+x+x^2+x^3)^2 - x^3]^3}{1+x+x^2+x^3+x^4}$$

- A)  $-x$
- B)  $x$
- C) 0
- D)  $1+x+x^2+x^3$
- E)  $1-x$

82. Al efectuar la división indicada

$$\frac{(x-1)^{55} + (2x)^{11} + x^3 - 1}{3x^5 - 15x^4 + 30x^3 - 30x^2 + 21x - 3}$$

se obtiene como residuo

- A) 0
- B)  $-1$
- C)  $x^3$
- D)  $x^3-1$
- E)  $3x^3-3$

83. Para  $n \in \mathbb{N}$  indique el cociente que obtendremos al efectuar

$$\frac{x^{4n} - 1}{x^{4n-2} + x^{4n-4} + x^{4n-6} + \dots + x^2 + 1}$$

- A)  $x^2$
- B)  $x^2-1$
- C)  $x^2+1$
- D)  $x+1$
- E)  $x-1$

84. Al efectuar la división indicada

$$\frac{(x+n)^n + (x+2)^n + (n+2)^n}{x^2 - (n+2)x + 2n}$$

el coeficiente de  $x$ , en el residuo, tiene un desarrollo cuyo penúltimo término es 1 280. Calcule el valor de  $n$ .

- A) 5
- B) 10
- C) 20
- D) 15
- E) 9



## Divisibilidad de Polinomios

### Cocientes Notables

85. Un polinomio  $P(x)$  de 4to grado cuyo coeficiente principal es 3, es divisible entre  $(x^2+1)$  y además la suma de sus coeficientes es nulo. Si al dividir  $P(x)$  entre  $(x-2)$  se obtuvo por resto 50, halle el residuo de dividir  $P(x) \div (x^2-1)$ .
- A) 2                      B) 1                      C) -2  
D)  $2x$                       E)  $2x-2$
86. Dado el polinomio  $P(x)$  mónico, de grado  $2(n+1)$ , que es divisible separadamente entre  $(x^n+1)$  y  $(x+b)$ . Además tiene raíz cuadrada exacta y su término independiente es cero. Calcule el grado de  $P(x)$  si dividido entre  $x-2$  arroja un resto igual a 36.
- A) 8                      B) 6                      C) 4  
D) 2                      E) 10
87. Siendo  $P(x)$  un polinomio que al ser dividido entre  $(x-1)^2$  origina un cociente  $Q(x)$  y un residuo  $R'(x) \equiv 0$  y que  $(x-1)^2(x^2-x+1)^2$  divide al mismo generando un residuo  $R(x)$  quien es divisible entre  $(x-1)^3$  tal que  $R(0)=0$ . Determine  $R(x)$  sabiendo que  $Q(-w)=w+3$  donde  $w$  es una de las raíces no reales de la unidad y  $w \neq -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- A)  $(x-1)^3(x^2-3x)$                       B)  $(x-1)^3(2x^2-x)$   
C)  $(x-1)^4x$   
D)  $(x-1)^5$                       E)  $(x-1)^3(x^2+x)$
88. Si el residuo de dividir el polinomio  $P(x)$  entre  $x^5+x+3$  es igual al cociente (de grado  $\leq 2$ ) disminuido en  $(6x-12)$ , halle dicho cociente si  $P(x)$  es divisible entre  $(x^3-x^2+1)$ .
- A)  $x^2+1$                       B)  $x^2-x+3$                       C)  $2x^2-x+2$   
D)  $2x-4$                       E)  $3x+5$
89. Sabiendo que  $P(x) = (x \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha)^n - \operatorname{cos} n\alpha - x \operatorname{sen} n\alpha$  verifica  $P(x) - R(x) \equiv (x^2+1)q(x)$  donde  $R(x)$  es un polinomio de la forma  $ax+b$  halle  $(a+b)$ .
- A)  $n+1$                       B) 0  
C)  $2 \operatorname{cos} \alpha$   
D)  $\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha$                       E)  $2 \operatorname{sen} \alpha$
90. Para  $n \in \mathbb{N} \wedge n > 20$  si  $P(x) = x^n - ax^2 + a$  y verificándose que  $P(x_1) = P(x_2) = P(x_3) = \dots = P(x_n) = \lambda$  donde  $a \neq \lambda$ , evalúe  $P\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}\right)$ .
- A) 0                      B) 1                      C) 2  
D) -2                      E) 3
91. Un polinomio de 9no grado que tiene raíz cúbica exacta es divisible separadamente por  $x^2-4$  y  $2x-1$  y si se divide entre  $(x+1)$  el resto es 729. Calcule su término independiente.
- A) -64                      B) 64                      C) 27  
D) -27                      E)  $-(12)^3$
92. Dado un polinomio  $P(x)$  de grado  $(n+1)$  tal que  $P(2)=P(3)=P(4)=\dots=P(n)=n!$  cuyo término independiente es  $(n+1)!$  y la suma de coeficientes es  $\frac{2}{n}(n+1)!$  calcule el resto de dividir  $P(x)$  entre  $x-n-1$  si se sabe que  ${}^{n+1}\sqrt{(\operatorname{cos} x)^{n+1}} = -\operatorname{cos} x$  para  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .
- A)  $2n! + (n-1)!$   
B)  $3n! + (n-1)!$   
C)  $2n! - 3(n-1)!$   
D)  $n! + 2(n-1)!$   
E)  $3n! - 2(n-1)!$

93. Al dividir  $P(x)$  entre  $(x^2+5)$  se obtuvo un cociente  $Q(x)$  y un resto  $(2x-5)$ . ¿Cuál es el residuo de dividir  $P(x)$  entre  $(x+2)$ , si se sabe que  $Q(x)$  entre  $(x+2)$  da por resto 4?

- A) 36      B) -5      C) 27  
D) Faltan datos      E) -45

94. Si el polinomio  $P(x;y) = (x+y)^n - x^n - y^n$  es divisible entre  $(x+y)$  el número de términos del cociente es

- A)  $n-2$       B)  $2n-5$       C)  $n-3$   
D)  $\frac{(n+1)}{2}$       E)  $n-1$

95. Indique el cociente de

$$\frac{x^{95} - x^{90} + x^{85} - \dots - 1}{x^{80} + x^{60} + \dots + 1}$$

- A)  $x^{15} - x^{10} + x^5 - 1$   
B)  $x^{10} - x^8 + x^6 - x^2 + x - 1$   
C)  $x^{10} - x^5 + 1$   
D)  $x^5 - 1$   
E)  $x^{15} + x^{10} + x^5 + 1$

96. Calcule el valor de  $(a+b+c)$  si el término central del cociente notable generado al dividir

$$\frac{x^a - y^b}{x^2 - y^5} \text{ es } x^c y^{120}$$

- A) 111      B) 245      C) 391  
D) 208      E) 356

97. Sabiendo que al dividir

$$\frac{x^{2^n} - y^{2^n}}{x^{3^m-1} + y^{3^m-1}}$$
 se obtiene un cociente cuyo

segundo término es  $-x^8 y^8$ , ¿de cuántos términos está compuesto el cociente?

- A) 4      B) 3      C) 5  
D) 6      E) 7

98.  $P(x)$  es un polinomio en  $x$  que dividido por el  $(x^4 + 4x^3 - 14x^2 - 36x + 45)$  da como resto  $(3x^2 - 5x - 8)$ . Calcule los restos que se obtendrán al dividir separadamente  $P(x)$  entre  $(x-1)$ ,  $(x+3)$ ,  $(x-3)$  y  $(x+5)$ . Indique la suma de dichos restos.

- A) 125      B) 120      C) 210  
D) 40      E) 90

99. Al efectuar  $P(x) \div (x+2)(x-3)$  se halló como cociente  $Q(x)$  y como resto  $(2x-1)$  y al dividir  $Q(x)$  entre  $(x+1)(x-1)$  se obtuvo un residuo igual a  $(-x+5)$ . Halle el resto que resulta de dividir  $P(x) \div (x^2-1)(x+2)$

- A)  $8x^2 - 2x + 33$       B)  $8x^2 + 2x - 33$   
C)  $8x^2 - 4x + 33$   
D)  $8x^2 + 2x + 33$       E)  $8x^2 - 4x - 33$

100. Halle el número de términos que tendrá el

$$\text{C.N. de } \frac{x^{5m+10} - y^{5m-50}}{x^{2n+9} - y^{2n+5}} \quad (m,n) \in \mathbb{N}$$

- A) 12      B) 13      C) 14  
D) 15      E) 16

101. Si

$$\frac{3 + 33 + 333 + 3333 + \dots + \overbrace{333\dots 333}^{n \text{ cifras}}}{n} = 370370370$$

halle  $n^2 + n + 1$

- A) 121      B) 100      C) 111  
D) 101      E) 112

102. Dado el cociente notable  $\frac{x^{45} - y^{30}}{x^3 - y^2}$

el grado absoluto del término  $(k)$  excede en 4 unidades al grado absoluto del término  $(k-2)$  contado a partir del último término. Determine el valor de  $k$ .

- A) 7      B) 9      C) 11  
D) 6      E) 5

### Sistema de los Números Reales

103. Se define la operación binaria

$$*: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(a; b) \mapsto a * b$$

tal que  $a * b = a + b - 3$ . Si  $C^{-1}$  representa el inverso de  $C$ , respecto de la operación, halle el conjunto solución de la inecuación  $(2x) * 7 > (x * 1) * 2^{-1}$ .

- A)  $\langle -1; +\infty \rangle$     B)  $\mathbb{R}$     C)  $\emptyset$   
 D)  $\langle -1; 5 \rangle$     E)  $\langle -5; +\infty \rangle$

104. Sea la operación binaria  $*$  definida sobre  $R$  ( $R = \{1; 2; 3; 4\}$ ) tal que si  $a \wedge b \in \mathbb{R}$  se tiene

$$a * b = \begin{cases} ab; & \text{si } ab < 5 \\ \text{El resto de } ab & \text{entre } 5; & \text{si } ab \geq 5 \end{cases}$$

Dada la siguiente tabla

*	1	2	3	4
1	a	b	c	d
2	e	f	h	j
3	m	n	p	q
4	r	s	t	u

calcule el valor de  $\{a * (s * p) * (f * p) * u\} * t$

- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 4    E) 0

105. Para  $a; b \in \mathbb{R}$  se define las operaciones  $*$  y  $\#$  mediante  $a \# b = a - b + ab$

$$a * b = a + b - ab.$$

Determine el valor de verdad de

- I. El inverso de 5 mediante  $*$  es 3.  
 II. El neutro de  $\#$  es  $-4$ .  
 III. El inverso de 10 mediante  $\#$  es  $-9/10$ .  
 IV.  $\#$  es una operación conmutativa.

- A) FVFV    B) FFFF    C) FFVV  
 D) VFVV    E) VVFV

106. En  $Q$  se define la ley  $(*)$  por  $a * b = a + b + 3ab$ . Calcule su elemento neutro y luego indique el elemento inverso de  $(-3)$  mediante  $*$ .

- A)  $-3/10$     B)  $-3/8$   
 C) 0  
 D)  $2/9$     E) No existe

107. Se da la operación binaria  $*$

$$x * y = \frac{Axy + Bx + Cy + D}{axy + bx + cy + d}$$

¿bajo qué condiciones  $e$  es independiente de  $x$ ? Además  $x * e = x$ .

- A)  $\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$   
 B)  $\frac{A-B}{a-b} = \frac{C-D}{c-d}$   
 C)  $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{d}$   
 D)  $-\frac{b}{a} = \frac{B-d}{c-A} = -\frac{D}{C}$   
 E)  $A-B = C-D$

108. En  $\mathbb{R}$  se define la operación  $*$  por

$$a * b = \frac{a+b}{2}. \text{ Indique falso o verdadero.}$$

- I. Si  $a * 5 = 6$ , entonces  $a = 7$ .  
 II.  $(a+b) * (a-b) = a$   
 III. La operación es asociativa.  
 IV. Si  $a * 3 = b^2 * 4$  entonces  $a = b^2 + 1$

- A) VVFV    B) VFVF    C) VFFF  
 D) FVVV    E) VVVV

109. Dado el conjunto  $A$  ( $A \neq \emptyset$ ) sea  $*$ :  $A \times A \rightarrow A$ . Indique el valor de verdad en las siguientes proposiciones.

- I. El elemento neutro de  $A$  bajo  $*$  existe si y sólo si  $*$  es conmutativa.  
 II. El elemento neutro de  $A$  bajo  $*$  si existe es único.  
 III. Si  $*$  es asociativo entonces si existe el inverso de  $x$  entonces es único;  $\forall x \in A$ .

- A) VVV    B) FVV    C) FVF  
 D) FFF    E) VFV

110. Dado  $M = \{a + b\sqrt{2}/a; b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$  dé el valor de verdad en las siguientes proposiciones.

- I.  $M$  con la adición usual en  $\mathbb{R}$  es un grupo abeliano.
- II.  $M$  con la multiplicación usual es un grupo abeliano.
- III.  $M$  es un cuerpo conmutativo que contiene a  $\mathbb{Q}$ , con la adición y multiplicación usuales.

- A) VFV      B) FVV      C) VFF  
D) VVF      E) FFV

111. Sea  $\circ$  una operación en  $\mathbb{R}^2$  definida por  $(x; y) \circ (x'; y') = (xx' - yy'; xy' + yx')$  indique lo correcto.

- A) No es cerrada.
- B) Es no asociativa.
- C)  $\mathbb{R}^2$  con la operación  $\circ$  es un grupo abeliano.
- D) A y B
- E) Es conmutativa.

112. ¿Cuántas de las siguientes proposiciones no siempre son verdaderas en  $\mathbb{R}$ ?

- $ac = bc \rightarrow a = b$
- $a + c^{-1} = b + c^{-1} \rightarrow a = b$
- $\frac{c}{a} = \frac{c}{b} \wedge c \neq 0 \rightarrow a = b$
- $\sqrt{a} = \sqrt{b} \rightarrow a = b$

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) Todas

113. Sean  $x$  e  $y$  números reales. Señale la verdad o falsedad de los siguientes enunciados.

- I. Si  $x^7$  y  $x^{12}$  son racionales, entonces  $x$  es racional.
- II. Si  $x^9$  y  $x^{12}$  son racionales, entonces  $x$  es racional.
- III.  $(x^2 + 2xy + y^2 + x + y + 1)^2$  es posible expresarlo como la suma de 3 cuadrados.

- A) VVV      B) VFF      C) VFV  
D) VVF      E) FFF

114. Halle el mayor valor de  $k$ , si se cumple  $x^4 + y^4 + 1 \geq kxy(x + y + 1); \forall x; y \in \mathbb{R}^+$

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B)  $\sqrt{2}$       C) 1  
D) 2      E)  $\sqrt[4]{2}$

### Factorización de Polinomios

115. Factorice, aplicando identidades

$$P(a; b; c) = (a+b)^3(c-d)^2 - 3ab(a+b)(c-d)^2 + (a^3+b^3)(c+d)^2.$$

Señale el número de factores primos en  $\mathbb{Q}$ .

- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6

116. Factorice

$$P(a; b; c; d) = (a+b+c-2d)^3 - (2b-a-d+2c)^3 - (2a-b-c-d)^3.$$

Señale un factor.

- A)  $a+b+c+d$       B)  $a-2b-2c+d$   
C)  $-2a+b+c+d$   
D)  $a-b+c-d$       E)  $2a-b-c+2d$

117. Luego de factorizar

$$P(a; b; c) = a^2b^3c + a^3bc^2 + ab^2c^3 + a^3b^3c^3 + 1 + a^2b + b^2c + c^2a$$

indique la suma de todos sus factores primos.

- A)  $a^2b + b^2c + c^2a + 1$   
B)  $1 + ab + bc + ac$   
C)  $a^2b + 1$   
D)  $b^2c + 1$   
E)  $a^2b + 1 + b^2c + 1 + c^2a + 1$

118. Si se suma los factores primos de

$$P(a; b; c) = a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 + 8abc$$

se obtiene

- A)  $a(b+1) + b(c+1) + c(a+1)$   
B)  $ab + bc + ac$   
C)  $2(a+b+c)$   
D)  $a(a+b) + b(b+c) + c(a+c)$   
E)  $a(a+1) + b(b+1) + c(c+1)$

119. ¿Cuántos divisores algebraicos primos admite el polinomio  $P(x;y) = [x^4 + y^4 + (x+y)^4]^4$  ?

- A) 1                      B) 2                      C) 4  
D) 8                      E) 9

120. Indique un factor de

$$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^2 - x^5$$

- A)  $x+1$   
B)  $x-1$   
C)  $x^5-1$   
D)  $x^9+1$   
E)  $x^4+x^3+x^2+x+1$

121. Indique un factor primo del polinomio

$$P(x) = 128(x^2 - 5)^7 - (x^2 - 9)^7 - (x^2 - 1)^7$$

- A)  $x-1$                   B)  $x^2+1$                   C)  $2x^2+3$   
D)  $x+5$                   E)  $2x^2+9$

122. Un factor primo racional de

$$P(x) = x^4 + 4abx^2 - (a^2 - b^2)^2 \text{ es}$$

- A)  $x^2 + (a-b)^2$                   B)  $x^2 + a + b$   
C)  $x - a + b$   
D)  $x + a + b$                   E)  $x - a - b$

123. Factorice

$$M(x;y;z) = 5(x^2 + y^4 + z^6) - 26y^2(x + z^3) + 10xz^3.$$

Señale la suma de sus factores.

- A)  $6(x+2y^3-3z^3)$                   B)  $3(x+y^2-z^3)$   
C)  $x-y^2+z^3$   
D)  $2(x-y^2-z^3)$                   E)  $6(x-y^2+z^3)$

124. Al factorizar indique el número de factores primos en

$$P(a;b;c) = 2[(a+b)^2 + c^2] + 4c(a+b) - 5(a+b+c) + 2$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

125. Luego de factorizar

$$P(x) = x^4 - 3x^3 - 25x^2 + 39x + 180 - (x+3)(x-4)(2x+17)$$

indique uno de los factores primos.

- A)  $x-4$                   B)  $x+2$                   C)  $x+8$   
D)  $x+1$                   E)  $x-1$

126. Con respecto al polinomio

$$M(x) = (x^3 + 1)^2 - x^2(x^2 + 4)$$

será cierto que

- I. Tiene 2 factores cúbicos primos.
- II. La diferencia entre sus factores primos es  $\pm 2x(x-2)$
- III. La suma de coeficientes de un factor primo es 1.
- IV. En los complejos tiene 6 factores primos.

- A) solo I y II                                  B) solo II, III y IV  
C) solo I y IV  
D) todos    E) ninguno

127. Si el polinomio

$$P(x) = x^2 + (2m-1)x + (m-1)^2$$

es factorizable mediante un aspa simple (en el campo numérico de los racionales), además  $m \in \mathbb{Z}^+ \wedge m < 13$ , indique un factor primo.

- A)  $x+5$                   B)  $x+7$                   C)  $x+9$   
D)  $x+11$                   E)  $x-1$

128. Determine la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones.

- I. Un polinomio mónico de segundo grado de coeficientes si no se factoriza por aspa simple es primo.
- II. Un polinomio mónico de coeficientes racionales y de grado 3 si no se factoriza por divisores binómicos es primo en  $\mathbb{Q}$ .
- III. Un polinomio mónico de coeficientes racionales y de grado 4 si no se factoriza por aspa doble especial es primo en  $\mathbb{Q}$ .

- A) FVF                  B) FWV                  C) VVV  
D) VVF                  E) FFF

**129.** Si al factorizar  
 $P(x) = ax^5 - (a+b)x^4 + bx^3 + ax^2 - (a+b)x + b$   
 se encuentra un factor primo racional doble,

halle  $\left(\frac{b}{a}\right)$ .

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 2      C) 1  
 D) -1      E)  $1 \vee -1$

**130.** Sabiendo que  $a \in \mathbb{Z} - \{1; 0; -1\}$  factorice  
 $P(x) = x^6 + (2a - a^2)x^4 + (a^2 - 2a)x^2 - 1$   
 e indique el número de términos de la suma  
 de todos sus factores primos, si dos de sus  
 factores primos son de segundo grado.

- A) 1      B) 2      C) 3  
 D) 4      E) 5

**131.** Indique un término de un factor primo de  
 $S(x) = x^5(x^3 + 4) + (3x + 1)(x - 1)$

- A) 2      B) 3      C)  $3x$   
 D)  $5x$       E)  $2x^2$

**132.** Conteste falso o verdadero según corresponda.

- I. Todos los divisores del término independiente de un polinomio de coeficientes enteros son raíces enteras del mismo.  
 II. Para que un polinomio tenga raíces enteras no es necesario que tenga coeficientes enteros.  
 III. El polinomio  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$  tiene raíces racionales.

- A) VVV      B) VFV      C) FVV  
 D) FFV      E) FFF

**133.** Si  $x_1$  es una raíz real del polinomio  
 $P(x) = x^7 + x - 8$ , entonces

- A)  $x_1 \notin (1; 2)$   
 B)  $x_1 \in \left(\frac{8}{7}; \frac{4}{3}\right)$

C)  $x_1 \in \left(\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right)$

D)  $x_1 \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

E)  $x_1 \in \left(\frac{65}{64}; \frac{8}{7}\right)$

**134.** Señale un factor primo de  
 $(2x + 1)^7 + 4x(x + 1) + 2$

- A)  $4x^2 + 7x + 3$       B)  $4x^2 + 6x + 3$   
 C)  $4x^2 + 4x + 1$   
 D)  $4x^2 + 2x + 1$       E)  $4x^2 - 2x + 1$

**135.** Sea el polinomio

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

de coeficientes enteros. Si al menos de un modo, se puede elegir un número primo  $m$  que satisfaga las condiciones siguientes:

- I.  $a_0$  no es divisible entre  $m$ .  
 II. Todos los demás coeficientes son divisibles entre  $m$ .  
 III.  $a_n$  es divisible por  $m$ , pero no por  $m^2$ .  
 Entonces el polinomio es

- A) divisible entre cualquier polinomio.  
 B) irreducible en  $\mathbb{Q}$ .  
 C) irreducible en  $\mathbb{R}$ .  
 D) tiene factores en  $\mathbb{R}$ .  
 E) No se puede afirmar nada.

**136.** Indique un factor del siguiente polinomio:

$$P(x) = x^{107} + x^{21} + x$$

- A)  $x^2 - x + 1$       B)  $x^2 + 2x - 3$       C)  $x^2 + x - 2$   
 D)  $x^2 + x + 1$       E)  $x^5 + x + 1$

**137.** Luego de factorizar el polinomio  
 $P(x) = x^7 - 2x^5 + x^4 - x^2 + x - 1$  en  $\mathbb{Q}$   
 indique un factor.

- A)  $x^3 + x + 1$       B)  $x^2 - 1$       C)  $x^4 - x^2 - 1$   
 D)  $x^3 - x + 1$       E)  $x^4 + x^2 + 1$

138. Luego de factorizar el polinomio  
 $P(x) = (x-1)(x^2-2)(x^3-3)+2(2x^3-3x+3)$   
 éste admite la forma  
 $P(x) = x^n(x+c)^n(x^n+ax-a)$ .  
 Calcule el valor numérico de  $n-ac$ .

- A) -4      B) -1      C) 0  
 D) 3      E) 5

139. Factorice en  $\mathbb{Z}$  los polinomios  
 $P(x) = x^7+x^6-x^5-2x^3-1$   
 $Q(x) = x^7-2x^4-1$ .  
 Si  $M(x)$  es el polinomio que resulta de sumar los factores primos de 3er grado, halle una raíz irracional de  $M(x)$ .

- A)  $\frac{\sqrt{7}-2}{4}$       B)  $\frac{\sqrt{13}-5}{4}$       C)  $\frac{\sqrt{17}-1}{4}$   
 D)  $\frac{\sqrt{21}-2}{5}$       E)  $\frac{\sqrt{2}-1}{5}$

### MCD, MCM y Fracciones Algebraicas

140. Halle el MCD de los siguientes polinomios:

$$P(x;y) = x^4+xy^3+x^3y+y^4$$

$$R(x;y) = 3x^3+5x^2y+xy^2-y^3$$

$$Q(x;y) = x^4+3x^3y+3x^2y^2+xy^3$$

- A)  $x+y$       B)  $x^2+y^2$       C)  $(x+y)^2$   
 D)  $x^2-y^2$       E)  $2x+y$

141. Si el MCD de los polinomios

$$P(x) = (x^2-2x+1)^4(x^2+3x+2)^8$$

$$Q(x) = (x^3-3x^2+3x-1)^4(x+2)^8$$

es  $(ax^2+bx+c)^n$ ;  $a > 0$   
 halle  $abc+n$ .

- A) -2      B) -1      C) 2  
 D) 6      E) 10

142. Indique si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.

- I. Si el polinomio  $P(x)$  es divisible en formas separadas por los polinomios  $P_1(x); P_2(x); P_3(x); \dots; P_n(x)$

entonces el polinomio  $P(x)$  es divisible por  $[P_1(x)P_2(x)\dots P_n(x)]$ .

- II. El MCD de dos o más polinomios es divisible por dichos polinomios.  
 III. El MCM de dos o más polinomios es un polinomio que divide exactamente a los polinomios mencionados.

- A) VVV      B) VVF      C) FVF  
 D) FFV      E) FFF

143. ¿Cuántos factores algebraicos tienen el MCM de los siguientes polinomios?

$$P(x) = 1+x+x^2+\dots+x^5$$

$$Q(x) = 1+x+x^2+\dots+x^7$$

$$f(x) = 1+x+x^2+\dots+x^{11}$$

- A) 63      B) 15      C) 81  
 D) 31      E) 243

144. Dado el polinomio  $P(x) = x^2-2x+1$ , si

$$\text{MCM}(P(x);Q(x))\text{MCD}(P(x);Q(x)) \equiv 2x^5+x^3+2x^2+ax+b$$

calcule la suma de coeficientes de  $Q(x)$ .

- A) 24      B) 25      C) 20  
 D) 10      E) 14

145. Luego de simplificar

$$\frac{2x^5+x^4+7x^2-3}{x^4+3x-2}$$

señale la suma de los términos lineales del numerador y denominador.

- A)  $x$       B)  $2x$       C)  $3x$   
 D)  $4x$       E)  $-x$

146. El equivalente reducido de

$$\frac{1+n^3}{n^4-2n^3+3n^2-2n+1} - \frac{n^2+2n-1-2n^3}{n^3+1}$$

es

- A)  $n^3+1$       B)  $n^3+3$       C)  $2n^3$   
 D) 2      E)  $2n^3+1$

147. Reduzca

$$\frac{1}{1+a^{n-m}+a^{p-m}} + \frac{1}{1+a^{m-n}+a^{p-n}} + \frac{1}{1+a^{m-p}+a^{n-p}}$$

- A)  $1+a$       B)  $3$       C)  $a^m$   
 D)  $a$               E)  $1$

148. Indique el valor reducido de

$$P(x) = \frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{(d-a)(d-b)(d-c)} + \frac{(x-b)(x-c)(x-d)}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{(x-a)(x-b)(x-d)}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{(x-a)(x-c)(x-d)}{(b-a)(b-c)(b-d)}$$

- A)  $x-a-b-c-d$   
 B)  $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$   
 C)  $x+a+b+c+d$   
 D)  $1$   
 E)  $a+b+c+d$

149. Sabiendo que

$$(a-b)(a-c) + (b-c)(b-a) + (c-a)(c-b) = 2(a+b+c)^2$$

donde  $abc \neq 0$ ,  
 halle el valor de

$$\frac{\frac{a+3b+c}{ac} + \frac{b+3c+a}{ab} + \frac{c+3a+b}{bc}}{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}$$

- A)  $-1$       B)  $-4$       C)  $-6$   
 D)  $-13$       E)  $-15$

150. A partir de

$$\frac{a^4 + b^2c^2}{a} = \frac{b^4 + a^2c^2}{b} = \frac{c^4 + a^2b^2}{c} = -abc$$

reduzca  $\left(\frac{a^6 + b^6}{a^3 + b^3}\right)\left(\frac{b^6 + c^6}{b^3 + c^3}\right)\left(\frac{c^6 + a^6}{c^3 + a^3}\right)$

- A)  $abc$                       B)  $-(abc)^3$   
 C)  $1$   
 D)  $(abc)^3$                   E)  $-abc$

151. Para que la fracción

$$\frac{(\alpha - 2)x + (\theta - 2\alpha + 1)y + 4\theta}{5x + 2y + 12}$$

sea independiente de  $x$ ;  $y$

A) es conveniente que el valor de  $\alpha$  sea igual al valor de  $\theta$ .

B) precisamos conocer los valores de  $\alpha$  y  $\theta$ , con lo que se hace nulo el numerador.

C) tenemos que escoger los valores de  $\alpha$  y  $\theta$  por tanteo, ya que es una fracción de 4 variables.

D) los valores de  $\alpha$  y  $\theta$  tienen que ser  $1/3$  y  $(-1)$  respectivamente.

E) la suma de los valores de  $\alpha$  y  $\theta$  sea  $3, 2$  respectivamente.

152. Si las constantes  $A, B, C$  y  $D$  son los numeradores de las fracciones parciales en que puede ser descompuesta la fracción

$$f(x) = \frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2(1+x)^2}$$

halle  $4A+4B+2C+D$ .

- A)  $2$               B)  $-2$               C)  $1$   
 D)  $-1$               E)  $0$

153. Halle  $m^2+n^2+p^2$  si las expresiones

$$\frac{n}{x-2} + \frac{p}{x-3} + \frac{m}{x-1} \quad \text{y} \quad \frac{x^2 - 10x + 13}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

tienen los mismos valores numéricos  $\forall x \neq 1; 2; 3$ .

- A)  $1$               B)  $29$               C)  $5$   
 D)  $7$               E)  $24$

154. Una de las fracciones parciales e irreducibles

de  $\frac{3x^2 + x - 2}{(1-2x)(x-2)^2}$  es

- A)  $\frac{1}{(x-2)^2}$                       B)  $\frac{5}{(x-2)^2}$   
 C)  $\frac{-5}{1-2x}$   
 D)  $-\frac{5}{3(x-2)}$                       E)  $\frac{4}{3(x-2)}$



### Radicación y Racionalización

155. Después de extraer la raíz cuadrada al polinomio

$$P(x) = 4x^8 + 20x^7 + 13x^6 - 14x^5 + 69x^4 + 26x^3 - 14x^2 + 40x + 25$$

¿qué enunciado es correcto?

- A) El polinomio es un cuadrado perfecto.
- B) La suma de coeficientes de la raíz cuadrada es 13.
- C) El coeficiente del término cuadrático de la raíz cuadrada es 3.
- D) El coeficiente del término lineal de la raíz cuadrada es (-3).
- E) En la raíz cuadrada existen dos términos que tienen sus coeficientes iguales.

156. Si el polinomio  $P(x) = x^2 + 6x + 2ix + a - bi$  admite raíz cuadrada exacta, halle **ab**. ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

- A) 8                      B) 64                      C) -6
- D) -48                      E) 0

157. Si  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2-1}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$  ;  $\{a, b, c\} \subset \mathbb{Q}$  calcule  $a+b+c$ .

- A) 1                      B) 3                      C)  $\frac{1}{3}$
- D) 2                      E)  $\frac{1}{3} + \sqrt[3]{2}$

158. Reduzca  $(\sqrt{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}} + \sqrt[4]{6})^4$

- A) 80                      B) 96                      C) 100
- D) 125                      E) 4

159. Reduzca

$$\sqrt{20\sqrt{6} + 49} + \sqrt[4]{441 + 180\sqrt{6}} - 3\sqrt{6}$$

- A) 8                      B) 10                      C) 20
- D) 30                      E) 18

160. Luego de transformar a radicales simples indique uno de los radicandos

$$\sqrt{2x + \sqrt{x^2 - 1} \left[ 1 + \frac{x^2}{x^2 - 1} \right] - \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}}{x + \sqrt{x^2 - 1}}}$$

donde  $x > 1$

- A)  $x+1$                       B)  $x$                       C)  $2x-1$
- D)  $x+2$                       E)  $x^2-1$

161. Sabiendo que el radical doble

$$\sqrt{3ax^6y + \frac{5b}{8}xz^2 + x^3z} \sqrt{\left(9ab - \frac{c}{2}\right)xy}$$

puede descomponerse en radicales sencillos,

calcule el valor de  $E = \frac{c}{ab}$

- A) 1                      B) 2                      C) 3
- D) 4                      E) 5

162. Calcule A y B de la igualdad

$$\sqrt{11\sqrt{2} - 12} = \sqrt[4]{A} - \sqrt[4]{B} ; (A, B) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$$

e indique el valor de  $\sqrt[4]{\frac{A}{B}}$ .

- A)  $3\sqrt{2}$                       B)  $\frac{3}{\sqrt{2}}$                       C) 2

- D)  $\sqrt{3}$                       E)  $\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$

163. Efectúe

$$R = \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{11\sqrt{2} + 9\sqrt{3}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{97 + 56\sqrt{3}}}}$$

- A) 1                      B) 2                      C)  $\sqrt[5]{2}$
- D)  $\sqrt{2} + 1$                       E)  $\sqrt{3} + 1$

164. El equivalente racionalizado de

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$$

será

- A) 1                                  B)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$   
 C)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$   
 D)  $\sqrt{2} + 1$                           E)  $\sqrt{2} - 1$

165. Después de racionalizar el denominador de

$$\frac{1}{2 + \sqrt[5]{7} - \sqrt[3]{7}}$$

se obtendrá en éste

- A) 568                  B) 520                  C) 456  
 D) 426                          E) 342

166. Luego de racionalizar su denominador, indíquelo.

$$\frac{7}{\sqrt[2n]{\frac{1}{2}} + \sqrt[2n]{\frac{1}{3}}}; \quad n \geq 5, n \in \mathbf{N}$$

- A) 3                  B) 2                  C) 6  
 D) 1                          E) 5

167. El equivalente más elemental de

$$\left( \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} \right)^2$$

será

- A) 6                  B) 3                  C) 2  
 D)  $\sqrt{3}$                           E)  $\sqrt{2}$

168. Efectúe

$$\frac{(\sqrt[5]{a} + 1)^2}{(\sqrt[5]{a^2} + \sqrt[5]{a} + 1)(\sqrt[5]{a^3} - \sqrt[5]{a^2} + 1)} - \sqrt[5]{a} + 1$$

- A) -2                  B) -1                  C) 0  
 D) 1                          E) 2

169. Efectúe

$$4 \left[ \frac{1}{1 + \sqrt[4]{4}} + \frac{1}{1 + \sqrt{3} + \sqrt[4]{4}} \right] \left[ \frac{1}{1 - \sqrt[4]{4}} + \frac{1}{1 - \sqrt[4]{4} + \sqrt{3}} \right]$$

- A)  $13 + 5\sqrt{3}$                           B)  $13 - 5\sqrt{3}$   
 C)  $5 + 13\sqrt{3}$   
 D)  $5 - 13\sqrt{3}$                           E)  $-13 + 5\sqrt{3}$

### Números Complejos

170. Sabiendo que  $S_n = i^{4n} + i^{-2n}$ ;  $n \in \mathbf{N}$ , determine el módulo del complejo resultante de  $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{2002}$

- A) 0                  B) 2002                  C)  $\sqrt{2}$   
 D)  $1996\sqrt{2}$                           E) 1

171. Sabiendo que el módulo de Z, donde

$$Z = \sum_{k=1}^{2n} [K + (-1)^K (K + 1)i]$$

es igual a  $n\sqrt{530}$ , calcule n.

- A) 10                  B) 11                  C) 12  
 D) 13                          E) 9

172. Halle el valor de

$$E = \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \right)^{11} + \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \right)^{11}$$

- A) 57                  B) 67                  C) 17  
 D) -31                          E) 31

173. Halle el argumento de Z si

$$Z = (ab+1; a-b) \times (bc+1; b-c) \times (ca+1; c-a)$$

donde  $a, b, c \in \mathbf{R}^-$ .

- A)  $\frac{\pi}{2}$                   B)  $-\frac{\pi}{2}$                   C) 0  
 D)  $\pi$                           E)  $-\frac{\pi}{4}$

174. ¿Cuál es el valor máximo que puede adquirir el módulo del número complejo  $Z$ , si

$$\left| Z + \frac{1}{Z} \right| = 1 ; Z \neq (0,0) ?$$

- A)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$                       B)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$   
 C)  $1+\sqrt{3}$   
 D)  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$                       E)  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

175. Sabiendo que  $Z$  es un número complejo, resuelva la ecuación  $Z^2 + \overline{Z} - 2 = -2$ . Señale la suma de los módulos de todas sus soluciones.

- A) 3                      B) 1                      C) 8  
 D) 9                      E) 5

176. Sean  $z, w \in \mathbb{C}$ . Si  $|z|=2 \wedge |w|=1$  calcule

$$\left| \frac{|z|^2 \overline{w} + z \cdot \overline{w} \cdot \overline{z}}{\overline{z}w + z\overline{w}} \right|^{|z|^{w \cdot \overline{w}}}$$

- A) 4                      B) 8                      C) 16  
 D) 64                      E) 1

177. Si  $\operatorname{Re}(Z_1 \overline{Z_2}) = -1$ ,

$$\text{además } K = \sqrt{(Z_1 \overline{Z_2} + \overline{Z_1} Z_2) i}$$

halle un valor de  $(K+i)$ .

- A)  $\sqrt{5}$                       B)  $\sqrt{3}$                       C) 2  
 D)  $\sqrt{2}$                       E) 1

178. Calcule  $(1 + \cos \alpha + i \operatorname{sen} \alpha)^n$  e indique lo incorrecto.

- A) Su módulo es  $2^n \cos^n \left( \frac{\alpha}{2} \right)$

B) Su argumento principal  $\left( \frac{n\alpha}{2} \right)$  radianes.

C) La parte imaginaria es  $4^n \cos^n \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ .

D) La parte real  $2^n \cos^n \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ .

E) Hay 2 alternativas incorrectas.

179. Si  $z$  es un punto sobre la circunferencia

$$|z-1| = 1/z \in \mathbb{C}$$

es cierto que

A)  $\arg(z-1) = 2 \arg z$

B)  $\arg(z-1) = \frac{2}{3} \arg(z^2 - z)$

C)  $\arg z = 2 \arg z(z-1)$

D)  $\arg z = \frac{2}{3} \arg(z^2 - z)$

E) A o B

180. Sabiendo que  $|Z_1|=2 \wedge Z_2=3+\sqrt{2}i$

calcule el módulo de  $(Z_1 - Z_2)$  si la recta que se obtiene al unir los afijos de  $Z_1$  y  $Z_2$  no contiene ningún punto que represente el afijo de otro complejo  $Z_3$ , tal que  $|Z_3|=2$ .

- A)  $\sqrt{7}$                       B)  $\sqrt{5}$                       C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $\sqrt{2}$                       E) 5

181. Halle el argumento del número complejo

$$Z_1 = Z^2 - Z \text{ si } Z = \cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi ; \varphi \in \left\langle \pi; \frac{5\pi}{4} \right\rangle$$

A) indeterminado                      B)  $\frac{\pi + 3\varphi}{2}$

C)  $\frac{3\varphi - 3\pi}{2}$

D)  $\frac{\varphi}{2}$                       E)  $\frac{2\pi + \varphi}{2}$

182. ¿Cuál es el menor valor entero y positivo  $n$ , que verifica la igualdad

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

sabiendo que éste es de cuatro cifras?

- A) 1 002      B) 1 005      C) 1 004  
D) 1 400      E) 1 006

183. Calcule el equivalente de  $S$  en

$$S = 1 + e^{\frac{2\pi i}{n}} + e^{\frac{4\pi i}{n}} + e^{\frac{6\pi i}{n}} + \dots + e^{\frac{2(n-1)\pi i}{n}}$$

donde  $n \in \mathbf{N} - \{1\}$

$i$  : unidad imaginaria

$e$  : base de los logaritmos naturales

- A)  $e^{n\pi i}$       B) 1      C) 0  
D)  $2^n e^{2(n-1)\pi i}$       E)  $e^{\frac{2(n-1)\pi i}{n}}$

184. Dados los complejos  $z$  y  $w$  tal que  $|z - 4i| \leq 2 \operatorname{Re}[w] = \operatorname{Im}[w]$ , calcule el mínimo valor de  $|z - w|$ .

- A)  $2 - \sqrt{2}$       B)  $3 - \sqrt{2}$       C)  $2(2 - \sqrt{2})$   
D)  $2(\sqrt{2} - 1)$       E)  $2(\sqrt{2} + 1)$

185. Sabiendo que  $\omega_k = \cos \frac{2k\pi}{7} + i \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{7}$

$$\text{calcule } M = \sum_{k=1}^7 \frac{(\omega_k - 1)^2}{\omega_k}$$

- A) 7      B) -7      C) 14  
D) -14      E) 0

186. Calcule  $a$  y  $b$  de modo que el sistema

$$\begin{cases} |z - 2| = a \\ |z - 4| \leq b \end{cases}$$

donde  $z \in \mathbf{C}$  presenta solución única. Indique un valor de  $a + b$ .

- A) 2      B) 6      C) 8  
D) 10      E) -5

187. Si  $\phi$  es una raíz enésima compleja de la unidad real, calcule el valor de  $k$  si

$$k = \phi + \phi^2 + \phi^3 + \phi^4 \dots n \text{ sumandos}$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
D)  $n$       E)  $n^n$

188. Si  $\theta$  es el argumento de  $Z$ , que cumple  $|\operatorname{Im}(Z)| \leq 1 \wedge |\operatorname{Re}(Z)| \leq 1$ , además tiene la menor distancia a la recta vertical que pasa por  $x = -3$  y de argumento máximo, calcule

$$\frac{|Z| + \cos \theta}{\tan \theta}$$

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{2} - 1$       C)  $2\sqrt{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{8}$

189. Si  $\{\omega_1; \omega_2; \omega_3\}$  son las raíces cúbicas de la unidad imaginaria, simplifique

$$\frac{(\omega_1^2 - 1)^3 (\omega_2^2 - 1)^3 (\omega_3^2 - 1)^3}{1 + \omega_1(\omega_1 - i) + \omega_2(\omega_2 - i) + \omega_3(\omega_3 - i)}$$

- A) 1      B) -4      C) 4  
D) -8      E)  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3$

190. Sabiendo que  $a$ ,  $b$  y  $c$  son raíces cúbicas de la unidad imaginaria, además

$$\arg(b) + \arg(c) = \pi \quad \text{y} \quad \arg(b) < \arg(c)$$

calcule el valor de

$$L = \frac{(a+b)^{123} + (b+c)^{234} + (c+a)^{345}}{bc(c-b)}$$

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       C)  $\sqrt{3}$   
D)  $-\sqrt{3}$       E) 3

191. Indique cuántas sentencias son correctas en los complejos.

- I.  $e^z = 0$  posee una única solución  $z \in \mathbb{C}$
- II.  $e^z = e^w$  se cumple si y sólo si  $z - w = 2k\pi i / k \in \mathbb{Z}$

III.  $\cos^2 \theta \cdot \operatorname{sen}^2 \theta = -\frac{\cos 4\theta}{8} + \frac{1}{8}$

IV. Si  $z = re^{i\theta}$  es un complejo (no nulo) la solución de  $e^w = z$  es

$w = \ln r + (\theta + 2k\pi)i$

Observación:  $e \approx 2,7182818$

- A) Ninguna
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Todas son correctas

192. Sean  $1; w_1; w_2; \dots; w_n$  las raíces de orden  $(n+1)$  de la unidad real con  $n \in \mathbb{N}$

Calcule  $\prod_{k=1}^n (n - w_k)$

- A)  $(n-1)^n$
- B)  $n^n - 1$
- C)  $\frac{n^n - 1}{n - 1}$
- D)  $\frac{n^{n+1} - 1}{n - 1}$
- E)  $2n^n$

193. Sea el número complejo

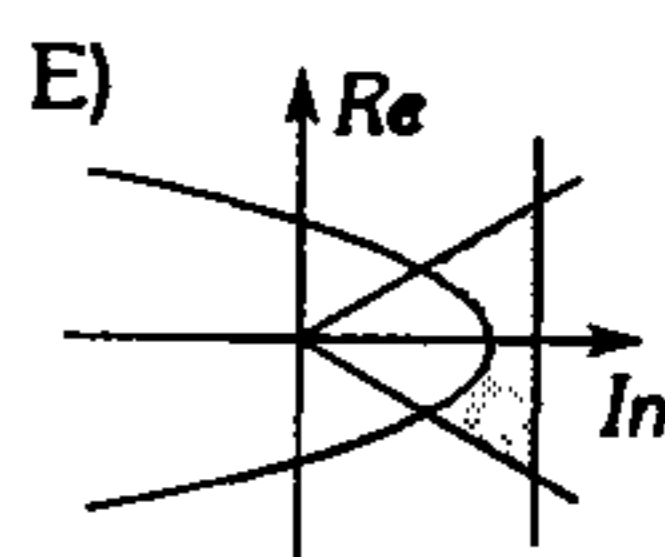
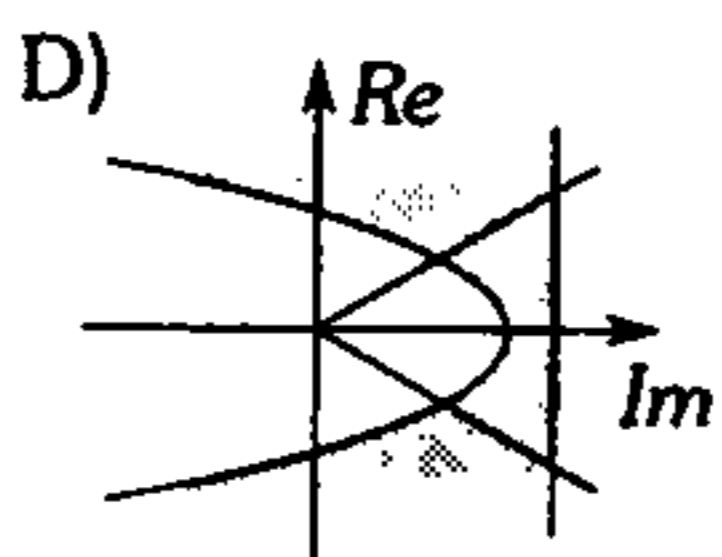
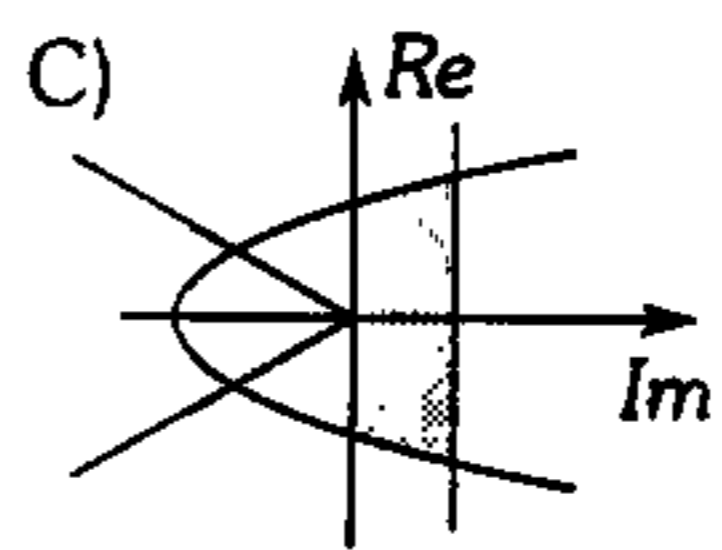
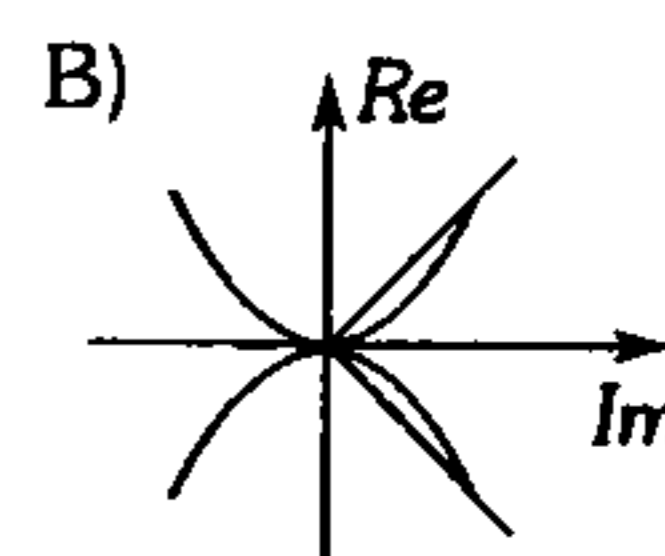
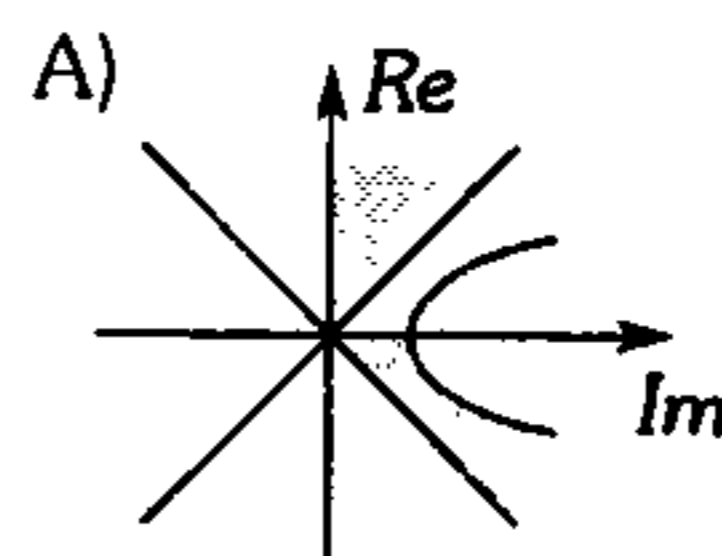
$Z = \left(\cos \frac{\pi}{2}\right)^7 + (\ln 7)i; i = \sqrt{-1}$

calcule  $\cos Z$ .

- A)  $\ln \frac{1}{7}$
- B)  $1 + \ln 7$
- C)  $\frac{13}{5}$
- D)  $\frac{25}{7}$
- E) 0

194. Grafique

$T = \left\{ Z \in \mathbb{C} / |Z| - 2 + \operatorname{Re}(Z) \geq 0 \wedge \frac{-\pi}{4} \leq \arg(Z) \leq \frac{\pi}{4} \right\}$



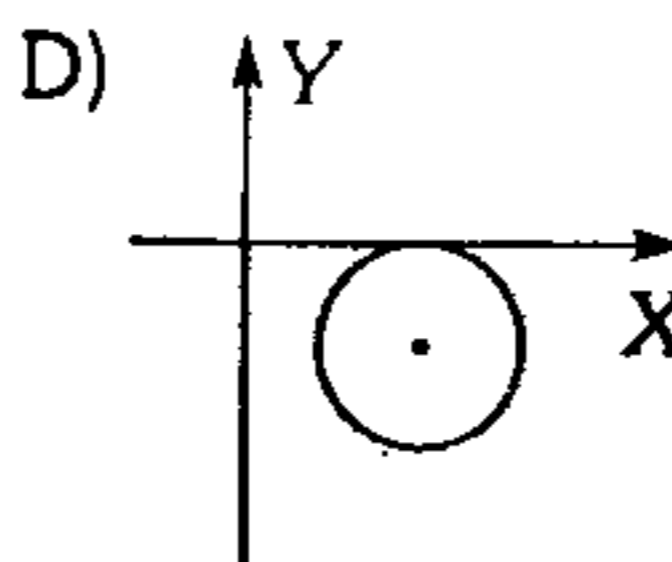
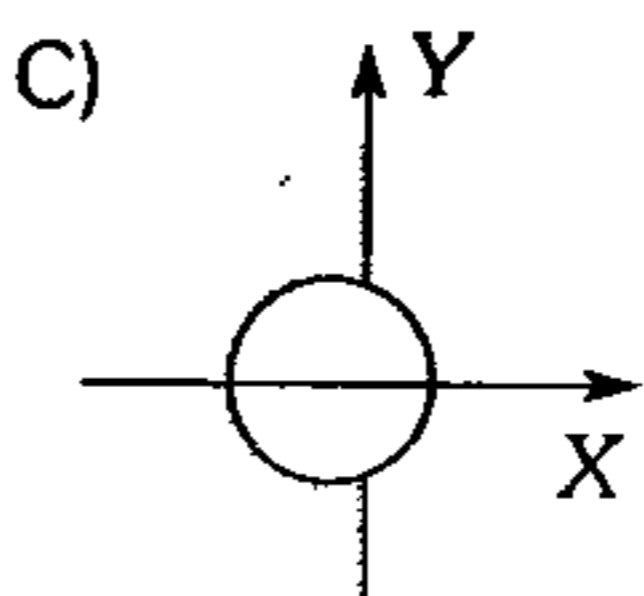
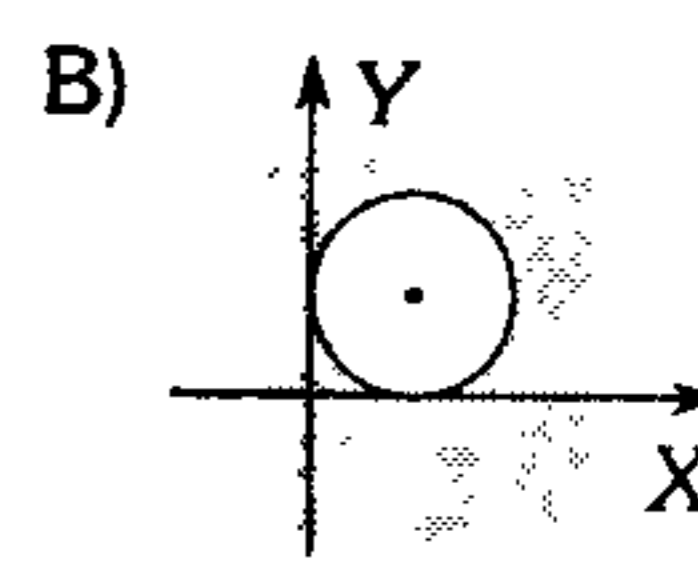
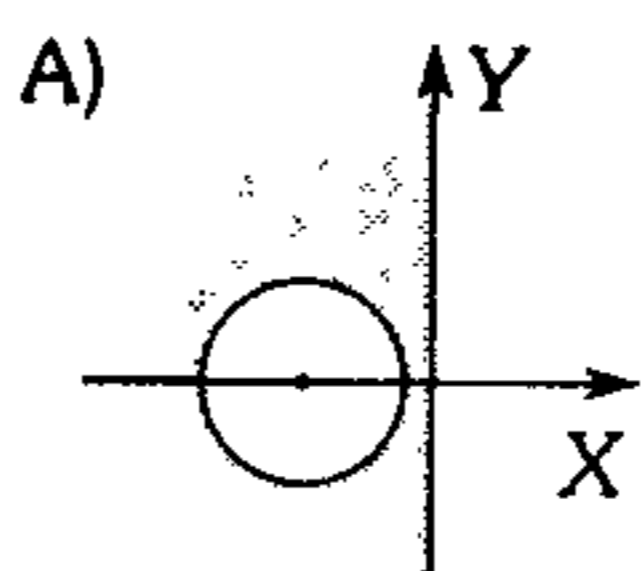
195. Si  $A = \left\{ Z \in \mathbb{C} / 1 \leq |Z| \leq 4; \frac{\pi}{4} \leq \arg(Z) \leq \pi \right\}$

calcule el área de la región formada.

- A)  $(30\pi)u^2$
- B)  $\left(\frac{45}{8}\pi\right)u^2$
- C)  $\left(\frac{20}{3}\pi\right)u^2$
- D)  $\left(\frac{36}{5}\pi\right)u^2$
- E)  $(21\pi)u^2$

196. Halle la región representada por los complejos

$Z$  que cumplen  $1 \leq \left| \frac{Z-1}{Z+1} \right| \leq 2$



E) Los complejos  $Z$  no forman ninguna región

197. Determine el área de la región formada por el conjunto

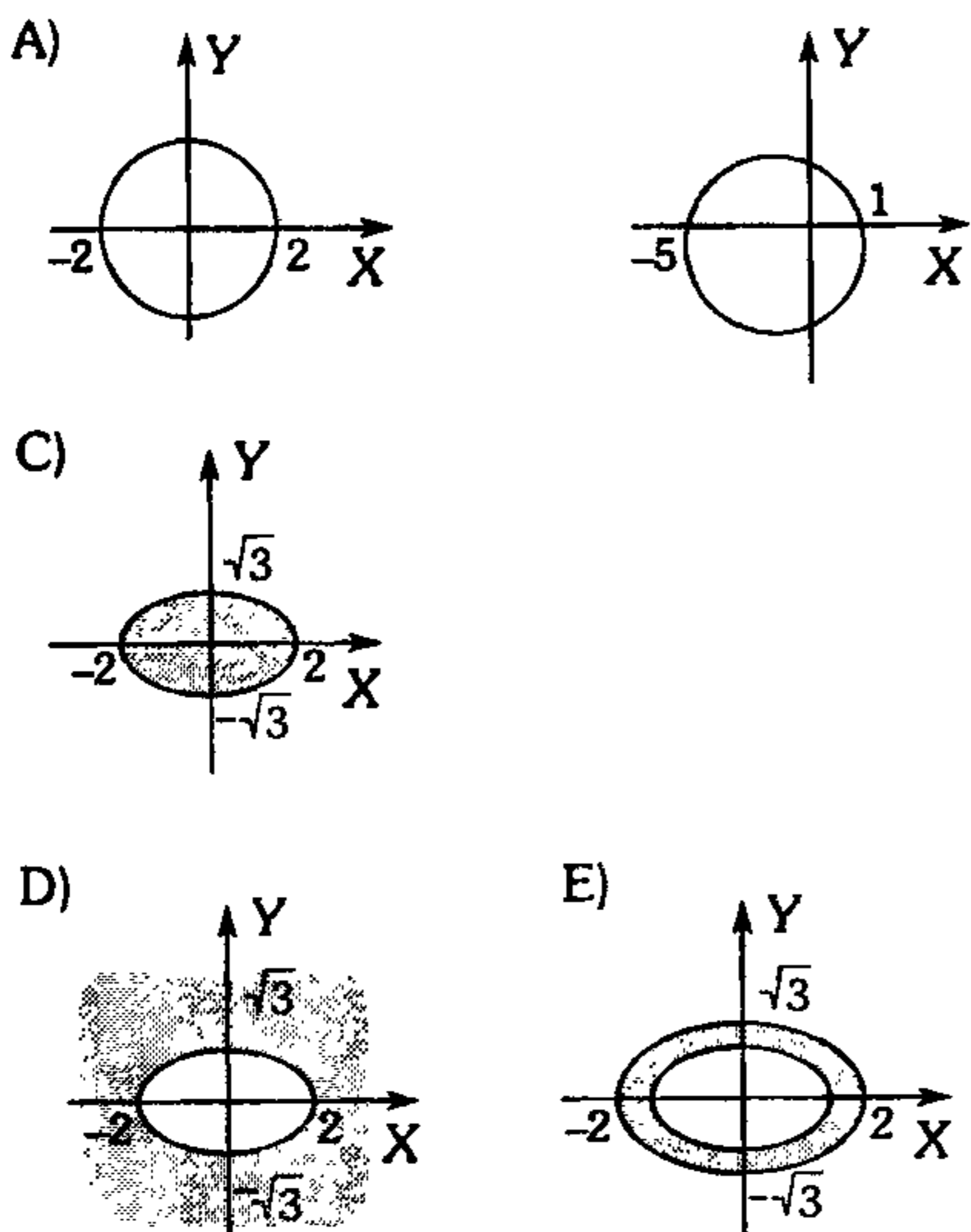
$$A = \left\{ Z \in \mathbb{C} / |Z - i - 1| \leq 1 \wedge |z| \leq 3 + 2\sqrt{2} \wedge \frac{\pi}{4} \leq \arctan(Z - i - 1) \leq \frac{3\pi}{4} \right\}$$

- A)  $\frac{\pi}{2} u^2$     B)  $\frac{\pi}{3} u^2$     C)  $\frac{\pi}{4} u^2$   
 D)  $\frac{\pi}{8} u^2$     E)  $\frac{\pi}{12} u^2$

198. Halle el lugar geométrico de los puntos que representan a los números complejos  $Z$  que satisfacen  $|Z + 3 - i| \leq 8 - |Z - 3 - i|$ .

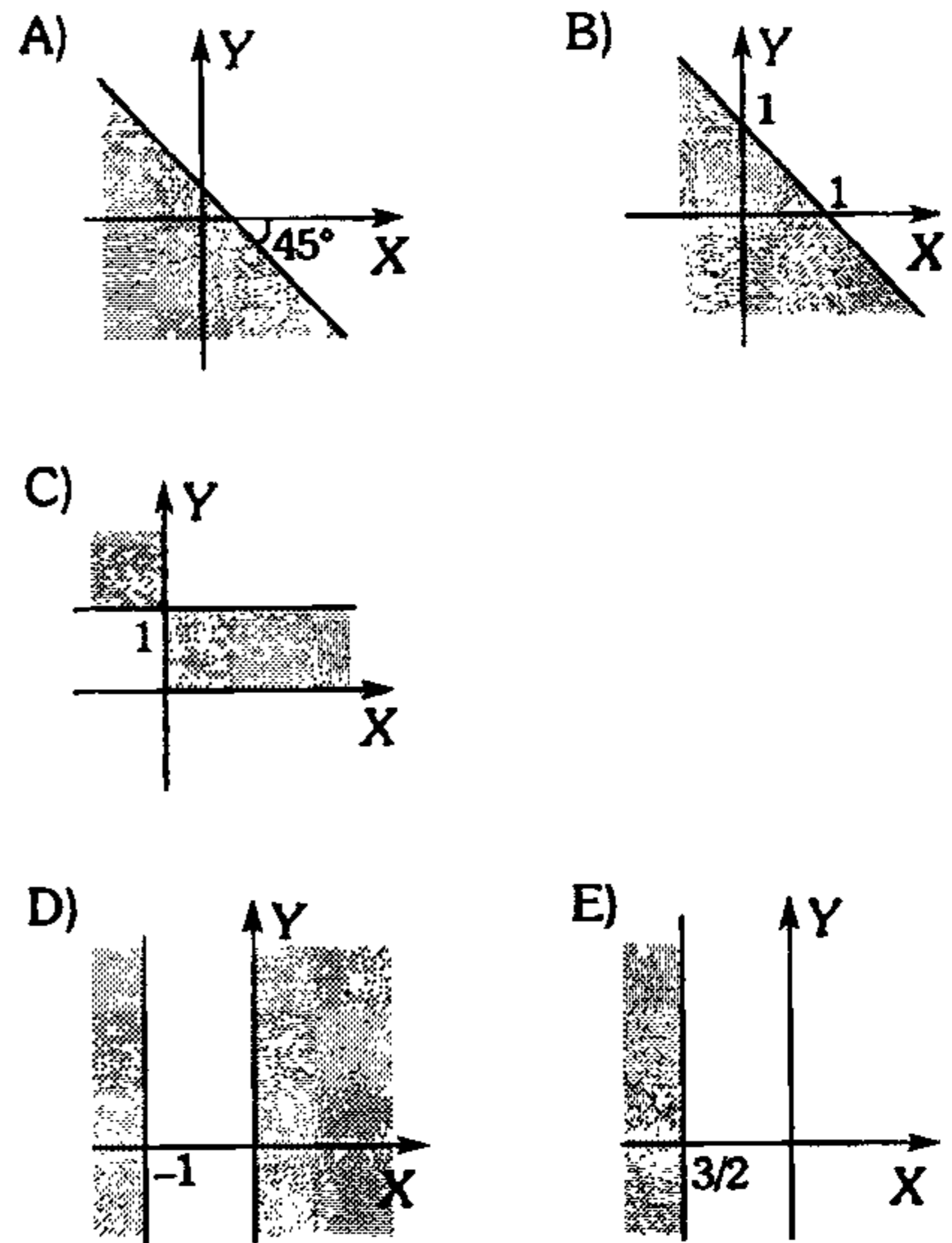
- A) El interior de un círculo de radio  $2\sqrt{2}$ .  
 B) El interior y el contorno de un círculo de radio  $2\sqrt{3}$ .  
 C) El interior y el contorno de una elipse.  
 D) El contorno de un círculo y su parte externa.  
 E) El contorno de un círculo.

199. Siendo  $Z$  un complejo esboce el gráfico de  $|Z + 1| \leq 4 - |Z - 1|$



200. Grafique

$$A = \left\{ Z \in \mathbb{C} / |Z + 2\bar{Z}| \geq |Z| \wedge \left| \frac{Z+2}{Z+1} \right| \leq 1 \right\}$$



201. Indique el lugar geométrico que describe el afijo de  $Z$  cuando

$$Z = 1 + i + \frac{1}{1 + ri} ; r \in \mathbb{R} - \{0\}$$

- A) línea recta  
 B) circunferencia  
 C) elipse  
 D) hipérbola  
 E) parábola

202. Siendo  $z, w$  dos complejos conjugados de módulo  $\rho$  y argumento  $(\theta)$  y  $(-\theta)$  respectivamente, calcule

$$M = \frac{(z + w)(z^2 + w^2)(z^3 + w^3) \dots (z^n + w^n)}{\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta \dots \cos(n\theta)}$$

donde  $\cos k\theta \neq 0$ , para todo  $k$  entero.

- A)  $\rho^n$     B)  $(2\sqrt{\rho^{n+1}})^n$     C)  $2\sqrt{\rho^{n+1}}$   
 D)  $\sqrt{2}^{n(n+1)}$     E)  $2^{n+1}$

203. En la ecuación

$$\frac{x-ab}{bc+bd+ac+ad} + \frac{x-bc-bd}{ac+ad+ab} + \frac{x-ac-ad}{ab+bc+bd} = 3$$

podemos afirmar que

- A) hay única solución.
- B) hay única solución solo si  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ .
- C) si  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^-$  entonces habrá única solución.
- D)  $x=ab+bc+bd+ac+ad$  es solución y hay otras más.
- E) sólo puede haber un número finito de soluciones.

204. Al resolver la ecuación lineal en  $x$

$$\frac{a+x}{1+a+ab} + \frac{b+x}{1+b+ab} = \frac{x-a}{1-a+ab} + \frac{x-b}{1-b+ab}$$

responda con la inversa de su solución disminuida en la unidad

- A)  $\frac{1}{ab}$
- B)  $ab$
- C)  $\frac{ab}{1+ab}$
- D)  $\frac{ab}{1-ab}$
- E)  $\frac{1}{1-ab}$

205. Resuelva la siguiente ecuación en  $x$ .

$$\sum_{i=2}^{100} \frac{ix-(i+2)}{i(i+1)(i+2)} = \frac{103}{202}$$

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{99}{102}$
- C)  $\frac{103}{99}$
- D)  $\frac{34}{11}$
- E)  $\frac{3}{2}$

206. Si  $a, b$  y  $c$  son 3 cantidades positivas en progresión armónica, ¿de qué naturaleza serán las raíces de la ecuación  $P(x)=0$ , siendo  $P(x)=(a+b+c)x^2+2(a-b+c)x+a+b+c$ ?

- A) reales
- B) reales iguales
- C) reales diferentes
- D) reales conjugados
- E) complejas iguales

207. Si  $\{x_1; x_2\}$  es el conjunto solución de

$$x^2-4x+8=0$$

calcule  $(x_1^2 + x_2 + 7)(x_2^2 + x_1 + 7)$ .

- A) 45
- B) 117
- C) 157
- D) 107
- E) 9

208. Dadas las ecuaciones

$$|2x^2 - |0x + |1 = 0$$

$$|3x^2 - |1x + |2 = 0$$

$$|4x^2 - |2x + |3 = 0$$

.....  
 .....  
 .....

$$|11x^2 - |5x + |10 = 0$$

Encuentre la suma de todas sus raíces

- A)  $\frac{9}{10}$
- B)  $\frac{10}{11}$
- C)  $\frac{9}{11}$
- D)  $\frac{7}{9}$
- E)  $\frac{8}{9}$

209. Dé un valor para  $m$  para el cual la suma de las cuartas potencias de las raíces de la ecuación  $x^2-mx+1=0$  sea mínima.

- A)  $\sqrt{2}$
- B)  $\sqrt{3}$
- C) 1
- D) -1
- E)  $-\sqrt{3}$

210. Si  $\{x_1; x_2\}$  son las raíces de la ecuación de segundo grado  $x^2+bx+c=0$ ;  $bc \neq 0$

halle  $\frac{(x_1+b)^4 + (x_2+b)^4}{cx_1(x_1+b) + b^4 - 4b^2c + 3c^2}$

- A) -1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 1

**211.** Las raíces de la ecuación  $x^2+bx+c=0$ , son reales y mayores que 1. Además  $A=b+c+r$ . Entonces A

- A) puede ser mayor que cero.
- B) siempre es mayor que cero.
- C) puede ser menor que cero.
- D) siempre es menor que cero.
- E) es igual a cero.

**212.** Si  $x$  e  $y$  son números reales, halle un intervalo de valores de  $x$  en la ecuación  $x^2+xy+y^2=4$ .

- A)  $\langle -4; 4 \rangle$
- B)  $\langle -\frac{4}{3}\sqrt{3}; \frac{4}{3}\sqrt{3} \rangle$
- C)  $[-4; 4]$
- D)  $[-3\sqrt{3}; 3\sqrt{3}]$
- E)  $[-\frac{4}{3}\sqrt{3}; \frac{4}{3}\sqrt{3}]$

**213.** Las raíces de la ecuación en  $x$  son reales  $x^2+\lambda x+2\lambda=0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  y pertenecen al intervalo  $\langle -1; 1 \rangle$ . Halle todos los valores de  $\lambda$  que cumplen la condición indicando por respuesta la suma de los extremos finitos de uno de sus intervalos.

- A)  $-\frac{1}{3}$
- B) 0
- C) 1
- D) 8
- E) -3

**214.** Sean los conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 + 3x + n = 0, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x^2 - (2 + 6a)x + (21 + 14a) = 0, a \in \mathbb{R}\}$$

Si  $B$  es un conjunto unitario, halle  $A \cup B$ . Indique el número de elementos del conjunto  $A \cup B$ .

- A) 3
- B) 5
- C) 7
- D) 8
- E) 6

**215.** De la ecuación  $P(x) = x^4 + px^2 + q = 0$ ,  $p, q \in \mathbb{R}$  se afirma que

- I. Si  $P=0 \Rightarrow$  posee 4 raíces reales.
  - II. Si  $P>0 \wedge q<0 \Rightarrow$  siempre admitirá dos raíces reales
  - III. Si  $p^2=4q \Rightarrow$  tendrá cuatro raíces reales
- Indique el valor de verdad de las proposiciones

- A) VVV
- B) VVF
- C) FVF
- D) VFF
- E) FFF

**216.** Al resolver la bicuadrada (en  $x$ )  $x^4-(a-b)(x^3+1)+(x-1)^3-c(x+3)-1=0$  determine el producto de todas sus soluciones.

- A) -12
- B) -6
- C) -1
- D) +3
- E) +12

**217.** La ecuación  $x^4-(p+2)x^2+4=0$  tiene como raíces a las de la ecuación  $x^2+px+q=0$  y las que resulten de cambiar de signo a aquellas. Dé un valor de  $p+q$ ; si  $p, q \in \mathbb{R}$ .

- A) 7
- B) 5
- C) 4
- D) 3
- E) 1

**218.** De las proposiciones

- I. Existe al menos un polinomio de grado 3 con coeficientes enteros que tienen por raíces 1 y  $(1 + \sqrt{2})$ .

II. Sea

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ;  $a_1 a_0 \neq 0$  un polinomio con coeficientes enteros. Si el racional irreducible  $c/d$  es tal que  $c$  divide a  $a_0$  y  $d$  divide a  $a_n$  entonces  $c/d$  es raíz de  $P(x)$ .

III. Sea un polinomio

$Q(x) = x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  de coeficientes enteros. Si  $r$  es una raíz racional de  $Q(x)$ , entonces  $r$  es un número entero.

indique si son verdaderas o falsas.

- A) VVV
- B) VFV
- C) FVF
- D) FFV
- E) FFF



219. Resuelva la ecuación

$$x^4 + mx^3 + 2x + n = 0$$

sabiendo que admite una raíz triple.

- A) 1; 1; 1; -1                      B) 1; 2; 2; 2  
 C) -1; -1; -1; 2  
 D) -1; -1; -1; 1                      E) 1; 1; 1; -2

220. Considerando que  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , son las raíces de la ecuación

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n = 0; a_0a_n \neq 0$$

definimos  $S_m = x_1^m + x_2^m + x_3^m + \dots + x_n^m$

Calcule el valor de

$$a_0S_m + a_1S_{m-1} + a_2S_{m-2} + \dots + a_nS_{m-n}$$

donde  $m \wedge n \in \mathbb{Z}^+$ .

- A)  $mn$                       B)  $nm$                       C)  $xn$   
 D) 0                                      E)  $\left(\frac{a_0}{a_1}\right)^n$

221. Halle la relación que se debe cumplir entre  $a$  y  $b$  ( $a \neq 0$ ) en la ecuación cúbica

$$(ab-1)x^3 + (a+1)x^2 - abx - a = 0$$

si posee una raíz de multiplicidad 2.

- A)  $(b-1)^2 = \frac{-4}{a}$   
 B)  $2ab = 1 - 2a$   
 C)  $ab = a + b$   
 D)  $3ab = b - 1$   
 E) Dos de las alternativas son ciertas.

222. Dado el polinomio  $P(x)$ , completo de grado  $n$   
 $P(x) = x^n P(1/x)$

$$\text{Donde } \sqrt{n-5} + 1 \geq \sqrt{5-n} - 1$$

Sabiendo que dos ceros del polinomio son  $a$  y  $b / a+b=2 \wedge ab=-4$ , halle la suma de todos los ceros del polinomio.

- A)  $-\frac{3}{2}$                       B)  $\frac{5}{2}$                       C) -1  
 D) -2                                      E)  $\frac{1}{2}$

223. Determine los valores del parámetro  $a$  para que la ecuación tenga por lo menos dos raíces positivas.

$$x^4 - ax^3 + (a+2)x^2 - ax + 1 = 0$$

- A)  $a > 0$                       B)  $a \leq 4$                       C)  $a \in \phi$   
 D)  $-2 \leq a \leq 2$                       E)  $a \geq 4$

224. Dado el polinomio

$$P(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

se puede afirmar que

- A)  $P(x)$  posee una raíz de multiplicidad 4.  
 B)  $P(x)$  poseer una raíz de multiplicidad menor que 4.  
 C)  $P(x)$  posee una única raíz real.  
 D)  $P(x)$  admite  $n$  raíces reales.  
 E)  $P(x)$  admite  $2n+1$  raíces reales.

225. Resuelva  $x^4 + 4x - 1 = 0$ , indique una raíz compleja.

- A)  $\frac{1+i\sqrt{1+\sqrt{8}}}{\sqrt{2}}$                       B)  $1+i$   
 C)  $1-i$   
 D)  $\frac{1-i\sqrt{1+\sqrt{8}}}{\sqrt{2}}$                       E)  $A \vee D$

226. El polinomio  $P(x)$  de tercer grado tiene tres raíces reales distintas. De ellos se afirma

- I.  $P(e^x) = 0$ ; tiene tres soluciones reales y distintas.  
 II.  $P(|x|) = 0$ ; admite siempre tres soluciones reales y diferentes.  
 III.  $P(\ln x) = 0$ ; ofrece siempre tres raíces distintas.

Averigüe el valor de verdad de estas afirmaciones.

- A) VFF                      B) FVV                      C) FFV  
 D) FVF                      E) FFF

227. Si una solución de la ecuación  $x^7 + p^2x - q^2 = 0$  ( $p \wedge q$  reales) es  $r \in \mathbb{R} - \{0\}$  calcule el producto de las raíces imaginarias.

- A)  $\frac{p^2 - q^2}{r}$
- B)  $2r(p+q)$
- C)  $\frac{r}{p-q}$
- D)  $\frac{q^2}{r}$
- E) No se puede determinar

228. Luego de resolver la ecuación  $x^6 - 4x^4 - 7x^3 - 12x^2 - 38x - 30 = 0$  se obtiene una solución real la cual es de la forma

$$\sqrt[3]{5+\sqrt{p}} + \sqrt[3]{5-\sqrt{p}}$$

Indique un valor de  $p$ .

- A) 17                      B) 13                      C) 11
- D) 9                                      E) -2

229. ¿Cuál será la condición necesaria y suficiente para que la ecuación  $x^3 + px + q = 0$  admita tres raíces reales y diferentes?

- A)  $p^3 + q^2 > 0$
- B)  $4p^2 + 27q^2 > 0$
- C)  $4p^3 + 27q^2 < 0$
- D)  $27p^3 + 4p^2 < 0$
- E)  $27p^3 + 4q^2 > 0$

230. Encuentre la condición para que el polinomio  $P(x) = x^5 + ax^3 + b$ ; admita una raíz doble, además calcule dicha raíz ( $ab \neq 0$ ).

- A)  $-\sqrt[3]{\frac{6b}{2a}}$                       B)  $\sqrt{\frac{b}{2a}}$                       C)  $\sqrt[3]{\frac{b}{3a}}$
- D)  $\sqrt{\frac{b}{5a}}$                                       E)  $\sqrt{\frac{c}{2a}}$

231. El número de raíces reales del polinomio

$$P(x) = 2x^3 + \frac{x}{5} + \frac{c}{2} \text{ es}$$

- A) 0                                      B) 1
- C) 2
- D) depende de  $c$                       E) 3

232. Dadas las ecuaciones polinomiales

$$P(x) = x^n - nx + n - 1 = 0$$

$$Q(x) = a_0x^{2n} + a_1x^{n+1} + a_2 = 0 / a_0a_2 < 0$$

Donde

$\alpha$  = cantidad de raíces reales de  $P(x)$

$\beta$  = cantidad de raíces reales de  $Q(x)$

Indique el menor valor de  $(\alpha + \beta)$

- A) 7                      B) 4                      C) 6
- D) 3                                      E) 2

233. Si  $a, b$  y  $c$  son las raíces de

$$2x^3 - 5ix^2 + 3x + 4i = 0$$

indique el valor de

$$(21a-1)^{-2} + (21b-1)^{-2} + (21c-1)^{-2}$$

- A)  $-\frac{207}{652}$                                       B)  $-\frac{207}{256}$
- C)  $\frac{256}{207}$
- D)  $-\frac{256}{207}$                                       E)  $-\frac{50}{256}$

234. Para  $n \in \mathbb{N} > 2$ , si  $P(x) = x^n - ax^2 + a$  y verificándose que

$$P(x_1) = P(x_2) = P(x_3) = \dots = P(x_n) = \lambda$$

evalúe  $P\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}\right)$ .

- A) 0                                      B)  $n$
- C)  $\lambda - n$
- D) 2                                      E)  $\frac{a}{a-\lambda}$

235. Dada la ecuación polinomial  $2x^4 - 6x^2 + x + 1 = 0$ , de raíces  $x_1; x_2; x_3; x_4$ .

determine  $\left(\frac{1}{x_1}\right)^3 + \left(\frac{1}{x_2}\right)^3 + \left(\frac{1}{x_3}\right)^3 + \left(\frac{1}{x_4}\right)^3$ .

- A) 13                                      B) -19  
 C) -18  
 D) 70                                      E)  $\frac{78}{5}$

236. Siendo  $x_1, x_2$  soluciones de la ecuación

$$\frac{1}{2} \left( \frac{x^2 + 5x + 1}{x^2 - x + 1} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{5x^2 + x + 5}{x^2 + x + 1} \right) = 2$$

calcule  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .

- A)  $-\frac{1}{5}$                                       B) 15  
 C) 5  
 D) -5                                      E) -1

237. Resuelva la ecuación siguiente para  $x$

$$\frac{2(mx + nx)^2 + 2x - (m^2 + n^2)}{2(mx - nx)^2 + 2x - (m^2 + n^2)} = \left( \frac{m+n}{m-n} \right)^2$$

tal que  $m > n > 0$ .

- A)  $\frac{m^2 + n^2}{4}$                                       B)  $m+n$   
 C)  $m-n$   
 D)  $\frac{m^2 - n^2}{2}$                                       E)  $\frac{m^2 + n^2}{2}$

238. Si  $g(x) = \frac{x(1+x^2)}{x-1} - x^2 - x - 1$

resuelva

$$\underbrace{g[g(g\dots(g(x))\dots)]}_{(2n+1) \text{ veces}} = \frac{ax + b + 1}{ax - b + 1}; a > b$$

y dé el valor de  $|x|$ .

- A) 1                                      B)  $\frac{a}{b}$                                       C)  $\frac{1}{a-b}$   
 D)  $\frac{1}{a+b}$                                       E)  $\frac{1}{ab}$

239. La siguiente ecuación

$$\frac{1}{1-x} + \frac{3}{3-x} + \frac{5}{5-x} + \dots + \frac{2n-1}{2n-1-x} = \frac{2}{x-2} + \frac{4}{x-4} + \dots + \frac{2n}{x-2n}$$

se transforma a una polinomial en la cual se cumple que

- A) posee  $2n$  raíces reales.  
 B) posee 1 raíz real positiva.  
 C) posee  $n-1$  raíces reales positivas.  
 D) posee  $n$  raíces reales positivas.  
 E) posee  $2n-1$  raíces reales positivas.

240. Determine el número de soluciones reales.

$$2 \cos^2 \left( \frac{x^2 + x}{6} \right) = 2^x + 2^{-x}$$

- A) 1                                      B) 2                                      C) 0  
 D) -1                                      E) 3

241. Definimos

$$U_x(y) = \begin{cases} x+y & \text{si } x > y \\ 0 & \text{si } x = y \\ x-y & \text{si } x < y \end{cases}$$

Luego la ecuación

$$U_3(5) + U_x(3) = U_3(x) - U_5(3) + x$$

- A) posee dos soluciones.  
 B) posee tres soluciones.  
 C) posee una solución.  
 D) no posee solución.  
 E) posee infinitas soluciones.

242. Si  $x_0$  es solución de la ecuación

$$x^3 - 2x + m = (x^3 + x - 1)(\sqrt{3-x} - \sqrt{x-3}) \cdot \sqrt{x}$$

halle  $x_0 + m$ .

- A) 24                                      B) -18                                      C) 15  
 D) -15                                      E) 18

**243.** Resuelva la ecuación  $x^{2i} - 2x^i + 2 = 0$  e indique dos soluciones

- A)  $\left\{ e^{\frac{\pi}{4} - i \ln \sqrt{3}}; e^{\frac{\pi}{3} - i \ln \sqrt{2}} \right\}$   
 B)  $\left\{ e^{\frac{\pi}{4} - i \ln 3}; e^{\frac{7\pi}{4} - i \ln \sqrt{2}} \right\}$   
 C)  $\left\{ e^{\frac{\pi}{4} - i \ln \sqrt{2}}; e^{\frac{7\pi}{4} - i \ln \sqrt{2}} \right\}$   
 D)  $\left\{ e^{\frac{\pi}{4} - i}; e^{\frac{\pi}{3} + i} \right\}$   
 E)  $\left\{ e^{\frac{\pi}{4} - i \ln \sqrt{2}}; e^{\frac{7\pi}{3} - i \ln \sqrt{3}} \right\}$

**244.** Luego de resolver

$$\sqrt[4]{9+x} + \sqrt[4]{8-x} = 3$$

indique el producto de soluciones reales.

- A) -18      B) 17      C) -56  
 D) -42      E) -48

**245.** Indique una solución de la ecuación en  $x$ .

$$a + \frac{b}{x} = \sqrt[3]{\frac{x}{ax+b}}$$

- A)  $\frac{ab}{1-b}$       B)  $\frac{a-b}{ab}$       C)  $\frac{b}{a-b}$   
 D)  $\frac{a}{1-b}$       E)  $\frac{b}{1-a}$

**246.** Halle la ecuación cuadrática equivalente a la ecuación

$$\frac{(2x+1)^2}{x+2} = 2\sqrt{3}(x^2-1)^{\frac{1}{2}}$$

- A)  $\frac{x^2}{2} - x = \frac{7}{4}$   
 B)  $2x^2 - 2x - 7 = 0$   
 C)  $x^2 - 2x = 7$   
 D)  $7x^2 - 4x + 2 = 0$   
 E)  $x^2 - 4x + 7 = 0$

**247.** ¿De cuántos elementos estaría constituido el C.S. de la irracional?

$$\frac{1}{x} \left( \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}} + 1 \right) = \sqrt[3]{\frac{2}{x+1}}$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
 D) 3      E) 5

**248.** Si una persona tuviese 27 años menos, el tiempo que hubiera permanecido durmiendo sería la quinta parte del tiempo que hubiese permanecido despierto si es que tuviese 27 años más. Si en el transcurso de su vida duerme un promedio de 8 horas diarias, determine la edad que tuvo hace 27 años.

- A) 30      B) 32      C) 33  
 D) 36      E) 40

**249.** Se llena con alcohol una vasija de 20 litros. Parte del alcohol se vierte en otra vasija de igual capacidad que se llena a continuación con agua. La mezcla así obtenida se vierte en la primera vasija hasta llenarla. A continuación se vierte  $6\frac{2}{3}$  litros de la primera vasija en la segunda. Ahora ambas vasijas contienen la misma cantidad de alcohol. ¿Qué cantidad de alcohol se pasó en primer lugar de la primera vasija a la segunda?

- A) 8 litros      B) 9 litros      C) 10 litros  
 D) 11 litros      E) 12 litros

**250.** Averigüe aquel conjunto bajo el cual únicamente se logre establecer que para tres números consecutivos cualquiera, el cuadrado del número del medio sea mayor en la unidad al producto de los dos restantes.

- A) naturales  
 B) enteros negativos  
 C) enteros positivos  
 D) enteros  
 E) racionales

251. La fachada de una casa tenía 25 huecos entre puerta, balcones y ventanas; tres de las ventanas se transformaron en balcones, y entonces, el doble del número de balcones era igual al quintuple de ventanas. ¿Cuántos huecos de cada clase había inicialmente en la fachada, sabiendo que el número de ventanas es múltiplo de tres? Dé como respuesta el número de balcones menos el número de puertas.

- A) 3                      B) 8                      C) 5  
D) 12                      E) 9

252. Dos ciudades A y B distan 1,200 km una de la otra, dos vehículos salen a la misma hora uno de A y otro de B dirigiéndose uno al encuentro del otro con movimiento uniforme, y se encuentran en un punto M de la vía, a partir de dicho punto el que salió de A demoró 5 horas en llegar a B y el que salió de B demoró 20 horas en llegar a A. Calcule la distancia de M a B.

- A) 900                      B) 600                      C) 400  
D) 300                      E) 100

### Matrices y Determinantes

253. Se define  $f(x) = \cos(-xi)$

Calcule  $\text{traz}(f(A))$ ; si  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- A) 2                      B) 4                      C) 5  
D) 1                      E)  $\frac{\pi}{2}$

254. Dada las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega^2 \end{bmatrix}$$

donde  $i$  es la unidad imaginaria,  $\omega$  es la raíz cúbica no real de la unidad.

Halle  $\text{traz}(C)$ , si  $C = \sum_{k=1}^{100} [A^{4k} + B^{3k}]$

- A) 0                      B) 40                      C) 200  
D) 400                      E) 20

255. Siendo  $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$  donde  $i^2 = -1$ , halle traza de la matriz  $(A^{445} - A^{43})$ .

- A)  $4i$                       B)  $2i$                       C) 0  
D)  $-2i$                       E)  $8i$

256. De las proposiciones siguientes señale si son verdaderas o falsas.

- I. Sea A una matriz cuadrada y  $B = aA + bI$  donde  $a, b$  son escalares  $\Rightarrow A$  y  $B$  conmutan.  
II. Siendo A y B matrices cuadradas del mismo orden; si  $A - KI$  y  $B - KI$  conmutan  $\Rightarrow A$  y  $B$  conmutan. (K escalar)  
III. Si A y B son matrices antisimétricas y AB es simétrica  $\Rightarrow AB = BA$ .

- A) VVV                      B) VVF                      C) VFV  
D) FVF                      E) FFF

257. Halle una matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  cuyos elementos de sus diagonales sumen 15 y además

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} = 15; \quad \forall i = 1; 2; 3 \quad y$$

$$\sum_{i=1}^3 a_{ij} = 15; \quad \forall j = 1; 2; 3$$

Determine el valor de  $a_{22}$  si los elementos de la matriz son enteros diferentes entre 0 y 10.

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

258. Dado el polinomio  $P(x) = x^2 - mx + n$  con la condición  $P(A) = 0$ , donde  $A = \begin{pmatrix} \pi & 1 \\ 0 & e \end{pmatrix}$ ; según ello, calcule  $P(e) - P(\pi) + 24$

- A) 12                      B) 13                      C) 24  
D) 26                      E) 0

259. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$  y sea  $S$  una

matriz triangular inferior /  $A = S \cdot S^t$ , halle la traza de la matriz  $S$ .

- A)  $2 + \sqrt{3}$     B)  $3\sqrt{3}$     C)  $2(1 + \sqrt{3})$   
 D) 16    E) 4

260. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Halle la suma de los elementos de la matriz  $B$

$$B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n, \quad n \geq 2, n \in \mathbb{Z}.$$

- A)  $\frac{n(n-1)}{2}$     B)  $n(n+1)$   
 C)  $-n(n+1)$   
 D)  $n(1-n)$     E)  $\frac{n(3-n)}{2}$

261. Se tiene la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \text{ tal que } A = B + C$$

donde  $B$  es simétrica y  $C$  es antisimétrica. Halle el valor de suma de los elementos de la primera fila de  $B$ .

- A)  $\frac{5}{2}$     B) 3    C)  $\frac{7}{2}$   
 D) 4    E)  $\frac{9}{2}$

262. Dadas las matrices

$$u = \left[ \sqrt{\frac{1}{7}} \quad 0 \quad -\sqrt{\frac{2}{7}} \quad \sqrt{\frac{3}{7}} \quad -\sqrt{\frac{1}{7}} \right]^t$$

$$A = I_5 - 2u \cdot u^T$$

donde  $I_5$  es la matriz identidad de orden 5, indique el valor de verdad de las proposiciones siguientes.

- I.  $A$  es nilpotente y simétrica.  
 II.  $A$  es involutiva.  
 III.  $A$  es ortogonal.

- A) VVV    B) FVV    C) FVF  
 D) VFV    E) FFF

263. Sea la matriz  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sen \alpha \\ -\sen \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

determine

$$\sqrt{\det(A^n - I)}; \quad n \in \mathbb{Z}^+; n \geq 2$$

- A)  $\left| \cos\left(\frac{n\alpha}{2}\right) \right|$   
 B)  $\frac{1}{2} \left| \sen\left(\frac{n\alpha}{2}\right) \right|$   
 C)  $2 \left| \sen\left(\frac{n\alpha}{2}\right) \right|$   
 D)  $2 \left| \sen(n\alpha) \right|$   
 E)  $2 \left| \cos(n\alpha) \right|$

264. Calcule  $n$  si

$$\begin{vmatrix} a+dx & a-dx & p \\ b+ex & b-ex & q \\ c+fx & c-fx & r \end{vmatrix} = n \begin{vmatrix} a & d & p \\ b & e & q \\ c & f & r \end{vmatrix}$$

- A) 0    B) 2    C) -2  
 D)  $-2x$     E)  $\frac{x}{2}$

265. Si  $A$  es una matriz cuadrada no singular de orden  $n$ , indique el valor de verdad de cada una de las proposiciones.

- I.  $A^t \cdot A$  es una matriz simétrica  
 II.  $|m \cdot \text{Adj. } A| = m|A|^{n-1}$   
 III.  $(A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t = A^{-1}$

- A) VFF    B) VVF    C) VFV  
 D) VVV    E) FVF

266. Dadas dos matrices antisimétricas de orden 2, no nulas, y de elementos enteros no unitarios; tales que el determinante de su producto es 36. Calcule la suma de los valores absolutos de los elementos de ambas matrices.

- A) 14      B) 10      C) 18  
D) 16      E) 20

267. Dada la igualdad

$$\begin{vmatrix} na_1 + b_1 & na_2 + b_2 & na_3 + b_3 \\ nb_1 + c_1 & nb_2 + c_2 & nb_3 + c_3 \\ nc_1 + a_1 & nc_2 + a_2 & nc_3 + a_3 \end{vmatrix} = f(n) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

indique la forma de la expresión  $f(n)$ .

- A)  $(n+1)(n^2+n+1)$   
B)  $(n-1)(n^2+n-1)$   
C)  $n^3-1$   
D)  $(n+1)(n^2-n+1)$   
E)  $(n+1)(n-1)$

268. Siendo  $n_0$  una solución no racional de la ecuación

$$n^4 - 3n^2 + 2 = \begin{vmatrix} n+1 & n+2 & n+3 & n+4 \\ n+2 & n+3 & n+4 & n+5 \\ n+3 & n+4 & n+5 & n+6 \\ n+4 & n+5 & n+6 & n+7 \end{vmatrix}$$

determine el valor de

$$\frac{n_0}{\left(1 + \frac{2}{n_0}\right) \left(1 - \frac{1}{n_0}\right)}$$

- A) 1      B) -1      C) 2  
D) -2      E)  $\sqrt{2}$

269. Halle el valor del determinante ( $n \geq 4$ )

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 & \dots & n^2 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & \dots & (n+1)^2 \\ 3^2 & 4^2 & 5^2 & \dots & (n+2)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^2 & (n+1)^2 & (n+2)^2 & \dots & (2n-1)^2 \end{vmatrix}$$

- A)  $\Delta = 0$       B)  $\Delta = 1$   
C)  $\Delta = 2$   
D)  $\Delta = 3$       E)  $\Delta = 4$

270. Sea  $P(x) = 1 + x^2 + x$

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ r & s & \theta \end{vmatrix}$$

Además  $P(A)$  es una matriz nula y  $f(x) = x^{35} + x^{25}$ .

Calcule el  $\det(f(A))$ .

- A) 0  
B) 1  
C) -1  
D) Faltan datos  
E) Se debe conocer los valores de los elementos de A

271. Calcule el valor del determinante de la matriz de orden  $3n$  siguiente

$$\begin{bmatrix} 1-3n & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1-3n & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1-3n & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1-3n \end{bmatrix}$$

- A)  $2n$       B)  $(-1)3n$       C)  $(-1)^n 2n$   
D) 0      E)  $3n$

272. Halle las raíces de

$$\begin{vmatrix} x-1 & x^2-1 & x^3-1 \\ 2x-4 & x^2-4 & x^3-8 \\ 3x-9 & x^2-9 & x^3-27 \end{vmatrix} = 0$$

Indique la suma de todas estas raíces

- A) 6      B) 4      C) 5  
D) 7      E) 3

273. Luego de resolver la ecuación que se obtiene al igualar el  $\Delta$  a cero, donde

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_1 & a_1 + a_2 - x & a_3 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_2 + a_3 - x & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} + a_n - x \end{vmatrix}$$

indique el producto de todas sus raíces aumentando en la suma de dichas raíces.

- A)  $a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1}$
- B)  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1}$
- C)  $a_1 \cdot a_2 \dots a_{n-1} + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$
- D)  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{n-1}^2$
- E)  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}}{n}$

274. Se puede comprar sólo tres marcas de gaseosas (1; 2; 3) en cierta ciudad; suponga que al principio de cada mes la gente cambia la gaseosa que toma según las reglas siguientes.

- 30% de los que toman la gaseosa 1 cambian a 2.
- 20% de los que toman la gaseosa 1 cambian a 3.
- 30% de los que toman gaseosa 2 cambian a 3.
- 30% de los que toman la gaseosa 3 cambian a 2.
- 10% de los que toman la gaseosa 3 cambian a 1. Si  $x_i$  es el número de personas que toman la gaseosa  $i$  ( $i=1; 2; 3$ ) al principio de este mes,  $y_i$  es el número de personas que toman la gaseosa  $i$  al principio del siguiente mes.

Donde  $x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^t$  e  $y = [135 \ 235 \ 280]^t$ .

Determine  $x_3$ .

- A) 230      B) 250      C) 300
- D) 350      E) 400

275. Dado el polinomio

$$P(x) = x^2 - (a+d)x + (ad-bc)$$

halle  $P(A)$ , si  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ .

- A)  $\begin{pmatrix} 0 & d \\ b & 0 \end{pmatrix}$       B)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- C)  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$
- D)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$       E)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

276. Un algebrista recibió de un postulante jubiloso la matriz  $(44 \ 23 \ 9)$ ; que representa un mensaje  $M$  codificado por  $MB$ , donde

$$B = (b_{ij})_3 / b_{ij} = \begin{cases} 1 & ; i \geq j \\ 0 & ; i < j \end{cases}$$

¿A qué universidad ingresó el postulante, si cada número del mensaje se reemplaza por una letra de acuerdo a su posición en el alfabeto (sin tener en cuenta la LL y Ñ)?

- A) UNA      B) CALLAO      C) UNI
- D) UNAC      E) UNMSM

277. Si  $\begin{pmatrix} a+b & b & c-b \\ x+y & y & z-y \\ u+v & v & w-v \end{pmatrix}$  es no singular, ¿qué

valores debe tomar  $t$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} a+bt & at+b & c \\ x+yt & xt+y & z \\ u+vt & ut+v & w \end{pmatrix}$$
 tenga inversa?

- A)  $t \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$
- B)  $t \in \mathbb{R} - \{-1\}$
- C)  $t \in \mathbb{R} - \{0\}$
- D)  $t \in \mathbb{R} - \{\pm \sqrt{2}\}$
- E)  $t \in \mathbb{R} - \{\pm 2\}$



278. Sean  $A$  y  $B$  dos matrices cuadradas no singulares del mismo orden ( $\text{adj}(A)$  Adjunta de  $A$ ). Señale la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones.

I. Si  $|A|(\text{adj}(A))^{-1} X = B \Rightarrow x = A^{-1} \cdot B$

II. Si  $|A|^{-1}(\text{adj}(A)) Y = 2X \Rightarrow Y = 2AX$

III.  $\text{adj}(A+B) = \text{adj}(A) + \text{adj}(B)$

- A) VVV      B) VVF      C) VFF  
D) FVF      E) FFF

279. Dadas las matrices  $A, B$  y  $C$ , donde

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} (n+1)a^{n+4} & a^{n+5} \\ a^{n+5} & 0 \end{pmatrix}$$

encuentre la matriz  $x$  de orden 2 tal que se verifique la siguiente relación  $A^n X B = C$ .

A)  $\begin{pmatrix} a^4 & 1 \\ 0 & a^4 \end{pmatrix}$       B)  $\begin{pmatrix} 0 & a^4 \\ a^4 & 0 \end{pmatrix}$       C)  $\begin{pmatrix} a^4 & a^4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

D)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a^4 & 0 \end{pmatrix}$       E)  $\begin{pmatrix} a^4 & a^4 \\ 0 & a^4 \end{pmatrix}$

280. Sea la matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

Si  $B = \text{Adj}(A)$ , indique  $B_{12} + B_{13} + B_{21}$ .

- A) 0      B) 3      C) -2  
D) -5      E) 7

281. Los puntos  $U_1(X_1, Y_1); U_2(X_2, Y_2); U_3(X_3, Y_3)$  satisfacen la condición

$$A = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ es una matriz singular,}$$

luego

- A) los puntos están situados en una circunferencia.  
B) los puntos están situados en una elipse.  
C) los puntos están sobre una parábola.  
D) los puntos están sobre una recta.  
E) no se puede afirmar nada.

282. Determine la inversa de

$$x = \begin{bmatrix} & & & x_1 \\ & & & x_2 \\ I_n & & & x_3 \\ & & & \vdots \\ & & & x_n \\ 0 & \dots & & 1 \end{bmatrix}$$

Siendo  $I_n$  la matriz identidad de orden  $n$  dé como respuesta la suma de los elementos de la última columna de  $X^{-1}$ , asumiendo  $X_K = K \forall K \in \mathbb{N}$ .

- A)  $\frac{(n+2)(n-1)}{2}$       B)  $\frac{n(n+1)}{2}$   
C)  $\frac{(2+n)(1-n)}{2}$   
D)  $\frac{n(n+1)}{2}$       E)  $\frac{n(2n-1)}{2}$

### Sistema de Ecuaciones

283. Calcule  $m$  de modo que el sistema

$$3x - 6y = 1$$

$$5x + my = 2$$

se verifique para valores positivos de  $x$  y negativos de  $y$ .

- A)  $m < -12$       B)  $m < -10$       C)  $m > 10$   
D)  $m > 12$       E)  $m < 0$

284. Del sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 2\alpha \\ 2x + 4y + (\beta + 3)z = 6\alpha \\ 3x + 3y + (\alpha + 2)z = (\beta + 6\alpha + 1) \end{cases}$$

es correcto afirmar que

- A) si  $\alpha = 1 \vee \beta \neq -1$  el sistema es incompatible.  
B) si  $\beta = -1 \wedge \alpha = 1$  el sistema es indeterminado.  
C) si  $\beta = -1 \wedge \alpha = 1$  entonces  $(x+z)$  posee infinitos valores.  
D) si  $\alpha = 0 \wedge \beta = -6\alpha - 1$  entonces el sistema posee al menos una solución.  
E) si  $\alpha \neq -1 \vee \beta \neq -1$  entonces existe solución única.

285. Sea la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

halle la suma de todos los valores de  $\lambda$  que la satisfacen.

- A) -7      B) 7      C) 8  
D) 5      E) 6

286. El sistema

$$(1+a)x + y + z + w = 1$$

$$x + (1+a)y + z + w = a$$

$$x + y + (1+a)z + w = a^2$$

$$x + y + z + (1+a)w = a^3$$

no tiene solución para  $a$  igual a

- A) 0 ; 1      B) -1 ; 1      C) 2 ; -1  
D) -1 ; -2      E) -4 ; 0

287. Del sistema lineal en  $x; y$

$$\begin{cases} (1-\lambda)x + y = c \\ 2x - \lambda y = 2c \\ x - y = (1+\lambda)c \end{cases}$$

se tiene las siguientes afirmaciones:

- I. Presenta infinitas soluciones  $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ .  
II. Tendrá solución única si  $\lambda = 0$ .  
III. Tendrá también soluciones no triviales si  $\lambda = 0$ .

Señale la verdad o falsedad de cada una de ellas.

- A) VVV      B) VFF      C) FFF  
D) FVV      E) FVF

288. Calcule el valor de  $p$  de manera que al resolver el sistema en  $x$  e  $y$

$$(3p+1)x + (3p-1)y = 2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(p+6)x + (p+3)y = 11 \quad \dots\dots\dots (2)$$

se cumpla que  $x+y=1$ .

- A) 2      B)  $-\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{2}$   
D) -2      E) -1

289. Determine  $k$  de modo que el sistema

$$\begin{cases} x + ky = z \\ 12x - 3y = 2z \\ x - z = 2y \end{cases}$$

no tenga conjunto solución trivial.

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) -2      E) 5

290. Luego de resolver para  $a \neq 1$

$$ax + y + z = 1$$

$$x + ay + z = a$$

$$x + y + az = a^2$$

indique el valor de  $z$ .

- A)  $\frac{1}{a+2}$       B)  $\frac{a+1}{a+2}$       C)  $\frac{(a+1)^2}{a+2}$   
D)  $a+2$       E)  $\frac{a+2}{a+1}$

291. Del sistema  $ax = by = cz = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

despeje  $y$  en términos de  $a, b$  y  $c$ .

- A)  $\frac{\sqrt{a+b+c}}{a}$       B)  $\frac{\sqrt{a+b+c}}{b}$   
C)  $\frac{\sqrt{a+b+c}}{c}$   
D)  $\frac{a}{\sqrt{a+b+c}}$       E)  $\frac{b}{\sqrt{a+b+c}}$

292. Dada la ecuación

$$x \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

halle la condición que deben cumplir  $a, b$  y  $c$  para que la ecuación de incógnitas  $x; y \wedge z$  tenga solución.

- A)  $5a+b+c=0$       B)  $5a=2b+c$   
C)  $5b+2c=a$   
D)  $5c+b+2a=0$       E)  $\forall a; b; c$

293. Halle todos los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales el sistema

$$\begin{cases} xyz + z = a \\ xyz^2 + z = b \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$$

tenga solo una solución /  $\{a; b; x; y; z\} \subset \mathbb{R}$ .

- A)  $a=b=0$                       B)  $a=1 ; b=c$   
 C)  $a=b=\pm 2$   
 D)  $a=1 ; b=-1$                       E)  $a=b=1$

294. Dado el sistema  $x^2 + y^2 = a ; xy = b$  de coeficiente reales, se afirma que

- I. si  $a=|2b| \wedge b \neq 0$  tendrá solo dos soluciones ambas reales.  
 II. si  $a=0$  o hay única solución real o no hay solución real.  
 III. si  $a=0 \wedge b < 0$  no habrán soluciones complejas de partes real e imaginaria no nulas.

Son verdaderas

- A) solo I.                              B) I y II.  
 C) II y III.  
 D) I y III.                              E) todas.

295. Resuelva en  $\mathbb{R}$ , el sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 2 & \dots\dots\dots (1) \\ 2xy - z^2 = 4 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Señale  $x^2 + y^2 + z^2$ .

- A) 3                      B) 12                      C) 27  
 D) 64                      E) 14

296. Defina la condición que deben cumplir  $a$  y  $b$ ,  $ab \neq 0$  de modo que el sistema adjunto

$$\begin{cases} x - y - a = 0 \\ x(x^2 - b) - y(y^2 - b) = 0 \end{cases}$$

presente soluciones imaginarias.

- A)  $a^2 - 4b < 0$                       B)  $(2a)^2 - b < 0$   
 C)  $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 3b > 0$   
 D)  $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b > 0$                       E)  $a^2 - 2b > 0$

297. Halle el producto de valores no reales de  $y$  que resuelva al sistema

$$\begin{cases} x^2y + xy + x = 27 \\ xy^2 + xy + y = 5 \end{cases}$$

- A)  $\frac{15}{14}$                       B) 1                      C)  $\frac{2}{3}$   
 D)  $\frac{15}{7}$                       E)  $\frac{7}{13}$

298. Halle un valor de  $a$ , para los cuales el sistema

$$\begin{cases} 2^{bx} + (a+1)by^2 = a^2 \\ (a-1)x^3 + y^3 = 1 \end{cases}$$

tiene por lo menos una solución, para cualquier valor de  $b$   $\{a; b; x; y\} \subset \mathbb{R}$ .

- A) 1                      B) -1                      C) 0  
 D) 3                      E) -3

299. Un terreno cuadrado se vende en dos lotes. El primero es un rectángulo uno de cuyos lados mide 30 m y el otro los  $\frac{3}{5}$  del lado del cuadrado; el segundo lote se vende en S/.12 400 a razón de S/.2,50 el  $m^2$ . Calcule el lado del cuadrado.

- A) 80                      B) 62                      C) 50  
 D) 43                      E) 92

300. Pedro, Pablo y Juan son hermanos. Pablo tiene 11 años, Juan tiene 5 años más que Pedro y la suma de los años de Juan y Pedro no alcanza a los de Pablo. ¿Cuántos años tiene Pedro, si su edad es un número impar?

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E) 5

301. Un tren partió de un punto con dirección a otro, distante 350 km, con velocidad de 40 km/h, aumentándola después a 50 y tardó en llegar a su destino 8 horas. Otro tren partió del mismo punto que el primero, una hora después de haber salido éste, con velocidad de 60 km/h. Averigüe el punto donde se encontraron los dos trenes y el punto desde el cual aumentó la velocidad del primero.

- A) 100; 200                      B) 120; 200                      C) 320; 250  
 D) 240; 300                      E) 120; 300

**302.** Por trayectorias mutuamente perpendiculares, se mueven uniformemente dos cuerpos  $A$  y  $B$  en dirección al vértice del ángulo recto, la velocidad del cuerpo  $A$  es dos veces mayor que la velocidad del cuerpo  $B$ , después de 10 segundos, la distancia entre  $A$  y  $B$  es 100 m. Halle la velocidad de cada cuerpo, si en el instante de comenzar el movimiento el cuerpo  $A$  se encontraba a una distancia de 200 m de vértice del ángulo recto y  $B$  a la distancia de 100 m (en metros por segundo  $A$  y  $B$ ).

- A) 12 y 4
- B) 30 y 4
- C) 30 y 10
- D) 20 y 10
- E) A o C son respuestas

**Desigualdades**

**303.** Dados los conjuntos

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x}{3} \in [-1; 4] \right\} \\ B = \left\{ x \in \mathbb{R} / (x+3) \in [4; 7] \right\} \\ C = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{1-2x}{2} \in [-1; 2] \right\} \\ S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x \in A \leftrightarrow x \in B-C \right\} \end{array} \right.$$

halle el conjunto  $S$  en términos de intervalo. Dé como respuesta la suma de los extremos finitos de cada uno de los intervalos que la conforman.

- A)  $\frac{13}{2}$       B)  $\frac{29}{2}$       C) 14
- D) 7              E) 0

**304.** Indique si es falso o verdadero según corresponda.

I. Sea  $a > 0 \wedge b > 0$ , entonces se cumple

$$\frac{a^3 + b^3}{2} \geq \left( \frac{a+b}{2} \right)^3$$

- II.  $a \in \mathbb{R}$ , entonces se cumple  $a^2 + 1 \geq \frac{2a}{a^2 + 1}$
- III.  $a \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R}$ , entonces se cumple  $(a+b)^4 \leq 8a^4 + 8b^4$ .

- A) VVF      B) VFV      C) FVV
- D) VVV      E) FVF

**305.** De las siguientes sentencias; indique su valor de verdad.

- I. Si  $a > 0 \wedge b > 0 \wedge a+b=1 \wedge ab \leq \frac{1}{4}$
- II. Si  $0 < a < b < c \rightarrow \frac{a^3 - b^3}{c(a-b)} > a - c$
- III.  $\forall a; b; c \in \mathbb{Z}^+ \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$
- IV. Si  $\forall a; b; c \in \mathbb{R}^+ \rightarrow a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$

- A) VVVV      B) FVVF      C) VFVF
- D) VVFF      E) FVVV

**306.** Si  $a; b \in \mathbb{R}$  y si  $a^2 - 6a + b^2 = -8$  entonces  $a+b$  se encuentra en el intervalo

- A)  $\langle \sqrt{3} + 2; 8 \rangle$
- B)  $\langle \sqrt{3}\sqrt{2}; 0 \rangle$
- C)  $\langle 0; \sqrt{2} \rangle$
- D)  $[3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}]$
- E)  $[2\sqrt{2}; 4 + \sqrt{2}]$

**307.** Si  $x+y+z=a \wedge \{x; y; z\} \subset \mathbb{R}$

además  $\lambda \leq \frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2}$

determine el mayor valor de  $\lambda$ .

- A) 1              B) 2              C) 3
- D) 6              E)  $\frac{1}{3}$

308. Si  $x$  e  $y$  son números reales, obtenga la mayor de las cotas inferiores para los valores de  $y$  en  $5x^2 - 30x - y + 44 = 0$

- A) -1      B) 0      C) 2  
D) 5      E) 1

309. Si  $x; y \in \mathbb{R} / x+y=2$ , entonces el mayor valor de  $m$  en  $x^4 + y^4 \geq m$  es

- A) 1      B) 2      C)  $\frac{1}{2}$   
D) 4      E)  $\frac{1}{4}$

310. Si  $\{a; b; c\} \subset \mathbb{R}^+$ , calcule  $n$  en  $n(a^3+b^3+c^3) \geq ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)$ .

- A) 1      B) 2      C) 3  
D)  $\frac{1}{3}$       E) 9

311. Si  $x$  e  $y$  son números reales tales que  $-3 \leq x \leq 8; 4 \leq y \leq 9$ ,

entonces  $\left(\frac{2x-y}{3}\right)$  varía entre

- A) -3 y -2      B) -15 y -12  
C) -5 y 4  
D) -18 y 3      E) -16 y 8

312. Con respecto a

$$a\sqrt{-ab^3} + b\sqrt{-a^3b}$$

- I. Es equivalente a  $+2ab\sqrt{-ab}$  si  $ab > 0$ .  
II. Es equivalente a cero si  $a < 0 < b$ .  
III. Es equivalente a cero si  $a < b < 0$ .  
IV. Es equivalente a  $-2ab\sqrt{-ab}$  si  $0 < a < b$ .  
V. No se reduce si  $ab < 0$ .

¿Cuántas afirmaciones son ciertas?

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

313. ¿Cuál es el máximo valor de  $p$  que hace que la desigualdad se verifique  $\forall x; y; z \in \mathbb{R}^+$ ?

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z} \geq \frac{p}{x+y+z}$$

- A) 1,5      B) 3      C) 4,5  
D) 9      E) 18

314. De las sentencias

I.  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2} \forall n \in \mathbb{N}; n \geq 2$

II.  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{\pi-1}{n} \forall n \in \mathbb{N}; n \geq 2$

III. Si  $a+b=1 \rightarrow a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$

son ciertas

- A) solo I      B) solo II  
C) solo III  
D) solo I y II      E) todas

315. Determine el máximo valor de  $a$  y  $b$  mínimo si se cumple que

$$x \in [2; 3) \rightarrow a \leq \frac{x^3+4}{2x-1} < b$$

A)  $\left\{4; \frac{31}{5}\right\}$       B)  $\left\{\frac{5}{2}; \frac{7}{5}\right\}$

C)  $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$

D)  $\{4; 10\}$       E)  $a$  y  $b \in \mathbb{R}$

316. Tres cazadores A, B y C reúnen más de 8 perros; B piensa adquirir 4 perros más con lo cual tendrá más perros que entre A y C; se sabe que B tiene menos perros que C y los que éste tiene no llegan a 5. ¿Cuántos perros tiene B?

- A) 1      B) 3      C) 2  
D) 4      E) 5

317. Determine el menor valor de

$$\frac{1+x^2}{x+1} \text{ para } x \geq 0$$

- A)  $-2 - \sqrt{8}$                       B)  $-2 + \sqrt{8}$   
 C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$                               E)  $\sqrt{2} - 1$

318. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son reales positivos, ¿cuál es el menor valor que puede tomar  $K$ ?

$$K = \frac{c(a+b)^2 + a(b+c)^2 + b(a+c)^2}{abc} - 6$$

- A) 0                      B) 3                      C) 6  
 D) 9                      E) 8

319. Si  $0 < b \leq a$  donde

$$A = \frac{1+a+a^2+\dots+a^8}{1+a+a^2+\dots+a^9}$$

$$B = \frac{1+b+b^2+\dots+b^8}{1+b+b^2+\dots+b^9}$$

indique cuál es la alternativa correcta.

- A)  $A=B$               B)  $A>B$               C)  $A<B$   
 D)  $A \leq B$               E)  $A \geq B$

320. Calcule el menor valor que toma  $m$  si

$$m = \frac{3}{4 + \frac{5x}{x^2 + 2x + 1}} ; x \in \mathbb{R}^+$$

- A)  $\frac{12}{21}$               B)  $\frac{1}{21}$               C)  $\frac{13}{12}$   
 D)  $\frac{1}{3}$                                       E) 0

321. Halle el intervalo en el cual debe estar comprendido el número  $n$  para que la solución de la ecuación

$$\frac{x}{x+1} - \frac{n}{n+4} = \frac{n}{(n-1)(n+4)}$$

sea inferior a la unidad.

- A)  $\langle -\infty; 5 \rangle$   
 B)  $\langle -\infty; -\frac{4}{3} \rangle$   
 C)  $\langle -\infty; \frac{3}{4} \rangle - \{-4; -1\}$   
 D)  $\langle -\infty; \frac{4}{3} \rangle - \{-4; +1\}$   
 E)  $\langle -\infty; \frac{4}{3} \rangle$

322. Si  $a$  y  $b$  son los catetos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 1, halle el mayor valor de  $2a+b$ .

- A)  $\sqrt{5}$               B)  $2\sqrt{5}$               C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $\sqrt{7}$                                       E)  $\sqrt{2}$

### Inecuaciones

323. Resuelva

$$\frac{x}{b} + \frac{b}{a} > \frac{x}{a} + \frac{a}{b}$$

para  $\{a; b\} \in \mathbb{R}^+ ; b > a$ .

- A)  $\langle a+b; \infty \rangle$   
 B)  $\langle -\infty; a+b \rangle$   
 C)  $\langle a; b \rangle$   
 D)  $[a+b; \infty)$   
 E)  $\langle -\infty; a+b]$

324. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. Si  $a > 0 \wedge \Delta = b^2 - 4ac > 0$  el C.S. de  $ax^2 + bx + c > 0$  es

$$\left\{ x \in \mathbb{R} / x < \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \vee x > \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$$

II. Si  $a > 0 \wedge \Delta = 0$  el C.S. de  $ax^2 + bx + c > 0$  es

$$\left\{ x \in \mathbb{R} / x < -\frac{b}{2a} \vee x > \frac{b}{2a} \right\}$$

III. Si  $a > 0 \wedge \Delta < 0$  el C.S. de  $ax^2 + bx + c > 0$  es el conjunto vacío.

- A) VVF      B) FVV      C) VVV  
D) VFV      E) VFF

325. Halle la función cuadrática  $f$  tal que  $f(8) = -12$  y  $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x \leq 6 \vee x \geq 10)$ .

- A)  $x^2 - 16x + 60$   
B)  $3x^2 - 48x + 180$   
C)  $2x^2 - 16x + 180$   
D)  $3x^2 - 16x - 180$   
E)  $x^2 + 16x - 60$

326. Dado el polinomio  $P(x) = x^2 - 6x + 11$  donde  $P(x) \leq k$  tiene como conjunto solución  $[0; r]$ , calcule  $2k - 5r$ .

- A) 8      B) -9      C) 0  
D) -8      E) -2

327. Halle el mayor de  $m$  para el cual el trinomio  $x^2 + mx + m + 5$  sea negativo para todo  $x$  que satisface la condición  $1 < x < 2$ .

- A) -3      B) -2      C) -1  
D) 2      E) 3

328. Calcule el conjunto de valores reales de  $a$  para los cuales la siguiente desigualdad se verifica para todo valor real de  $x$ .

$$3a(a+2)x^2 + 3(x+1) > x(9x+8a)$$

- A)  $\langle -3; 1 \rangle$   
B)  $\langle 1; 4 \rangle$   
C)  $\langle 0; 2 \rangle$   
D)  $\langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle 1; +\infty \rangle$   
E)  $\langle 1,5; 2,786 \rangle$

329. ¿Qué valores debe tomar  $n$  ( $n \in \mathbb{R}$ ) para que cualquiera que sea el valor de  $x$  en  $\mathbb{R}$  el valor del polinomio  $P(x) = x^2 + 2nx + n$ , sea no menor que  $\left(\frac{3}{16}\right)$ ?

- A)  $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\rangle$       B)  $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right\rangle$   
C)  $\left\langle -\infty; \frac{1}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{3}{4}; +\infty \right\rangle$   
D)  $\left[ \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right]$       E)  $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\rangle$

330. ¿Qué valores se deben dar a  $k$  para que se cumpla  $\frac{(a+1)x^2 + ax + a}{x^2 + x + 1} > k; \forall x \in \mathbb{R}$ ?

- A)  $k < a$       B)  $k > a$       C)  $k = a + 1$   
D)  $k < a - 1$       E)  $k < 2a$

331. Si  $(3 - 2\sqrt{2})$  es una raíz de la función  $F(x) = mx^3 - 11x^2 - 4x + 1$  cuyos coeficientes son todos enteros, halle el valor(es) del parámetro  $\lambda$  a fin de que para todo valor real de  $x$  jamás se verifique la desigualdad  $1 + (2 + m^2)x - x^2 \geq \lambda$ .

- A)  $0 < \lambda < 10$       B)  $\lambda > 1$   
C)  $\lambda > 10$   
D)  $-10 < \lambda < -1$       E)  $\lambda < 10$

332. Al resolver  $x^8 - x^5 + x^2 - x + 1 \leq 0$  indique su conjunto solución.

- A)  $\emptyset$       B)  $\langle -1; 0 \rangle$       C)  $\mathbb{R}$   
 D)  $\mathbb{R}_0$       E)  $\langle 0; 1 \rangle$

333. El conjunto solución de

$$\frac{(2x+1)(x^2+1)}{(x+1)(4x^2+4x+1)} \leq \frac{-2x(2x+1)}{(1+4x+4x^2)(1+x)}$$

es

- A)  $] -\infty; -1]$       B)  $] 1/2; +\infty[$   
 C)  $] -1; -1/2[$   
 D)  $[ 1; 2]$       E)  $] 1/2; 1[$

334. Al resolver la racional fraccionaria

$$-1 < \frac{x+x^2}{1-x^2} \leq 1$$

indique la solución.

- A)  $x \geq 1/2$   
 B)  $x \leq 1/2 \wedge x \neq -1$   
 C)  $0 < x \leq 1/2$   
 D)  $x > 0$   
 E)  $0 < x < 1$

335. Indique un intervalo solución de la fraccionaria

$$\frac{(1-x^9)^9}{x^5+3x^4+x^3-5x^2-6x-2} \geq 0$$

- A)  $\langle -1; +1 \rangle$   
 B)  $\langle -\sqrt{2}; +\sqrt{2} \rangle$   
 C)  $\langle -\sqrt{2}; +\sqrt{2} \rangle$   
 D)  $\langle \sqrt{2}; +\infty \rangle$   
 E)  $[ 1; \sqrt{2} \rangle$

336. Determine el menor valor de  $\lambda$  y el mayor valor de  $\alpha$  para los que  $\lambda \geq \frac{x+7}{x^2+4x+4} \geq \alpha$

si  $x \in [-1; 3]$ .

Dé como respuesta  $(\lambda \cdot \alpha)$ .

- A) 1      B)  $\frac{12}{5}$       C)  $\frac{3}{5}$   
 D)  $\frac{2}{5}$       E) 6

337. Resuelva la inecuación fraccionaria

$$\prod_{i=1}^n a_i \sum_{j=1}^n \left( \frac{2}{j(j+1)x} \right) > 0, \text{ sabiendo que } a_i < 0$$

$\wedge n$  es impar. ( $\Pi$  es la productoria).

- A)  $\langle -\infty; 0 \rangle$       B)  $\emptyset$       C)  $\langle 2; +\infty \rangle$   
 D)  $\mathbb{R}$       E)  $\langle -\infty; 1 \rangle$

338. Resuelva la desigualdad  $\left( \frac{x^2-3x+1}{3x^2+x+3} \right)^4 \geq 1$ .

- A)  $x = -1$       B)  $x \in \mathbb{R}$       C)  $x \in \emptyset$   
 D)  $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$       E)  $x \geq -1$

339. Sea  $A = \left\{ k / \sum_{x=1}^k \frac{1}{x(x+1)} > \prod_{y=1}^k \left( \frac{y}{y+1} \right) \right\}$

entonces  $A^C$  (complemento de A) será

- A)  $\emptyset$       B)  $\{1\}$       C)  $\mathbb{N}$   
 D)  $\mathbb{Z}$       E)  $\mathbb{R}$

340. Con la condición que  $a < b < 0$  resuelva

para  $x$  lo siguiente  $\frac{2ax+3b}{2bx+3a} < 1$ .

- A)  $\left\langle -\frac{3a}{2b}; \frac{3}{2} \right\rangle$       B)  $\left\langle -\infty; -\frac{3a}{2b} \right\rangle$   
 C)  $\left\langle \frac{3}{2}; +\infty \right\rangle$   
 D)  $\langle 0; +\infty \rangle$       E) B o C



341. Sabiendo que  $b > a > c > 1$  resuelva el sistema adjunto.

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x}(x-3a+c)}{(x-a)^2} \leq 0 \\ \frac{(x-a-c)^2}{(x-a+1)(x-4b+c)} < 0 \\ a-b < \sqrt{(x^2+a)(x-a+2b)} \end{cases}$$

- A)  $x \in [a-2b; 4b-c)$
- B)  $x \in \mathbb{R}_0^+ - \{a-1; a+c\}$
- C)  $x \in \langle 4b-c; +\infty \rangle$
- D)  $x \in [a-2b; a-1)$
- E)  $x \in \langle a-1; 3a-c \rangle - \{a; a+c\}$

342. Resuelva  $x > 4(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)$

- A)  $x \in \left\langle -\frac{1}{2}; 0 \right\rangle$
- B)  $x \in \langle 0; 1 \rangle$
- C)  $x \in \left\langle 0; \frac{1}{2} \right\rangle$
- D)  $x \in \langle -1; 1 \rangle$
- E)  $x \in [-1; 0)$

343. Resuelva

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+7} > \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} - \sqrt{8}$$

- A)  $1 \leq x \leq 2$
- B)  $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$
- C)  $x \in \left[ \frac{1+\sqrt{2}}{4}; 2 \right]$
- D)  $x \in \left\langle \frac{\sqrt{2}-1}{4}; 2 \right\rangle$
- E)  $x \in \emptyset$

344. ¿Cuántos números naturales no son solución

$$\text{de } \frac{\sqrt{x}+9}{\sqrt[8]{x^3}+1} \geq \frac{9(\sqrt[8]{x^3}-1)}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}+1} ?$$

- A) 1 295
- B) 1 213
- C) 1 214
- D) 1 377
- E) 295

345. Señale el conjunto solución de la inecuación

$$\text{siguiente } \frac{\sqrt{a^2-x} + \sqrt{a^2+x} - 2(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{x^2+x+3})a^3} \leq 0.$$

- A)  $\langle -a^2; a^2 \rangle$
- B)  $[-a; a]$
- C)  $\{0\}$
- D)  $\langle 0; a^2 \rangle$
- E)  $\langle -a^2; 0 \rangle$

346. Resuelva  $\sqrt{\frac{x^2-3x-4}{5-\sqrt{16-x^2}}} \geq x^2-2x-29$

- A)  $x \in \left\langle -\frac{5}{2}; \frac{4}{3} \right\rangle$
- B)  $x \in \langle 1; 5 \rangle - \{4\}$
- C)  $x \in [-4; -1] \cup \{4\}$
- D)  $x \in [-4; -3] \cup [-1; 3] \cup \{4\}$
- E)  $x \in [-2; -1] \cup \{4\}$

347. Luego de resolver

$$\frac{\sqrt{(x+5)(x-2)}-3}{\sqrt{x-4}} > \frac{\sqrt{(x-2)(x+5)}-3}{\sqrt{x-3}}$$

se deduce que  $(3x-11)$  es

- A) cualquier real.
- B) menor que 1.
- C) mayor que 1.
- D) mayor que 10.
- E) negativo.

**348.** Luego de resolver

$$\sqrt[3]{7x+5x\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7x-5x\sqrt{2}} - \sqrt[3]{14x} > 0$$

si reemplazamos en lugar de  $x$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right)\left(\frac{a}{b} - 1\right)$$

se concluye una de las siguientes proposiciones ( $b > 0$ ).

- A)  $a > 0$                                       B)  $a^2 > b^2$   
 C)  $-b < a < b$   
 D)  $ab(a+b) > 0$                               E)  $ab(a-b) < 0$

**349.** Resuelva la siguiente inecuación

$$\sqrt{\sqrt[4]{5+4x-x^2} - \sqrt[4]{x^2+4x-5}} \geq 3x-10$$

- A)  $\{x \in \mathbb{R} / 5 < x \vee x < \sqrt{5}\}$   
 B)  $\{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$   
 C)  $\{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq \sqrt{5}\}$   
 D)  $\{x \in \mathbb{R} / x \geq \sqrt{5}\}$   
 E) inecuación absurda

**350.** Resuelva  $\sqrt{\frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{7-x}}{\sqrt{2x} - \sqrt{x+4}}} \geq \frac{x-3}{x-7}$ , indique un intervalo solución.

- A)  $x \in \langle 3; 4 \rangle$                                       B)  $x \in \langle 7; 9 \rangle$   
 C)  $x \in \langle 4; 7 \rangle$   
 D)  $x \in \langle 2; 7 \rangle$                                       E)  $x \in \langle 7; 10 \rangle$

**351.** Determine todas las  $x$  reales que comprueban

la inecuación  $\sqrt[3]{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{5}{2}$ .

- A)  $\langle \sqrt[3]{4}; +\infty \rangle$   
 B) 1                                      C) 2  
     E) 4

**352.** Resuelva la ecuación

$$\sqrt{3x^2+6x+1} + \sqrt{3x^2-6x+1} = x$$

- A)  $-\sqrt{\frac{140}{11}}$     B)  $\sqrt{\frac{140}{11}}$     C)  $\sqrt{\frac{140}{13}}$   
 D)  $\sqrt{\frac{144}{13}}$                                       E)  $x \in \phi$

**353.** Halle la suma de soluciones de la ecuación

$$\sqrt[3]{-2(3-x)} + 2 = \sqrt{x+1}$$

- A) 30                                      B) 32                                      C) 37  
 D) 38                                      E) 40

**354.** Halle el valor de  $x$  que verifica a

$\frac{9(7x-3)^2}{2x+1} = \left(\frac{125}{3}\right)\sqrt{14x^2+x-3}$  y dé como respuesta  $x^2+x+1$ .

- A) 21                                      B)  $\frac{3}{7}$                                       C) 4  
 D)  $\frac{3}{7}$                                       E)  $B \vee C$

**355.** Al resolver la ecuación

$\sqrt{x+m} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-1}$  establezca el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

- I. Si  $m > 0$ , entonces existen 2 soluciones reales.  
 II. Si  $m = 0$ , la suma de soluciones es 2.  
 III. Si  $m < 0$ , existen soluciones reales.

- A) VFV                                      B) VVV                                      C) FVF  
 D) FFF                                      E) FFV

**356.** ¿Cuántas soluciones posee la ecuación?

$$7x - \frac{\sqrt{3x^2-8x+1}}{x} = \left(\frac{8}{\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right)^2 ?$$

- C)  $\mathbb{R}$   
 D)  $\langle -1; \sqrt[3]{4} \rangle$                                       E)  $\langle 2; 3 \rangle$

357. Determine  $a$  de modo que el sistema

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 \leq a \\ x + y = 2 \end{cases}$$

tenga solución única en  $\mathbb{R}$ .

- A)  $\frac{8}{3}$       B)  $\frac{5}{3}$       C)  $\frac{1}{3}$   
 D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$

358. Halle todo valor de  $a$  que hace que se cumpla el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0 \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

- A)  $a \in \langle -2; 1 \rangle$       B)  $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$   
 C)  $a \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$   
 D)  $\phi$       E)  $a \in \langle 1; 2 \rangle$

359. Señale un valor de  $y$  en

$$\sqrt{x + \frac{1}{y}} + \sqrt{x + y - 1} = \frac{11}{2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$2x + y + \frac{1}{y} = \frac{65}{4} \quad \dots\dots\dots (2)$$

- A)  $\frac{-7 + \sqrt{110}}{16}$   
 B)  $\frac{1}{4}$   
 C)  $\frac{\sqrt{3+1}}{2}$   
 D) 4  
 E) hay dos respuestas

360. Resuelva el sistema

$$y \leq 2^x \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$y \geq \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x + y \leq \frac{3}{2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

indicando el intervalo para  $x$ .

- A)  $[-1; 1]$       B)  $[0; 1]$       C)  $[0; 2]$   
 D)  $[-1; 0]$       E)  $[-2; 1]$

361. Resuelva el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} 2x + \frac{9}{3-x} > x + \frac{5}{3-x} \\ \frac{x+2}{3-x} > 2 \end{cases}$$

e indique un intervalo solución.

- A)  $x \in \langle 4; 8 \rangle$       B)  $x \in \langle -1; 3 \rangle$   
 C)  $x \in \langle 8; +\infty \rangle$   
 D)  $x \in \left\langle \frac{4}{3}; 3 \right\rangle$       E)  $x \in \langle -1; 1 \rangle$

362. ¿Con qué valores de  $a$  el sistema

$$\begin{cases} x^2 + \left(1 - \frac{3}{2}a\right)x + \frac{a^2}{2} - \frac{a}{2} < 0 \\ x = a^2 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

no tiene soluciones?

- A)  $a \geq 0$       B)  $a \geq 1$       C)  $a \in \left\langle \frac{1}{2}; 1 \right\rangle$   
 D)  $a \leq 0$       E)  $a \in \langle 0; 1 \rangle$

363. Dado el sistema

$$y - x^2 + x + 6 \geq 0$$

$$y - x \leq -3$$

halle la máxima distancia que existe entre dos puntos que pertenecen al conjunto solución.

- A)  $2\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{2}$       C) 2  
 D)  $4\sqrt{2}$       E) 8

364. Si  $(x_0; y_0)$  es el conjunto de componentes naturales que resuelve el sistema

$$\begin{cases} y + 8 > x^2 + 3x \\ 2y - x < 4 \end{cases},$$

forme la ecuación cuadrática cuyas raíces sean  $x_0^2 + \sqrt{y_0} \wedge \sqrt{x_0} + y_0^2$ .

- A)  $x^2 - 4x + 4 = 0$
- B)  $x^2 + 3x + 1 = 0$
- C)  $x^2 - 4x - 4 = 0$
- D)  $x^2 - 4x + 1 = 0$
- E)  $x^2 + 4x - 1 = 0$

365. Halle un número de dos cifras, sabiendo que la suma de ellas es mayor que 10 y que la diferencia entre el duplo de la que ocupa el lugar de las unidades y la cifra de las decenas es menor que -4.

- A) 83            B) 84            C) 92
- D) 93            E) 39

366. Una persona fabrica un cierto número de mesas. Si duplica su producción y vende 60, le queda más de 26. Luego, si baja su producción a la tercera parte y vende 5, tendrá entonces menos de 10 mesas, ¿cuántas mesas fabricó?

- A) 41            B) 44            C) 46
- D) 38            E) 36

367. Una industria produce máquinas de escribir manuales y eléctricas. La producción total de máquinas no es menor que 10 ni mayor que 14, y la diferencia entre el número de máquinas manuales y eléctricas no es menor que 2 ni tampoco mayor que 6. Halle el menor número de máquinas manuales y el menor de eléctricas que produciría.

- A) 9 y 3            B) 7 y 5            C) 8 y 2
- D) 7 y 3            E) 6 y 4

## Valor Absoluto y Máximo Entero

368. Resuelva

$$\frac{|x-3| - |4-x|}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1}} < \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-2}}{|x-4| + |3-x|}$$

e indique su conjunto solución.

- A)  $x \in \langle 4; 5 \rangle$
- B)  $x \in \langle 2; 4 \rangle$
- C)  $x \in [2; 4]$
- D)  $x \in \langle 0; 2 \rangle$
- E)  $x \in \langle 5; 6 \rangle$

369. Resuelva el sistema

$$\begin{cases} |x^2 - 1| + |x| \leq |x^2 - x - 1| \\ 2^{|x|} \leq 3 - |x|^2 \end{cases}$$

- A)  $x \in [-1; 1]$
- B)  $x \in [0; 1] \cup \{-1\}$
- C)  $x \in [-1; 0] \cup \{1\}$
- D)  $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
- E)  $x \in [-1; 0]$

370. Dado el conjunto

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid ||x^2 + 4| + 4x| - ||x^2 + 4| - 4x| \geq 32\}$$

halle  $A^c$ .

- A)  $[-4; 4]$
- B)  $(-\infty; 4] \cup [4; +\infty)$
- C)  $(-4; 4)$
- D)  $[4; 4] \cap \mathbf{N}$
- E)  $(-4; 4) \cap \mathbf{N}$

371. Resuelva  $\frac{|x+5|-|x|}{|2x-3|+|3x-2|} \leq 0$

e indique el conjunto solución

- A)  $x \in (-\infty; 10)$
- B)  $x \in (10; +\infty)$
- C)  $x \in \left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$
- D)  $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right]$
- E)  $x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$

372. Calcule el valor de  $m$  para que la solución de la inecuación

$$(x+1)(x-2)\sqrt{e^{mx}} - |x^2 - x - 2|e^{x^2+6} \geq 0$$

sea  $x \in [2; 3]$

donde  $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$

- A) 3/2      B) 4      C) 5
- D) 10      E) 12

373. Si  $\left| \frac{3-2x}{x-1} \right| \leq m ; \forall x \in [4; 12]$

halle el menor valor de  $m$ .

- A)  $\frac{21}{11}$       B)  $\frac{5}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$
- D) 9      E)  $\frac{11}{2}$

374. Resuelva el sistema

$$\sqrt[8]{|x-2|-5} + \sqrt[4]{|x+3|-10} \leq 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\sqrt[4]{\lceil x \rceil - 3} + \sqrt[8]{\lceil 13-x \rceil} \geq 0 \dots\dots\dots (2)$$

Dé su conjunto solución.

- A)  $\phi$       B)  $\mathbb{R}$       C)  $\{7\}$
- D)  $x \in (8; 13)$       E)  $(4; 7)$

375. Resuelva

$$|x| \geq \sqrt[3]{\lceil x^3 \rceil} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\sqrt[3]{5+\sqrt{|x|}}}{x^4+1} + 2 \geq 0 \dots\dots\dots (2)$$

- A)  $x \in \mathbb{Z}^+$       B)  $x \in \mathbb{Z}$       C)  $x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$
- D)  $x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}^-$       E)  $x \in \mathbb{R}$

376. Resuelva la siguiente inecuación

$$\sqrt{x-2} \leq ||x-1|-|x|| < -x$$

- A)  $[-3; 2)$       B)  $[-2; 0]$       C)  $\langle -1; 0]$
- D)  $[-2; -1)$       E)  $x \in \phi$

377. ¿Cuántas soluciones reales admite el sistema

$$\begin{cases} |x|-y=1 \\ x-|y|=2\pi \end{cases} ?$$

- A) 0      B) 1      C) 2
- D) 4      E) infinitas

378. Halle el conjunto de valores de  $a$  si

$$\lceil x \rceil + x = \lceil 2x \rceil + a, \forall x \in \mathbb{R}$$

- A)  $a \in \left\langle -\frac{1}{2}; 0 \right]$       B)  $a \in \left\langle 0; \frac{1}{2} \right]$
- C)  $a \in \left\langle -\frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right]$
- D)  $a \in [-1; 1)$       E)  $a \in \left[ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$

379. Resuelva  $\lceil x \rceil + \lceil 2x \rceil + \lceil 3x \rceil = 14$ .

( $\lceil \cdot \rceil$  : máximo entero)

- A)  $\langle 2; 3)$       B)  $\left\langle 2; \frac{7}{3} \right)$       C)  $\left[ \frac{8}{3}; 3 \right)$
- D)  $\left[ \frac{5}{2}; 3 \right)$       E)  $\left[ \frac{5}{2}; \frac{8}{3} \right)$

**380.** Resuelva el sistema de inecuaciones

$$\left[ \frac{4x-2}{x-1} \right] \leq \frac{12}{5} \dots\dots\dots(\alpha)$$

$$[x^2 - 3]^2 > 8 \dots\dots\dots(\beta)$$

e indique su conjunto solución.

- A)  $\phi$             B)  $\langle -2; 2 \rangle$     C)  $\langle -1; 1 \rangle$   
 D)  $\langle 0; 2 \rangle$             E)  $\langle -2; 0 \rangle$

**381.** Resuelva  $\frac{[2x-3] - [x]}{[x+1] - [2x]} \geq 0$ .

- A)  $x \in \left[ \frac{3}{2}; \frac{7}{2} \right]$             B)  $x \in \left[ \frac{3}{2}; \frac{7}{2} \right)$   
 C)  $x \in \left( \frac{7}{2}; 5 \right)$   
 D)  $x \in \left( 0; \frac{7}{2} \right)$             E)  $x \in \phi$

**382.** Si  $[x^{-1}] > 0$ , resuelva  $\sqrt{[x]+1} + \left| x^2 - \frac{1}{4} \right| = 1$   
 e indique el número de soluciones que posee.

- A) 0            B) 1            C) 2  
 D) 3            E) 4

**383.** Los conjuntos

$$A = \{x \in \mathbf{N} / [x^2 - 8x + 15] = -1\}$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} / [x+5] = b-x\}$$

definen el conjunto  $C = A \cap B$  tal que su cardinal es 1, según ello señale el valor de  $b$ .

- A) 9            B) 13            C) 7  
 D) 0            E) 12

**384.** Halle la intersección de  $A$  y  $B$ .

$$A = \left\{ x \in \mathbf{R} / \frac{x+|x|}{|x| - [x]} \leq 2 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbf{R} / \frac{x}{[-x]} < 0 \text{ si } |x| > x \right\}$$

A)  $\langle -\infty; -1 \rangle \cup \langle 0; 1 \rangle$

B)  $\langle -\infty; -1 \rangle$

C)  $\langle 0; 1 \rangle$

D)  $\langle -\infty; 1 \rangle$

E)  $\langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle$

**385.** Halle  $[x+y]$  a partir de

$$\begin{cases} 3[x] + [y+1] = 1 \\ [x+2] - [y-1] = 7 \end{cases}$$

- A) -2            B) -1            C) -4  
 D) 5            E) 1

### Funciones y Relaciones

**386.** Halle el rango de

$$f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-3| + |x-4|$$

- A)  $[6; +\infty)$     B)  $[0; +\infty)$     C)  $[4; +\infty)$   
 D)  $[5; +\infty)$             E)  $\mathbf{R}_0^+$

**387.** Si  $y = f(x)$  expresa el área de un rectángulo de base  $x$  cuya longitud del perímetro es  $2a$ , determine el dominio y el rango de  $f$ .

A)  $\langle 0; a \rangle ; \left\langle 0; \frac{a^2}{4} \right\rangle$

B)  $\langle 0; 1 \rangle ; \left\langle 0; \frac{a^2}{4} \right\rangle$

C)  $\left\langle \frac{a}{2}; a \right\rangle ; \left[ \frac{a^2}{4}; a^2 \right)$

D)  $\left\langle 0; \frac{a}{2} \right\rangle ; \left\langle 0; \frac{a^2}{4} \right\rangle$

E)  $\langle 0; a \rangle ; \left\langle 0; \frac{a^2}{8} \right\rangle$

388. Determine el dominio de la función

$$f(x) = \frac{\sqrt{4 - |x - 2|}}{x} + \sqrt{\left[ \operatorname{sgn}(x^2) + x^2 \right] - 2}$$

- A)  $[-2; 6] - \{0\}$
- B)  $\langle -\infty; -1 \rangle \cup [1; +\infty)$
- C)  $[-2; -1] \cup [1; 6]$
- D)  $[-4; 4] - \{0\}$
- E)  $\mathbb{R} - \{0\}$

389. Sea la función lineal  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = |ax^2 - 3ax + a - 2| + ax^2 - ax + 3.$$

Indique los valores del parámetro  $a$  que definen completamente la función  $f$ .

- A)  $a \in \left\langle 0; \frac{8}{5} \right\rangle$
- B)  $a \in \left\langle 1; \frac{5}{3} \right\rangle$
- C)  $a \in \left\langle -\frac{8}{5}; 1 \right\rangle$
- D)  $a \in \mathbb{R}$
- E)  $a \in \left\langle -\frac{8}{5}; 0 \right\rangle$

390. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+5} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

halle el conjunto de valores para  $x$  tales que  $x - 2 \leq f(x)$ .

- A)  $\langle -\infty; \sqrt{11} - 1 \rangle$
- B)  $[-(1 + \sqrt{11}); \sqrt{11} - 1]$
- C)  $[\sqrt{11} - 1; +\infty)$
- D)  $\langle -\infty; 2 \rangle$
- E)  $[2; +\infty)$

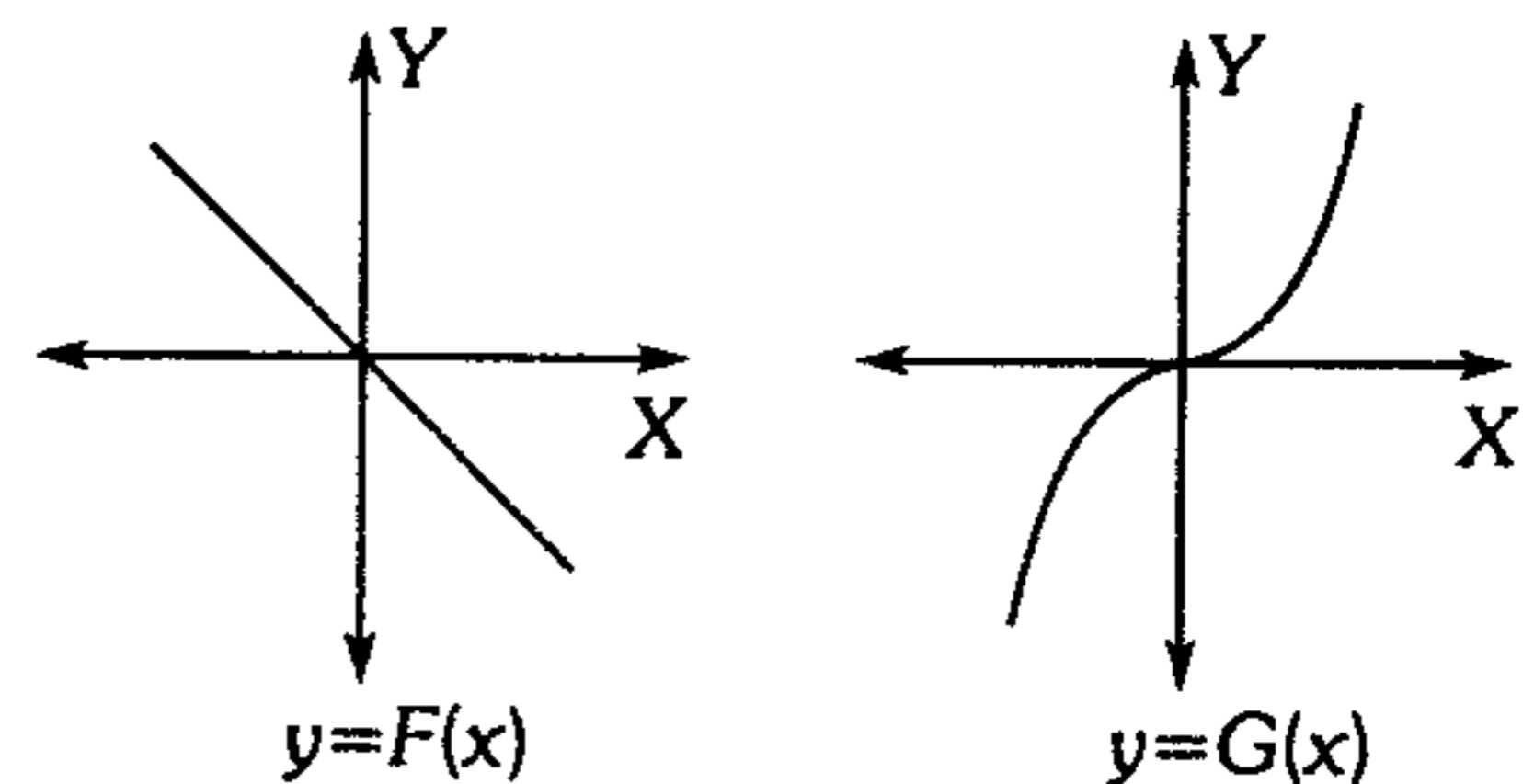
391. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 2 \\ 12x & ; x < 2 \end{cases}$$

Si  $x \in \left[ \frac{2}{3}; 1 \right]$ , halle  $f(3x) - f\left(\frac{x}{2}\right)$ .

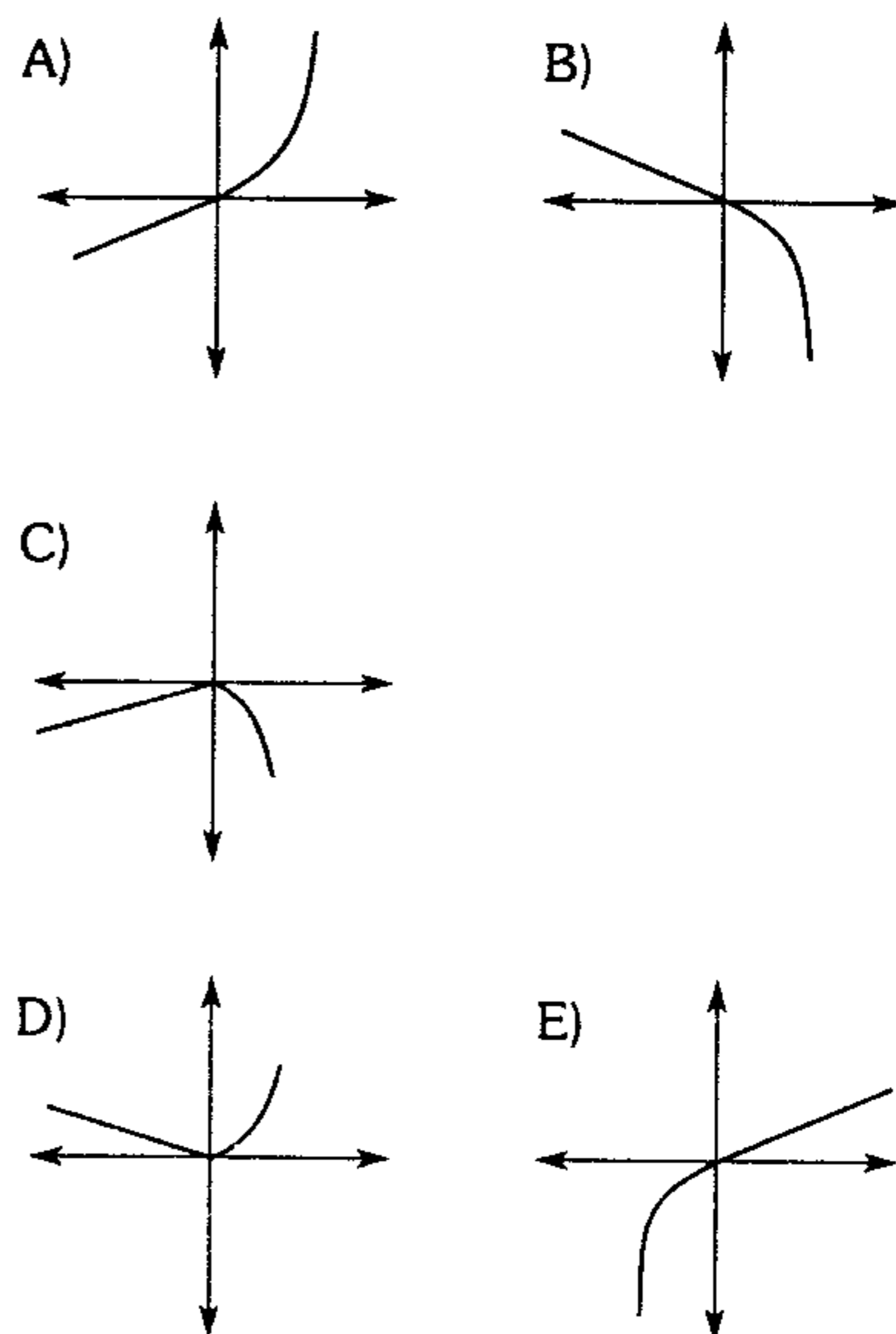
- A)  $x$
- B)  $-1$
- C)  $-x$
- D)  $x + 1$
- E)  $1$

392. Dadas dos funciones reales, de variable real,  $F(x)$  y  $G(x)$  cuyas gráficas son

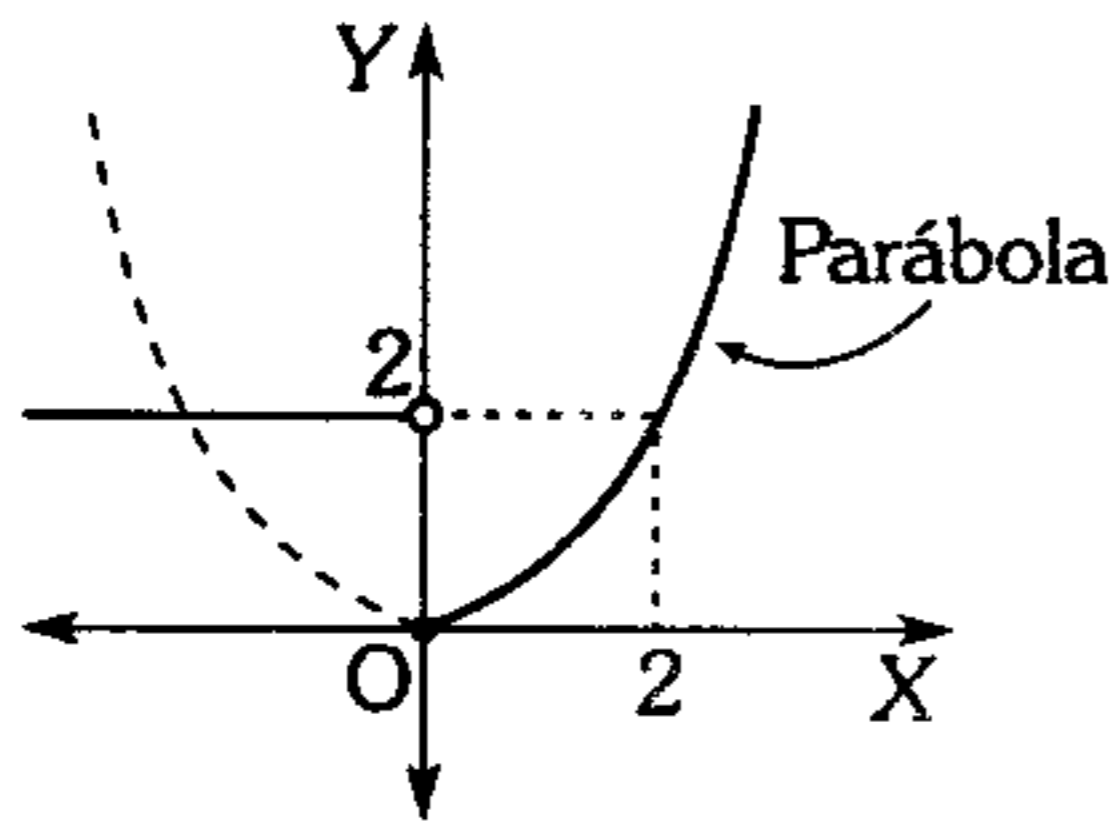


¿Cuál será la gráfica de la función  $H(x)$  definida por

$$H(x) = \frac{F(x) + G(x) + |F(x) - G(x)|}{2} ?$$



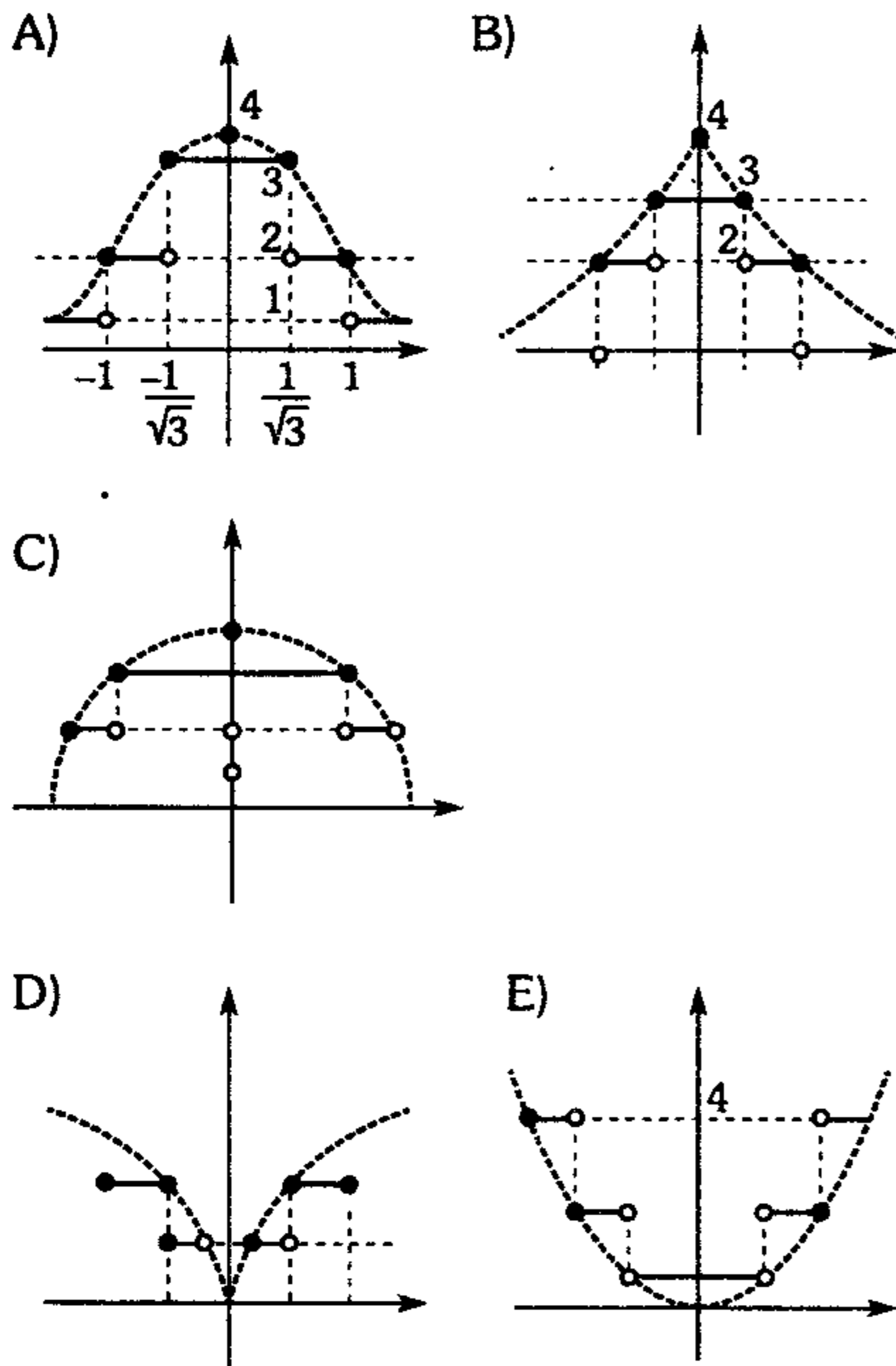
393. Si la gráfica de la función  $f$  es



calcule  $f(-4) + f(4)$ .

- A) 10      B) 12      C) 8  
D) 4                      E) 2

394. La gráfica de la función  $f(x) = \left\| \frac{4}{1+x^2} \right\|$  es



395. Indique el número de soluciones reales de

$$2^{\text{sen } x} = |x|.$$

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4                      E) 5

396. Dada la función

$$U(x) = \{(x; bx + x^2) / x \in \mathbb{R}\}$$

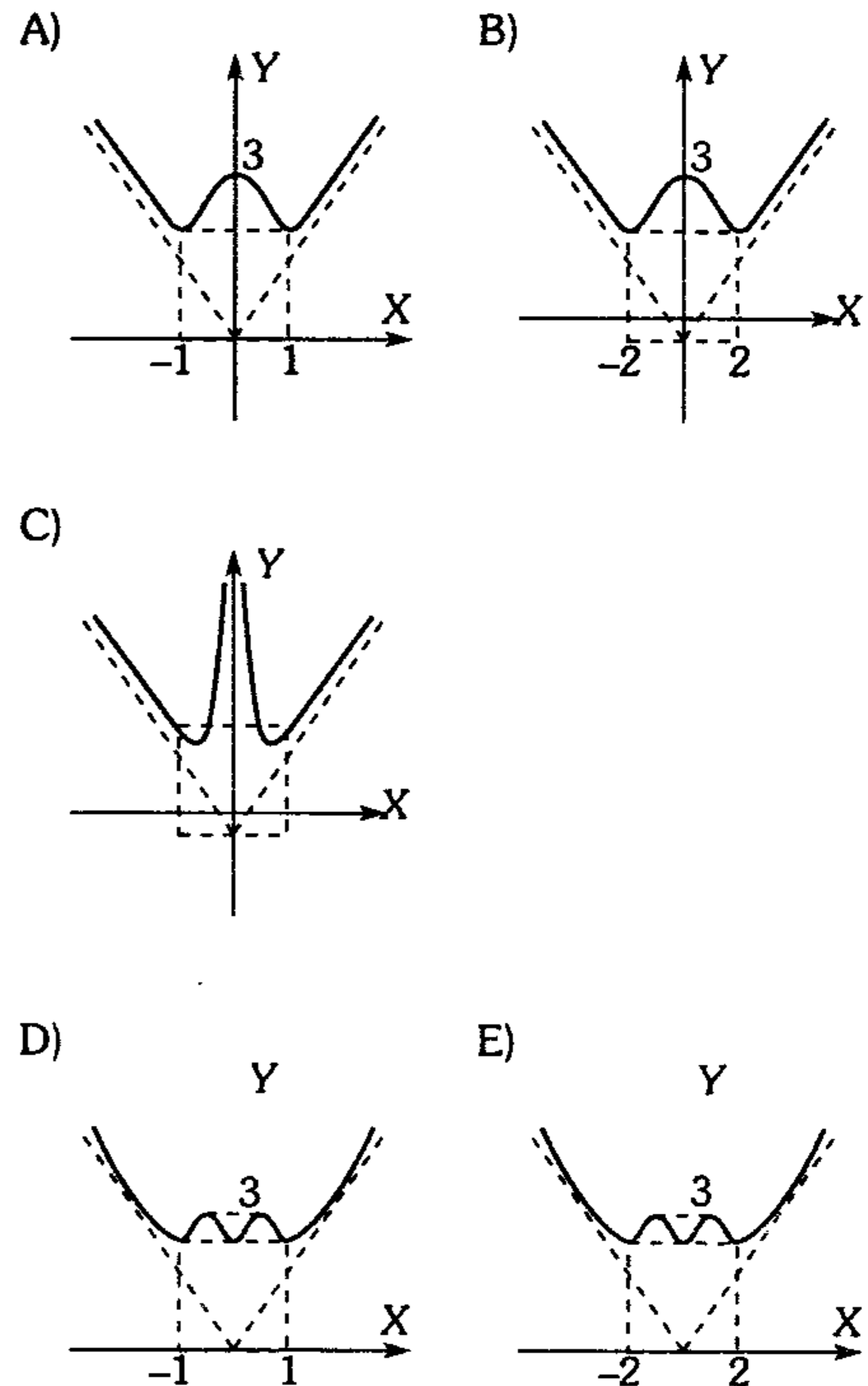
Se sabe además que  $(8; 0) \in U(x)$ .

Según ello, ¿cuál es el valor máximo y mínimo de la función en el intervalo  $[-1; 4]$ ?

- A) máx = 2  $\wedge$  mín = 0  
B) máx = 8  $\wedge$  mín = 0  
C) máx = 9  $\wedge$  mín = -16  
D) máx = 7  $\wedge$  mín = 0  
E) máx = 4  $\wedge$  mín = -2

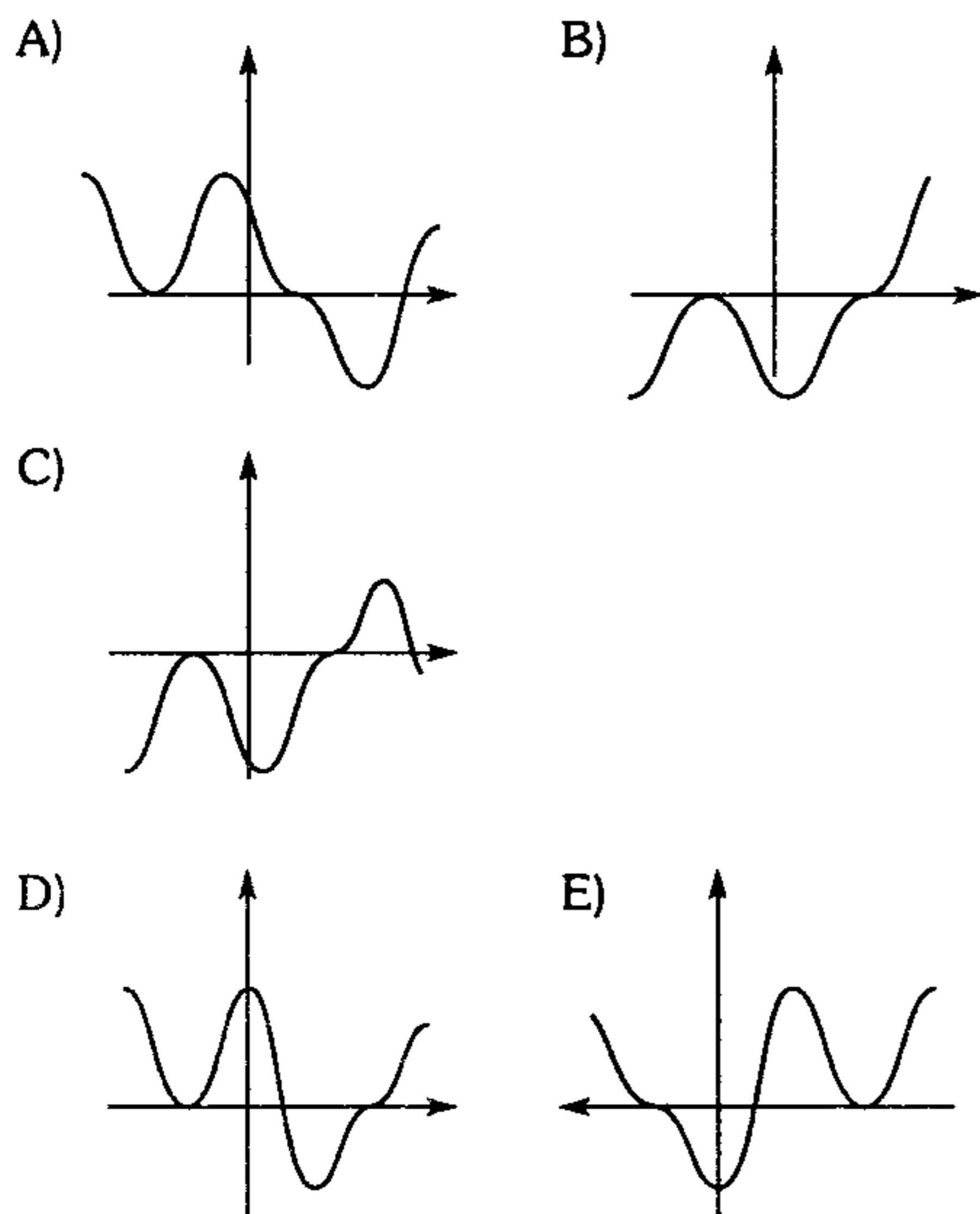
397. Grafique

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

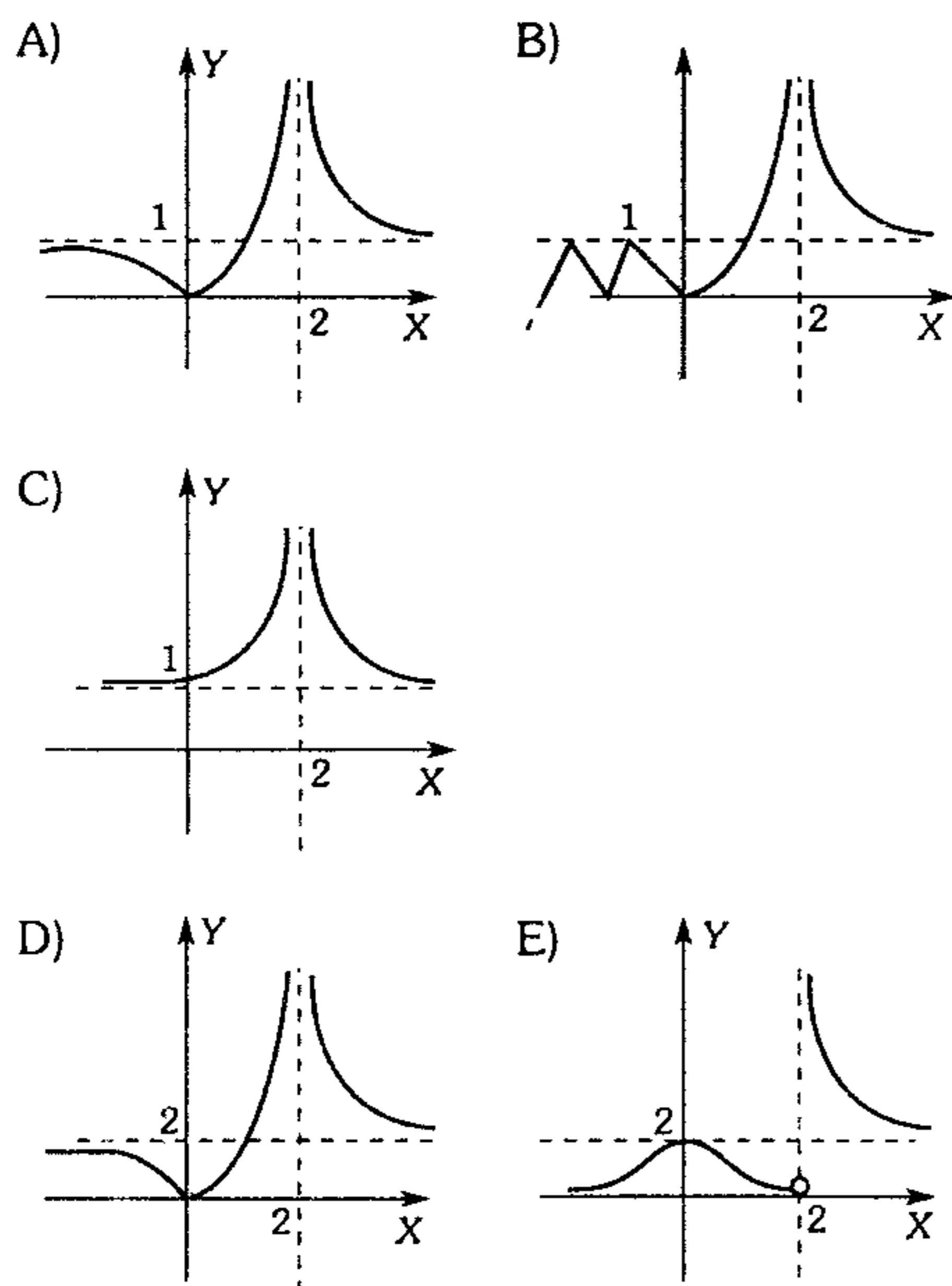




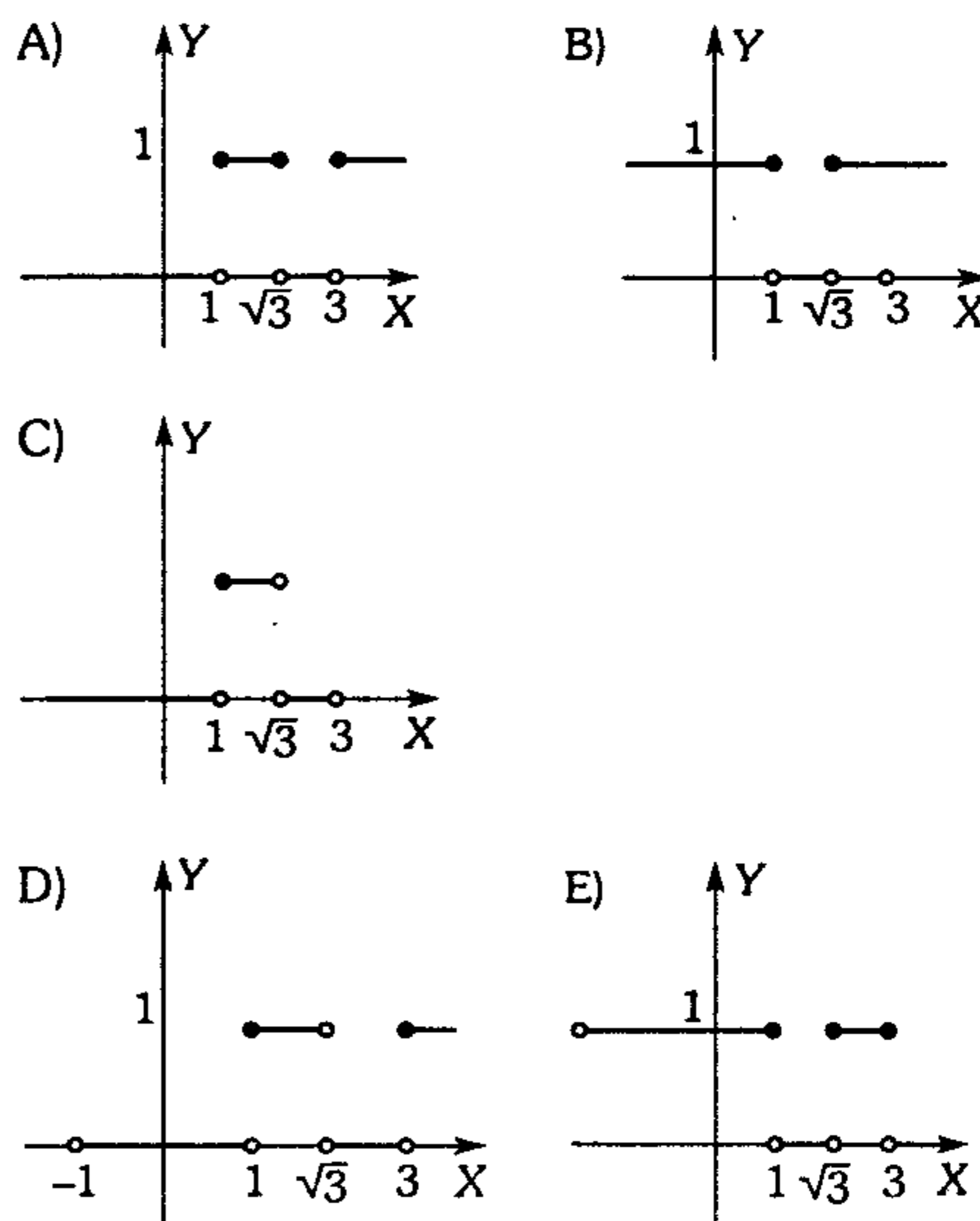
398. Sea la función polinomial  
 $f(x) = (x^2+x-2)(x^2-4x+3)(x^4+2x^3-x-2)$   
 Una gráfica aproximada puede ser



399. Determine la gráfica de la siguiente función  
 $f(x) = \left| \frac{x}{x-2} \right|$

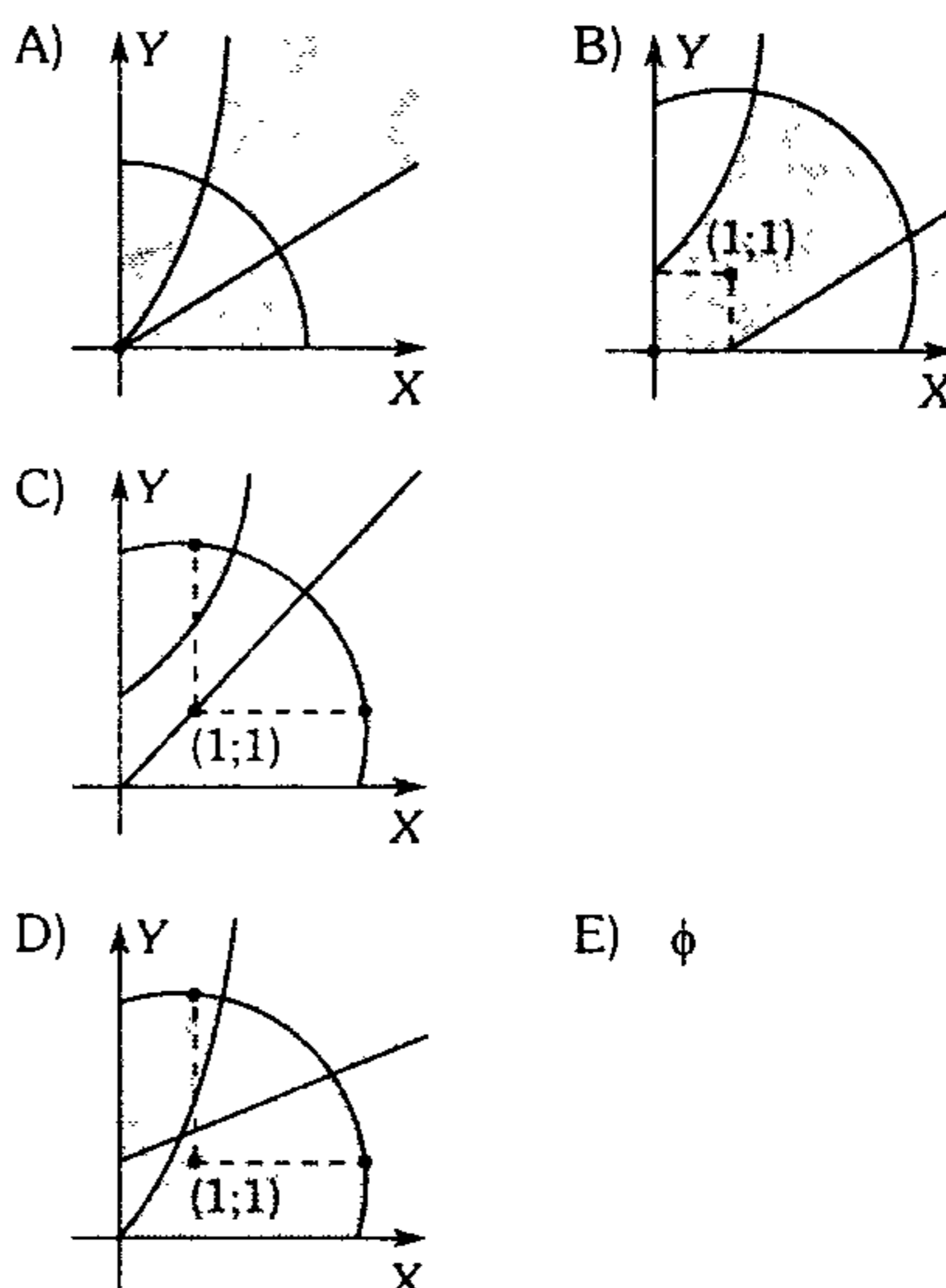


400. Determine la gráfica de la función  
 $f(x) = \mu_4 \left( \frac{\sqrt{x+1}(x^2-3)}{x^4-10x^2+9} + 4 \right)$



401. Señale la solución gráfica del sistema  

$$\begin{cases} (y-x^2-2x)(x^2+y^2-2x-2y-7)(y-x-1) \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



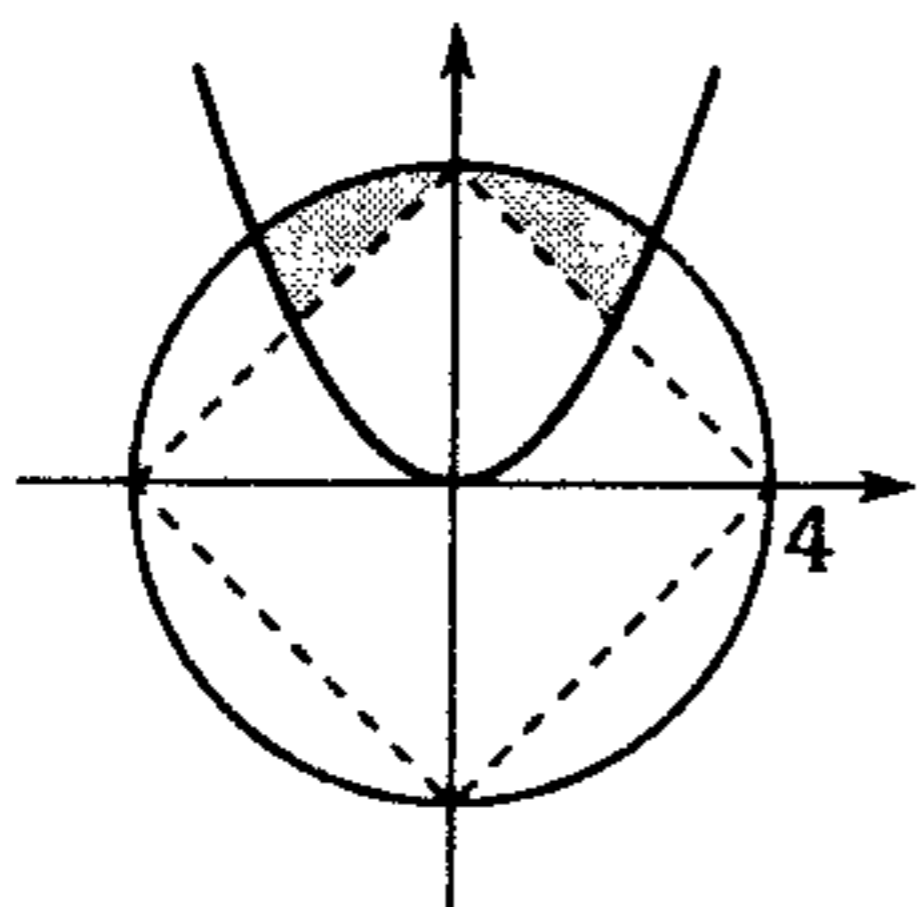
402. Dadas las siguientes relaciones

$$S = \{(x; y) \in R^2 / x^2 + y^2 \leq 16\}$$

$$T = \{(x; y) \in R^2 / |x| + |y| > 4\}$$

$$Q = \{(x; y) \in R / x^2 \geq y\}$$

La parte sombreada representa a



- A)  $(S \cap T) - (S \cdot Q)$
- B)  $(S \cap T) \cap Q$
- C)  $S \cap T \cap Q^c$
- D)  $(S - T) \cap Q$
- E)  $(S \cup T) - Q^c$

403. Halle la región determinada por la siguiente relación  $y^2 - (e^x + e^{-x})y + 1 \geq 0$ .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

404. Grafique la siguiente relación

$$G = \{(x; y) \in R^2 / |3x - y| + |x + y| \leq |4x|\}$$

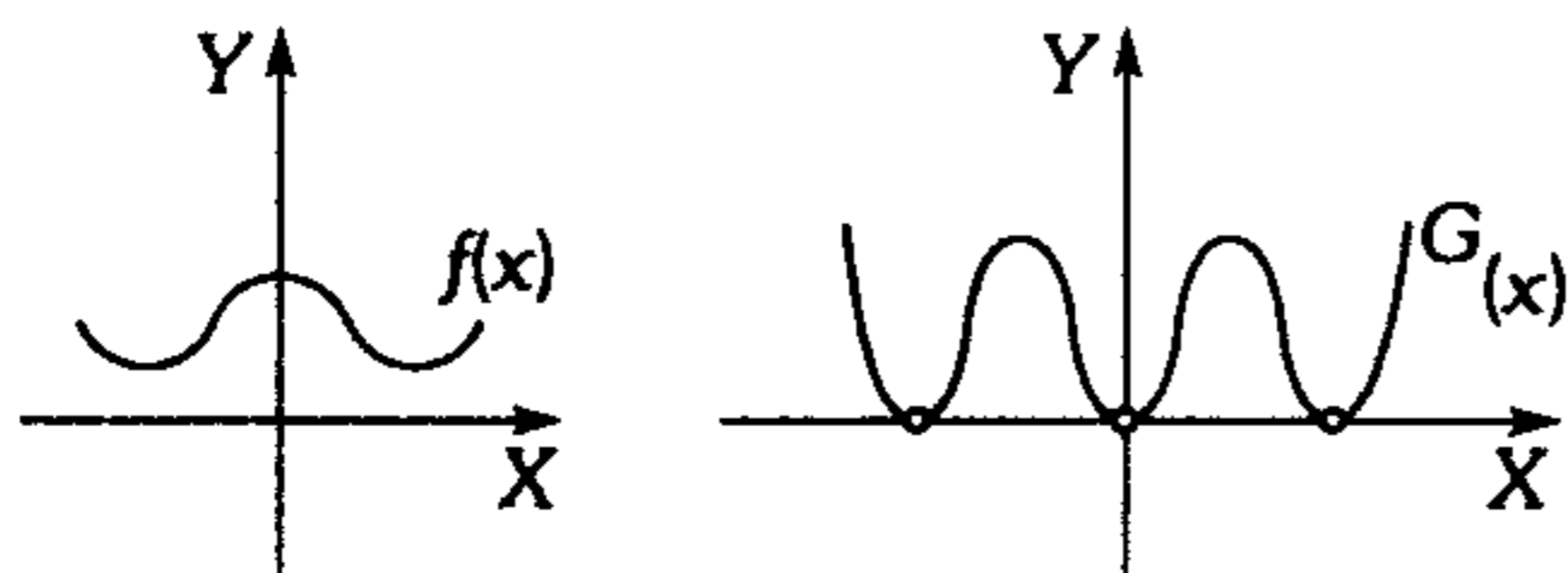
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

405. Grafique la relación

$$R = \{(x; y) \in R^2 / (|x| - 2)(|y| - 3) < 0\}$$

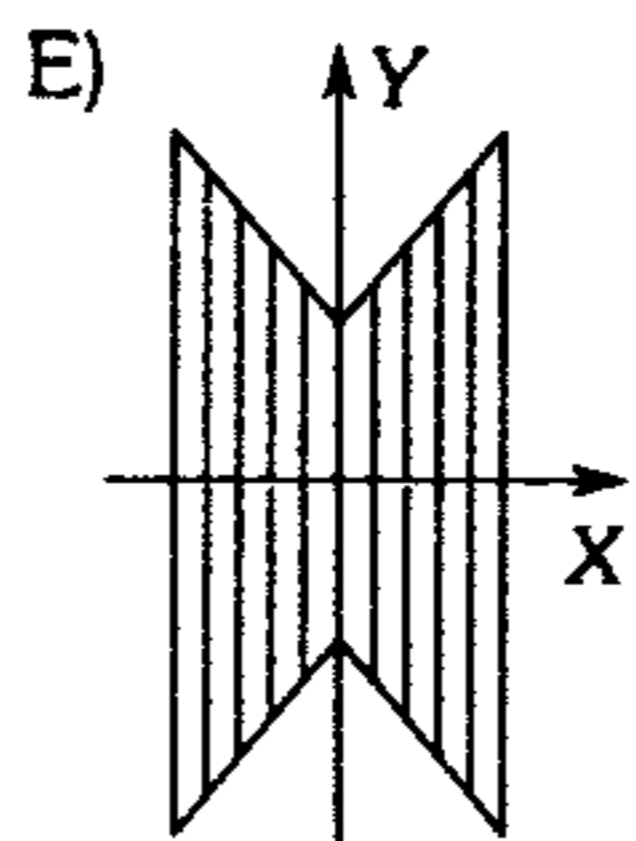
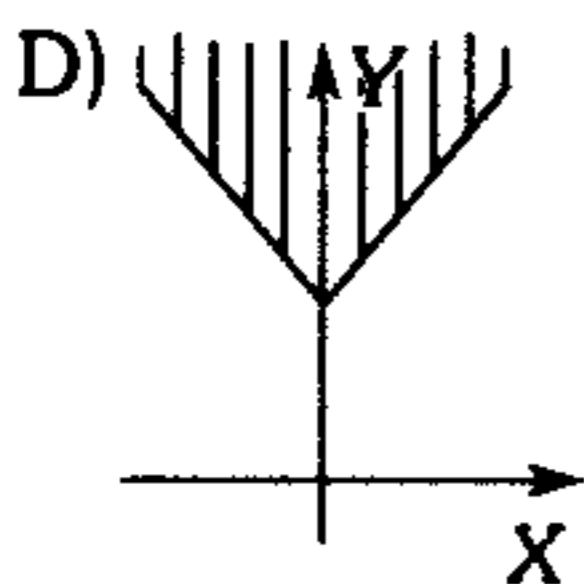
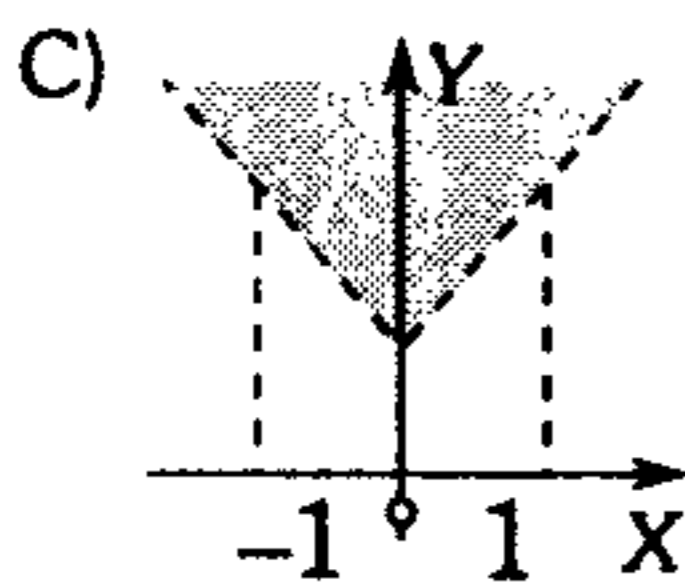
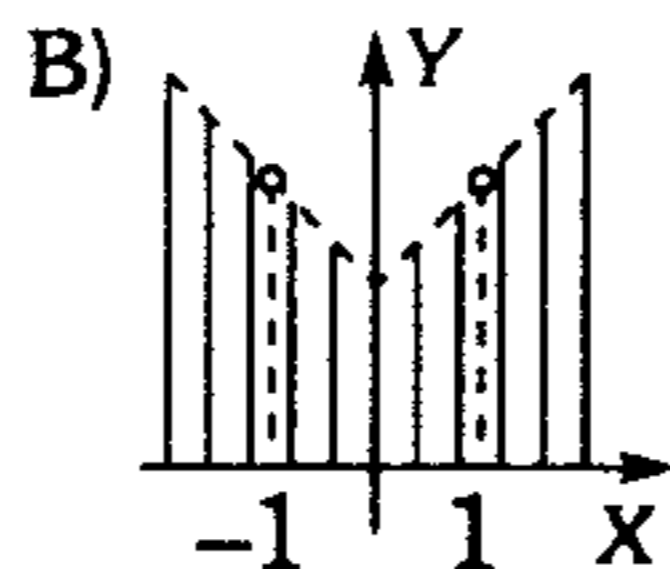
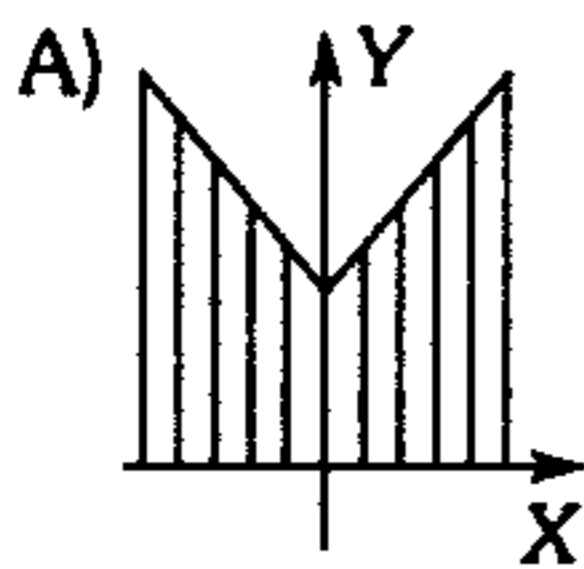
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

406. Dadas las gráficas de las funciones siguientes



grafique la siguiente relación

$$R = \left\{ (x; y) \in \mathbb{R}^2 / \frac{f(x)}{G(x)} (y - |x| - 1) > 0 \right\}$$



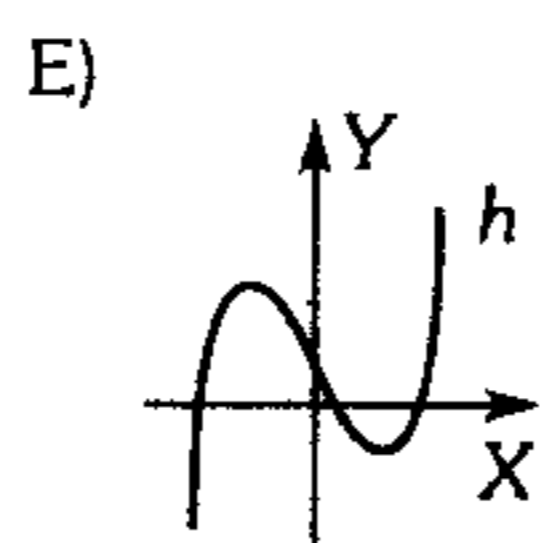
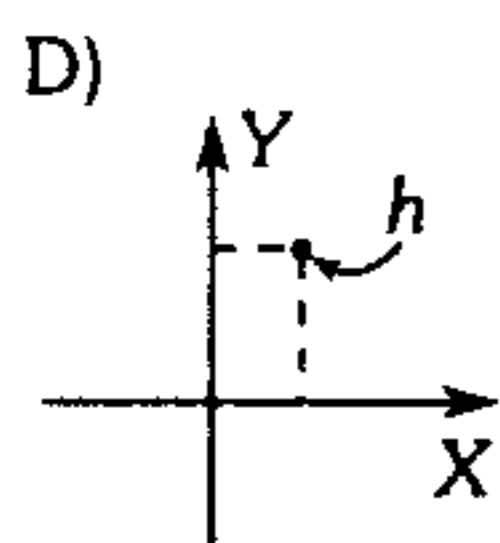
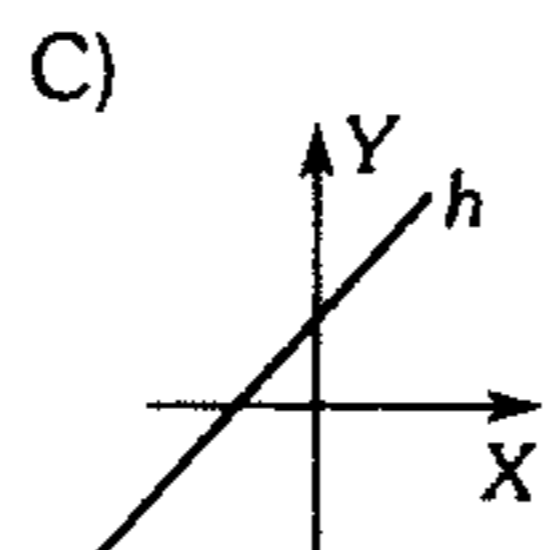
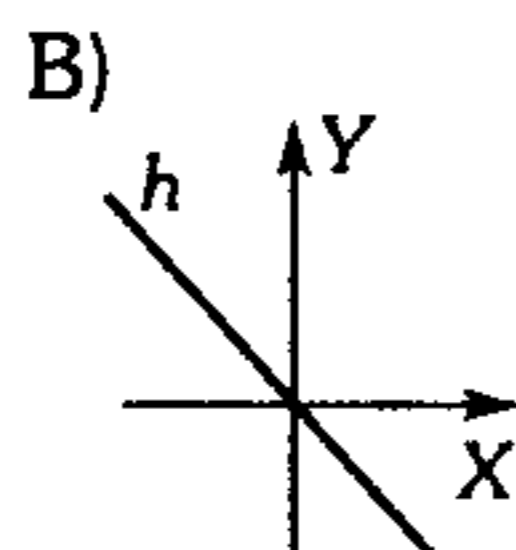
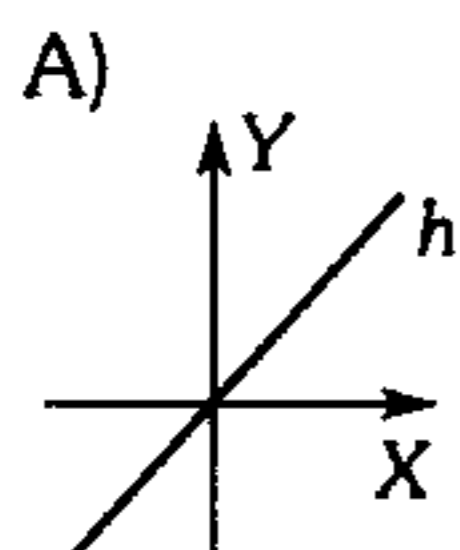
407. Sean las funciones

$$f(x) = \sqrt{\ln(x-a) - b} ; x \in [7; +\infty)$$

$$g(x) = \lfloor x-a \rfloor ; x \in \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 3; 7 \rangle$$

bosqueje la gráfica de  $h(x)$ ; donde

$$h(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot x ; a \in \mathbb{Z} .$$



408. Sean  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  ;  $g(x) = \sqrt{x+2}$  , halle el dominio y la regla de correspondencia de la función  $h$ , donde  $h(x) = \frac{f(x+2)}{2g(x) - f(x)}$  .

A)  $h(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{2\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2 - 4}}$  ;  
 $x \in [2; 6) \cup (6; +\infty)$

B)  $h(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{2\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2 - 4}}$  ;  
 $x \in \langle 2; 6 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$

C)  $h(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{2\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2 - 4}}$  ;  
 $x \in [-2; 6) \cup \langle 6; +\infty \rangle$

D)  $h(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{2\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2 - 4}}$  ;  
 $x \in \langle 2; 6 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$

E)  $h(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x}}{2\sqrt{x} - \sqrt{x^2 - 4}}$  ;  $x \in \langle 2; 6 \rangle$

409. Dada la función

$$f(x) = x^2 \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor - 4x \left\lceil \frac{x}{3} \right\rceil ; g(x) = \sqrt{-x^2 + 7x + 18}$$

determine el dominio de

$$f^2(x) - 4g(x) + 7f^3(x)g^3(x) .$$

- A)  $[-2; 9]$     B)  $[-2; 6)$     C)  $\langle -2; 9 \rangle$   
 D)  $\langle 0; 6 \mid$     E)  $\langle 6; 9 \rangle$

410. Dadas las funciones

$$f(x) = \sqrt{x-4} ; x \in [0; 6]$$

$$g(x) = \sqrt{x^4 + 4x^2 + 4} ; x \in [-1; 3]$$

determine el dominio de  $f \circ g$ .

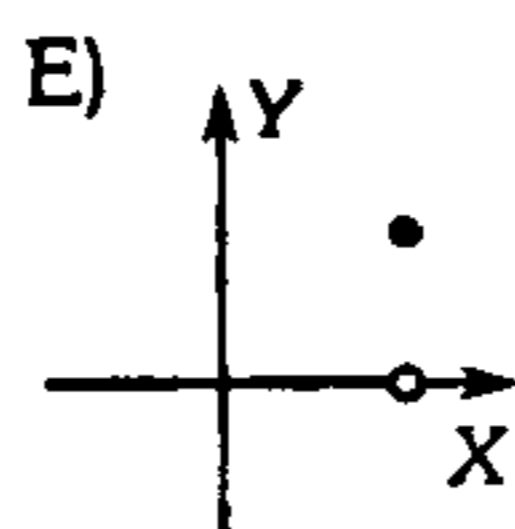
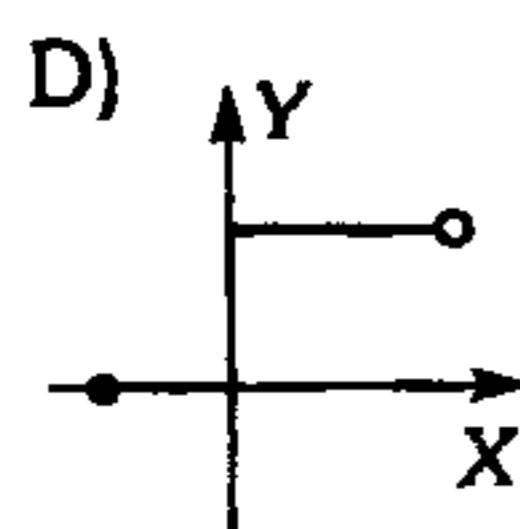
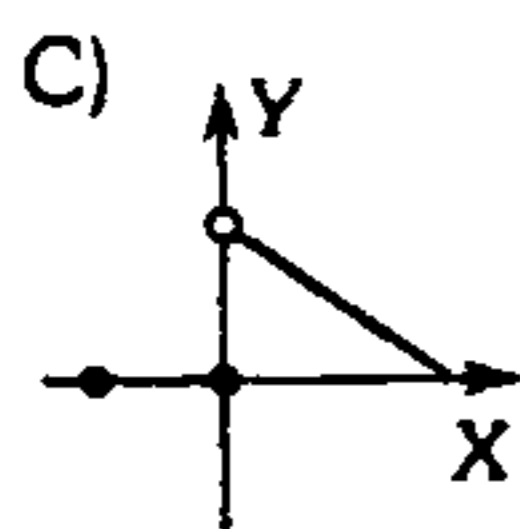
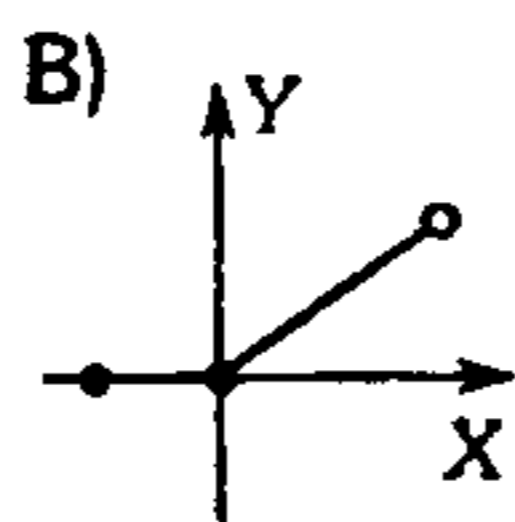
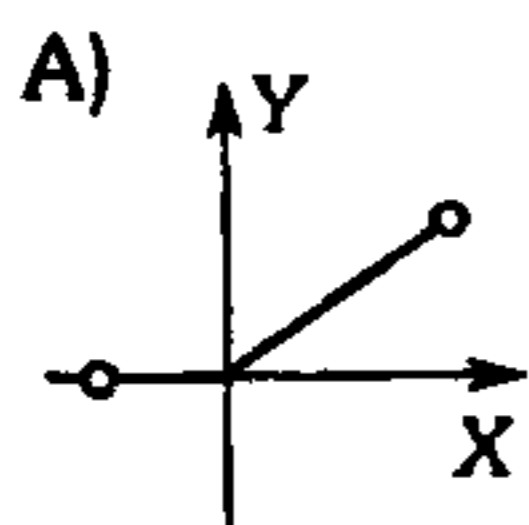
- A)  $[-6; 6]$     B)  $[-2; 3)$     C)  $\langle -4; 1 \rangle$   
 D)  $[-3; 4]$     E)  $[-1; 2]$

411. Sean las funciones

$$f(x) = \sqrt{1+x}; -1 \leq x < 2$$

$$g(x) = \begin{cases} \lceil x \rceil; & x < 0 \\ x^2 - 1; & x \geq 0 \end{cases}$$

determine la gráfica de  $f \circ g$ .



412. Halle el dominio y la regla de correspondencia

de  $F = f \circ f \circ f$ , donde  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ .

A)  $D_f = \mathbb{R} \wedge y = 1 - \frac{1}{x}$

B)  $D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \wedge y = 1 - \frac{1}{x}$

C)  $D_f = \mathbb{R} - \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\} \wedge y = x$

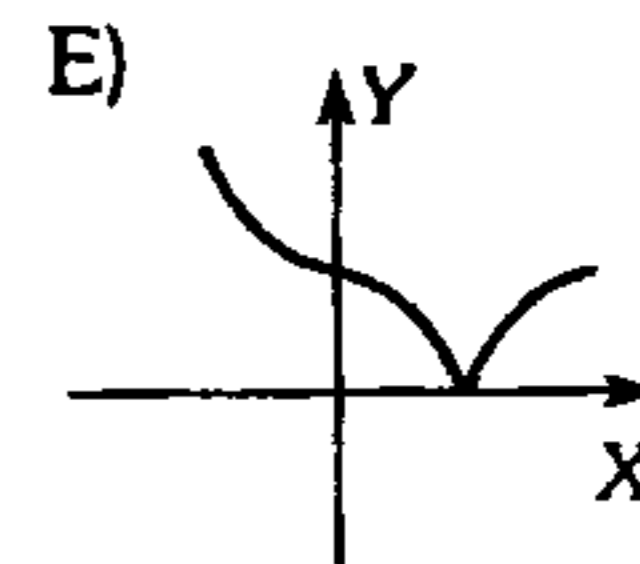
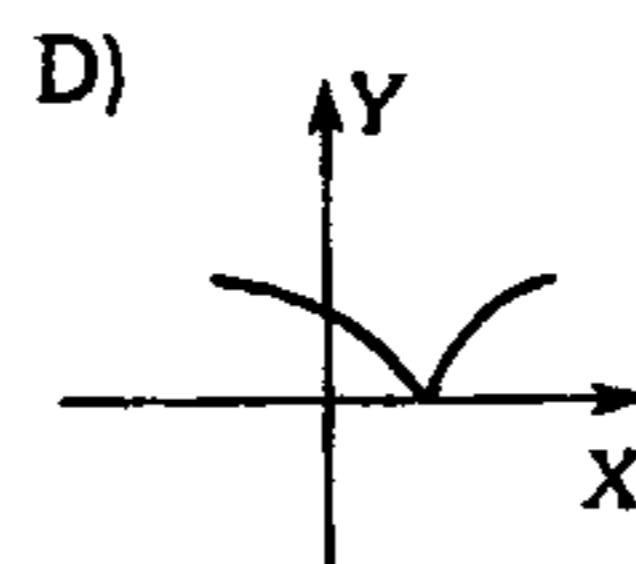
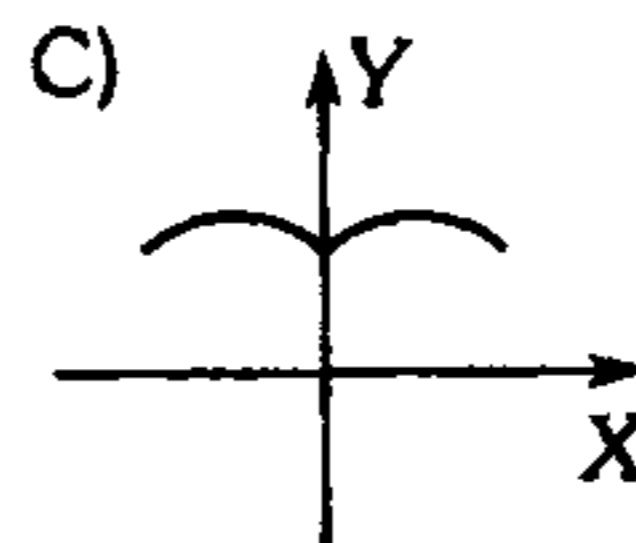
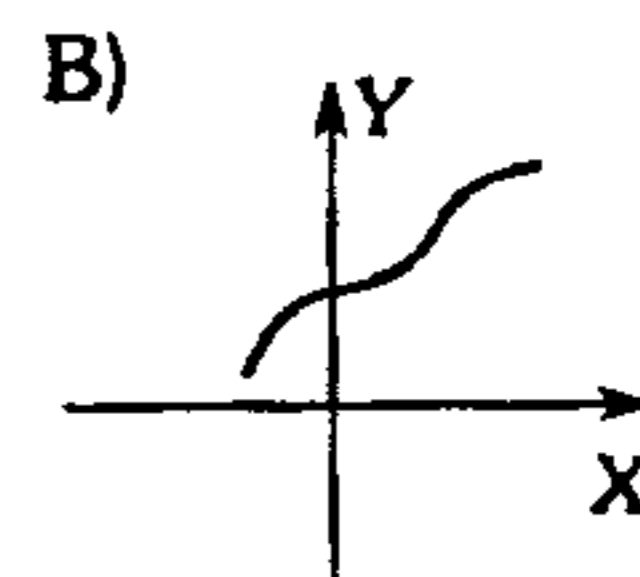
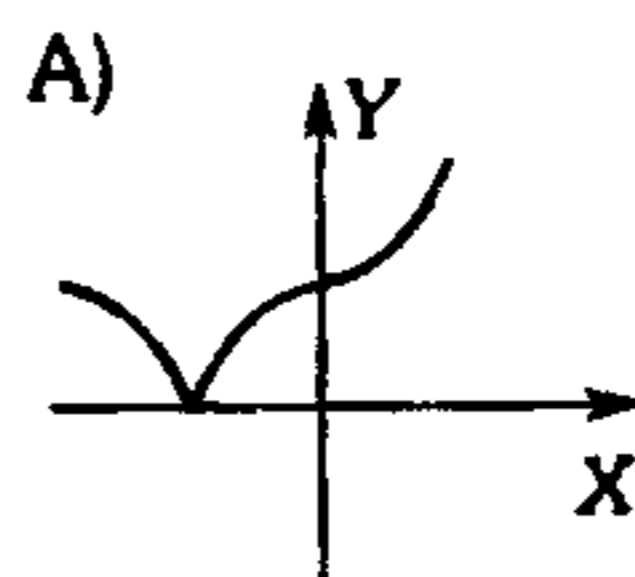
D)  $D_f = \mathbb{R} - \{0; 1\} \wedge y = -x$

E)  $D_f = \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\} \wedge y = x$

413. Sea la función  $g(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

Si  $(f \circ g)(x) = 2x + 3$

determine la gráfica de  $|f(x)|$ .



414. Sabiendo que

$$f(x) = \frac{x+1}{x+2}; D_f = [0; 6)$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 8}; D_g = [0; 2)$$

halle el dominio de  $(f \circ f)(x) - (g \circ f)(x)$ .

A)  $[0; 6)$     B)  $[0; 2)$     C)  $\langle 2; 6$

D)  $[2; 6]$     E)  $\langle 3; 6$

415. Sea  $f: A \rightarrow B / f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x + 6}$

halle  $A - B$ , si  $f$  es suryectiva.

A)  $\{1\}$     B)  $\{1; 3\}$     C)  $\{1; -4\}$

D)  $\{-2; -3\}$     E)  $\{1; -2\}$

416. A partir de la función  $f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 1}$ , dé el

valor de verdad de las proposiciones.

I.  $f$  es suryectiva.

II.  $f$  es inyectiva.

III.  $f$  es biyectiva.

IV.  $f$  es impar.

A) VVVV    B) FFFF    C) FVVF

D) VFFF    E) VVVF

417. Dada la función  $f(x) = \frac{ax + 7}{2x - b}$

halle el valor de **ab** tales que:

I.  $\text{Dom } f^* = \mathbb{R} - \{3\}$

II.  $f^* = f$

- A) 12            B) 6            C) 36  
D) 12            E) 0

418. La siguiente función  $f(x) = x - \llbracket x \rrbracket$  determine la función inversa.

A)  $f^*(x) = \frac{x^2}{8(x-4)}$

B)  $f^*(x) = \frac{x^3}{8(x-3)}$

C)  $f^*(x) = \frac{x^2}{8(x+4)}$

D)  $f^*(x) = \frac{x^2}{4(x-8)}$

E) No existe la inversa

419. Determine si la función siguiente es univalente, si lo es, halle su inversa

$$f(x) = \sqrt{\llbracket x \rrbracket - x} + 4x + 4\sqrt{x^2 - 2x}$$

A)  $f^*(x) = \frac{x^2}{8(x-4)}$

B)  $f^*(x) = \frac{x^3}{8(x-3)}$

C)  $f^*(x) = \frac{x^2}{8(x+4)}$

D)  $f^*(x) = \frac{x^2}{4(x-8)}$

E)  $\nexists f^*$

420. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2; & x \in \langle -\infty; 0 \rangle \\ \frac{1}{\sqrt{x}}; & x \in \langle 0; \infty \rangle \end{cases}$$

halle su inversa si existe.

A)  $f^*(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x}; & x \in \langle -\infty; 0 \rangle \\ \frac{1}{x^2}; & x \in \langle 0; \infty \rangle \end{cases}$

B)  $f^*(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} \leftrightarrow x \in \langle -\infty; 0 \rangle \\ \frac{1}{x^2} \leftrightarrow x \in \langle 0; \infty \rangle \end{cases}$

C)  $f^*(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} \leftrightarrow x \in \langle -\infty; 0 \rangle \\ \frac{1}{x^2} \leftrightarrow x \in \langle 0; \infty \rangle \end{cases}$

D)  $f^*(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} \text{ si } : x \in \langle -\infty; 0 \rangle \\ \sqrt{x} \text{ si } : x \in \langle 0; +\infty \rangle \end{cases}$

E) No existe su inversa

421. De las proposiciones indique su valor de verdad.

I.  $f(x) = \left( x|x| + \frac{1}{x} \right) \text{sen } x^2$  es impar.

II.  $g(x) = \llbracket 2x \rrbracket - 2\llbracket x \rrbracket$  es periódico de período 1.

III. Si  $f(x) = 2x + 6 / x \in [0; 8]$

$$g(x) = x^2 - 1 / x \in [-2; 2]$$

$$\Rightarrow \text{Dom} \cdot \text{fog} = x \in [-2; -1] \cup [1; 2]$$

- A) VVV            B) VVF            C) FVV  
D) FVF            E) FFF

422. La función **h** que verifica

$$[\text{go}(\text{foh})](x) = x^6 - 8x^3 + 1 - 3x^3(x-2)(2x-1)$$

donde  $f(x) = x^2 \wedge g(x) = x^3$  es una

- A) función identidad.  
B) función lineal.  
C) función cuadrática.  
D) función irracional.  
E) función inverso multiplicativo.

423. Sea

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \in \langle 0; 1 \rangle \\ 1 & , x \in [1; 2) \cup \langle 4; 5 \rangle \\ 2 & , x = 2 \\ 3 & , x \in \langle 2; 3 \rangle \end{cases}$$

entonces  $f$  es

- A) no creciente en  $\langle 0; 2 \rangle$ .
- B) no creciente en  $\langle 2; 5 \rangle$ .
- C) no decreciente en  $\langle 2; 5 \rangle$ .
- D) constante en  $\langle 1; 3 \rangle$ .
- E) no decreciente en  $\langle \frac{3}{2}; \frac{5}{2} \rangle$ .

### Logaritmos

424. Datos:

$$\log 24 = 2a^2$$

$$\log 42 = 2b^2$$

$$\log 28 = 2c^2$$

Calcule  $-\log 0,25$

- A)  $a+b+c$     B)  $abc$     C)  $a^2b^2c^2$
- D)  $a^2+c^2-b^2$     E)  $a^2+b^2+c^2$

425. Resuelva la ecuación en  $x$

$$\sum_{k=2}^n \left[ \frac{1}{\log_x 2^{k-1} \cdot \log_x 2^k} \right] = \frac{n-1}{n}; \quad n > 1000$$

e indique luego el cardinal de su conjunto solución.

- A) 0    B) 1    C) 2
- D) 3    E) 4

426. Si  $a^2 + b^2 = 7ab \quad \forall a; b \in \mathbb{R}^+$  se cumple

$$\log \left[ \frac{1}{3}(a+b) \right] = \frac{k}{2}(\log a + \log b)$$

luego  $k$  es

- A) 1    B) 2    C) 3
- D) -1    E)  $\frac{1}{2}$

427. Si  $abc=1$  con  $a>0 \wedge b>0 \wedge c>0$  halle el equivalente de

$$\frac{\log^5 a + \log^5 b + \log^5 c}{\log b^{\log a} + \log a^{\log c} + \log c^{\log b}}$$

- A)  $\log a$
- B) 1
- C)  $\log a + b$
- D)  $-5 \log a \log b \log c$
- E)  $5 \log a \log b \log c$

428. Calcule el valor de

$$x^{x^{x^{x^9}}} + x^{x^{x^9}} + x^{x^9} + x^9$$

sabiendo que  $x$  verifica la ecuación logarítmica  $9 + \log_x(\log_9 x) = 0$ .

- A)  $\sqrt[3]{3}$     B) 12    C) 36
- D)  $3\sqrt[3]{3}$     E)  $\sqrt[3]{9}$

429. Determine  $x$ , si se cumple

$$\div \log 2; \log(2^x - 1); \log(2^x + 3)$$

- A) 1    B)  $\log_5 3$     C)  $\log_5 2$
- D)  $\log_2 5$     E)  $\log_2 10$

430. Resuelva la ecuación

$-\text{colog} \log \log x = 0$  e indique el valor de

$$S = \text{colog} \left\{ \text{antilog}_3 (\log x^3)^{-1} \right\}.$$

- A) 10    B) 5    C) 3
- D) -10    E) -5

431. Halle el número de cifras que componen la potencia  $(875)^{16}$ .

Dato:  $\log 2 = 0,3010300$   
 $\log 7 = 0,8450980$

- A) 48      B) 47      C) 46  
 D) 49      E) 45

432. Resuelva  $8^x + 12^x = 18^x$

si  $\log 15 = a \wedge \log\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) = b$

e indique el valor de la solución.

- A)  $\frac{b}{a}$       B)  $\frac{b}{a-1}$       C)  $\frac{b^2}{a-1}$   
 D)  $\frac{a}{b-1}$       E)  $\frac{a^2}{b-2}$

433. La mantisa del logaritmo decimal de un número es 0,71600 y el logaritmo decimal del número que resulta de multiplicar por siete el primer número es 3,56110. Calcule el logaritmo decimal del cuadrado del primer número.

- A) 5,43200      B) 4,43200  
 C) 5,84510      E) 5,48105  
 D) 4,84510

434. Si  $A = 2^{30} \cdot 3^{25} \cdot 5^{58}$

$B = 2^{25} \cdot 3^{30} \cdot 5^{95}$

$C = 2^{20} \cdot 3^{24} \cdot 5^{84}$

halle el número de cifras enteras que se obtiene

al efectuar  $\frac{AB}{C}$ .

Dato:  $\log 2 = 0,301030$   
 $\log 3 = 0,474771$

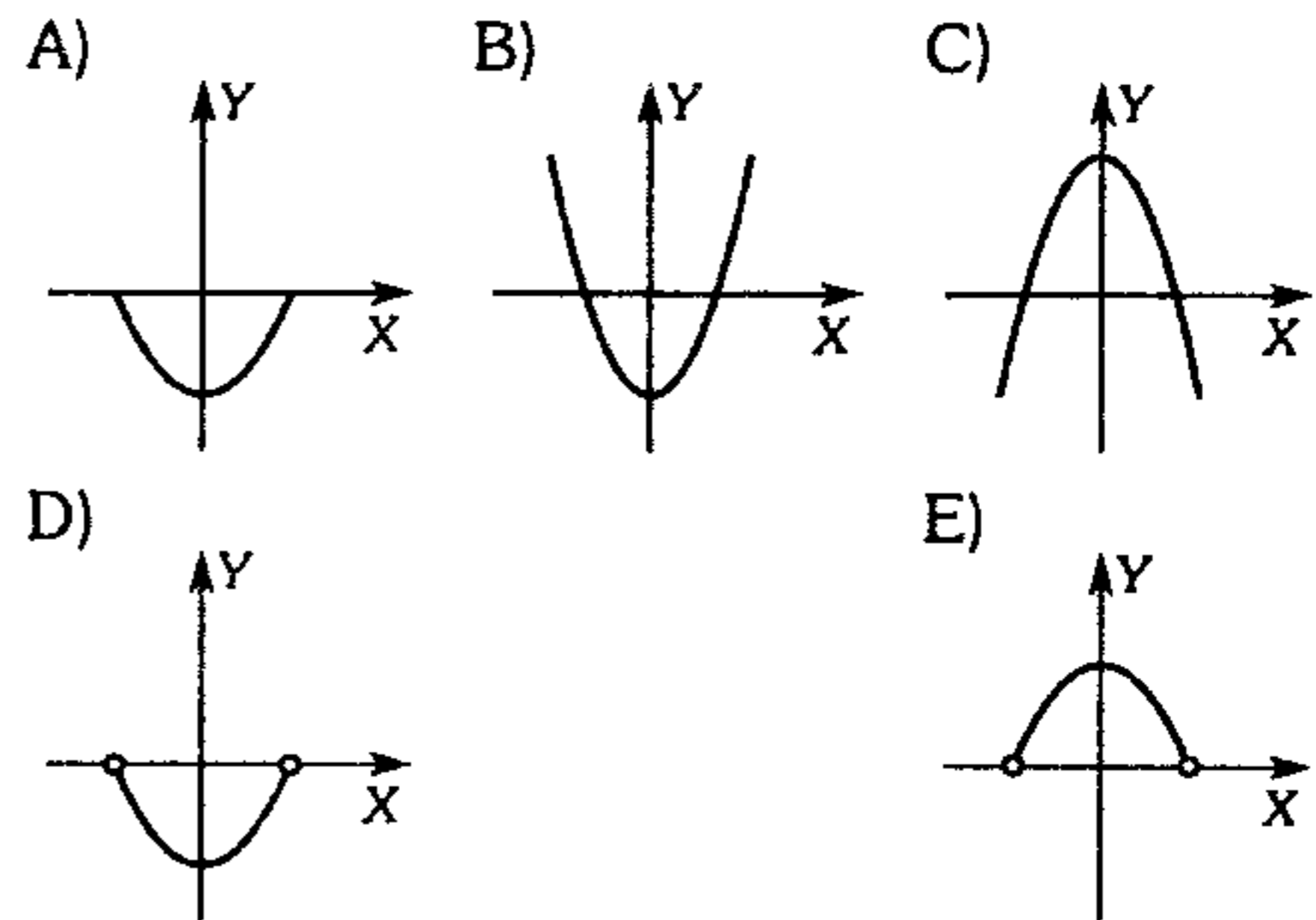
- A) 70      B) 71      C) 72  
 D) 73      E) 74

435. Calcule  $E = \log \sqrt[4]{781.25}$

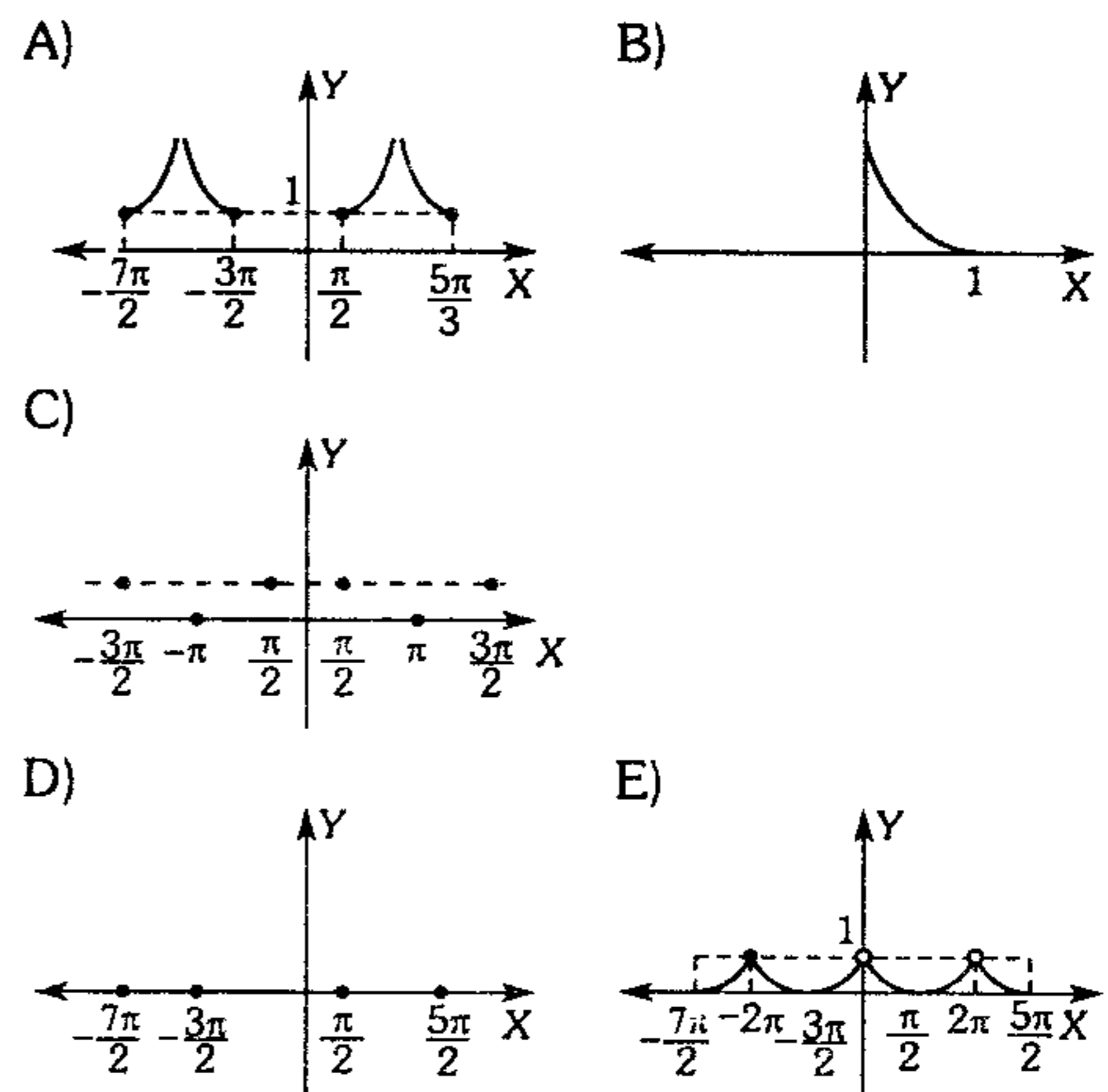
si  $\log 2 = 0,301030$ .

- A) 0,7231975  
 B) 0,2731975  
 C) 0,7213975  
 D) 0,725573  
 E) 0,727355

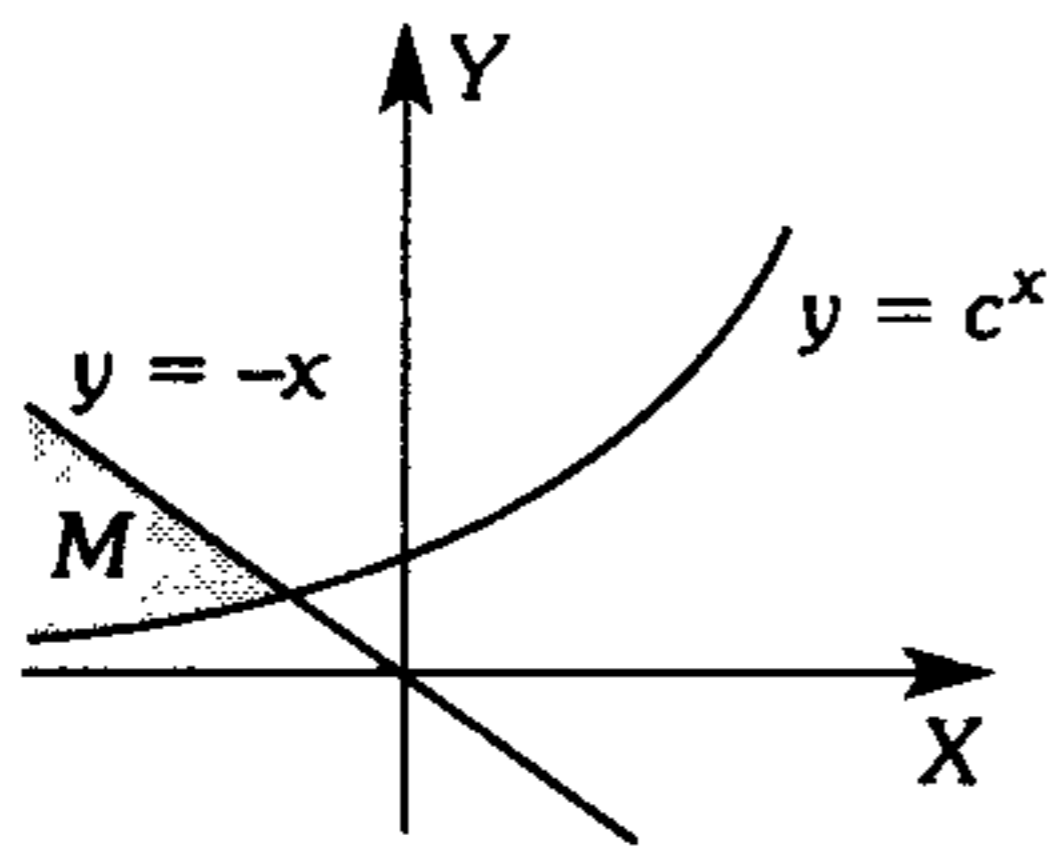
436. Sea  $f$  una función definida por  $f(x) = 2^{A(x)}$ . Siendo  $A(x) = \log_2(1-x^2)$ , determine la gráfica de  $f$ .



437. ¿Cuál de los gráficos representa la trayectoria de función  $f(x) = \sqrt{\ln \sin x}$ ?

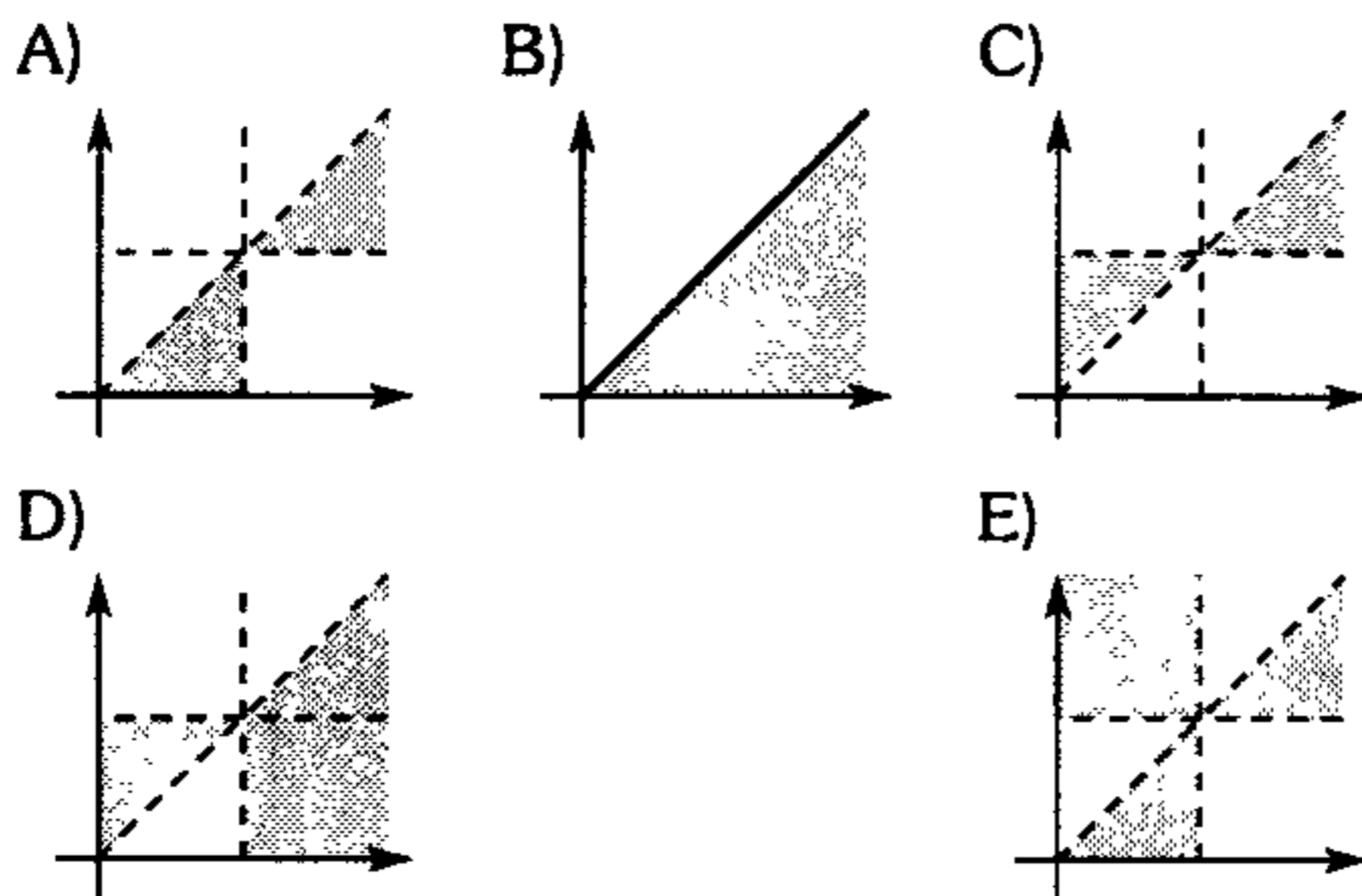


438. Determine el conjunto  $M$  de la figura adjunta.



- A)  $y \leq x \wedge y \geq e^x$
- B)  $y \geq e^x \wedge y \leq -x$
- C)  $y \leq e^x \wedge y \geq x$
- D)  $y \leq e^x \wedge y \leq -x$
- E)  $y \geq e^{-x} \wedge y \geq x$

439. Grafique el plano del conjunto solución de  $\log_x(\log_y x) > 0$



440. ¿Para qué valores del parámetro  $a$  las raíces de la ecuación  $x^2 - 4x - \log_{0.5} a = 0$  son reales?

- A)  $a \geq \frac{1}{16}$
- B)  $a \leq \frac{1}{16}$
- C)  $0 < a < \frac{1}{16}$
- D)  $0 < a \leq 16$
- E)  $a \geq 16$

441. Si  $(x_1 > x_2)$  son las soluciones de la ecuación  $\log_a(ax) \cdot \log_x(ax) = \log_{a^2}\left(\frac{1}{a}\right)$ , halle  $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$ ; ( $a > 1$ ).

- A) 5
- B)  $\frac{1}{a}$
- C)  $\frac{\sqrt{a}}{a^2}$
- D) 1
- E)  $a\sqrt{a}$

442. Resuelva  $\log_x\left(\frac{x+3}{x-1}\right) > \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

- A)  $x \in \langle 1; 3 \rangle$
- B)  $x \in \langle 0; 1 \rangle \cup \langle 3; +\infty \rangle$
- C)  $x \in \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$
- D)  $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle \cup \langle 9; +\infty \rangle$
- E)  $x \in \langle 3; +\infty \rangle$

443. Halle el rango de la función  $H$ , cuya regla de correspondencia es

$$H(x) = \text{Ln} \left( \sqrt[4]{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^4} + 1 \right)$$

- A)  $[1; 2]$
- B)  $[0; 2]$
- C)  $[0; \text{Ln}\sqrt{2}]$
- D)  $[\text{Ln}\sqrt{2}; \text{Ln}2]$
- E)  $[0; \text{Ln}2]$

444. Resuelva la inecuación  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{3}} x > 0$  e indique el conjunto solución.

- A)  $0 < x < 3^{\log_2^3}$
- B)  $0 < x < 3^{\frac{1}{1-\log_2^3}}$
- C)  $0 < x < 1$
- D)  $0 < x < 3^{2\log_2^5}$
- E)  $\phi$



445. Resuelva el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} (\log_2 xy) \log_2 \left(\frac{x}{y}\right) = -3 \\ \log_2^2 x + \log_2^2 y = 5 \end{cases}$$

Dé como respuesta el número de soluciones.

- A) 1                      B) 4                      C) 7  
D) 3                      E) 2

446. Si  $n$  son los elementos enteros que constituyen el conjunto  $A$ , siendo

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{(e^x - 3)[\text{Ln}(-x) + 3]}{2^{-x} + \log \cos(2\pi)} \geq 0 \right\}$$

indique su valor.

- A) 0  
B) 1  
C) 2  
D) 3  
E) mayor que cuatro

447. Halle el dominio de la función

$$f(x) = \left\{ \log \left( \frac{5x - x^2}{4} \right) \right\}^{1/2}$$

- A) [1; 5)                      B) [1; 4]  
C) (1; 3)                      D) (1; 4)  
E) [1; 3]

448. Indique un intervalo solución de la inecuación

$$2^{2x^2+4x} + 32 \geq 6 \cdot 2^{(x+1)^2}$$

- A)  $(-\infty; -3)$   
B)  $(-3; 1 - \sqrt{3})$   
C)  $\mathbb{R}$   
D)  $(0; 20)$   
E)  $\mathbb{R}_0^+$

449. Resuelva el sistema

$$\begin{cases} \log_{\left(\frac{\pi}{2}\right)} x \geq \text{sen } x \\ 2^{x-1} < \left(\frac{1}{64}\right)^{-2} \end{cases}$$

- A)  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; 13\right)$   
B)  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; 10\right]$   
C)  $x \in (\pi; 13)$   
D)  $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 13\right)$   
E)  $x \in [\pi; 4)$

450. Halle la menor solución de

$$(4x)^{\log_{2x} \left(\frac{x^2}{2}\right)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

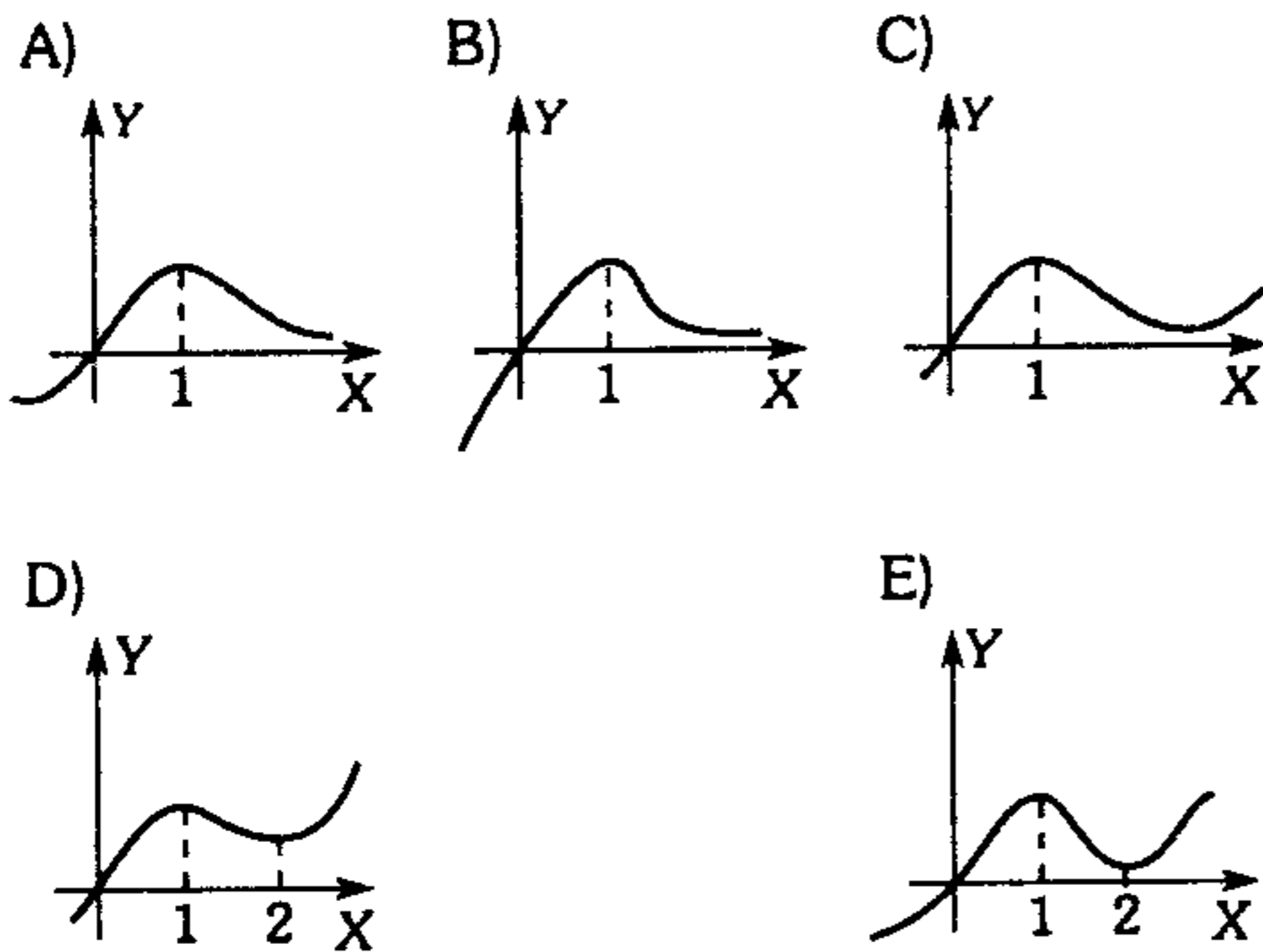
- A) 1                      B)  $\frac{1}{4}$   
C)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$   
D)  $\frac{\sqrt{2}}{8}$                       E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

451. Indique el conjunto solución de la ecuación logarítmica

$$1 + \log_{2x} \left(\frac{x}{2}\right) = \log_2 (x^{\log_2 x})$$

- A) {1; 2}                      B)  $\left\{\frac{1}{4}; 2\right\}$   
C)  $\left\{\frac{1}{4}; 1\right\}$   
D)  $\left\{\frac{1}{4}; 1; 2\right\}$                       E)  $\left\{\frac{1}{2}; 1; 2\right\}$

452. Grafique la función  $f(x) = 2xe^{-x}$



453. Determine el menor  $\lambda$  de tal manera que se verifique

$$\left[ \lambda - \left( \frac{1}{e} \right)^{|x|} \right] (2^x + 1) \geq 2^{x+1} + 2.$$

- A) 3                      B) 4                      C) 2  
D) 1                      E) 0

454. Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x} - 2}{e^x + e^{-x}}; 2 < e < 3$$

Encuentre el valor de la preimagen de cero vía la función  $f$ .

- A)  $\ln(\sqrt{2} + 1)$                       B)  $\ln\sqrt{3 - \sqrt{3}}$   
C)  $\ln\sqrt{1 + \sqrt{6}}$   
D)  $\ln\sqrt{1 + \sqrt{3}}$                       E)  $\ln\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

455. Halle el conjunto solución de

$$e^{\sqrt{x^2 - 5x + 6} + 4} > \pi^{\sqrt{5x - x^2 - 6} + 1}$$

$e$ : base de los logaritmos naturales  
 $\pi = 3,1415\dots$

- A)  $\{2; 3\}$                       B)  $\emptyset$                       C)  $\mathbb{R}$   
D)  $[2; 3]$                       E)  $(2; +\infty)$

456. Al resolver la ecuación

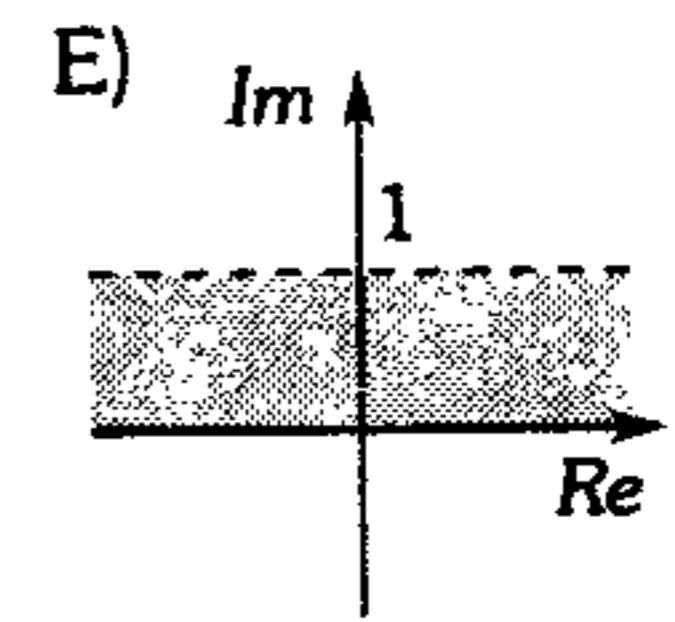
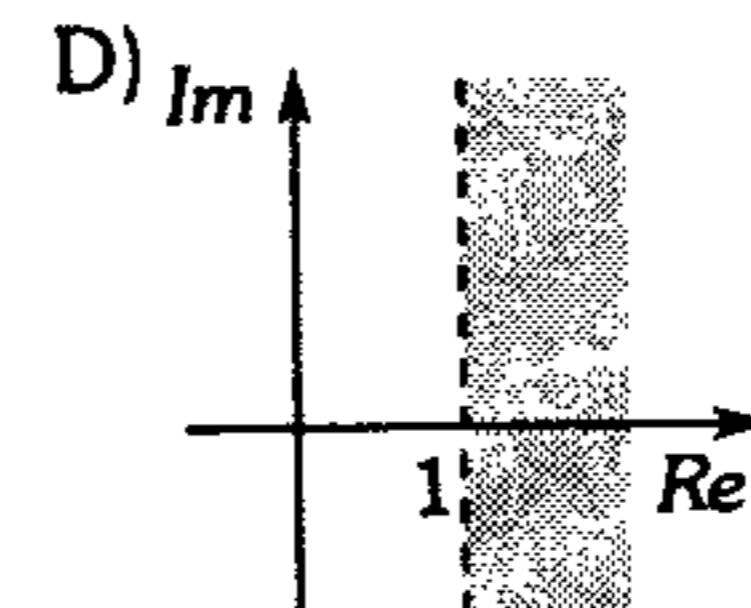
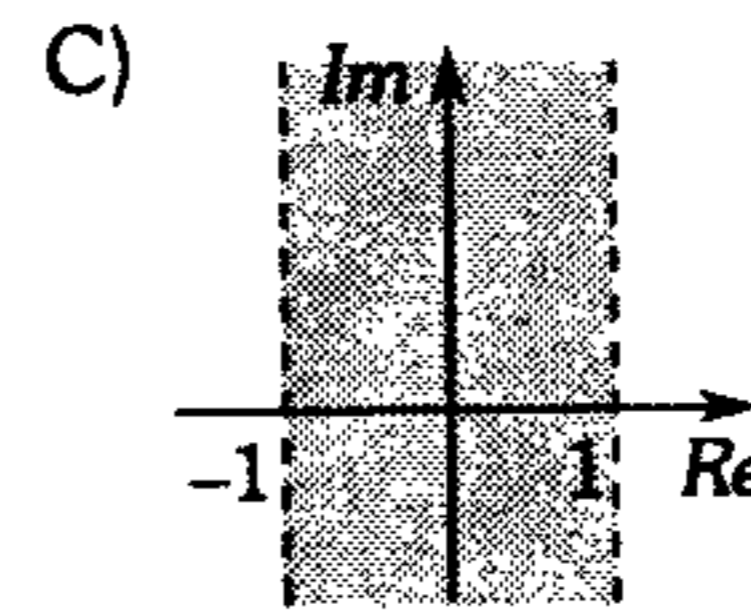
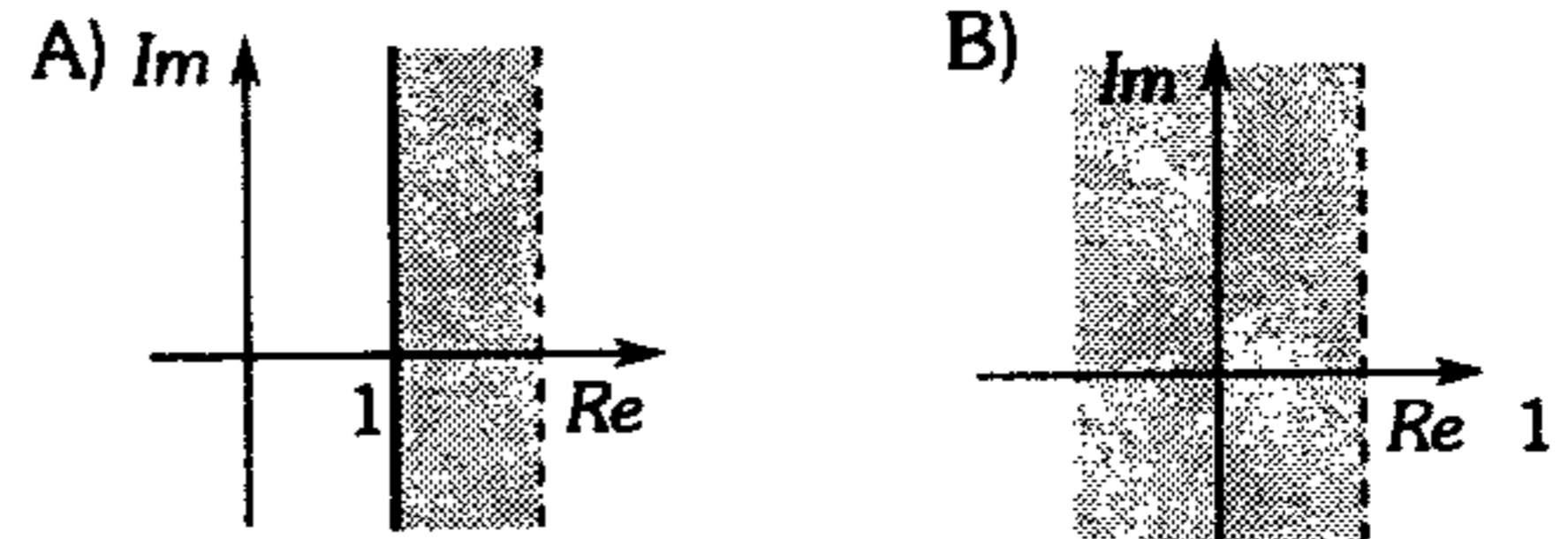
$$x^{1 + \ln x} = e^4 \cdot x$$

proporcione el producto de sus soluciones.

- A)  $e^{-2}$                       B)  $e^{-1}$                       C) 1  
D)  $e^2$                       E)  $e^3$

457. Si  $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} |z - 2| > \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} |z|$

determine la región donde se encuentran los números complejos que justifican esta relación de orden.



458. Resuelva la ecuación

$$e^z = 1 + i \text{ indicando su valor principal de } z.$$

- A)  $\ln 2 + \frac{\pi}{4}i$                       B)  $\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{\pi}{2}i$   
C)  $\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{\pi}{4}i$   
D)  $\ln 2 + \frac{\pi}{3}i$                       E)  $2\ln 2 + \frac{\pi}{4}i$

459. Halle las constantes  $k$  y  $b$  si

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left\{ kx + b - \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right\} = 0.$$

- A) 1; 0      B) 2; 0      C) 4; 3  
D) 2; 2      E) 0; 0

460. Determine  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ .

- A) 0      B)  $+\infty$       C) 1  
D) 1/2      E) 2

461. Halle  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+d}{ax+c}$

si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ ax + b - \sqrt[3]{6x^2 - x^3} \right] = 0.$

- A) 0      B) -2      C) 1  
D) 2      E)  $-\frac{1}{2}$

462. Evalúe

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{x^2 \left[ \frac{-x}{2} \right]}{|x| \left[ \frac{3x}{|x|} \right]} + \frac{1}{|x|} - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right\}$$

- A) 1      B) -1      C)  $\infty$   
D)  $-\infty$       E) 0

463. Calcule los siguientes límites

I.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)(1-x)(1+2x)(1-2x)\dots(1+nx)(1-nx)}{x^{2n}}$

II.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{3^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^2} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$

- A)  $(-1)^n (n!)^2; \frac{1}{2}$       B)  $(n!)^2; \frac{1}{3}$   
C)  $n; \frac{1}{2}$   
D)  $n!; 1$       E)  $\infty; 0$

464. Calcule  $a + b + c$  si

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( ax^2 - bx + c + \frac{x^5 + 2x^4 - 5}{x^3 - 1} \right) = 0$$

- A) 0      B) 1      C) -1  
D) 2      E) -2

465. Determine

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left( \sqrt[n]{1+\beta x} - \sqrt[m]{1+\alpha x} - 1 \right)}{x}; \quad (m; n) \subset \mathbb{Z}^+.$$

- A)  $\frac{\alpha}{m} + \frac{\beta}{n}$       B)  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{m}{n}$       C)  $\alpha n + \beta m$   
D) 0      E)  $\frac{\alpha + \beta}{mn}$

466. Siendo el valor de

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x}{x-2} - \frac{a}{x^2-4} \right) = b; \quad b \in \mathbb{R}, \text{ indique } ab.$$

- A) 6      B) 16      C) 10  
D) 20      E) 12

467. Señale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ 3x - \sqrt{9x^2 - x + 1} \right]$

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $-\frac{1}{6}$   
D)  $-\frac{1}{3}$       E) 1

468. Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + 4(10)^x}{3 + 5(10)^x} = a$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{6x^2 + x} - \sqrt{6}x = c$$

calcule  $a \cdot c$

- A) 1      B) 0      C)  $\frac{2}{5}$   
D)  $\frac{2}{5\sqrt{6}}$       E)  $2\sqrt{6}$

469. Siendo  $\sum_{i=0}^p a_i = 0$

determine

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a_0\sqrt{x} + a_1\sqrt{x+1} + a_2\sqrt{x+2} + \dots + a_p\sqrt{x+p})}{\sqrt{x+p}}$$

- A) 1                      B)  $a_0 + a_p$                       C)  $a_0$   
 D) 0                      E)  $a_0 - a_p$

470. Halle el valor aproximado de

$$\left( \frac{x - 2\sqrt{x}}{x^2 + \sqrt{x}} \right)^{\frac{x^2 - x}{x^2 + x}}$$

cuando  $x = 9^{-9999}$

- A) -2                      B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $-\frac{1}{2}$   
 D) -1                      E) 1

471. Halle  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{(1 - \cos x) \cot x}$

- A) 2                      B) 4                      C) 8  
 D)  $\ln 2$                       E)  $e^3$

472. Determine

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\left( \frac{5}{1+2\ln x} \right)}$$

- A)  $e$                       B)  $e^{5/2}$                       C)  $e^2$   
 D)  $e^5$                       E) 1

473. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ 1 + \ln(x+2) \right]^{\frac{1}{\sin x}}$$

- A)  $e^{2/3}$                       B)  $e^{3/2}$                       C) 2  
 D)  $e^5$                       E) 1

474. Determine

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{5x}}$$

- A) 1                      B) 5                      C)  $e$   
 D)  $e^5$                       E)  $e^2$

475. Determine el valor de  $a$ , de tal modo que la función  $f$ , definida así

$$f(x) = \begin{cases} 2e^x; & x < 0 \\ a - bx - 1; & x \geq 0 \end{cases}$$

sea continua.

- A) 1                      B) 2                      C) -1  
 D) 0                      E) 3

476. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \text{sen } x; & x \leq \frac{\pi}{2} \\ kx + 3\pi; & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

halle  $k$  de modo que  $f$  es continua en  $x = \frac{\pi}{2}$ .

- A)  $2 - 3\pi$                       B)  $\frac{2 - 4\pi}{\pi}$                       C)  $\frac{2}{\pi}(1 - 3\pi)$   
 D)  $\frac{2}{1 - 3\pi}$                       E)  $\frac{1}{1 - \pi}$

477. Si la función es continua en 0

$$f(x) = \begin{cases} mx^2 + mn; & x \geq 0 \\ 2\sqrt{x^2 + m} - m; & x < 0 \end{cases}$$

calcule  $\frac{n}{m}$ , además  $f(1) = 1$ .

- A)  $\frac{3}{4}$                       B) 12                      C)  $\frac{1}{6}$   
 D) 18                      E)  $\frac{1}{4}$

478. Halle el valor mínimo de la función polinomial

$P(x)$  que satisface

$$f(x) = e^x P(x)$$

$$f'(x) = (x-2)(x+3)e^x$$

donde  $f'(x)$  es la derivada de  $f(x)$ .

- A) 5                      B)  $-\frac{17}{4}$                       C)  $-\frac{21}{4}$   
 D) -5                      E)  $-\frac{20}{5}$

479. Halle  $f'(1)$  dado

$$f(u) = (1+u^3) \left( 5 - \frac{1}{u^2} \right)$$

Observación:  $f'$  primera derivada.

- A) 13                      B) 15                      C) 16  
 D) 18                      E) 20

480. Determine la derivada de  $f'(x)$  evaluando en

2, siendo  $f(x) = x\sqrt{x+3}$ ;  $x \in \langle -1; +\infty \rangle$ .

- A) 2                      B)  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$                       C)  $\frac{9}{4}$   
 D)  $\frac{4}{9}$                       E)  $\frac{3}{4}$

481. Determine el valor de  $k$  para el cual el punto máximo de la gráfica de  $f(x) = 2k + 3x - 5x^2$  tiene el mismo valor para las coordenadas  $x$  e  $y$ .

- A)  $\frac{3}{20}$                       B)  $-\frac{3}{10}$                       C)  $-\frac{9}{20}$   
 D)  $-\frac{3}{40}$                       E)  $-\frac{9}{40}$

482. Si  $f(x) = (ax+b)\operatorname{sen}x + (cx+d)\operatorname{cos}x$  determine el valor de  $a, b, c, d$  tales que  $f'(x) = x\operatorname{cos}x$ . Dé como respuesta  $ab+cd$ .

- A) 0                      B) 1                      C) 2  
 D) -1                      E) 3

483. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{Ln}(1+x)} \right)$$

donde  $e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$

- A) 0                      B) 3                      C) 1  
 D) 2                      E)  $e$

484. Determine

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x [\operatorname{Ln}(x+1) - \operatorname{Ln}x]$$

- A)  $\infty$                       B) 0                      C) 2  
 D)  $e$                       E) 1

485. Determine

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2+2} + e^{2x} + \lambda}{e^{x^2+1}}$$

donde  $\lambda$  es una constante real.

- A)  $e^\lambda$                       B)  $e$                       C) 0  
 D) 1                      E)  $+\infty$

486. Determine  $g'(0)$ , si  $g(x) = (x^2 + 2x + 3)f(x)$ ,

además  $f(0) = 5 \wedge \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 5}{x} = 4$ .

- A) 10                      B) 11                      C) 12  
 D) 14                      E) 22

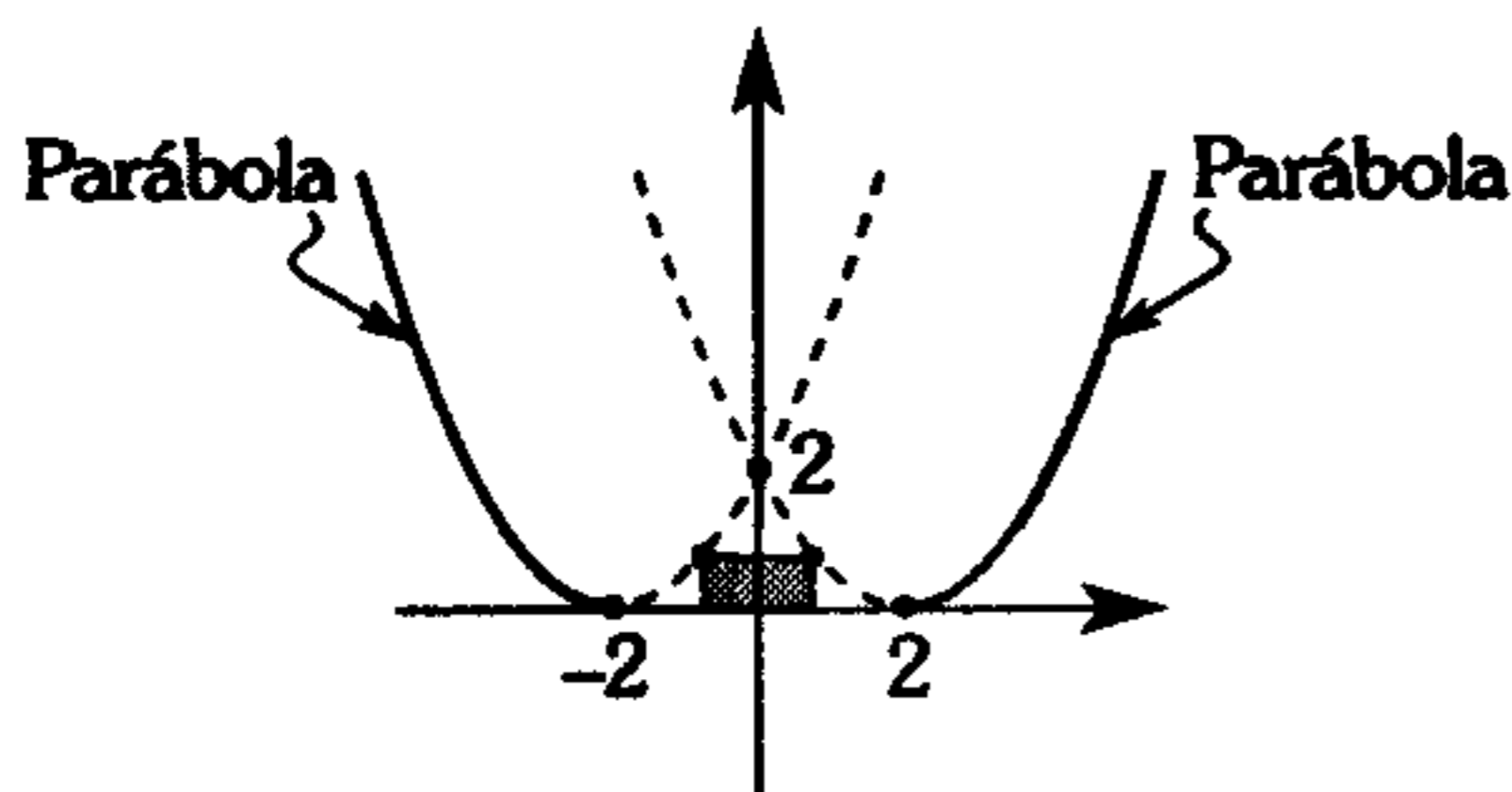
487. Sea  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12$ . Determine un punto sobre la curva de tal manera que la recta tangente en ese punto sea paralela al eje  $X$ .

- A) (-3 ; 39)  
 B) (2 ; 93)  
 C) (2 ; -32)  
 D) (-3 ; -39)  
 E) (-3 ; 2)

488. La función  $f(x)=ax^4+bx^2+c$ , donde  $a; b; c; \in \mathbb{R} - \{0\}$  tiene un extremo relativo en  $x=1/2$  y la ecuación de la tangente en el punto de abscisa  $x=-1$  es  $2x-y+4=0$ . Según ello calcule  $a+2b+c$ .

- A)  $\frac{4}{3}$       B)  $-\frac{2}{3}$       C) 2  
 D)  $\frac{7}{3}$       E)  $\frac{5}{3}$

489. De la gráfica



calcule la máxima área de la región sombreada.

- A)  $16/9 \mu^2$     B)  $32/27 \mu^2$     C)  $32/19 \mu^2$   
 D)  $41/11 \mu^2$     E)  $16/27 \mu^2$

490. Halle  $m-n$  si el polinomio  $P(x)=x^n+mx^{n-2}+1$  es divisible entre  $(x-1)^2$ .

- A) 2      B) 6      C)  $\frac{4}{3}$   
 D) -6      E) -2

491. Dado el polinomio

$$P(x) = 4x^3 + \frac{x}{3} - \frac{\lambda}{2} / \lambda \in \mathbb{R}$$

¿cuál de las afirmaciones es verdadera?

- A) Presenta 3 raíces reales diferentes.  
 B) Tiene sólo 1 raíz real sólo si  $\lambda \in [-1; 5)$ .  
 C) Tiene una raíz real y 2 complejas.  
 D) La cantidad de raíces reales depende de  $\lambda$ .  
 E) Presenta 3 raíces reales y una de ellas es de multiplicidad dos.

492. Sea la función  $f(x) = x^x$ .

De las siguientes sentencias.

- I.  $f(x)$  es creciente en  $(1/e; +\infty)$ .  
 II.  $f(x)$  es cóncava hacia abajo para todo valor de su dominio.

III.  $f(x)$  tiene como valor mínimo a  $\left(\frac{1}{e}\right)^{1/e}$ .

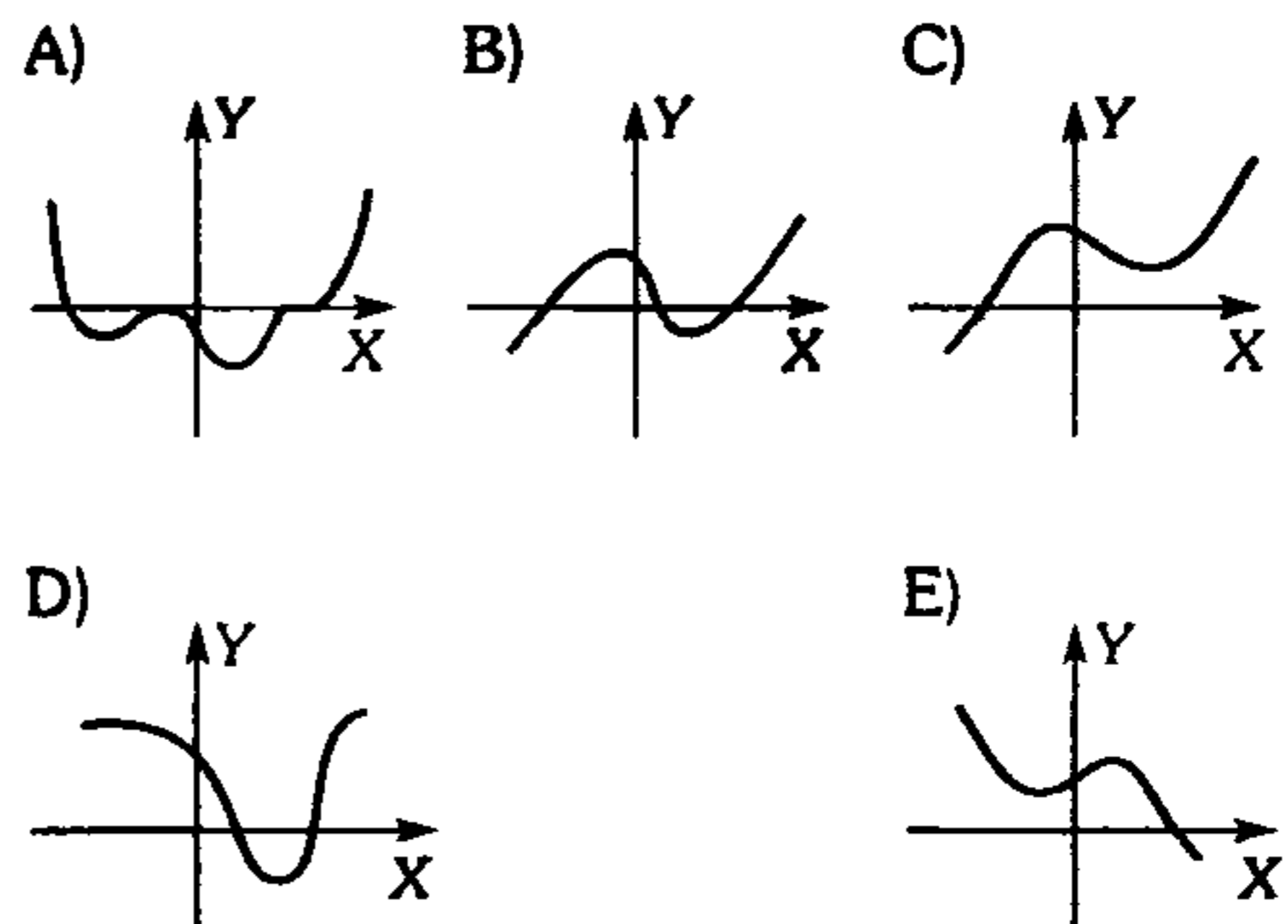
Se concluye

- |      | I | II | III |
|------|---|----|-----|
| A) V | V | F  | F   |
| B) V | F | V  | V   |
| C) F | V | F  | F   |
| D) F | F | F  | F   |
| E) V | V | V  | V   |

493. Determine  $\left(\frac{a}{b}\right)$  sabiendo que  $(1; 3)$  es punto de inflexión a la curva de  $f(x) = ax^3+bx^2$ .

- A)  $-\frac{3}{2}$       B)  $\frac{9}{2}$       C)  $-\frac{1}{3}$   
 D)  $\frac{1}{3}$       E) 3

494. Sea la función polinomial real de variable real  $f(x)=ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}+\dots+$  donde  $a>0$  y  $n$  es mínimo, además  $f(5)=f'(5)=f''(5)=0$ ;  $f(-1)=f'(-1)=0$ ;  $f(-3)f(-4)<0$ . Según las condiciones bosqueje la gráfica de  $f$ .



495. En  $\mathbb{R}^2$ , sobre la recta  $y=1996k$  ( $k \in \mathbb{R}$ ) se toma 2 puntos  $A$  y  $B$ , cuyas abscisas son las raíces de la ecuación  $x^2+m^2x+(m^2-5)=0$ . Determine la menor distancia  $AB$ .
- A)  $2\sqrt{3}$       B) 2      C) 4  
D)  $\sqrt{2}$       E)  $2\sqrt{2}$
496. Sea la función  $f(x) = \frac{x^2 + ax - 10}{x - 1}$  ( $a \in \mathbb{Z}$ ).  
 $L$  es la recta tangente a la gráfica de  $f$ , en el punto  $P_0$  y corta a una de las asíntotas de la gráfica de  $f$  en el punto cuya abscisa es 5.  
Además  $f'(2-a) = \frac{7}{4}$ , según ello calcule el punto  $P_0$ .
- A) (3; -1)      B) (2; 1)      C) (5; 3)  
D) (3; -5)      E) (2; -1)
497. Determine en cuánto aumentará aproximadamente el volumen de un globo si su radio  $R=15$  cm aumentó 0,2 cm.
- A)  $435 \text{ cm}^3$   
B)  $325 \text{ cm}^3$   
C)  $426 \text{ cm}^3$   
D)  $565 \text{ cm}^3$   
E)  $225 \text{ cm}^3$
498. Calcule la diferencial de la función
- $$y = x\sqrt{64 - x^2} + 64\text{arcsen}\left(\frac{x}{8}\right)$$
- A)  $2\sqrt{64 - x^2} dx$   
B)  $4\sqrt{16 - x^2} dx$   
C)  $\sqrt{8 - x^2} dx$   
D)  $2\sqrt{4 - x^2} dx$   
E)  $\sqrt{2 - x^2} dx$
499. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva  $\{x = \sqrt{2} \cos^3 t; y = \sqrt{2} \sin^3 t\}$  en el punto  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .
- A)  $2x - y = \frac{1}{2}$   
B)  $x + y - 1 = 0$   
C)  $x - y = 0$   
D)  $2x + 2y = 1$   
E)  $3x - y = 1$
500. En cuánto hay que variar, aproximadamente, la longitud de su péndulo  $l=20$  cm con el fin de que el período de las oscilaciones aumente 0,05. El período se calcula con la fórmula
- $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
- A) 3,21 cm      B) 5,65 cm  
C) 2,23 cm  
D) 4,61 cm      E) 2 cm
501. Encuentre la ecuación de la recta normal a la curva
- $$4x^3 - 3xy^2 + 6x^2 - 5xy - 8y^2 + 9x + 14 = 0$$
- en el punto  $(-2; 3)$ .
- A)  $2x - 9y + 31 = 0$   
B)  $2x - y + 2 = 0$   
C)  $x - y + 1 = 0$   
D)  $3x + 2y + 4 = 0$   
E)  $x + y - 1 = 0$
502. Halle la ecuación de la recta tangente a la curva  $y^4 - 4x^4 - 6xy = 0$  en el punto  $(1; 2)$ .
- A)  $14x - 13y + 12 = 0$   
B)  $x + y - 3 = 0$   
C)  $2x - y = 0$   
D)  $x + 2y - 5 = 0$   
E)  $5x - y - 3 = 0$

## Integrales y Aplicaciones

503. Sea  $S$  el área de la región del plano limitado por  $y = x|x| \wedge x = y|y|$  se afirma

- I.  $S > 2$
- II.  $S < 1,41$
- III.  $S = 1$

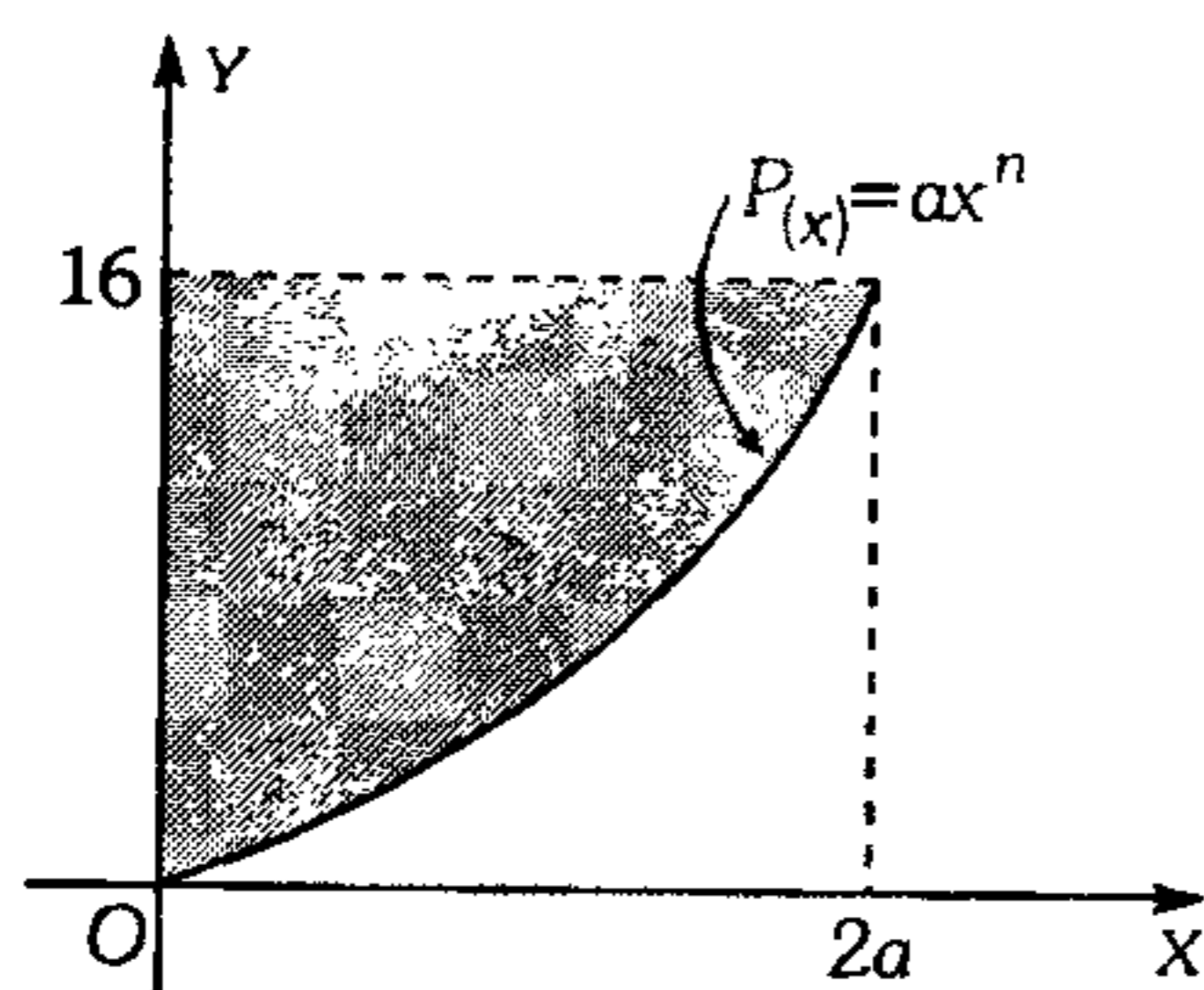
Diga el valor de verdad de cada uno de ellos

- A) FVF      B) VVF      C) VFF
- D) FVV      E) FFF

504. Calcule el área sombreada sabiendo que  $P(x_0) = P'(x_0) = P''(x_0) = P'''(x_0) = 0$ , además  $P^{IV}(x_0) \neq 0$

$$P(x_0) = P'(x_0) = P''(x_0) = P'''(x_0) = 0,$$

además  $P^{IV}(x_0) \neq 0$



- A)  $6,4 \mu^2$       B)  $20 \mu^2$       C)  $25,6 \mu^2$
- D)  $15 \mu^2$       E)  $16 \mu^2$

505. Calcule la siguiente integral

$$\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$$

- A)  $2\sqrt{x} \ln x + c$
- B)  $\frac{3}{4}(1+\ln x)^{\frac{4}{3}} + c$
- C)  $\ln x + c$
- D)  $\sqrt{x} + \frac{\ln^3 x}{3} + c$
- E)  $\ln^3 x + c$

506. Calcule la siguiente integral

$$\int \frac{3 - \sqrt{2+3x^2}}{2+3x^2} dx$$

- A)  $\sqrt{\frac{1}{2}} \tan \frac{x}{\sqrt{2}} + \ln x + c$
- B)  $\tan \frac{x}{4} + \ln(x + \sqrt{x}) + c$
- C)  $\sqrt{\frac{3}{2}} \arctan\left(x\sqrt{\frac{3}{2}}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \ln(x\sqrt{3} + \sqrt{2+3x^2}) + c$
- D)  $\sqrt{\frac{1}{2}} \arctan\left(\frac{x}{3}\right) - \ln(x\sqrt{3}) + c$
- E)  $\ln\left(x + \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) + c$

507. Calcule el área limitada por la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \leq 3 \\ 6x - x^2 & ; x > 3 \end{cases}$$

el eje  $X$  y las rectas  $x=1$ ;  $x=7$ .

- A)  $\frac{1}{3} \mu^2$       B)  $\frac{7}{3} \mu^2$       C)  $30 \mu^2$
- D)  $\frac{91}{3} \mu^2$       E)  $28 \mu^2$

508. Calcule el área de la región acotada por las dos ramas de la curva  $(y-x)^2 = x^5$  y por la recta  $x=4$ .

- A)  $\frac{512}{5} \mu^2$       B)  $625 \mu^2$       C)  $15 \mu^2$
- D)  $125 \mu^2$       E)  $\frac{512}{7} \mu^2$

509. Halle el volumen del cuerpo limitado por el paraboloide elíptico  $z = 2x^2 + y^2 + 1$ , el plano  $x+y=1$  y los planos coordenados.

- A)  $\frac{3}{4} \mu^3$       B)  $\frac{1}{6} \mu^3$       C)  $\frac{1}{2} \mu^3$
- D)  $8 \mu^3$       E)  $40 \mu^3$



510. Calcule la siguiente integral

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} xyz \, dz \, dy \, dx$$

- A)  $\frac{1}{120}$       B)  $\frac{1}{720}$       C)  $\frac{1}{5}$   
 D)  $-\frac{1}{240}$       E)  $\frac{1}{240}$

511. Calcule la integral

$$\int_0^1 \frac{x \, dx}{x^2 + 3x + 2}$$

- A)  $\text{Ln}(4)$       B)  $\text{Ln}\left(\frac{11}{9}\right)$       C)  $\text{Ln}\left(\frac{1}{2}\right)$   
 D)  $\text{Ln}\left(\frac{7}{11}\right)$       E)  $\text{Ln}\left(\frac{9}{8}\right)$

512. Calcule la integral

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \text{Ln} x}$$

- A)  $\text{Ln}10$       B)  $\text{Ln}2$       C)  $\text{Ln}8$   
 D)  $\text{Ln}5$       E)  $\text{Ln}6$

513. Calcule la siguiente integral

$$\int_0^1 \frac{y^2 \, dy}{\sqrt{y^6 + 4}}$$

- A)  $\frac{1}{2} \text{Ln}(1 + \sqrt{5})$       B)  $\frac{1}{3} \text{Ln}(\sqrt{3})$   
 C)  $\frac{1}{3} \left( \frac{\text{Ln} + 1}{\sqrt{2}} \right)$   
 D)  $\frac{1}{3} \text{Ln}\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$       E)  $\frac{1}{6} \text{Ln}\left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)$

514. Calcule el volumen de cuerpo limitado por la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  y el paraboloido  $x^2 + y^2 = 3z$  (la parte interior con respecto al paraboloido).

- A)  $\frac{19}{5} \pi \mu^3$       B)  $\frac{1}{5} \pi \mu^3$       C)  $\frac{19}{3} \pi \mu^3$   
 D)  $\frac{11}{2} \pi \mu^3$       E)  $5 \pi \mu^3$

### Sucesiones

515. Si  $a_n = \frac{n+1}{n}$  es la fórmula de la sucesión  $(a_n)$

calcule el valor de

$$\{\log_b a_1 + \log_b a_2 + \log_b a_3 + \dots + \log_b a_{99}\}$$

para el valor de  $b = 10^{5/7}$ .

- A)  $\frac{12}{7}$       B) 0      C)  $\frac{14}{5}$   
 D)  $\frac{5}{7}$       E) 1

516. Sea una sucesión  $\{a_n\}$  de números reales cuyo límite es igual a cero, entonces podemos afirmar

- A) Muy cerca de cero, no hay términos de la sucesión.  
 B) Muy cerca de cero, sólo hay un número finito de términos de la sucesión.  
 C) Muy cerca de cero, hay una infinidad de términos de la sucesión.  
 D) Muy cerca de cero, sólo pueden haber términos positivos de la sucesión.  
 E) Muy cerca de cero, pueden ocurrir todos los casos anteriores.

517. Sea la sucesión  $\{a_n\}/a_n = \frac{1}{n^2 + n}$ .

Halle si es que existe, el menor entero positivo

$$n \text{ tal que } |a_n + a_{n-1} + a_{n+2}| \leq \frac{1}{330}.$$

- A) 33      B) 34      C) 32  
 D) 31      E) 30

518. Sabiendo que

$$a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 2; \forall n \in \mathbf{N}, a_0 = 0$$

indique el valor numérico de  $M$ .

$$M = \prod_{n=1}^{100} \left( \frac{a_n}{a_1 + n} \right)^2; \Pi : \text{productoria}$$

- A)  $(100!)^2$     B)  $(50!)^2$     C)  $(90!)^2$   
 D)  $(70!)^2$     E)  $(20!)^2$

519. Acerca de la sucesión

$$\left\{ (n; x_n) / n \in \mathbf{N} \wedge x_n = \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}$$

se puede afirmar

- I. La sucesión es convergente.  
 II. La sucesión es divergente.  
 III. La sucesión es acotada.  
 IV. La sucesión es creciente.  
 V. La sucesión es acotada superiormente.

¿Cuántas de las afirmaciones son verdaderas?

- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 4    E) todas

520. Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right]$$

- A) No se puede calcular    B) 1  
 C) 0  
 D)  $\infty$     E) 2

521. Halle el término  $n$ -ésimo de la sucesión  $\{a_n\}$

dada por  $a_1 = 2 + \sqrt{2}$ ;  $a_2 = 4 + 3\sqrt{2}$  y

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n; n \in \mathbf{Z}^+$$

- A)  $(\sqrt{2} + 1)^n$     B)  $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)^n$   
 C)  $(1 - \sqrt{2})^n$   
 D)  $(\sqrt{2} - 2)^n$     E)  $\sqrt{2}(1 - \sqrt{2})^n$

522. Calcule el siguiente límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n^2 - 1}{(n+1)(n+5)} \right\}^n$$

- A) -4    B)  $e^{-6}$     C) -3  
 D) 4    E)  $2^6$

523. Dado  $A = \left\{ (-1)^n + \frac{(-1)^{n+1}}{n} / n \in \mathbf{Z}^+ \right\}$ ,

indique un elemento de  $A$ .

- A) 1!    B)  $-\frac{1}{2}$     C)  $\frac{4}{5}$   
 D)  $\frac{7}{8}$     E)  $\frac{10}{9}$

524. Halle el punto de convergencia de la sucesión

$$a_n = \frac{\text{Lnn}}{e^n + n^2}$$

- A) 1    B) 0    C) 2  
 D) 10    E) -1

525. Sea la sucesión  $\{a_n\}$  definida por

$$a_n = \begin{cases} -\frac{1}{n} & ; \text{si } n \text{ es un número par} \\ \left( 1 + \frac{1}{2n} \right) & ; \text{si } n \text{ es un número impar} \end{cases}$$

Entonces podemos afirmar que

- A) la sucesión  $\{a_n\}$  converge a cero.  
 B) la sucesión  $\{a_n\}$  converge a uno.  
 C) la sucesión  $\{a_n\}$  contiene dos sucesiones convergentes.  
 D) el conjunto  $\{a_n\}$  no satisface la definición de sucesión.  
 E) todas las afirmaciones son falsas.

526. Halle el punto de convergencia de la sucesión

$$a_n = (n^2 + 1) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^2 + 1}\right)$$

- A) 0            B)  $\infty$             C) 1  
 D) 2                            E)  $\frac{\pi}{2}$

527. Dadas las sucesiones

$$\{x_n\}; x_n = \underbrace{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\dots\sqrt{2}}}}}_{n \text{ radicales}} \text{ si } \lim_{n \rightarrow \infty} (3 + Z_n) = a$$

$$\{Z_n\}; Z_n = \underbrace{\sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6\dots\sqrt{6}}}}}_{n \text{ radicales}} \text{ si } \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + x_n) = b$$

calcule si existe  $\log_b a$ .

- A) No existe    B)  $\frac{1}{2}$             C) 2  
 D)  $-\frac{1}{2}$                             E) -2

528. Tenemos la sucesión  $\{a_n\}$  donde

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2 + 1}{n^3} & ; \text{ si } n \text{ es múltiplo de } 3 \\ (-1)^n & ; \text{ si } n \text{ no es múltiplo de } 3 \end{cases}$$

Indique lo correcto.

- A) es divergente  
 B) converge a 1  
 C) converge a 0  
 D) converge a -1  
 E)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} = \{1; 0; -1\}$

529. Sea la sucesión  $\{x_n\}$

$$x_n = \frac{1}{2} \left\{ x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}} \right\} \text{ donde } a > 0 \wedge x_0 > 0$$

encuentre el  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  si existe.

- A) La sucesión es divergente.  
 B) La sucesión es infinita.  
 C) La sucesión es infinitésima.  
 D)  $\sqrt{a}$   
 E)  $e^3$

530. Sabiendo que

$$a_n = \begin{cases} \frac{3}{4} & \leftrightarrow n = 0 \\ a_{n-1} + 5^{-n} & \leftrightarrow n \in \mathbf{N} \end{cases}$$

determine  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

- A) 1                    B)  $\infty$             C) 2  
 D) 3                            E) 0

### Series

531. Aplicando las series de Fourier y la identidad de Parseval a una cierta función real periódica se demuestra que

$$\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \dots = \frac{\pi^4}{96}$$

Según esto calcule

$$1^{-4} + 2^{-4} + 3^{-4} + 4^{-4} + 5^{-4} + \dots$$

- A)  $\frac{\pi^4}{90}$             B)  $\frac{\pi^4}{15}$             C)  $\frac{\pi^2}{90}$   
 D)  $\frac{\pi^6}{96}$                             E)  $\pi^4$

532. Calcule la suma de

$$S = \frac{1}{2 \cdot 1!} + \frac{3}{2^2 \cdot 2!} + \frac{5}{2^3 \cdot 3!} + \dots$$

- A)  $\frac{1}{2}$                     B) 1                    C)  $\frac{3}{2}$   
 D)  $\frac{1}{9}$                             E)  $\frac{1}{4}$

533. Si la serie  $x_0 = \sum_{n=1}^{\infty} (2 \cdot 3^{-n} + 3 \cdot 2^{1-n})$  converge,

calcule  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x(x-1)}{2}$ .

- A) 28      B) 21      C) 10  
D) 3      E)  $x_0$  diverge

534. Calcule el valor límite de

$$S = \frac{9}{7} + \frac{29}{7^2} + \frac{99}{7^3} + \frac{353}{7^4} + \dots$$

- A)  $\frac{148}{61}$       B)  $\frac{149}{60}$   
C)  $\frac{353}{343}$   
D)  $\frac{194}{60}$       E)  $\frac{60}{194}$

535. Calcule la forma de la serie

$$1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \dots$$

- A)  $e + e^{-1}$       B)  $\frac{1}{2}(e - e^{-1})$   
C)  $\frac{1}{2}(e + e^{-1})$   
D)  $\frac{1}{4}(e + e^{-1})$       E)  $\frac{1}{4}(e - e^{-1})$

536. Para que  $a$ ,  $b$  y  $c$  formen una P.G. será necesario sumar a cada término.

- A)  $(b^2 + ac) \div (a + c + 2b)$   
B)  $(b^2 - ac) \div (a - c + 2b)$   
C)  $(b^2 + ac) \div (a + c - 2b)$   
D)  $(b^2 + ac) \div (a - c - 2b)$   
E)  $(b^2 - ac) \div (a - 2b + c)$

537. Determine la suma de la serie indefinida

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{16} + \frac{15}{64} + \frac{31}{256} + \dots$$

- A) 2      B)  $\frac{5}{2}$       C)  $\frac{5}{3}$   
D)  $\frac{5}{4}$       E)  $\frac{10}{3}$

538. Si  $x_1$ ;  $x_2$  son las raíces de la ecuación

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (|x_1| > |x_2|),$$

halle la suma de los términos de la sucesión

$$2; 2\left(\frac{x_2}{x_1}\right); 2\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2; \dots$$

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       C)  $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 1$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

539. Se tiene la sucesión

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{2}; & \text{si } k=0 \\ \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^k+2} + \frac{1}{2^k+4} + \dots + \frac{1}{2^k+2^k}; & \text{si } k \geq 1 \end{cases}$$

y la serie  $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots$

Indique lo correcto respecto a  $S$ .

- A) diverge  
B) converge a 0  
C) converge a 1  
D) converge a 4  
E) es acotada de 2 a 4

540. Calcule la siguiente suma límite.

$$S = 1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{25} + \frac{4}{125} + \dots$$

- A)  $\frac{25}{4}$       B)  $\frac{1}{5}$       C)  $\frac{25}{16}$   
D)  $\frac{4}{5}$       E)  $\frac{16}{25}$

541. Sabiendo que la serie logarítmica de Taylor

$$\text{es } \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

donde  $|x| < 1$ , determine el equivalente aproximado de

$$A = 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{16}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{7} \left(\frac{1}{16}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{4}\right)^8 + \dots$$

A)  $\ln\left(\frac{25}{16}\right)$                       B)  $\ln\left(\frac{16}{25}\right)$

C)  $\ln\left(\frac{25}{9}\right)$

D)  $\ln\left(\frac{125}{81}\right)$                       E)  $\ln\left(\frac{16}{9}\right)$

542. Si  $\ln(1-x)^{-x^{-1}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^3}{4} + \dots$

entonces  $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ , es

A)  $2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\right)$

B)  $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \dots$

C)  $1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \dots$

D)  $x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$

E)  $x + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^3}{2!} + \dots$

543. Si  $x \in (-1; 1)$  y además

$$P(1-x) = 1 + 5x + 9x^2 + 13x^3 + 17x^4 + \dots$$

calcule  $P\left(\frac{3}{2}\right)$ .

A)  $\frac{26}{9}$                       B)  $-\frac{2}{9}$                       C)  $-\frac{4}{9}$

D)  $-\frac{5}{9}$                       E)  $-\frac{7}{9}$

544. Halle

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{9} + \frac{1}{16} + \frac{3}{27} + \frac{1}{64} + \frac{4}{81} + \frac{1}{256} + \dots$$

A)  $\frac{7}{4}$                       B)  $\frac{13}{12}$                       C)  $\frac{19}{4}$

D)  $\frac{17}{5}$                       E)  $\frac{5}{6}$

545. Calcule la suma de los infinitos términos de

$$S = 2 + \frac{m+n}{mn} + \frac{m^2+n^2}{m^2n^2} + \frac{m^3+n^3}{m^3n^3} + \dots$$

donde  $m$  y  $n$  son mayores a uno.

A)  $\frac{mn - (m+n)}{m+n+1}$

B)  $\frac{2mn - (m+n)}{mn - (m+n) + 1}$

C)  $\frac{m+n - mn}{mn+1}$

D)  $\frac{2mn - (m-n)}{m+n+1}$

E)  $\frac{2+m+n}{mn - m - n}$

546. Calcule la suma de

$$S = \frac{1}{2!!} + \frac{3}{4!!} + \frac{5}{6!!} + \dots \text{ sumandos.}$$

Observación:  $(2n)!!$  es el semifactorial de  $2n$ .

A)  $-1$                       B)  $0$                       C)  $\frac{1}{2}$

D)  $1$                       E)  $+\infty$

547. Determine la suma de la serie indefinida

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{16} + \frac{15}{64} + \frac{31}{256} + \dots$$

A)  $2$                       B)  $\frac{5}{2}$                       C)  $\frac{5}{3}$

D)  $\frac{5}{4}$                       E)  $\frac{10}{3}$

548. Halle la suma aproximada de

$$E = \frac{13}{12} + \frac{61}{144} + \frac{307}{1728} + \dots \infty$$

- A)  $\frac{6}{11}$                       B)  $\frac{11}{6}$   
 C)  $\frac{3}{11}$   
 D)  $\frac{4}{3}$                       E)  $\frac{5}{3}$

549. Calcule la suma de  $n$  términos de la serie

$$S_n = 1 + \frac{4}{5} + \frac{7}{5^2} + \frac{10}{5^3} + \dots$$

- A)  $\frac{12n+7}{16 \cdot 5^{n-1}}$   
 B)  $\frac{72}{5} - \frac{12n-7}{16-5^{n-1}}$   
 C)  $\frac{39}{16} - \frac{12n+7}{16 \cdot 5^{n-1}}$   
 D)  $\frac{35}{16} - \frac{12n+7}{16 \cdot 5^{n-1}}$   
 E)  $\frac{39}{16} + \frac{12n-7}{16 \cdot 5^{n-1}}$

550. Los términos de lugares  $2a$  y  $2b$  de una P.G. son respectivamente  $m^2$  y  $n^2$ . ¿Cuál es el término de lugar  $a+b$ ?

- A)  $m^2$                       B)  $mn^2$   
 C)  $mn$   
 D)  $(m+n)^2$               E)  $m^2+n^2$

551. Sabiendo que  $a : b : c : d$  además  $a-d=7$ , calcule

$$E = (a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2.$$

- A) 19              B) 14              C) 21  
 D) 49              E) 34

552. La medida de los lados de un triángulo están en la progresión geométrica de razón  $q$ . Entonces el intervalo de oscilación de esta razón será

- A)  $q > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$   
 B)  $1 < q < 1/q \neq 0$   
 C)  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$   
 D)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2} < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2} / q \neq 0$   
 E)  $q = \{1\}$

553. Tres números enteros están en P.G. si al último término se le resta 32 se forma una P.A. (progresión aritmética), pero si al segundo término de esta P.A. se le resta 4 se forma una nueva P.G. Según ello señale la suma de los tres números enteros.

- A) 50                      B) 12  
 C) 62  
 D) 72                      E) 60

554. La suma de  $n$  términos de la progresión aritmética

$$\frac{2a^2-1}{a} ; 4a - \frac{3}{a} ; \frac{6a^2-5}{a} ; \dots$$

es

- A)  $n(a^2+a-2)a^{-1}$   
 B)  $n(a^2-1)a^{-1}$   
 C)  $n(a^2-a)a^{-1}$   
 D)  $an(a^2+a^{-1})$   
 E)  $an+(a^2-1)a^{-1}n^2$

555. Sean

$$P = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 \dots$$

$$Q = 1 + b^2 + b^4 + b^6 + b^8 + \dots$$

dos series geométricas infinitas /  $a^2 - b^2 = 1$   
determine  $Q$  en función de  $P$ , si

$$-1 < a < 1 \wedge -1 < b < 1$$

A)  $\frac{p^2}{p^2 - 2p + 1}$

B)  $\frac{p^2}{p^2 + 2p - 1}$

C)  $\frac{p^2}{p^2 - 2p - 1}$

D)  $\frac{p^2}{p^2 + 2p + 1}$

E)  $\frac{-p^2}{p^2 + 2p - 1}$

556. En un círculo de radio  $R$  se inscribe un cuadrado, en el cuadrado se inscribe un círculo y en dicho círculo se inscribe un cuadrado y así en forma indefinida. Según esto calcule la suma de todas las áreas de los círculos.

A)  $\frac{5\pi R^2}{2} \mu^2$

B)  $4\pi R^2 \mu^2$

C)  $2\pi R^2 \mu^2$

D)  $3\pi R^2 \mu^2$

E)  $5\pi R^2 \mu^2$

557. La suma de un número infinito de términos de una progresión geométrica es 15 y la suma de sus cuadrados es 45. Halle la progresión.

A) 5 ; 10 ; 20 ; ...

B)  $5 ; \frac{10}{3} ; \frac{20}{9} ; \dots$

C)  $5 ; \frac{25}{3} ; \frac{125}{9} ; \dots$

D) 5 ; 15 ; 45 ; ...

E)  $5 ; \frac{25}{2} ; \frac{125}{4} ; \dots$

558. De las siguientes afirmaciones

I. Si se alternan los signos de los términos de una P.G. resulta otra P.G.

II. Si cada término de una P.G. se resta del término siguiente, las diferencias sucesivas forman una P.G.

III. Las recíprocas de los términos de una P.G. forman también una P.G.

IV. Si cada uno de los términos de una P.A. se multiplica por una misma cantidad (diferente de cero), la sucesión resultante es también una P.A.

son correctas

A) solo I.

B) solo II.

C) solo III.

D) solo IV.

E) todas.

559. En la P.A.  $\div 10 \dots 76 \dots 100$  si el número de términos comprendidos entre 10 y 76 es el triple de aquellos términos comprendidos entre 76 y 100. Calcule la suma de todos los términos de esta progresión.

A) 1 605

B) 1 705

C) 1 805

D) 1 905

E) 2 005

560. Sabiendo que tres números están en progresión geométrica, determine el producto de la suma de los tres multiplicado por el primero menos el segundo aumentado con el tercero.

A) 8

B) La suma de los productos binarios.

C) La suma de sus cuadrados.

D) El cuadrado de la suma.

E) El triple del cuadrado del primero.

**561.** Sabiendo que  $S_n$  representa la sumatoria de los  $n$  primeros términos de una progresión aritmética, calcule

$$M = \frac{1}{n+1} S_{n+1} - \frac{1}{n} S_n$$

$a_m$  es el término  $n$ -ésimo de la P.A.

- A)  $n$
- B) La razón
- C) Primer término
- D) Último término
- E)  $(a_m - a_{m-1}) / 2 ; 1 < m \leq n$

**562.** La suma de los  $k$  términos centrales de una progresión aritmética decreciente de  $(2k+4)$  términos es 625; y el producto de los extremos es 600. ¿Qué valor ocupa el término cuyo valor es el opuesto de 7 veces la razón? Además  $k$  verifica

$$(x^2 + 4)^{\sqrt{k-10}-2} < \left(\frac{1}{2002}\right)^{\sqrt{10-k}-1} ; x \in \mathbf{R}$$

- A) 16
- B) 18
- C) 24
- D) 12
- E) 8

**563.** Halle la siguiente suma

$$S = 1 + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{32}{27} + \frac{80}{81} + \dots$$

- A)  $\frac{5}{3}$
- B) 9
- C)  $\frac{1}{9}$
- D)  $\frac{14}{5}$
- E)  $\frac{7}{3}$

**564.** Halle el valor de  $x$  del sistema

$$2x^4 = y^4 + z^4 \dots\dots\dots (1)$$

$$xyz = 8 \dots\dots\dots (2)$$

sabiendo que  $\log_y x ; \log_z y ; \log_x z$  forman una progresión geométrica.

- A) 6
- B) 2
- C) 4
- D) 5
- E) 8

**565.** Tres números enteros positivos  $a; b$  y  $c$  con  $a < b < c$  donde  $\log_2 a, \log_2 b$  y  $\log_2 c$  forman una progresión aritmética.

$$\text{Si } 7(\log_2 a)(\log_2 b)(\log_2 c) = 3(a + b + c)$$

calcule  $a + b - 2c$ .

- A) -50
- B) 50
- C) 30
- D) -30
- E) -10

**566.** Halle el menor término común a las tres progresiones.

$$\begin{aligned} &+ 2 \cdot 11 \cdot 20 \cdot 29 \dots\dots\dots \\ &+ 7 \cdot 15 \cdot 23 \cdot 31 \dots\dots\dots \\ &+ 8 \cdot 19 \cdot 30 \cdot 41 \dots\dots\dots \end{aligned}$$

- A) 765
- B) 766
- C) 767
- D) 768
- E) 769

**567.** La fábrica del Callao produce anualmente 4 096 fusiles y la fábrica de Arequipa 6 561 granadas. En lo sucesivo, los obreros chalacos aumentarán la producción en  $1/2$  del número producido el año anterior, y los obreros characatos aumentarán cada año la producción en  $1/3$  de la producida en el año anterior. ¿Dentro de cuánto tiempo se habrá producido tantos fusiles como granadas?

- A) 12 años
- B) 11 años
- C) 8 años
- D) 5 años
- E) 4 años

**568.** Tres números reales distintos de cero forman una P.A. y los cuadrados de estos números tomados en la misma sucesión forman una progresión geométrica. Halle una razón posible de esta última progresión.

- A)  $\sqrt{2}$
- B)  $3 - 2\sqrt{2}$
- C)  $3 + \sqrt{2}$
- D)  $3\sqrt{2}$
- E)  $\sqrt{3}$



**569.** Dado un rombo de diagonales  $D$  y  $d$ , al unir los puntos medios de sus lados se forma un rectángulo, luego se une los puntos medios de los lados de éste rectángulo generándose un rombo y así sucesivamente en forma indefinida. Calcule la suma límite de todas las áreas de las figuras así formadas.

- A)  $\frac{Dd}{e}$       B)  $Dd$       C)  $2Dd$   
 D)  $\frac{Dd}{16}$       E)  $\frac{Dd}{4}$

**570.** La suma de un número infinito de términos de una progresión geométrica es 2 y la suma de sus quintas potencias es  $\frac{32}{31}$ . Hállese la razón.

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{6}$   
 D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\frac{1}{5}$

**571.** En un país se comprueba que de cada 46 personas muere uno cada año y de cada 33 personas nace 1. Si no hubiera inmigración ni emigración, ¿en cuántos años se duplicaría la población?

$$\log_{15} 31 = p + q$$

$$\log_{15} 18 = p - q$$

$$\log_2 = 160q$$

- A) 12      B) 81      C) 36  
 D) 63      E) 80

**572.** Halle la suma de los 5 primeros términos de una progresión geométrica, en la que se verifica que la suma del primer y segundo término es 12 y la suma del primer y tercer término es 30. (Los términos son positivos).

- A) 363      B) 636      C) 542  
 D) 429      E) 942

**573.** Si  $(b-a)^{-1}$ ;  $(2b)^{-1}$ ;  $(b-c)^{-1}$  están en progresión aritmética, ¿en qué relación están  $a$ ,  $b$  y  $c$ ?

- A) En progresión geométrica  
 B) En progresión aritmética  
 C) En progresión armónica  
 D) Ninguna relación  
 E) Falta información

**574.** Los términos de lugares  $\left(\frac{n-1}{2}\right)$  y  $(n-9)$  equidistan de los extremos y suman  $(n+1)$ ; determine la suma de los  $n$  términos de que consta la progresión aritmética.

- A) 231      B) 250      C) 170  
 D) 190      E) 230

### Binomio de Newton

**575.** Halle en forma simple

$$S = 1|1 + 2|2 + 3|3 + 4|4 + \dots + 4n|4n; n \in \mathbb{Z}$$

- A)  $|4n - 1$       B)  $|4n + 1$   
 C)  $4n|4n$   
 D)  $|4n + 1 - 1$       E)  $|4n + 1 + 1$

**576.** Determine el valor reducido de

$$C_0^n + 3C_1^n + 9C_2^n + 27C_3^n + \dots + n + 1 \text{ sumandos}$$

- A)  $2^{3n}$       B)  $4^n$       C)  $2^{n+1}$   
 D)  $2^{n+2}$       E)  $n2^n$

**577.** Se dispone de 3 señoritas de ojos verdes, 4 señoritas de ojos negros y 2 señoritas de ojos pardos. Se desea formar un grupo de 6 señoritas, donde al menos una de ellas tenga ojos verdes. ¿De cuántas maneras podemos hacerlo considerando las señoritas diferentes entre sí?

- A) 681      B) 168      C) 56  
 D) 28      E) 70

578. Dada la expresión

$$C_0^n \cos n\theta + C_1^n \cos(n-1)\theta + C_2^n \cos(n-2)\theta + \dots + C_n^n$$

convierta a producto  $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ .

A)  $2^n \cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(n\frac{\theta}{2}\right)$

B)  $2^n \cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos n\left(\frac{\theta}{2}\right)$

C)  $2^n \operatorname{sen}^n\left(\frac{\theta}{2}\right)$

D)  $2^n \cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cot n\theta$

E)  $2^n \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cot\left(\frac{3\theta}{n}\right)$

579. ¿De cuántas maneras se puede disponer o colocar en un estante 6 libros de Álgebra, 3 de Aritmética y 4 de Geometría de tal manera que los textos del mismo curso estén siempre juntos?

A) 622 080

B) 620 000

C) 63 024

D) 600 032

E) 44 440

580. La suma de los números combinatorios de tres filas consecutivas del triángulo de Pascal es 3 584. ¿Cuál es la primera fila consecutiva?

A) 7ma. fila

B) 8va. fila

C) 9na. fila

D) 10ma. fila

E) 11va. fila

581. Halle la suma de todos los elementos de la distribución triangular con  $n$  filas.

			1			
		3		5		
	7		9		11	
13		15		17		19
.....						
.....						

A)  $\frac{n^2(n+1)}{2}$

B)  $\frac{n(n+1)^2(2n+1)}{6}$

C)  $\frac{n^4(n+1)}{2}$

D)  $\frac{n^2(n^2+2n+1)}{4}$

E)  $\frac{n^2}{2}(n^2+1)$

582. Sume

$$(C_0^m)^2 + (C_1^m)^2 + \dots + (C_m^m)^2$$

A)  $m$

B)  $C_{m+2}^{m^2-1}$

C)  $\frac{(2m)!}{(m!)^2}$

D)  $\frac{m!}{(m-1)!}$

E) 0

583. Halle la suma

$$2C_0^n + 2C_1^n + \frac{8}{3}C_2^n + 4C_3^n + \dots + \frac{2^{n+1}}{n+1}C_n^n$$

A)  $\frac{3^{n-1}+1}{n+1}$

B)  $\frac{2^{n+1}+1}{n+1}$

C)  $\frac{3^n+2}{n+1}$

D)  $\frac{3^{n+1}-1}{n+1}$

E)  $\frac{3^{n-1}+1}{n+1}$

584. Se coloca los elementos del triángulo de Pascal, uno a continuación de otro. ¿Qué número ocupa el lugar 155?

A) 19

B) 155

C) 17

D) 12

E) 153

585. Halle el equivalente de

$$C_2^{n+1} + 2[C_2^n + C_2^{n-1} + \dots + C_2^2]$$

- A)  $n$
- B)  $\frac{n(n+1)}{2}$
- C)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- D)  $\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- E)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 1$

586. Determine el equivalente de

$$H = C_1^n x(1-x)^{n-1} + 2C_2^n x^2(1-x)^{n-2} + \dots + nC_n^n x^n$$

- A)  $nx$
- B)  $(n+1)x$
- C)  $(n-1)x$
- D)  $(1+x)n$
- E)  $(1-x)n$

587. Reduzca la suma combinatoria

$$S = C_0^m C_{100}^m + C_1^m C_{99}^{m-1} + C_2^m C_{98}^{m-2} + \dots + 101 \text{ términos}$$

$$\forall m > 100; m \in \mathbb{Z}^+$$

- A)  $2^{100} C_{102}^{m+1}$
- B)  $2^{100} C_{100}^m$
- C)  $4^{100} C_{100}^{m-1}$
- D)  $4^{100} C_{102}^{m-1}$
- E)  $2^{99} C_{99}^m$

588. El valor de  $n$  que verifica a la igualdad

$$(2n+1)C_0^n + 2(n+1)C_1^n + (2n+3)C_2^n + \dots$$

$$\dots + (3n+1)C_n^n = 2^{10}$$

- A) 5
- B) 7
- C) 6
- D) 10
- E) 11

589. Si al ser expansionada la expresión

$R(x) = (x^{a+2b} + x^{a+b})^{a^2+2b}$  ( $b > 0$ ) se obtiene un polinomio completo y ordenado. Entonces se trataría de un polinomio

- A) constante.
- B) lineal.
- C) cuadrático.
- D) cúbico.
- E) cuártico.

590. Señale el valor del término central en el desarrollo de  $(x^{2n} + x^{-2n} + 2)^{2n}$ ; si se sabe que es equivalente a

$$\frac{|4n|}{|12-n| |5n-12|}$$

- A) 12,870
- B) 12,560
- C) 12,000
- D) 11,780
- E) 13,980

591. Si el producto de multiplicar la sumatoria de todos los coeficientes que ocupan lugares impares al desarrollar  $(a+b)^m$  con  $(C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n)$  y con la de todos aquellos coeficientes de lugares pares obtenidos al desarrollar  $(x+y)^p$  es de 1 024; halle el valor de  $m^3 + n^3 + p^3$ , sabiendo que  $m, n, p$  son pares consecutivos.

- A) 12
- B) 48
- C) 36
- D) 288
- E) 298

592. Encuentre el coeficiente del término que tenga como parte literal  $a^2 b^5 x^3 y^2$  en  $(a+b+x+y)^{12}$

- A)  $\frac{11!}{5!}$
- B)  $\frac{12!}{4!}$
- C)  $\frac{12!}{7!5!}$
- D)  $\frac{11!}{2 \times 5!}$
- E)  $\frac{10!}{3!4!5!}$

593. Sabiendo que en la expresión

$$C_0^n a^n ; 3C_1^n a^{n-1} ; 3^2 C_2^n a^{n-2} ; \dots ; 3^n C_n^n$$

los términos que ocupan los lugares noveno y décimo tienen coeficientes iguales, averigüe de qué expresión binómica surgiría.

- A)  $(a+3)^{10}$                       B)  $(a+3)^{11}$   
 C)  $(a-3)^{11}$   
 D)  $(a+3)^{12}$                       E)  $(a-3)^{12}$

594. Si se verifica que  $\pi^{\sqrt{x-5}} \leq 3^{\sqrt{5-x}+0,141592}$  calcule el número de términos del desarrollo de  $(a+b+c+d)^x$ .

- A) 28                                  B) 32  
 C) 56  
 D) 72                                  E) 81

595. En el desarrollo del binomio

$$B(x; t) = \left[ \frac{(\sqrt[3]{x})^2}{t^5} + \frac{t^7}{x} \right]^n$$

se tiene dos términos consecutivos. El primero contado de izquierda a derecha es independiente de  $x$ , mientras que el otro es independiente respecto a  $t$ . Halle los lugares que estos estarían ocupando.

- A) 23 y 24  
 B) 24 y 25  
 C) 25 y 26  
 D) 26 y 27  
 E) No existen dichos términos

596. Sabiendo que en el desarrollo de

$$P(x) = (a^a x^b + b^{b-1} x^{-a})^{b^a}$$

el último término de éste tiene como coeficiente el valor de 256 donde  $a$  y  $b \in \mathbb{N}$ , además  $a > b$ . Indique el número de términos de  $P(x) = (ax^b + bx^a)^{a+b}$ .

- A)  $C_1^7$                                   B)  $C_2^7$   
 C)  $C_3^7$   
 D)  $C_2^3$                                   E)  $C_6^9$

597. ¿Para qué valor de  $n$  aparece en el desarrollo  $(\sqrt{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[4]{c})^n$  un término de la forma  $Aabc$ ?

- A) 12                      B) 9                      C) 16  
 D) 8                      E) 15

598. En el desarrollo de  $(1-x)^{-2}$  existe un término tal que al sumar su coeficiente con el exponente de  $x$  se obtiene 39. ¿Qué lugar ocupa dicho término?

- A) 18                      B) 19                      C) 20  
 D) 21                      E) 22

599. Si aparece en el desarrollo de

$$P(x; y; z) = (\sqrt{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[4]{z})^n$$

un término conteniendo  $xyz$ , halle la suma de coeficientes de  $P$ .

- A) 12                      B) 25                      C)  $3^9$   
 D)  $6^3$                       E)  $3^4$

600. Determine el número de soluciones reales de  $f(x)=0$ ; siendo

$$f(x) = \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{72} \right) x^{10} - \frac{g(x)}{C_{10}^{20} \cdot 6^{10}} + x^4 - 5$$

donde  $g(x)$  es el término central del desarrollo de  $(3x+2)^{20}$ .

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E) 5

# Álgebra

## CLAVES

1 D	21 A	41 B	61 C	81 C	101 C
2 B	22 C	42 A	62 A	82 D	102 A
3 D	23 A	43 B	63 D	83 B	103 A
4 D	24 C	44 C	64 B	84 B	104 D
5 C	25 D	45 D	65 D	85 E	105 B
6 E	26 A	46 A	66 E	86 B	106 B
7 B	27 E	47 B	67 C	87 A	107 D
8 B	28 E	48 B	68 B	88 D	108 A
9 B	29 D	49 A	69 E	89 B	109 B
10 A	30 A	50 A	70 E	90 A	110 A
11 C	31 C	51 A	71 D	91 B	111 E
12 D	32 C	52 C	72 C	92 B	112 C
13 C	33 E	53 B	73 C	93 C	113 C
14 C	34 D	54 B	74 C	94 A	114 C
15 A	35 B	55 E	75 C	95 A	115 B
16 D	36 B	56 E	76 C	96 C	116 C
17 C	37 B	57 A	77 E	97 B	117 E
18 A	38 C	58 A	78 A	98 B	118 C
19 E	39 A	59 D	79 A	99 B	119 A
20 B	40 D	60 D	80 A	100 D	120 E

# CLAVES

121 A

141 D

161 C

181 C

201 B

221 B

122 C

142 E

162 B

182 C

202 B

222 E

123 E

143 A

163 A

183 C

203 C

223 E

124 B

144 B

164 D

184 D

204 A

224 C

125 A

145 B

165 C

185 D

205 D

225 E

126 D

146 D

166 D

186 A

206 E

226 C

127 C

147 E

167 C

187 A

207 B

227 D

128 D

148 D

168 E

188 B

208 B

228 A

129 E

149 D

169 E

189 D

209 A

229 C

130 C

150 D

170 B

190 A

210 E

230 A

131 C

151 D

171 B

191 E

211 B

231 B

131 C

152 B

172 B

192 D

212 E

232 B

133 E

153 B

173 C

193 D

213 A

233 B

134 B

154 D

174 B

194 E

214 B

234 A

135 B

155 A

175 A

195 B

215 C

235 B

136 D

156 D

176 A

196 A

216 A

236 D

137 D

157 C

177 E

197 C

217 B

237 E

138 E

158 B

178 C

198 C

218 B

238 C

139 C

159 A

179 E

199 C

219 A

239 A

140 C

160 A

180 A

200 E

220 D

240 A

# CLAVES

241 C	261 D	281 D	301 B	321 D	341 E
242 B	262 B	282 C	302 E	322 A	342 E
243 C	263 C	283 A	303 B	323 B	343 A
244 C	264 D	284 D	304 D	324 E	344 C
245 D	265 C	285 B	305 A	325 B	345 C
246 A	266 B	286 E	306 D	326 D	346 D
247 C	267 D	287 D	307 E	327 A	347 C
248 D	268 B	288 E	308 A	328 E	348 C
249 C	269 A	289 D	309 B	329 D	349 C
250 D	270 C	290 C	310 B	330 A	350 A
251 B	271 D	291 B	311 C	331 C	351 B
252 C	272 A	292 E	312 A	332 A	352 B
253 A	273 C	293 C	313 C	333 C	353 E
254 D	274 D	294 E	314 E	334 B	354 A
255 A	275 B	295 B	315 A	335 E	355 D
256 A	276 C	296 D	316 B	336 B	356 E
257 E	277 A	297 D	317 B	337 A	357 A
258 C	278 B	298 B	318 C	338 A	358 C
259 C	279 B	299 A	319 D	339 B	359 A
260 E	280 D	300 A	320 A	340 A	360 B

# CLAVES

361 D	381 A	401 D	421 B	441 E	461 B
362 B	382 B	402 C	422 D	442 A	462 E
363 D	383 B	403 A	423 E	443 E	463 A
364 A	384 B	404 E	424 D	444 C	464 B
365 C	385 E	405 A	425 C	445 B	465 A
366 B	386 C	406 C	426 A	446 A	466 E
367 E	387 A	407 D	427 D	447 B	467 B
368 C	388 C	408 A	428 C	448 A	468 D
369 A	389 E	409 A	429 D	449 A	469 D
370 E	390 A	410 E	430 D	450 D	470 C
371 D	391 E	411 B	431 A	451 B	471 C
372 D	392 D	412 E	432 B	452 B	472 B
373 A	393 A	413 A	433 A	453 A	473 C
374 C	394 A	414 A	434 E	454 A	474 A
375 E	395 A	415 A	435 A	455 A	475 E
376 E	396 C	416 E	436 E	456 C	476 C
377 A	397 A	417 C	437 D	457 D	477 B
378 E	398 A	418 E	438 B	458 C	478 C
379 E	399 A	419 A	439 E	459 A	479 C
380 C	400 D	420 C	440 D	460 D	480 B



# CLAVES

481 D	501 A	521 B	541 C	561 E	581 D
482 A	502 A	522 B	542 A	562 B	582 C
483 D	503 A	523 D	543 B	563 B	583 D
484 E	504 C	524 B	544 B	564 B	584 C
485 B	505 B	525 E	545 B	565 E	585 C
486 E	506 C	526 C	546 D	566 C	586 A
487 C	507 C	527 C	547 C	567 D	587 B
488 A	508 E	528 A	548 B	568 B	588 C
489 B	509 A	529 D	549 D	569 B	589 D
490 B	510 B	530 A	550 C	570 B	590 A
491 C	511 E	531 A	551 D	571 B	591 D
492 B	512 B	532 B	552 D	572 A	592 D
493 C	513 B	533 B	553 C	573 A	593 B
494 A	514 A	534 B	554 E	574 A	594 C
495 C	515 C	535 C	555 B	575 D	595 C
496 D	516 C	536 E	556 C	576 B	596 A
497 D	517 E	537 C	557 B	577 C	597 B
498 A	518 A	538 C	558 E	578 B	598 C
499 B	519 D	539 E	559 B	579 A	599 C
500 C	520 B	540 C	560 C	580 B	600 B

# GEOMETRÍA



## Topología

- Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones.
  - Una línea quebrada es un conjunto convexo.
  - Una línea plana que no es secante a sí misma, divide al plano en dos conjuntos convexos.
  - Si a un segmento de recta se le omite uno de sus extremos, éste conjunto es convexo.
  - La intersección de dos rectas es un conjunto convexo.

A) FFFV      B) FFVV      C) FVFF  
D) VVVV      E) FFFF
- De las siguientes proposiciones, indique cuáles son verdaderas y cuáles son falsas.
  - Una región triangular cuyo baricentro se ha omitido es un conjunto convexo.
  - La recta de Euler de un triángulo divide a su región triangular correspondiente en dos conjuntos convexos.
  - Una región poligonal de la que se han excluido sus vértices es un conjunto convexo.
  - Una región cuadrada de la cual se omiten sus vértices es un conjunto convexo.

A) FFVV      B) VVFF      C) FVFF  
D) FFFV      E) VVFF
- De las proposiciones enunciadas, indique el valor de verdad.
  - La reunión de dos conjuntos no convexos nunca resulta un conjunto convexo.
  - La intersección de dos conjuntos convexos siempre es otro conjunto convexo.
  - El complemento de un plano es un conjunto convexo.
  - Si a una región triangular se le omite una altura, el conjunto resultante siempre es no convexo.
  - Sea  $T$  un triángulo acutángulo con su región interior,  $H$  dos alturas del triángulo anterior; entonces  $H$  divide a  $T$  en cinco conjuntos convexos disjuntos.

A) FFVV      B) VVFF      C) VVFF  
D) FVFF      E) FFFF
- Analice las siguientes proposiciones y dé el valor de verdad.
  - Sea  $P$  un plano,  $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$  y  $\mathcal{L}_3$  tres rectas contenidas en dicho plano, entonces existe como máximo siete conjuntos convexos en  $P - (\vec{\mathcal{L}}_1 \cup \vec{\mathcal{L}}_2 \cup \vec{\mathcal{L}}_3)$ .
  - El diámetro de una circunferencia, divide a ésta en dos conjuntos convexos.
  - Sean  $R_1$  y  $R_2$  dos conjuntos no convexos tales que  $R_1 \cap R_2 \neq \emptyset$ , entonces  $R_1 - R_2$  no siempre es un conjunto no convexo.
  - Dos regiones triangulares determinan como máximo, al intersecarse entre sí, siete conjuntos abiertos y convexos.
  - Sea  $P$  un plano. Si  $A$  es un conjunto convexo contenido en  $P$ , entonces  $A^C$  (complemento de  $A$ ) es un conjunto no convexo y si  $A$  es un conjunto no convexo contenido en  $P$ , entonces  $A^C$  es un conjunto convexo.

A) VFVV      B) VVFF      C) FFVV  
D) VVVV      E) VFFF
- Indique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.
  - En un plano  $H$  está contenido un pentágono,  $P$  y  $D$  son sus diagonales, entonces en  $H - (P \cup D)$  existen once conjuntos convexos disjuntos.
  - En un plano  $H$  están contenidos el ángulo  $F$  y una línea recta  $\mathcal{L}$ , entonces existen dos conjuntos convexos como mínimo en  $H - (F \cup \mathcal{L})$ .
  - Si a un conjunto convexo le omitimos su frontera, este conjunto es no convexo.
  - La relación  $y > x^2$  es un conjunto convexo.
  - Sean las regiones  $y \geq x^2$  y  $x \geq y^2$ , entonces su intersección es un conjunto convexo.

A) VVVV      B) FFFF      C) VVFF  
D) FVVV      E) VFFF

### Segmentos y Ángulos

6. En una recta se ubica los puntos consecutivos  $A, B, C, D$  y  $E$  de modo que

$$BD + AC + BE + AD + CE = (AE)(BD).$$

Calcule  $\frac{1}{AE} + \frac{1}{BD}$ .

- A)  $\frac{1}{3}$       B) 3      C)  $\frac{1}{2}$   
 D) 2      E)  $\frac{1}{6}$

7. Dados los puntos colineales y consecutivos  $A, B, C, D, E$  y  $F$ ; si

$$\frac{AC}{BC} + \frac{BD}{CD} + \frac{CE}{DE} + \frac{DF}{EF} = m,$$

calcule  $\frac{AB}{BC} + \frac{BC}{CD} + \frac{CD}{DE} + \frac{DE}{EF}$ .

- A)  $m-4$       B)  $m$       C)  $m-1$   
 D)  $m+2$       E)  $m-3$

8. En una recta se ubica los puntos consecutivos  $A, B, C$  y  $D$  de modo que  $B$  es punto medio de  $AD$ . Calcule  $CD$ , si se cumple que  $(AC)(AD) = 16$

$$y \frac{2}{AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{2(CD)}$$

- A) 2      B) 3      C) 4.5  
 D) 5      E) 6

9. En una recta se ubica los puntos  $A, B, C, D, E$  y  $F$  tal que  $AC = CE = EF$  y  $2(BC) = 3(DE)$ ,

calcule  $\frac{(BE)^2 - (AB)^2}{(DF)^2 - (CD)^2}$ .

- A)  $\frac{3}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{9}{4}$   
 D)  $\frac{4}{9}$       E)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

10. En una recta se ubica los puntos consecutivos  $A, B, C, D, E, F, G$  y  $H$  de modo que  $B, E$  y  $F$  son los puntos medios de  $\overline{AD}$ ,

$$\overline{CG} \text{ y } \overline{DH} \text{ respectivamente y } \frac{BE}{EF} = k,$$

calcule  $\frac{AC + DG}{CD + GH}$ .

- A)  $k$       B)  $\frac{k}{2}$       C)  $\frac{1}{k}$   
 D)  $\frac{k}{3}$       E)  $\frac{2}{k}$

11. En una recta están situados en forma consecutiva los puntos  $P, Q, R$  y  $S$  de modo

$$\text{que } \frac{PQ}{PS} = \frac{QR}{RS}. \text{ Luego se ubica los puntos}$$

medios  $M$  y  $N$  de  $\overline{PR}$  y  $\overline{QS}$  respectivamente.

Calcule  $MN$  si  $PM = a$  y  $NS = b$ .

- A)  $\sqrt{ab}$       B)  $\frac{ab}{a+b}$       C)  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
 D)  $\frac{2ab}{a+b}$       E)  $\frac{a+b}{2}$

12. En una recta se ubica los puntos consecutivos  $A, B, C, D$  y  $E$  de modo que

$$\frac{AC}{2} = \frac{BD}{3} = \frac{CE}{5}, \text{ además la suma de las}$$

longitudes del segmento que une los puntos

medios de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$  con el segmento que

une los puntos medios de  $\overline{CE}$  y  $\overline{CD}$  es  $k$ .

Calcule  $\frac{k}{AE}$ .

- A)  $\frac{3}{7}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{2}{5}$   
 D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{2}{7}$

13. En una recta se ubica los puntos  $A, B, C, D, E$  y  $F$  de modo que  $(AB)(CD) = (BC)(AD)$ ;

$$(CD)(EF) = (DE)(CF) \text{ y } \frac{m}{BD} + \frac{n}{AD} = \frac{l}{CE} + \frac{t}{CF},$$

calcule  $m^3 + n^3 + l^3 + t^3$ .

- A) 12            B) -14            C) 10  
D) 14            E) 18

14. En una recta se ubica los puntos consecutivos  $A, B, C, D, E, F, G, \dots$ , y así sucesivamente; tal que

$$AB = \frac{1}{3}, \quad BC = \frac{1}{15}, \quad CD = \frac{1}{35}, \quad DE = \frac{1}{63},$$

$$EF = \frac{1}{99}, \dots$$

Calcule la suma límite de las longitudes de los segmentos dados.

- A)  $\frac{1}{3}$             B)  $\frac{1}{2}$             C)  $\frac{1}{10}$   
D)  $\frac{1}{5}$             E) 1

15. Se tiene un segmento  $AB$  de longitud  $n$  unidades. A partir de éste se obtiene  $n$  segmentos de la siguiente manera: el primero es  $\overline{AB}$  de longitud  $n$  unidades, el segundo de longitud igual la mitad del primero, el tercero de longitud igual a la mitad del segundo, el cuarto de longitud igual a la mitad del tercero y así sucesivamente. Luego se toma la  $n$ -ésima parte de cada una de dichas longitudes y se suma sus resultados. ¿Cuál es la suma?

- A)  $\frac{2^{n+1}}{2^n - 1}$     B)  $\frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$     C)  $\frac{2^{n+1}}{2^{n-1}}$   
D)  $\frac{2^n}{2^{n-1} - 1}$     E)  $\frac{2^{n-1}}{2^{n+1}}$

16. Se tiene los ángulos consecutivos  $AOB, BOC$  y  $COD$ , tal que  $m\angle AOD = 80^\circ$ . Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices  $OM$  y  $ON$  de los ángulos  $AOC$  y  $BOD$

respectivamente, sabiendo que  $M$  y  $N$  pertenecen a la región interior del ángulo  $BOC$  y  $m\angle BOM + m\angle CON = 20^\circ$ .

- A)  $40^\circ$             B)  $30^\circ$             C)  $25^\circ$   
D)  $20^\circ$             E)  $10^\circ$

17. Sean los ángulos consecutivos  $AOB, BOC$  y  $COD$  tal que  $m\angle AOC - m\angle BOD = 10^\circ$ ; luego se traza las bisectrices  $OM$  y  $ON$  de los ángulos  $AOB$  y  $COD$  respectivamente. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos  $AOM$  y  $CON$  si  $m\angle MON = 100^\circ$ .

- A)  $112^\circ 30'$     B)  $100^\circ 30'$     C)  $106^\circ 30'$   
D)  $105^\circ$             E)  $102^\circ 30'$

18. Se tiene los ángulos consecutivos  $AOB, BOC$  y  $COD$  de modo que la  $m\angle BOC$  excede a la  $m\angle AOB$  en  $40^\circ$  y la  $m\angle COD$  excede a la  $m\angle AOB$  en  $20^\circ$ . Luego se traza las bisectrices  $OM, ON, OQ, OE$  y  $OF$  de los ángulos  $AOB, BOC, COD, MON$  y  $NOQ$  respectivamente. Calcule la  $m\angle BOE - m\angle COF$ .

- A)  $10^\circ$             B)  $15^\circ$             C)  $5^\circ$   
D)  $18^\circ$             E)  $25^\circ$

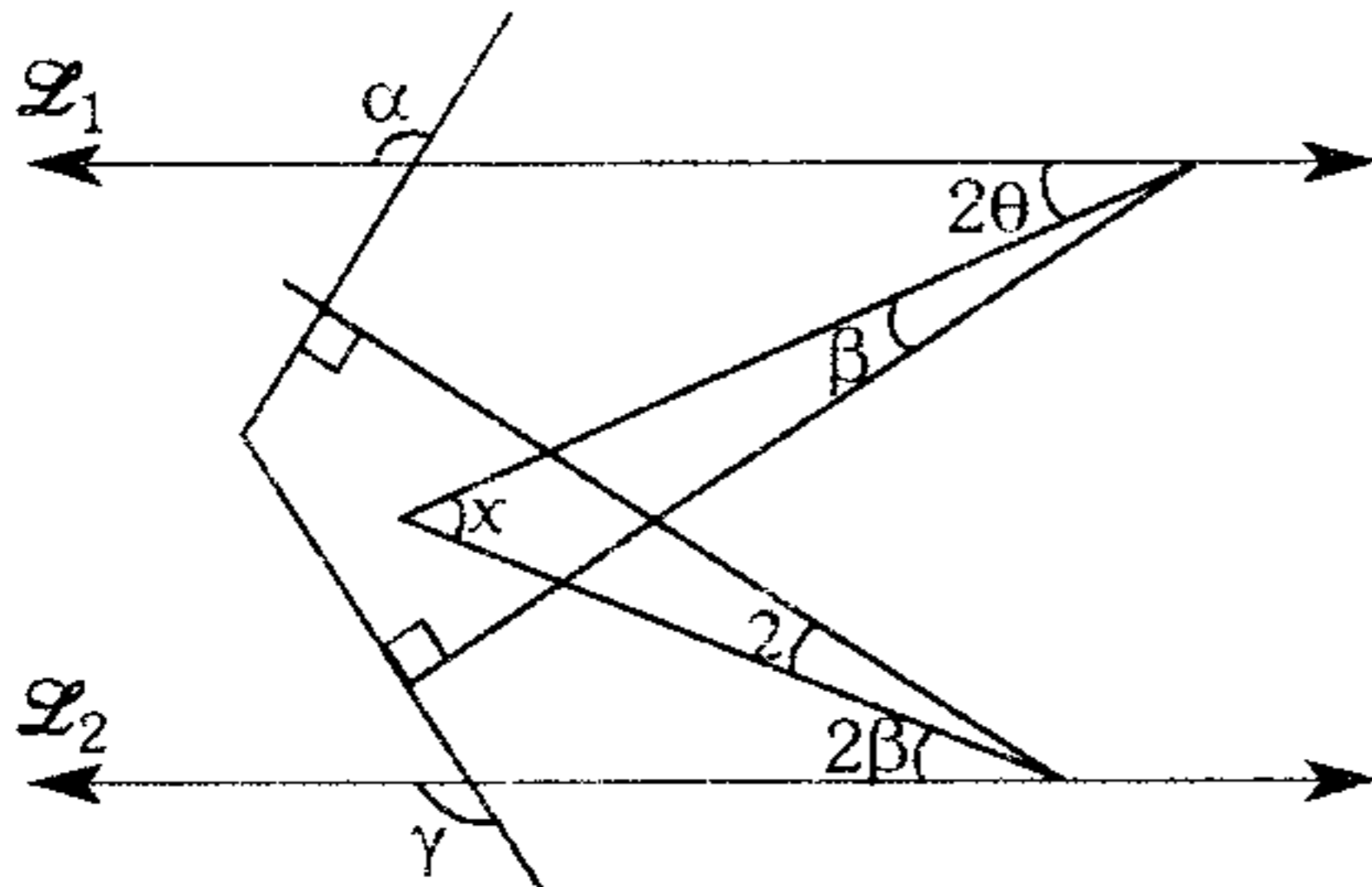
19. Dados, en un plano, los rayos consecutivos  $OP_1, OP_2, OP_3, \dots, OP_{16}$ ; de modo que se forme ángulos consecutivos y congruentes; si el ángulo  $P_1OP_{16}$  es agudo, calcule el máximo valor entero del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos  $P_2OP_3$  y  $P_{11}OP_{12}$ .

- A)  $73^\circ$             B)  $53^\circ$             C)  $17^\circ$   
D)  $36^\circ$             E)  $71^\circ$

20. Por un punto se traza rayos coplanares que forman  $n$  ángulos congruentes, además la medida del ángulo formado por el primer y último rayo es  $\theta$ , ¿para qué valor de  $n$  la medida del ángulo formado por el noveno rayo y la recta paralela a la bisectriz del ángulo formado por el cuarto y quinto rayo es  $0,3\theta$ ?

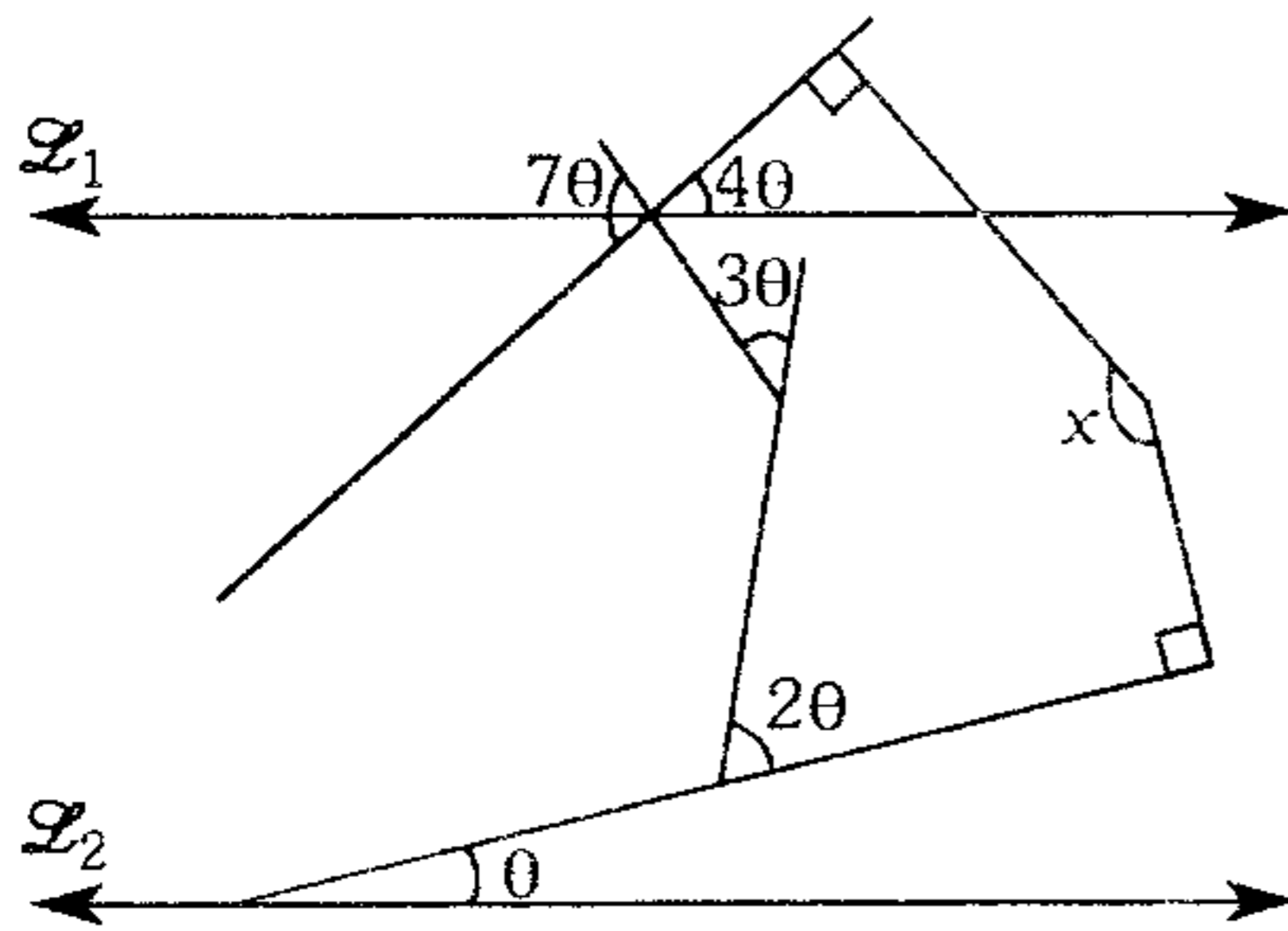
- A) 1            B) 15            C) 9  
D) 18            E) 30

21. En la figura,  $\vec{\mathcal{L}}_1 \parallel \vec{\mathcal{L}}_2$  y  $\alpha + \gamma = 252^\circ$ .  
Calcule  $x$ .



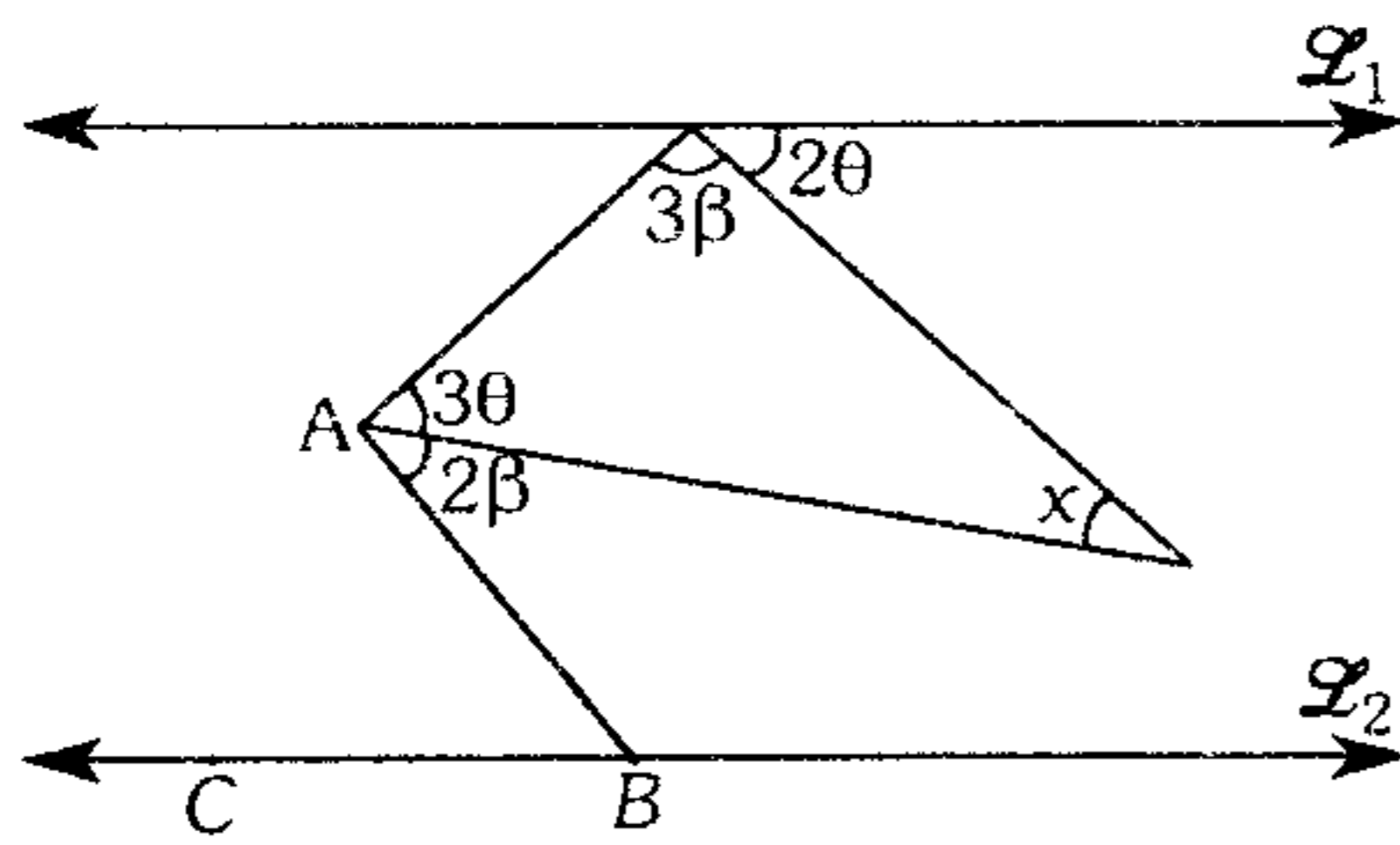
- A)  $52^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $82^\circ$   
D)  $48^\circ$       E)  $62^\circ$

22. Según el gráfico, calcule  $x$  si  $\vec{\mathcal{L}}_1 \parallel \vec{\mathcal{L}}_2$ .



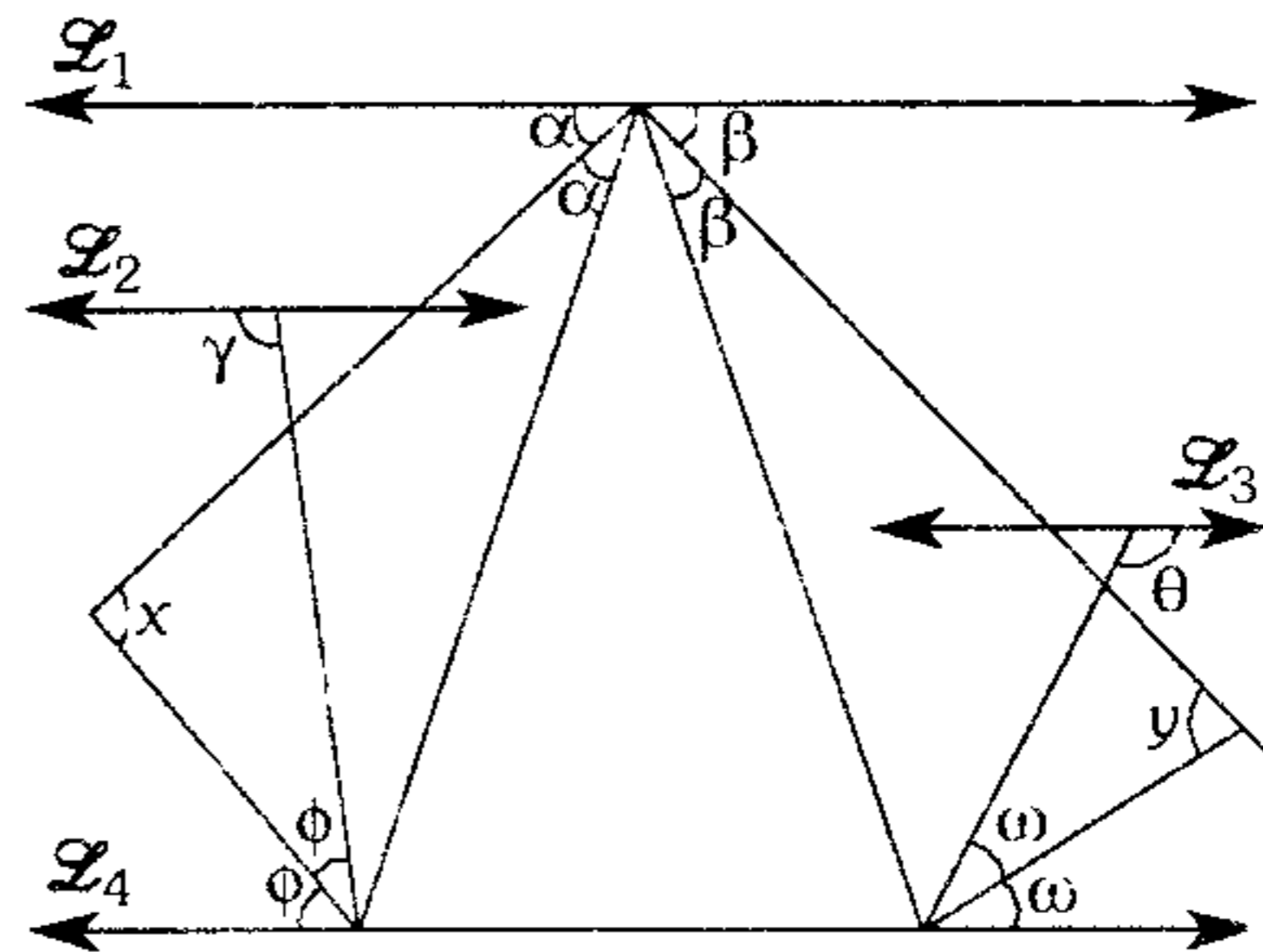
- A)  $100^\circ$       B)  $120^\circ$       C)  $140^\circ$   
D)  $150^\circ$       E)  $135^\circ$

23. En el gráfico  $\vec{\mathcal{L}}_1 \parallel \vec{\mathcal{L}}_2$  y el ángulo  $ABC$  es agudo, calcule el mínimo valor entero de  $x$ .



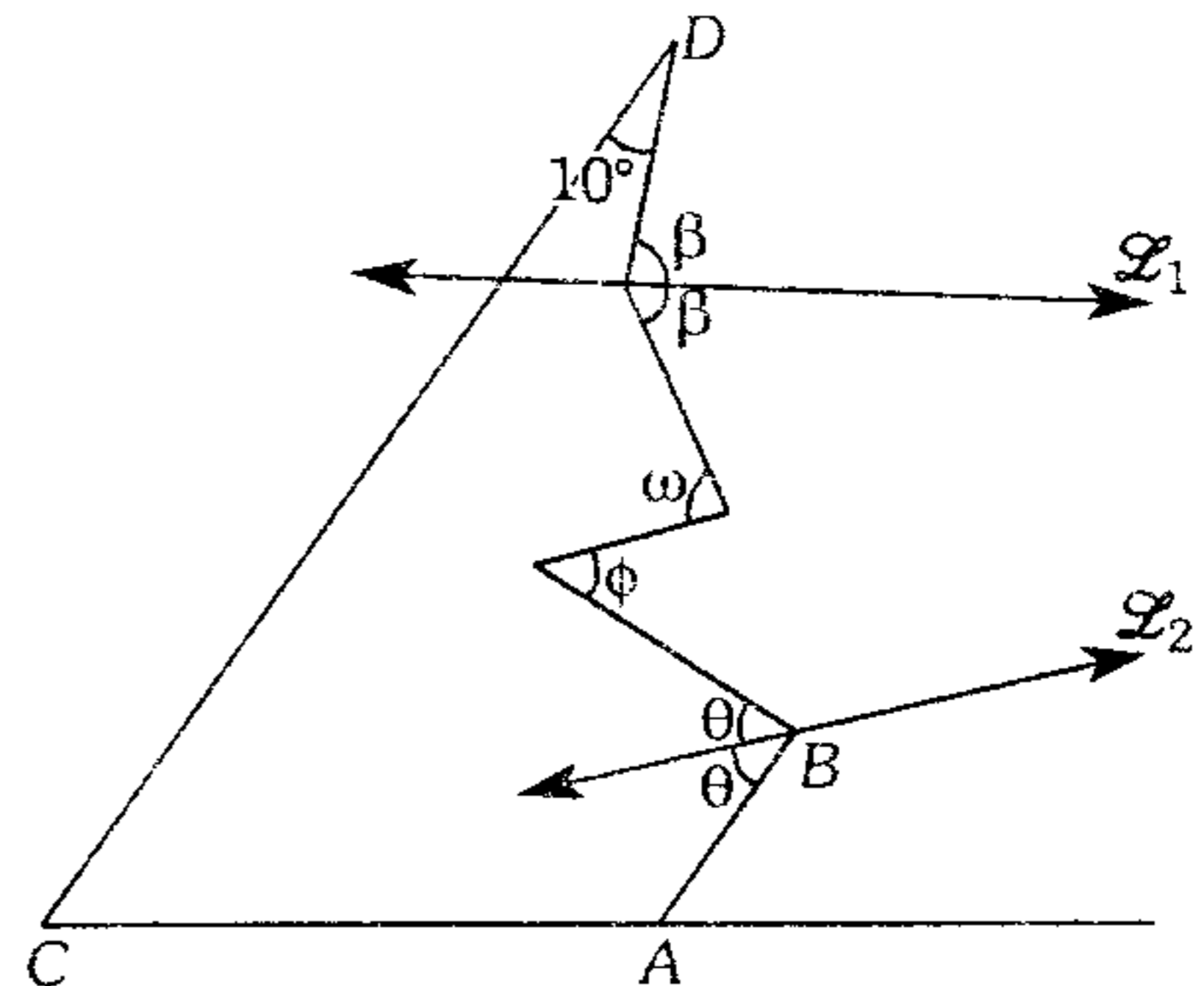
- A)  $20^\circ$       B)  $21^\circ$       C)  $22^\circ$   
D)  $18^\circ$       E)  $19^\circ$

24. Según el gráfico, calcule  $x - y$ , si  $\alpha - \beta = \theta - \gamma = 10^\circ$  y  $\vec{\mathcal{L}}_1 \parallel \vec{\mathcal{L}}_2 \parallel \vec{\mathcal{L}}_3 \parallel \vec{\mathcal{L}}_4$ .



- A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $25^\circ$   
D)  $15^\circ$       E)  $35^\circ$

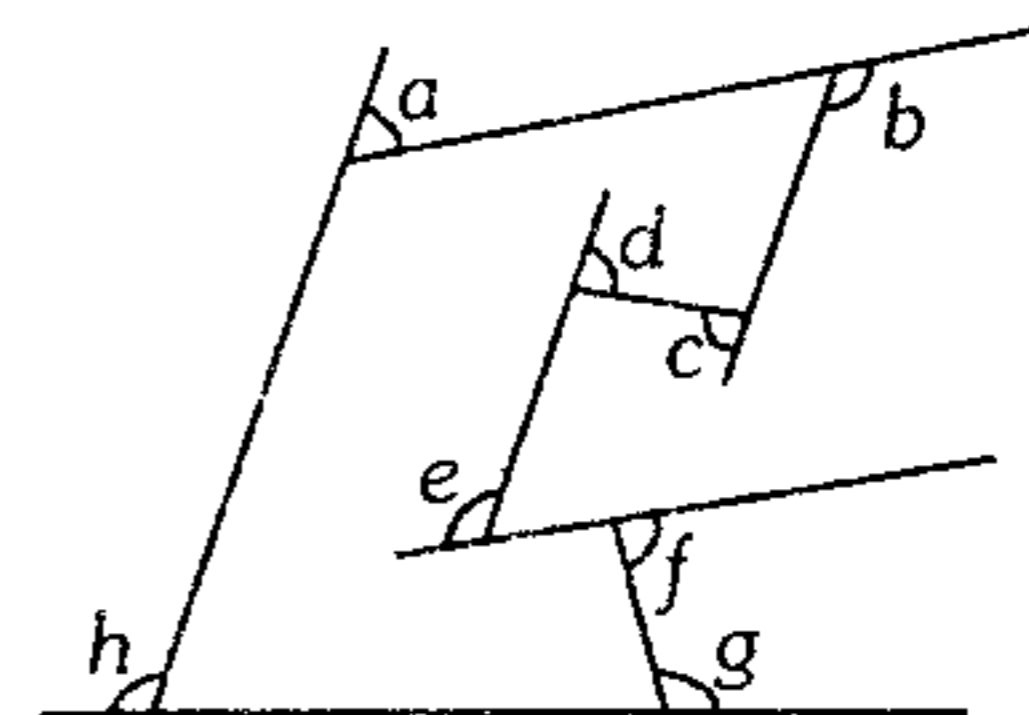
25. En el gráfico  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  y  $\omega - \phi = 42^\circ$ , calcule la medida del ángulo formado por  $\vec{\mathcal{L}}_1$  y  $\vec{\mathcal{L}}_2$ .



- A)  $16^\circ$       B)  $26^\circ$       C)  $18^\circ$   
D)  $8^\circ$       E)  $5^\circ$

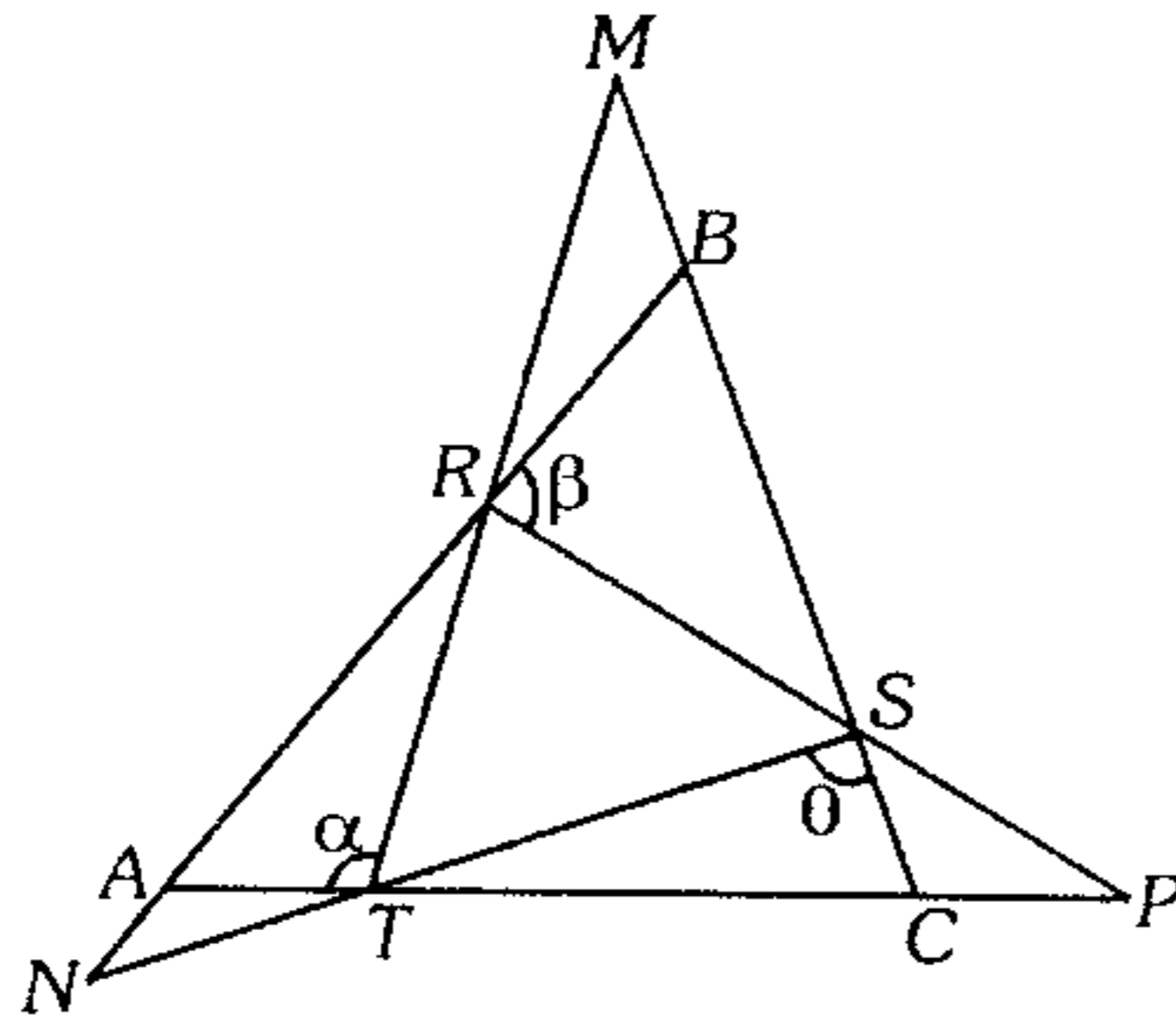
### Triángulos

26. Según la figura, calcule  $a + b + c - d - e + f + g + h$ .



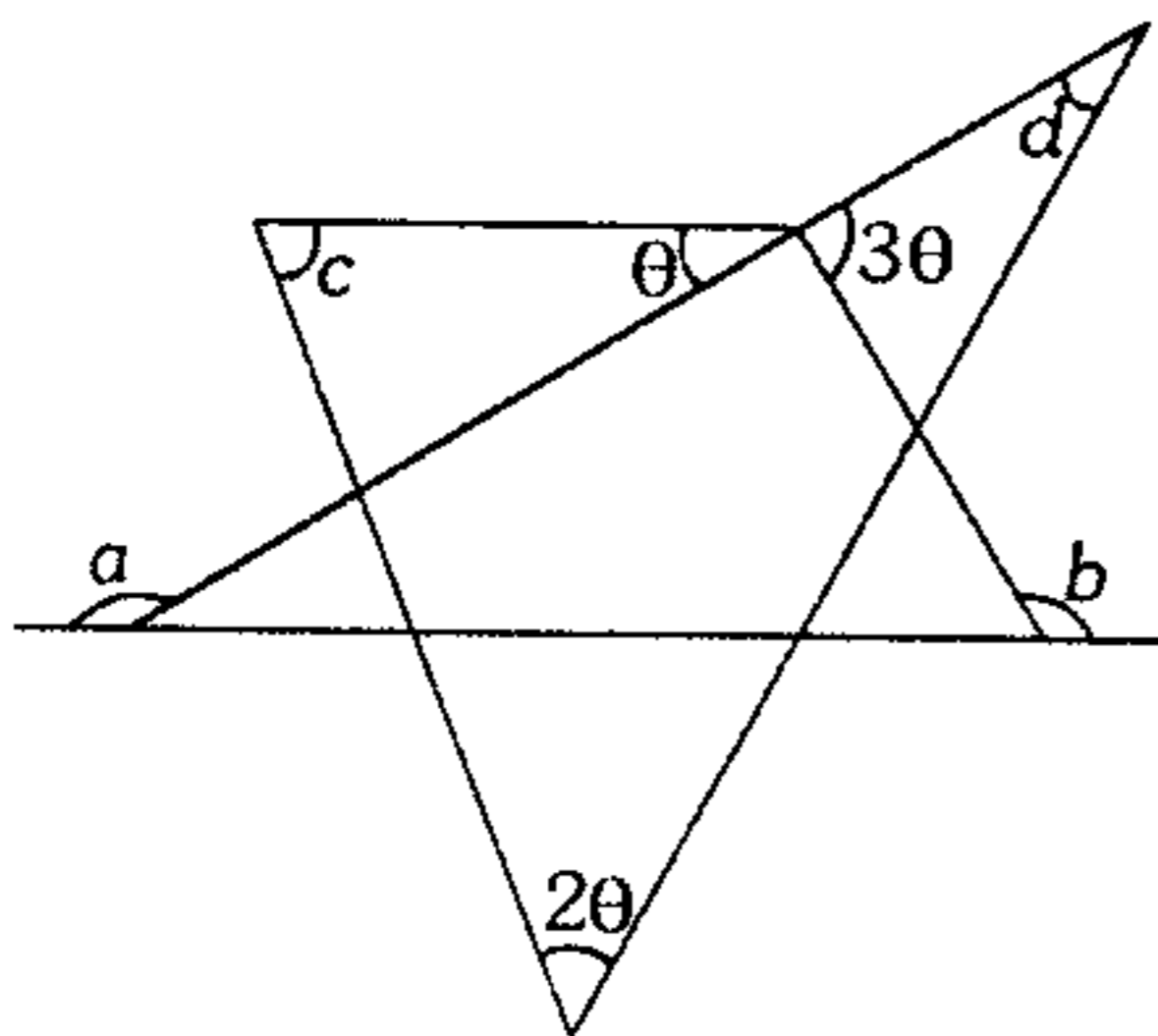
- A)  $540^\circ$       B)  $720^\circ$       C)  $360^\circ$   
D)  $180^\circ$       E)  $270^\circ$

27. Según el gráfico,  $AN=AT$ ,  $BM=BR$  y  $CS=CP$ . Calcule  $\alpha + \beta + \theta$ .



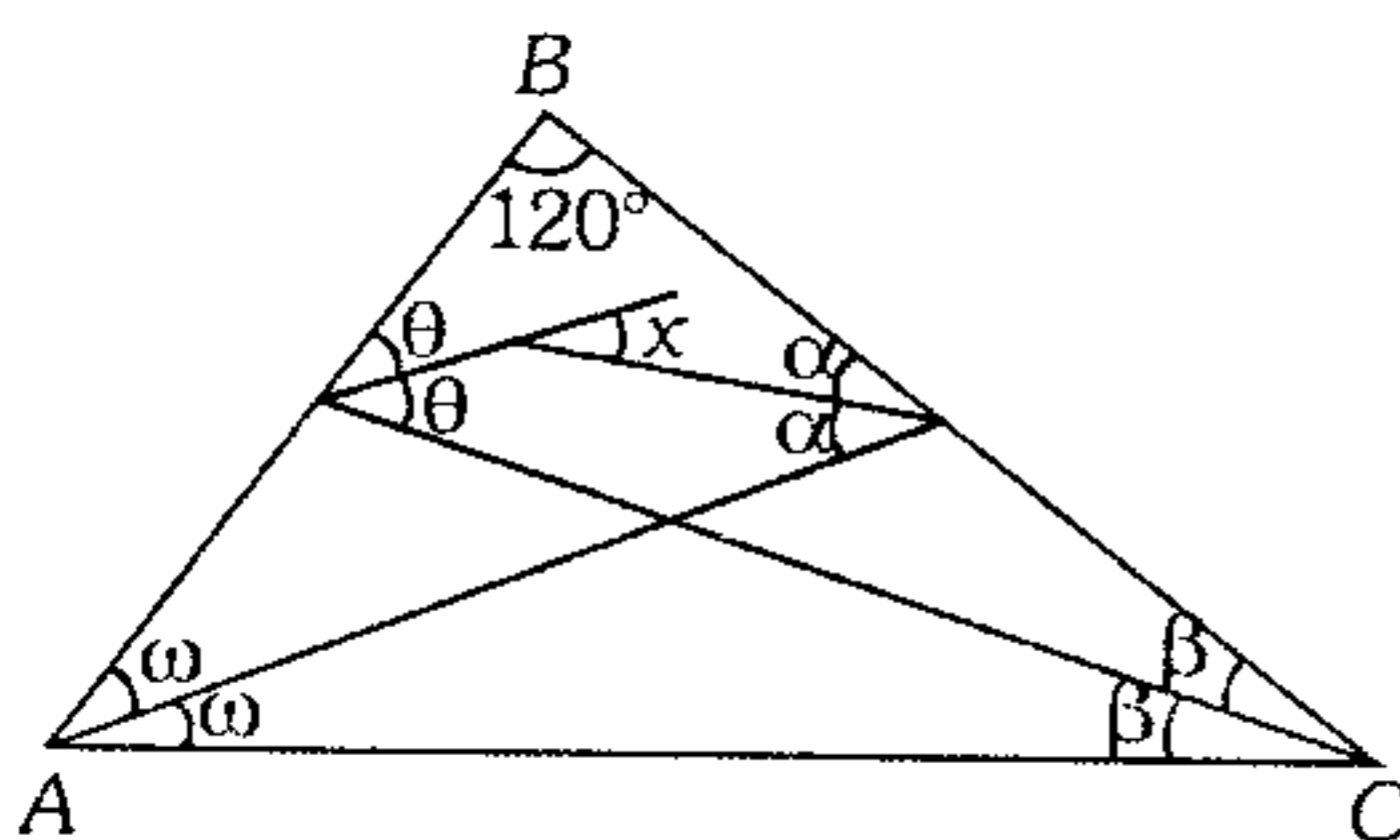
- A)  $360^\circ$     B)  $270^\circ$     C)  $135^\circ$   
D)  $180^\circ$     E)  $300^\circ$

28. Según el gráfico  $a+b+c+d=420^\circ$ , calcule  $\theta$ .



- A)  $25^\circ$     B)  $15^\circ$     C)  $10^\circ$   
D)  $18^\circ$     E)  $20^\circ$

29. Según el gráfico, calcule  $x$ .

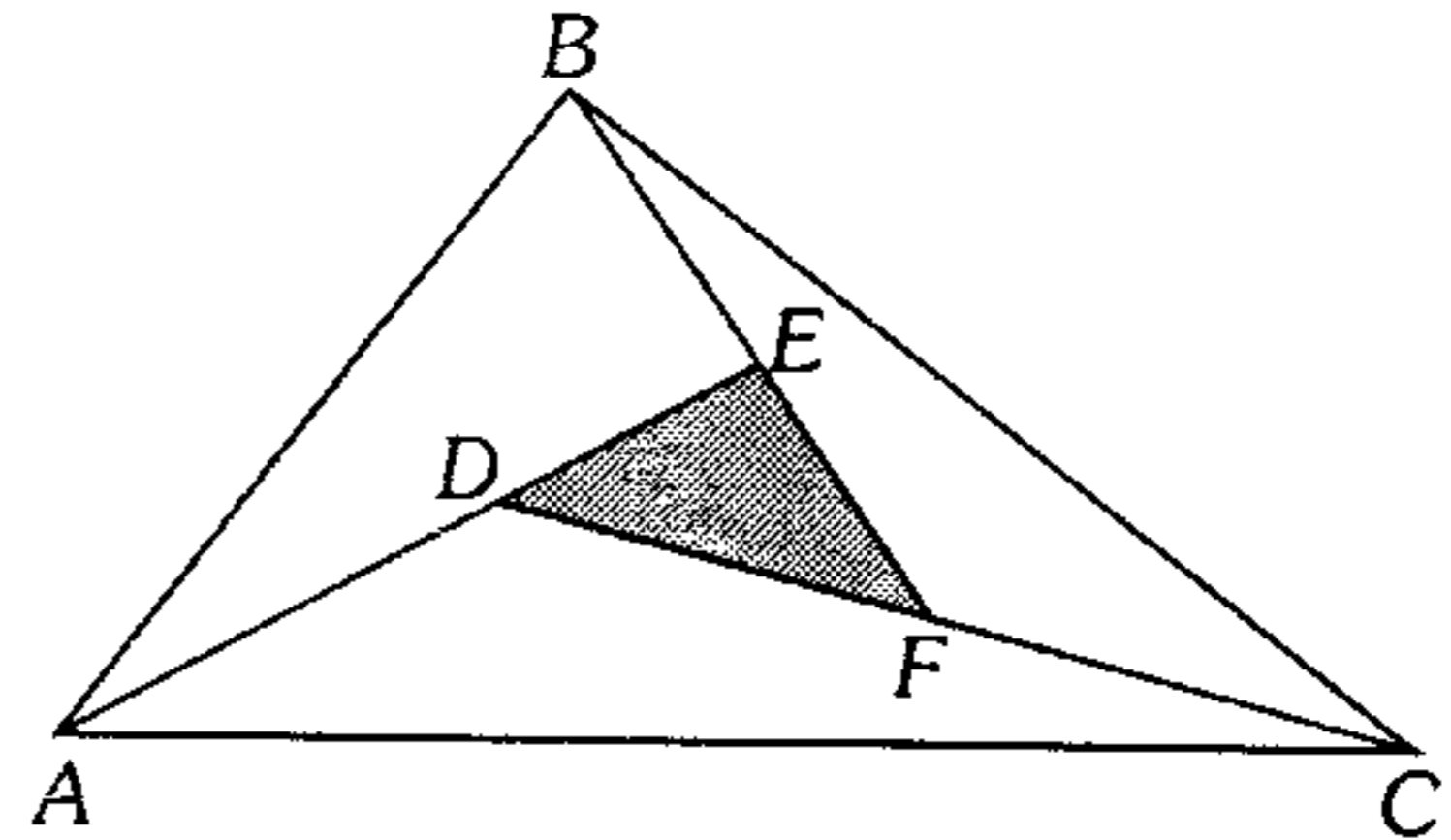


- A)  $15^\circ$     B)  $6^\circ$     C)  $9^\circ$   
D)  $12^\circ$     E)  $18^\circ$

30. En un triángulo  $ABC$ , los lados miden  $2a-1$ ;  $6-a$  y  $3a-1$ . Calcule la medida del menor ángulo interior si se sabe que  $a$  es un número entero.

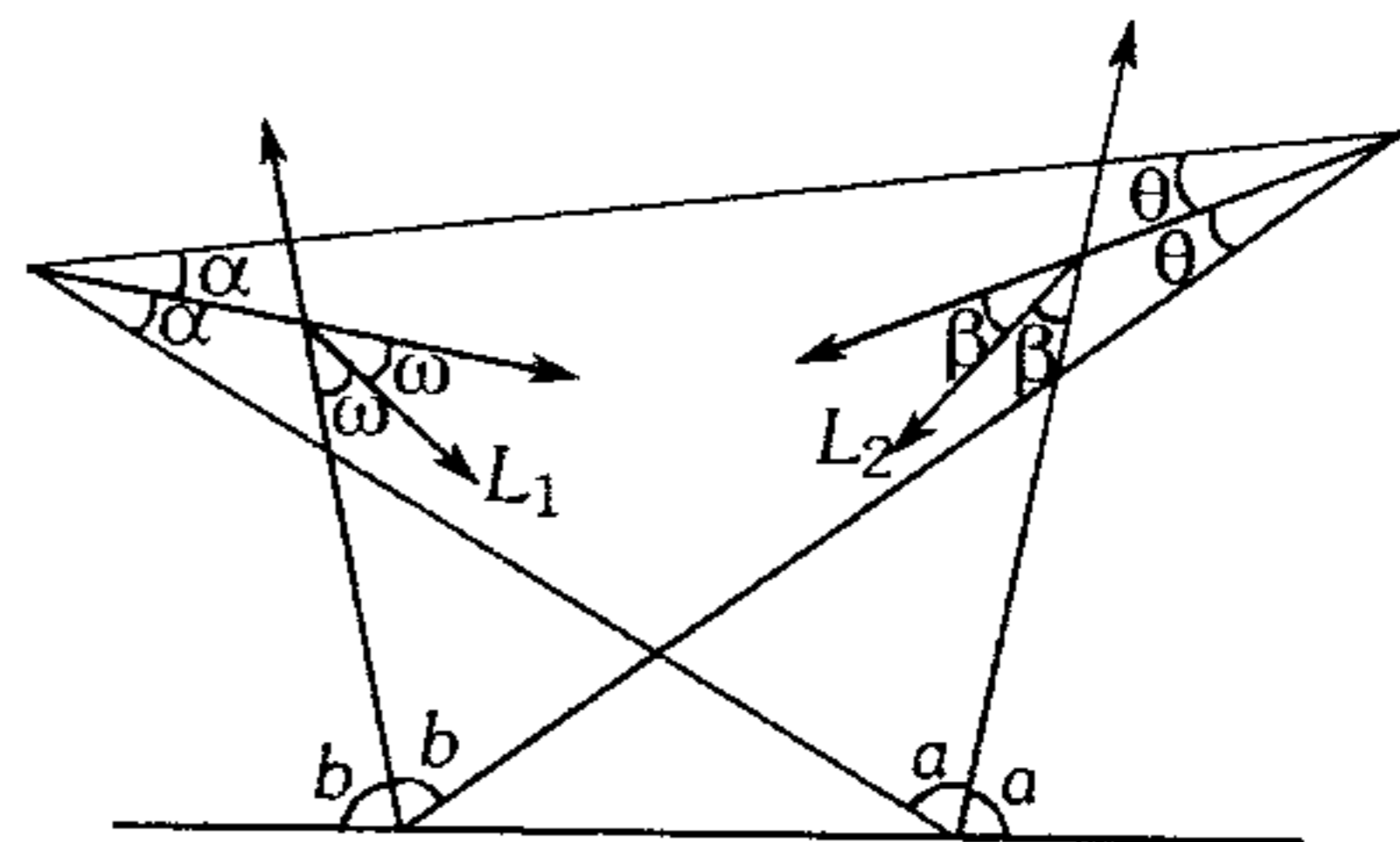
- A)  $30^\circ$     B)  $37^\circ$     C)  $45^\circ$   
D)  $53^\circ$     E)  $60^\circ$

31. Según la figura el perímetro de la región triangular  $ABC$  es 60 cm y el perímetro de la región triangular  $DEF$  es 24 cm, determine entre qué valores está comprendida la suma de las longitudes de  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BE}$  y  $\overline{CF}$ .



- A) 12 y 30    B) 6 y 15    C) 9 y 24  
D) 18 y 48    E) 15 y 24

32. Según el gráfico, calcule el ángulo formado por las rectas  $L_1$  y  $L_2$ .

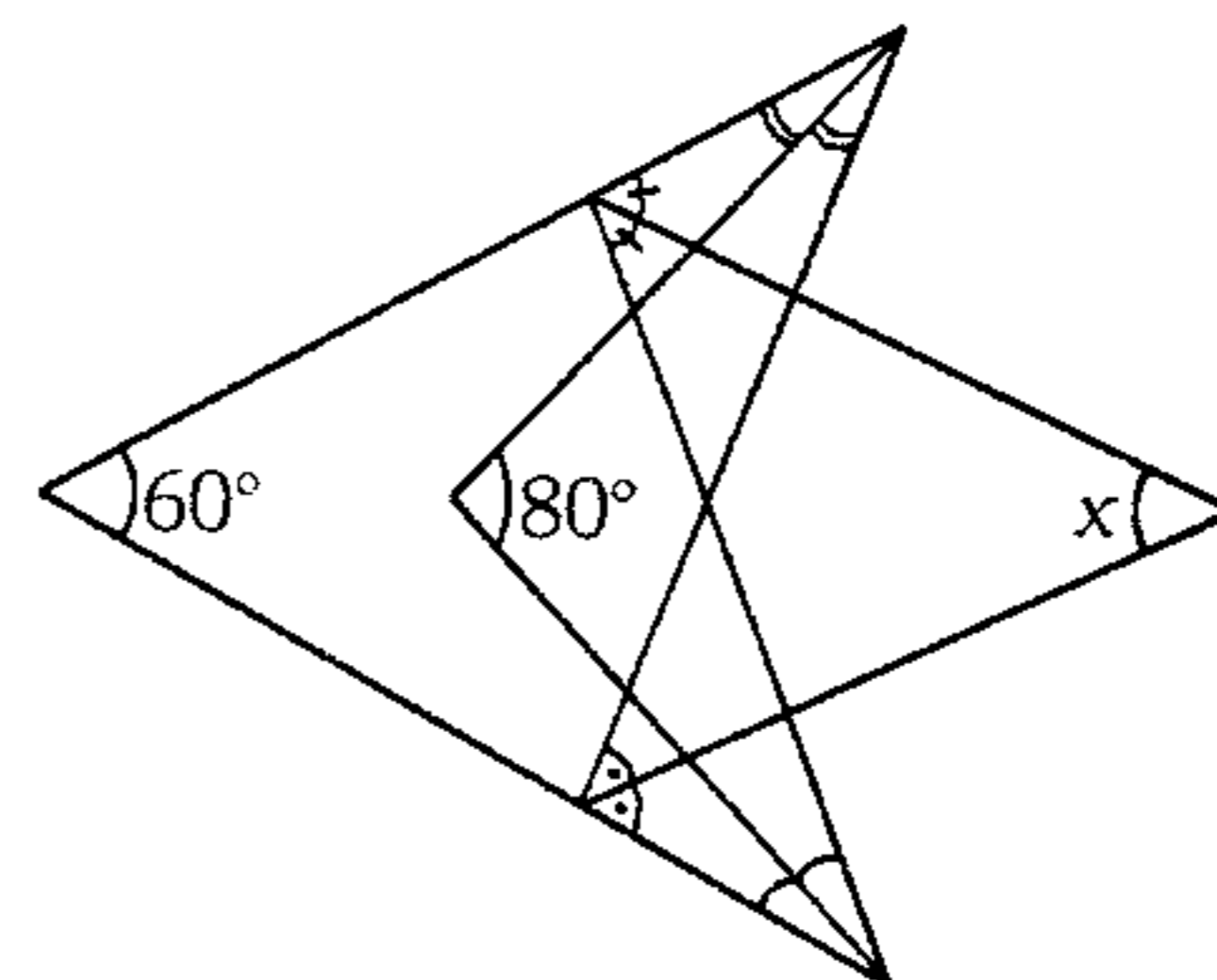


- A)  $80^\circ$     B)  $120^\circ$     C)  $90^\circ$   
D)  $45^\circ$     E)  $60^\circ$

33. ¿Cuántos triángulos existen con lados de longitudes enteras de perímetro 40 cm?

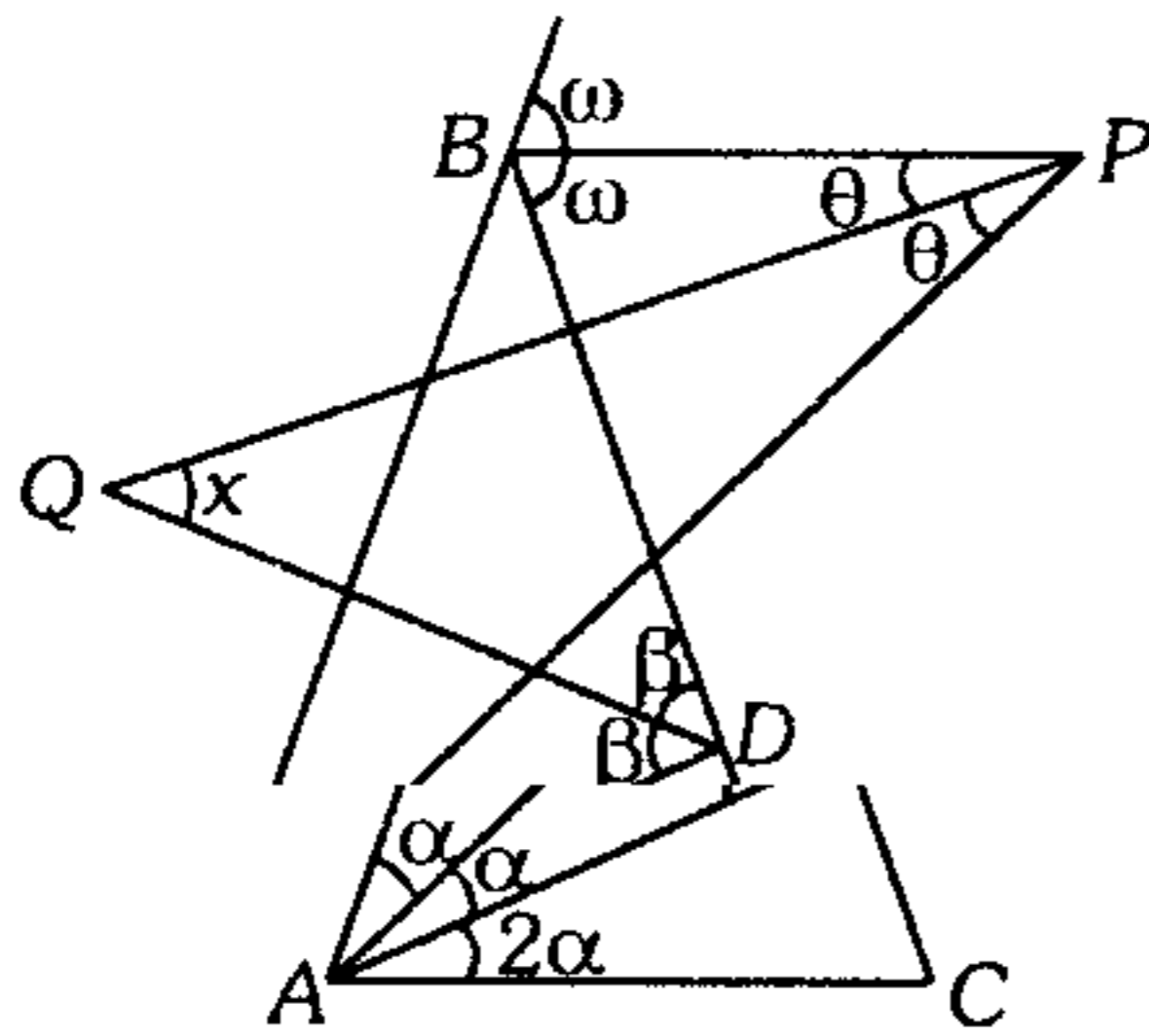
- A) 33    B) 22    C) 25  
D) 24    E) 34

34. Según el gráfico, calcule  $x$ .



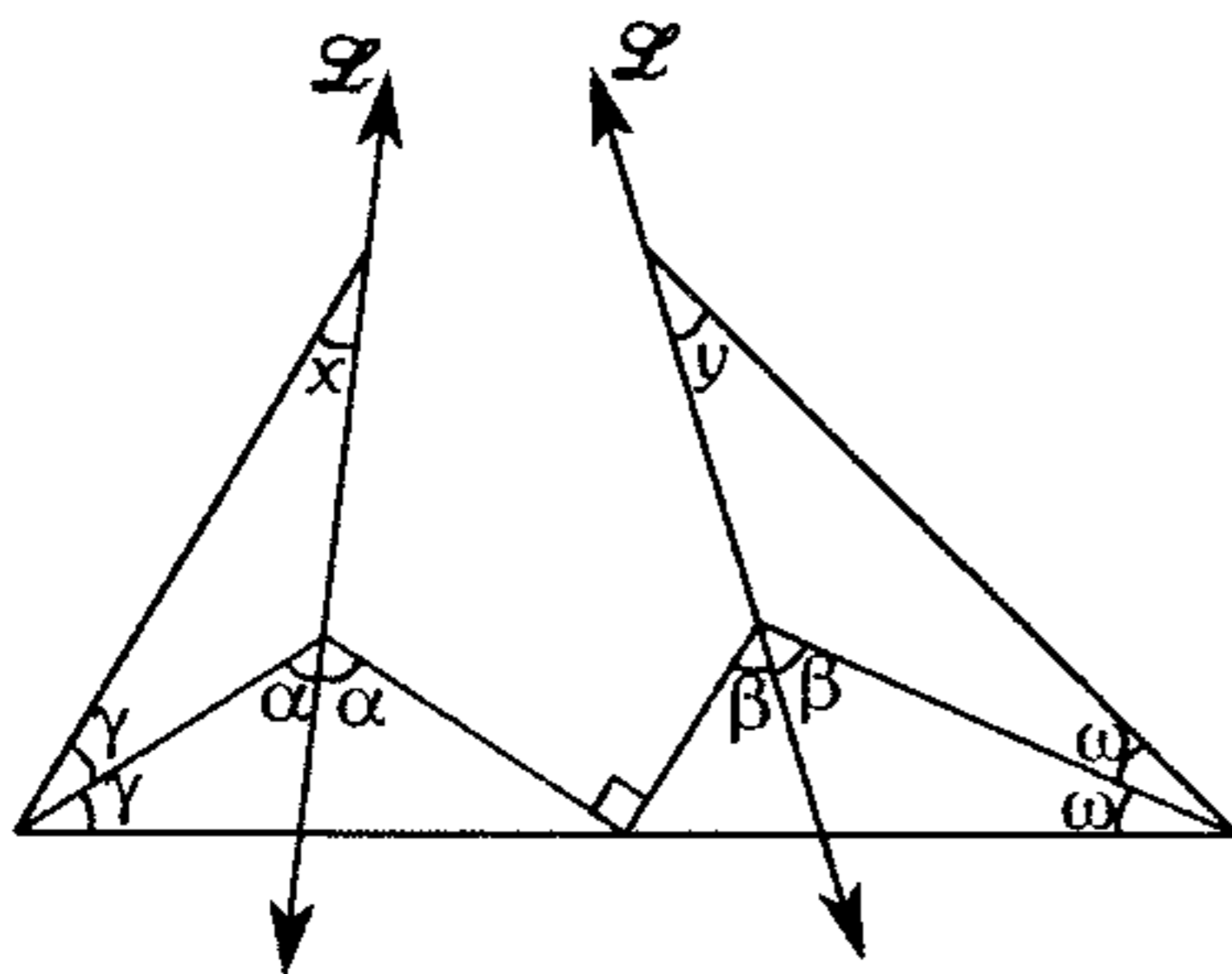
- A)  $60^\circ$     B)  $70^\circ$     C)  $40^\circ$   
D)  $20^\circ$     E)  $30^\circ$

35. Según el gráfico,  $AB=BC$  y  $AD=AC$ .  
Calcule  $x$ .



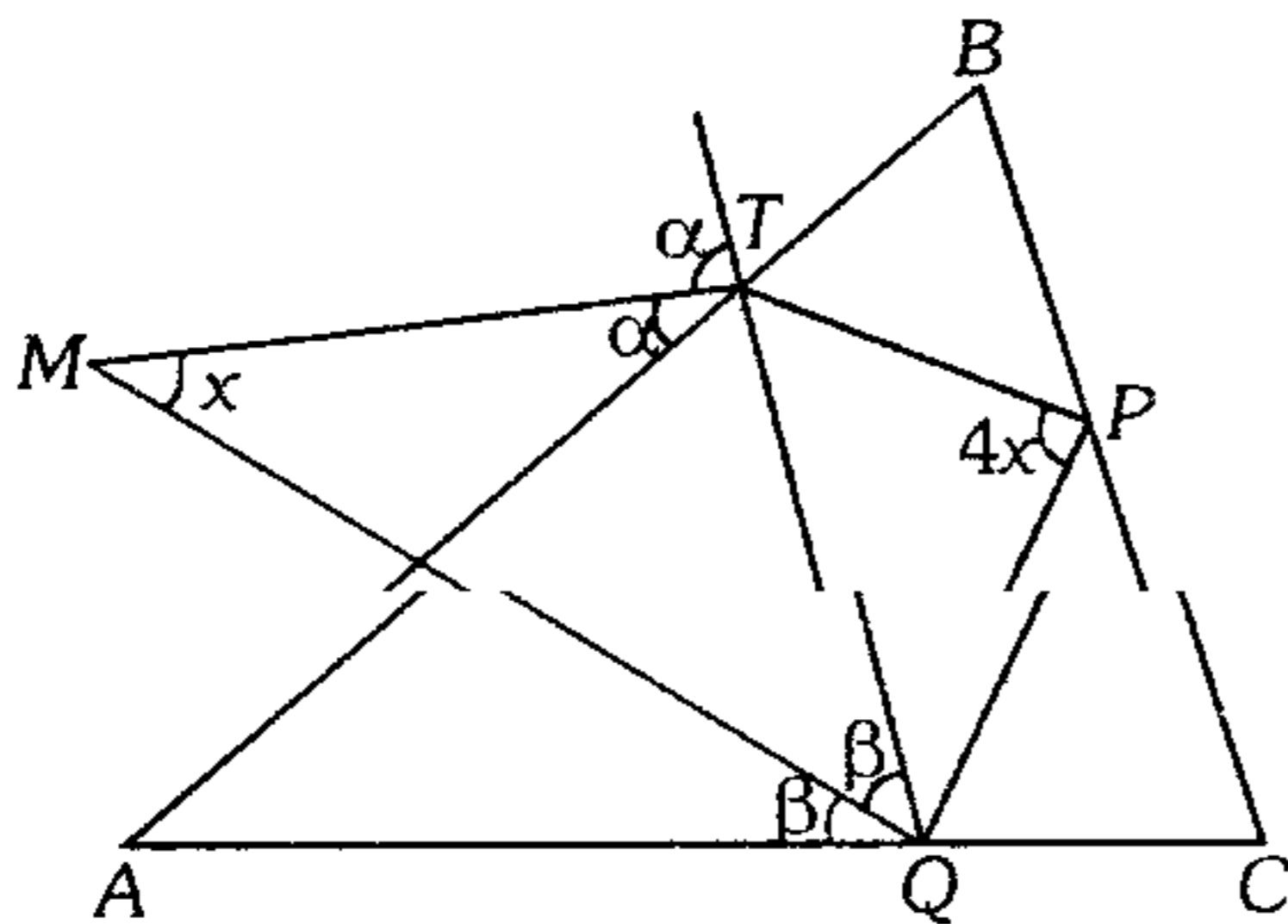
- A)  $40^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $42^\circ$   
D)  $45^\circ$       E)  $75^\circ$

36. Según el gráfico, calcule  $x+y$  si la medida del ángulo formado por  $\vec{L}_1$  y  $\vec{L}_2$  es  $\theta$ .



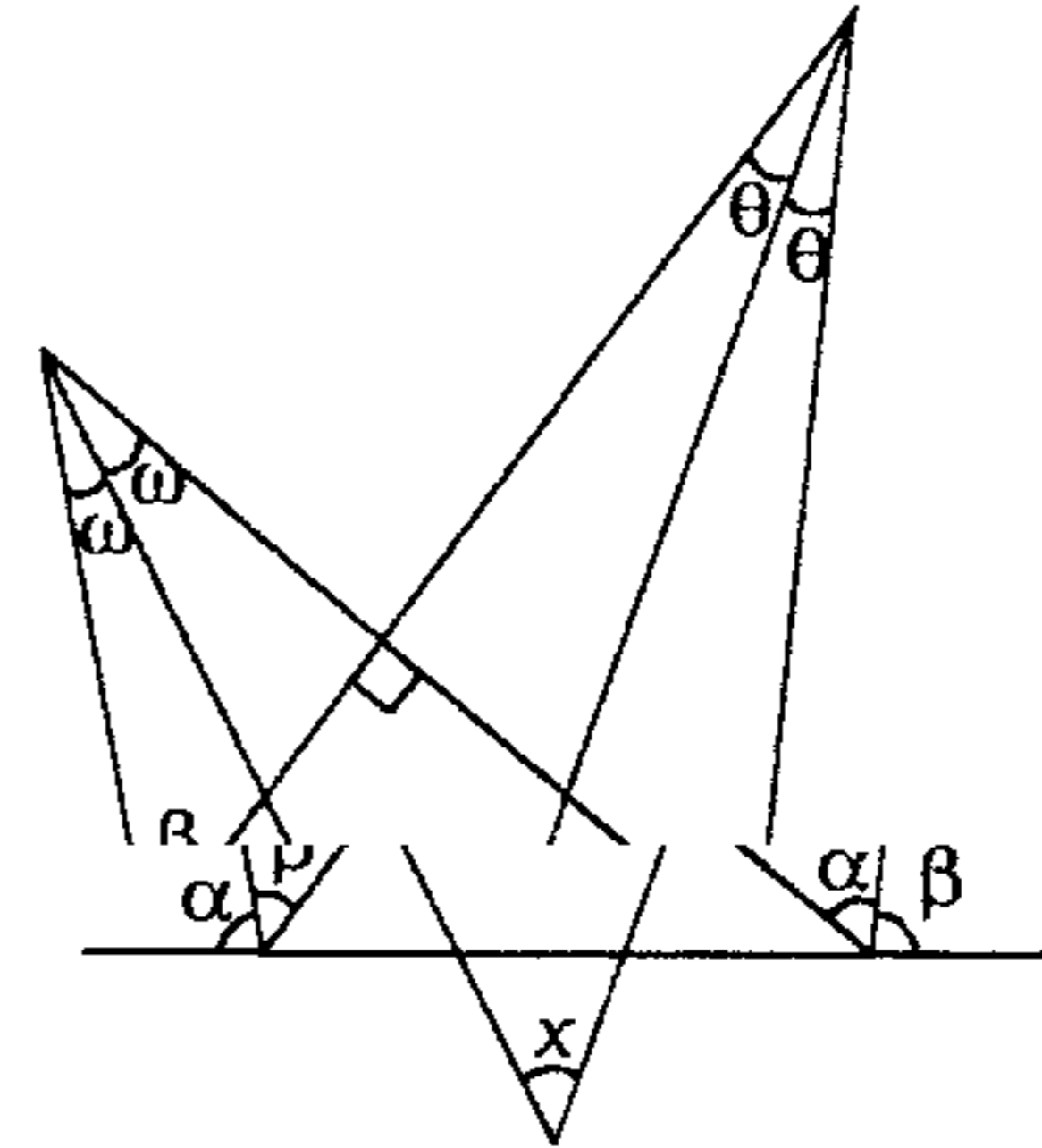
- A)  $3\theta$       B)  $\frac{3\theta}{2}$       C)  $\frac{5\theta}{2}$   
D)  $\theta$       E)  $2\theta$

37. Según el gráfico,  $BP=PT$  y  $QP=PC$ , calcule  $x$ .



- A)  $20^\circ$       B)  $25^\circ$       C)  $18$   
D)  $30^\circ$       E)  $22^\circ 30'$

38. Según el gráfico, calcule  $x$ .



- A)  $67^\circ 30'$       B)  $60^\circ$       C)  $71^\circ 30'$   
D)  $75^\circ$       E)  $30^\circ$

39. En un triángulo isósceles  $ABC$  ( $AB=BC$ ), se traza la ceviana interior  $AM$  tal que  $AM=AC$ . Calcule la diferencia del valor máximo y mínimo entero que puede tomar la medida del ángulo  $AMC$ .

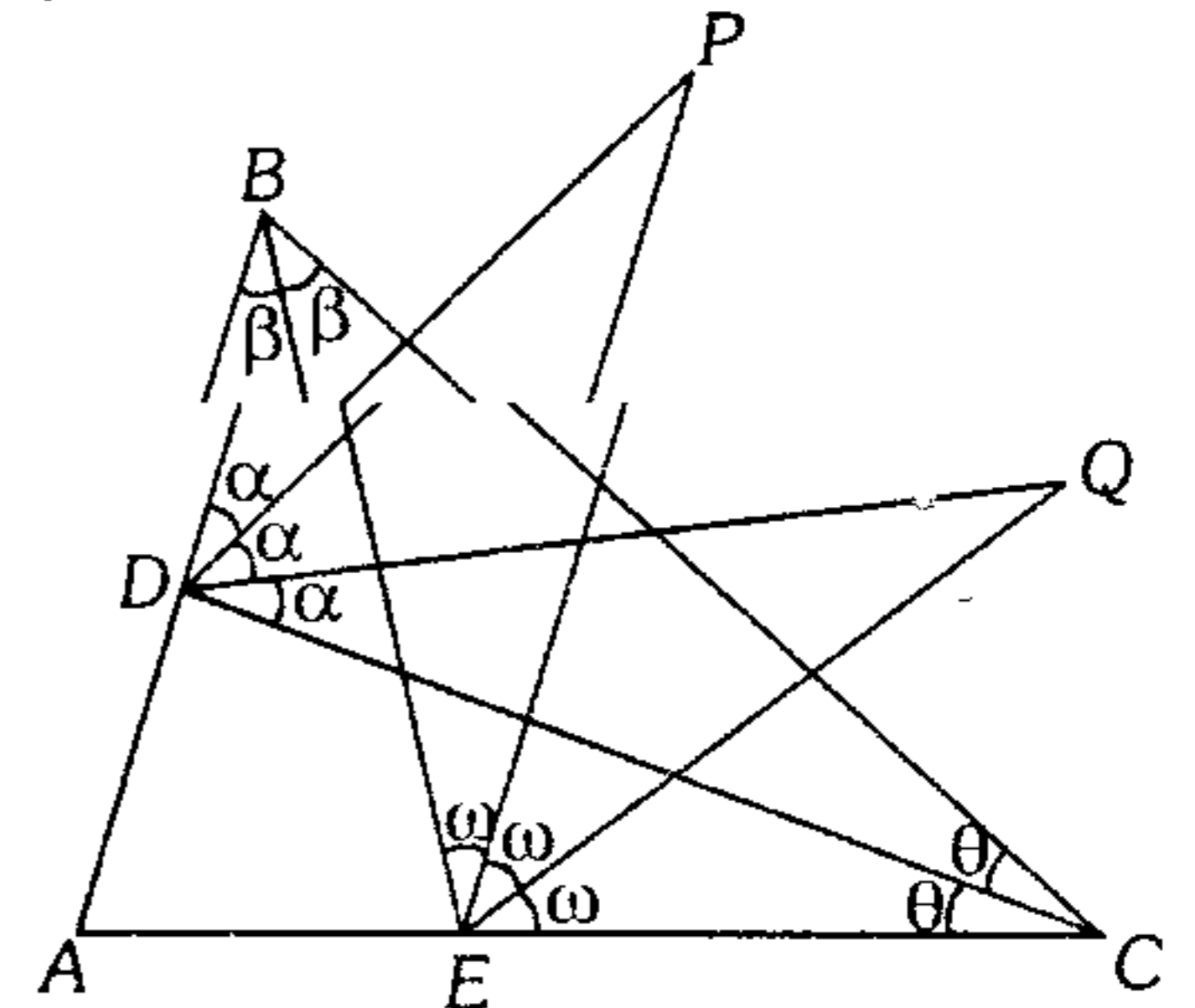
- A)  $26^\circ$       B)  $28^\circ$       C)  $32^\circ$   
D)  $61^\circ$       E)  $89^\circ$

40. En un triángulo acutángulo  $ABC$  se traza las mediatrices de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  que intersecan a  $\overline{BC}$  en  $M$  y  $N$  respectivamente; calcule la medida del ángulo determinado por la bisectriz del ángulo  $ANM$  y la recta perpendicular a  $\overline{AM}$ ; si  $m\angle ABC + m\angle ACB = 115^\circ$  y  $m\angle NAM + m\angle AMN = 110^\circ$ .

- A)  $10^\circ$       B)  $22^\circ 30'$       C)  $5^\circ 30'$   
D)  $5^\circ$       E)  $7^\circ 30'$

41. Según el gráfico  $m\angle ABC + m\angle ACB = 100^\circ$ , calcule la suma de las medidas de los ángulos  $DPE$  y  $DQE$ .

- A)  $75^\circ$   
B)  $25^\circ$   
C)  $15^\circ$   
D)  $30^\circ$   
E)  $50^\circ$



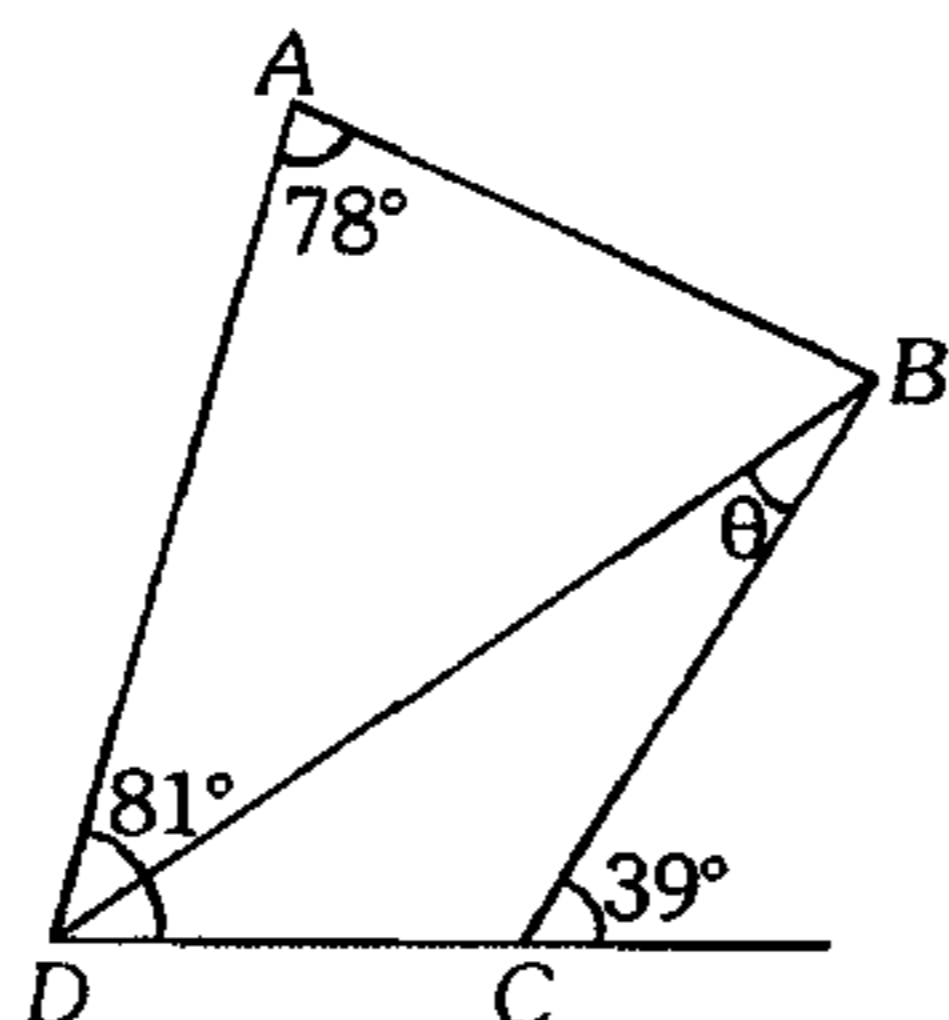


42. En un triángulo  $ABC$  se traza las cevianas interiores  $AQ$  y  $BP$ , tal que  $m\angle BCA = 48^\circ$ ;  $m\angle CBP = 30^\circ$ ,  $m\angle BAQ = 18^\circ$  y  $m\angle QAC = 6^\circ$ ; calcule la  $m\angle AQP$ .

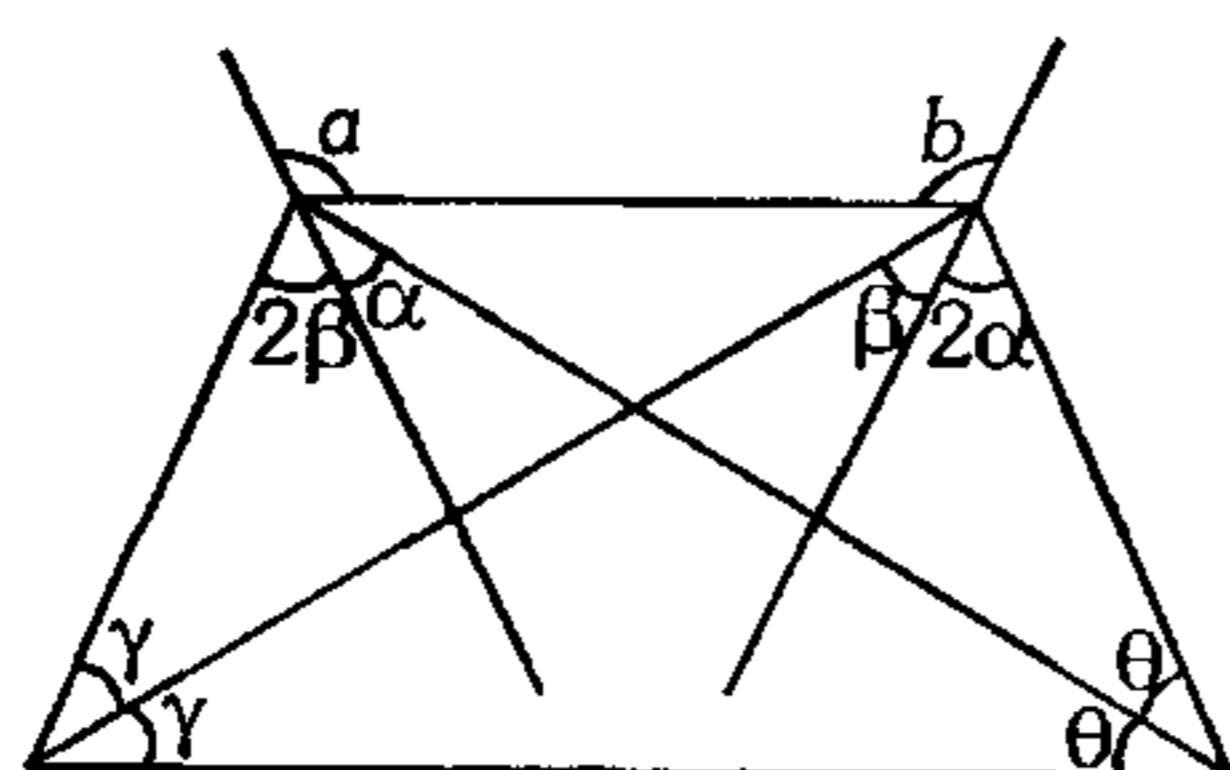
- A)  $28^\circ$       B)  $32^\circ$       C)  $30^\circ$   
D)  $24^\circ$       E)  $12^\circ$

43. Según el gráfico, calcule  $\theta$ , si  $AB=BC$ .

- A)  $10^\circ$   
B)  $9^\circ$   
C)  $12^\circ$   
D)  $18^\circ$   
E)  $7^\circ$



44. Del gráfico mostrado, calcule  $a+b$ .



- A)  $200^\circ$       B)  $250^\circ$       C)  $240^\circ$   
D)  $260^\circ$       E)  $270^\circ$

45. Interiormente a un triángulo  $ABC$  se ubica el punto  $O$  tal que

$m\angle ABO = 60^\circ + \theta$   
 $m\angle BAO = 60^\circ - 2\theta$   
 $m\angle OAC = m\angle ACO = \theta$ .

Calcule  $\theta$ .

- A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $12^\circ$   
D)  $35^\circ$       E)  $15^\circ$

46. En un triángulo  $ABC$  se traza la bisectriz interior  $BP$  en cuya prolongación se ubica el punto  $D$  de modo que  $m\angle PAD = m\angle PDA = 30^\circ$  y  $m\angle ACD = 15^\circ$ ; calcule la  $m\angle BCA$ .

- A)  $15^\circ$       B)  $10^\circ$       C)  $30^\circ$   
D)  $20^\circ$       E)  $25^\circ$

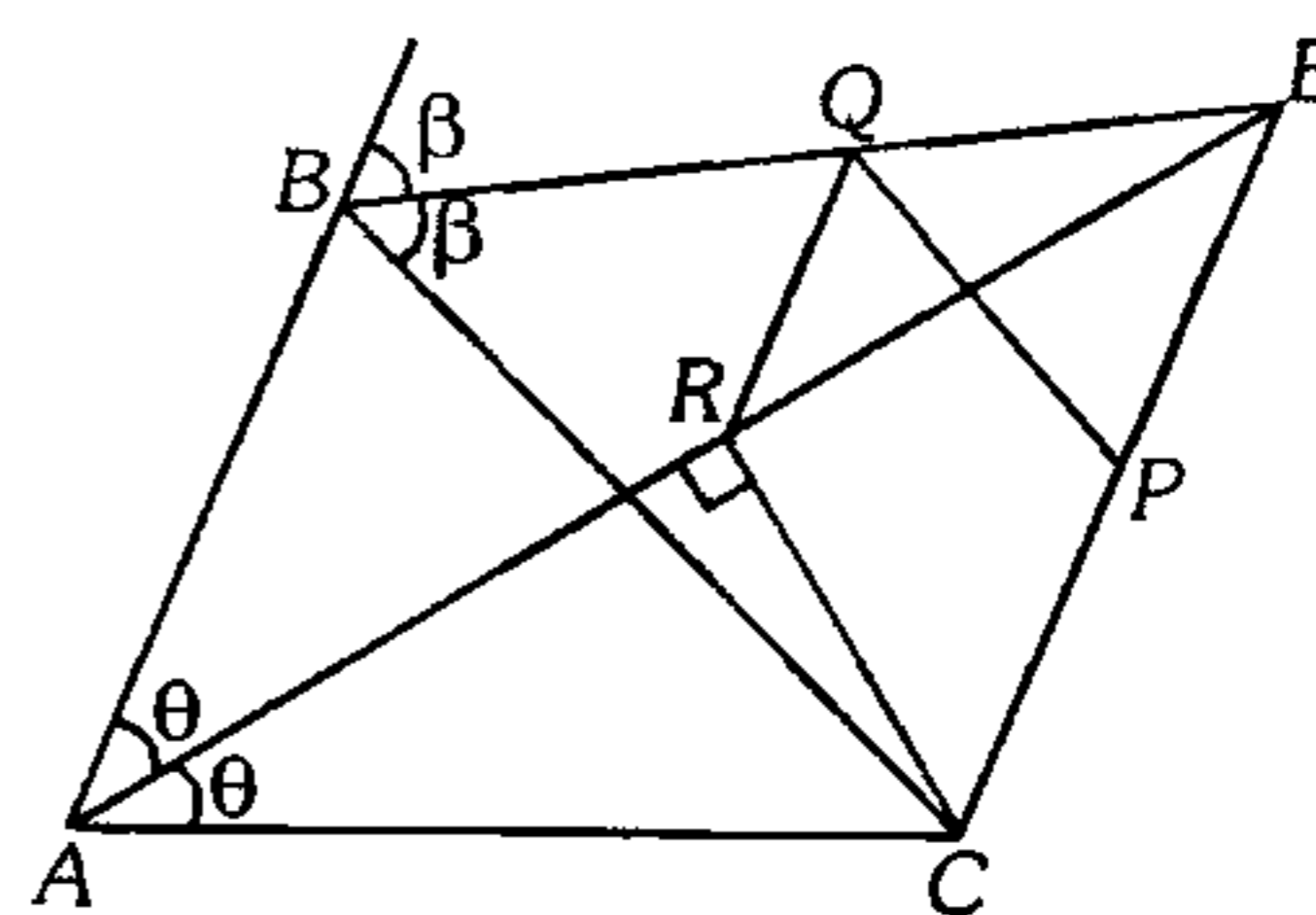
47. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$   $m\angle BAD = 50^\circ$ ,  $m\angle ADC = 140^\circ$  y  $AD=DC=BC$ ; si las prolongaciones de  $\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  se intersecan en  $P$ , calcule la  $m\angle BPA$ .

- A)  $60^\circ$  ó  $30^\circ$   
B)  $60^\circ$  ó  $20^\circ$   
C)  $40^\circ$  ó  $20^\circ$   
D)  $60^\circ$  ó  $40^\circ$   
E)  $20^\circ$  ó  $30^\circ$

48. En un triángulo isósceles  $ABC$ , de base  $AC$ , la  $m\angle ABC = 80^\circ$ ; se ubica un punto  $P$  de su altura  $AH$  que equidista de  $A$  y  $B$ . Calcule la  $m\angle PCA$ .

- A)  $25^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $20^\circ$   
D)  $16^\circ$       E)  $37^\circ$

49. En el gráfico, calcule el máximo valor entero de  $QR$  si  $CP=PQ=PE$ ,  $AB=4$  y  $AC=5$ .



- A) 3      B) 1      C) 2  
D) 4      E) 6

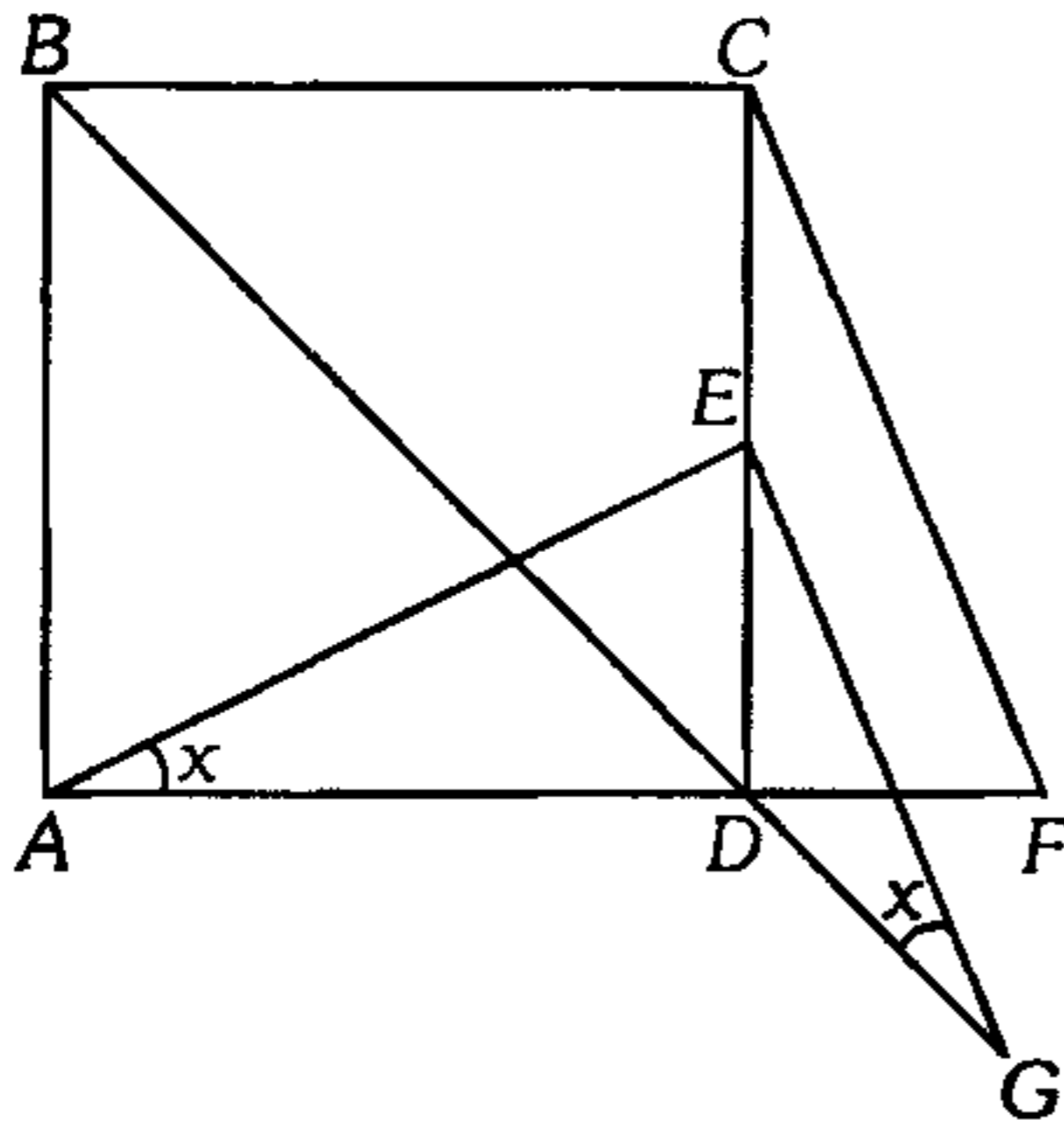
### Congruencia de Triángulos

50. En un triángulo  $ABC$ ,  $AB=4$  y  $BC=6$ ; se traza la bisectriz interior  $BM$  en cuya prolongación se ubica el punto  $N$ , tal que  $m\angle BNC = 90^\circ$ , en  $\overline{BC}$  se ubica el punto  $Q$ ,  $\overline{NQ} \cap \overline{AC} = \{F\}$  y  $\overline{NQ} \parallel \overline{AB}$ . Calcule la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de  $\overline{AF}$  y  $\overline{BN}$ .

- A) 1      B) 1,5      C) 2  
D) 2,5      E) 3

51. En el gráfico se muestra un cuadrado  $ABCD$ ; si  $\overline{EG} \parallel \overline{CF}$  y  $AE=CF$ , calcule el valor de  $x$ .

- A)  $15^\circ$   
 B)  $18^\circ$   
 C)  $22^\circ 30'$   
 D)  $26^\circ 30'$   
 E)  $30^\circ$



52. Se tiene los triángulos equiláteros  $ABC$  y  $PMQ$ , tal que  $\overline{PQ} \subset \overline{AC}$  y  $M$  es punto de la región interior del triángulo  $ABC$ , además  $P$  pertenece a  $\overline{AQ}$ . Si  $AC=2(PQ)=4\ell$ , calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de  $\overline{AM}$  y  $\overline{BQ}$ .

- A)  $\ell\sqrt{2}$       B)  $2\ell$       C)  $\ell\sqrt{5}$   
 D)  $\ell$               E)  $\ell\sqrt{3}$

53. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la altura  $BH$  y la bisectriz del ángulo  $ABH$  que interseca a  $\overline{AH}$  en  $P$ , luego se traza la bisectriz del ángulo  $APB$  que interseca a la prolongación de  $\overline{CB}$  en  $Q$  y además se traza la bisectriz del ángulo  $PQB$  que interseca a  $\overline{PB}$  en  $R$ . Calcule  $BR$  si  $PQ=a$  y  $BQ=b$ .

- A)  $\frac{a-b}{2}$       B)  $a-b$       C)  $a+b$   
 D)  $\frac{a+b}{2}$               E)  $\sqrt{ab}$

54. Exteriormente a un triángulo rectángulo isósceles  $ABC$ , recto en  $B$ , y relativo a  $\overline{AC}$  se ubica el punto  $P$  de modo que la  $m\angle APC = 135^\circ$ , luego las mediatrices de  $\overline{AP}$  y  $\overline{PC}$  intersecan a  $\overline{AC}$  en  $M$  y  $L$  respectivamente, calcule la  $m\angle MBL$ .

- A)  $37^\circ$       B)  $53^\circ$       C)  $15^\circ$   
 D)  $45^\circ$               E)  $35^\circ$

55. En un triángulo acutángulo  $ABC$  se ubica un punto interior  $P$ , tal que  $AP=BC$ ,  $m\angle BAC = m\angle PCA$ ,  $m\angle BAP = m\angle BCP$ ; calcule  $m\angle BAC$ .

- A)  $15^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $37^\circ$   
 D)  $30^\circ$               E)  $45^\circ$

56. En un triángulo  $ABC$  se traza la altura  $BH$ , en la cual se ubica el punto  $P$  tal que  $m\angle ABH = 18^\circ$  y  $m\angle PAB = 12^\circ$ ; si  $BC=AB+AP$ , calcule la  $m\angle ACB$ .

- A)  $18^\circ$       B)  $15^\circ$       C)  $32^\circ$   
 D)  $16^\circ$               E)  $36^\circ$

57. En un triángulo  $ABC$  se traza la ceviana interior  $AD$  de modo que  $AB=DC$ , además  $m\angle DAC = \frac{m\angle ACD}{2} = \frac{m\angle BAC}{5}$ . Calcule la  $m\angle DAC$ .

- A)  $12^\circ$       B)  $16^\circ$       C)  $18^\circ$   
 D)  $10^\circ$               E)  $15^\circ$

58. En los lados  $BC$  y  $AC$  de un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se ubica los  $P$  y  $Q$  respectivamente de modo que  $m\angle PAC = 2(m\angle PAB)$ ,  $m\angle APQ = m\angle ACB$  y  $BP=3$  cm; calcule  $PQ$ .

- A) 3 cm      B)  $3\sqrt{2}$  cm      C)  $3\sqrt{3}$  cm  
 D) 1 cm              E) 6 cm

59. En la región exterior de un triángulo  $ABC$ , se ubica el punto  $F$  relativo a  $\overline{AB}$ , de modo que  $FB=BC$ , además  $m\angle AFB=90^\circ$ ,  $m\angle BFC=15^\circ$  y  $m\angle ACB=45^\circ$ . Calcule  $m\angle FAB$ .

- A)  $15^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $45^\circ$   
 D)  $22^\circ 30'$               E)  $60^\circ$

60. Dado un triángulo  $ABC$ , se ubica el punto  $D$  exterior y relativo a  $\overline{BC}$ , tal que  $AB=BD=DC$ ,  $m\angle DAC=30^\circ$  y  $m\angle BCD=40^\circ$ . Calcule la  $m\angle BAD$ .

- A)  $10^\circ$       B)  $15^\circ$       C)  $30^\circ$   
 D)  $25^\circ$               E)  $20^\circ$

61. En la región interior de un triángulo equilátero  $ABC$  se ubica el punto  $P$ , tal que  $m\angle APC = 90^\circ$ ; luego se traza exteriormente al triángulo  $APC$  los triángulos equiláteros  $APE$  y  $PCF$ . Calcule la  $m\angle EBF$ .
- A)  $90^\circ$       B)  $100^\circ$       C)  $120^\circ$   
D)  $150^\circ$       E)  $180^\circ$
62. En un triángulo  $ABC$ , la  $m\angle ACB = 143^\circ$ ; exteriormente y relativo a  $\overline{AB}$  se ubica el punto  $P$  de modo que  $PA=AB$  y  $m\angle PAB=53^\circ$ , luego se traza  $\overline{PH}$  perpendicular a  $\overline{AC}$  ( $H$  en  $\overline{AC}$ ). Si  $AH=6$  cm, calcule  $HC$ .
- A) 4 cm      B) 5 cm      C) 3 cm  
D) 2 cm      E) 2,5 cm
63. En un triángulo  $ABC$  se traza las bisectrices interiores  $AN$  y  $BM$ , si  $AB+BN=AM+BM$  y la  $m\angle BAC = 60^\circ$ . Calcule la  $m\angle BCA$ .
- A)  $30^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $40^\circ$   
D)  $80^\circ$       E)  $60^\circ$
64. En un triángulo acutángulo  $ABC$  se traza las alturas  $AM$  y  $BN$  las cuales se intersecan en  $H$ , en las prolongaciones de  $\overline{AM}$  y  $\overline{BN}$  se ubica los puntos  $A'$  y  $B'$  respectivamente tal que  $AA'=BC$ ;  $BB'=AC$ ; si  $\overline{A'B'}$  interseca a  $\overline{HC}$  en  $P$  y  $PC=AB$ , calcule la  $m\angle APB$ .
- A)  $60^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $53^\circ$   
D)  $37^\circ$       E)  $90^\circ$
65. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la bisectriz interior  $BD$  y  $\overline{CH}$  perpendicular a la prolongación de  $\overline{BD}$  ( $H$  en dicha prolongación); si  $BD=HD$ , calcule la  $m\angle HAC$ .
- A)  $22^\circ 30'$       B)  $37^\circ$       C)  $53^\circ$   
D)  $\frac{53^\circ}{2}$       E)  $\frac{37^\circ}{2}$
66. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la ceviana interior  $AE$  además se traza la perpendicular  $CF$  a la prolongación de  $\overline{AE}$  y  $\overline{BH} \perp \overline{AE}$  ( $F \in \overline{AE}$  y  $H \in \overline{AE}$ ). Si  $m\angle BAE = 2(m\angle ACE)$ ,  $BH=a$  y  $CF=b$ , calcule  $BC$ .
- A)  $a+b$       B)  $a+2b$       C)  $2a+b$   
D)  $\frac{a^2+b^2}{a+b}$       E)  $\frac{ab}{a+b}$
67. Interiormente a un triángulo  $ABC$  se ubica el punto  $P$  tal que  $m\angle PAB = m\angle PAC = 20^\circ$ ,  $m\angle ABP = 30^\circ$  y  $m\angle PCA = 10^\circ$ . Calcule la  $m\angle PCB$ .
- A)  $10^\circ$       B)  $20^\circ$       C)  $30^\circ$   
D)  $45^\circ$       E)  $37^\circ$
68. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ ,  $AB=6$  cm,  $BC=8$  cm, se traza la altura  $BH$ ; las bisectrices exteriores de los ángulos  $A$  y  $C$  intersecan a la prolongación de  $\overline{BH}$  en  $P$  y  $Q$  respectivamente. Calcule  $PQ$ .
- A) 6 cm      B) 3 cm      C) 24 cm  
D) 12 cm      E) 18 cm
69. En un triángulo  $ABC$ , se ubica un punto interior  $P$  tal que la  $m\angle PAB = 2(m\angle PAC)$ ,  $AB=AP$  y  $\overline{CP}$  es bisectriz de  $\angle BCA$ . Calcule la  $m\angle APC$ .
- A)  $120^\circ$       B)  $100^\circ$       C)  $150^\circ$   
D)  $140^\circ$       E)  $135^\circ$
70. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ ; en  $\overline{BC}$  se ubica los puntos  $M$  y  $N$  tal que  $m\angle BAM = m\angle MAN = m\angle NAC$ , luego se traza  $\overline{NH}$  perpendicular a  $\overline{AC}$  ( $H$  en  $\overline{AC}$ ) de modo que  $MC=2(HC)$ . Calcule la  $m\angle BCA$ .
- A)  $36^\circ$       B)  $18^\circ$       C)  $54^\circ$   
D)  $72^\circ$       E)  $31^\circ$

71. Interiormente a un triángulo isósceles  $ABC$  donde la  $m\angle ABC = 100^\circ$  se ubica el punto  $M$ ; tal que  $m\angle MCA = 20^\circ$  y  $m\angle MAC = 30^\circ$ , calcule la  $m\angle MBA$ .

- A)  $22^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $10^\circ$   
D)  $20^\circ$       E)  $18^\circ$

72. En un triángulo  $ABC$ ,  $m\angle ABC = 20^\circ$  y  $m\angle BAC = 80^\circ$ , luego se ubica el punto  $E$  de la mediatriz de  $\overline{AB}$  tal que  $m\angle ACE = 50^\circ$ . Calcule  $m\angle BEC$ .

- A)  $80^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $110^\circ$   
D)  $120^\circ$       E)  $115^\circ$

73. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , considerando fijo el punto  $B$ , se hace girar dicho triángulo sobre su plano, de modo que la posición final de  $A$  y  $C$  son  $A'$  y  $C'$  respectivamente, tal que  $\overline{BC'} \parallel \overline{AC}$ ,  $\overline{BC} \cap \overline{A'C'} = \{P\}$ ,  $BP=5$ ,  $PC=1$ . Calcule la longitud de la ceviana interior común para los triángulos  $ABC$  y  $A'BC'$ .

- A)  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$       B)  $\frac{12\sqrt{5}}{5}$       C)  $12\sqrt{5}$   
D)  $\frac{12\sqrt{3}}{5}$       E)  $\frac{6\sqrt{3}}{5}$

74. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la ceviana interior  $AM$  de modo que  $m\angle MAC = 2(m\angle MAB)$  y la distancia de  $B$  a  $\overline{AM}$  es la cuarta parte de la longitud de  $MC$ ; calcule la  $m\angle MAB$ .

- A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $25^\circ$   
D)  $15^\circ$       E)  $18^\circ 30'$

75. En el interior de un triángulo isósceles  $ABC$  ( $AB=BC$ ) se ubica el punto  $P$  tal que  $m\angle PCA = 20^\circ$ ;  $m\angle PBA = 10^\circ$  y  $m\angle PBC = 70^\circ$ . Calcule la  $m\angle PAC$ .

- A)  $25^\circ$       B)  $40^\circ$       C)  $10^\circ$   
D)  $44^\circ$       E)  $18^\circ 30'$

76. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , la  $m\angle BAC = 37^\circ$  y el lado  $BC$  está contenido en una recta  $\overleftrightarrow{\mathcal{L}}$ . Si dicho triángulo gira en su plano entorno a su vértice  $C$  hasta su posición final  $A'B'C$  de modo que  $A' \in \overleftrightarrow{\mathcal{L}}$ , finalmente el triángulo  $A'B'C$  gira en su plano entorno a  $A'$  hasta su posición final  $A'B''C'$  de modo que  $B'' \in \overleftrightarrow{\mathcal{L}}$ . Calcule la medida del ángulo entre  $\overline{BC'}$  y  $\overline{AB''}$ .

- A)  $\frac{55^\circ}{4}$       B)  $\frac{37^\circ}{2}$       C)  $\frac{53^\circ}{2}$   
D)  $\frac{65^\circ}{2}$       E)  $53^\circ$

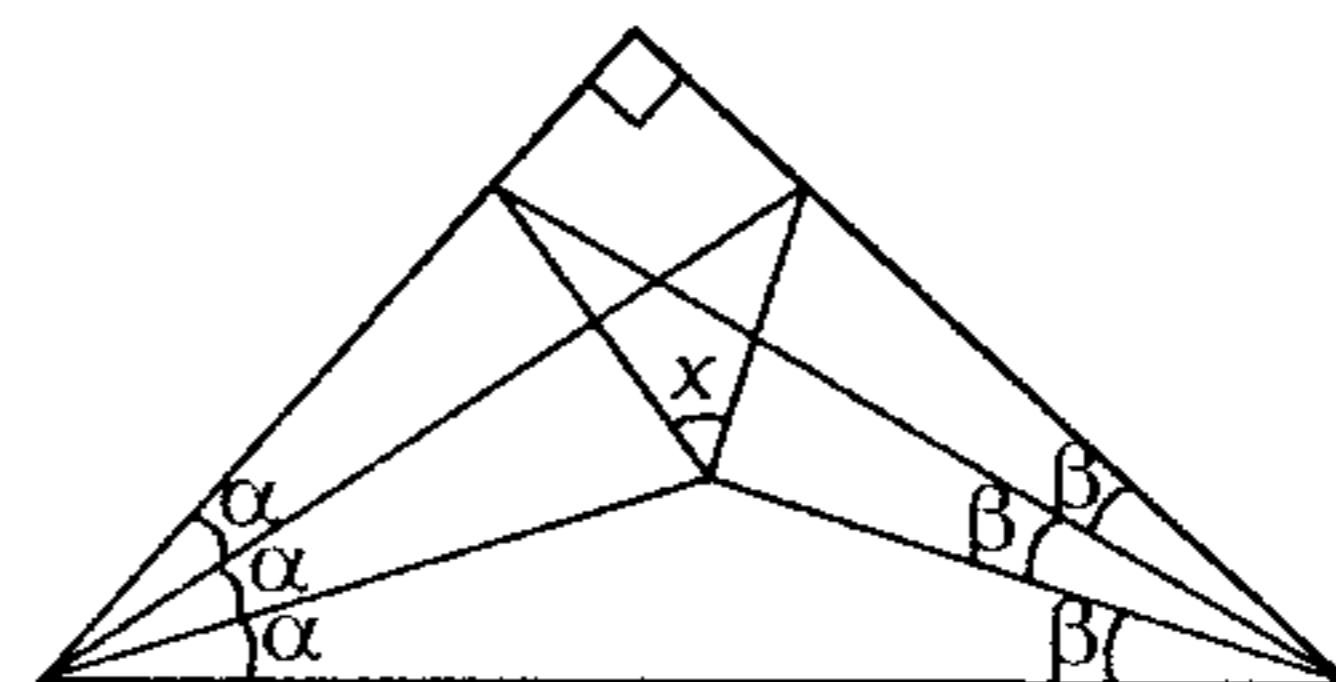
77. En una recta  $\mathcal{L}$  se ubica los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  ( $AB \neq BC$ ), hacia un mismo lado de la recta se ubica los puntos  $P$  y  $Q$ , hacia el otro el punto  $R$  tal que  $AP=PB$ ;  $BQ=QC$  y  $AR=RC$ . Si  $m\angle APB = m\angle BQC = m\angle ARC = 120^\circ$ , calcule la  $m\angle PRQ$ .

- A)  $45^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $120^\circ$   
D)  $60^\circ$       E)  $80^\circ$

78. En un triángulo isósceles  $ABC$ ,  $m\angle ABC > 60^\circ$ , interiormente se ubica el punto  $P$  tal que  $AB=AP=BC$ ,  $m\angle PAC = 10^\circ$  y  $m\angle PCA = 30^\circ$ , calcule la  $m\angle PAB$ .

- A)  $20^\circ$       B)  $40^\circ$       C)  $45^\circ$   
D)  $37^\circ$       E)  $42^\circ$

79. Según el gráfico, calcule  $x$ .



- A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $59^\circ$   
D)  $60^\circ$       E)  $90^\circ$

80. Interiormente a un triángulo equilátero se ha ubicado un punto arbitrario  $P$ , desde el cual se ha trazado las perpendiculares  $PD$ ,  $PE$ , y  $PF$  a los lados  $BC$ ,  $CA$  y  $AB$  ( $D$ ,  $E$  y  $F$  en dichos lados respectivamente). Calcule  $\frac{PD + PE + PF}{BD + CE + AF}$ .

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       C)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       E)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

81. En el exterior de un triángulo  $ABC$  y relativo a  $\overline{AC}$  se ubica el punto  $D$  tal que  $BD=CD$ ,  $BA=AD$ ; calcule  $m\angle BAC$ , si  $m\angle CBD = 75^\circ$  y  $m\angle BCA = 30^\circ$ .

- A)  $10^\circ$       B)  $15^\circ$       C)  $12^\circ$   
 D)  $18^\circ$       E)  $30^\circ$

82. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , exteriormente y relativo a  $\overline{BC}$  se ubica el punto  $P$  tal que la  $m\angle APC = 90^\circ$ ,  $m\angle BCP = 3(m\angle ACB)$  y  $AB$  es igual al doble de la distancia de  $P$  a  $\overline{AC}$ . Calcule  $m\angle ACB$ .

- A)  $20^\circ$       B)  $25^\circ$       C)  $15^\circ$   
 D)  $16^\circ$       E)  $18^\circ$

83. En los lados  $BC$  y  $AC$  de un triángulo  $ABC$  se ubica los puntos  $S$  y  $D$  tal que las prolongaciones de  $\overline{SD}$  y  $\overline{BA}$  se intersecan en  $P$ , luego se traza  $\overline{DH}$  perpendicular a  $\overline{BC}$  en el punto  $H$ , de modo que  $m\angle ABC = 2(m\angle HDC)$ ,  $m\angle PBD = 2(m\angle ADP)$ ,  $DH=6$  y la distancia de  $P$  a  $\overline{BD}$  es 7. Calcule la distancia de  $P$  a  $\overline{BC}$ .

- A) 26      B) 13      C) 5,7  
 D) 6,5      E) 9

84. En un triángulo isósceles  $ABC$ , la  $m\angle ABC = 120^\circ$  en  $\overline{BC}$  y  $\overline{AB}$  se ubica los puntos  $M$  y  $N$  respectivamente; si  $AM=b$ ,  $CN=c$ ,  $MN=a$ , calcule la medida del ángulo que determinan  $\overline{AM}$  y  $\overline{CM}$  si en el triángulo  $PQR$  ( $PQ=a$ ;  $QR=b$ ;  $PR=c$ ) la  $m\angle PRQ = 20^\circ$ .

- A)  $20^\circ$       B)  $40^\circ$       C)  $30^\circ$   
 D)  $60^\circ$       E)  $45^\circ$

### Polígonos

85. En un polígono equiángulo, la medida de su ángulo interior es  $(p+15)$  veces la medida de su ángulo exterior y además se cumple que el número de diagonales es  $135p$ . Calcule el número de lados de dicho polígono para  $p$  impar.

- A) 48      B) 46      C) 135  
 D) 80      E) 90

86. En un polígono regular  $ABCDEFGHI \dots$ , las prolongaciones de  $\overline{AD}$  y  $\overline{HE}$  se intersecan en  $P$ . Calcule su número de diagonales si la  $m\angle APH = 132^\circ$ .

- A) 405      B) 400      C) 375  
 D) 435      E) 370

87. En un polígono de  $n$  lados desde  $n-9$  vértices consecutivos se puede trazar  $9n+22$  diagonales. Calcule la suma de las medidas de los ángulos interiores de dicho polígono.

- A)  $4100^\circ$       B)  $1080^\circ$       C)  $720^\circ$   
 D)  $4220^\circ$       E)  $4140^\circ$

88. En cierto polígono equiángulo  $ABCDE\dots$ ; averigüe el mínimo número de lados para que las perpendiculares a  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  determinen un ángulo agudo y dé como respuesta el número de diagonales trazadas desde cinco vértices consecutivos.

- A) 23      B) 27      C) 24  
 D) 36      E) 9

89. Se tiene 3 polígonos equiángulos, tal que el número de diagonales del primer y tercer polígono están en la relación de 1 a 6, la suma de las medidas de los ángulos internos del segundo y primer polígono se diferencia en  $360^\circ$  y las medidas de los ángulos externos del tercer y segundo polígono están en relación de 2 a 3. Calcule la medida del ángulo interno del primer polígono.

- A)  $135^\circ$       B)  $150^\circ$       C)  $120^\circ$   
 D)  $109^\circ$       E)  $144^\circ$

90. Si el número de lados de un polígono equiángulo aumenta, su número de diagonales totales aumenta en 19 y la medida de su ángulo interior aumenta en  $6^\circ$ . Calcule el número de diagonales media que se puede trazar de 7 lados consecutivos.

- A) 50      B) 48      C) 42  
 D) 60      E) 58

91. Se tiene un dodecágono equiángulo  $ABCDEFGHIJKL$ , si  $AB=4\text{m}$ ,  $BC=3\sqrt{3}\text{m}$ ,  $CD=7$  y la distancia de  $G$  a la recta que contiene a  $\overline{AB}$  es  $11\sqrt{3}\text{m}$ . Calcule la distancia del punto medio de  $\overline{GD}$  a dicha recta.

- A)  $6\sqrt{3}\text{m}$       B)  $7\sqrt{3}\text{m}$   
 C)  $8\sqrt{3}\text{m}$   
 D)  $9\sqrt{3}\text{m}$       E)  $10\sqrt{3}\text{m}$

92. En un pentágono  $ABCDE$ ; la  $m\angle ABC = m\angle CDE = 90^\circ$ , y la medida de sus otros ángulos son iguales; calcule la distancia de  $A$  a  $\overline{DE}$  si  $BC=4\text{cm}$ ,  $CD=10\text{cm}$  y la distancia de  $C$  a  $\overline{AE}$  es  $9\text{cm}$ .

- A)  $6\sqrt{3}\text{cm}$       B)  $5\sqrt{3}\text{cm}$   
 C)  $5\text{cm}$   
 D)  $5\sqrt{2}\text{cm}$       E)  $6\text{cm}$

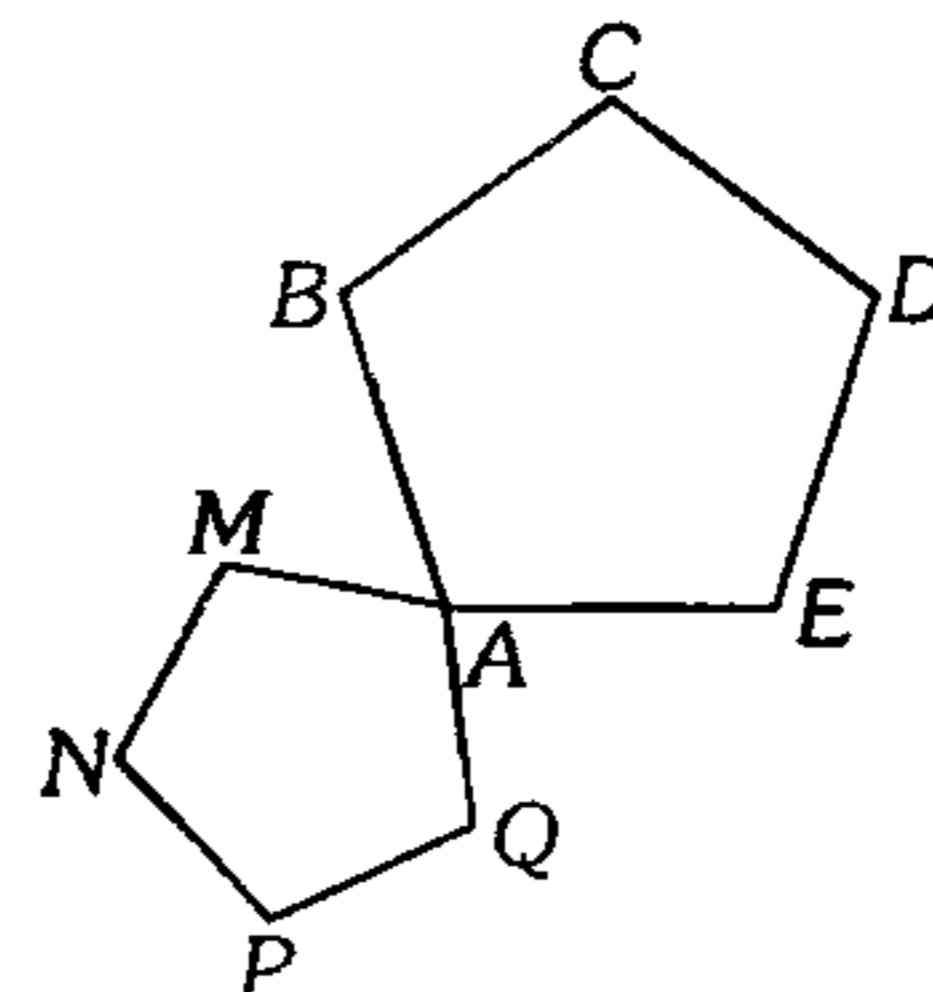
93. En un pentágono convexo  $ABCDE$  se ubica el punto medio  $M$  de  $\overline{AE}$ . Si los ángulos  $ABC$  y  $EDC$  son suplementarios,  $AB=CD$  y  $BC=ED$ , calcule la  $m\angle BMD$ .

- A)  $60^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $45^\circ$   
 D)  $120^\circ$       E)  $75^\circ$

94. En un dodecágono regular  $ABCDEFGHIJKL$  las diagonales  $CJ$  y  $AD$  se intersecan en  $P$ ; luego por  $P$  se traza una recta  $\mathcal{L}$  que interseca a  $\overline{CD}$ , calcule la distancia de  $C$  a  $\mathcal{L}$  si las distancias de  $A$  y  $M$  a dicha recta son  $a$  y  $b$  respectivamente, siendo  $M$  la intersección  $\overline{LA}$  y  $\overline{BC}$ .

- A)  $b-a$       B)  $2b-a$       C)  $a+b$   
 D)  $\frac{a+b}{2}$       E)  $\frac{b-a}{2}$

95. Calcule la medida del ángulo formado por  $\overline{BQ}$  y  $\overline{ME}$ , si  $ABCDE$  y  $AMNPQ$  son pentágonos regulares.



- A)  $72^\circ$       B)  $36^\circ$       C)  $12^\circ$   
 D)  $75^\circ$       E)  $60^\circ$

96. Calcule el número de lados de un polígono convexo, si el número total de sus diagonales, más el número de triángulos que se forman al unir un vértice con los restantes, más el número de ángulos rectos a que equivale la suma de sus ángulos interiores es igual a 14.

- A) 3      B) 4      C) 5  
 D) 6      E) 7

97. En un hexágono  $ABCDEF$  cuyo perímetro es 80 cm, se considera un punto  $O$  interior a dicho exágono y se une dicho punto con los vértices del exágono. Diga, cuál de los siguientes valores no puede ser el valor de:  
 $OA + OB + OC + OD + OE + OF$ .

- A) 200 cm    B) 150 cm    C) 100 cm  
 D) 56,5 cm    E) 40,01 cm

98. En la región interior de un pentágono regular  $ABCDE$ , se ubica un punto  $P$ , tal que  $PD=DE$  y  $m\angle PAB = 42^\circ$ , calcule la  $m\angle DPE$ .

- A)  $42^\circ$     B)  $45^\circ$     C)  $48^\circ$   
 D)  $54^\circ$     E)  $60^\circ$

99. En un hexágono regular  $ABCDEF$  se ubica los puntos  $M, N$  y  $Q$  en su región interna, tal que  $AMNF$  es un cuadrado y  $AQF$  un triángulo equilátero. Calcule la medida del ángulo formado por las rectas  $\overleftrightarrow{CE}$  y  $\overleftrightarrow{MQ}$ .

- A)  $8^\circ$     B)  $10^\circ$     C)  $22^\circ 30'$   
 D)  $15^\circ$     E)  $30^\circ$

### Cuadriláteros

100. Con respecto al cuadrilátero que tiene por vértices los puntos medios de los lados de un trapezoide; analice las siguientes proposiciones.

- Es necesariamente un romboide.
- Es un rombo, si las diagonales del trapezoide son congruentes.
- Es equiángulo, si las diagonales del trapezoide son perpendiculares.
- Es regular, si las diagonales del trapezoide son congruentes y perpendiculares.

- A) FVFV    B) FFFV    C) FVVV  
 D) FFVV    E) VVVV

101. En la región interior de un trapezoide  $ABCD$  se ubica el punto  $E$  de modo que los triángulos  $AEB$  y  $CED$  sean equiláteros. Calcule la razón de las longitudes de los segmentos que tienen por extremos los puntos medios de los lados opuestos del trapezoide, además la medida del ángulo que forman dichos segmentos.

- A)  $\sqrt{3}; 120^\circ$     B)  $\sqrt{3}; 60^\circ$     C)  $\frac{3}{4}; 106^\circ$   
 D)  $\frac{3}{4}; 90^\circ$     E)  $\sqrt{3}; 90^\circ$

102. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , la  $m\angle BCA = 53^\circ/2$ ; exteriormente a dicho triángulo se traza los cuadrados  $ABMN$  y  $BCEF$ , luego se traza  $\overline{EH}$  perpendicular a  $\overleftrightarrow{AC}$  ( $H \in \overleftrightarrow{AC}$ ). Calcule la medida del ángulo formado por  $\overleftrightarrow{HB}$  y  $\overleftrightarrow{GA}$ , siendo  $G$  la intersección de  $\overleftrightarrow{NM}$  y  $\overleftrightarrow{EF}$ .

- A)  $\frac{179^\circ}{2}$     B)  $\frac{159^\circ}{2}$     C)  $\frac{139^\circ}{2}$   
 D)  $\frac{189^\circ}{2}$     E)  $\frac{171^\circ}{2}$

103. Las diagonales de un trapecio miden 8 y 11u. Halle el máximo valor entero de la base media.

- A) 8    B) 9    C) 10  
 D) 11    E) 12

104. El vértice  $C$  de un cuadrilátero convexo  $ABCD$  pertenece a la mediatriz de  $\overline{BD}$ , además las medidas de los ángulos exteriores de dicho cuadrilátero en los vértices  $B$  y  $C$  son  $120^\circ - 2\theta$  y  $2\theta$  respectivamente; si  $M$  es punto medio de  $\overline{BD}$ ,  $m\angle BAD = \theta$  y  $AB=CD$ . Calcule la  $m\angle MAD$ .

- A)  $15^\circ$     B)  $23^\circ$     C)  $22^\circ 30'$   
 D)  $18^\circ 30'$     E)  $25^\circ 30'$

105. En el lado  $CD$  y en la prolongación del lado  $AD$  de un rombo  $ABCD$  se ubica los puntos  $E, F$  respectivamente de modo que  $CE=DF$ ; calcule la medida del ángulo formado por  $\overline{BE}$  y  $\overline{CF}$ ; si la medida del ángulo determinado por  $\overline{AC}$  y una recta perpendicular a  $\overline{BE}$  es igual a  $20^\circ$ .

- A)  $30^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $25^\circ$   
D)  $35^\circ$       E)  $40^\circ$

106. En el lado  $AD$  de un cuadrilátero convexo  $ABCD$  se ubica el punto  $E$  de modo que  $AB=BE$ ,  $EC=CD$  y  $BC=8\sqrt{2}$ ; calcule la distancia entre los puntos medios de las diagonales de dicho cuadrilátero.

- A) 4 cm      B)  $4\sqrt{3}$  cm      C)  $4\sqrt{2}$  cm  
D)  $2\sqrt{2}$  cm      E) 4 cm

107. Exteriormente a un triángulo  $ABC$  se traza los triángulos isósceles  $ABE$  y  $CBF$  cuyas bases son  $AE$  y  $CF$  respectivamente; si  $M$  y  $N$  son los puntos medios de dichas bases y  $Q$  es el punto medio de  $\overline{AC}$ , calcule  $\frac{MQ}{QN}$ .

- A) 1      B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{2}{3}$   
D)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

108. En un trapecio  $ABCD$  cuya base mayor es  $AD$  por el punto de intersección de las diagonales se traza una recta que interseca a los lados laterales, luego se traza las perpendiculares  $AF, BG, CH$  y  $DI$  hacia dicha recta ( $F, G, H$  e  $I$  ubicados en la recta); tal que  $AF+DI=19$  y  $BG+CH=7$ . Calcule la distancia del punto medio del segmento que une los puntos medios de las diagonales hacia dicha recta.

- A) 3,05      B) 3,25      C) 3  
D) 2,5      E) 2

109. En un trapecio isósceles  $ABCD$  ( $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ) tal que la  $m\angle ACD = 90^\circ$  y  $CD=2(BE)$ , siendo  $\overline{CE}$  perpendicular a  $\overline{AB}$  ( $E$  en la prolongación de  $\overline{AB}$ ); calcule la  $m\angle BCE$ .

- A)  $18^\circ 30'$       B)  $15^\circ$       C)  $26^\circ 30'$   
D)  $60^\circ$       E)  $30^\circ$

110. En un romboide  $ABCD$ ,  $M$  y  $N$  son los puntos medios de  $\overline{AD}$  y  $\overline{CD}$ , además  $\overline{BM}$  y  $\overline{BN}$  intersecan a  $\overline{AC}$ , en  $L$  y  $T$  respectivamente; calcule la suma de las distancias de  $A$  y  $C$  en una recta exterior al romboide, si la suma de las distancias de  $L$  y  $T$  a dicha recta es  $K$ .

- A)  $\frac{K}{2}$       B)  $K$       C)  $K\sqrt{2}$   
D)  $K\sqrt{3}$       E)  $\frac{K}{3}$

111. En la prolongación del lado  $PS$  de un cuadrado  $PQRS$  se ubica el punto  $M$  y en  $\overline{QR}$  se ubica el punto  $L$ , tal que  $\overline{LM}$  interseca a  $\overline{RS}$  en  $T$ , de modo que  $LT=PT$  y  $QL=SM$ . Calcule  $m\angle LTP$ .

- A)  $75^\circ$       B)  $37^\circ$       C)  $53^\circ$   
D)  $60^\circ$       E)  $45^\circ$

112. En un trapecio rectángulo  $ABCD$  recto en  $A$  y  $B$ , se ubica el punto medio  $M$  de  $\overline{AB}$ , de modo que  $m\angle DMC = 90^\circ$  y la distancia de  $A$  a  $\overline{CD}$  con la suma de las distancias de un punto de  $\overline{MC}$  a  $\overline{CD}$  y  $\overline{AD}$  están en la razón 4 a 5; calcule la  $m\angle ADC$ .

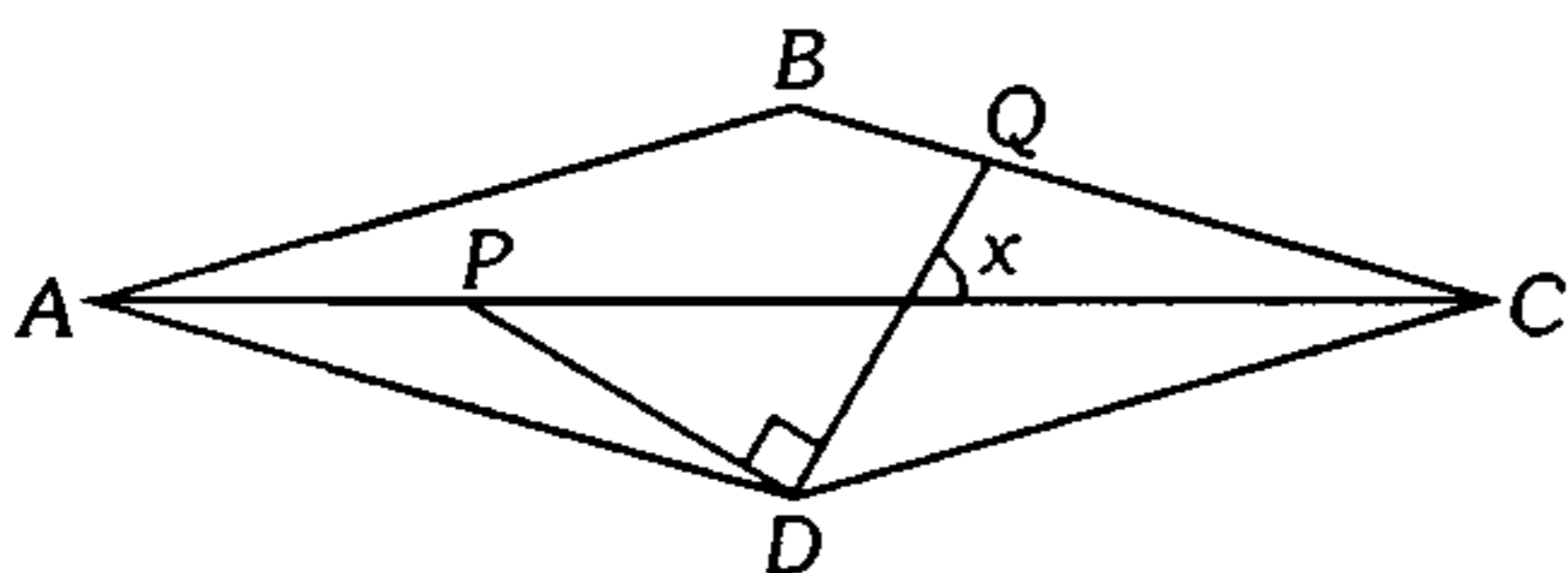
- A)  $37^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $75^\circ$   
D)  $53^\circ$       E)  $74^\circ$

113. Exteriormente a un romboide  $ABCD$  y sobre los lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  y  $\overline{AD}$  se traza cuadrados de centro  $O_1, O_2, O_3$  y  $O_4$  respectivamente. Calcule la medida del ángulo formado por  $\overline{O_1O_3}$  y  $\overline{O_2O_4}$ .

- A)  $45^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $90^\circ$   
D)  $120^\circ$       E)  $135^\circ$



114. Según el gráfico  $ABCD$  es un rombo y  $AP=PD=DQ$ . Calcule  $x$ .



- A)  $60^\circ$       B)  $53^\circ$       C)  $45^\circ$   
D)  $75^\circ$       E)  $72^\circ$

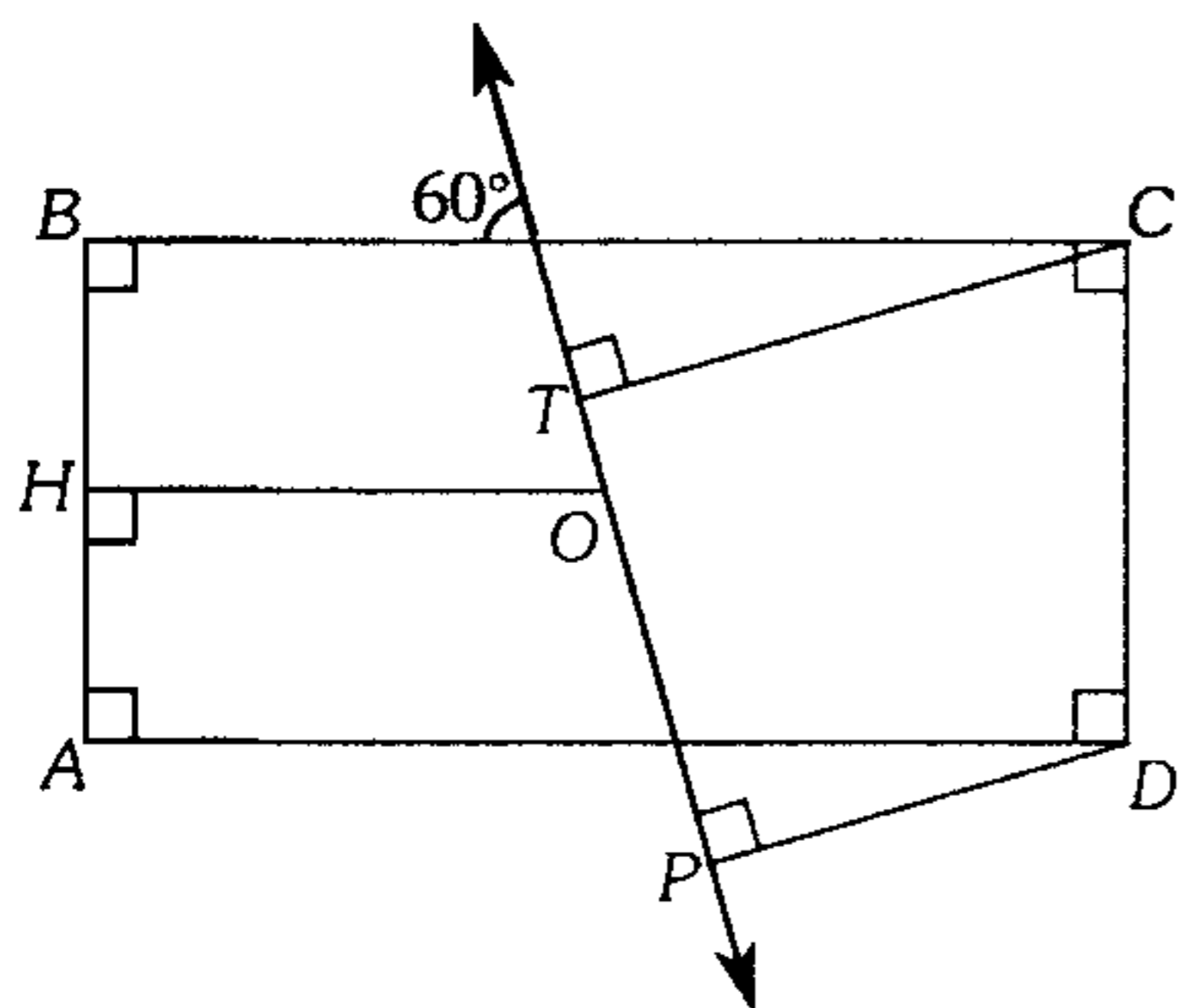
115. Interiormente a un cuadrilátero convexo  $ABCD$  se ubica el punto  $P$  tal que  $AB=AP$ ,  $DC=DP$  y  $m\angle PAD + m\angle BDA = m\angle PDA + m\angle ADC = 90^\circ$ ; calcule la  $m\angle AMD$  siendo  $M$  el punto medio de  $\overline{BC}$ .

- A)  $72^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $90^\circ$   
D)  $120^\circ$       E)  $135^\circ$

116. En un cuadrilátero  $ABCD$ ;  $BD=BC$ ,  $m\angle BAC = m\angle CAD = 20^\circ$  y  $m\angle ABD = 30^\circ$ . Calcule  $m\angle ACD$ .

- A)  $15^\circ$       B)  $10^\circ$       C)  $25^\circ$   
D)  $36^\circ$       E)  $20^\circ$

117. En el gráfico,  $O$  es el centro del rectángulo  $ABCD$  y  $CT+DP=8\sqrt{3}$ . Calcule  $OH$ .



- A) 4      B) 8      C) 2  
D) 6      E)  $4\sqrt{3}$

118. En un rectángulo  $ABCD$ ,  $O$  es punto medio de  $\overline{BD}$ , se ubica un punto  $P$  en la prolongación de  $\overline{CD}$  tal que  $m\angle OPC = m\angle CBD$ , las distancias de  $A$  a  $\overline{BD}$  y de  $P$  al punto  $O$  están en la razón de 2 y 5. Calcule  $m\angle POD$ .

- A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $37^\circ$   
D)  $53^\circ$       E)  $60^\circ$

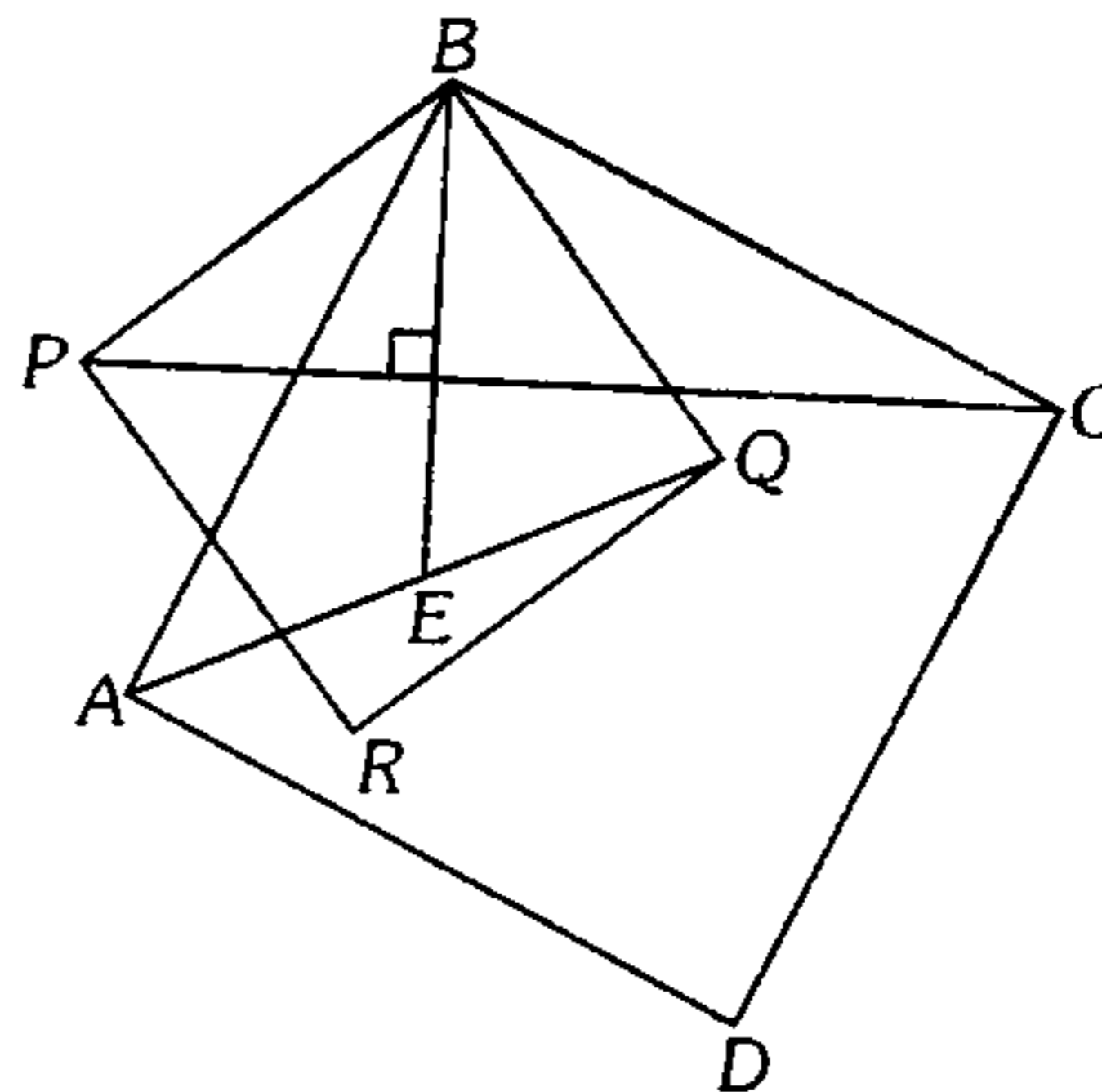
119. En un trapecio  $ABCD$  ( $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ),  $P$  es el punto medio de  $\overline{BD}$ , de manera que  $m\angle CPD = m\angle BAD$ ,  $AB=BP$  y  $CP=3$ . Calcule  $AD$ .

- A) 6      B) 9      C) 7  
D) 4      E) 10

120. Exteriormente a un rombo  $ABCD$  se traza el triángulo equilátero  $BPC$  y en la región interior a dicho rombo se ubica el punto  $Q$  que pertenece a  $\overline{AP}$ , de modo que la  $m\angle BCQ = 2(m\angle BPA)$ . Calcule la  $m\angle CQD$ .

- A)  $60^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $53^\circ$   
D)  $74^\circ$       E)  $75^\circ$

121. En el gráfico  $ABCD$  y  $PBQR$  son cuadrados y  $BE=4$  cm. Calcule  $PC$ .



- A)  $4\sqrt{2}$       B) 8 cm      C)  $8\sqrt{2}$  cm  
D) 16 cm      E) 12 cm

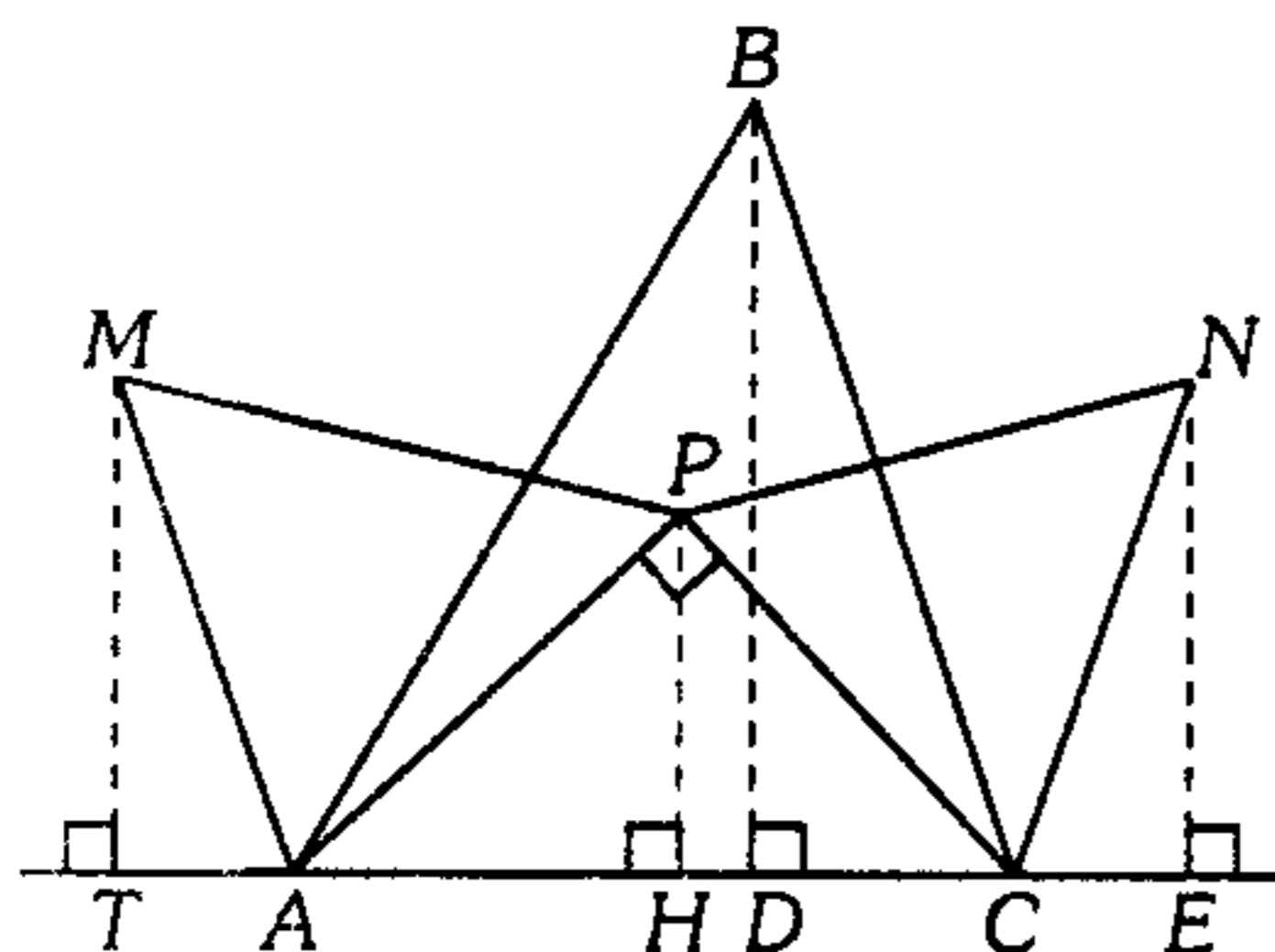
122. Se tiene un trapecio  $ABCD$  isósceles, de bases  $BC$  y  $AD$  las cuales miden 3 m y 11 m, se construye exteriormente los cuadrados  $ABEF$  y  $CDMN$  de centros  $O_1$  y  $O_2$ . Sabiendo que la altura del trapecio es 5 m, calcule  $O_1O_2$ .

- A) 9 m      B) 10 m      C) 11 m  
D) 12 m      E) 13 m

123. En la región interior de un triángulo  $ABC$  se ubica el punto  $P$  de modo que  $BP=AC$  y  $m\angle PAB = m\angle PCB = m\angle ABC$ . Calcule la  $m\angle ABC$ .

- A) 3°      B) 45°      C) 75°  
D) 60°      E) 53°

124. En el gráfico los triángulos  $ABC$ ,  $APM$  y  $PCN$  son equiláteros. Si  $m\angle APC=90^\circ$ ,  $MT=3$ ,  $NE=4$  y  $BD=5$ , calcule  $PH$ .



- A) 1      B) 2      C) 2,5  
D) 1,5      E) 3

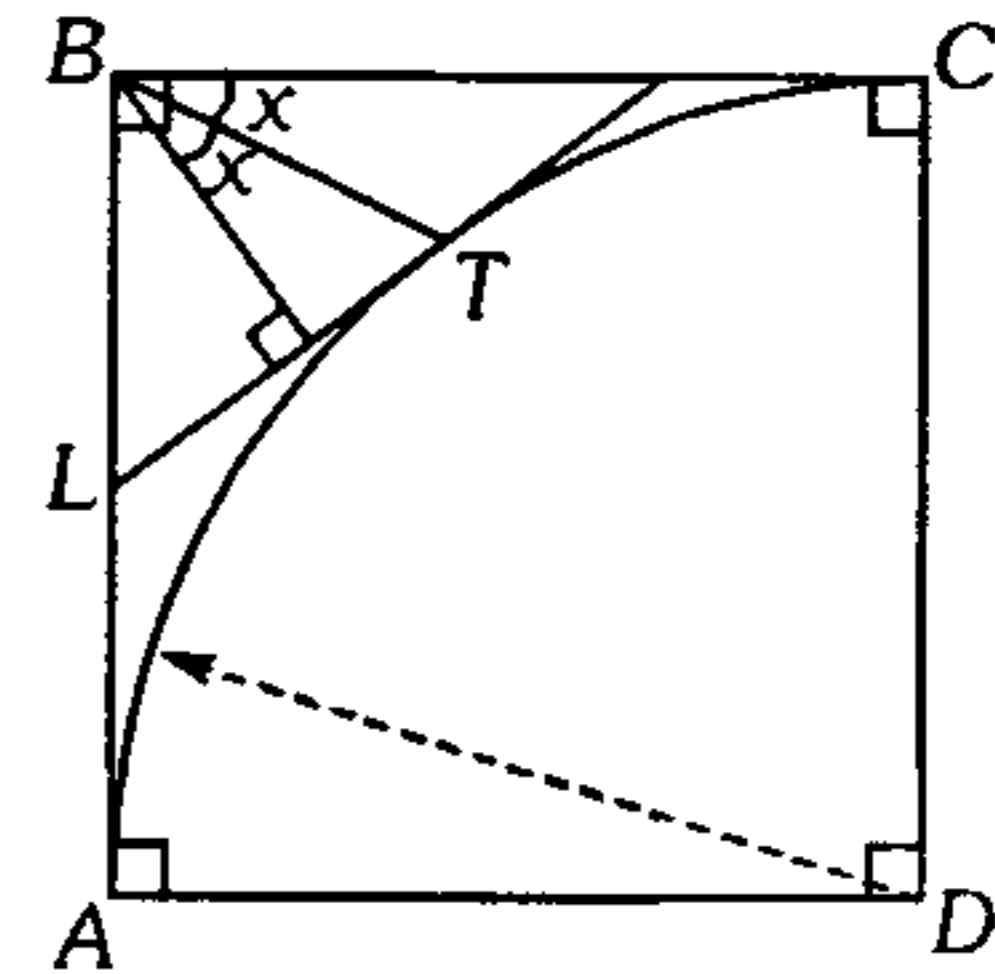
**Circunferencia**

125. Interiormente a un cuadrado  $ABCD$  se traza los cuadrantes  $BAD$  y  $ADC$ , los que se intersecan en  $P$ . Exteriormente a dicho cuadrado está el triángulo equilátero  $CRD$ ; si  $T$  es punto medio del arco  $PD$ , calcule la medida del ángulo  $ART$ .

- A) 8°      B) 15°      C) 27°  
D) 20°      E) 30°

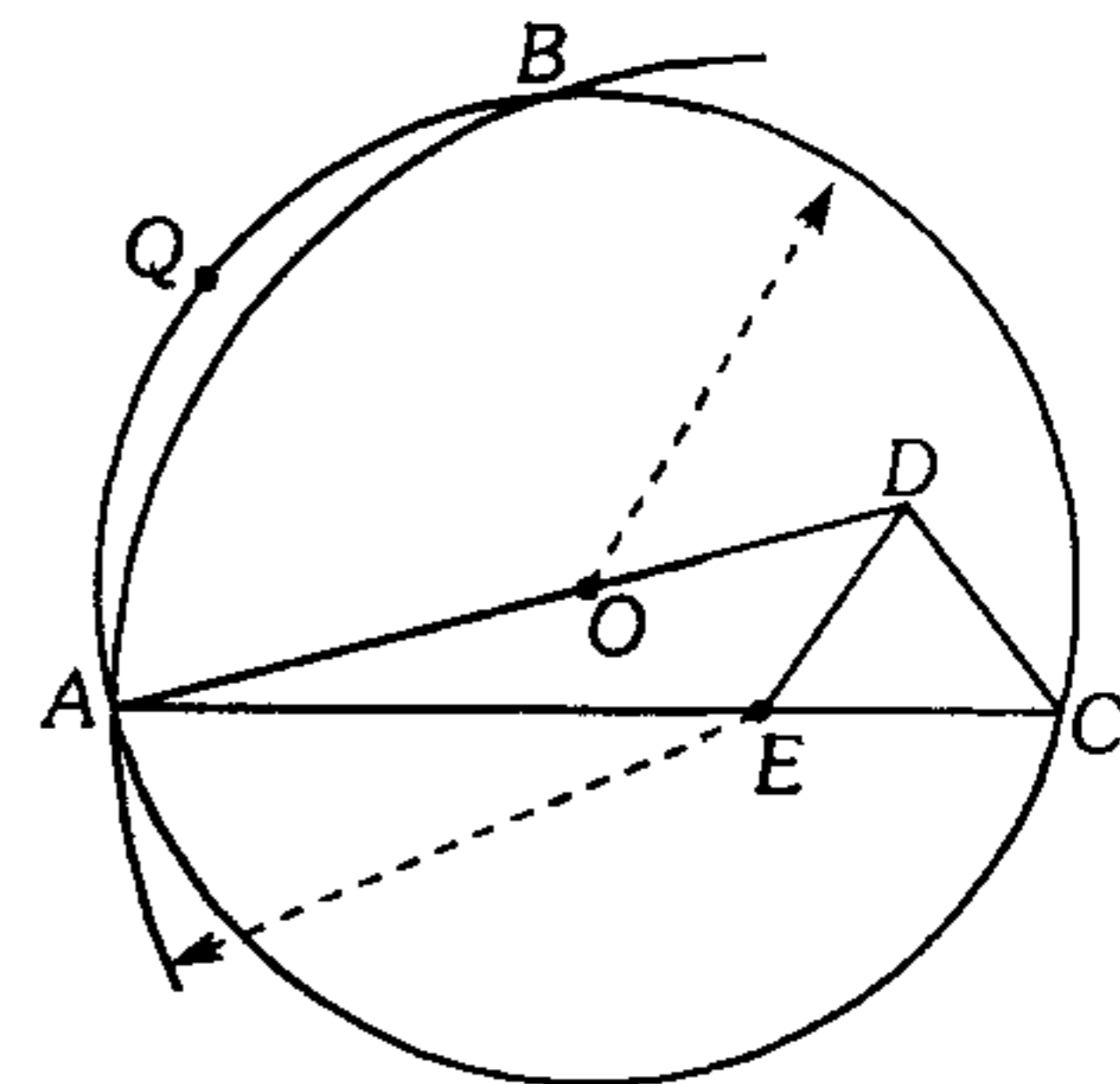
126. Según el gráfico  $ABCD$  es un cuadrado,  $T$  es punto de tangencia. Calcule  $x$ .

- A) 30°  
B) 20°  
C)  $53/2^\circ$   
D)  $37/2^\circ$   
E) 15°



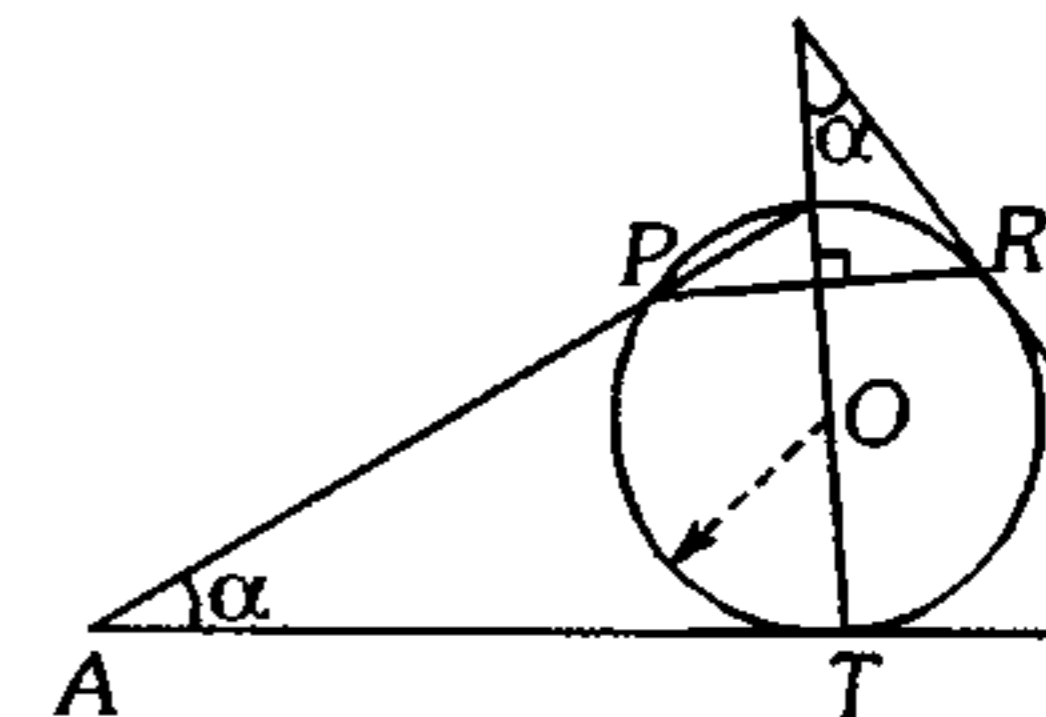
127. En el gráfico, el triángulo  $EDC$  es equilátero y  $m\widehat{BC} = 120^\circ$ . Calcule  $m\widehat{AQB}$ .

- A) 100°  
B) 80°  
C) 105°  
D) 90°  
E) 110°



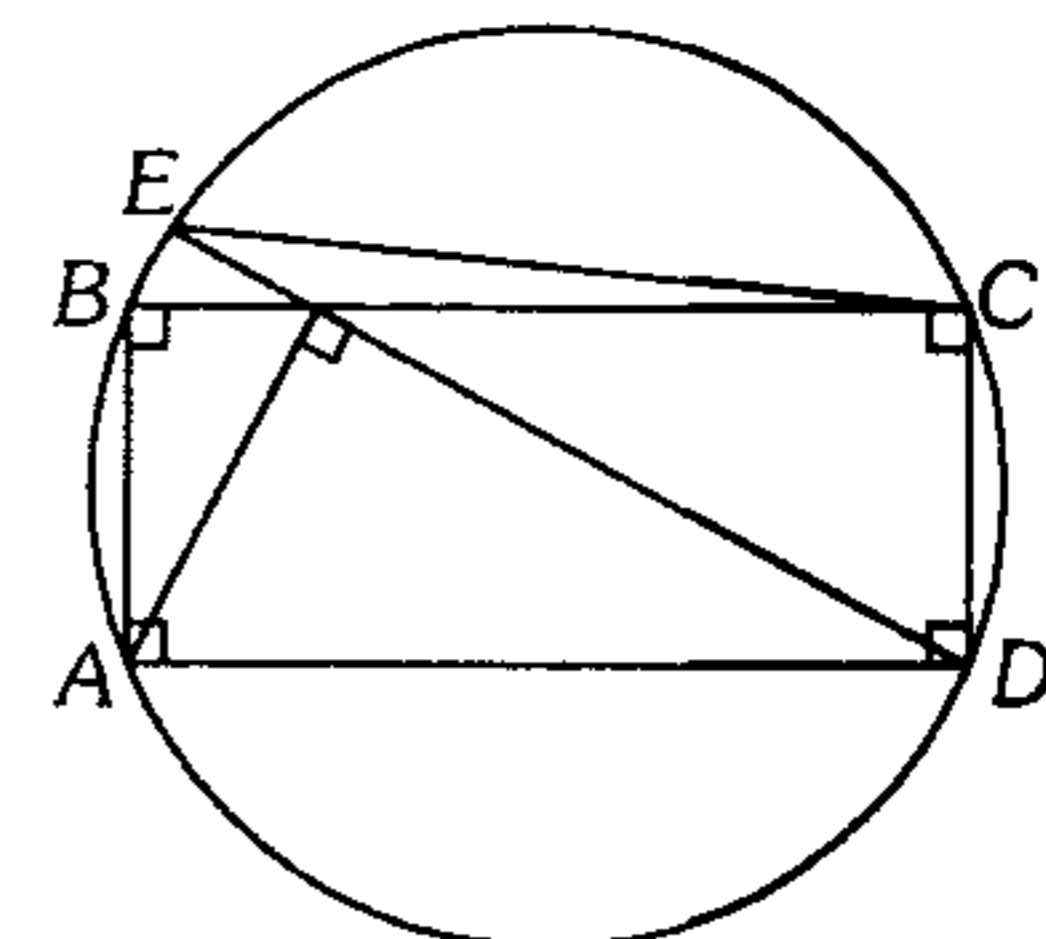
128. Del gráfico mostrado, calcule  $\alpha$  si  $R$  y  $T$  son puntos de tangencia.

- A)  $53/2^\circ$   
B)  $37/2^\circ$   
C) 37°  
D) 15°  
E) 30°



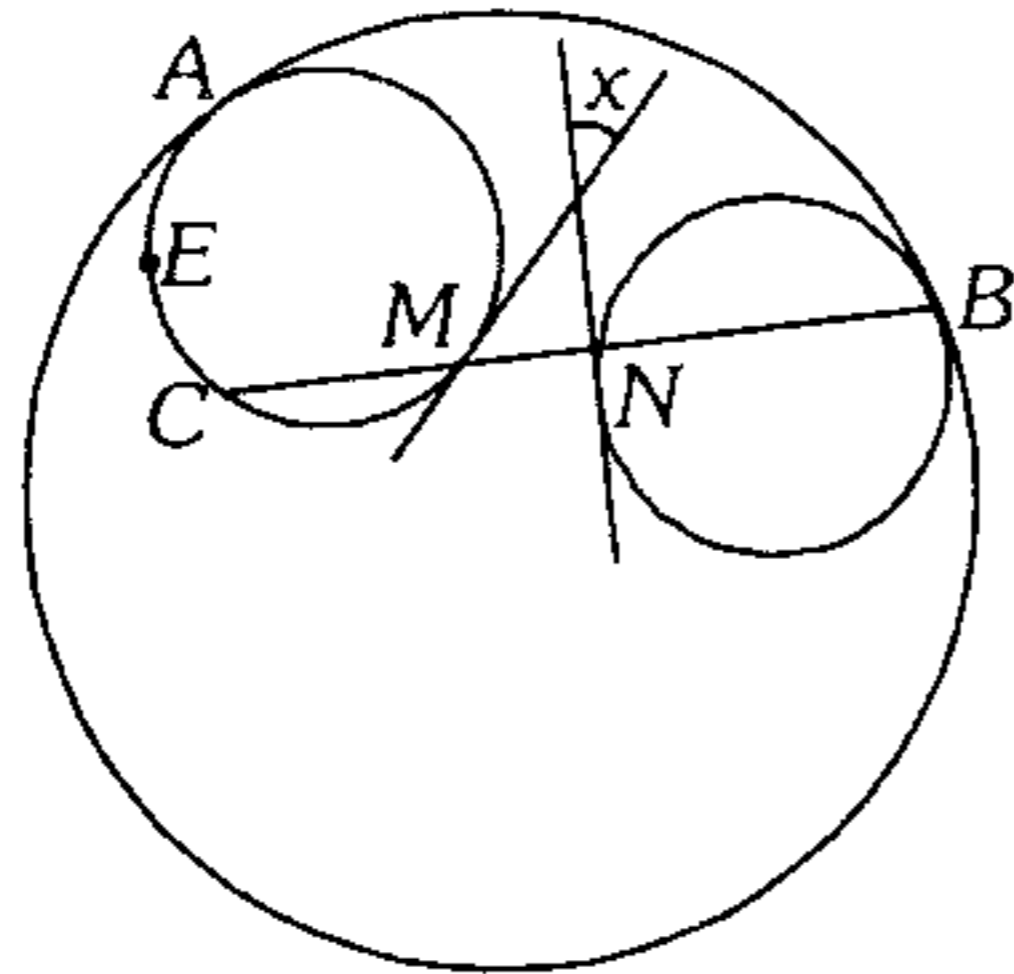
129. En el gráfico  $ABCD$  es un rectángulo,  $\widehat{ED}$  y  $\widehat{BC}$  determinan un ángulo que mide  $15^\circ$ . Calcule la  $m\angle ECB$ .

- A) 1°  
B) 2°  
C) 3°  
D) 4°  
E) 5°



130. En el gráfico  $M, N, A$  y  $B$  son puntos de tangencia; calcule  $x$ , si  $m\widehat{AB} = m\widehat{AEC} = 100^\circ$ .

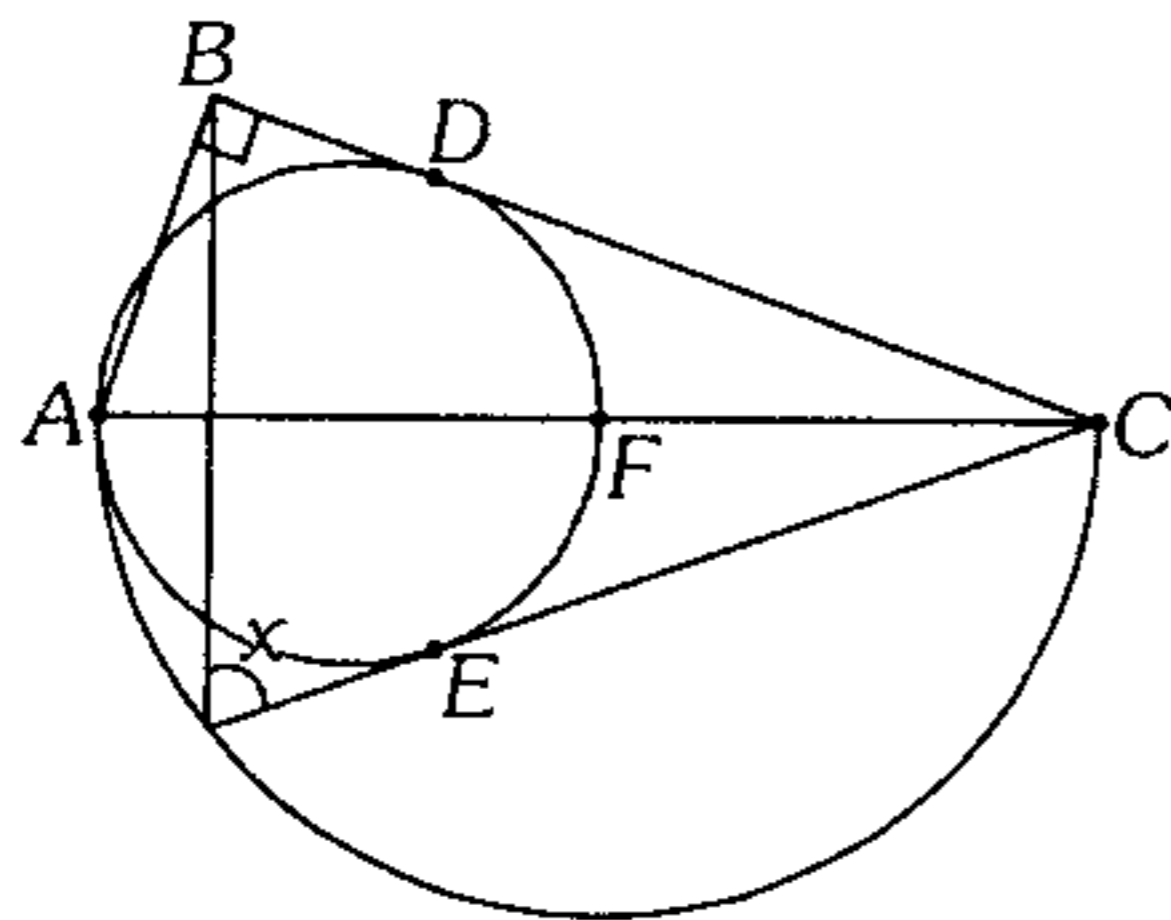
- A)  $10^\circ$
- B)  $20^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $40^\circ$
- E)  $50^\circ$



131. Desde un punto  $P$  exterior a una circunferencia se traza las tangentes  $PA, PB$  ( $A$  y  $B$  puntos de tangencia) y la secante  $PCD$  de modo que la  $m\angle APB = m\widehat{CBD} = 90^\circ$ ; calcule la  $m\widehat{AC}$ .

- A)  $30^\circ$
- B)  $53^\circ$
- C)  $50^\circ$
- D)  $75^\circ$
- E)  $74^\circ$

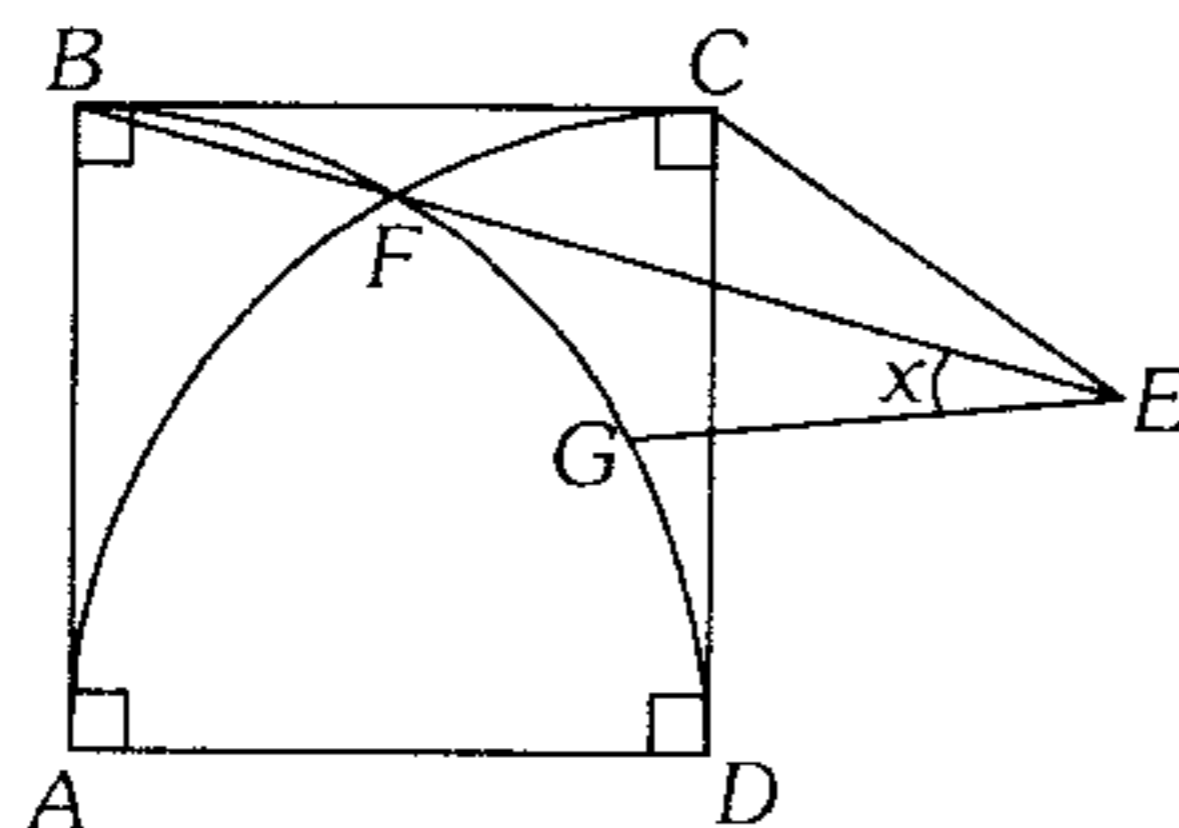
132. Según el gráfico  $\overline{AC}$  y  $\overline{AF}$  son diámetros,  $A, D$  y  $E$  son puntos de tangencia. Calcule  $x$  si  $3(DC) = 5(BD)$ .



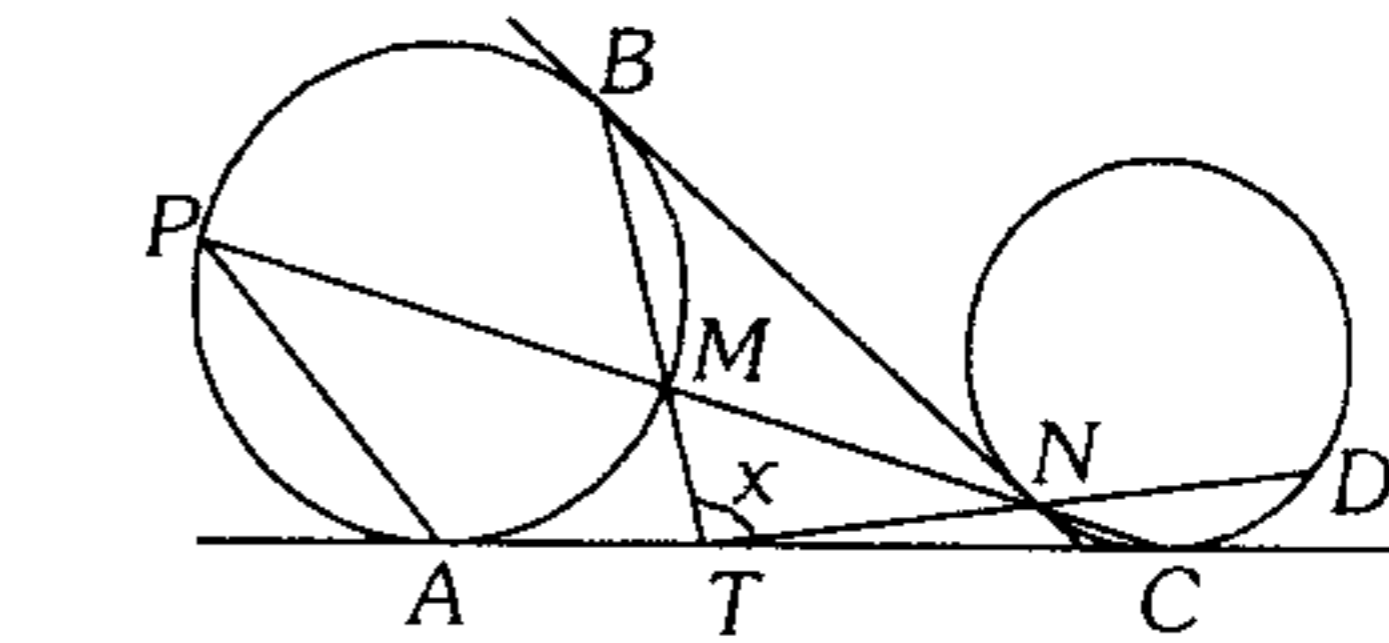
- A)  $37^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $53^\circ$
- E)  $60^\circ$

133. En la figura  $ABCD$  es un cuadrado,  $AB = CE$  y  $m\widehat{FG} = m\widehat{GD}$ . Calcule  $x$ .

- A)  $15^\circ$
- B)  $10^\circ$
- C)  $20^\circ$
- D)  $12^\circ$
- E)  $18^\circ$

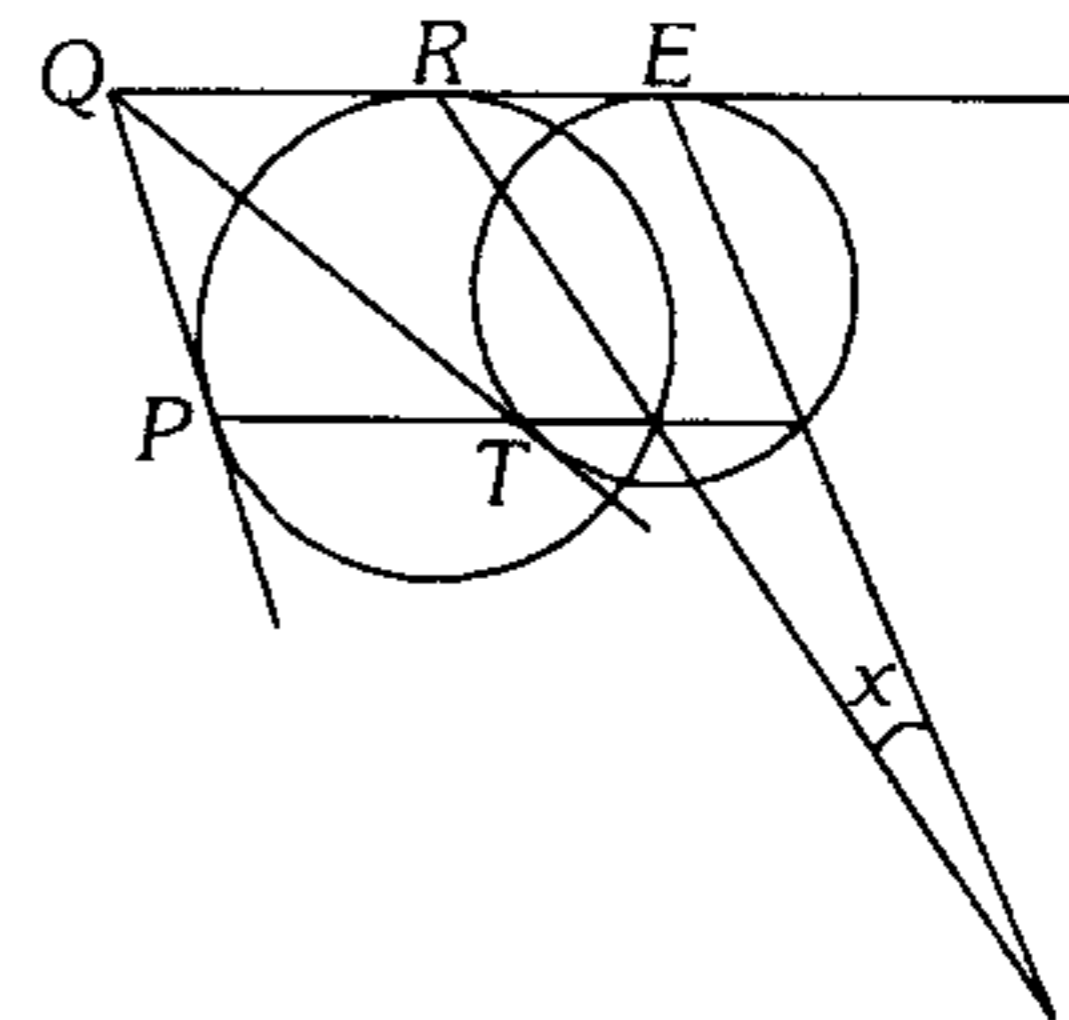


134. En el gráfico  $A, B, C$  y  $N$  son puntos de tangencia. Calcule  $x$  si  $m\widehat{CD} = 100^\circ$  y  $m\angle APM = 20^\circ$ .



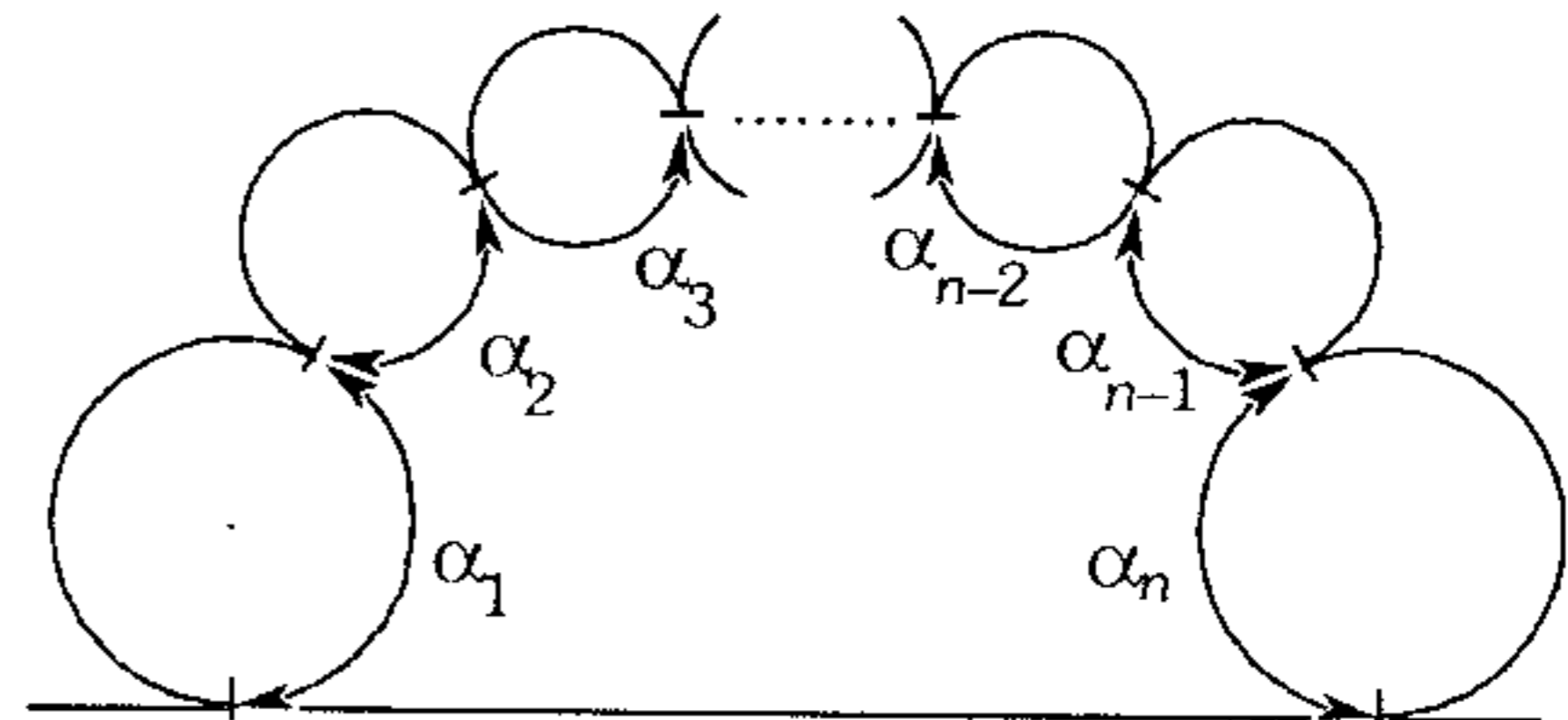
- A)  $120^\circ$
- B)  $75^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $90^\circ$

135. Según el gráfico,  $m\angle PQT = 50^\circ$ . Calcule  $x$  ( $P, T, R$  y  $E$  son puntos de tangencia).



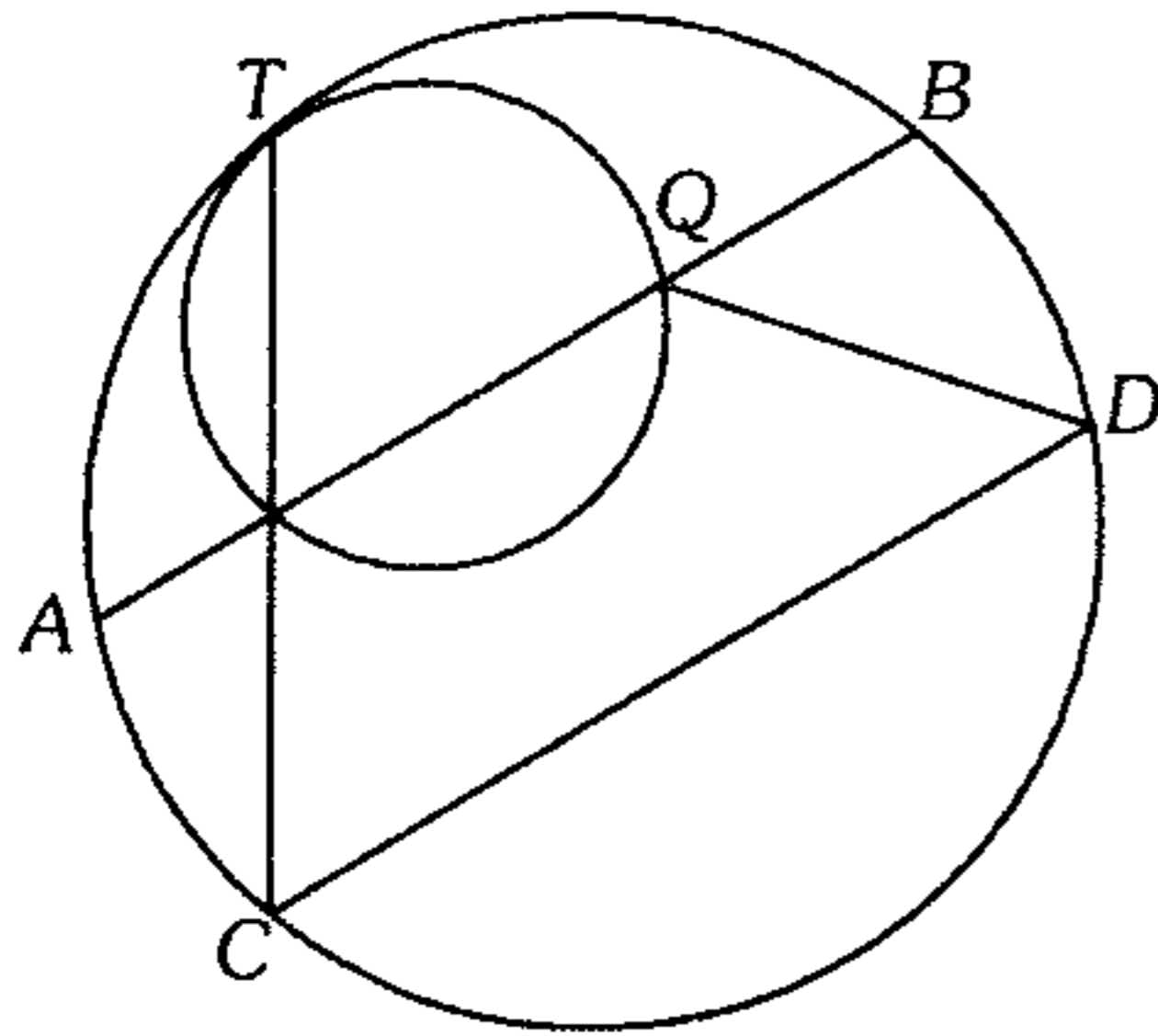
- A)  $20^\circ$
- B)  $10^\circ$
- C)  $25^\circ$
- D)  $5^\circ$
- E)  $8^\circ$

136. En el gráfico se muestra  $n$  circunferencias tangentes exteriores consecutivamente, calcule  $\sum_{i=1}^n \alpha_i$  en función de  $n$  ( $A$  y  $B$  puntos de tangencia).



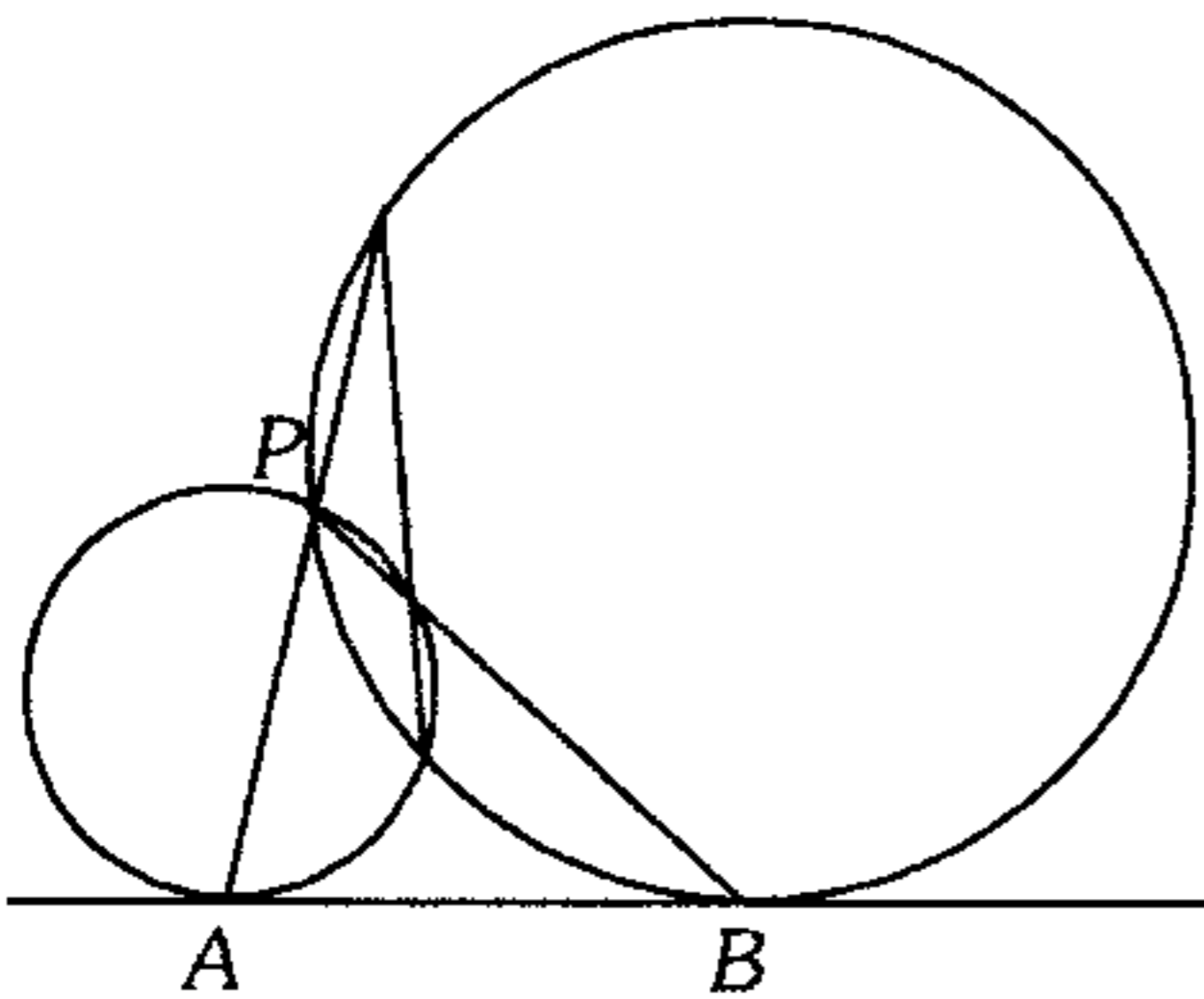
- A)  $180^\circ(n-2)$
- B)  $360^\circ(n-1)$
- C)  $180^\circ(n-1)$
- D)  $360^\circ$
- E)  $180^\circ$

137. Del gráfico calcule la  $m\angle A Q D$  si  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  y  $m\widehat{TDC} = \theta$ .



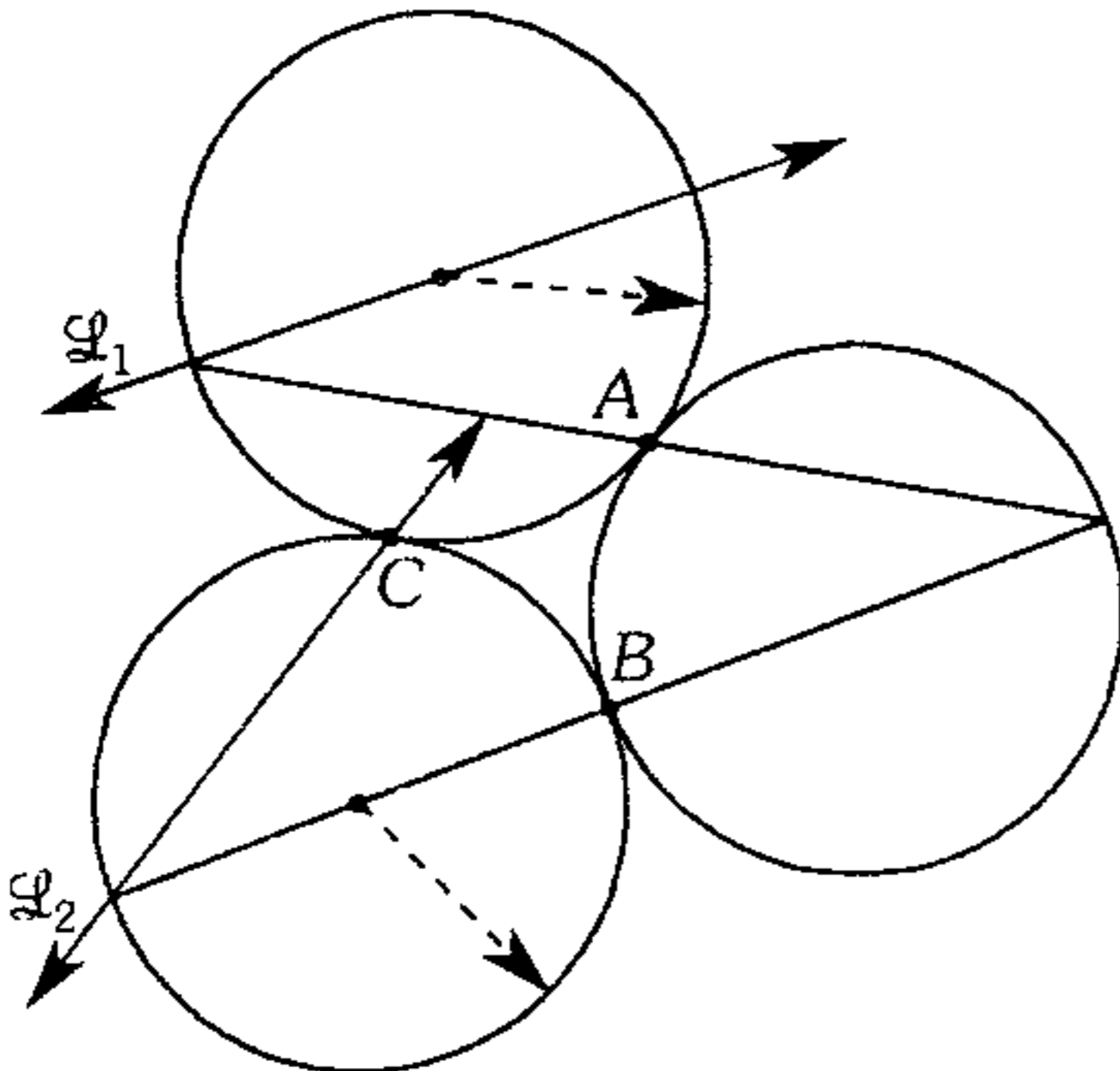
- A)  $\theta$       B)  $\theta/2$       C)  $2\theta$   
 D)  $90^\circ + \theta$       E)  $90^\circ - \theta$

138. En el gráfico A y B son puntos de tangencia; calcule la  $m\angle APB$



- A)  $45^\circ$       B)  $75^\circ$       C)  $30^\circ$   
 D)  $53^\circ$       E)  $60^\circ$

139. En la figura, las circunferencias son congruentes; A, B y C son puntos de tangencia. Calcule la medida del ángulo entre  $\overleftrightarrow{\mathcal{L}}_1$  y  $\overleftrightarrow{\mathcal{L}}_2$ .

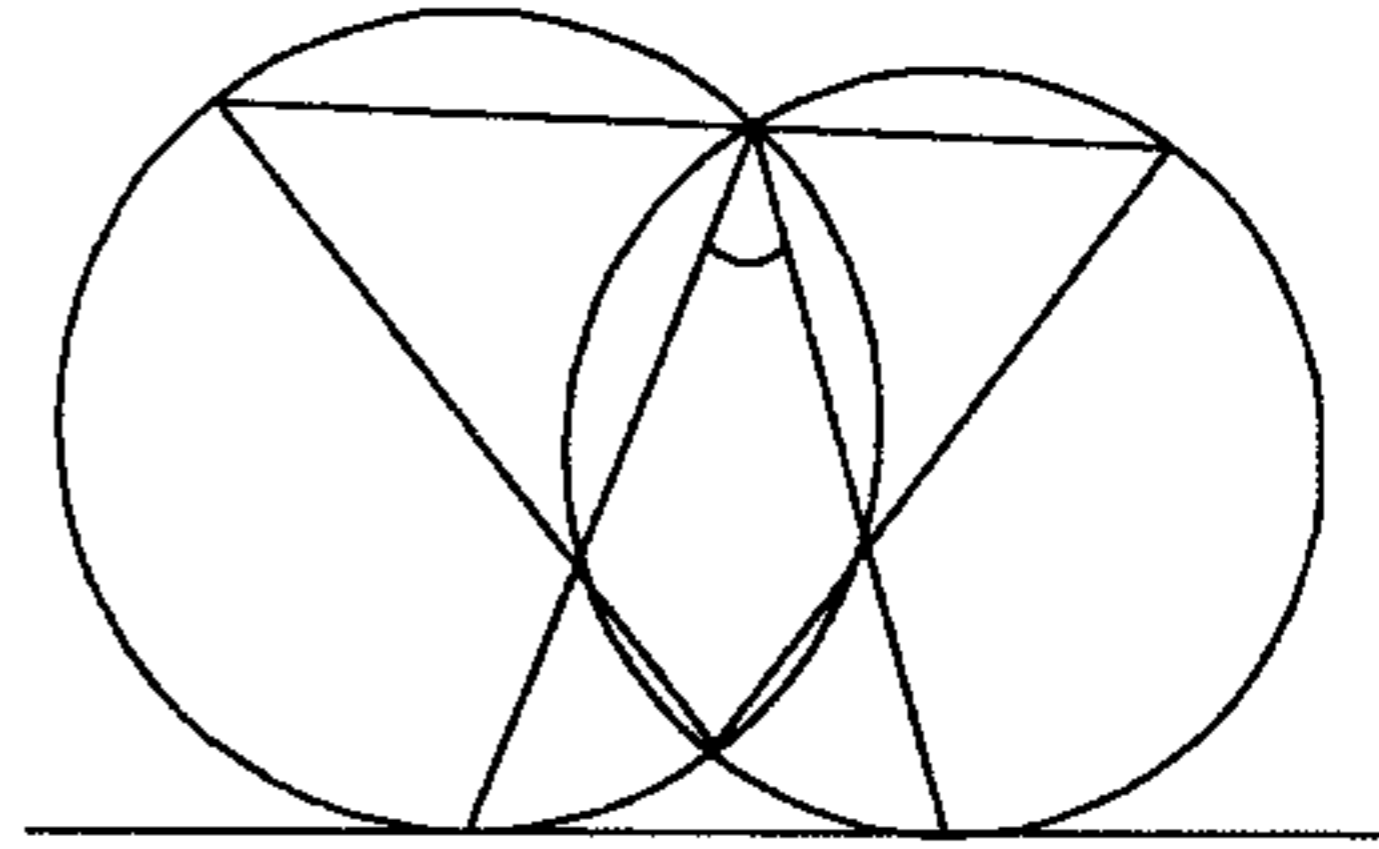


- A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $60^\circ$   
 D)  $90^\circ$       E)  $120^\circ$

140. En una circunferencia de centro O y radio R, se traza el ángulo central AOB cuya medida es  $60^\circ$ ; luego se ubica los puntos P y Q en  $\widehat{AB}$  y en  $\overline{AB}$  respectivamente de modo que  $\overline{PQ}$  es paralelo a  $\overline{OB}$ . Calcule la distancia de Q a  $\overline{OB}$  tal que PQ sea máximo.

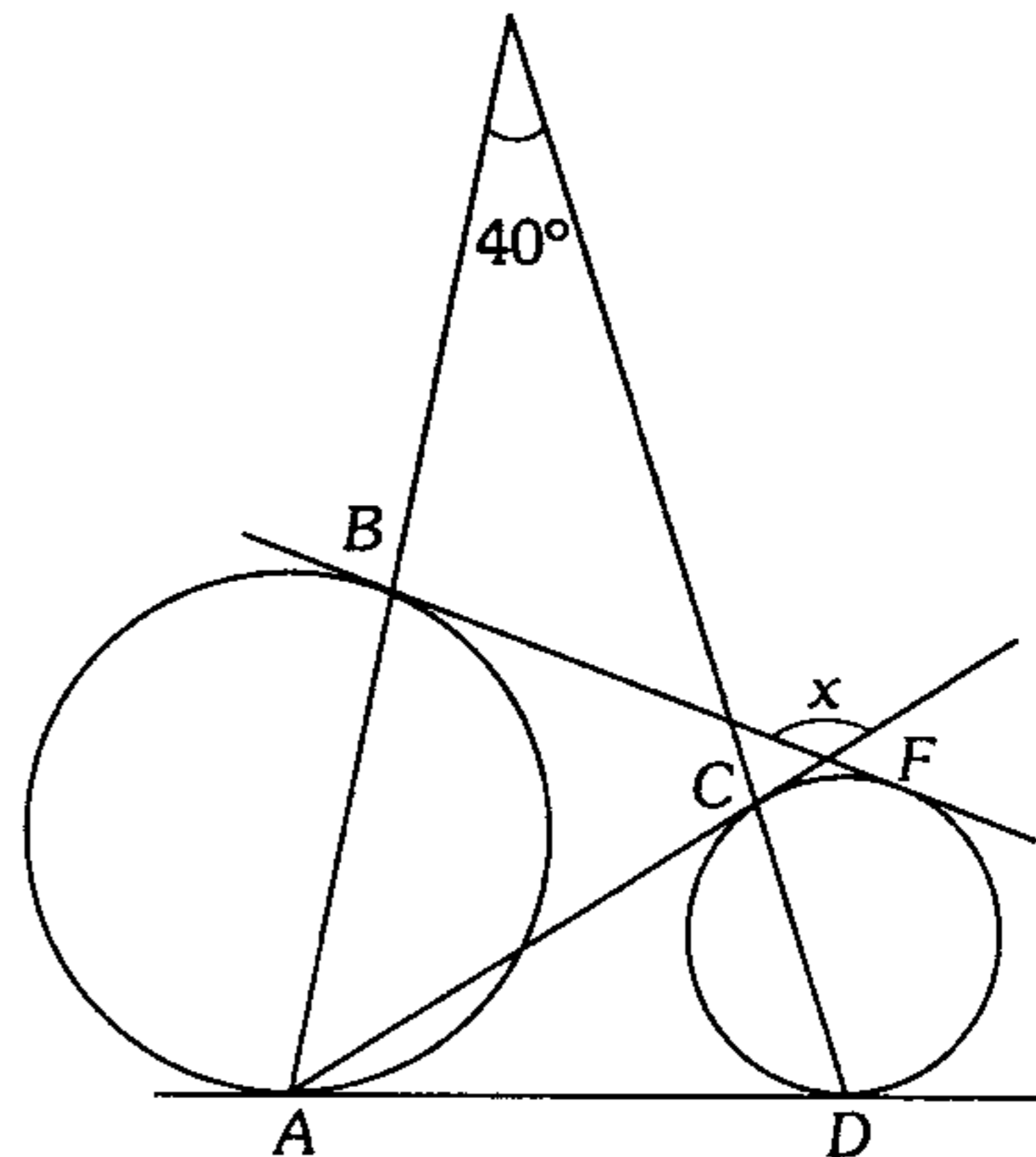
- A)  $\frac{R}{2}\sqrt{3}$       B)  $R\sqrt{2}$       C)  $\frac{R}{4}$   
 D)  $\frac{R}{2}$       E)  $\frac{R\sqrt{3}}{3}$

141. Según el gráfico, calcule x siendo P y Q puntos de tangencia.



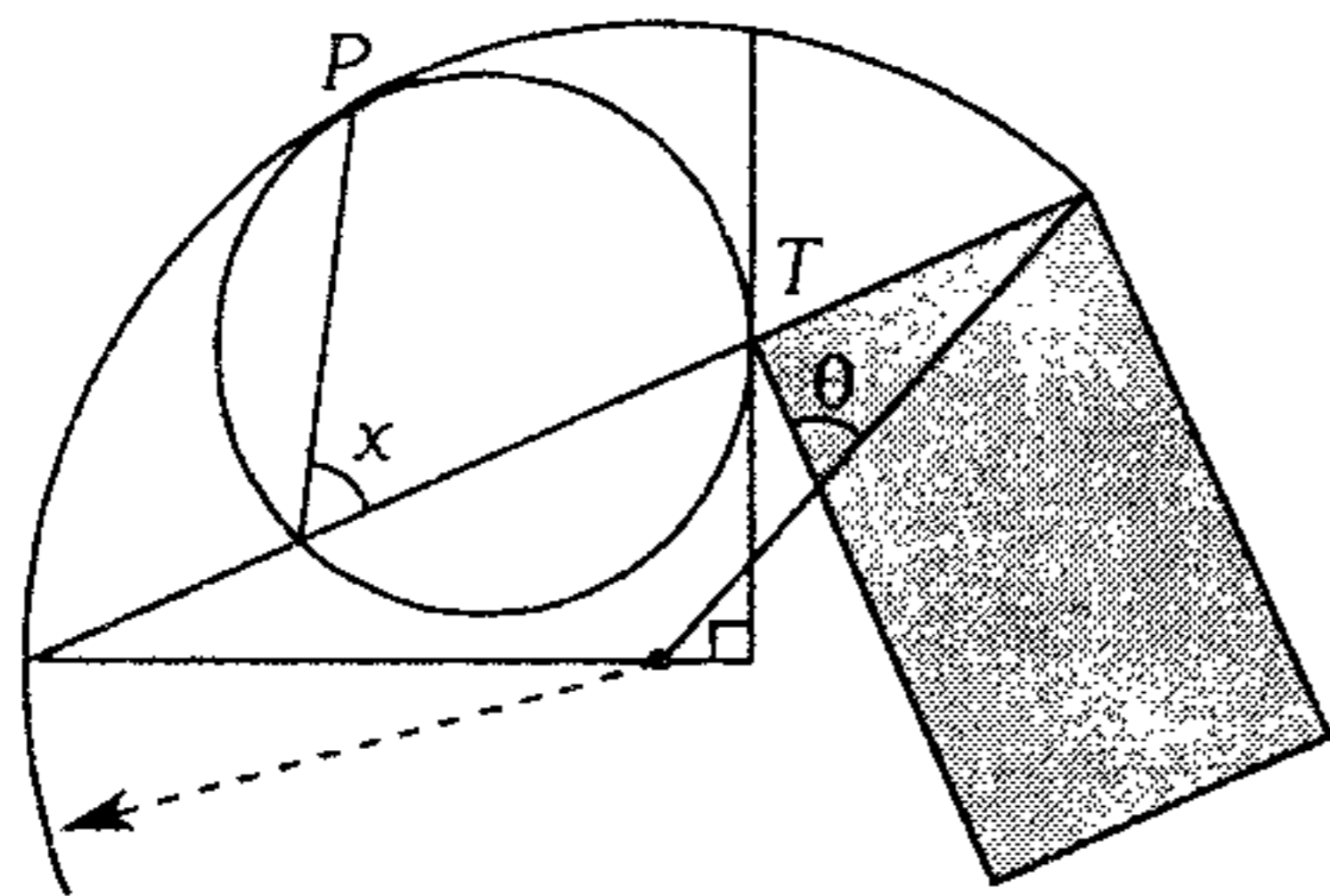
- A)  $30^\circ$       B)  $18^\circ$       C)  $36^\circ$   
 D)  $54^\circ$       E)  $60^\circ$

142. Según la figura de  $x^\circ$ , si: A, B, C, D y F son puntos de tangencia.



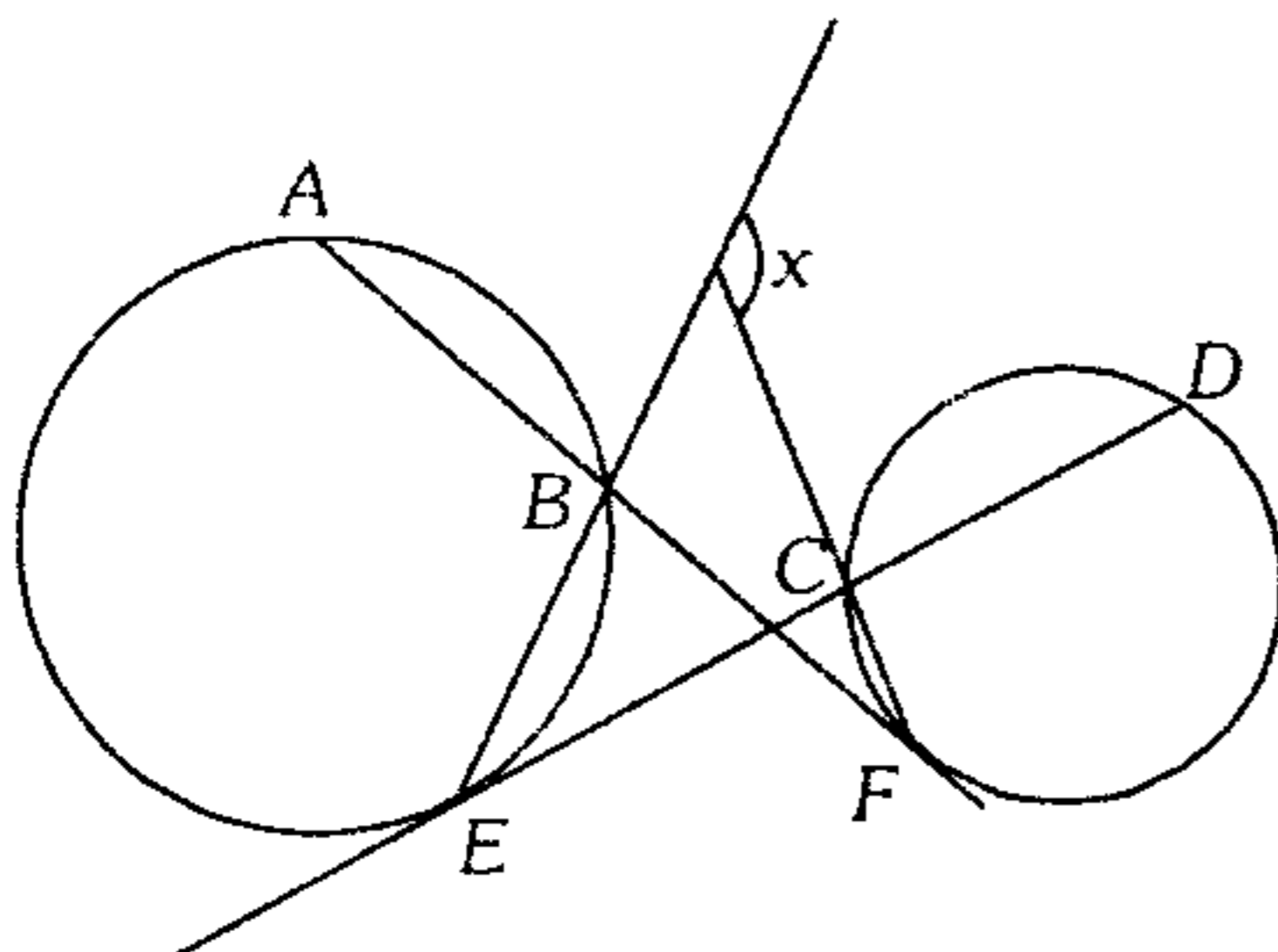
- A)  $100^\circ$       B)  $110^\circ$       C)  $120^\circ$   
 D)  $130^\circ$       E)  $140^\circ$

143. En el gráfico  $P$  y  $T$  son puntos de tangencia y la región sombreada es rectangular, calcule  $x$  en función de  $\theta$ .



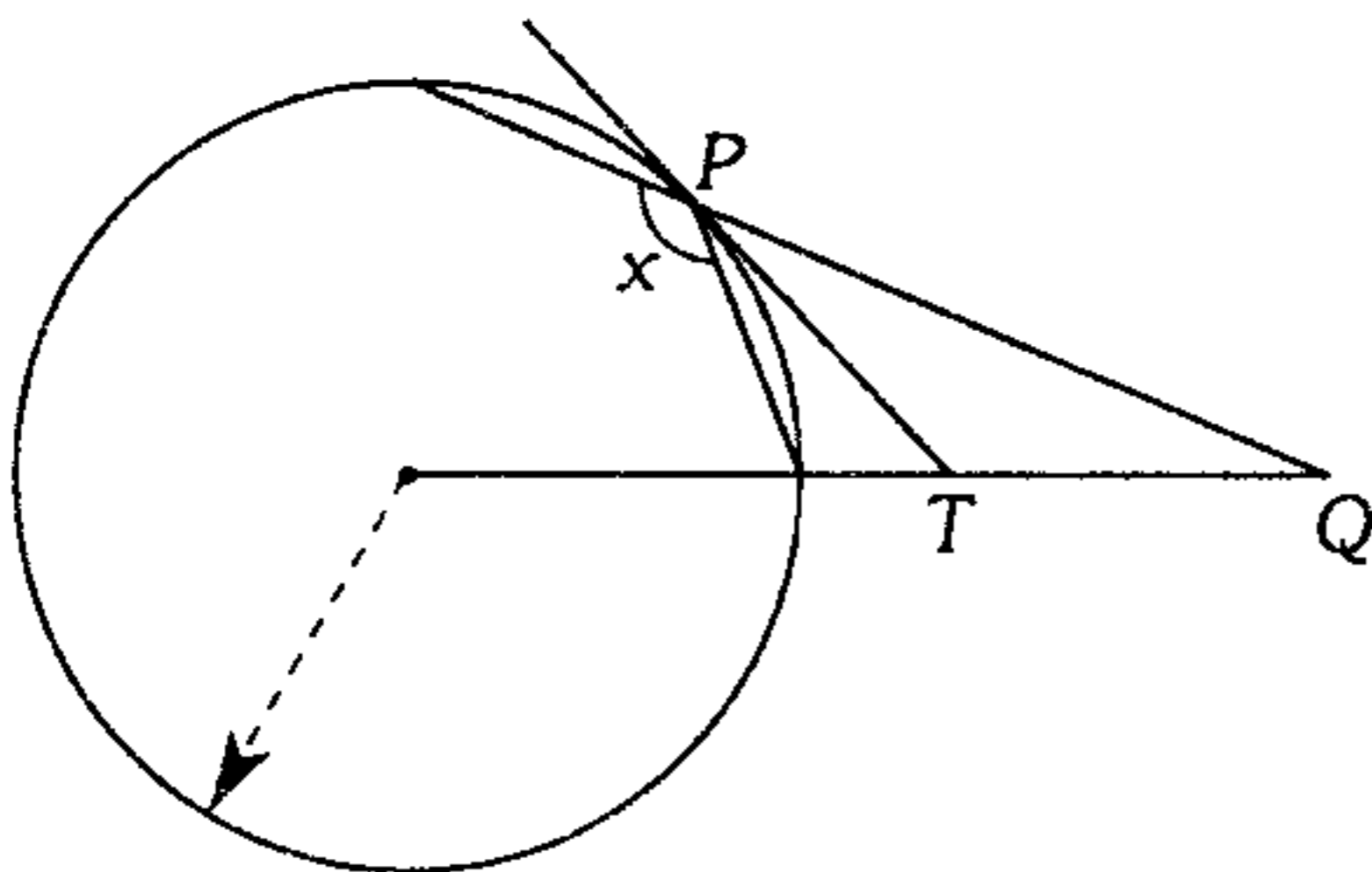
- A)  $\frac{3\theta}{2}$       B)  $\theta$       C)  $\frac{\theta}{2}$   
 D)  $\frac{2\theta}{3}$       E)  $\frac{\theta}{3}$

144. En el gráfico  $E$  y  $F$  son puntos de tangencia. Si  $m\widehat{AB} = 40^\circ$  y  $m\widehat{CD} = 32^\circ$ , calcule  $x$ .



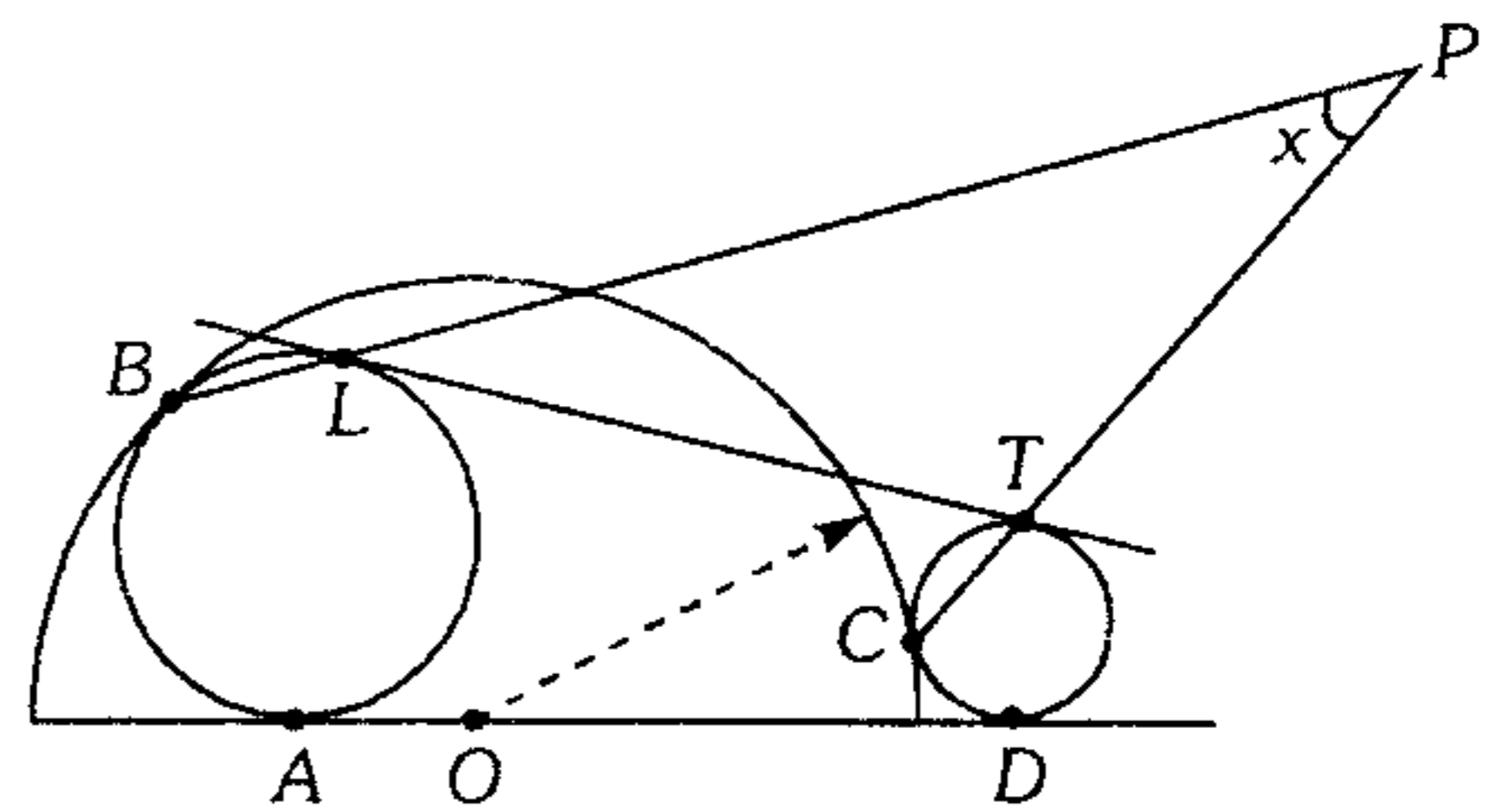
- A)  $144^\circ$       B)  $140^\circ$       C)  $134^\circ$   
 D)  $154^\circ$       E)  $162^\circ$

145. Según el gráfico,  $PT = TQ$ . Siendo  $T$  punto de tangencia, calcule  $x$ .



- A)  $150^\circ$       B)  $135^\circ$       C)  $120^\circ$   
 D)  $127^\circ$       E)  $143^\circ$

146. Según el gráfico  $A, B, C, D, T$  y  $L$  son puntos de tangencia. Si  $m\widehat{AB} - m\widehat{CD} = 110^\circ$ , calcule  $x$ .



- A)  $70^\circ$       B)  $55^\circ$       C)  $60^\circ$   
 D)  $45^\circ$       E)  $35^\circ$

147. Se tiene las circunferencias  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathcal{C}_2$  de centros  $O_1$  y  $O_2$  respectivamente, secante en  $M$  y  $N$ , por  $M$  se traza una recta secante a  $\mathcal{C}_1$  en  $A$  y secante a  $\mathcal{C}_2$  en  $B$  de modo que  $5(AB) = 8(O_1O_2)$ ; calcule la medida del arco  $AMN$ .

- A)  $106^\circ$       B)  $123^\circ$       C)  $143^\circ$   
 D)  $120^\circ$       E)  $135^\circ$

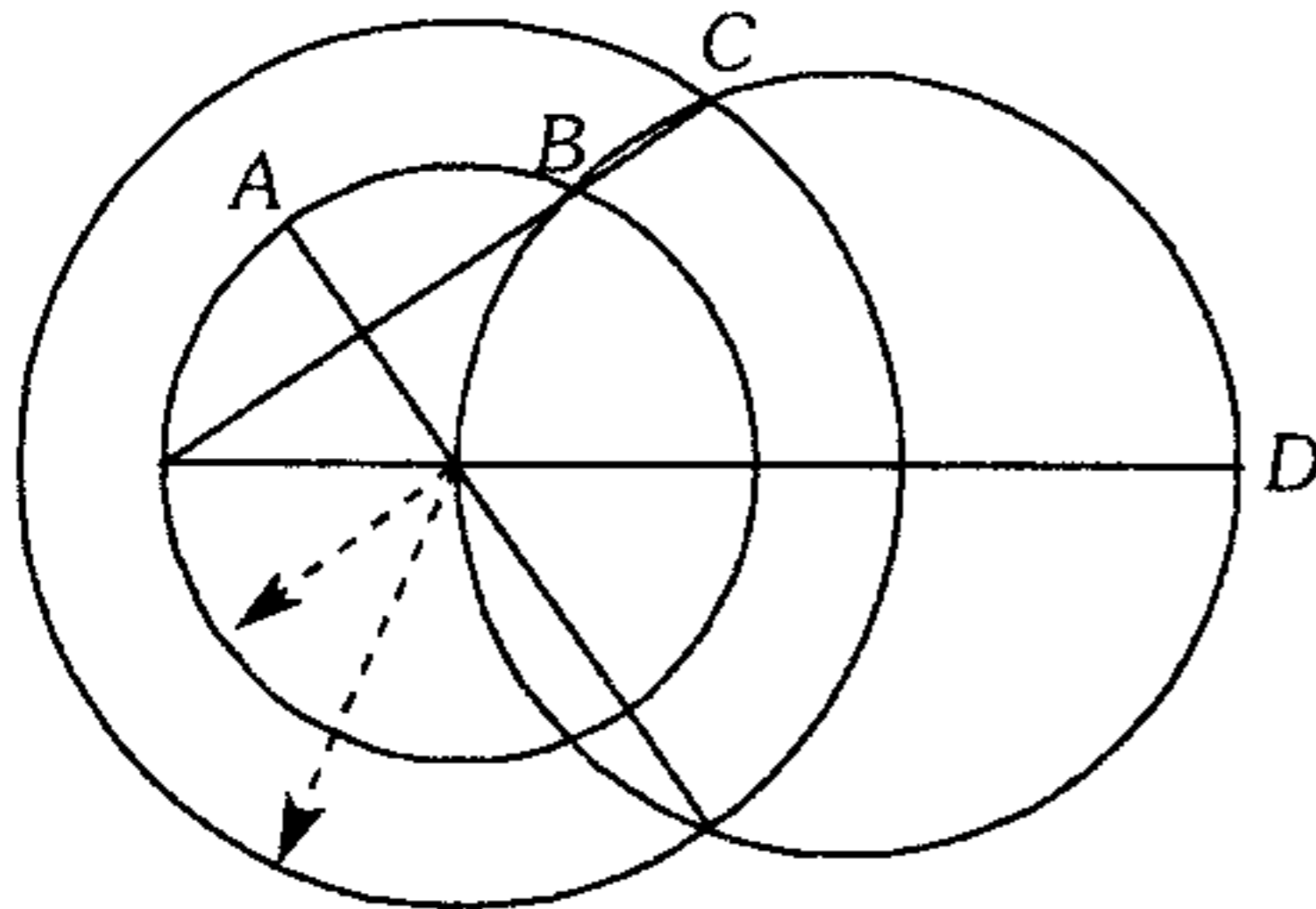
148. En un cuadrilátero  $ABCD$ ,  $m\angle ABC = 135^\circ$ ,  $m\angle ADC = 90^\circ$  y  $AB = 2(CD)$ . Con diámetro  $AB$  se traza una circunferencia que se interseca con  $\overline{AD}$  en  $L$ ; además la prolongación de  $\overline{CB}$  es secante a la circunferencia en  $F$ . Si  $FB = BC$ , calcule  $m\widehat{BL}$ .

- A)  $45^\circ$       B)  $53^\circ$       C)  $60^\circ$   
 D)  $75^\circ$       E)  $37^\circ$

149. Se tiene un triángulo  $ABC$  inscrito en una circunferencia, en los menores arcos  $AB$  y  $BC$  se ubica los puntos  $P$  y  $Q$  respectivamente tal que  $m\widehat{PBQ} = 40^\circ$ . Calcule la medida del ángulo formado por las rectas de Simpson correspondientes a los puntos  $P$  y  $Q$ .

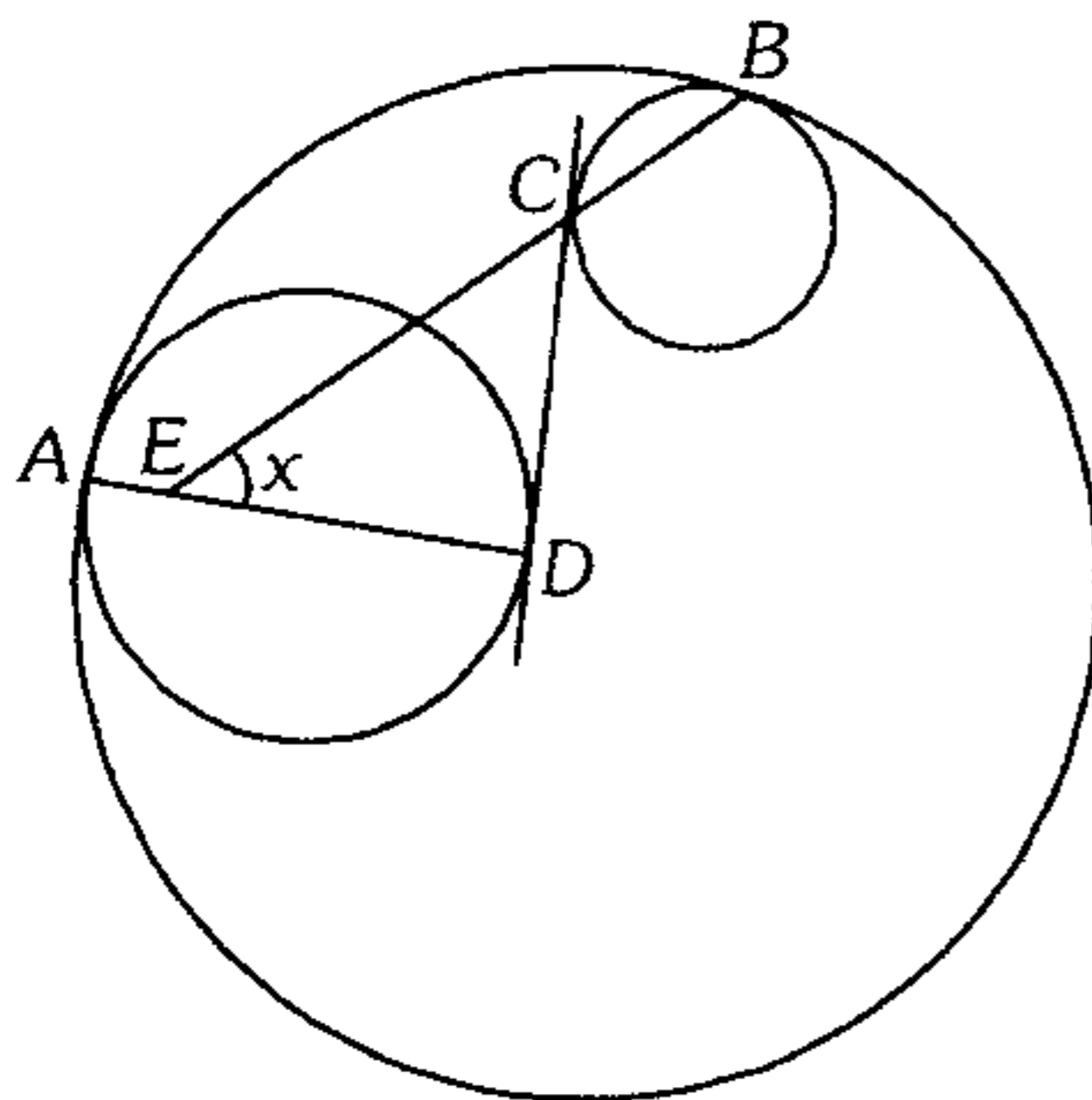
- A)  $20^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $40^\circ$   
 D)  $35^\circ$       E)  $30^\circ$

150. Según el gráfico mostrado, calcule  $m\widehat{CD}$  si  $m\widehat{AB} = 50^\circ$ .



- A)  $25^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $100^\circ$   
D)  $150^\circ$       E)  $200^\circ$

151. Según el gráfico A, B, C y D son puntos de tangencia. Si  $m\widehat{AB} = 100^\circ$ , calcule x.



- A)  $20^\circ$       B)  $40^\circ$       C)  $50^\circ$   
D)  $25^\circ$       E)  $30^\circ$

152. Desde un punto P exterior a una circunferencia se traza las tangentes PA y PB (A y B puntos de tangencia). Luego se traza la cuerda AC de modo que la distancia de P a  $\overline{AC}$  es igual a la longitud de  $\overline{AC}$ . Calcule la  $m\angle APB$ .

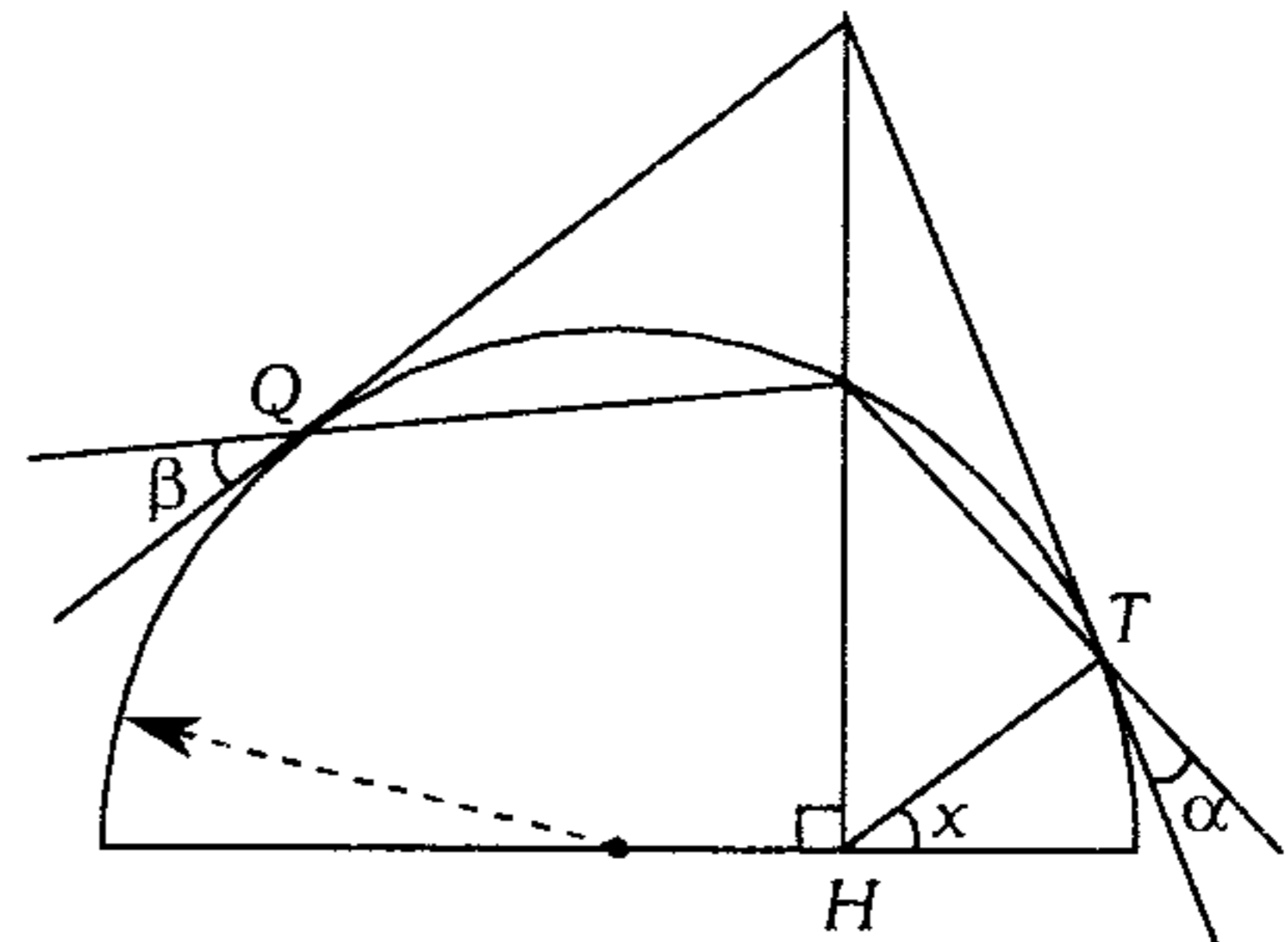
- A)  $37^\circ$       B)  $83^\circ$       C)  $106^\circ$   
D)  $74^\circ$       E)  $53^\circ$

### Cuadrilátero Inscrito y Cuadrilátero Inscriptible

153. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior BP tal que  $PC = 6(AP)$ ,  $m\angle CBP = 14^\circ$  y  $m\angle BAC = 74^\circ$ ; calcule la  $m\angle BCA$ .

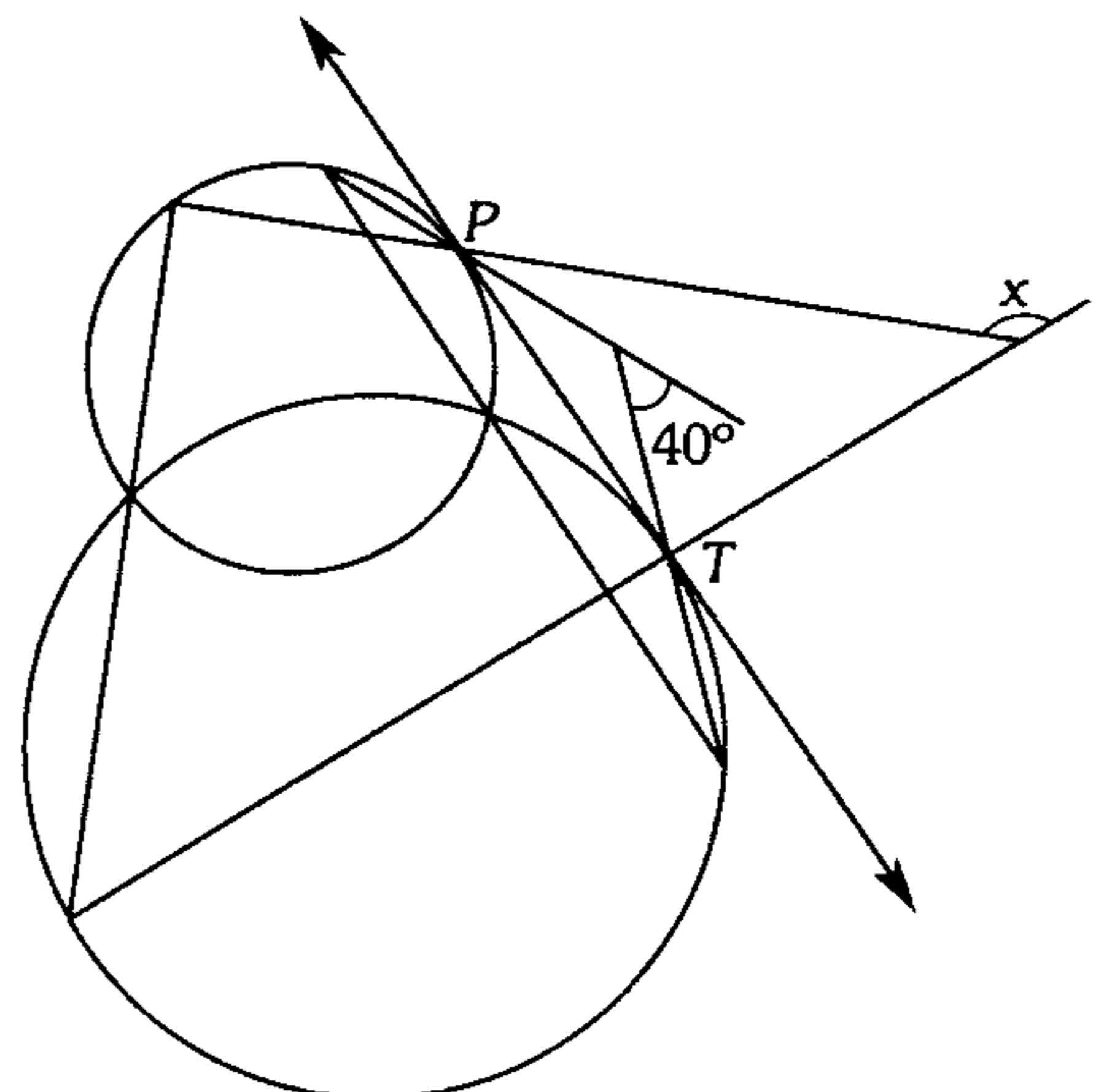
- A)  $2^\circ$       B)  $4^\circ$       C)  $10^\circ$   
D)  $8^\circ$       E)  $14^\circ$

154. En la figura mostrada Q y T son puntos de tangencia. Si  $\alpha + \beta = 50^\circ$ , calcule x.



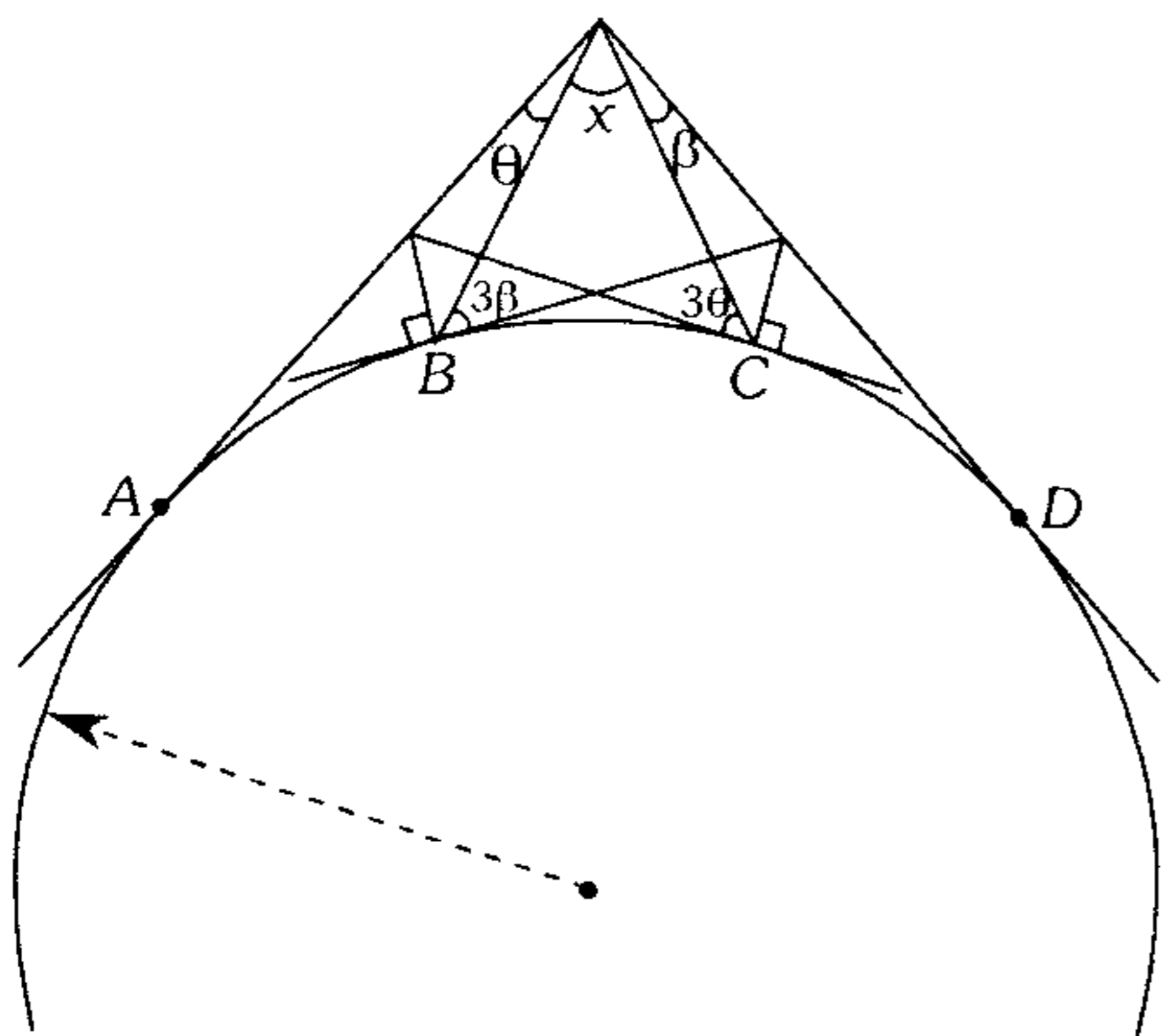
- A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $40^\circ$   
D)  $50^\circ$       E)  $60^\circ$

155. En el gráfico, P y T son puntos de tangencia. Calcule x.



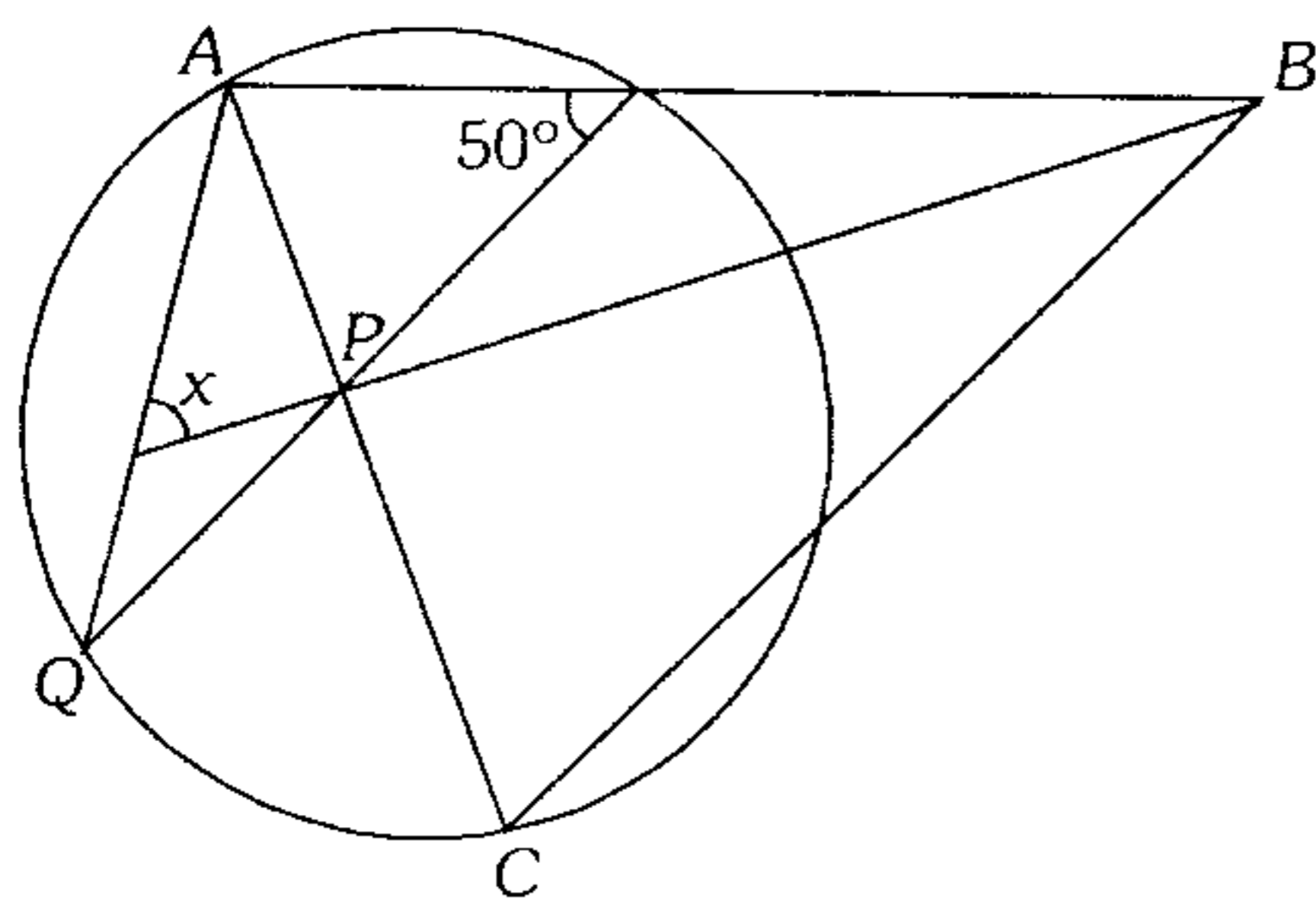
- A)  $120^\circ$       B)  $130^\circ$       C)  $150^\circ$   
D)  $160^\circ$       E)  $140^\circ$

156. En la figura  $A, B, C$  y  $D$  son puntos de tangencia, calcule  $x$ .



- A)  $50^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $60^\circ$   
 D)  $45^\circ$       E)  $30^\circ$

157. Según el gráfico  $m\angle ABC = m\angle CPQ$ , calcule  $x$ .

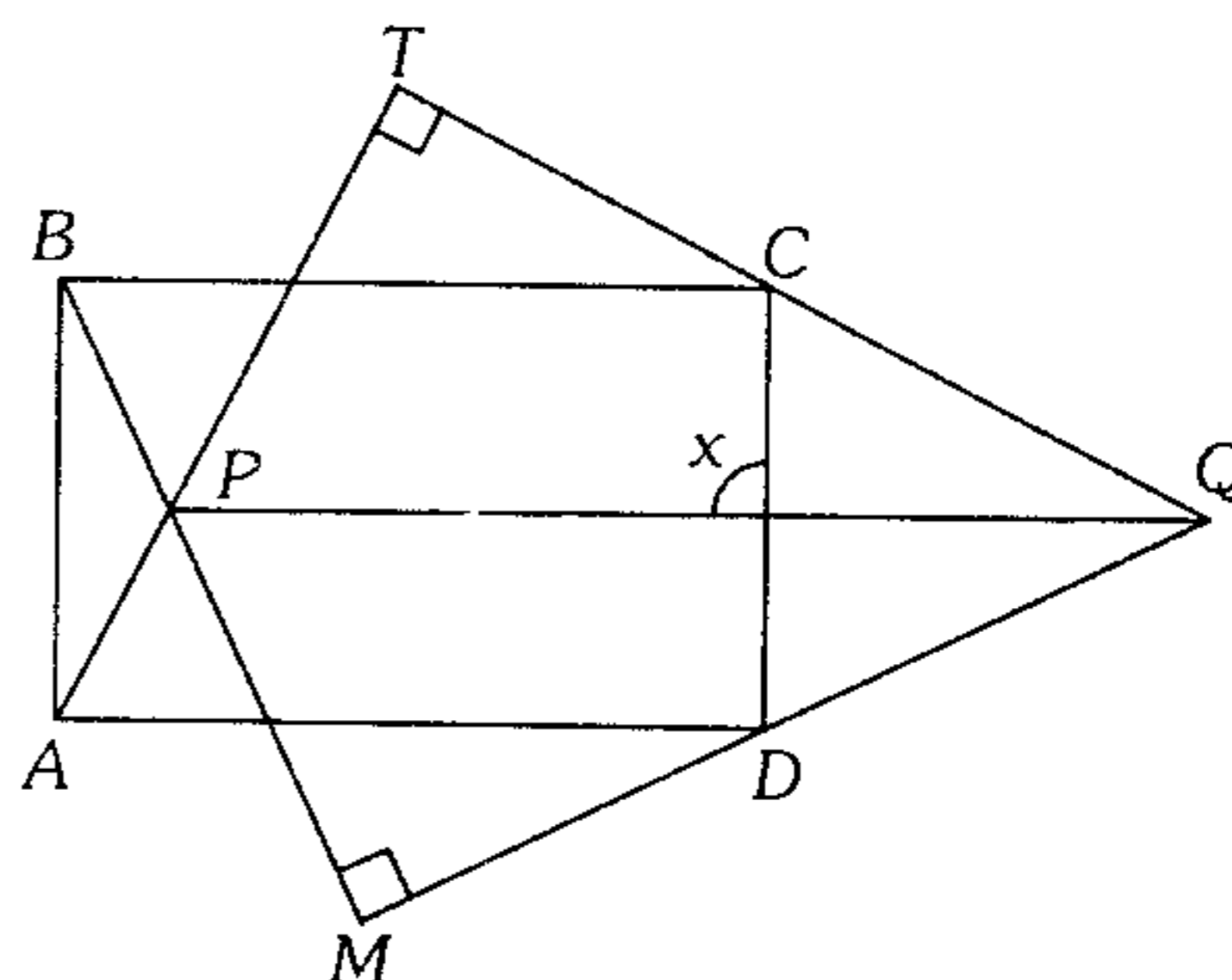


- A)  $50^\circ$       B)  $25^\circ$       C)  $70^\circ$   
 D)  $80^\circ$       E)  $60^\circ$

158. En los lados  $AB$  y  $BC$  de un cuadrado  $ABCD$  se ubica los puntos  $E$  y  $F$  tal que la  $m\angle EDF = 45^\circ$ , además  $\overline{DE}$  y  $\overline{DF}$  intersecan a  $\overline{AC}$  en  $P$  y  $Q$  respectivamente. Calcule la  $m\angle PMQ$ , siendo  $M$  el punto medio de  $\overline{EF}$ .

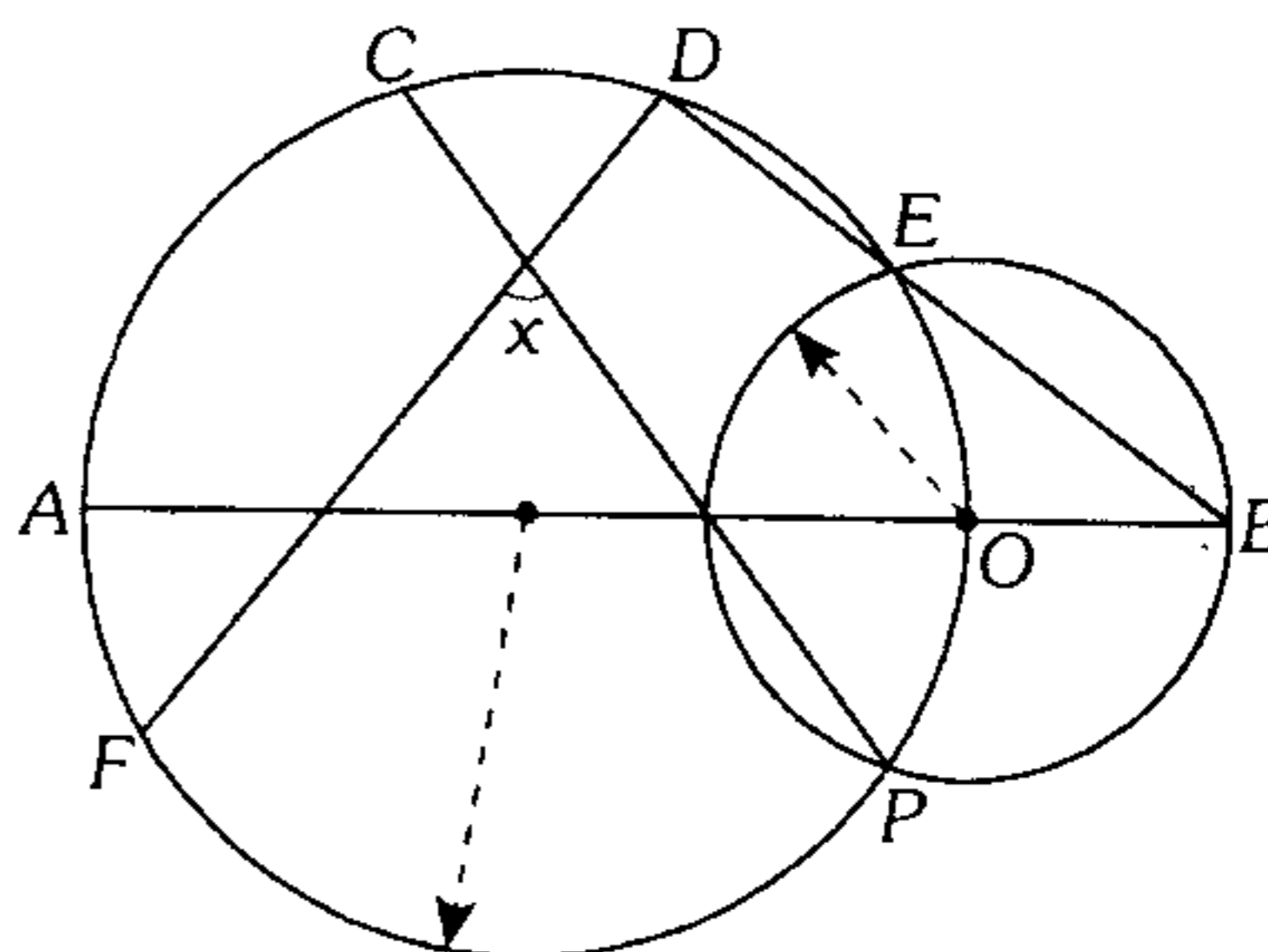
- A)  $100^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $135^\circ$   
 D)  $45^\circ$       E)  $60^\circ$

159. Según el gráfico  $ABCD$  es un rectángulo, calcule  $x$ .



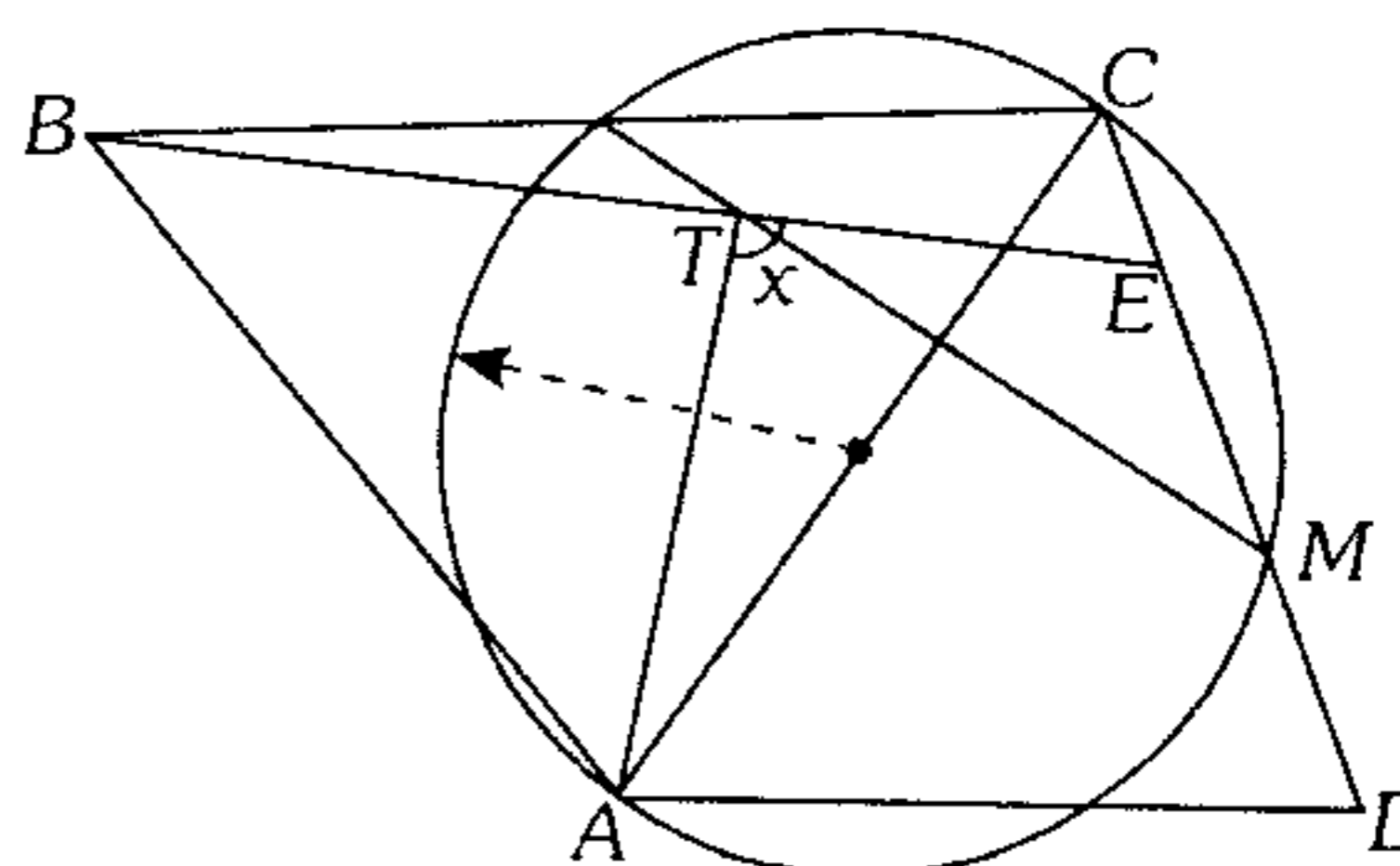
- A)  $75^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $150^\circ$   
 D)  $120^\circ$       E)  $90^\circ$

160. En el gráfico  $m\widehat{AF} = m\widehat{EO}$  y  $m\widehat{CDE} = 80^\circ$ . Calcule  $x$ .



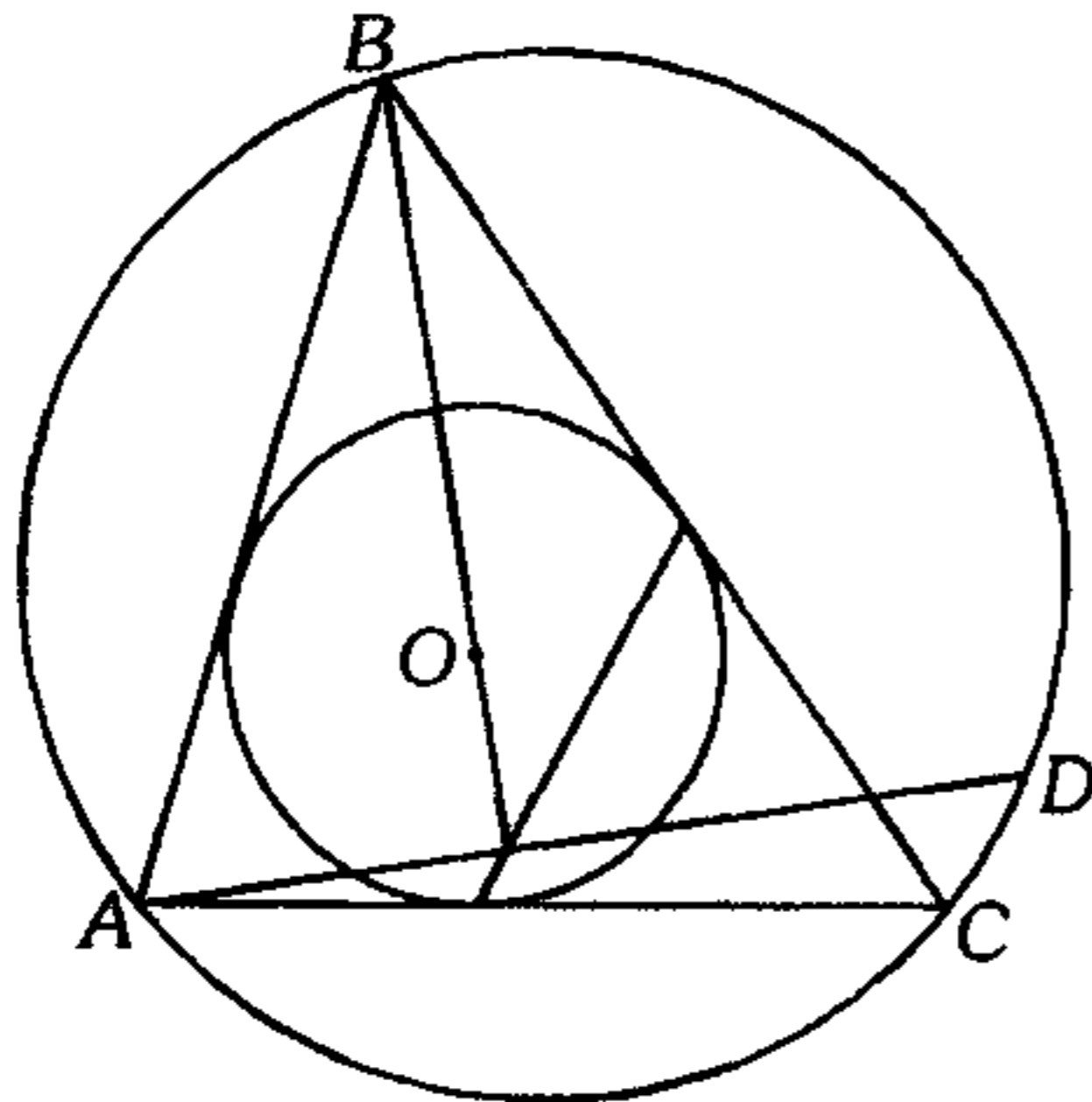
- A)  $50^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $100^\circ$   
 D)  $90^\circ$       E)  $60^\circ$

161. Según el gráfico  $EM = MD$  y  $m\angle ABC = m\angle ADC$ . Calcule  $x$ .



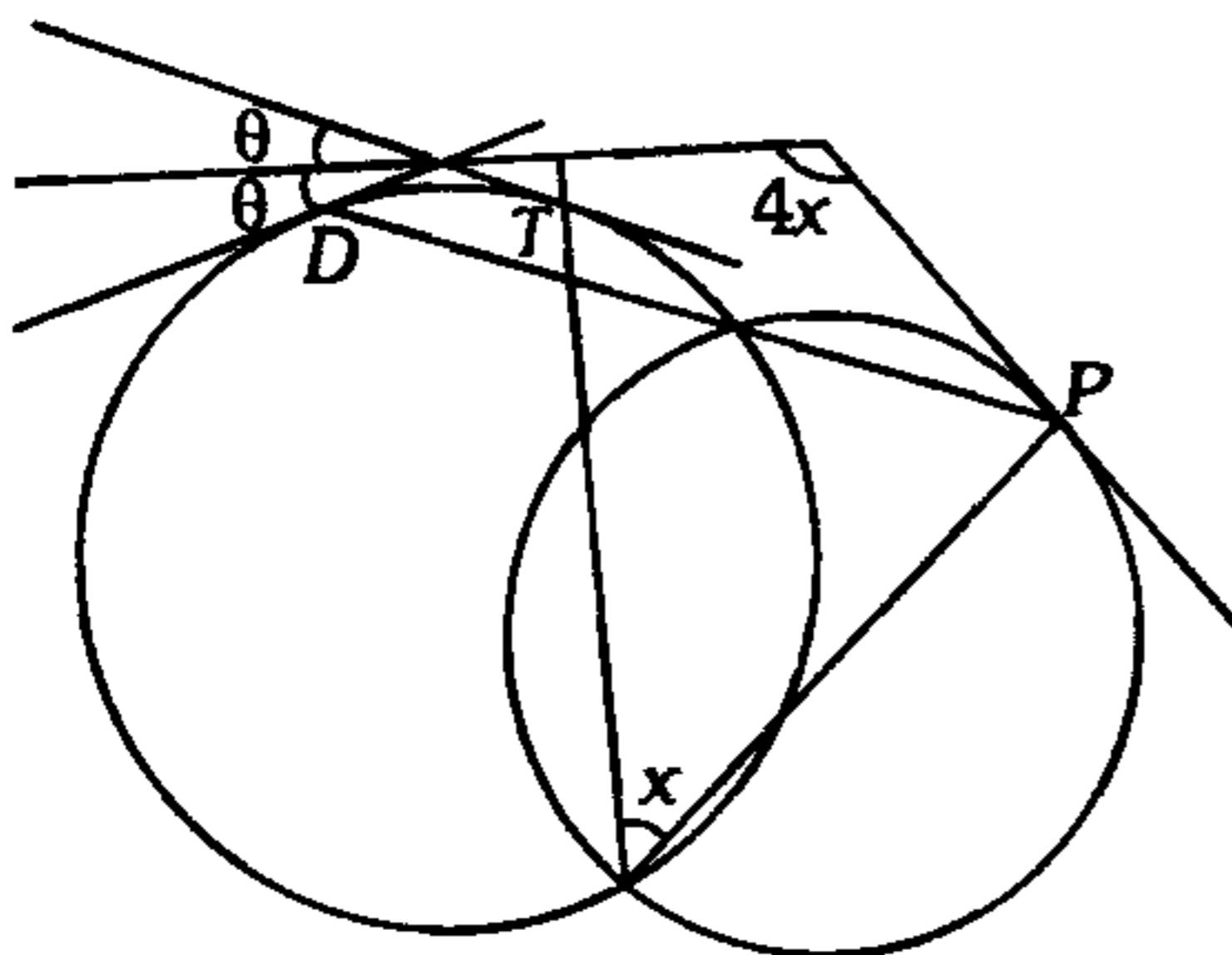
- A)  $120^\circ$       B)  $100^\circ$       C)  $120^\circ$   
 D)  $75^\circ$       E)  $90^\circ$

162. Según el gráfico  $O$  es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo  $ABC$ , si  $m\widehat{BD} = 110^\circ$  y  $m\widehat{AB} = 80^\circ$ . Calcule  $m\widehat{DC}$ .



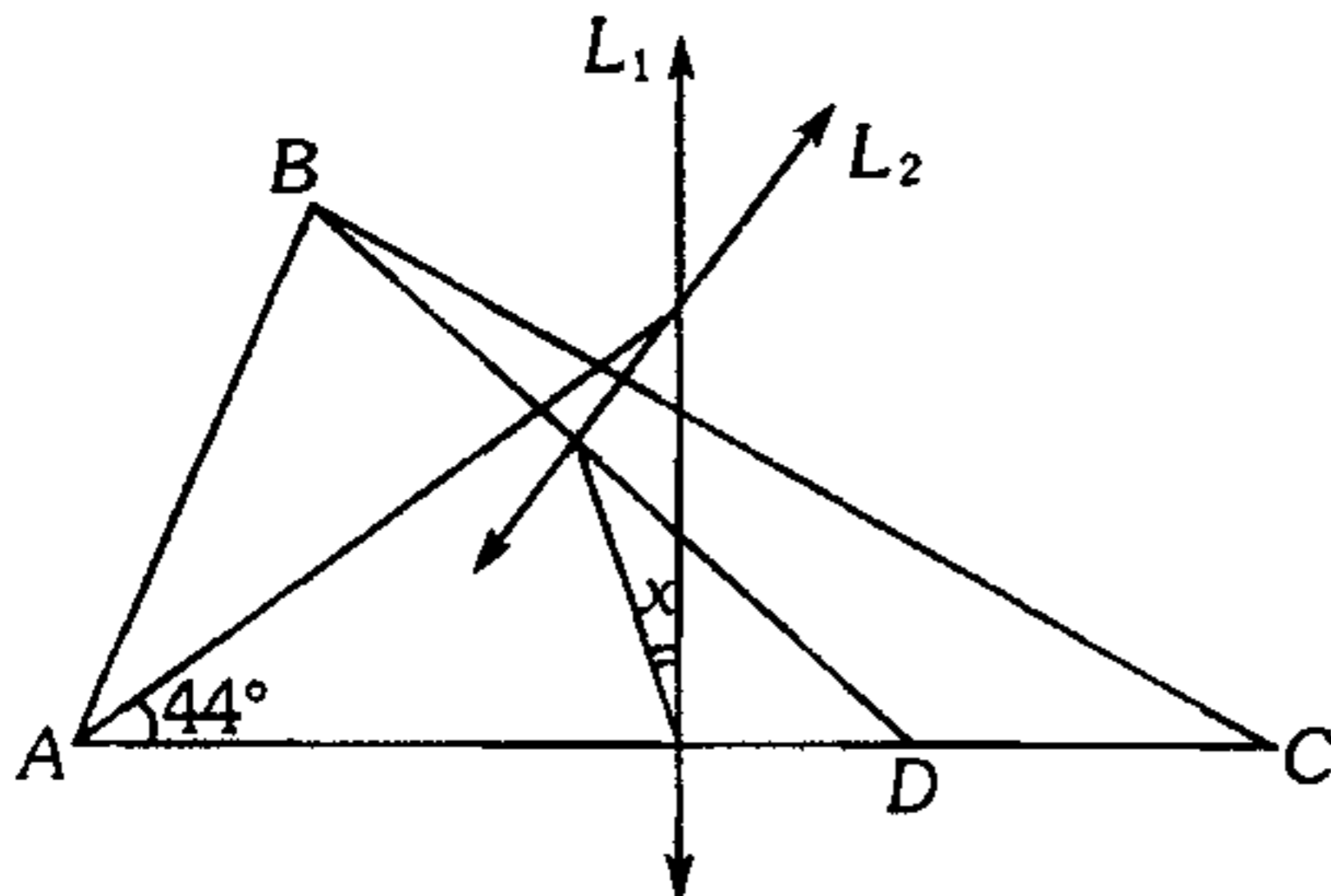
- A)  $22^\circ$       B)  $28^\circ$       C)  $10^\circ$   
D)  $30^\circ$       E)  $20^\circ$

163. Según el gráfico,  $P$ ,  $T$  y  $D$  son puntos de tangencia, calcule  $x$ .



- A)  $36^\circ$       B)  $40^\circ$       C)  $30^\circ$   
D)  $20^\circ$       E)  $28^\circ$

164. Según el gráfico las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son las mediatrices de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  respectivamente. Si  $AB=CD$ , calcule  $x$ .

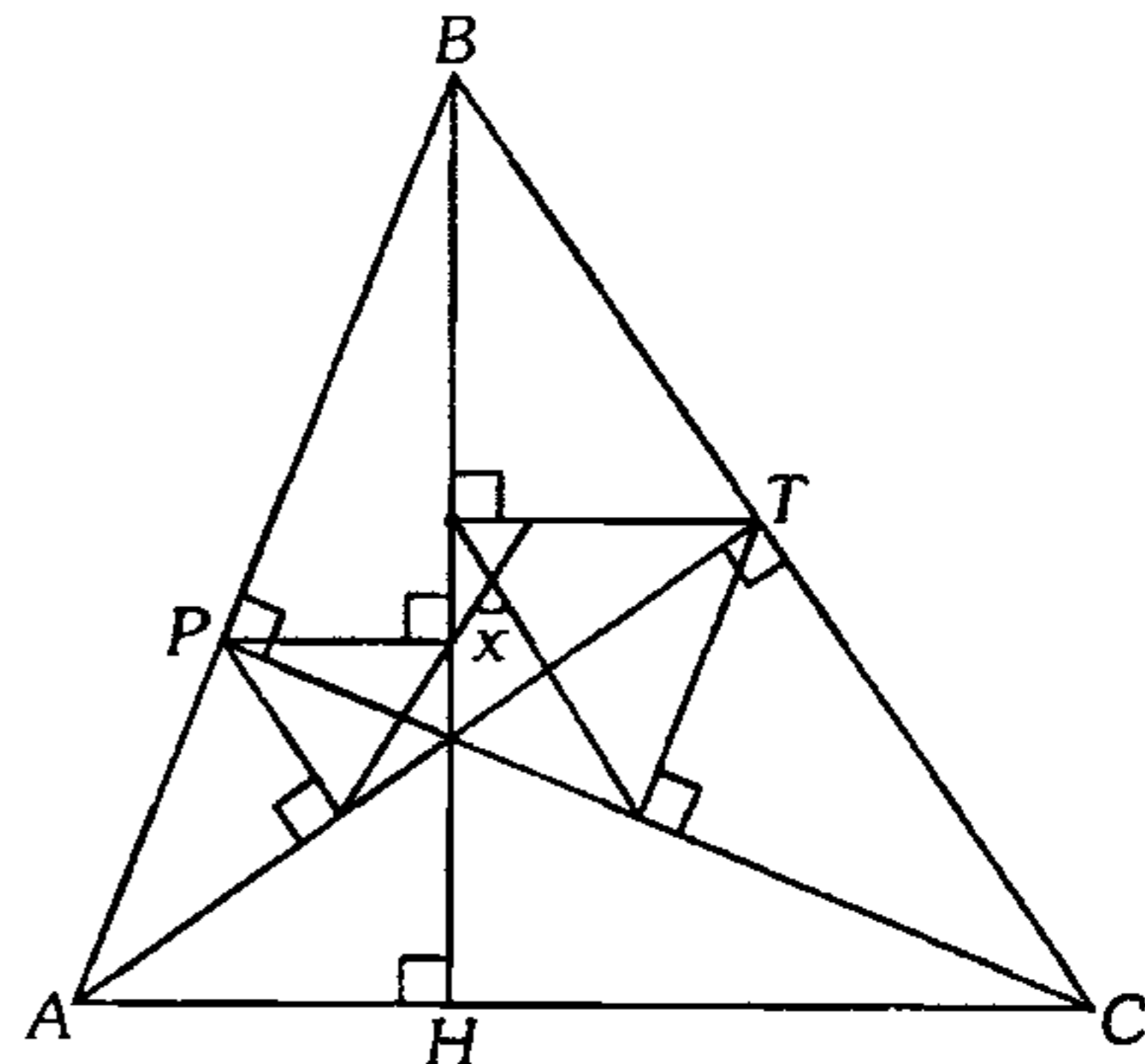


- A)  $11^\circ$       B)  $44^\circ$       C)  $22^\circ$   
D)  $10^\circ$       E)  $20^\circ$

165. En una circunferencia de centro  $O$  se ubica los puntos  $A, B, C$  y  $D$  tal que  $\overline{AC} \perp \overline{OB}$ . Luego se traza  $\overline{AF}$  y  $\overline{CE}$  perpendiculares a  $\overline{OD}$  ( $F$  y  $E$  en  $\overline{OD}$ ),  $\overline{OB} \cap \overline{AC} = \{T\}$ . Si  $TF=10$ , calcule  $TE$ .

- A) 12      B) 8      C) 10  
D) 5      E) 20

166. Según el gráfico  $m\angle ABC = 50^\circ$ , calcule  $x$ .

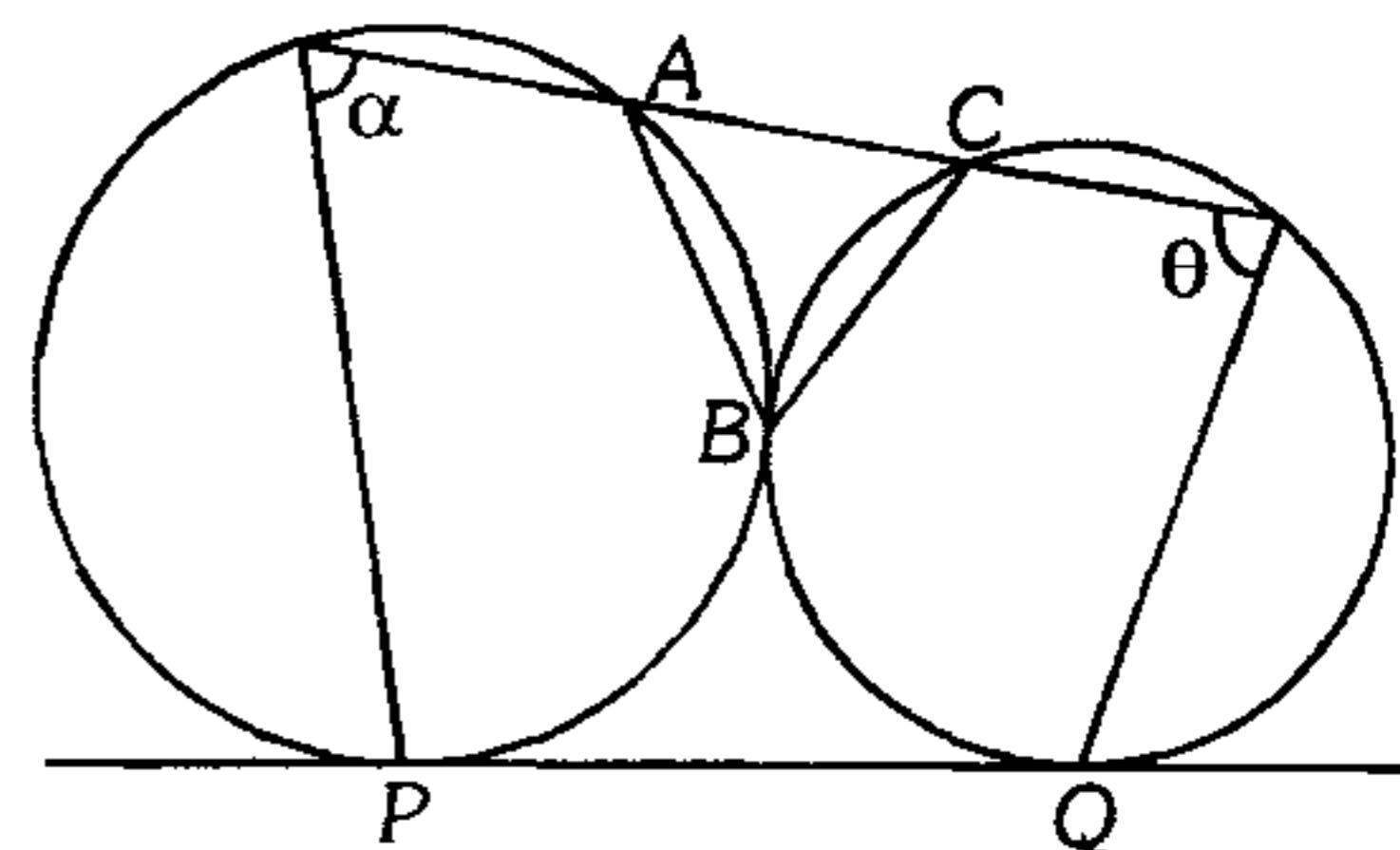


- A)  $40^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $70^\circ$   
D)  $80^\circ$       E)  $50^\circ$

167. En un triángulo  $ABC$  se traza la altura  $BH$ , en la prolongación de  $\overline{HB}$  se ubica el punto  $P$  tal que  $m\angle PAB = m\angle PCB$ . Si  $m\angle ABC = 132^\circ$  y  $AH > HC$ , calcule  $m\angle APC$ .

- A)  $36^\circ$       B)  $48^\circ$       C)  $72^\circ$   
D)  $54^\circ$       E)  $45^\circ$

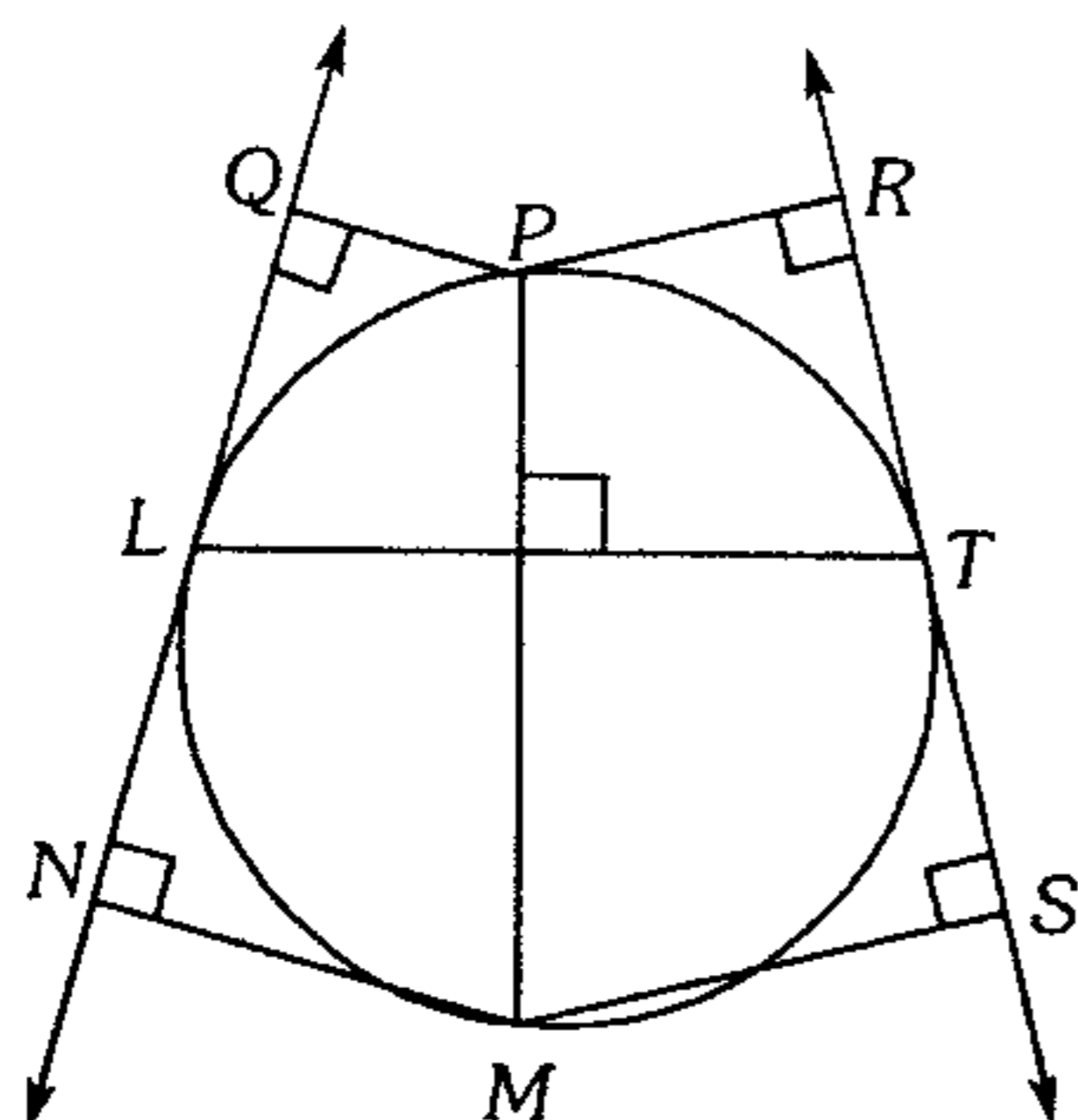
168. Según el gráfico  $P$  y  $Q$  son puntos de tangencia, si  $\alpha + \theta = 140^\circ$ , calcule  $m\angle ABC$ .



- A)  $40^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $50^\circ$   
D)  $55^\circ$       E)  $60^\circ$

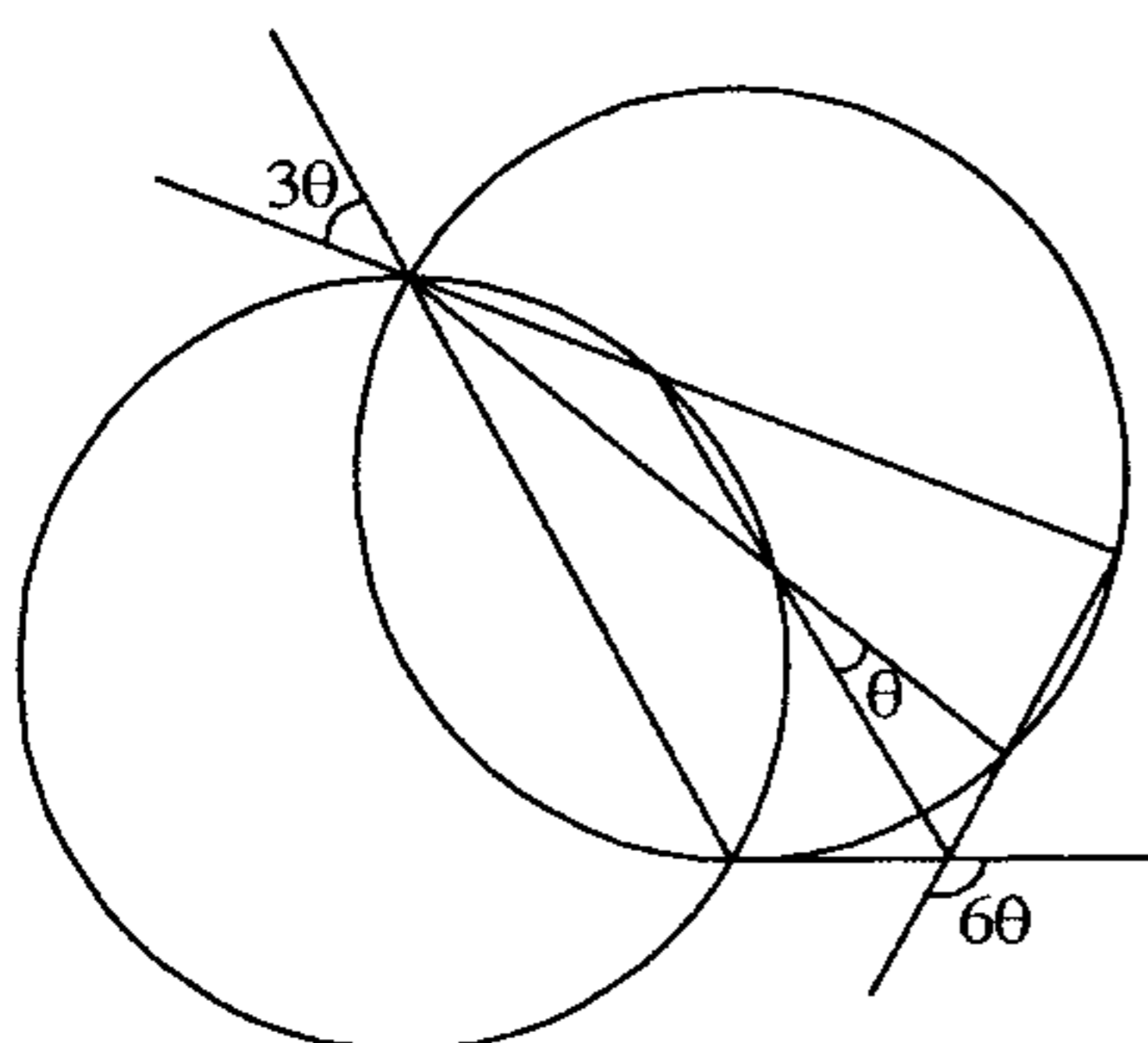


169. Según el gráfico  $PQ=3$ ,  $PR=4$  y  $MN=8$ . Calcule  $MS$  ( $L$  y  $T$  son puntos de tangencia).



- A) 11      B) 12      C) 9  
D) 8        E) 10

170. Según el gráfico, calcule  $\theta$ .

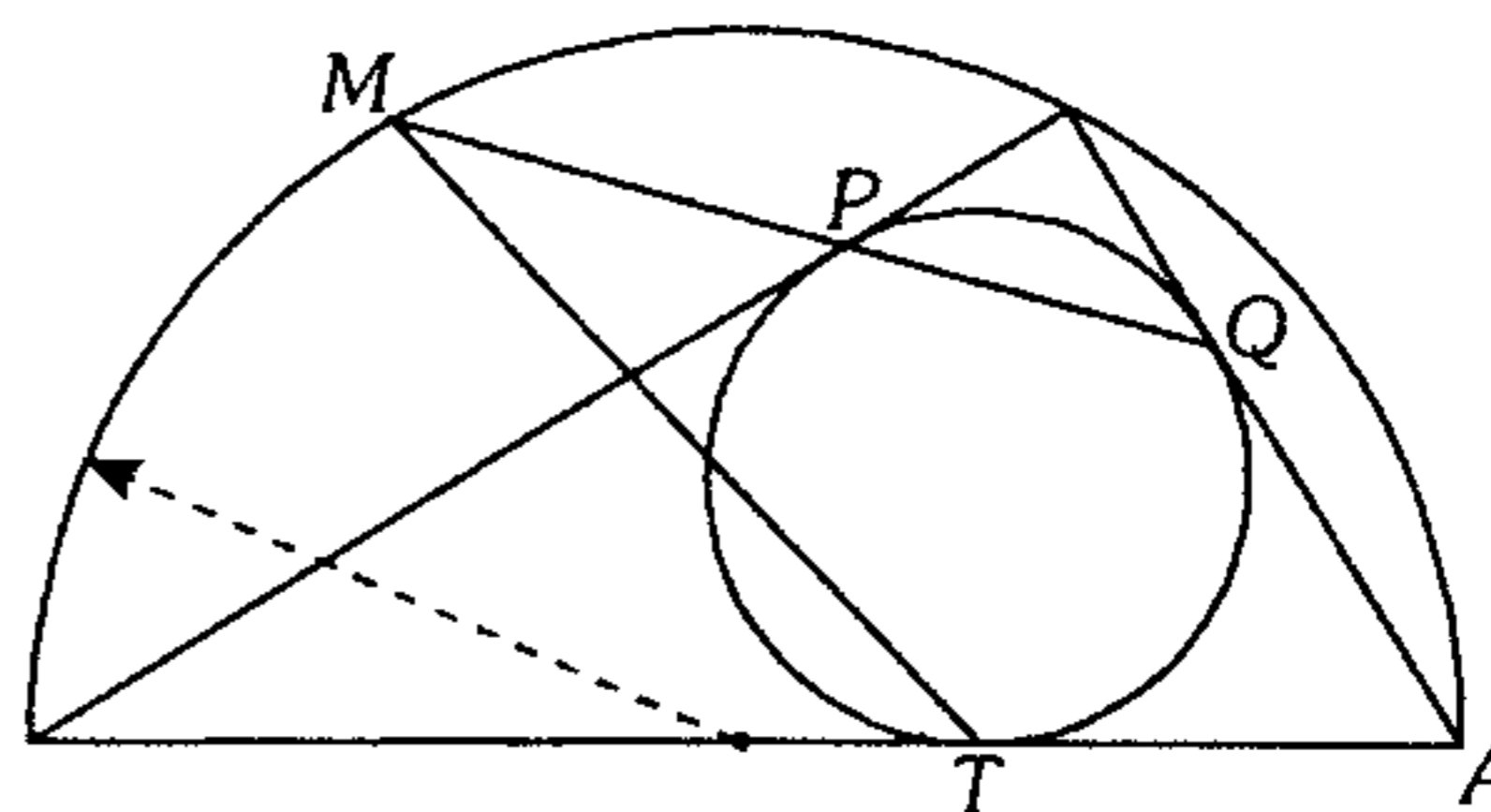


- A)  $20^\circ$       B)  $18^\circ$       C)  $15^\circ$   
D)  $16^\circ$       E)  $12^\circ$

171. Desde un punto  $P$  exterior a una circunferencia de centro  $O$  se traza las tangentes  $PA$  y  $PB$  y la secante  $PCD$ , luego se traza la cuerda  $AQ$  paralela a  $\overline{PD}$ ; si  $\overline{QB}$  es secante a  $\overline{CD}$  en  $M$ , calcule la medida del ángulo formado por  $\overrightarrow{MO}$  y  $\overrightarrow{AQ}$ .

- A)  $80^\circ$       B)  $120^\circ$       C)  $135^\circ$   
D)  $90^\circ$       E)  $70^\circ$

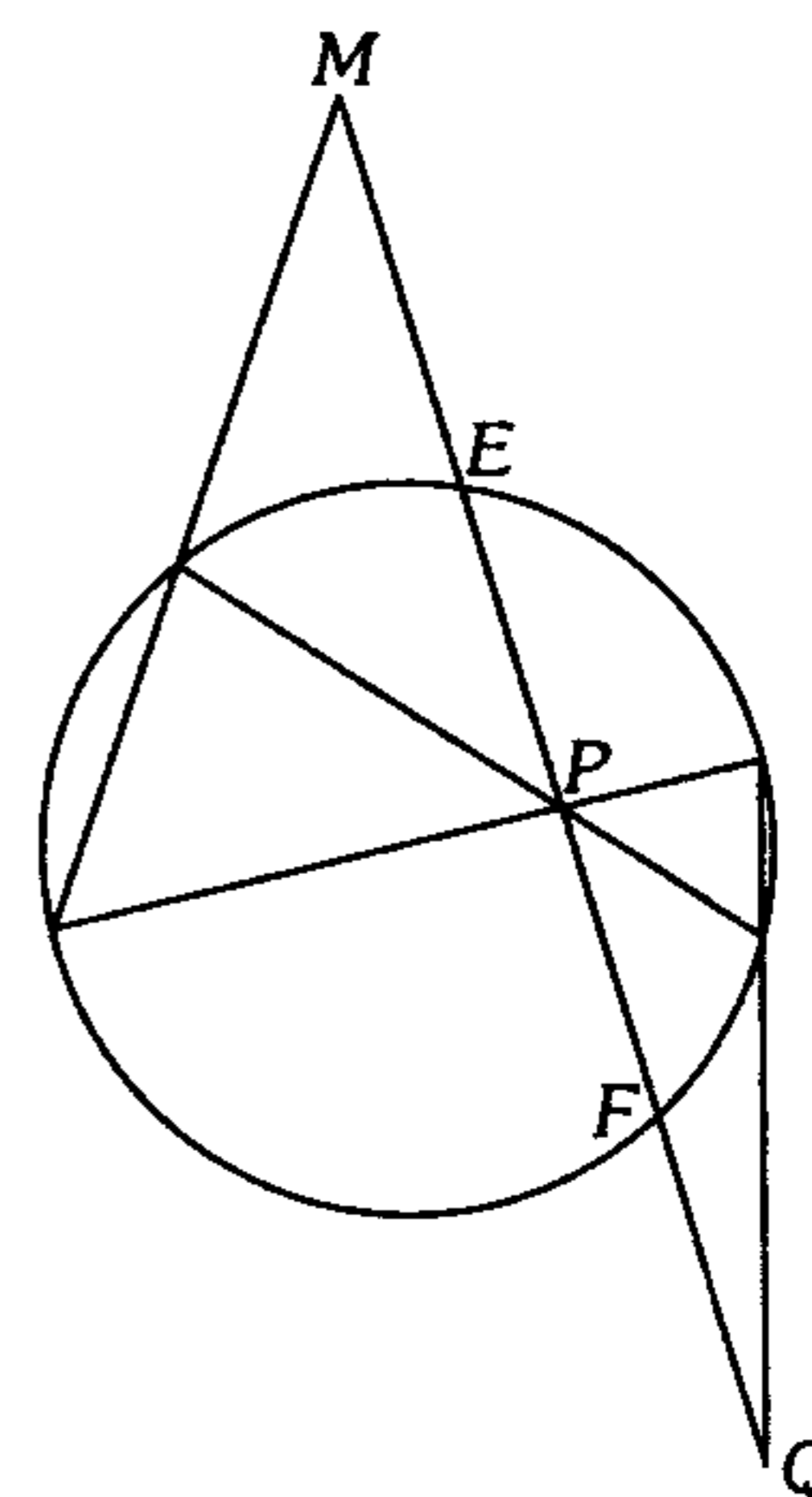
172. En la figura  $P$ ,  $Q$  y  $T$  son puntos de tangencia; calcule la  $m\angle ATM$ .



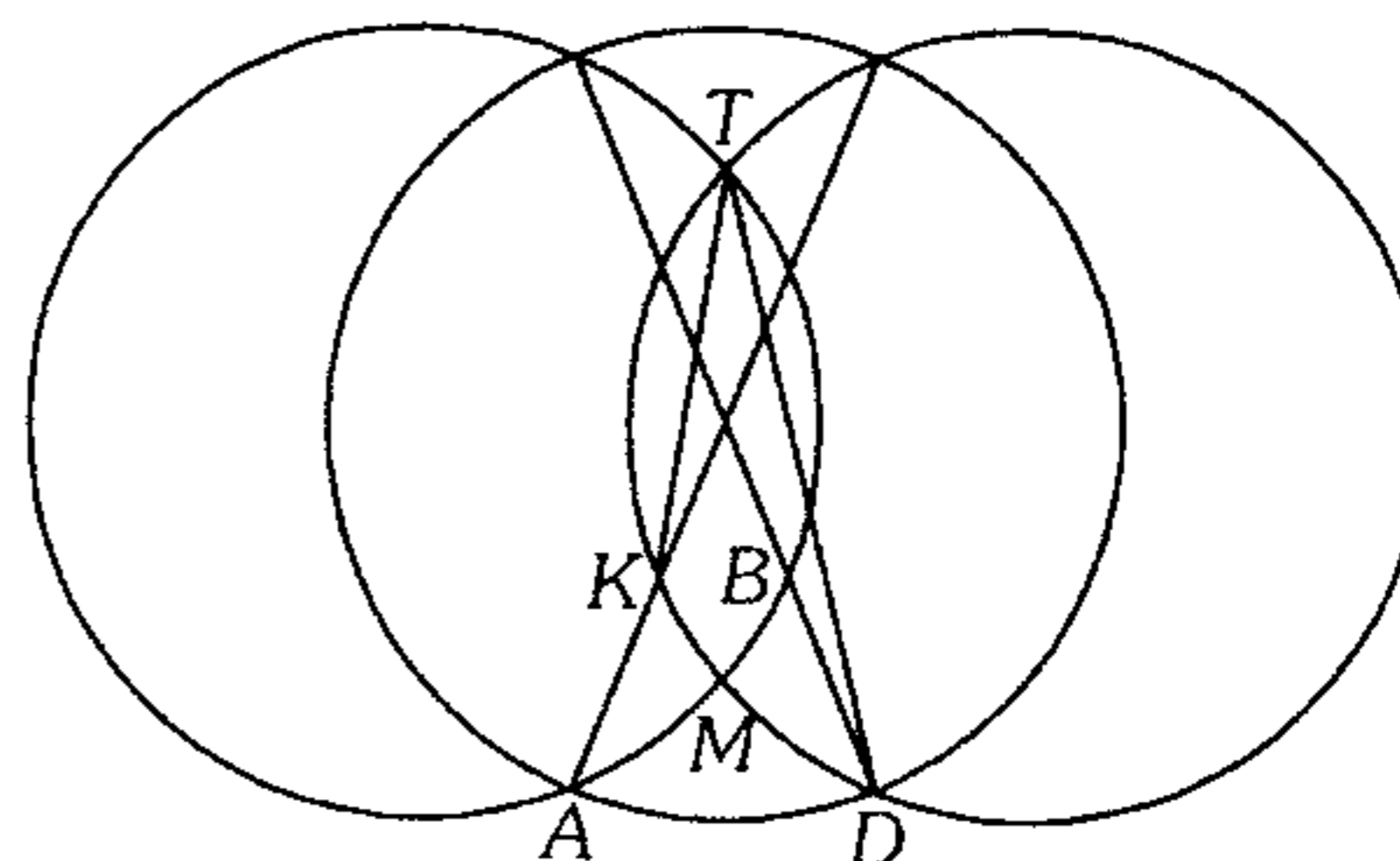
- A)  $160^\circ$       B)  $130^\circ$       C)  $140^\circ$   
D)  $150^\circ$       E)  $135^\circ$

173. En el gráfico  $EP=PF$ , calcule  $MP/PQ$ .

- A)  $\sqrt{2}$   
B)  $\frac{1}{2}$   
C)  $\sqrt{10}$   
D)  $\frac{5}{3}$   
E) 1

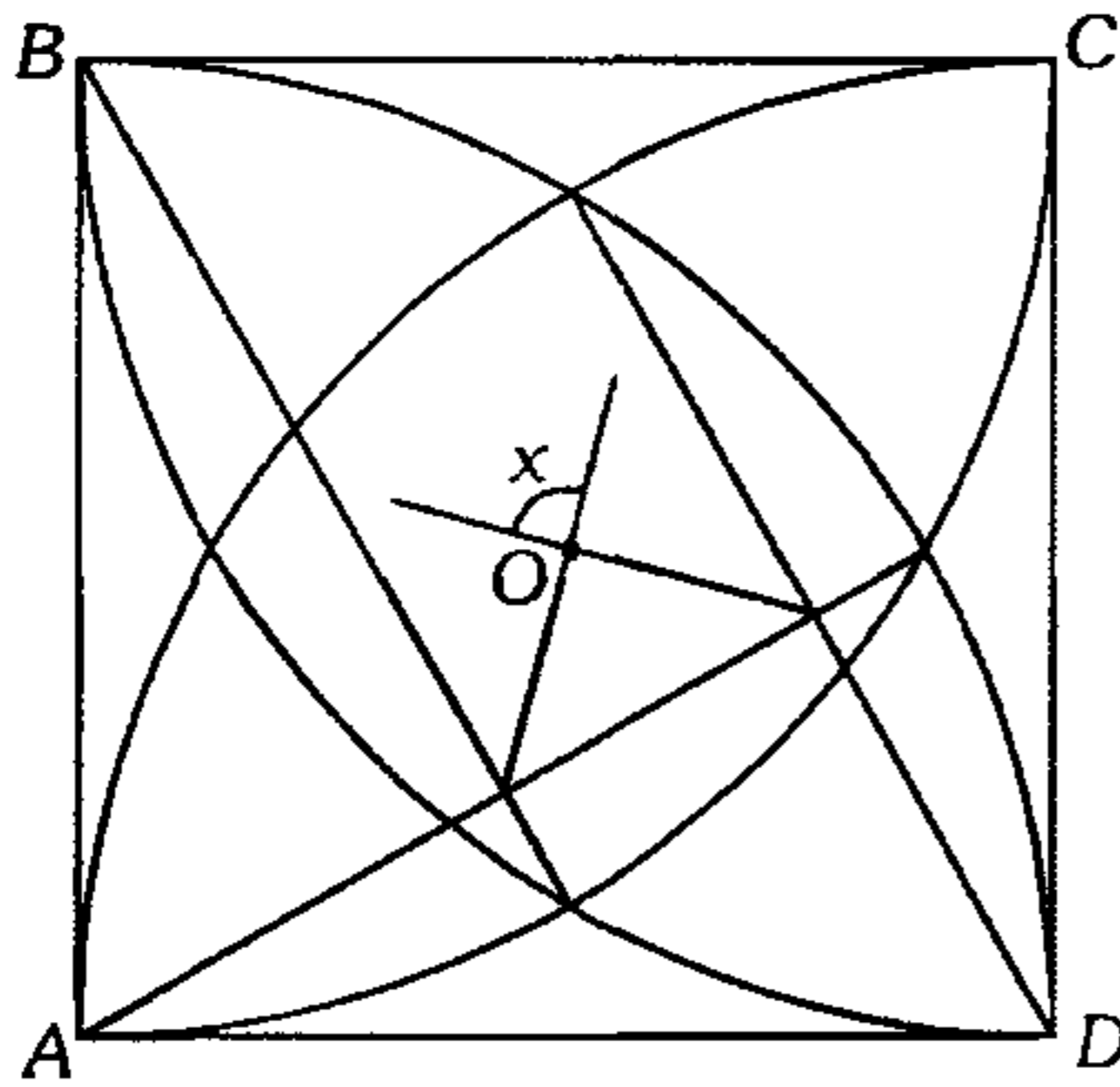


174. Del gráfico calcule la  $m\angle KTD$ , si  $m\widehat{AMB} = 40^\circ$ .



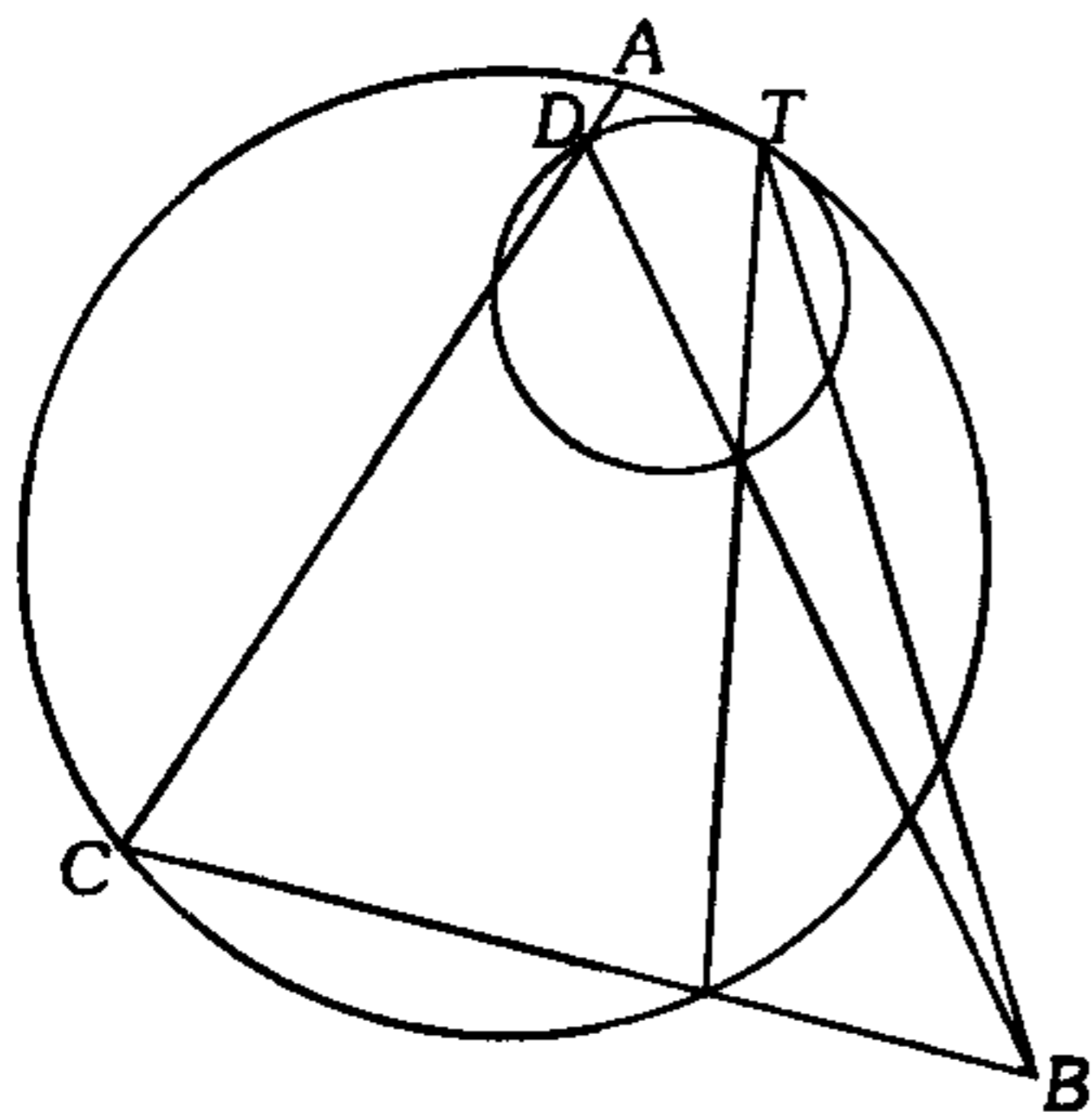
- A)  $100^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $80^\circ$   
D)  $40^\circ$       E)  $20^\circ$

175. En el gráfico,  $ABCD$  es un cuadrado de centro  $O$ . Si  $A, B, C$  y  $D$  son los centros de los cuadrantes mostrados, calcule  $x$ .



- A)  $120^\circ$     B)  $90^\circ$     C)  $100^\circ$   
 D)  $135^\circ$     E)  $115^\circ$

176. Según el gráfico,  $m\angle TBD = 22^\circ$  y  $T$  es punto de tangencia. Calcule  $m\widehat{AT}$ .



- A)  $37^\circ$     B)  $88^\circ$     C)  $60^\circ$   
 D)  $22^\circ$     E)  $44^\circ$

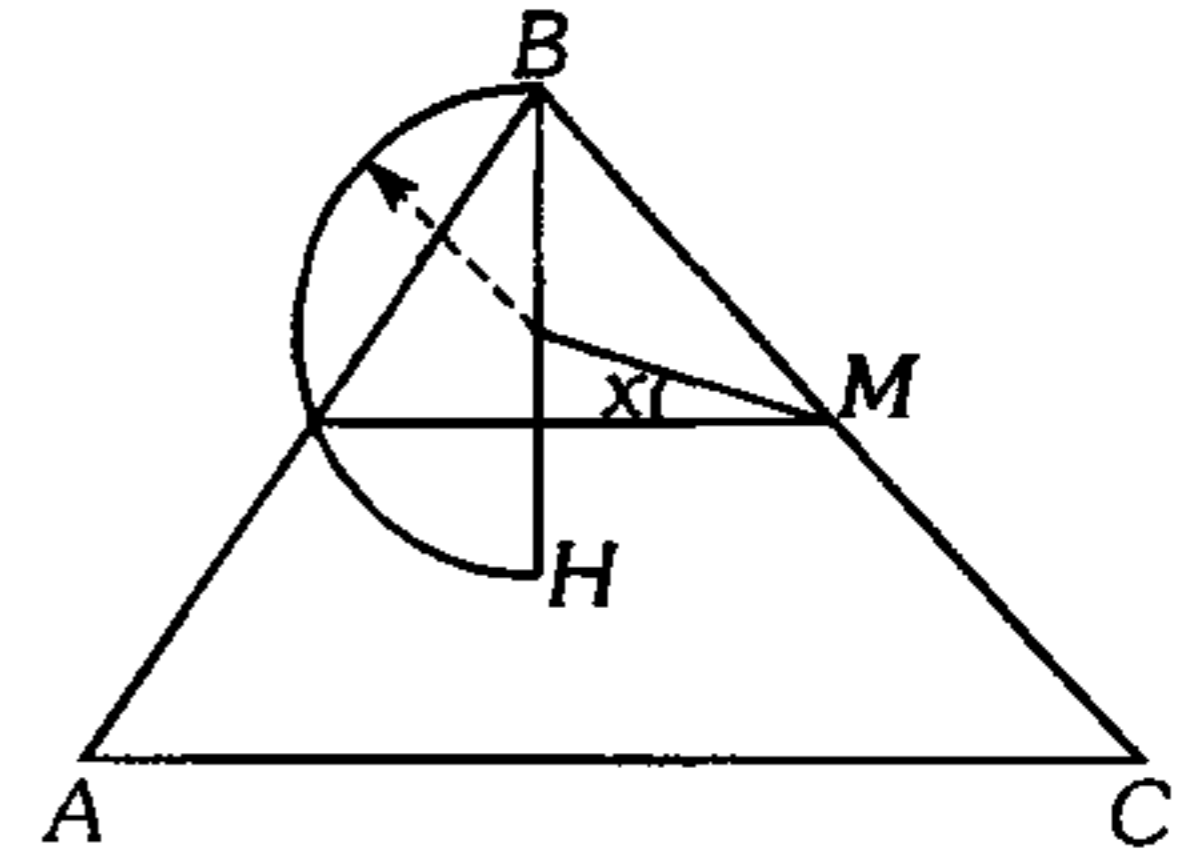
**Puntos Notables**

177. En un triángulo acutángulo  $ABC$  de circuncentro  $O$ ; ¿qué punto notable es  $O$  del triángulo cuyos vértices son los circuncentros de los triángulos  $AOB, BOC$  y  $AOC$ ?

- A) ortocentro    B) circuncentro  
 C) baricentro    E) incentro  
 D) excentro

178. Según el gráfico calcule  $x$  si  $m\angle ABC = 80^\circ$ ,  $H$  es ortocentro y  $M$  es punto medio de  $\overline{BC}$ .

- A)  $20^\circ$   
 B)  $10^\circ$   
 C)  $50^\circ$   
 D)  $60^\circ$   
 E)  $40^\circ$

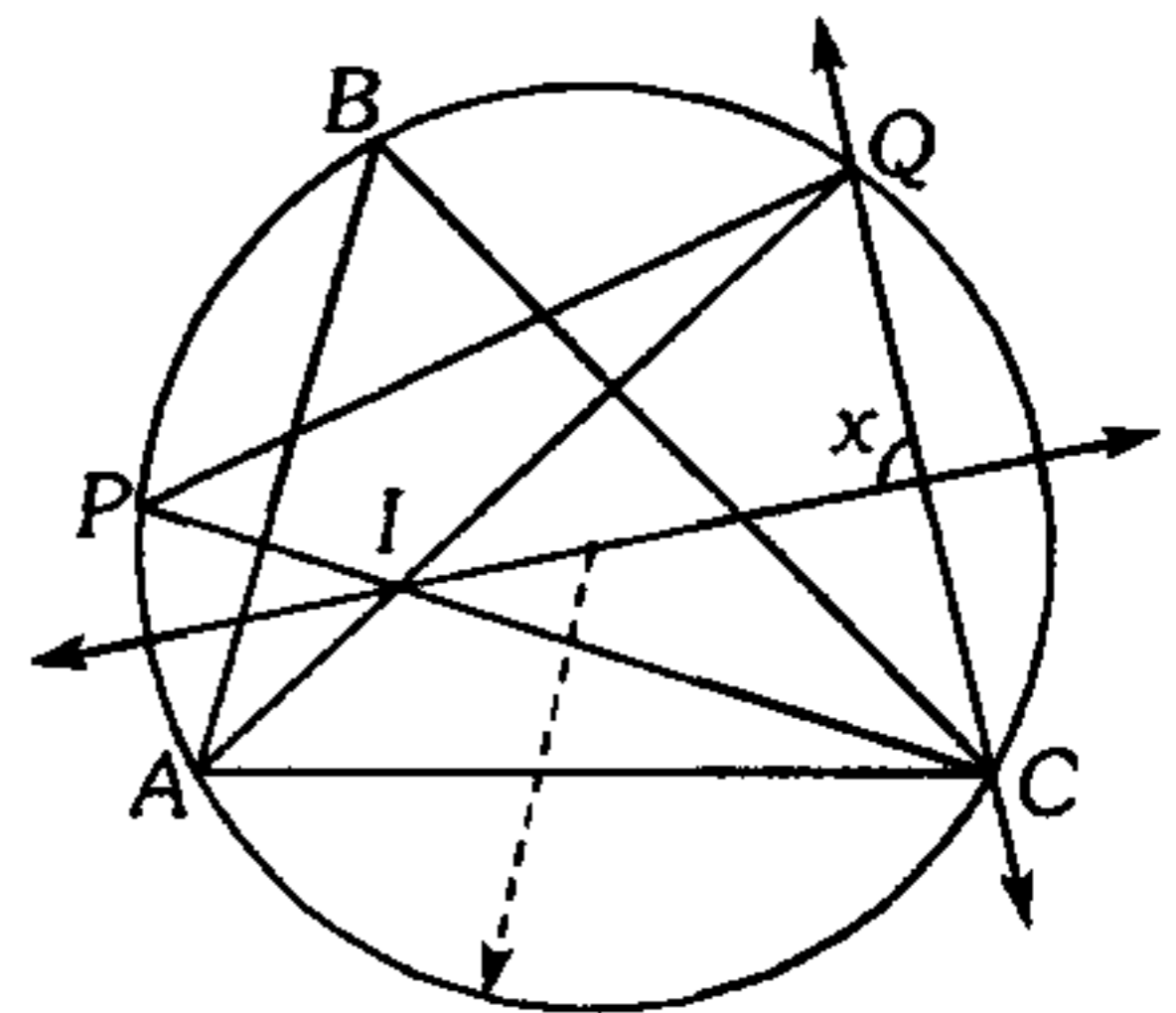


179. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , de incentro  $I$  y excentro  $E$  relativo a  $\overline{BC}$ , siendo  $T$  la proyección ortogonal de  $I$  sobre  $\overline{AC}$  y la  $m\angle ACB = 37^\circ$ , calcule la medida del ángulo  $IET$ .

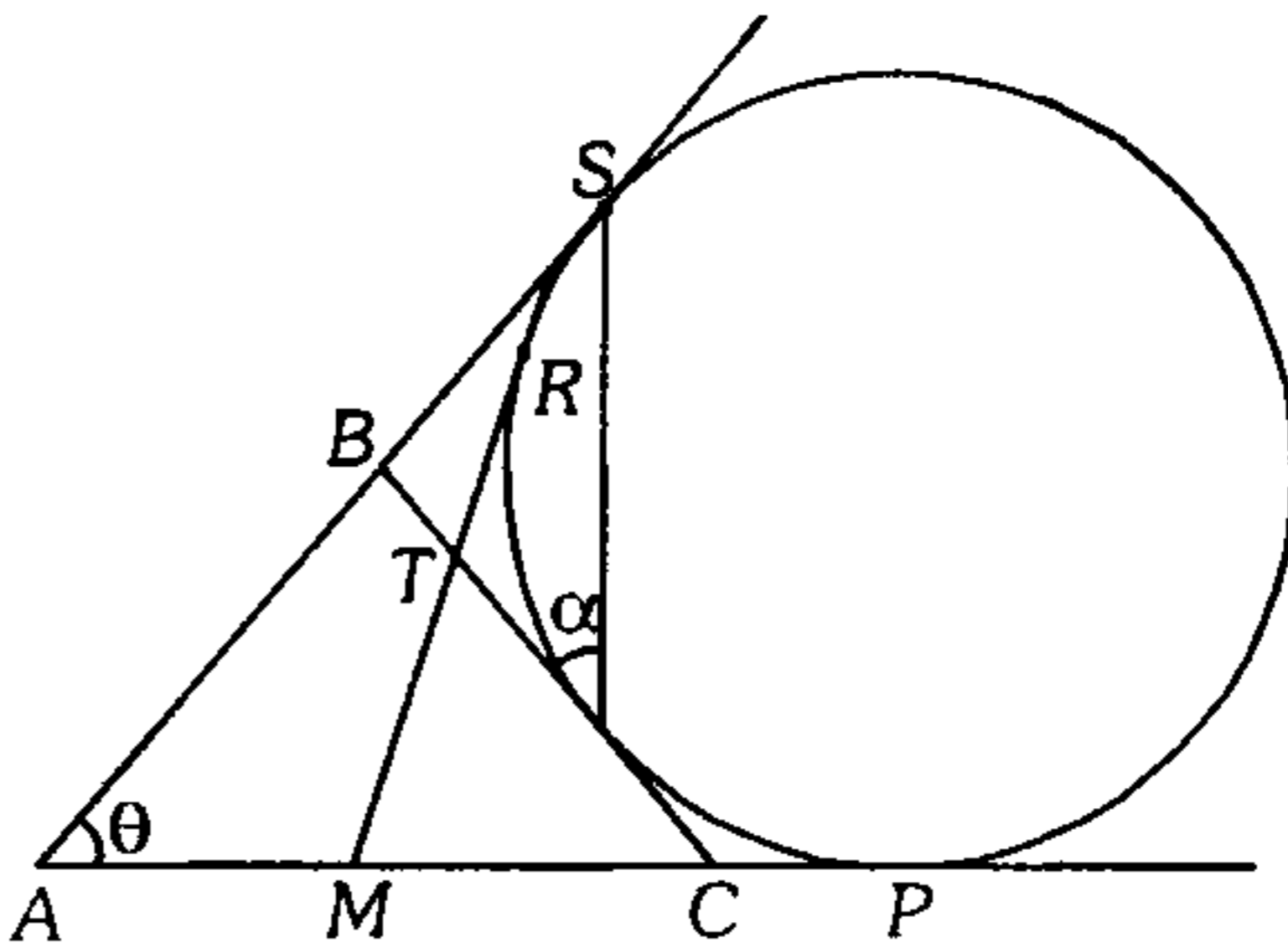
- A)  $10^\circ$     B)  $15^\circ$     C)  $21^\circ 30'$   
 D)  $10^\circ 30'$     E)  $7^\circ 30'$

180. En el gráfico  $I$  es el incentro del triángulo  $ABC$  y  $PQ=AC$ , calcule  $x$ .

- A)  $90^\circ$   
 B)  $80^\circ$   
 C)  $110^\circ$   
 D)  $85^\circ$   
 E)  $95^\circ$



181. En la figura adjunta  $P, Q, R$  y  $S$  son puntos de tangencia,  $TC=AM$ ,  $TB=3$  y  $\alpha + \theta = 90^\circ$ , calcule  $TM$ .



- A) 3    B) 4    C) 5  
 D) 6    E) 7

182. En un triángulo  $ABC$  cuyo circuncentro es  $O$  y además  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  son puntos simétricos de  $O$  respecto a  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$  y  $\overline{AB}$  respectivamente. ¿Qué punto notable es  $O$  para el triángulo  $A'B'C'$ ?

- A) baricentro
- B) ortocentro
- C) circuncentro
- D) incentro
- E) excentro

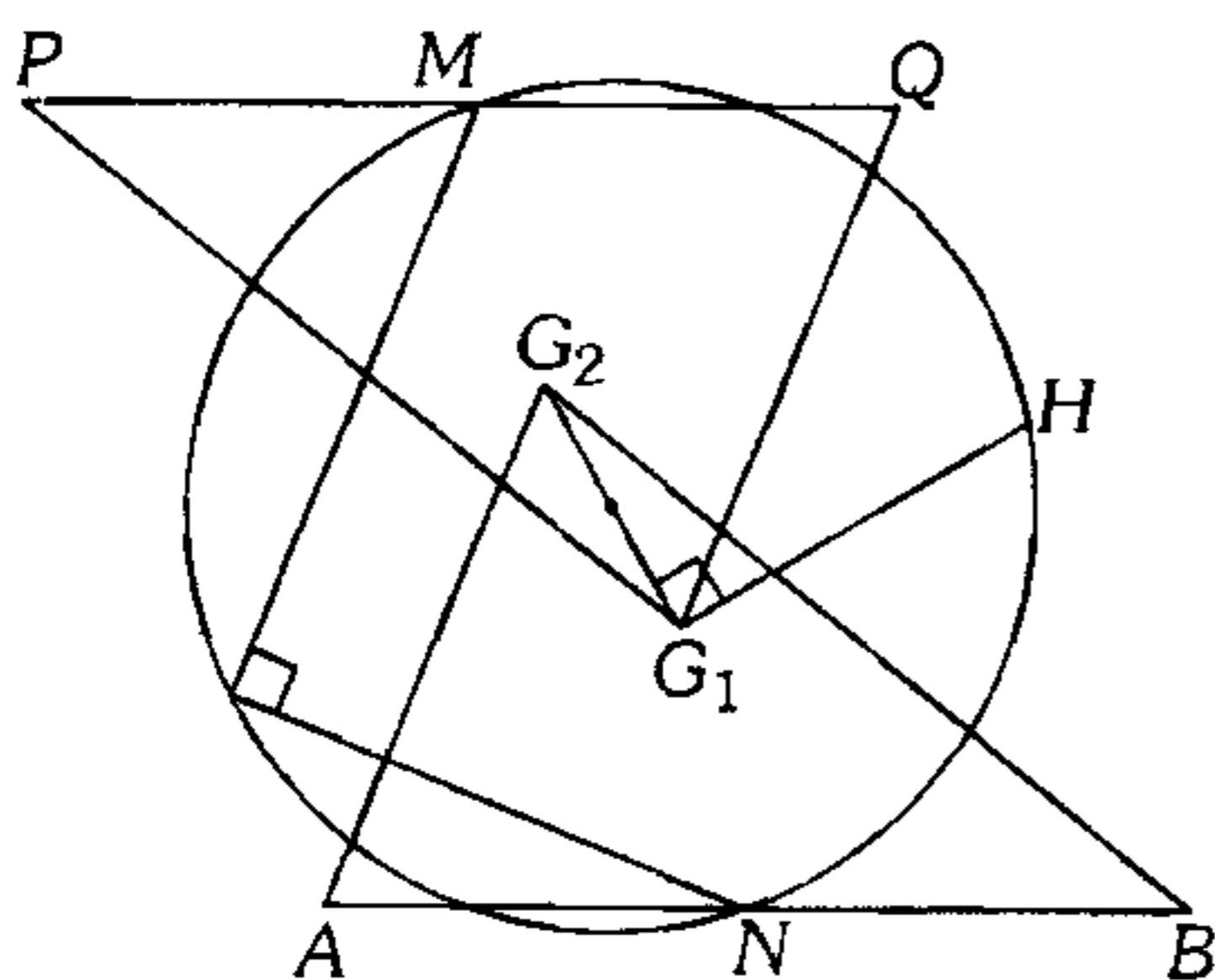
183. En un triángulo equilátero  $ABC$  de circuncentro  $O$ , se traza las cevianas interiores  $CN$  y  $AM$  las cuales se intersecan en  $P$ , tal que la  $m\angle PBA = 10^\circ$  y  $AN = BM$ . Calcule la  $m\angle OMP$ .

- A)  $30^\circ$
- B)  $10^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $20^\circ$
- E)  $50^\circ$

184. Calcule la medida del ángulo  $ABC$  de un triángulo  $ABC$  tal que la suma de los exradios del triángulo relativos a  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  con la longitud de  $\overline{AC}$  está en la razón de 4 a 3.

- A)  $74^\circ$
- B)  $106^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $123^\circ$
- E)  $147^\circ$

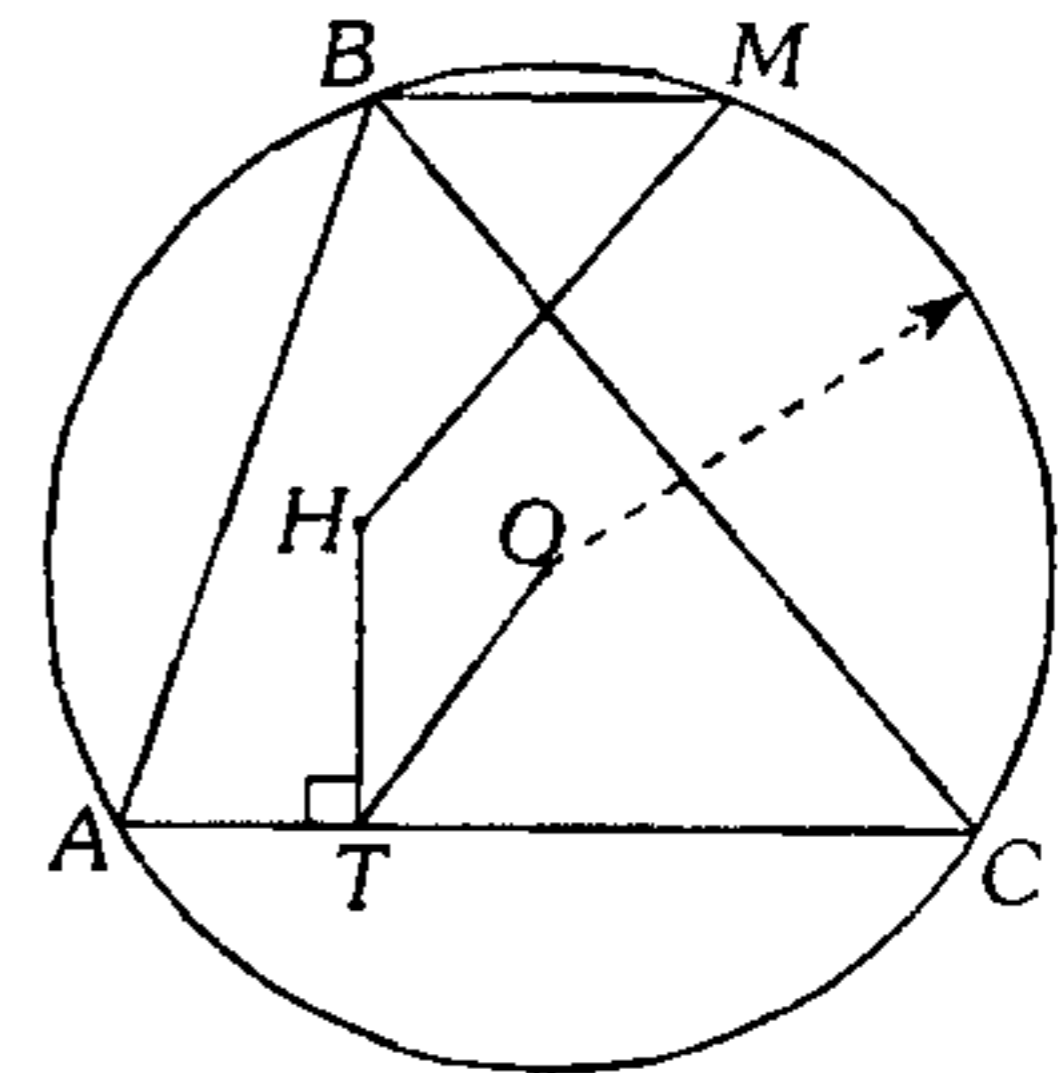
185. Según el gráfico  $G_1$  y  $G_2$  son los baricentros de las regiones triangulares  $AG_2B$  y  $PG_1Q$  respectivamente,  $PM = MQ$  y  $AN = NB$ . Calcule  $m\widehat{MH}$ .



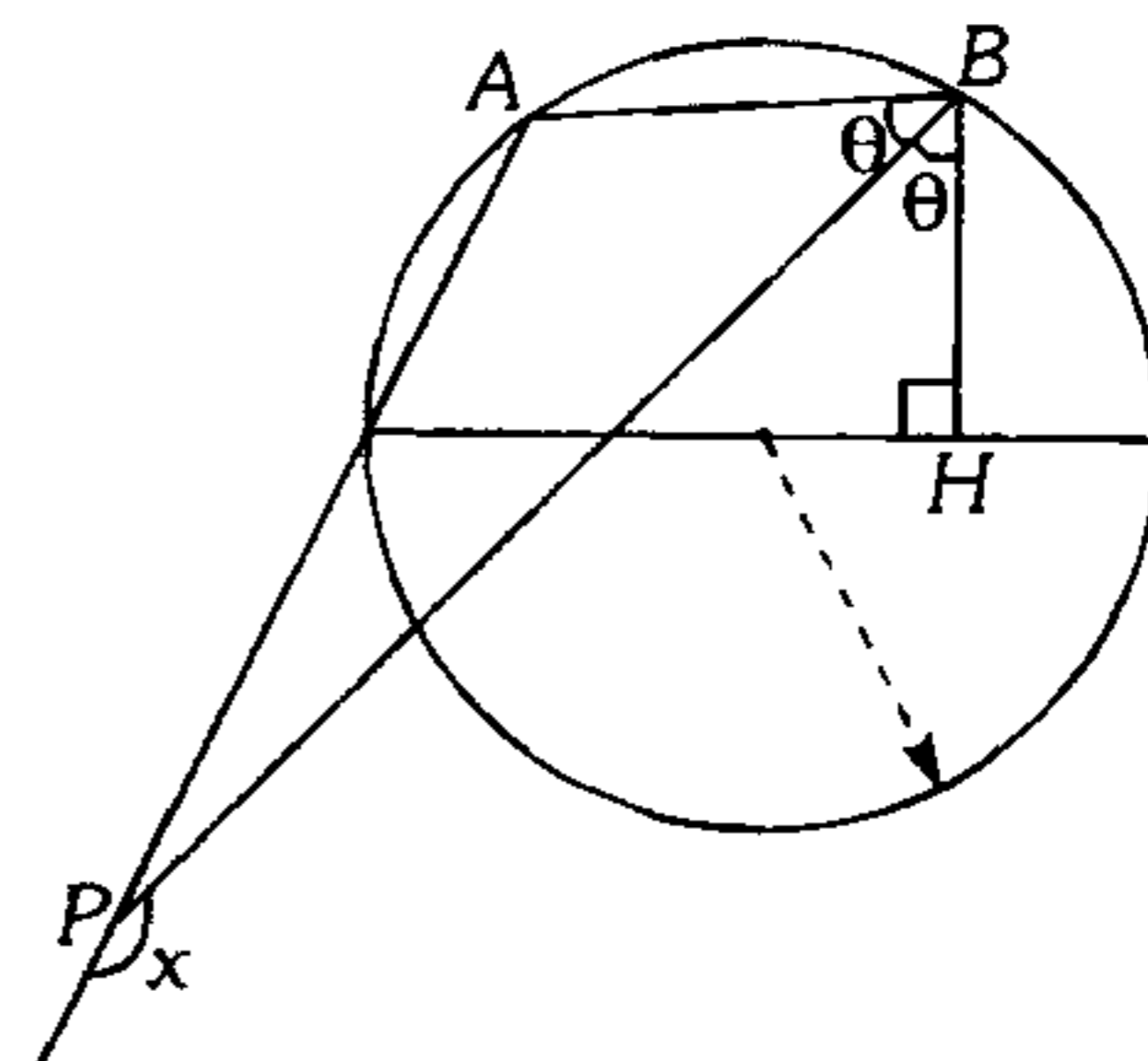
- A)  $150^\circ$
- B)  $120^\circ$
- C)  $100^\circ$
- D)  $127^\circ$
- E)  $143^\circ$

186. Según el gráfico,  $H$  es el ortocentro del triángulo  $ABC$ ,  $\overline{BM} \parallel \overline{AC}$  y  $BM = TO$ . Calcule la  $m\angle BMH$ .

- A)  $30^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $37^\circ$
- D)  $53^\circ$
- E)  $60^\circ$



187. Según el gráfico,  $m\widehat{AB} = 80^\circ$ , calcule  $x$ .



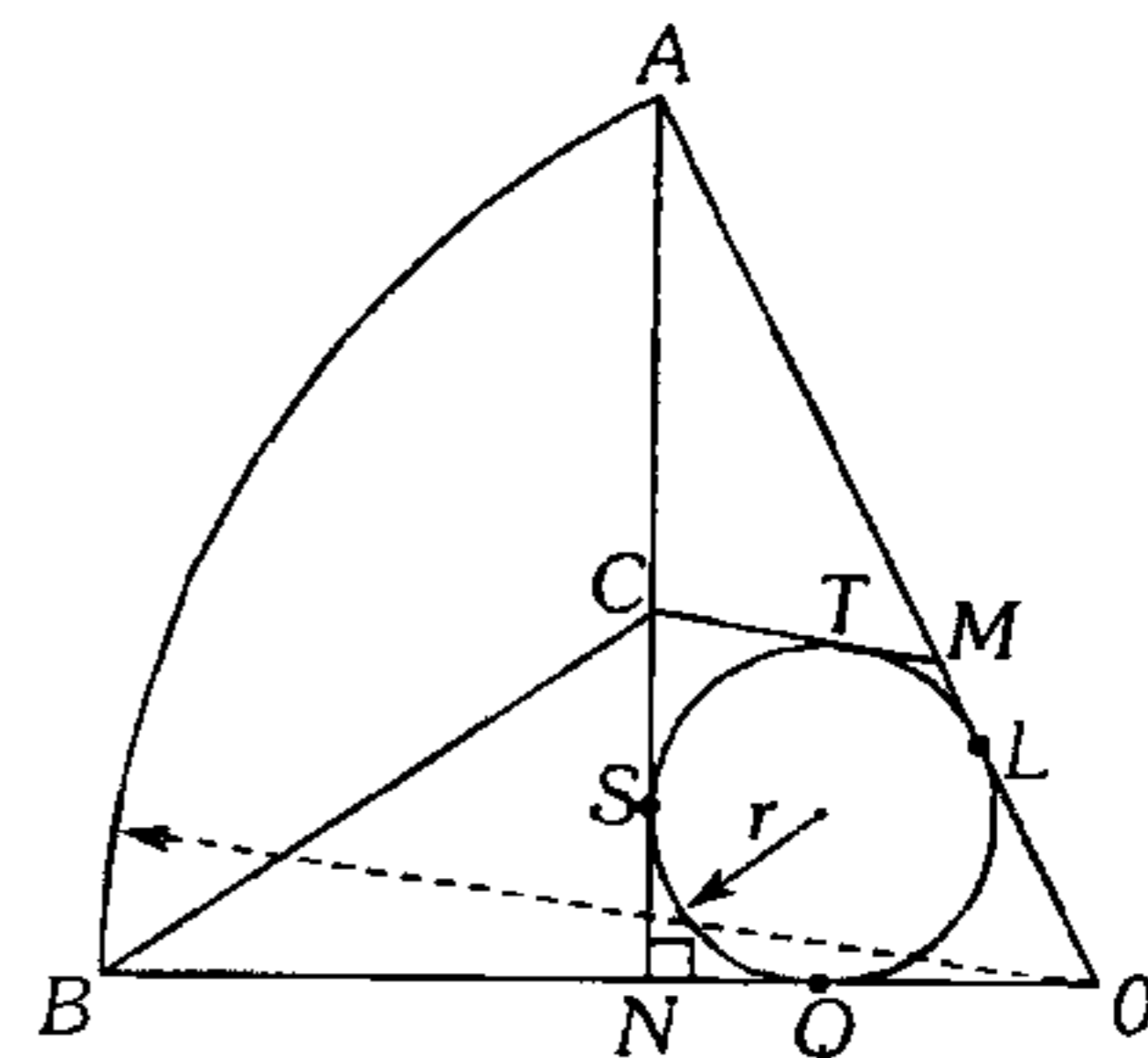
- A)  $170^\circ$
- B)  $150^\circ$
- C)  $160^\circ$
- D)  $140^\circ$
- E)  $120^\circ$

188. En un triángulo isósceles  $ABC$  ( $AB = BC$ ) se traza las cevianas interiores  $BD$  y  $CQ$  tal que  $m\angle ABD = m\angle BCQ = 30^\circ$ ,  $m\angle DBC = 50^\circ$ . Calcule  $m\angle DQC$ .

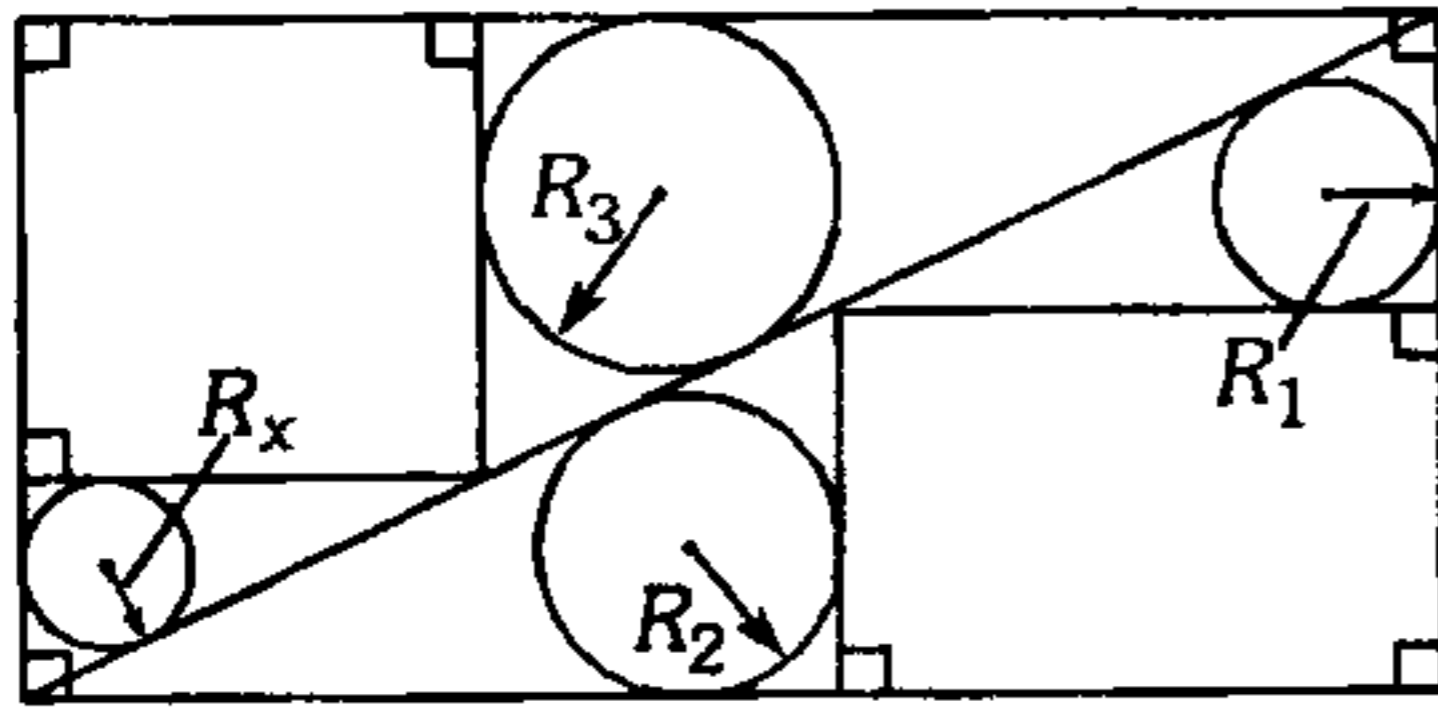
- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $35^\circ$

189. Según el gráfico  $BN = 6$ ,  $AM = 9$  y  $MC = 5$ , calcule  $BC$ . ( $S$ ,  $T$ ,  $L$  y  $Q$  son puntos de tangencia y  $r$  es el inradio del triángulo  $ONA$ ).

- A) 8
- B) 10
- C) 11
- D) 15
- E) 13

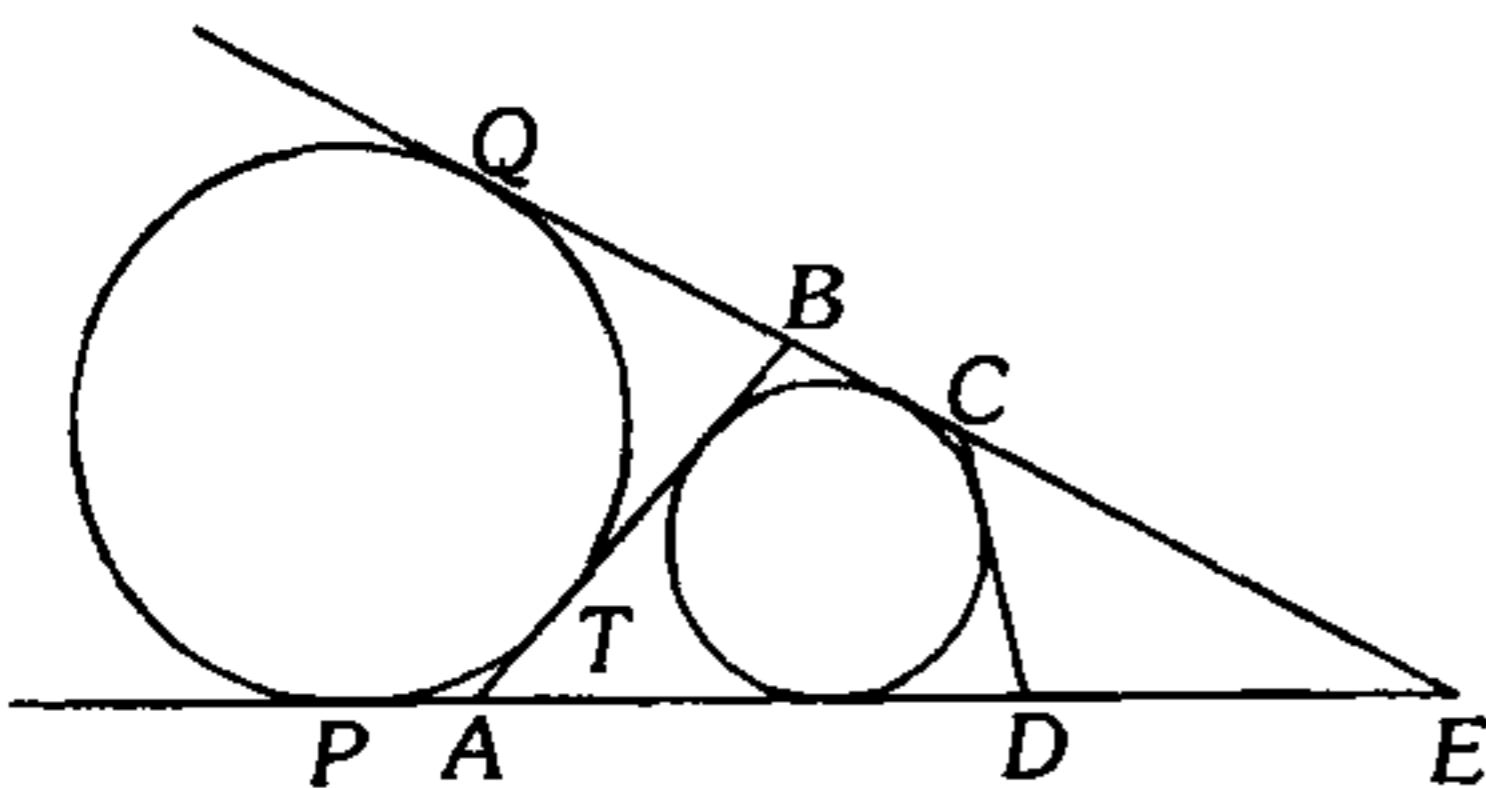


190. En la figura  $R_1=6$ ,  $R_2=8$  y  $R_3=10$ , halle  $R_x$ .



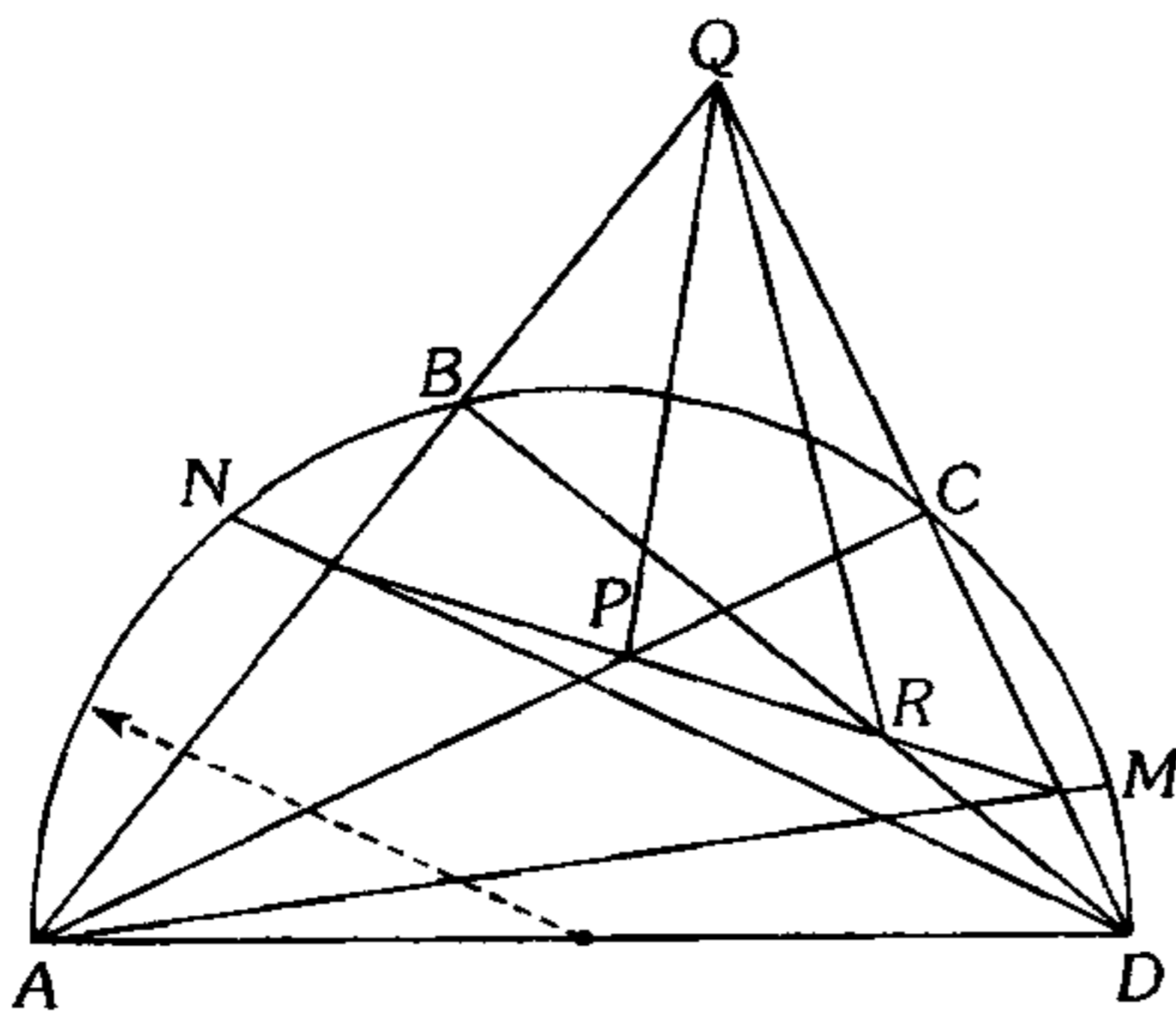
- A) 4,8      B) 4,2      C) 4  
D) 3              E) 2

191. Según el gráfico la diferencia de perímetros de las regiones triangulares  $ABE$  y  $CDE$  es 12 u, el perímetro de la región cuadrangular circunscrita  $ABCD$  es 18. Calcule  $CD$ . ( $P$ ,  $T$  y  $Q$  son puntos de tangencia).



- A) 2              B) 3              C) 4  
D) 5              E) 6

192. Según el gráfico,  $m\widehat{NB} = m\widehat{CM} = \theta$ . Calcule  $m\angle PQR$ .



- A)  $2\theta$       B)  $\frac{\theta}{2}$       C)  $\theta$   
D)  $90^\circ - \theta$       E)  $90^\circ - 4\theta$

193. En un paralelogramo  $ABCD$ ,  $AB=12$ ,  $M$  es punto medio de  $\overline{CD}$ ,  $AM=BD$  y  $\overline{AM} \cap \overline{BD} = \{Q\}$ . En la prolongación de  $\overline{AD}$  se ubica el punto  $E$  tal que  $BC=DE$  y  $m\angle DQE=37^\circ$ . Calcule  $QE$ .

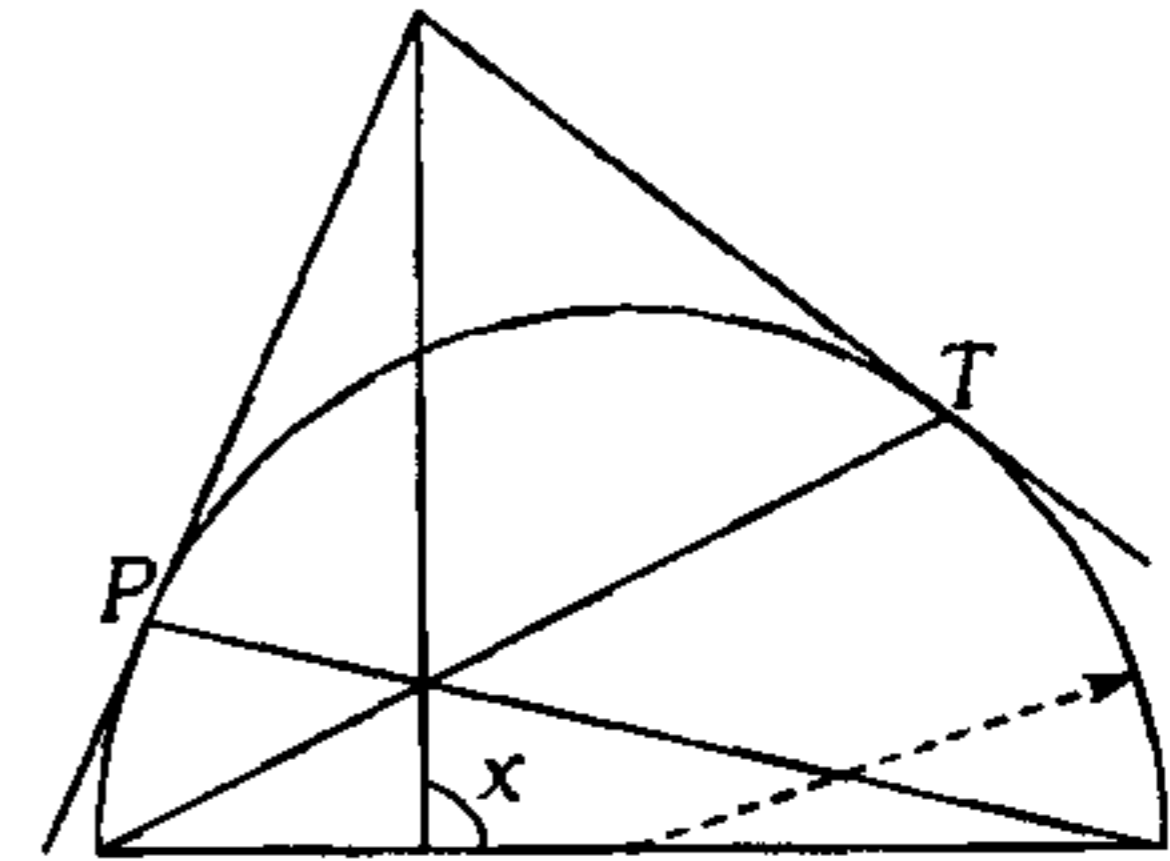
- A) 16              B) 12              C) 14  
D) 20              E) 15

194. En un triángulo acutángulo  $ABC$ , las prolongaciones de las alturas trazadas desde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son secantes a la circunferencia circunscrita a dicho triángulo en los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ . Si la suma de las distancias del circuncentro del triángulo  $ABC$  a sus respectivos lados es  $d$ , calcule el perímetro de la región hexagonal  $ARBPCQ$ .

- A)  $2d$               B)  $3d$               C)  $4d$   
D)  $6d$               E)  $5d$

195. Según la figura,  $P$  y  $T$  son puntos de tangencia, calcule  $x$ .

- A)  $85^\circ$   
B)  $100^\circ$   
C)  $78^\circ$   
D)  $90^\circ$   
E)  $92^\circ$



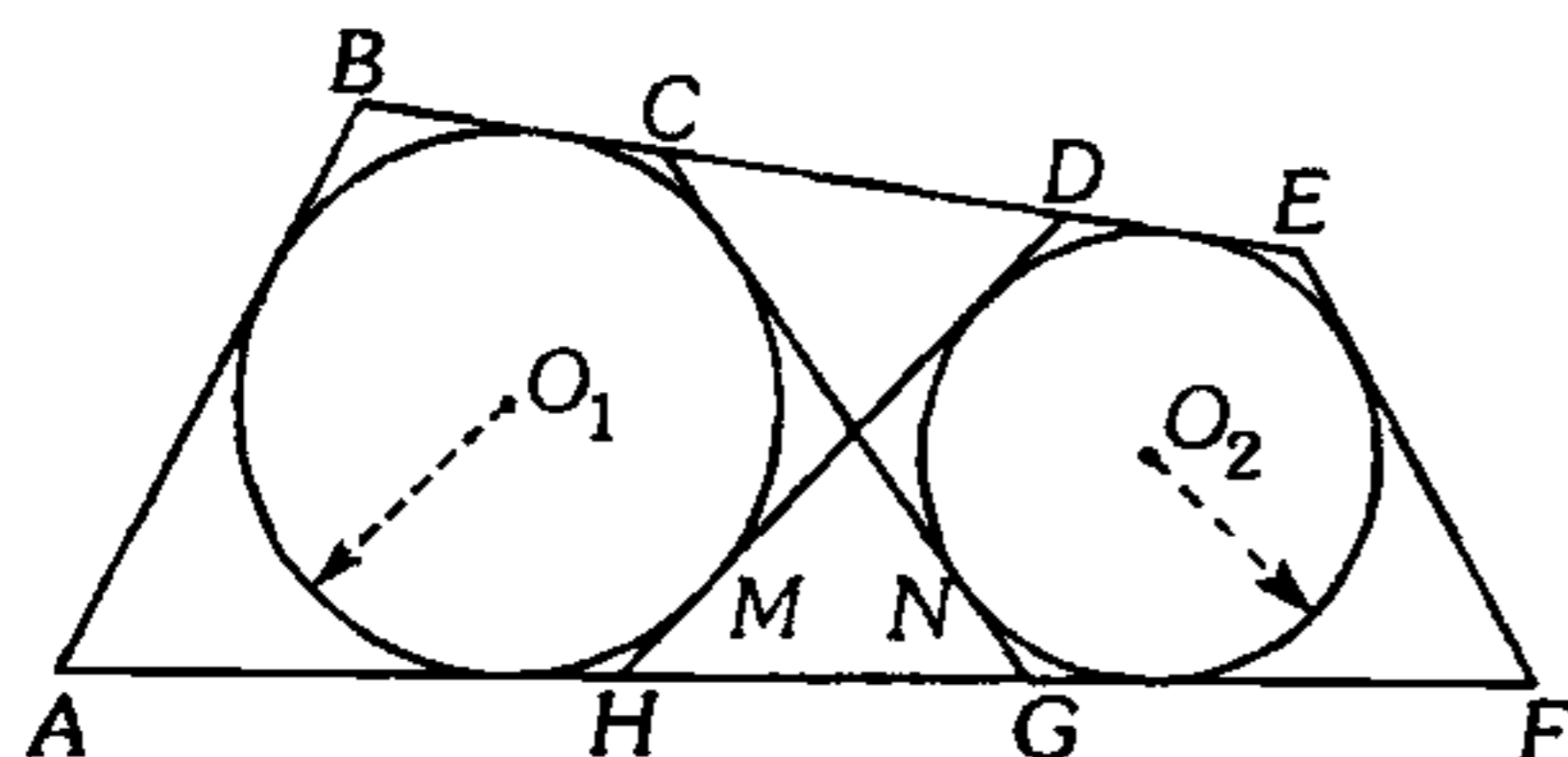
196. Desde un punto  $P$  exterior a una circunferencia se traza las secantes  $PMA$  y  $PQB$ . En  $\widehat{MQ}$  se ubica el punto  $H$  que es ortocentro del triángulo  $APB$ . ¿Qué punto notable es  $H$  para el triángulo  $MPQ$ ?

- A) circuncentro              B) ortocentro  
C) baricentro              D) excentro  
E) incentro

197. En un triángulo acutángulo  $ABC$ ,  $m\angle ABC = 60^\circ$ ; la recta de Euler es secante a los lados  $AB$  y  $BC$  en  $M$  y  $N$  respectivamente. Si  $AM=a$  y  $NC=b$ , calcule el perímetro de la región triangular  $MBN$ .

- A)  $2(a+b)$       B)  $3(a+b)$       C)  $4(a+b)$   
D)  $\frac{5}{2}(a+b)$       E)  $\sqrt{3}(a+b)$

198. En el gráfico mostrado, las circunferencias de centros  $O_1$  y  $O_2$  están inscritas en los cuadriláteros  $ABCG$  y  $HDEF$  respectivamente. Si  $AB=5$  y  $BC+AH=DE+FG$ , calcule  $EF$  ( $M$  y  $N$  son puntos de tangencia).



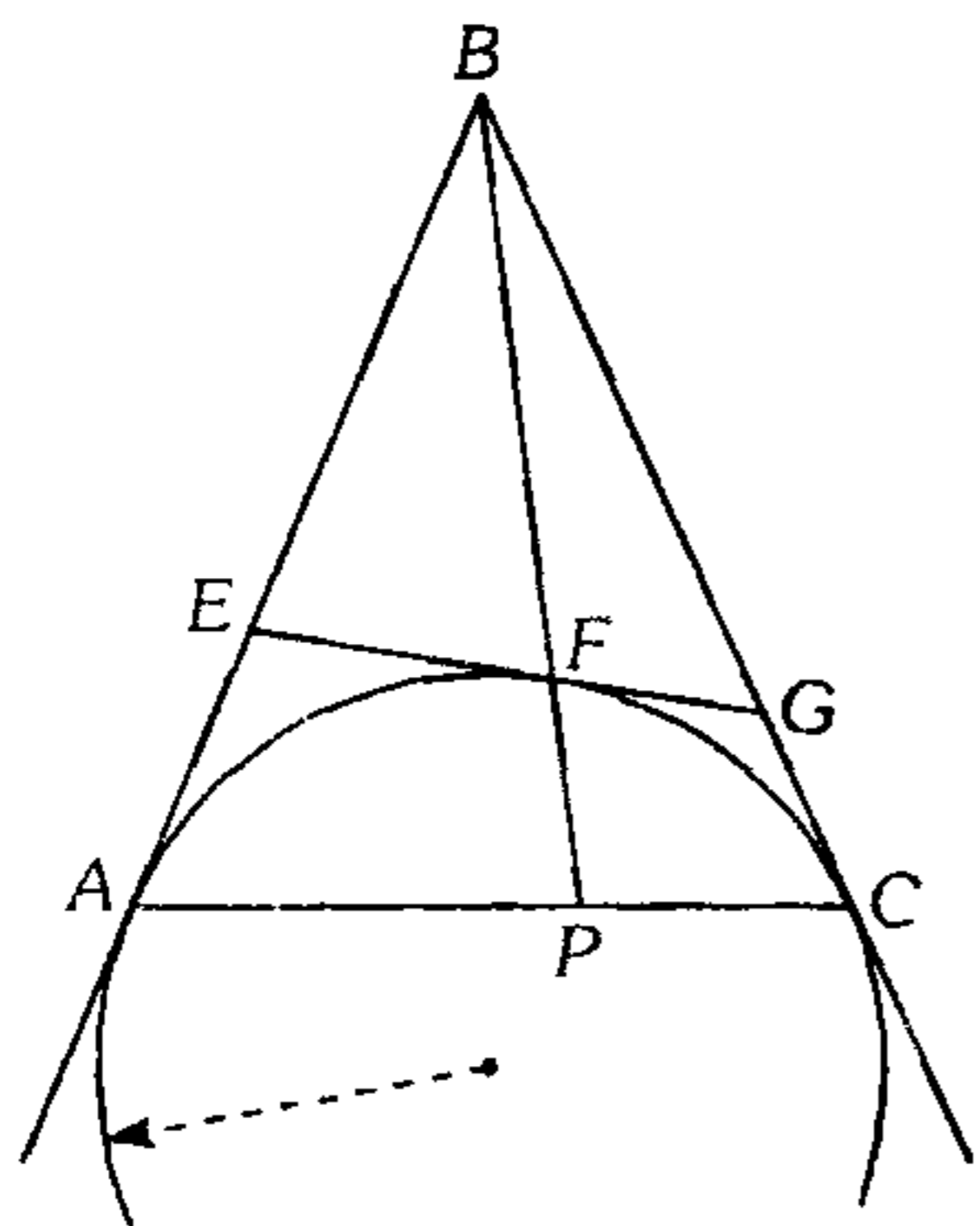
- A) 4                      B) 3                      C) 6  
D) 7                      E) 5

### Proporcionalidad de Segmentos

199. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$  las diagonales se intersecan en  $O$ . En la prolongación de  $\overline{BC}$  se ubica el punto  $F$ , tal que  $m\angle BCA = m\angle FCD$ ;  $m\angle BAC = m\angle CAD$ ;  $AD=12$ ,  $OC=3$  y  $CD=7$ . Calcule  $AB$ .

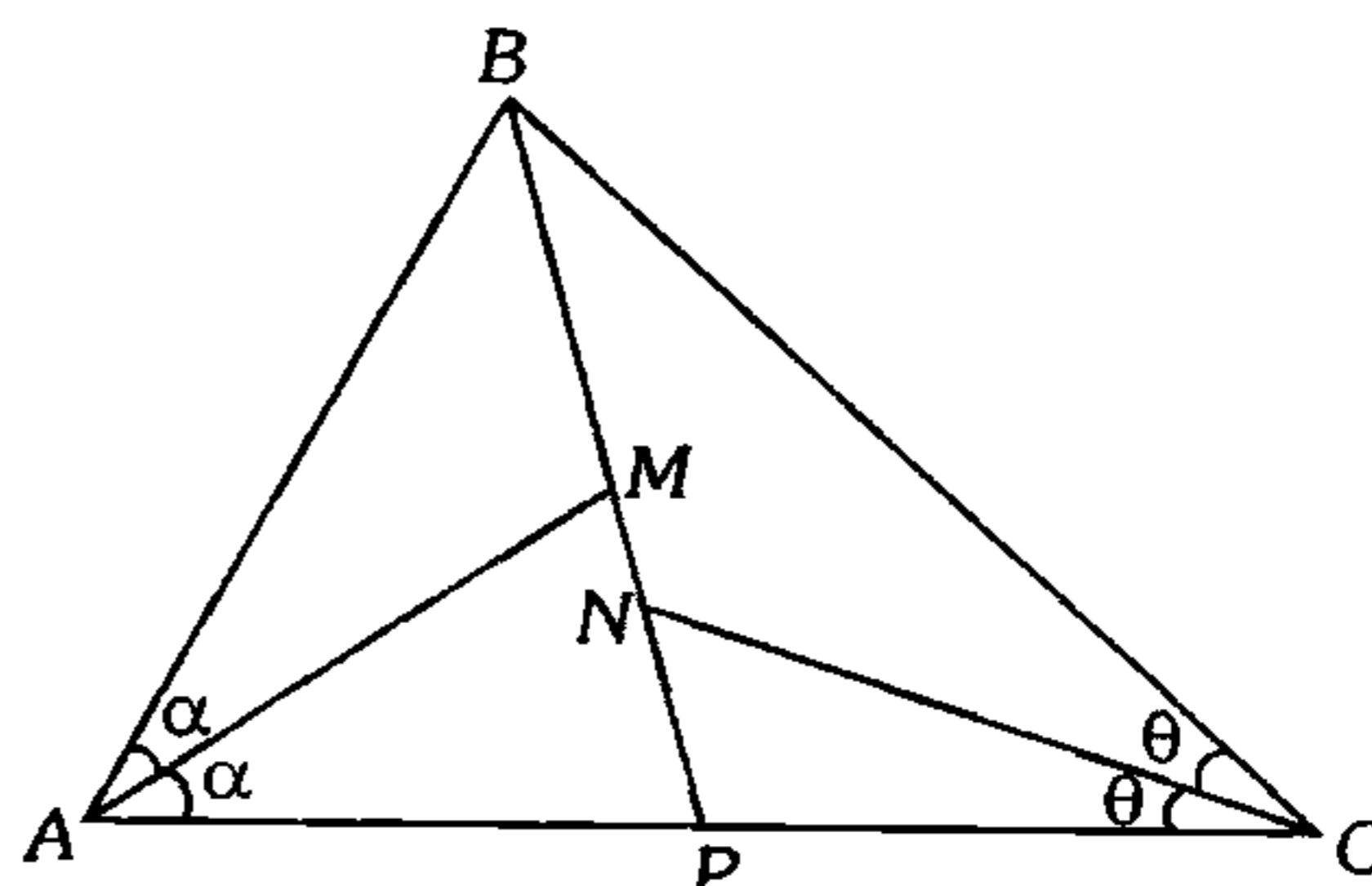
- A) 3                      B) 4                      C) 9  
D) 12                      E) 10

200. Según el gráfico  $A$ ,  $F$  y  $C$  son puntos de tangencia. Si  $\frac{AE}{3} = \frac{EB}{5} = \frac{GC}{2}$ , calcule  $\frac{AP}{PC}$ .



- A) 8/3                      B) 7/4                      C) 9/5  
D) 21/8                      E) 17/9

201. Según el gráfico, calcule  $MN$ , si  $BM=3$ ,  $NP=2$ ,  $PA=PC$  y  $2(AB+BC)=3(AC)$ .

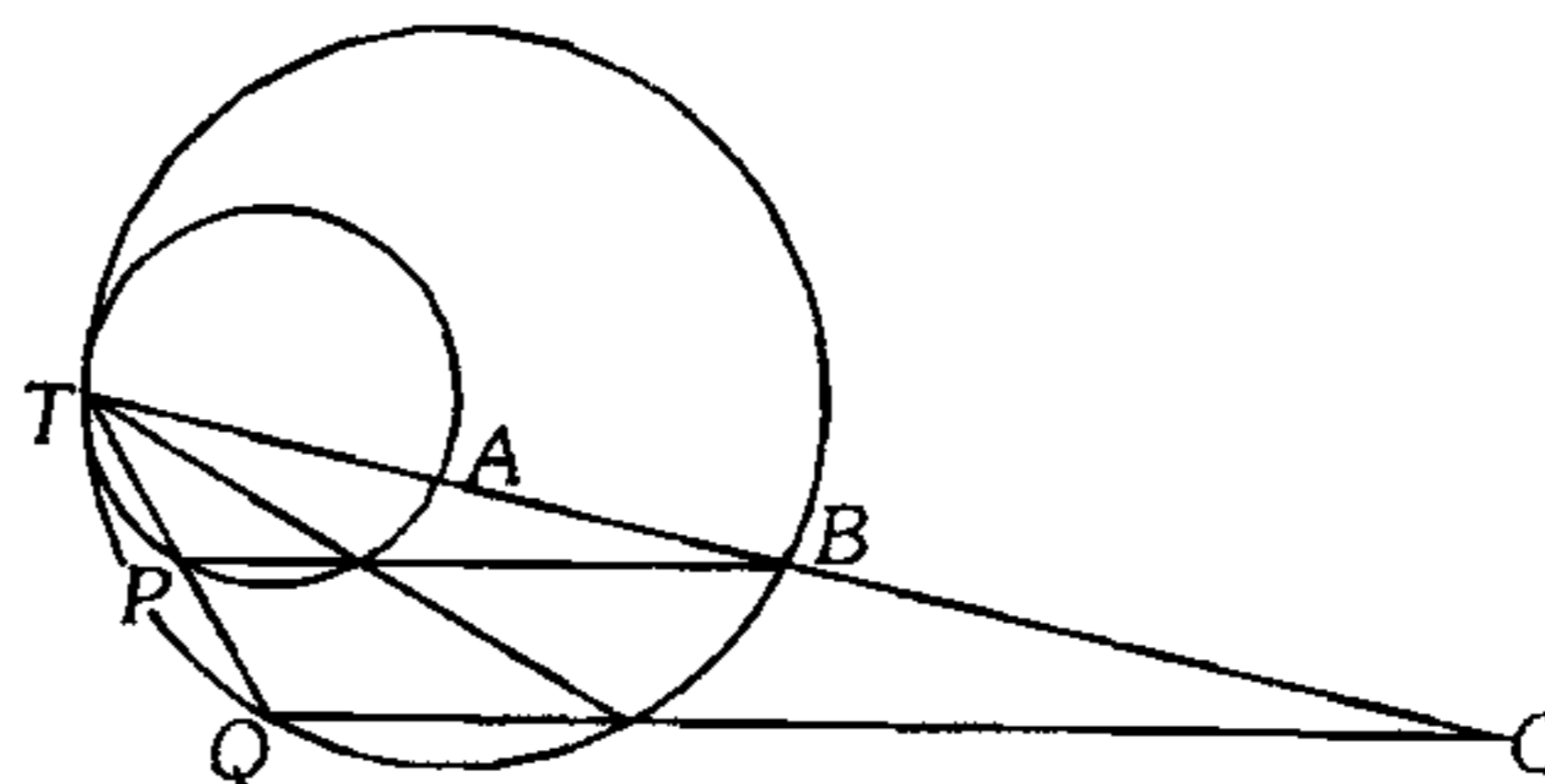


- A) 1/2                      B) 1                      C) 1,2  
D) 3/2                      E) 5/2

202. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la bisectriz interna  $BF$  tal que  $\frac{AB}{AF} + \frac{BC}{FC} = \frac{14}{5}$ . Calcule  $\frac{r}{R}$  siendo  $r$  y  $R$  el inradio y circunradio del triángulo  $ABC$ .

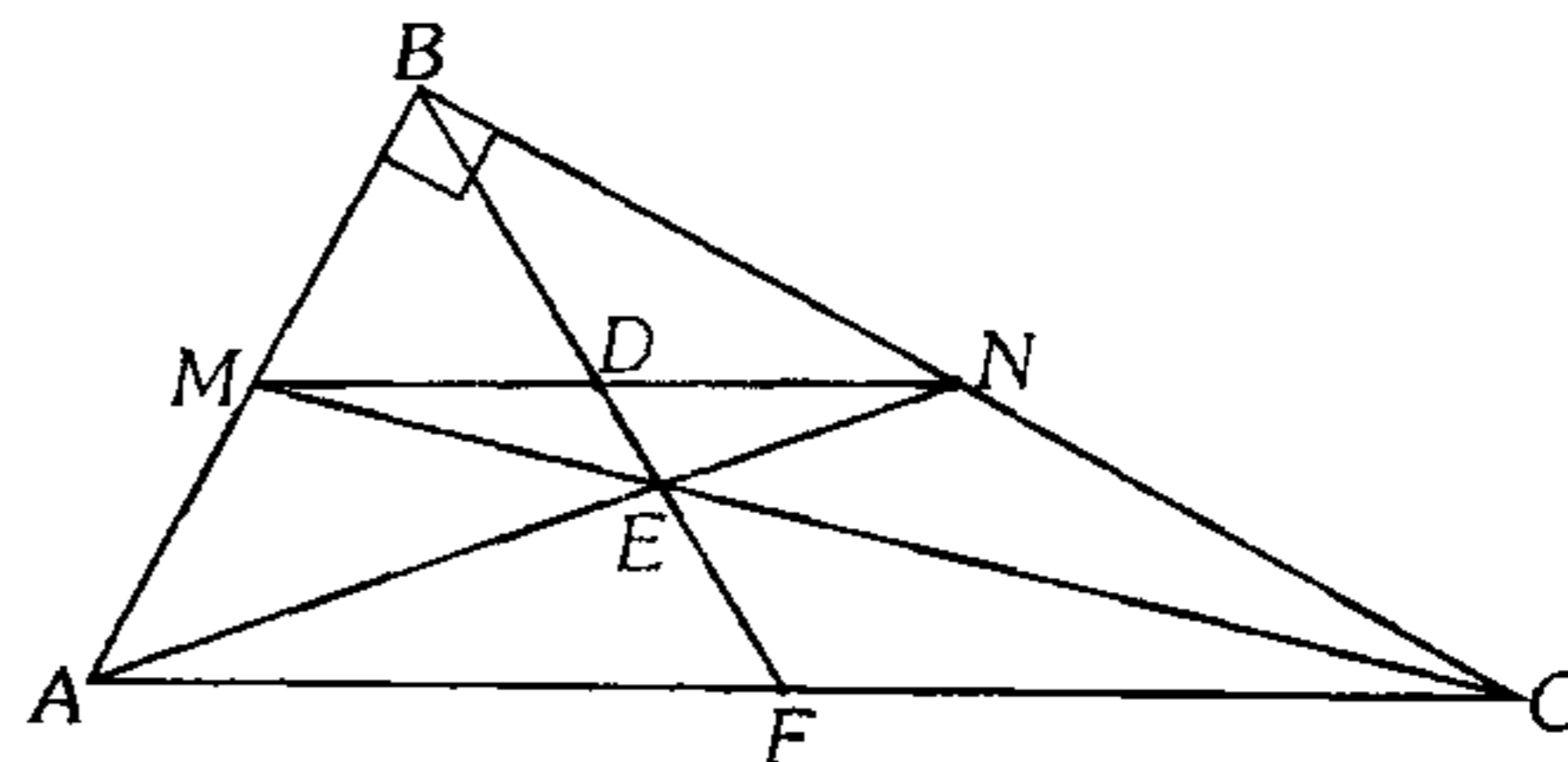
- A) 1/5                      B) 2/5                      C) 3/5  
D) 4/5                      E) 1

203. Según el gráfico,  $T$  es punto de tangencia; si  $TA=4$  y  $BC=5$ , calcule  $AB$ .



- A) 1                      B) 9                      C)  $\sqrt{6}$   
D)  $2(\sqrt{6}-1)$                       E)  $(\sqrt{6}-2)$

204. Según el gráfico,  $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$ , si  $BD=3$  y  $EF=2$ , calcule  $AC$ .



- A) 10                      B) 12                      C) 14  
D) 15                      E) 20

205. En un triángulo  $ABC$ , recto en  $B$ ,  $I$  es el incentro y  $G$  el baricentro. Si  $\overline{IG} \parallel \overline{BC}$  y  $IG=4$  m, calcule el inradio del triángulo  $ABC$ .

- A) 10      B) 4      C) 6  
D) 8      E) 12

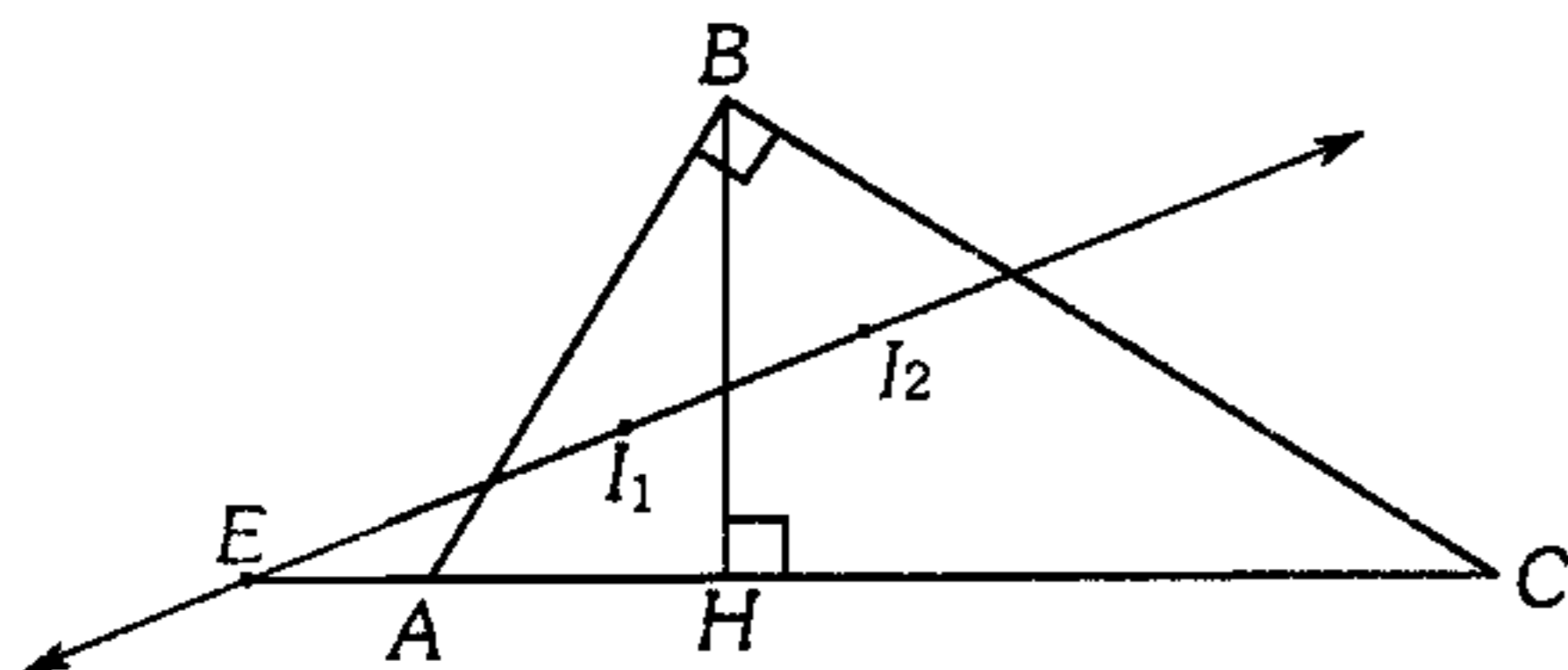
206. En un triángulo  $ABC$  se traza la bisectriz exterior  $BF$  ( $F$  en la prolongación de  $\overline{AC}$ ) luego se ubica el punto  $D$  en  $\overline{AB}$  tal que  $\overline{DF}$  interseca a  $\overline{BC}$  en  $E$ . Si  $AD=2$ ,  $BD=4$  y  $BE=3$ , calcule  $EC$ .

- A) 0,5      B) 2      C) 1,5  
D) 1      E) 2,5

207. En un triángulo  $ABC$ , se traza las alturas  $AM$ ,  $BN$  y  $CH$ ;  $NM$  interseca a la prolongación de  $AB$  en  $D$ . Si  $\overline{NM} \cap \overline{CH} = \{Q\}$ ,  $NQ=3$  y  $QM=2$ , calcule  $MD$ .

- A) 12      B) 5      C) 10  
D) 15      E) 8

208. Según el gráfico  $I_1$  e  $I_2$  son los incentros de los triángulos  $AHB$  y  $BHC$  respectivamente. Si  $AB=c$ ,  $BC=a$  y  $AC=b$ , calcule  $AE$ .



- A)  $\frac{c(b-c)}{a-b}$       B)  $\frac{a(c+b)}{a-c}$       C)  $\frac{b(b-c)}{a+b}$   
D)  $\frac{c(b-a)}{a-c}$       E)  $\frac{c(b+c)}{a+b}$

209. En un triángulo  $ABC$ , se inscribe un rombo  $BMNT$  ( $M$  está en  $\overline{BC}$  y  $N$  en  $\overline{AC}$ ). Calcule el lado de rombo, si  $AB$  y  $BC$  miden 3 m y 7 m respectivamente.

- A) 1,2      B) 2,1      C) 3  
D) 4,2      E) 2,4

210. En un triángulo isósceles  $ABC$  ( $AB=BC$ ), se traza las cevianas interiores  $\overline{AR}$  y  $\overline{CT}$  secantes en  $S$ . Si  $\overline{BS} \cap \overline{RT} = \{L\}$ ,  $AT=a$  y  $RC=b$ , calcule  $\frac{TL}{LR}$ .

- A)  $\frac{2a}{b}$       B)  $\frac{b}{a}$       C)  $\frac{2b}{a}$   
D)  $\frac{3a}{b}$       E)  $\frac{a}{b}$

211. En una semicircunferencia de diámetro  $AC$  se ubica el punto  $B$ , se traza  $\overline{BH} \perp \overline{AC}$  ( $H \in \overline{AC}$ ). Si  $M$  y  $N$  son puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{BH}$  respectivamente, calcule  $m\angle MCN$  si  $m\angle ABH = \theta$  y  $m\angle MCA = \alpha$ .

- A)  $\theta - 2\alpha$       B)  $2\theta - \alpha$       C)  $\frac{\theta + \alpha}{2}$   
D)  $\frac{\theta - \alpha}{2}$       E)  $\frac{2\theta + \alpha}{2}$

212. En un triángulo  $ABC$  se traza la ceviana interior  $BD$  tal que  $CD=2(AD)$ ,  $I_1$  e  $I_2$  son los incentros de los triángulos  $ABD$  y  $BDC$  respectivamente tal que  $\overline{I_1I_2} \parallel \overline{AC}$ . Calcule el valor de la siguiente expresión  $E = \frac{BC - BD}{AB}$

- A) 1      B) 1,5      C) 3  
D) 2      E) 0,5

213. Dada una región triangular rectangular  $ABC$  (recto en  $B$ ), de baricentro  $G$ , en  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$  se ubica los puntos  $M$  y  $Q$  respectivamente, de modo que  $G \in \overline{MQ}$  y  $m\angle MQC = m\angle AQB$ , calcule  $\frac{AQ}{QM}$ .

- A)  $\frac{5}{2}$       B)  $\frac{5}{3}$       C)  $\frac{5}{4}$   
D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{3}{2}$

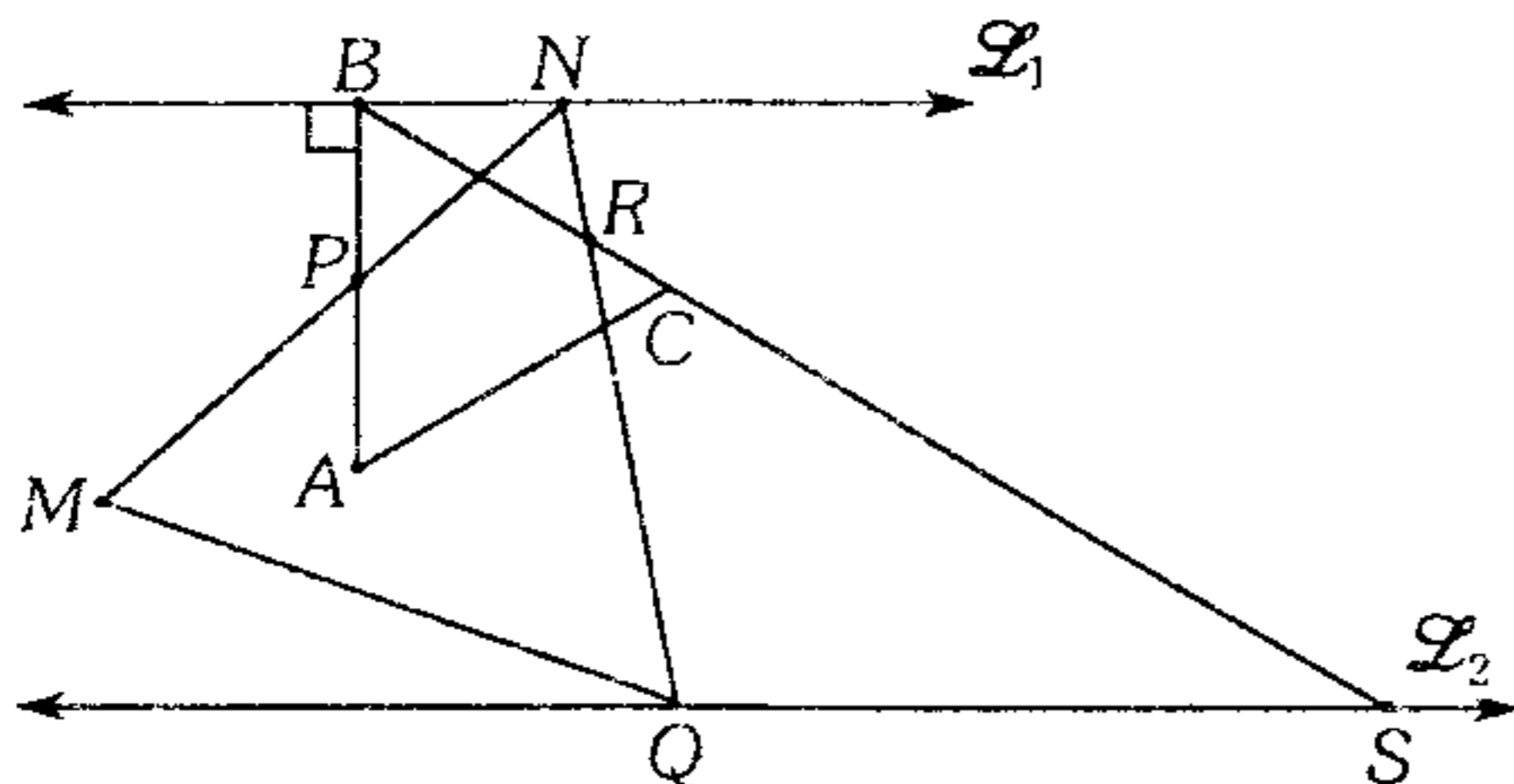
214. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , inscrito en una circunferencia de radio  $R$ , se traza la bisectriz interior  $BD$  cuya prolongación es secante a la circunferencia en  $P$ . Si  $r$  es el inradio del triángulo  $ABC$ , calcule  $DP$  en función de  $R$  y  $r$ .

- A)  $\frac{Rr\sqrt{2}}{R+r}$     B)  $\frac{Rr}{R-r}$     C)  $R-r$   
 D)  $\frac{2Rr}{R+r}$     E)  $\frac{R^2\sqrt{2}}{R+r}$

215. En el lado  $BC$  de un cuadrado  $ABCD$  se ubica los puntos  $P$  y  $Q$  de modo que  $BP=PQ$  y  $\overline{BD}$  interseca a  $\overline{AP}$  en  $E$ ,  $\overline{AQ}$  interseca a  $\overline{PD}$  en  $F$ ; calcule la  $m\angle EBF$ .

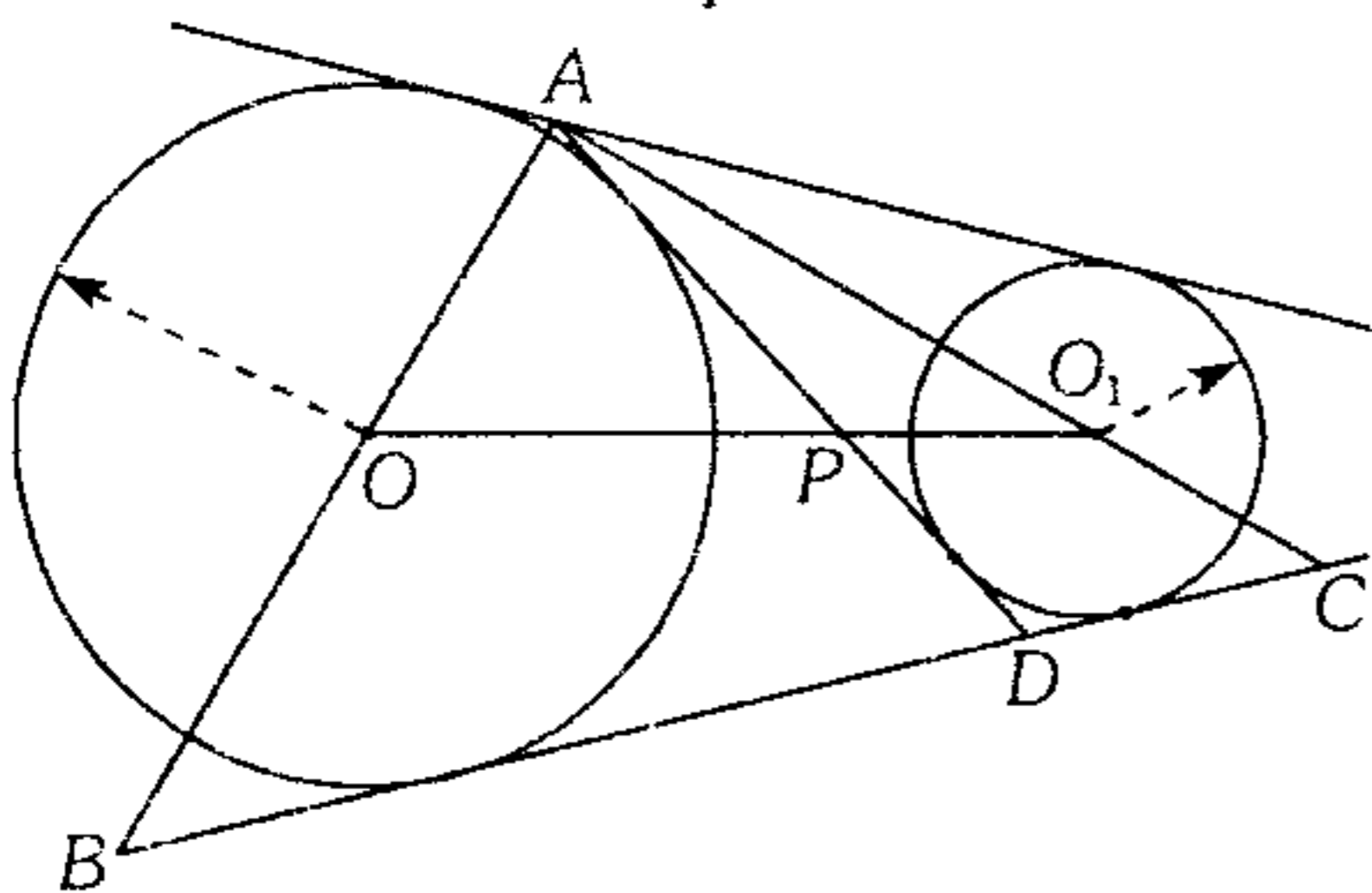
- A)  $18^\circ 30'$     B)  $22^\circ 30'$     C)  $26^\circ 30'$   
 D)  $18^\circ$     E)  $16^\circ$

216. En el gráfico  $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2$  y los triángulos  $ABC$  y  $MNQ$  son equiláteros. Si  $BR=2$ ,  $BP=PA$  y  $MN=NP$ , calcule  $RS$ .



- A) 4    B) 6    C) 5  
 D) 8    E) 3

217. Calcule  $\frac{AP}{PD}$  si  $\frac{AO_1}{CO_1} + \frac{AO}{BO} = 2$ .



- A) 2    B) 1    C) 0,5  
 D) 0.25    E) 4

### Semejanza de Triángulos

218. En un triángulo  $ABC$ , obtuso en  $B$ , se traza la bisectriz interior  $BM$  y las alturas  $AN$  y  $CQ$  respectivamente. Si  $AN=a$  y  $CQ=b$ , calcule la longitud de la altura trazada desde  $M$  en el triángulo  $BMC$ .

- A)  $ab$     B)  $a/b$     C)  $\sqrt{ab}$   
 D)  $\frac{ab}{a+b}$     E)  $\frac{a+b}{ab}$

219. Dado un exágono  $ABCDEF$ , calcule el segmento que une los baricentros de los triángulos  $ABC$  y  $DEF$ ; sabiendo que  $AF+BE+CD=18$  y  $\overline{CD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{AF}$ .

- A) 12    B) 9    C) 6  
 D) 3    E) 2

220. En un triángulo  $ABC$  se traza las alturas  $AP$  y  $CQ$ , además se traza la bisectriz interior  $BD$ .

Si  $\frac{1}{AP} + \frac{1}{CQ} = \frac{2}{BD}$ , calcule la  $m\angle ABC$ .

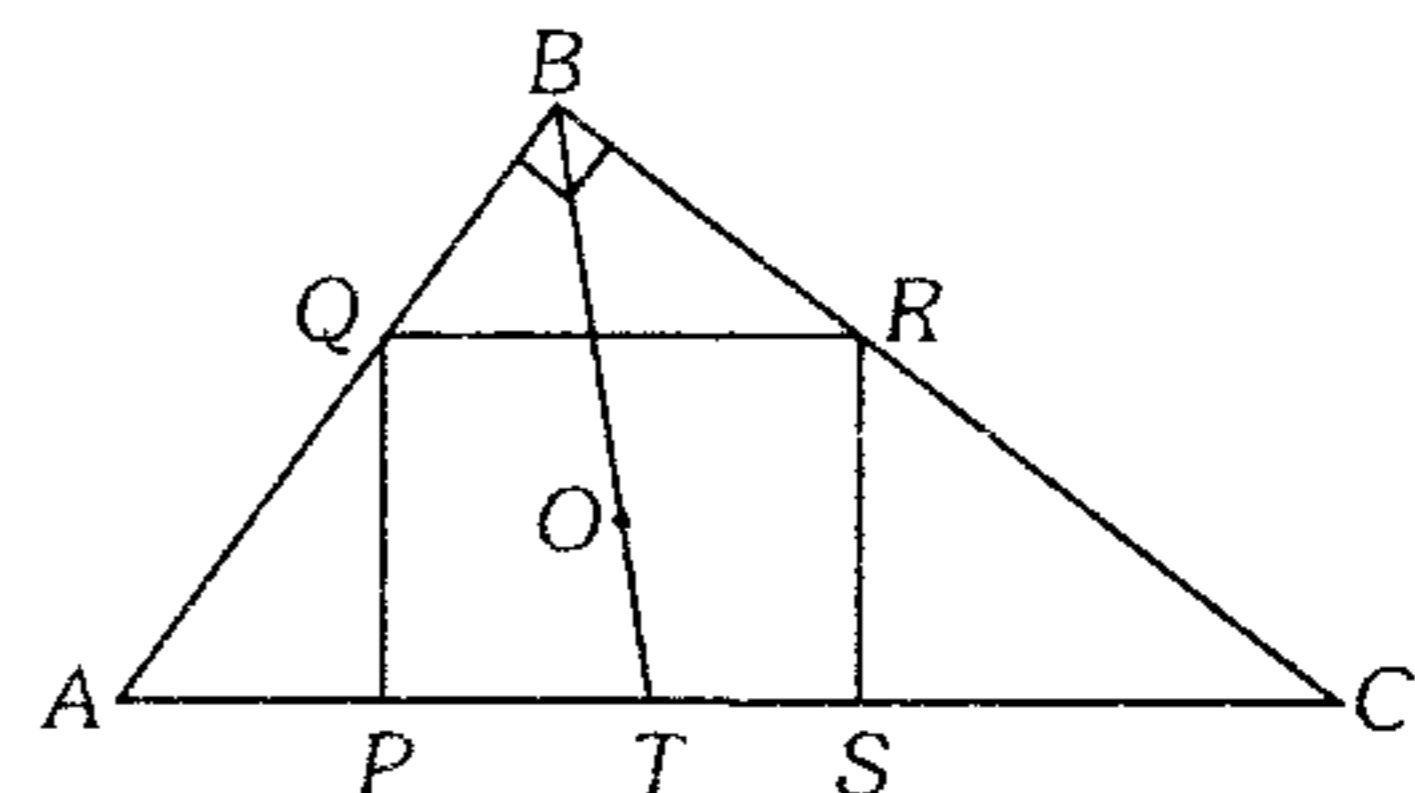
- A)  $30^\circ$     B)  $45^\circ$     C)  $60^\circ$   
 D)  $53^\circ$     E)  $75^\circ$

221. En la región interior y exterior relativo al lado  $AB$  de un triángulo equilátero  $ABC$  se ubica los puntos  $P$  y  $Q$  respectivamente tal que el triángulo  $PQB$  es equilátero. La recta que contiene a los puntos medios de  $\overline{AC}$  y  $\overline{PQ}$  interseca a la recta  $AQ$  en el punto  $R$ . Calcule  $m\angle MRB$  siendo  $M$  el punto medio de  $\overline{AC}$ .

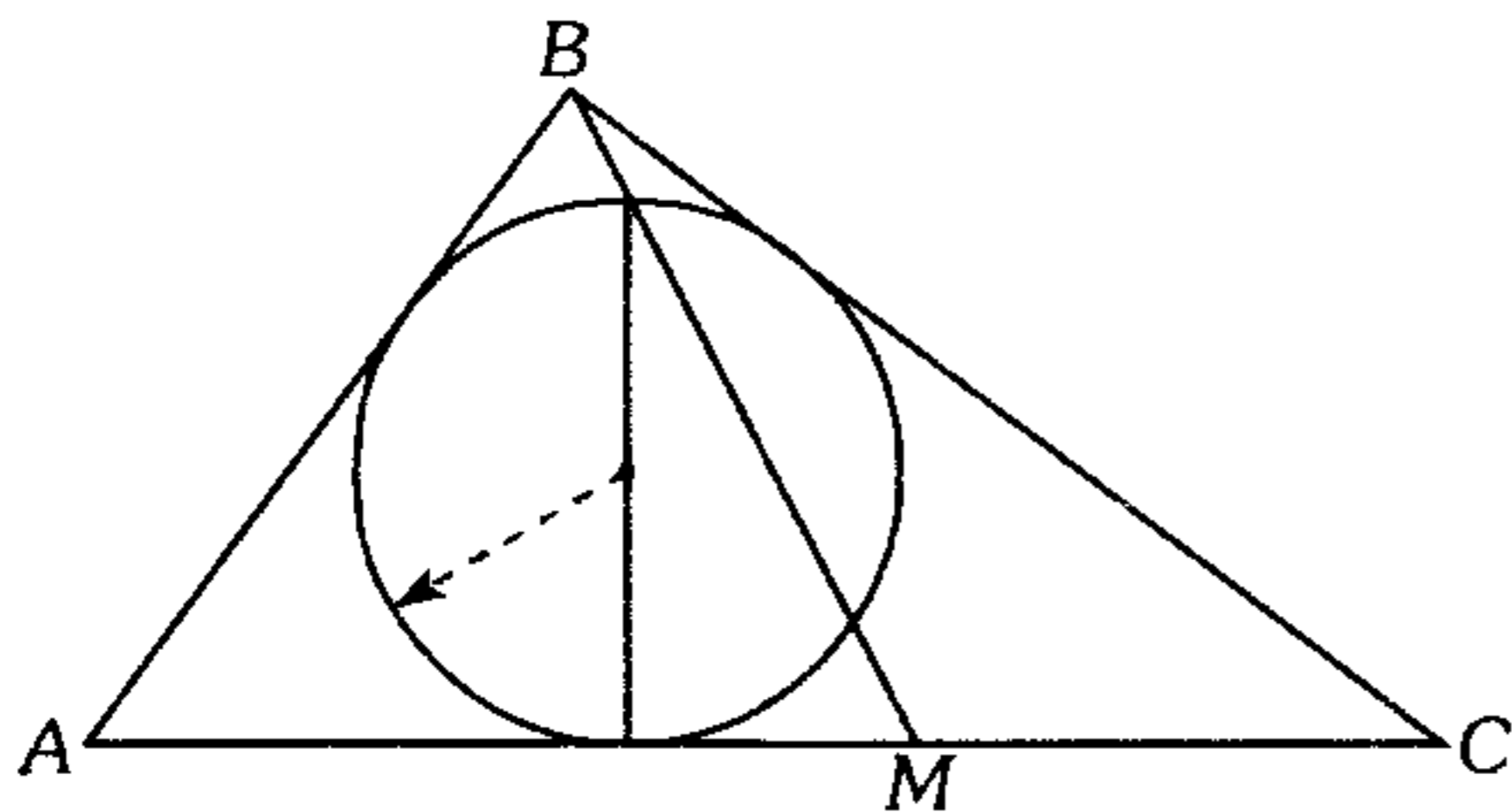
- A)  $45^\circ$     B)  $90^\circ$     C)  $60^\circ$   
 D)  $75^\circ$     E)  $30^\circ$

222. Según el gráfico  $PQRS$  es un cuadrado de centro  $O$ . Si  $AP=4$  y  $SC=9$ , calcule  $PT$ .

- A) 5,4  
 B) 1,8  
 C) 1,2  
 D) 2,4  
 E) 3,6

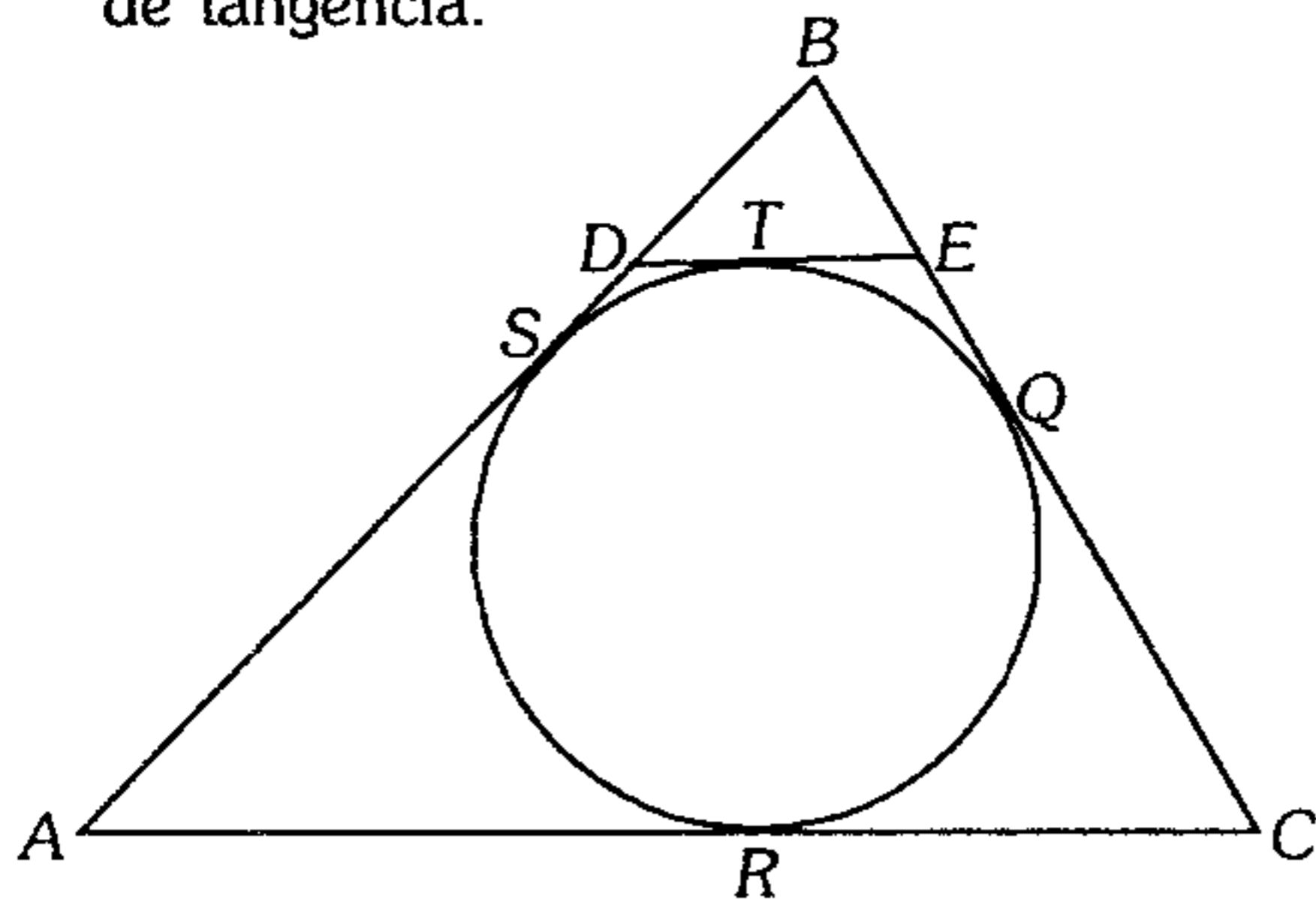


223. Según la figura mostrada, dos hormigas inician su recorrido desde el punto  $B$ . Una de ellas sigue la trayectoria  $BAM$  y lo hace en un tiempo  $t_1$ ; y la otra, la trayectoria  $BCM$  y lo hace en un tiempo  $t_2$ . Calcule la razón entre  $t_1$  y  $t_2$  si ambas hormigas tienen la misma velocidad.



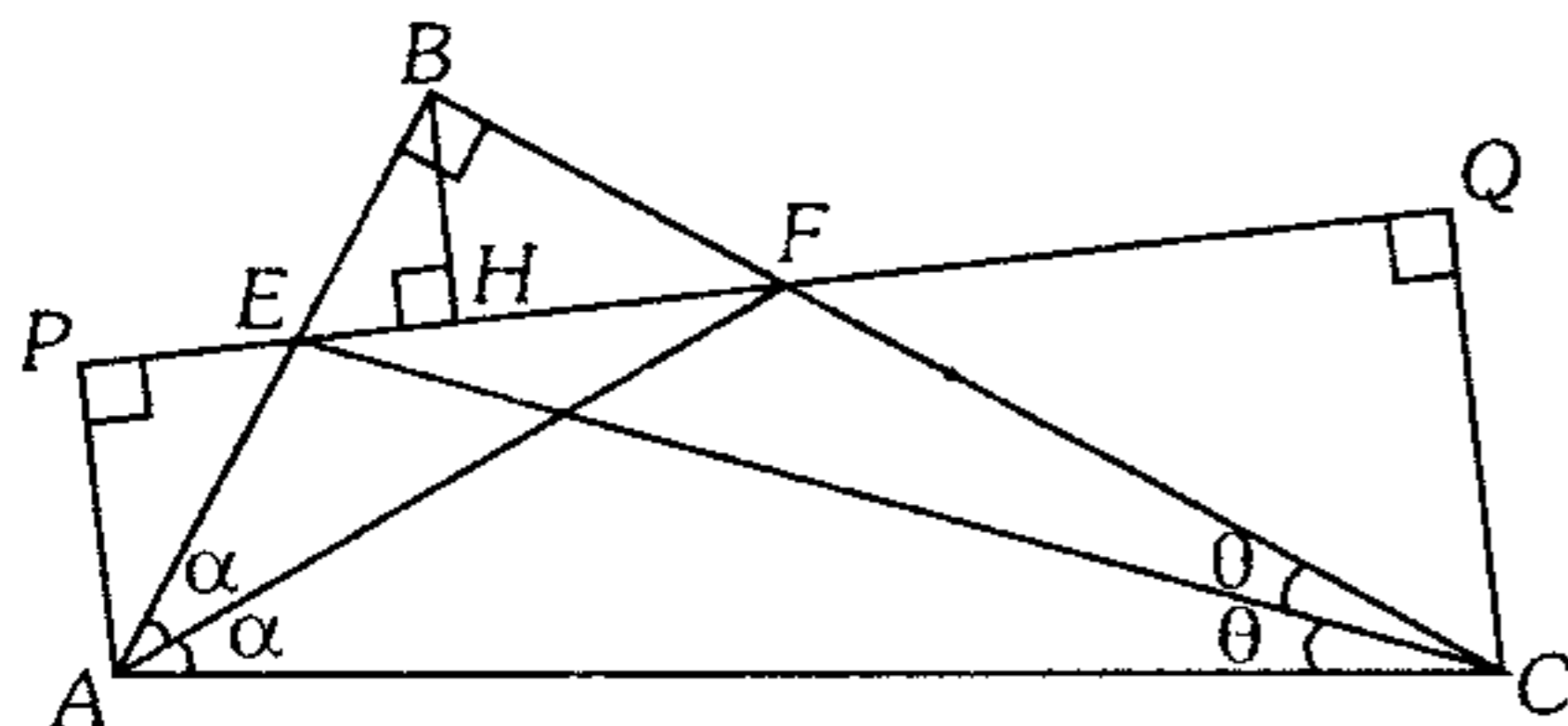
- A) 1 : 1      B) 2 : 1      C) 3 : 1  
D) 1 : 2      E) 4 : 3

224. En la figura  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ,  $DE=3u$ ,  $BE=3u$ ,  $BS=5u$ . Calcule  $AC$  si  $Q, R, S$  y  $T$  son puntos de tangencia.



- A) 6 u      B) 7,5 u      C) 8 u  
D) 10 u      E) 12 u

225. En la figura  $AE=a$ ,  $CF=b$  y  $\frac{PQ}{AC}=k$ . Calcule  $BH$ .



- A)  $\frac{ab}{a+b}$       B)  $(a+b)k$       C)  $\frac{ab}{k(a+b)}$   
D)  $\frac{kab}{a+b}$       E)  $\frac{ka^2}{a+b}$

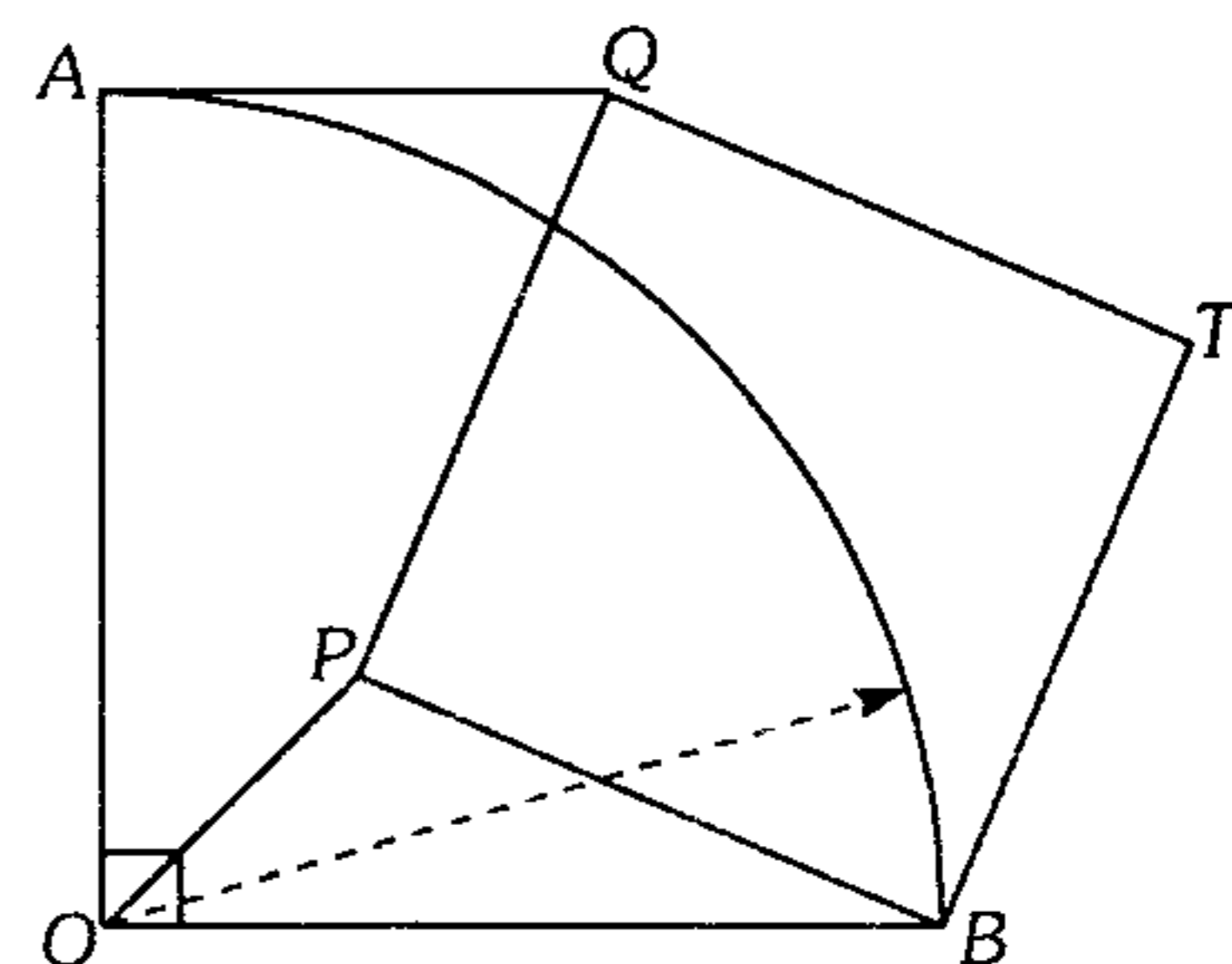
226. Desde los vértices de un triángulo  $ABC$  con baricentro  $G$ , se traza las perpendiculares  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$  y  $\overline{CC'}$  de longitudes 6 m, 8 m y 4 m respectivamente a una recta exterior. Calcule la distancia del baricentro de la región triangular  $MGC$  a dicha recta exterior, siendo  $M$  punto medio de  $\overline{AA'}$ .

- A) 6 m      B) 5 m      C) 11/3 m  
D) 6,5 m      E) 13/3 m

227. Se tiene una mesa de billar  $ABCD$  de dimensiones  $(2\text{ m} \times 3\text{ m})$   $BC > AB$  y dos bolas  $M$  y  $N$ . La bola  $M$  dista 1,6 m de  $\overline{AB}$  y 1,5 m de  $\overline{BC}$  y la bola  $N$  dista de  $\overline{AB}$  1,2 y 0,6 m de  $\overline{BC}$ . Si se juega a 2 bandas ¿a qué distancia de  $A$  debe golpear la bola  $M$  en la banda  $\overline{AB}$  para que luego de tocar  $\overline{BC}$  impacte en la bola  $N$ ?

- A) 0,3 m      B) 0,8 m      C) 1,2 m  
D) 1,5 m      E) 1,7 m

228. Según el gráfico,  $PQTB$  es un cuadrado. Calcule  $AQ$ , si  $OP=6$ .



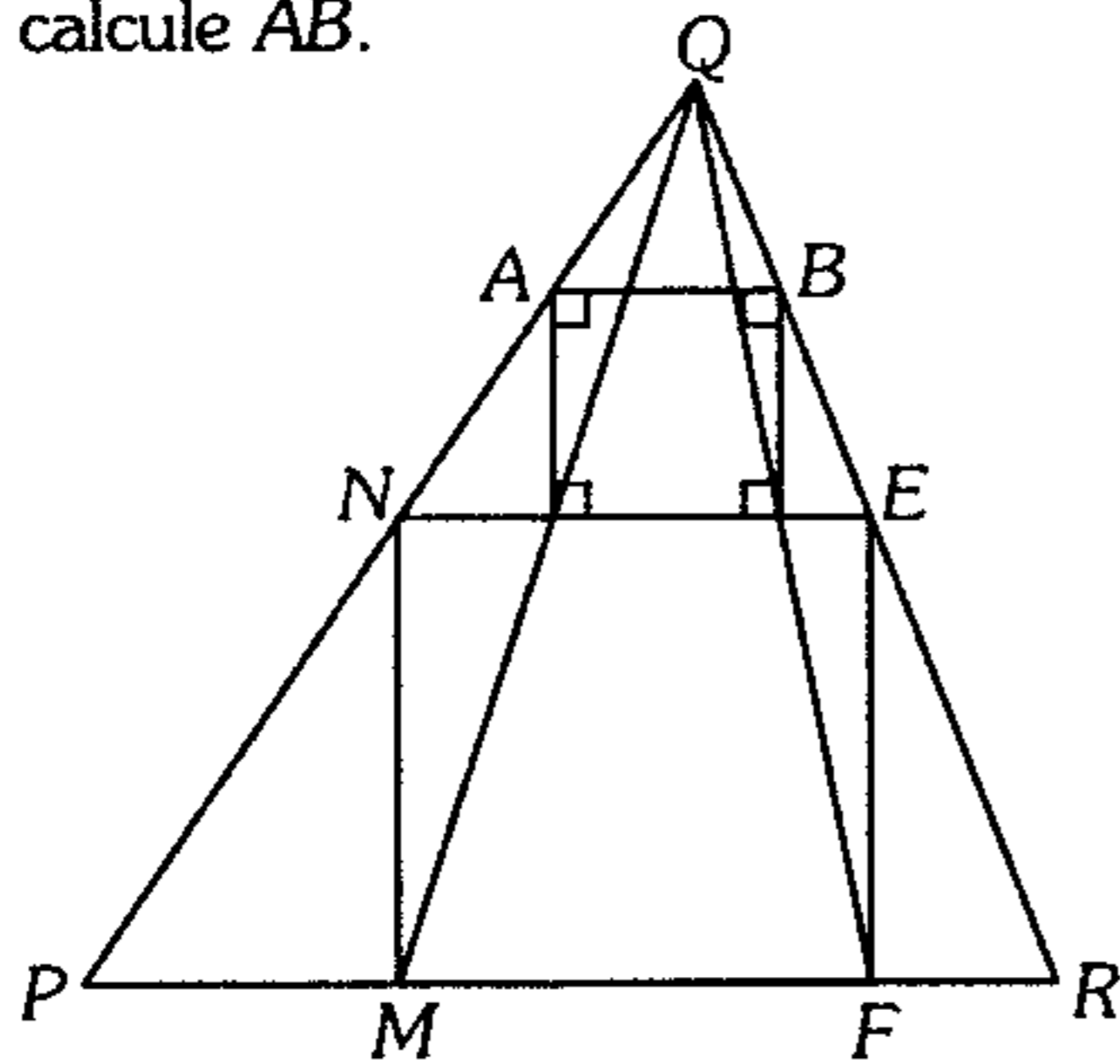
- A) 6      B)  $6\sqrt{2}$       C) 3  
D)  $3\sqrt{2}$       E) 12

229. En un triángulo  $ABC$ ,  $m\angle ABC=2\alpha$ , se traza la bisectriz interior  $\overline{BD}$  y en el exterior relativo a los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  se ubica los puntos  $E$  y  $F$  respectivamente tal que  $\overline{AE} \parallel \overline{BD} \parallel \overline{CF}$ . Si  $BF=8$ ,  $AD=4$ ,  $(AE)(DC)=20$ ,  $m\angle ABE = \theta$  y  $m\angle CBF = 2\theta + \alpha$ , calcule  $FC$ .

- A) 10      B) 13      C) 11  
D) 14      E) 12



230. Según el gráfico  $MNEF$  es un cuadrado, si  $PR=7$  y la altura relativa a dicho lado mide 3, calcule  $AB$ .

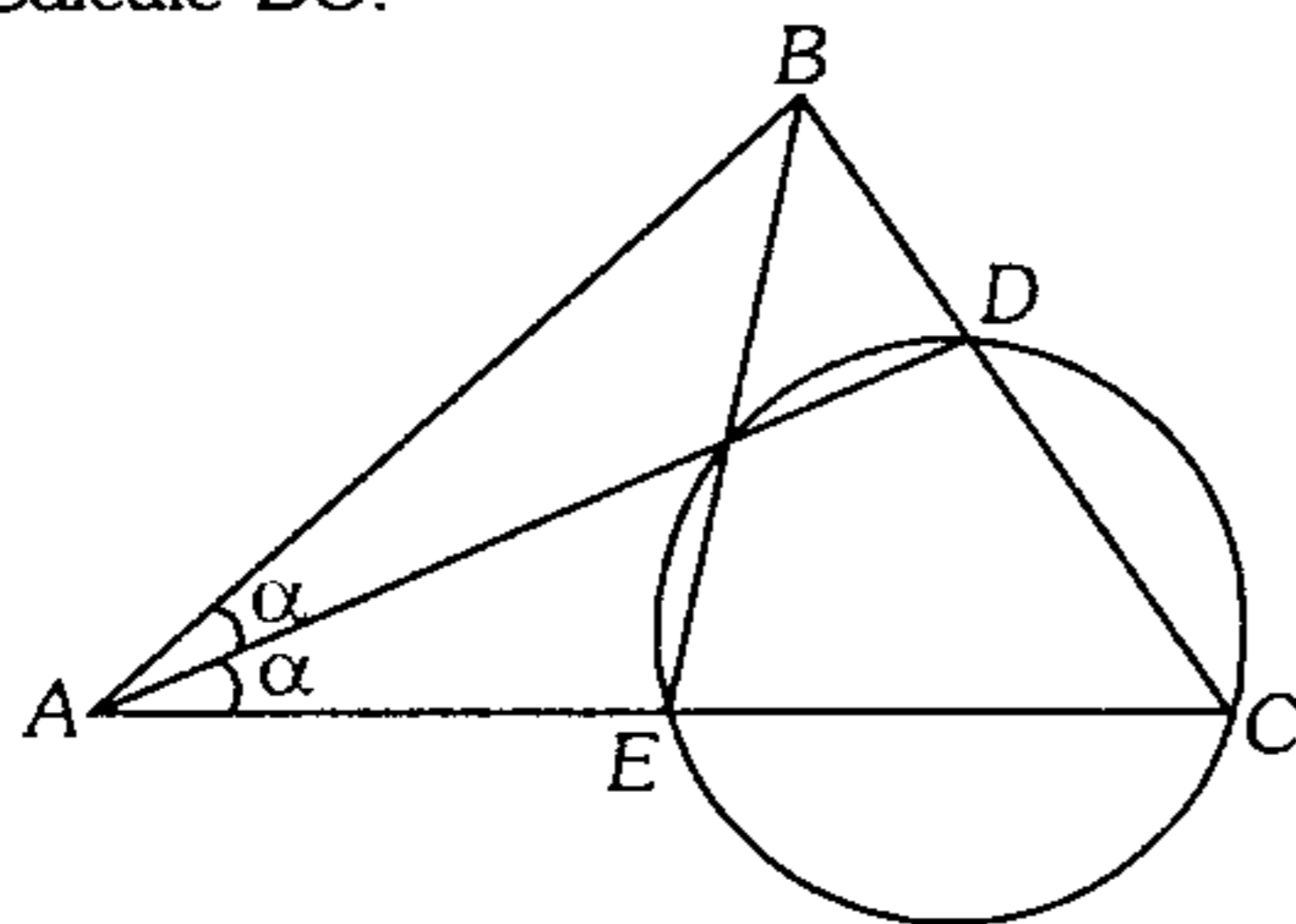


- A) 0,73      B) 0,49      C) 0,54  
D) 0,63      E) 0,7

231. En el exterior y relativo al lado  $BC$  de un triángulo  $ABC$  se ubica el punto  $E$  tal que  $\overline{BE} \parallel \overline{AC}$ , en  $\overline{AE}$  se ubica el punto  $D$  tal que  $m\angle ABD = m\angle DAC = m\angle DCB$ . Si  $BE=18$  y  $AC=8$ , calcule  $BC$ .

- A)  $5\sqrt{3}$       B) 7      C)  $6\sqrt{2}$   
D) 9      E) 12

232. Según el gráfico,  $DE=CD$  y  $(EC)(AB)=25$ . Calcule  $BC$ .



- A) 4      B) 5      C) 2,5  
D)  $5\sqrt{2}$       E) 10

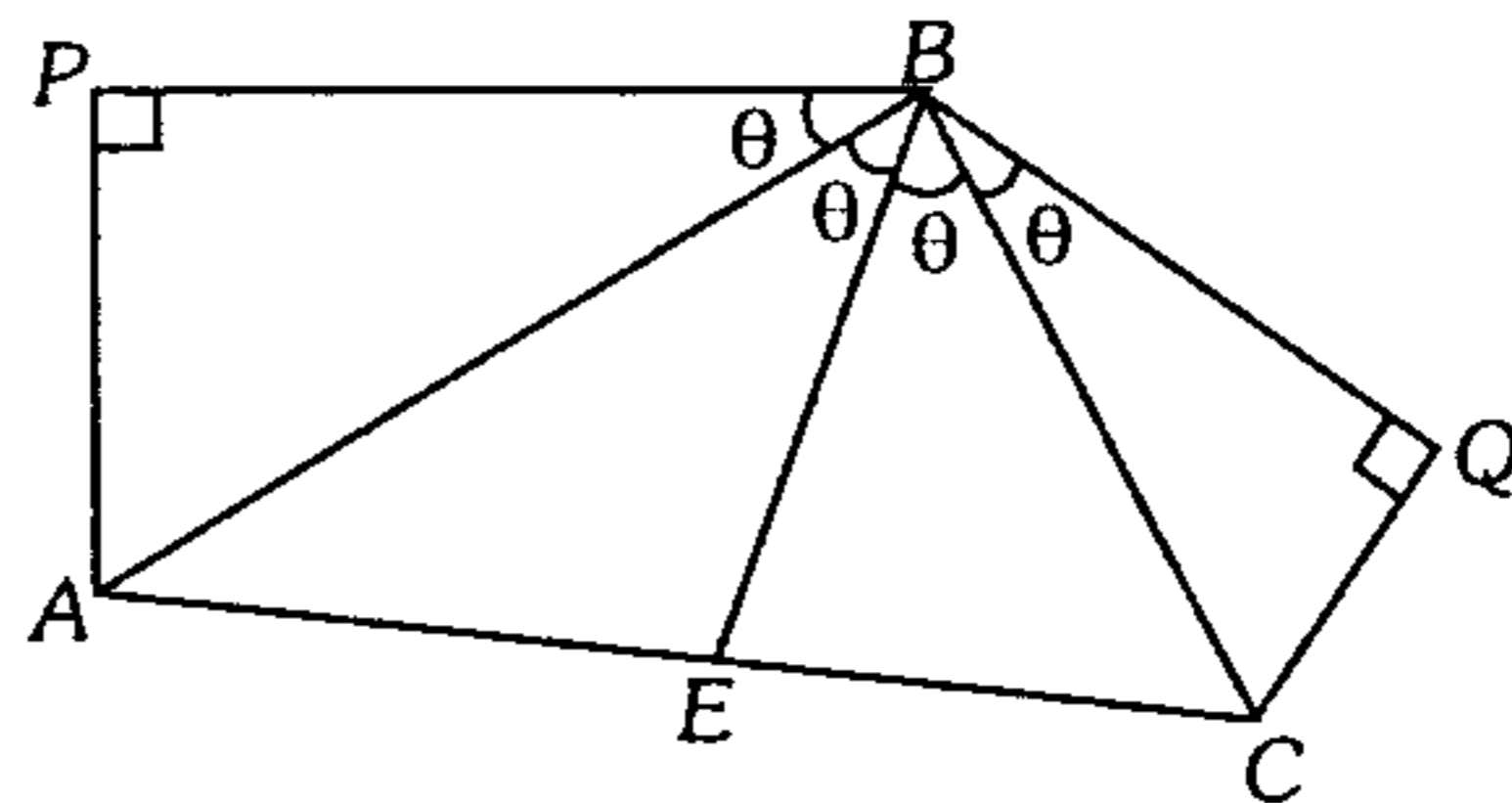
233. Se tiene un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$  sobre los catetos se traza exteriormente los triángulos equiláteros  $ABM$  y  $BCN$ . Calcule la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de  $\overline{AN}$  y  $\overline{MB}$ , si  $AC=8\sqrt{2}$  m.

- A) 4 m      B) 2 m      C)  $2\sqrt{2}$  m  
D)  $4\sqrt{2}$       E) 5 m

234. Desde un punto  $P$  exterior a una circunferencia se traza las tangentes  $PA$  y  $PC$ , luego la secante  $PDB$ . Si  $BC=7$ ,  $CD=5$  y  $AD=3$ , calcule  $AB$ .

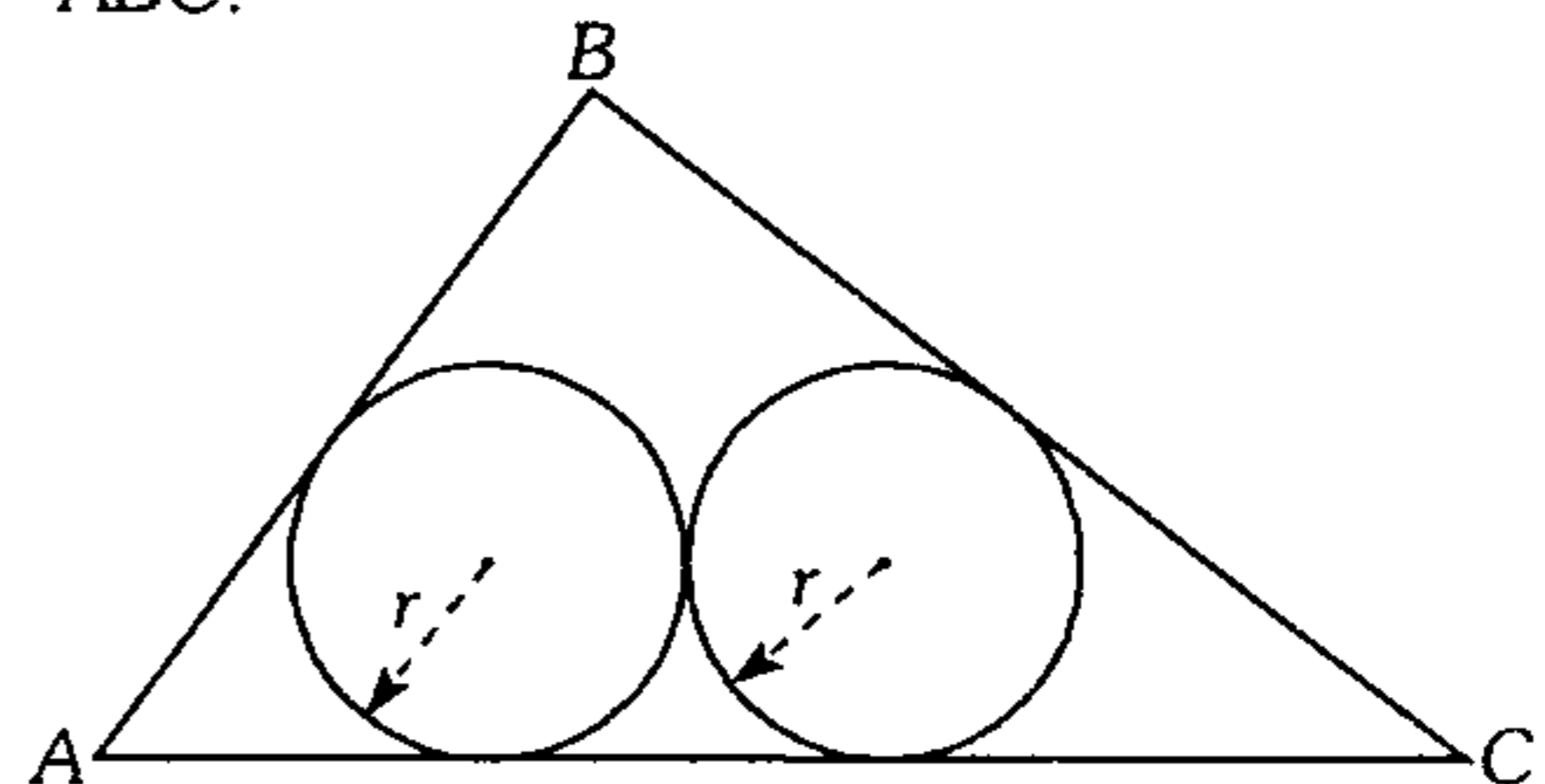
- A) 2,1      B) 2,4      C) 1,2  
D) 4,2      E) 8,4

235. En la figura,  $BP=a$ ,  $BQ=b$ , calcule  $BE$ .



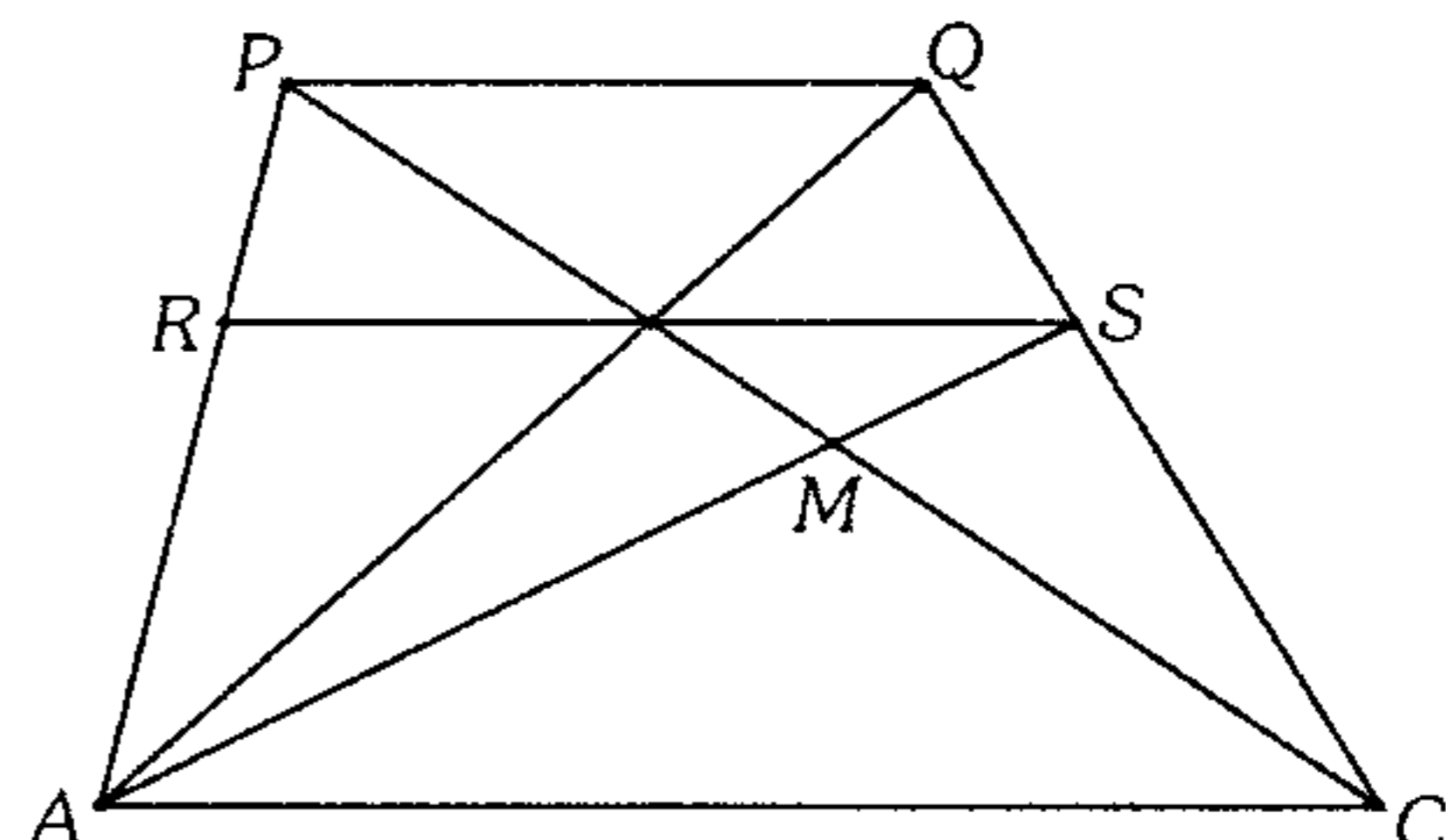
- A)  $\frac{2ab}{a+b}$       B)  $\frac{ab}{a+b}$       C)  $2a+b$   
D)  $a+b$       E)  $a+2b$

236. En la figura  $r=2$  y  $AC=12$ . Calcule el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo  $ABC$ .



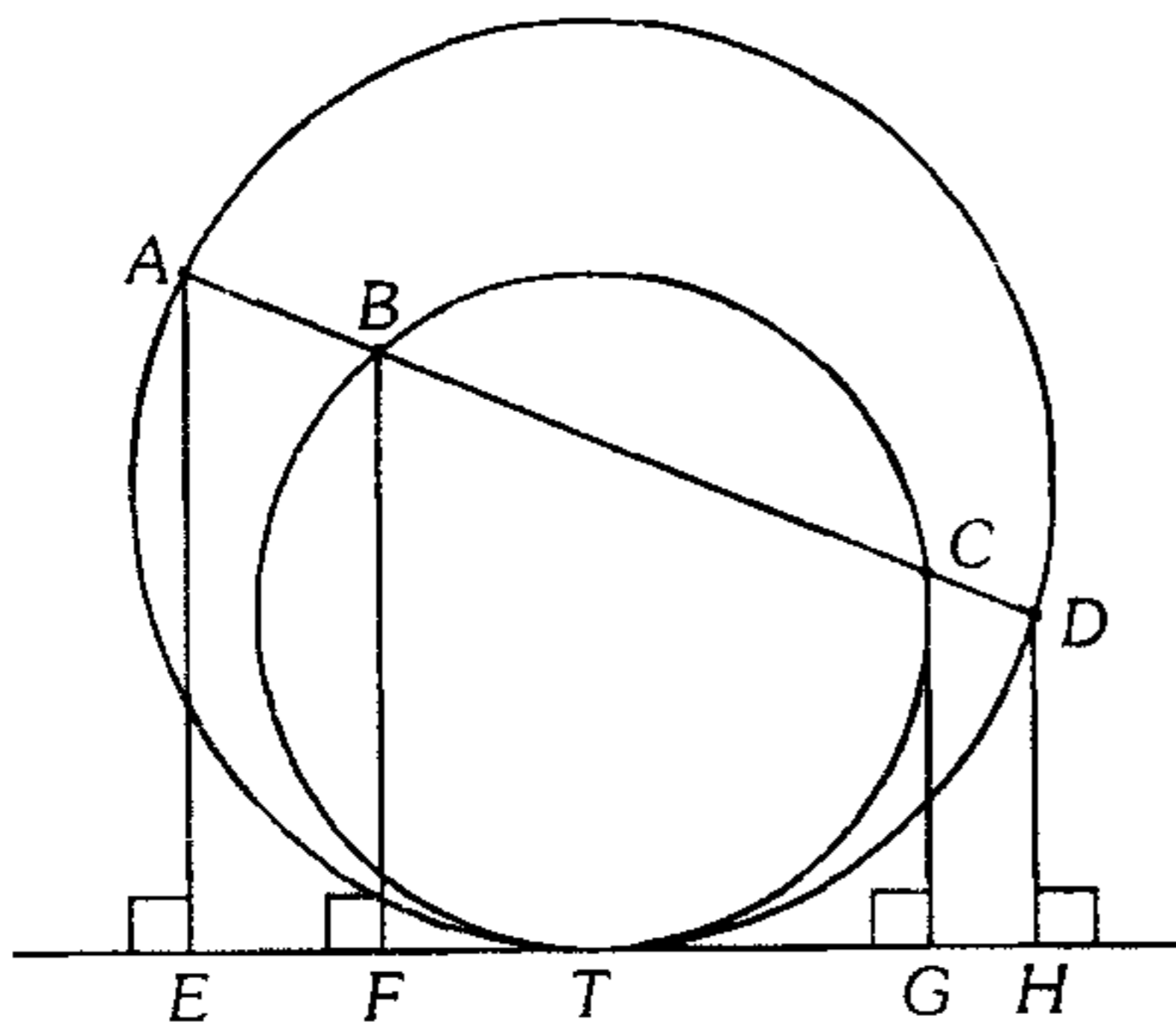
- A) 25      B) 3      C) 4  
D) 4,5      E) 6

237. En una figura,  $AR=4$ ,  $PR=2$ ,  $MS=1$  y  $\overline{PQ} \parallel \overline{RS} \parallel \overline{AC}$ . Calcule  $AM$ .



- A) 1      B) 2      C) 5  
D) 4      E) 3

238. Según la figura,  $AE=5$  m,  $BF=4$  m y  $CG=3$  m. Calcule  $DH$  ( $T$  es punto de tangencia).

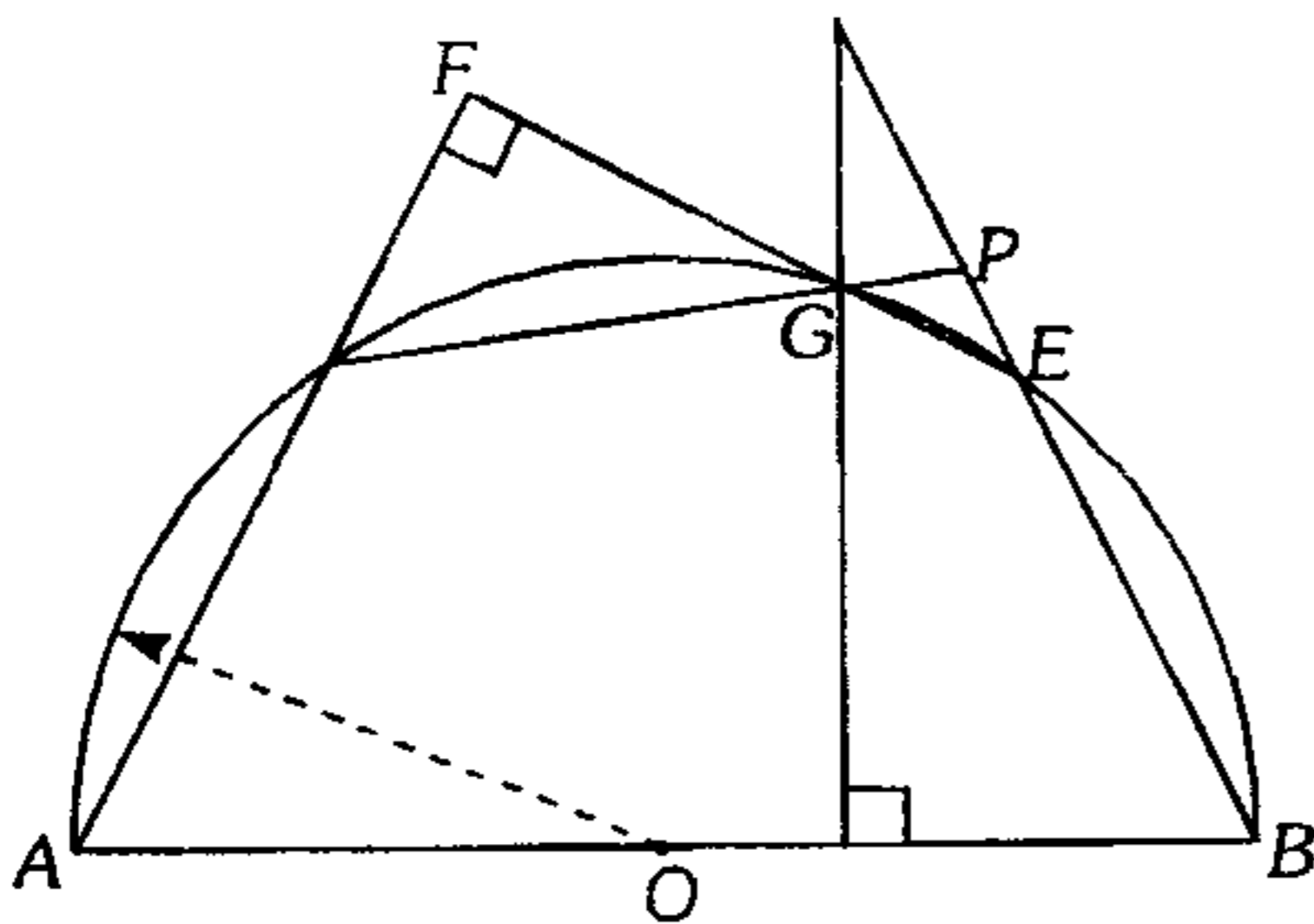


- A) 1 m      B) 1,2 m      C) 2 m  
D) 2,4 m      E) 1,8 m

239. Los lados  $AB$  y  $AC$  de un triángulo  $ABC$ , cuyo incentro es  $I$ , miden 8 m y 12 m respectivamente. Si  $AI=6$  m y  $BI=4$  m, calcule la longitud del segmento que tiene por extremos los excentros relativos a los lados  $AC$  y  $BC$ .

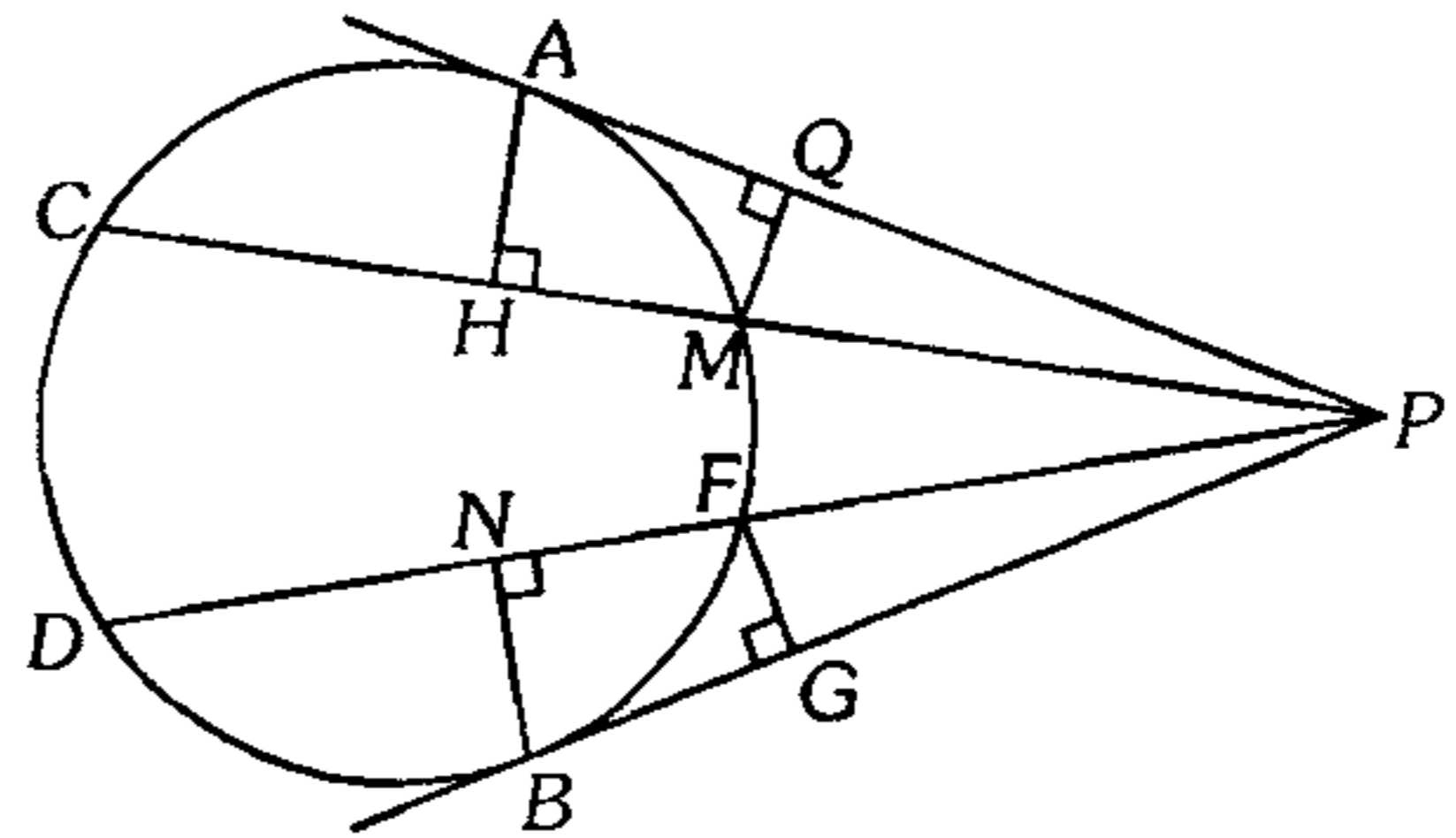
- A) 10      B) 12      C) 15  
D) 20      E) 25

240. En la figura  $O$  es centro,  $FG=5$ ,  $GE=6$  y  $EB=12$ . Calcule  $PE$ .



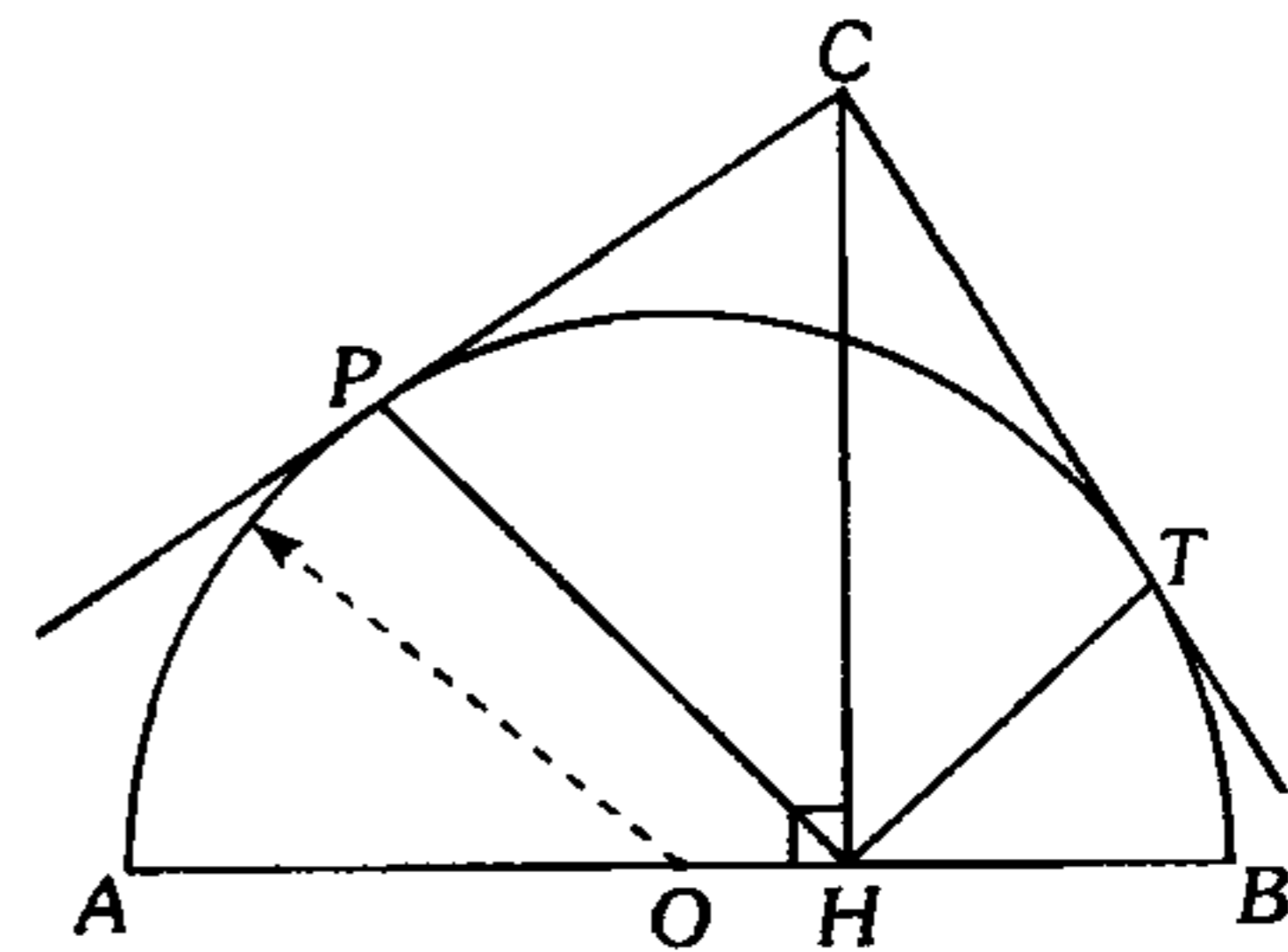
- A) 7,1      B) 7,2      C) 7,3  
D) 7,4      E) 7,5

241. En la figura  $AH=FG=3$ ,  $MQ=2$  y  $10(PC)=9(PD)$ . Calcule  $BN$  siendo  $A$  y  $B$  puntos de tangencia.



- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

242. En la figura mostrada  $P$  y  $T$  son puntos de tangencia,  $O$  es centro de la semicircunferencia. Calcule  $OH$ , si se sabe que  $PH=15$ ,  $HT=8$  y el radio de la semicircunferencia mide 13.



- A) 5      B) 6      C) 7  
D) 8      E) 9

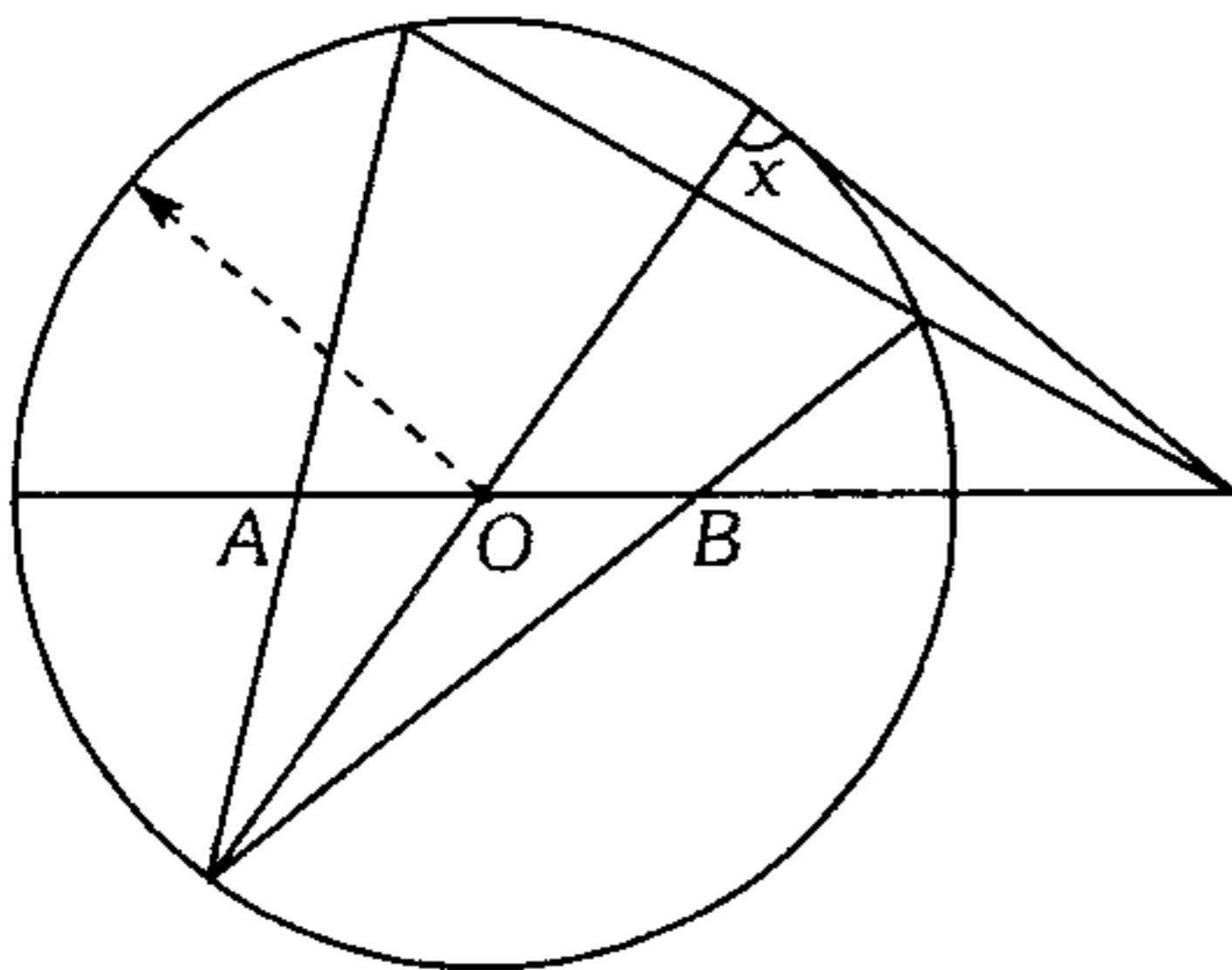
243. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la ceviana interior  $BM$ ; en el triángulo  $ABM$  se traza la altura  $MH$  y la bisectriz interior  $AT$  secantes en  $Q$ ;  $\overline{HL} \cap \overline{BQ} = \{S\}$ ,  $AB=MC$  y  $LS=6$ , calcule  $HS$ .

- A) 6      B) 5      C) 4  
D) 7      E) 8

244. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$ , se traza las circunferencias  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$  con diámetros  $AB, BC, CD$  y  $DA$  respectivamente. Sean  $P, Q, R$  y  $S$  los puntos de intersección (que no son vértices de  $ABCD$ ) de  $C_1$  y  $C_2$ ;  $C_2$  y  $C_3$ ;  $C_3$  y  $C_4$ ;  $C_4$  y  $C_1$  respectivamente. Si  $AD=k(RS)$ , calcule la razón entre los perímetros de las regiones cuadrangulares  $PQRS$  y  $ABCD$ .

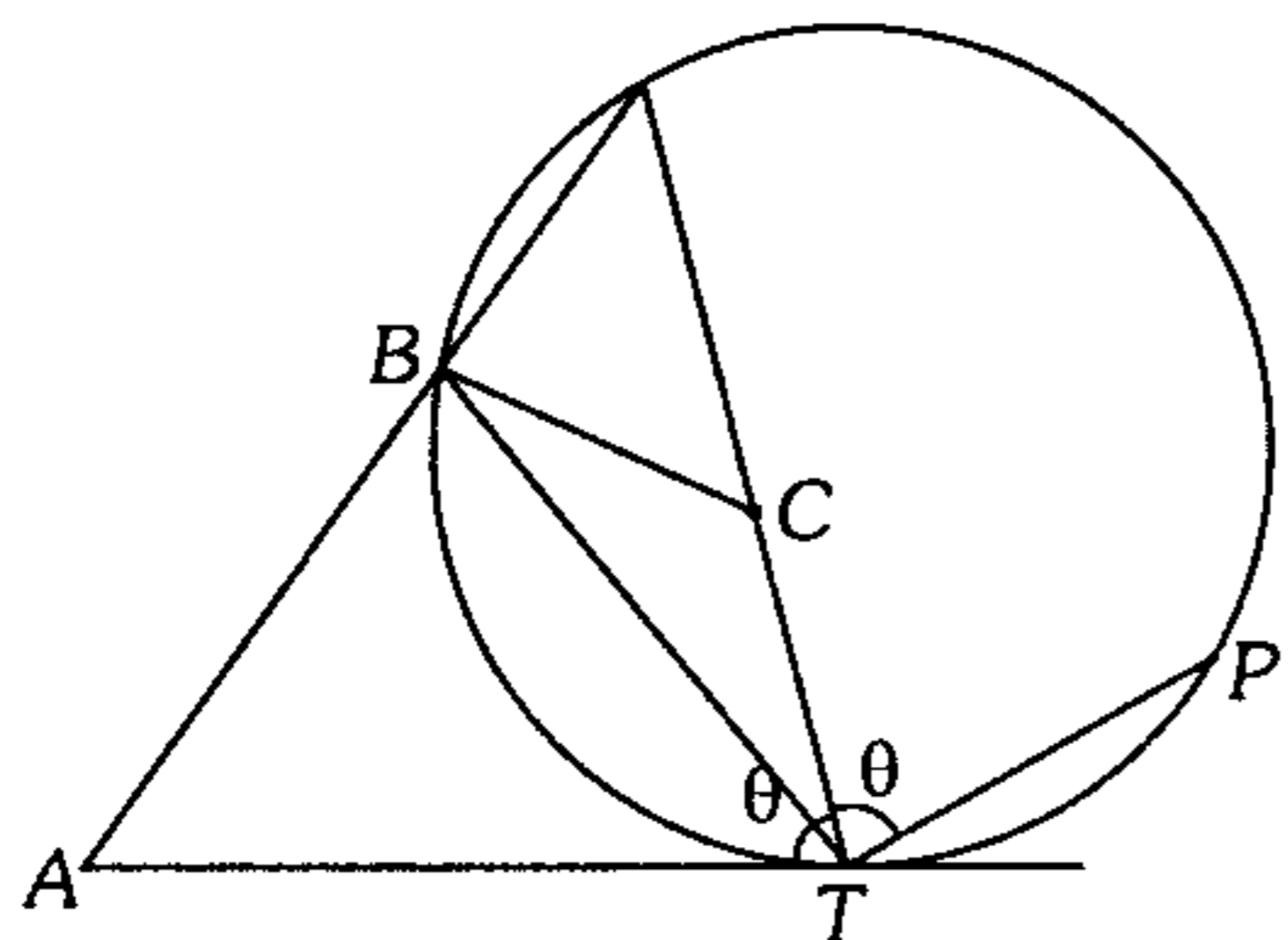
- A)  $\frac{1}{k}$       B)  $\sqrt{k}$       C)  $\frac{k}{2}$   
 D)  $\frac{3}{k}$       E)  $\frac{3k}{4}$

245. Según el gráfico, calcule  $x$  siendo  $AO=OB$ .



- A)  $80^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $100^\circ$   
 D)  $120^\circ$       E)  $135^\circ$

246. En el gráfico  $AB=a, BT=b, CT=c, T$  es punto de tangencia y el cuadrilátero  $ABCT$  es inscriptible. Calcule  $PT$ .



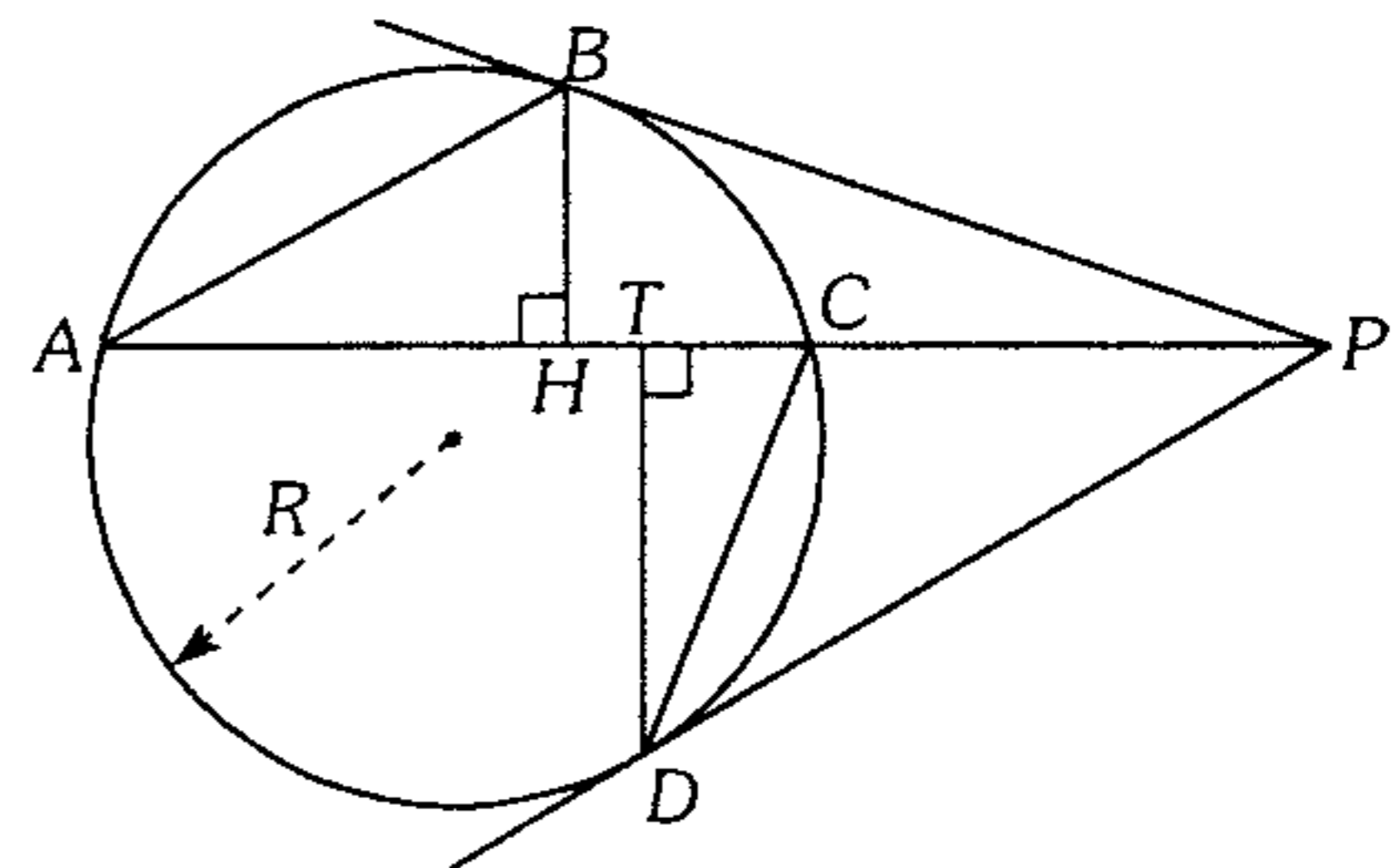
- A)  $\frac{ab}{c}$       B)  $\frac{ac}{b}$       C)  $\frac{bc}{a}$   
 D)  $\frac{2ac}{b}$       E)  $\frac{2ab}{c}$

247. En un triángulo  $ABC$  ( $AB=c; BC=a; AC=b$ ) por  $C$  se traza una recta paralela a  $\overline{AB}$ , en esta recta se ubica el punto  $D$  de modo que  $CD=BC+AC$ ; el segmento  $BD$  interseca  $\overline{AC}$  en  $M$ . Calcule la distancia del incentro del triángulo  $ABC$  al punto  $M$ .

- A)  $\frac{ab}{a+b+c}$       B)  $\frac{ac}{a+b+c}$       C)  $\frac{bc}{a+b+c}$   
 D)  $\frac{2ab}{a+b+c}$       E)  $\frac{2bc}{a+b+c}$

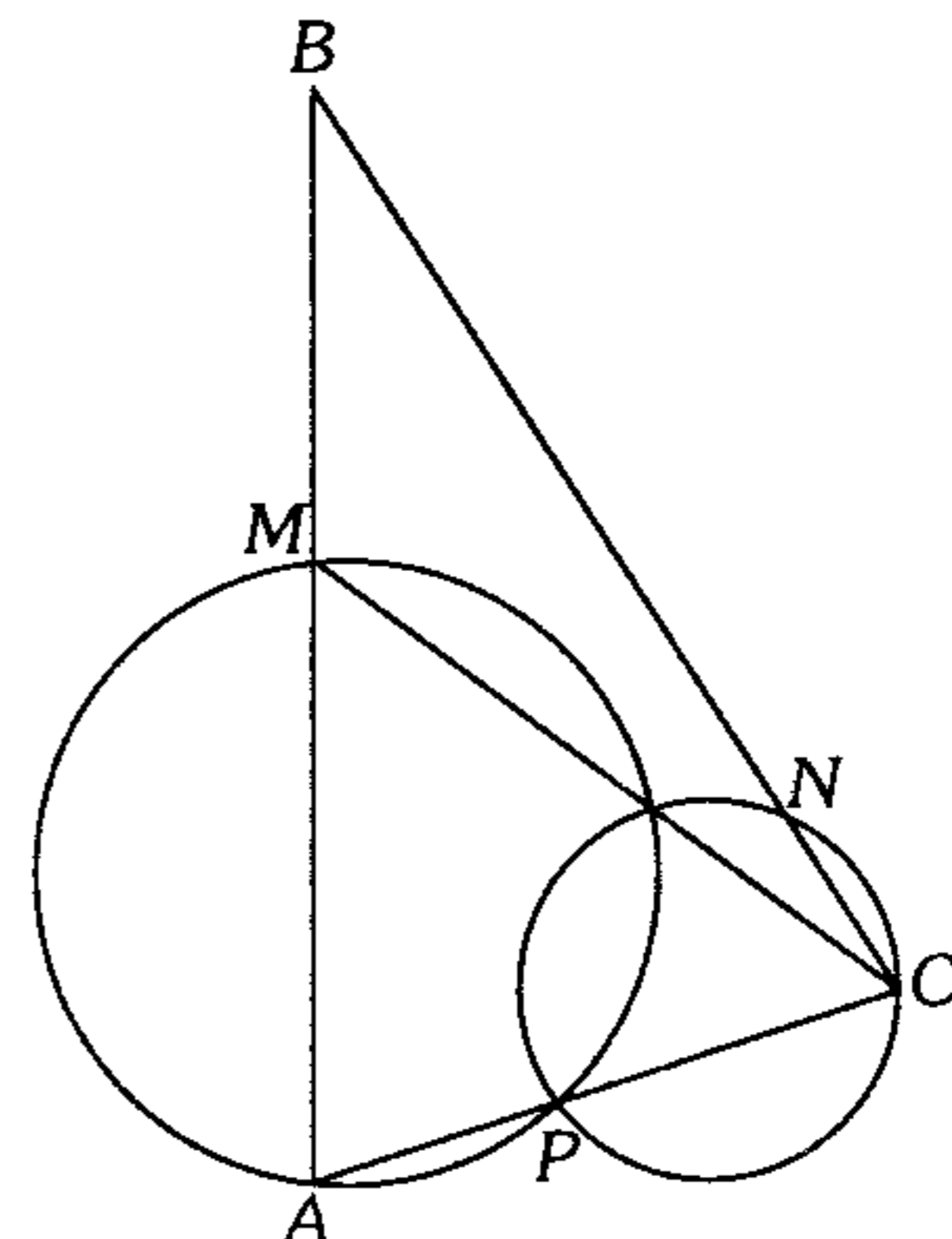
### Relaciones Métricas en la Circunferencia

248. Según el gráfico, calcule  $R$ , si  $(AB)(CD)=\sqrt{k}$ ,  $(BH)(BD)=K$ ,  $B$  y  $D$  son puntos de tangencia.



- A) 1      B) 2      C)  $1/2$   
 D)  $\sqrt{k}/k$       E)  $1/4$

249. Según el gráfico  $BN=5$  m,  $AP=2$  m y  $PC=4$  m. Calcule  $NC$ .



- A) 1 m      B) 2 m      C) 3 m  
 D) 4 m      E) 5 m

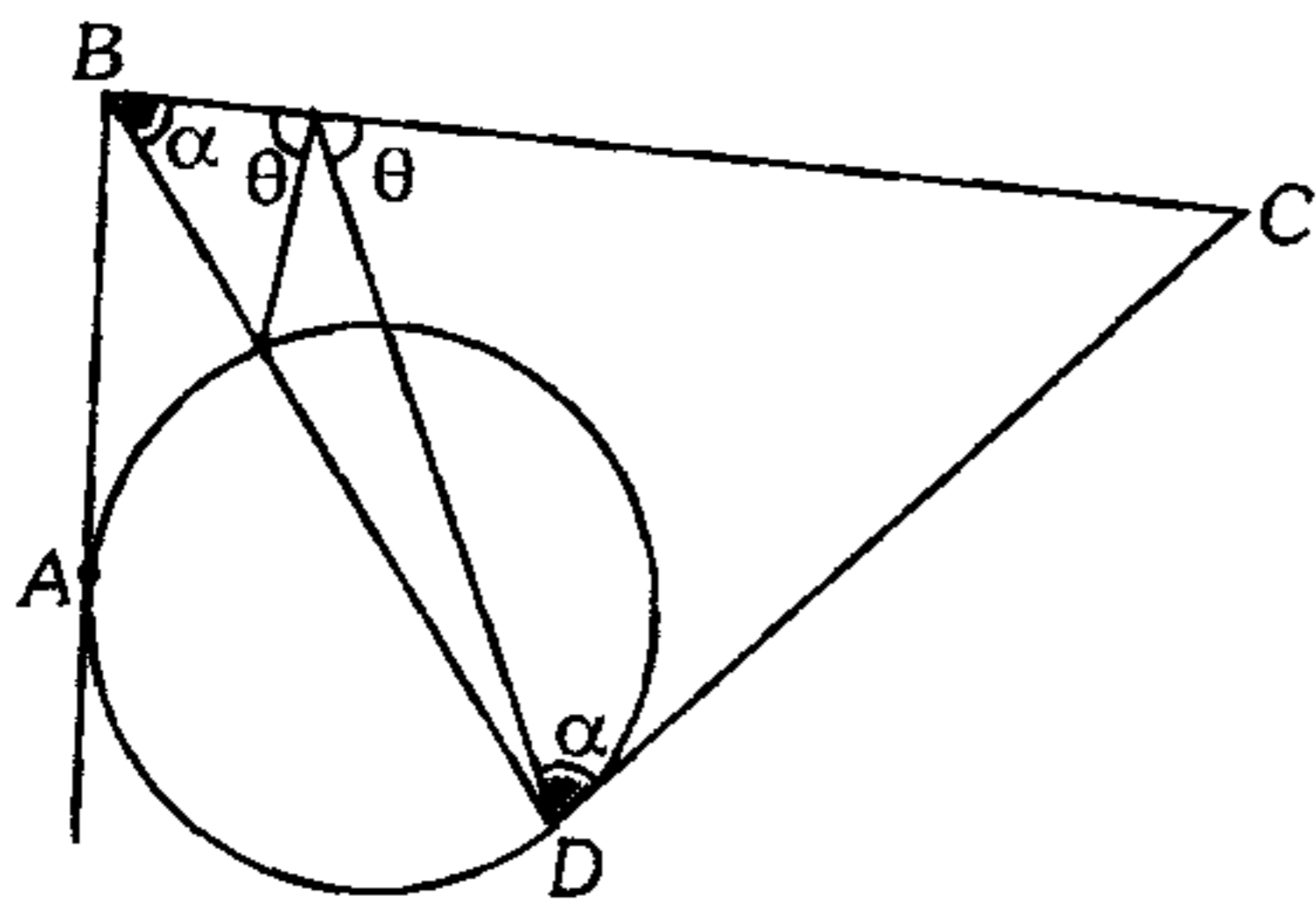
250. Se tiene un triángulo acutángulo  $ABC$  de ortocentro  $H$ ; con diámetro  $AC$  se traza exteriormente una semicircunferencia la cual se interseca con la prolongación de la altura  $BQ$  en  $R$ . Si  $BH=5$  y  $HQ=4$ , calcule la longitud del segmento tangente trazado desde  $R$  a la circunferencia circunscrita al triángulo  $AHB$ .

- A)  $5\sqrt{6}$     B) 5    C) 2  
D)  $3\sqrt{3}$     E)  $3\sqrt{6}$

251. Desde un punto  $P$  exterior a una circunferencia se traza las secantes  $PAD$  y  $PMQ$ ; luego se ubica el punto medio  $N$  de  $\overline{AD}$ ,  $\overline{NM}$  y  $\overline{NQ}$  son secantes a  $\overline{AD}$  en  $B$  y  $C$  respectivamente.  $\overline{MN}$  y  $\overline{PQ}$  son secantes a  $\overline{AD}$  en  $B$  y  $C$  respectivamente. Siendo  $\overline{NM} \perp \overline{PQ}$ ,  $BC=4$  y  $CD=6$ ; calcule  $AP$ .

- A) 2    B) 3    C) 4  
D) 5    E) 6

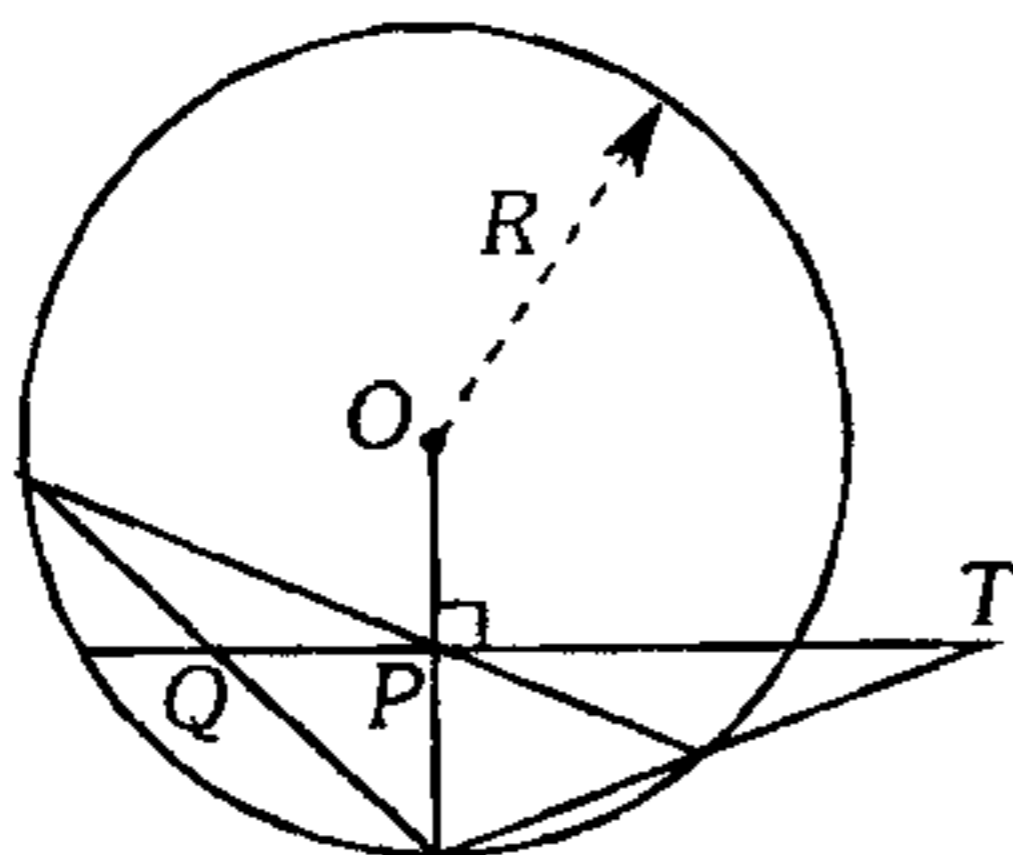
252. Según el gráfico,  $A$  es punto de tangencia; si  $AB=a$  y  $CD=b$ , calcule  $BC$ .



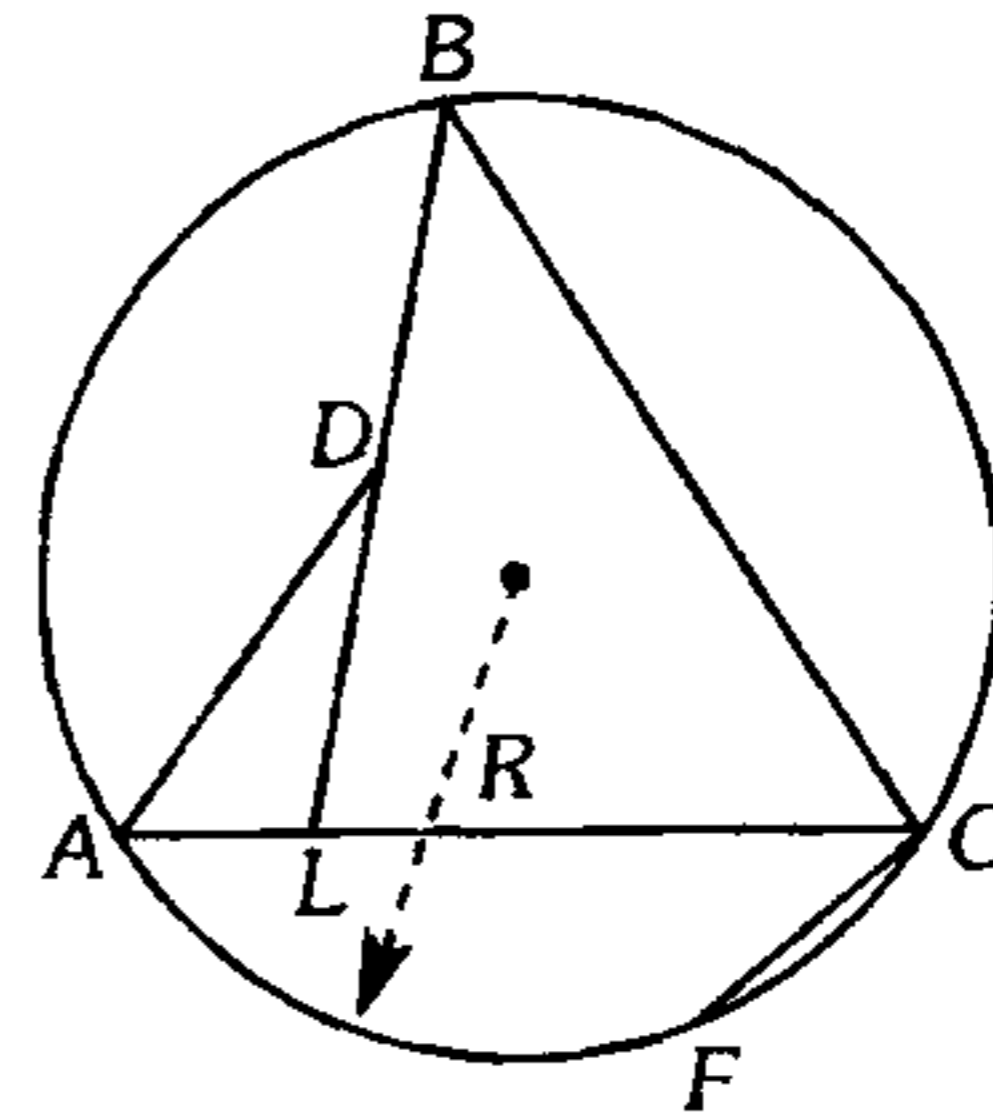
- A)  $\sqrt{ab}$     B)  $2\sqrt{ab}$     C)  $\frac{a+b}{2}$   
D)  $a\sqrt{a^2+b^2}$     E)  $\sqrt{a^2+b^2}$

253. En el gráfico,  $OP=1$ ,  $PQ=4$  y  $PT=12$ . Calcule  $R$ .

- A) 14  
B) 12  
C) 8  
D) 7  
E) 6



254. En la figura,  $m\angle DAL = m\angle LBC$ ,  $(AD)(LC)=9$ ;  $R=3$  y  $DL=CF$ . Calcule la distancia de  $C$  a  $\overline{BF}$ .



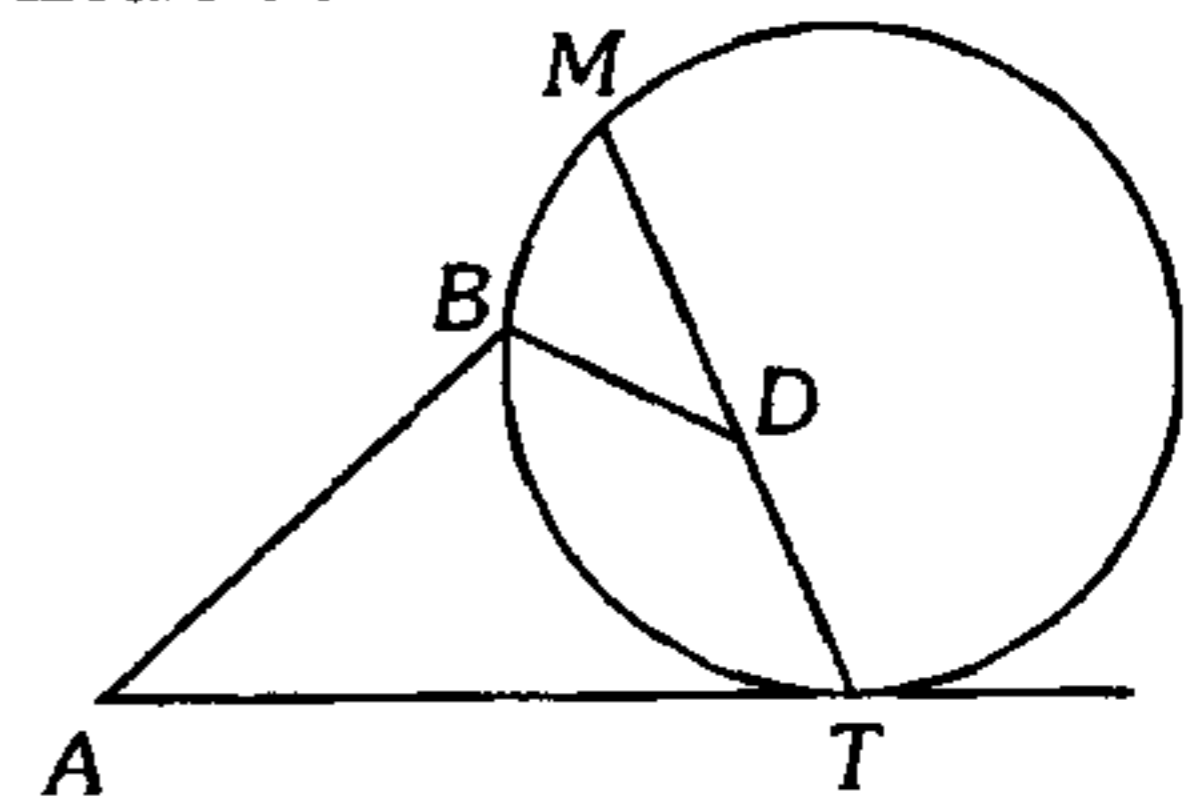
- A)  $3/2$     B)  $2/3$     C)  $3/5$   
D)  $5/3$     E)  $2/7$

255. En un triángulo isósceles  $ABC$  ( $AB=AC$ ), se traza la circunferencia de centro  $O$  tangente a  $\overline{AB}$  en  $Q$  y a la prolongación de  $\overline{CA}$ ; tal que  $\overline{CO} \cap \overline{AB} = \{R\}$ ,  $\overline{AP} \perp \overline{CD}$  ( $P \in \overline{CO}$ ). Si  $(BR)(RQ)=8(CR)$ , calcule  $PR$ .

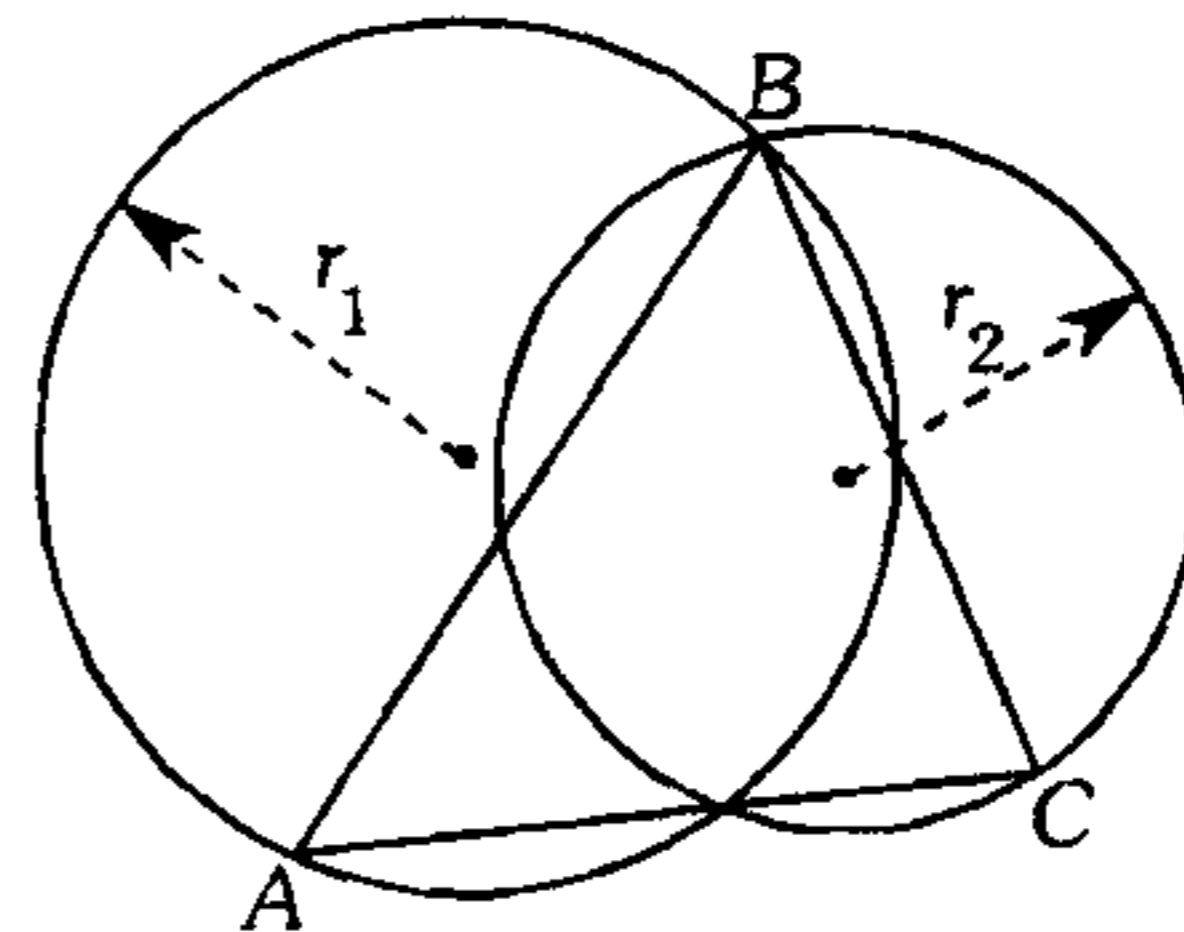
- A) 2    B) 4    C) 8  
D)  $2\sqrt{2}$     E)  $4\sqrt{2}$

256. Según el gráfico,  $(AT)(BD)=5(AB)$ ,  $ABDT$  es un cuadrilátero inscriptible y  $T$  es punto de tangencia. Calcule  $MD$ .

- A) 2  
B) 3  
C) 4  
D) 5  
E) 6



257. Según el gráfico  $r_1(BC)=15$ , calcule  $r_2(AB)$ .

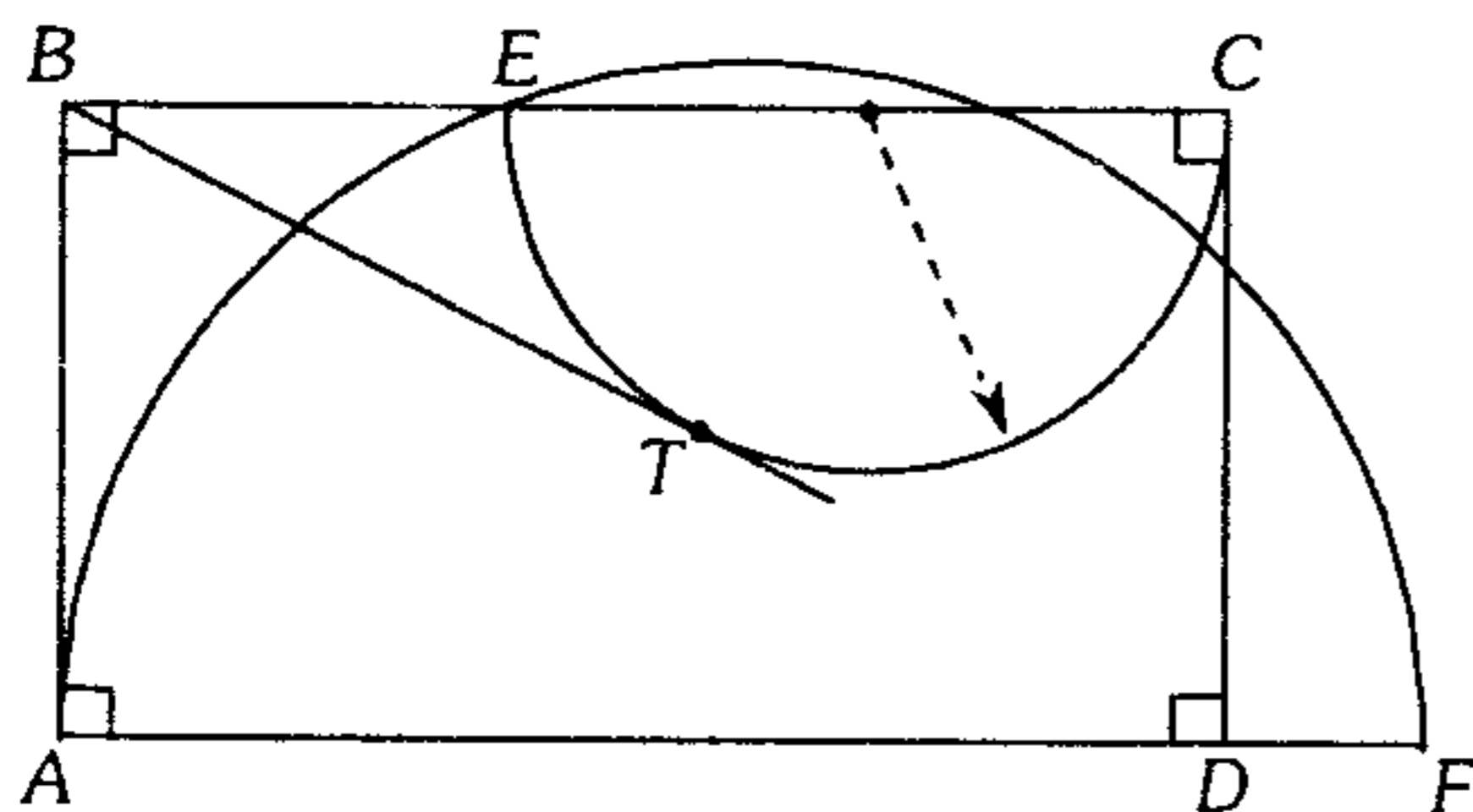


- A) 10    B) 12    C) 15  
D) 7,5    E) 30

258. Dos circunferencias son tangentes interiores en  $P$ , el diámetro  $AB$  de la circunferencia mayor es secante a la circunferencia menor en  $M$  y  $N$  respectivamente siendo  $N$  centro de la circunferencia mayor y  $b$  diámetro de la circunferencia menor, luego se traza la tangente  $BQ$  a la circunferencia menor ( $Q$  es punto de tangencia) y  $AM=a$ . Calcule  $\frac{BQ}{PM}$ .

- A)  $\frac{a}{b}$       B)  $\sqrt{\frac{2b}{a}}$       C)  $\sqrt{\frac{b}{a}}$   
 D)  $\frac{b}{a}$       E)  $\frac{2a}{b}$

259. En la figura,  $T$  es punto de tangencia;  $EC$  y  $AF$  son diámetros,  $AB=10$  u;  $DF=4,5$  u;  $BE=8$  u. Calcule  $BT$ .

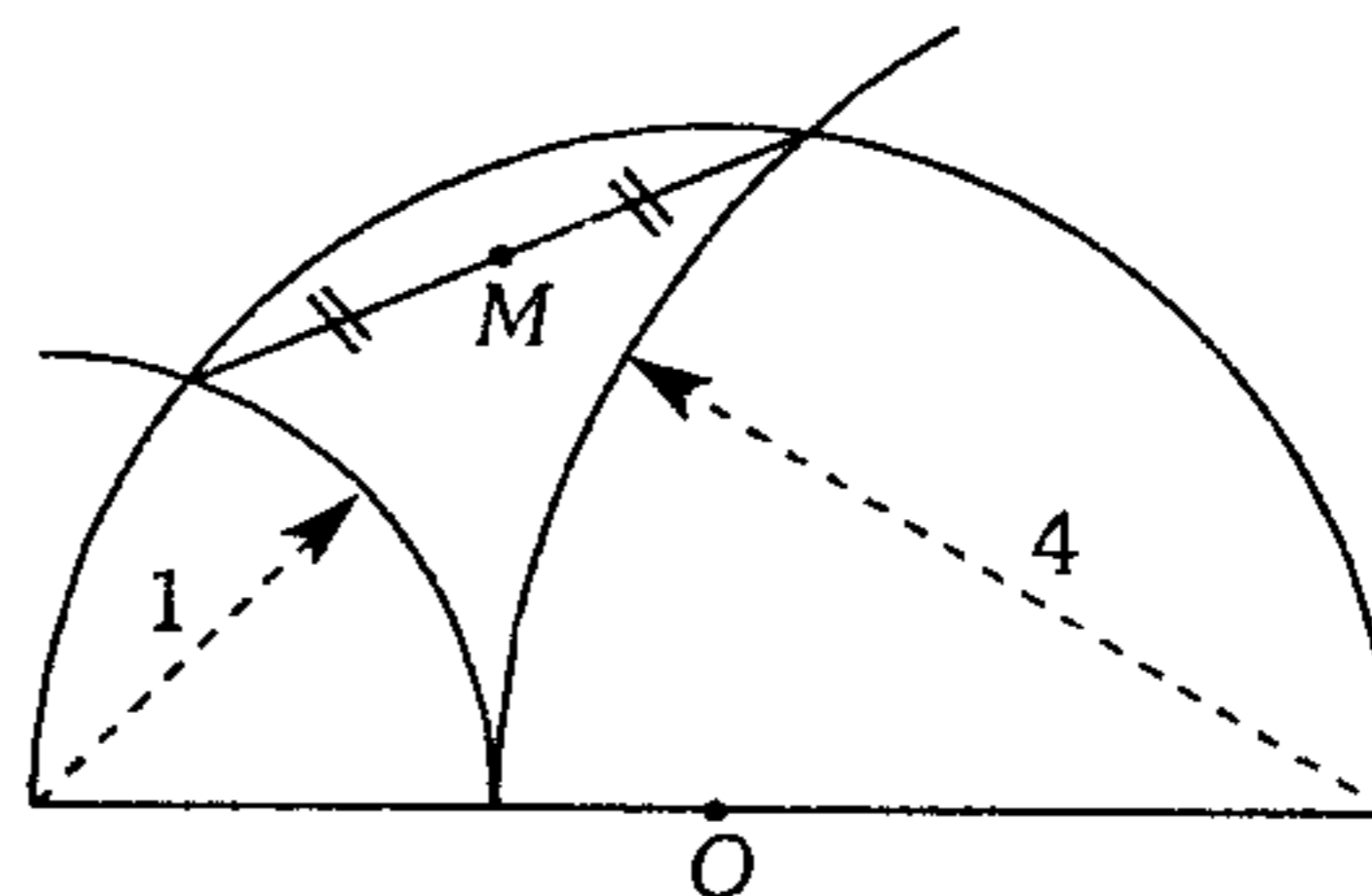


- A) 6 u      B) 10 u      C)  $16\sqrt{2}$  u  
 D)  $8\sqrt{2}$  u      E) 8 u

260. Sean  $C_1$  y  $C_2$  dos circunferencias tangentes interiores en  $A$  ( $C_1 > C_2$ ); se ubican en  $C_1$  los puntos  $M$  y  $C$  tal que  $\overline{MC}$  es tangente en  $P$  a  $C_2$  y  $\overline{AC}$  se interseca con  $C_2$  en  $B$ . Las prolongaciones de  $\overline{BP}$  y  $\overline{PB}$  son secantes a  $C_1$  en  $Q$  y  $D$  respectivamente. Si  $BD=QP$ ,  $AB=a$  y  $BC=b$ , calcule  $MC$ .

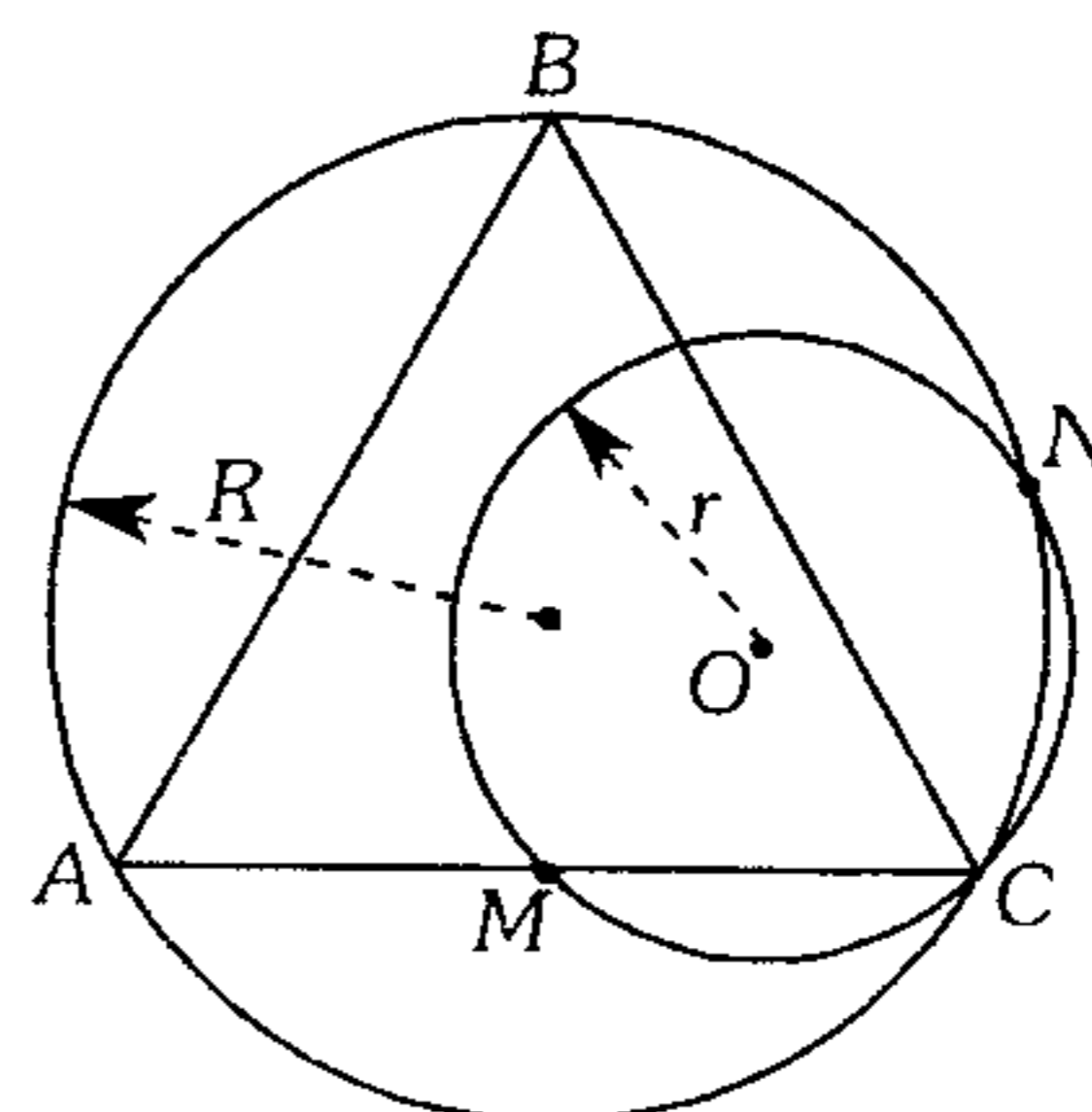
- A)  $\frac{a+b}{2}$       B)  $\frac{ab}{a+b}$   
 C)  $\sqrt{\frac{a+b}{a}}$   
 D)  $(a+b)\sqrt{\frac{a}{b}}$       E)  $(2a+b)\sqrt{\frac{b}{a+b}}$

261. En la figura halle la potencia del punto  $M$  respecto del centro de la circunferencia de centro  $O$ .



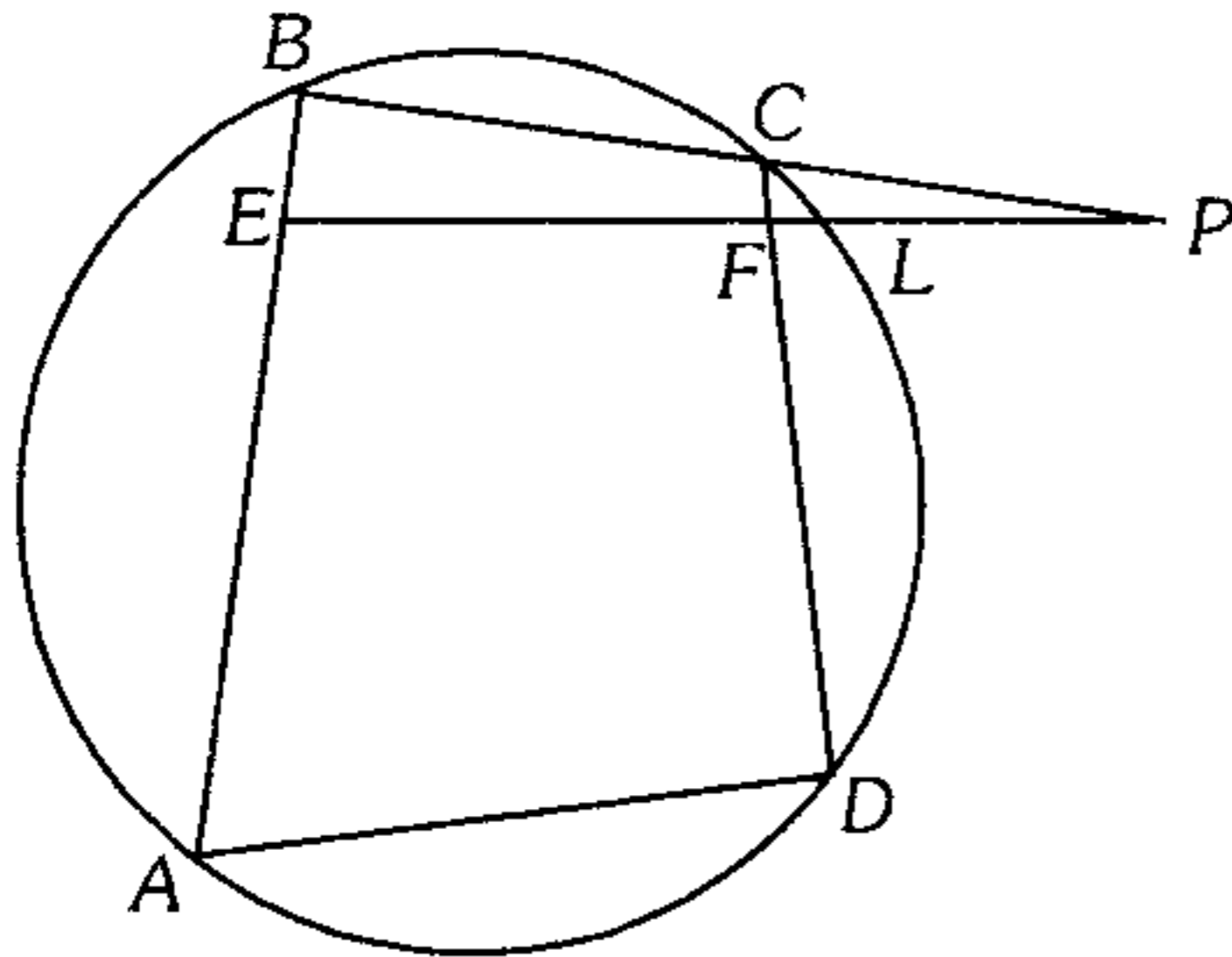
- A)  $\left(\frac{3\sqrt{6}-2}{5}\right)^2$   
 B)  $-\left(\frac{3\sqrt{6}-2}{5}\right)^2$   
 C)  $\left(\frac{2\sqrt{6}-3}{5}\right)^2$   
 D)  $-\left(\frac{2\sqrt{6}-3}{5}\right)^2$   
 E) 0

262. El triángulo  $ABC$  es equilátero,  $AM=MC$ ,  $m\widehat{BN} = m\widehat{BC}$ . Calcule en función del radio  $r$  la potencia de  $A$  respecto a la circunferencia de centro  $O$ .



- A)  $\frac{3r^2}{2}$       B)  $r^2$       C)  $r^2\sqrt{3}$   
 D)  $\frac{3r^2}{4}$       E)  $2r^2$

263. En la figura mostrada  $\overline{EP} \parallel \overline{AD}$ ,  $AE=8$ ;  $EF=7$ ;  $FL=1$  y  $LP=8$ . Calcule  $BE$ .



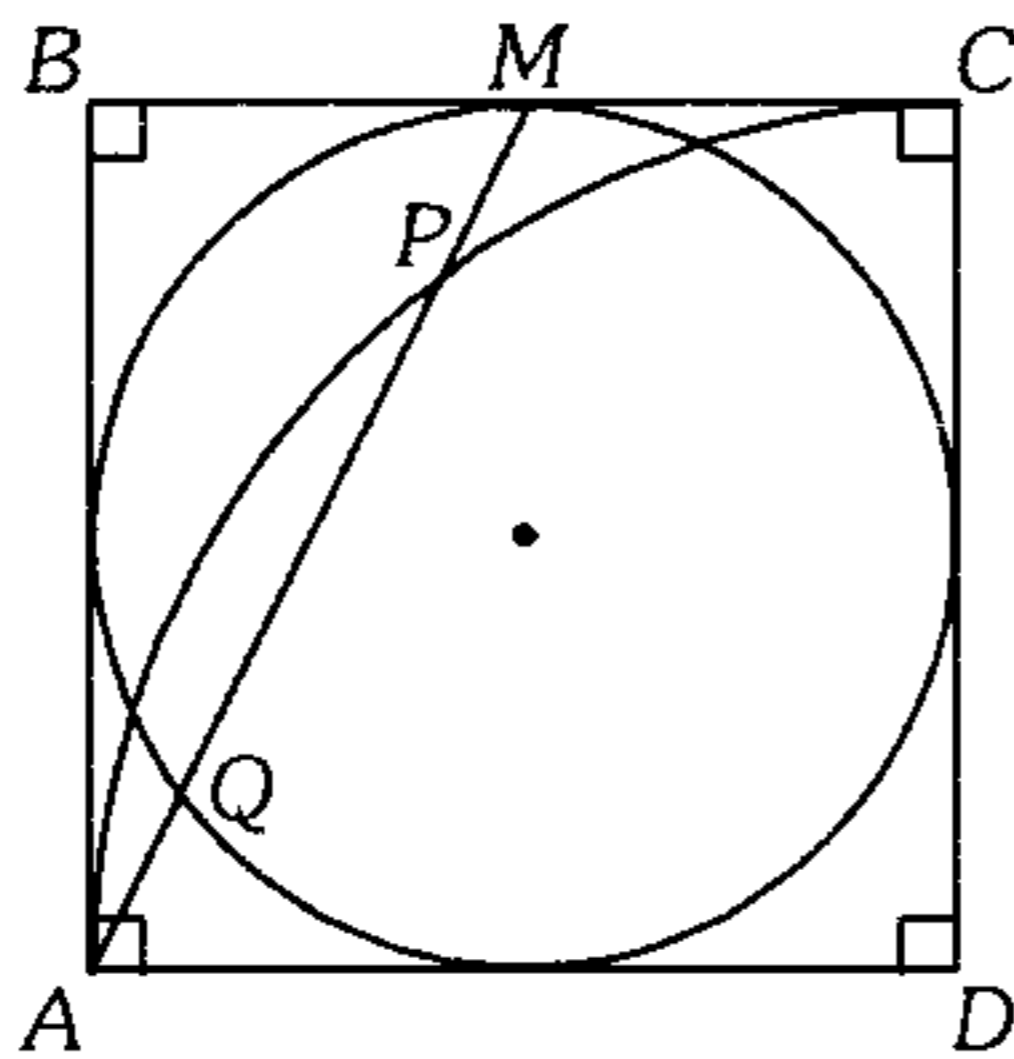
- A) 1      B) 2      C) 2,5  
D) 2,6      E) 3

264. En una circunferencia se traza las cuerdas  $AB$  y  $MN$  secantes en  $Q$ ,  $m\widehat{AM} = m\widehat{MB}$ . Si los radios de las circunferencias inscritas en los triángulos mixtilíneos  $AQN$  y  $NQB$  son  $R$  y  $r$ , calcule la longitud del segmento tangente común a dichas circunferencias.

- A)  $R+r$       B)  $R-r$       C)  $\frac{R+r}{2}$   
D)  $\sqrt{Rr}$       E)  $2\sqrt{Rr}$

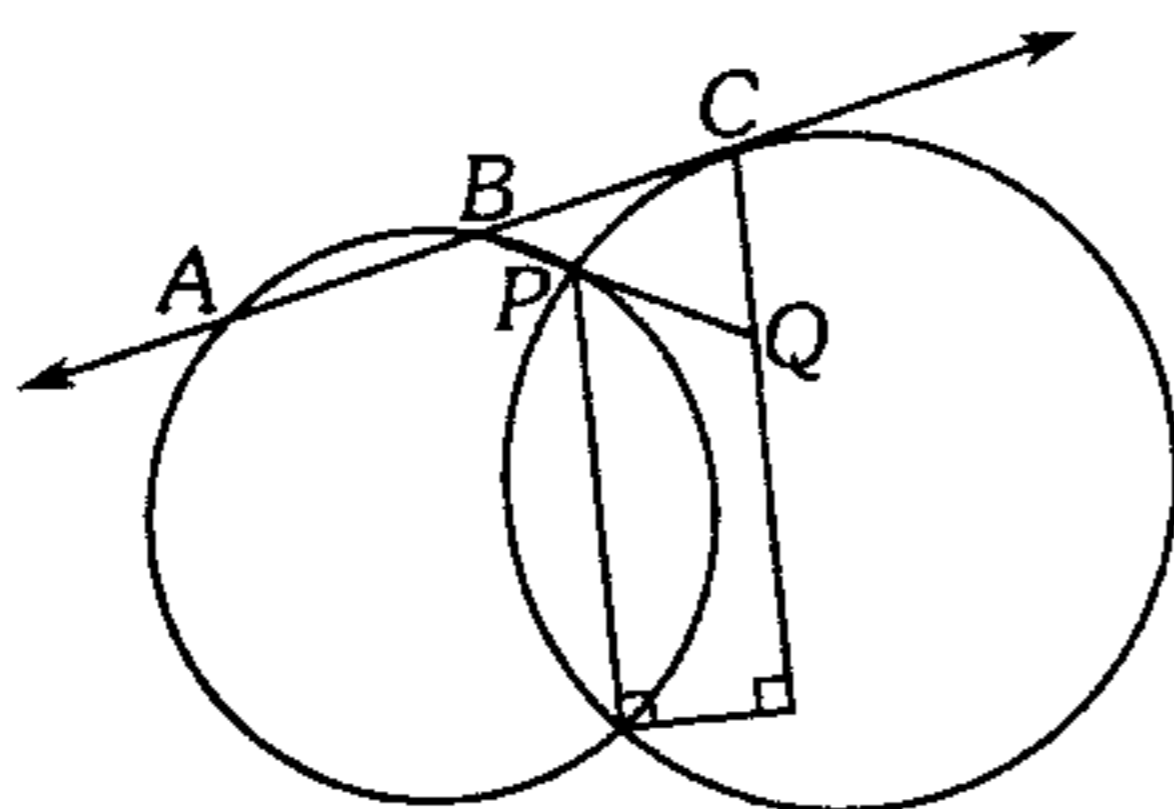
265. En el cuadrado  $ABCD$ ,  $AB=2\sqrt{5}$ . Calcule  $PQ$ .

- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5

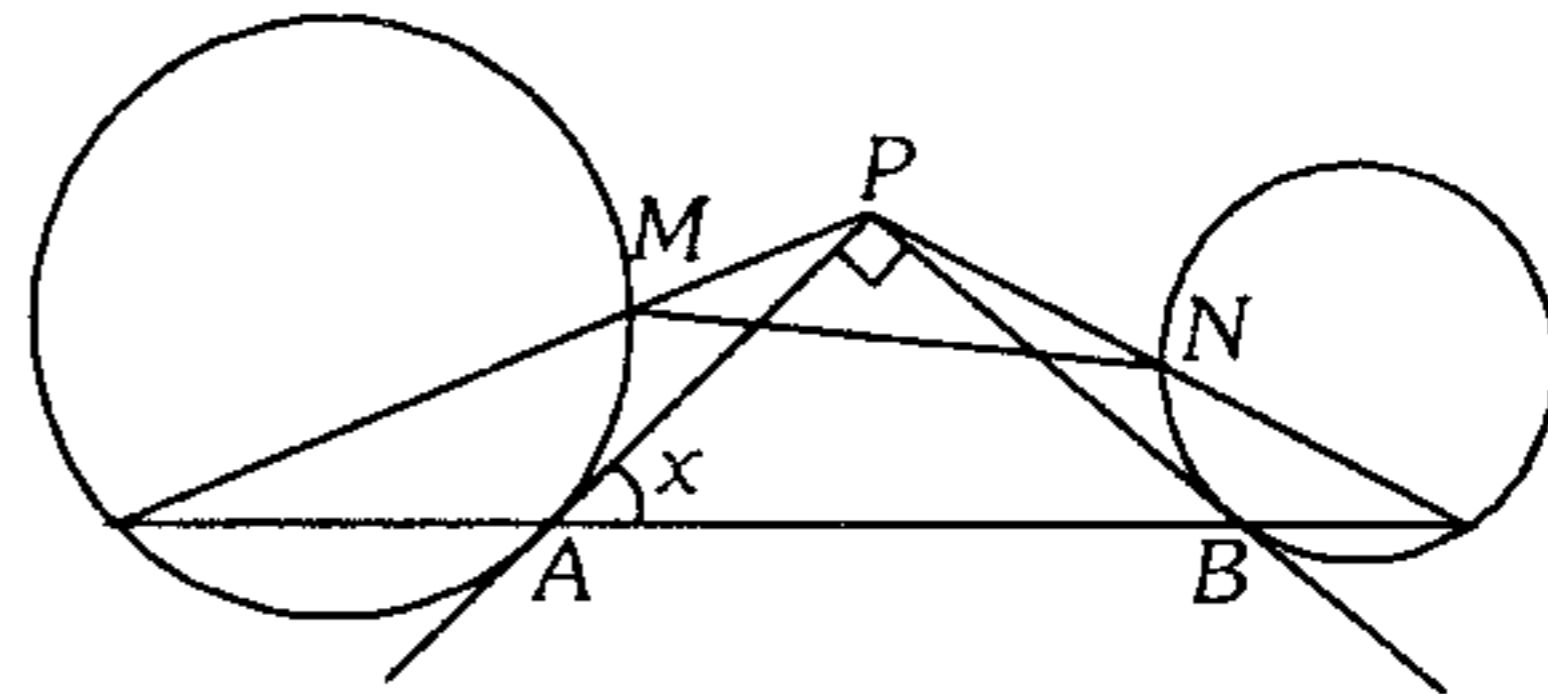


266. En el gráfico,  $C$  es punto de tangencia,  $BP=2$  y  $AB=BC$ . Calcule  $PQ$ .

- A) 2,5  
B) 3  
C) 4  
D) 5  
E) 6



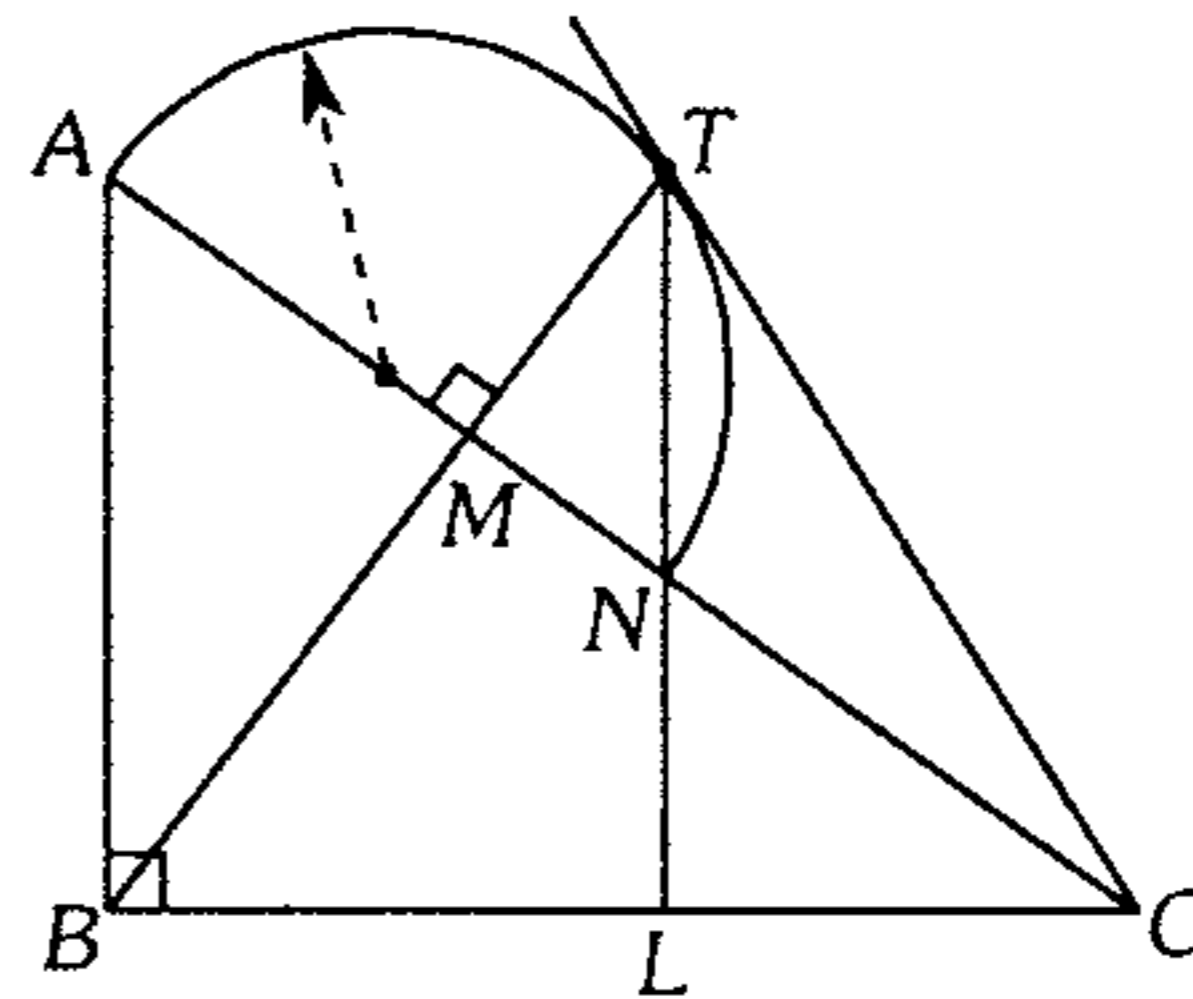
267. Si  $m\widehat{AM} = m\widehat{BN}$ ,  $A$  y  $B$  son puntos de tangencia, calcule  $x$ .



- A)  $60^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $53^\circ$   
D)  $45^\circ$       E)  $37^\circ$

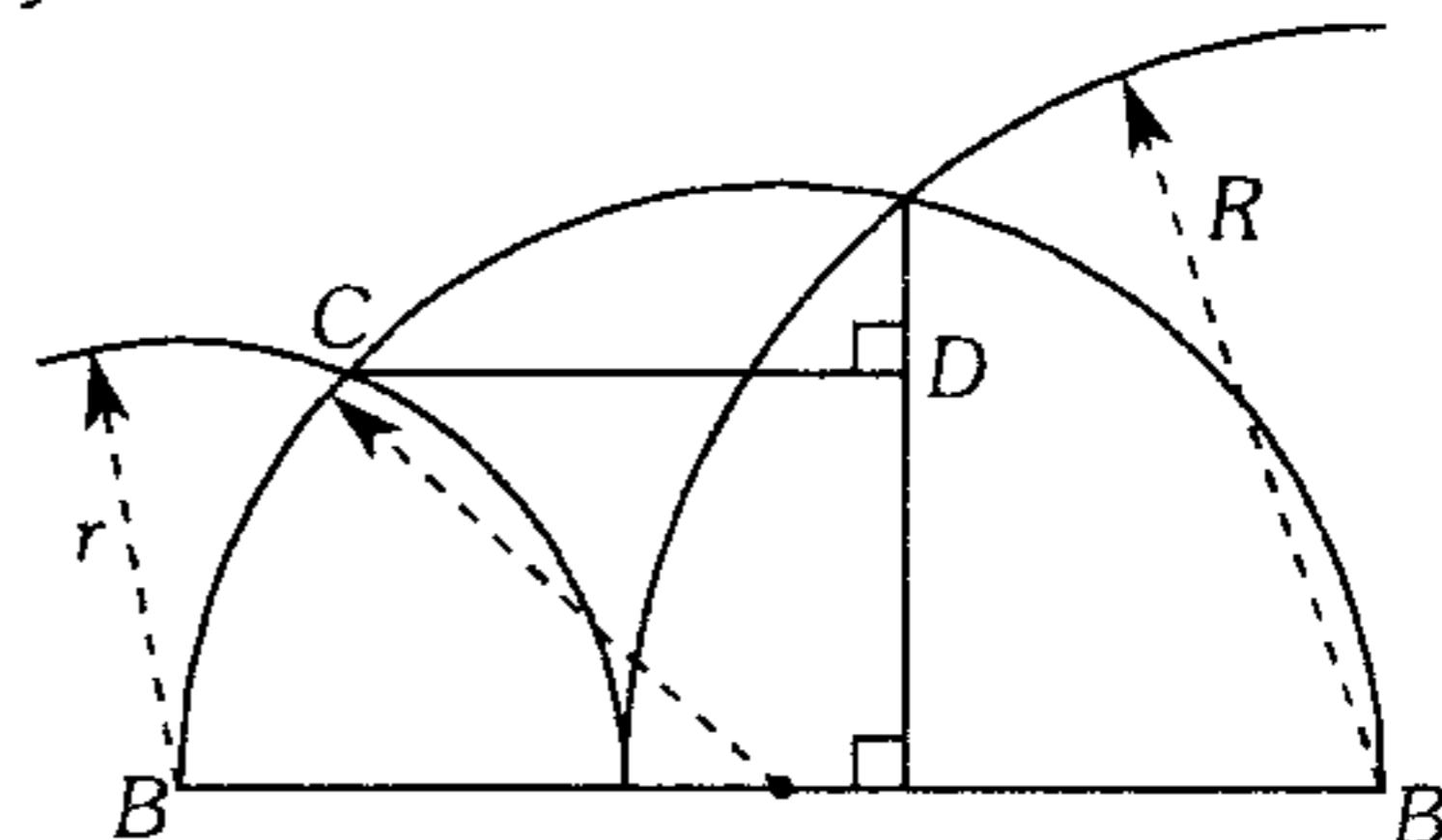
### Relaciones Métricas en el Triángulo Rectángulo

268. Según el gráfico, calcule  $BL$ , si  $AM=a$  y  $NC=b$  ( $T$  es punto de tangencia).



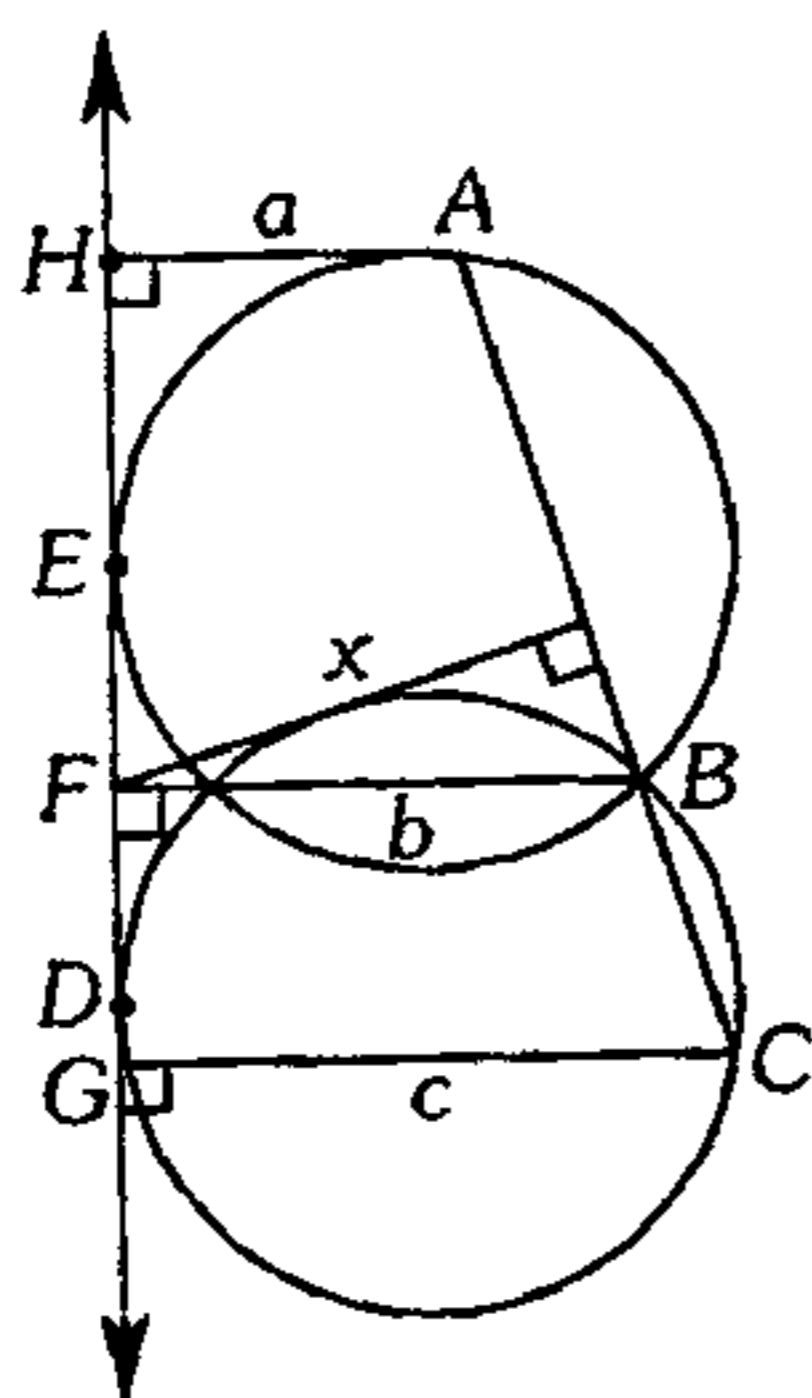
- A)  $\sqrt{a^2+b^2}$       B)  $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$   
C)  $\sqrt{a(a+b)}$   
D)  $\sqrt{ab}$       E)  $\sqrt{b(a+b)}$

269. Según el gráfico, calcule  $CD$  en función de  $R$  y  $r$ .



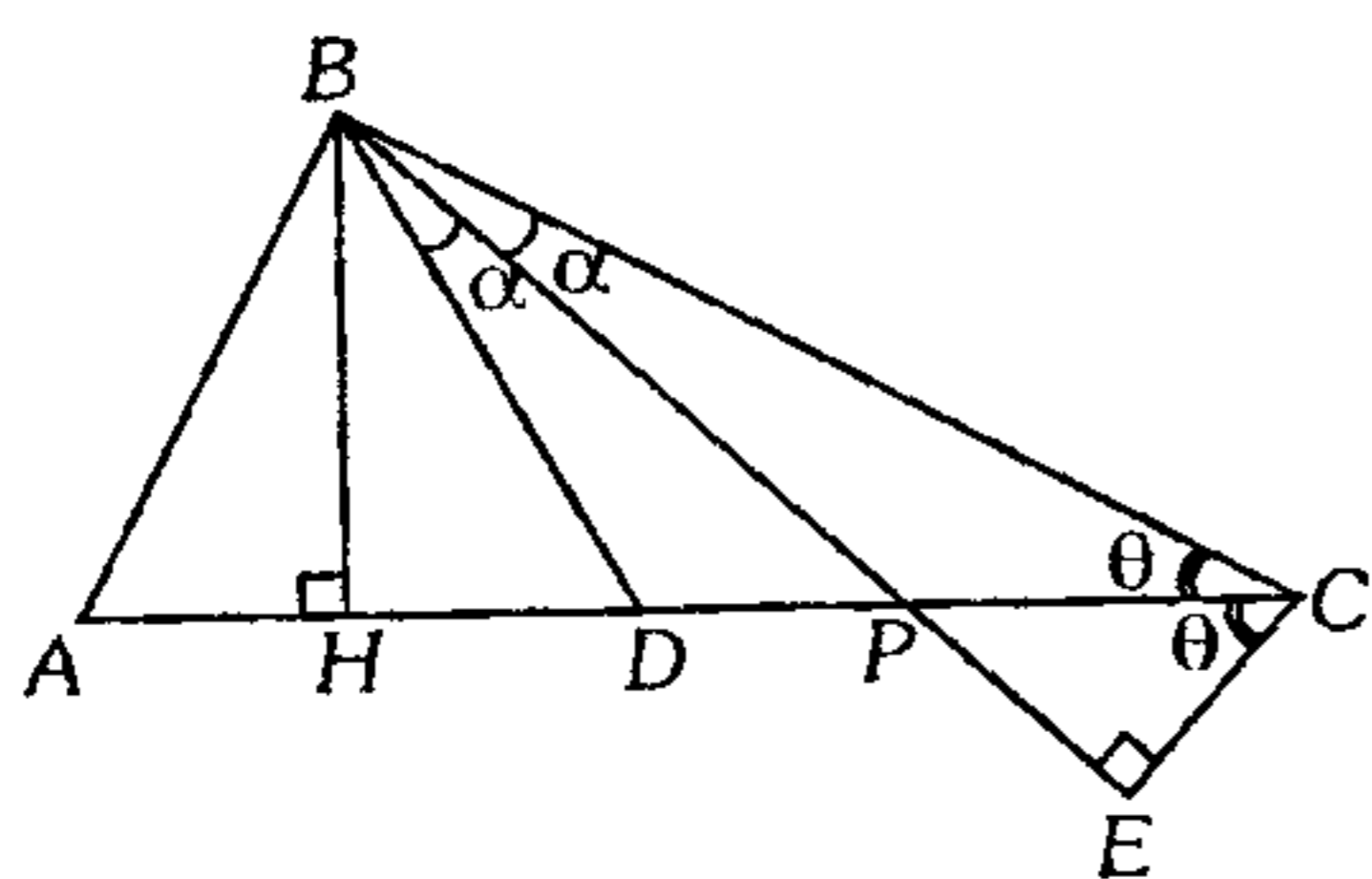
- A)  $\frac{R-r}{Rr}$       B)  $2\sqrt{Rr}$   
C)  $\frac{Rr}{R-r}$   
D)  $\frac{Rr}{R+r}$       E)  $\frac{2Rr}{R+r}$

270. En el gráfico mostrado,  $AH=a$ ,  $BF=b$  y  $CG=c$ . Calcule  $x$ . ( $D$  y  $E$  son puntos de tangencia).



- A)  $\sqrt[3]{abc}$     B)  $\frac{ac}{2b}$     C)  $\frac{a^2+c^2}{2b}$   
 D)  $\frac{\sqrt{b}}{2}(\sqrt{a}+\sqrt{c})$     E)  $\sqrt{\frac{b}{2}(a+c)}$

271. Según el gráfico  $m\angle ABC = 90^\circ$ . Si  $(AC)(AP) = 80$ , calcule  $AB$ .



- A)  $4\sqrt{5}$     B)  $2\sqrt{10}$     C)  $4\sqrt{10}$   
 D)  $2\sqrt{5}$     E)  $3\sqrt{5}$

272. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza las medianas  $\overline{AM}$  y  $\overline{CN}$ ; por  $B$  se traza una recta paralela a  $\overline{AC}$ . Las prolongaciones de  $\overline{AM}$  y  $\overline{CN}$  intersecan a dicha recta en  $P$  y  $Q$  respectivamente. Calcule  $AP^2 + CQ^2$ , si  $AC = 12$ .

- A) 720    B) 630    C) 540  
 D) 480    E) 640

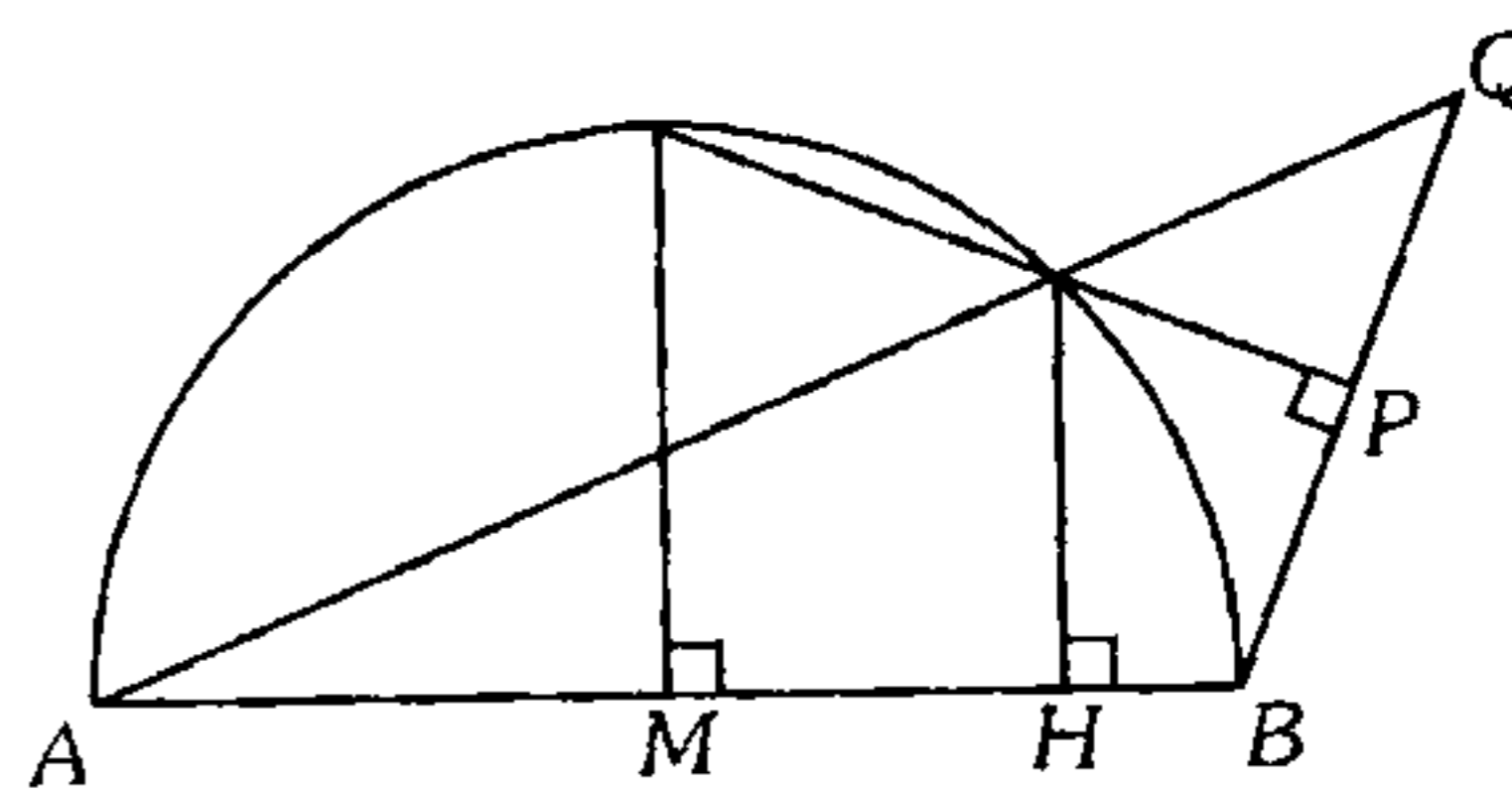
273. En la prolongación de  $\overline{BC}$  de un cuadrado  $ABCD$  se ubica el punto  $P$  y en  $\overline{AB}$  el punto  $M$  tal que  $\overline{MP} \cap \overline{CD} = \{L\}$ ,  $m\angle PMD = 45^\circ$ ,  $CL = 1$  y  $LD = 5$ . Calcule el producto de  $MP$  con la distancia de  $B$  a  $\overline{MP}$ .

- A) 36    B) 27    C) 32  
 D) 40    E) 25

274. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la altura  $BH$ ; en los triángulos  $AHB$  y  $BHC$  se traza las alturas  $HM$  y  $HN$  respectivamente; luego en los triángulos  $AMH$  y  $HNC$  se traza las alturas  $MP$  y  $NQ$  respectivamente, tal que  $AP = a$ ,  $QC = b$  y  $AC = c$ . Indique la relación correcta.

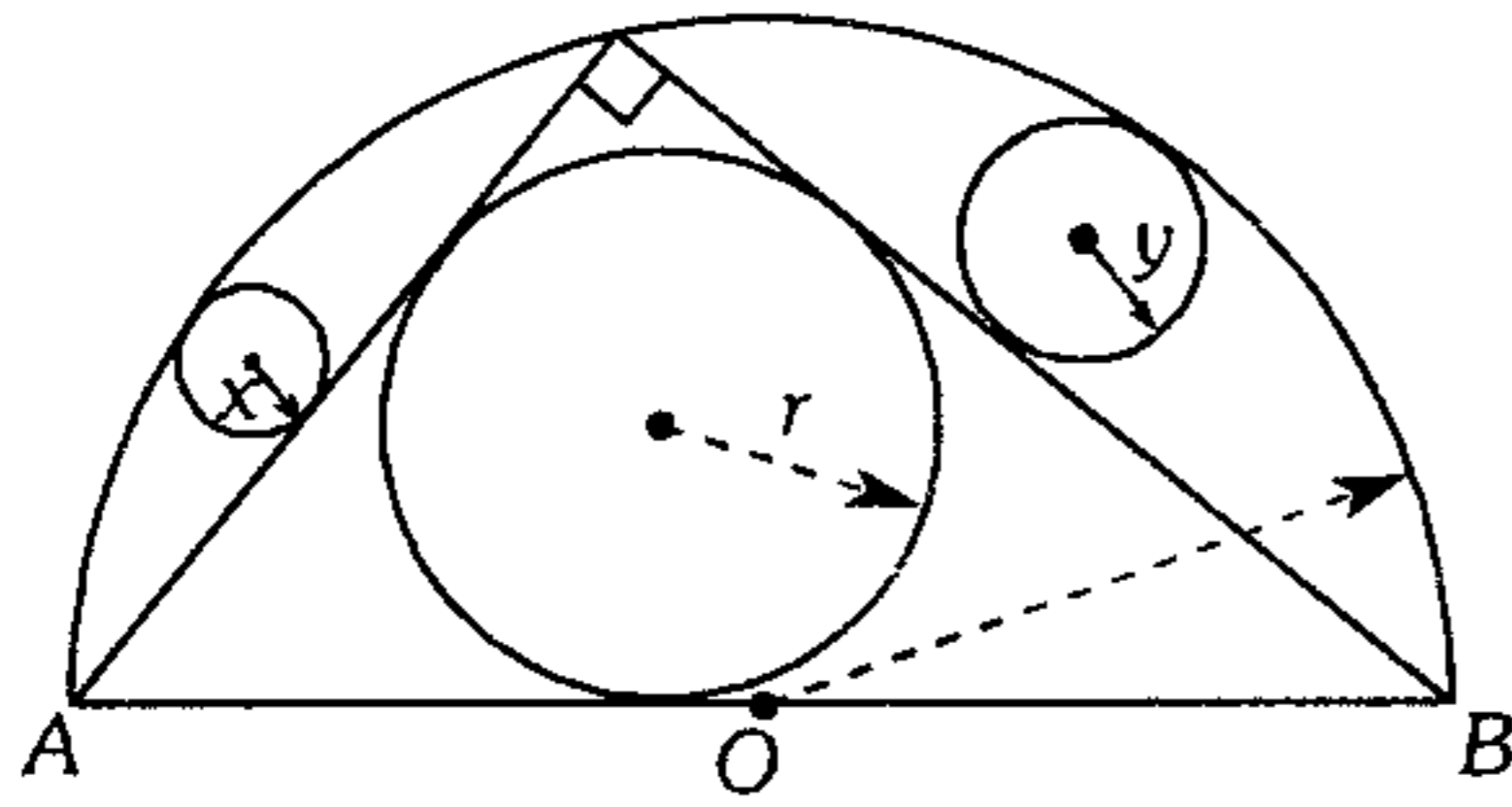
- A)  $\sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{a}$   
 B)  $\sqrt{c} = \sqrt{b} + \sqrt{a}$   
 C)  $a = \frac{c^2}{b}$   
 D)  $c = \sqrt{ab}$   
 E)  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

275. En la figura  $\overline{AB}$  es diámetro de la semicircunferencia. Si  $AB = 2R$ ,  $HB = b$ ,  $MB = a$ , calcule  $PQ$ .



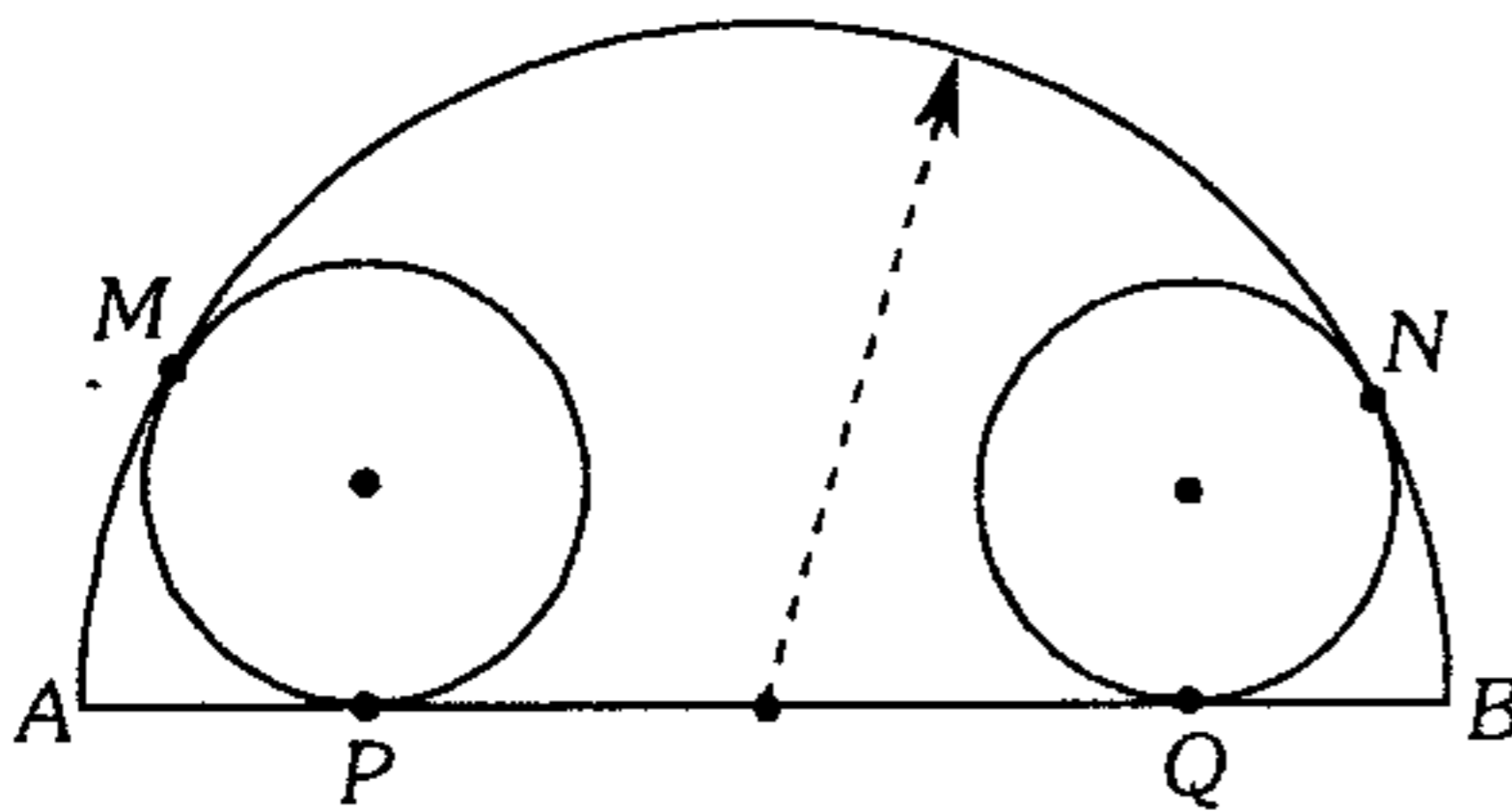
- A)  $ab(2R-a)$     B)  $(2R-a)\sqrt{\frac{b}{a}}$   
 C)  $2R(a-b)$   
 D)  $\frac{a-b}{R}$     E)  $\frac{\sqrt{ab}}{2R}$

276. Según el gráfico, calcule  $r$  en función de  $x$  e  $y$ , si  $x$  e  $y$  tienen valores máximos.



- A)  $2\sqrt{xy}$     B)  $\frac{x+y}{2}$     C)  $2\sqrt{xy}$   
 D)  $2\sqrt{2xy}$     E)  $\frac{x+y}{3}$

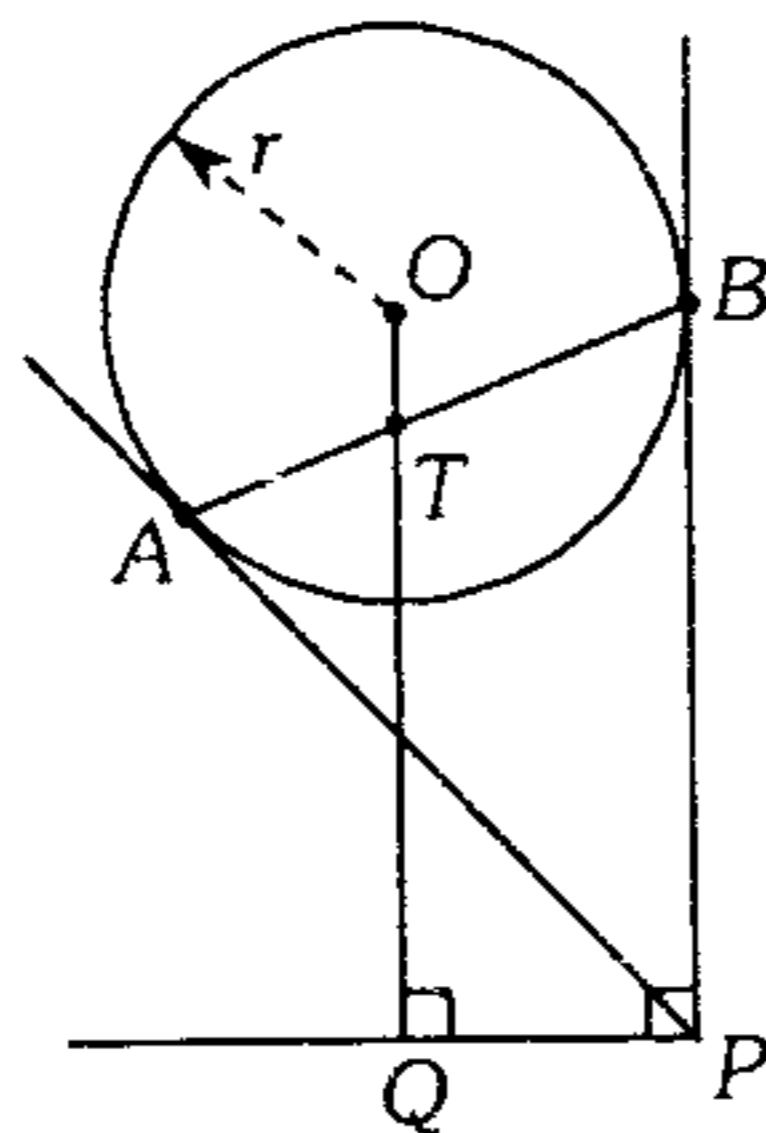
277. Según el gráfico  $M, P, Q$  y  $N$  son puntos de tangencia, si  $AP=a$ ,  $PQ=b$ ,  $QB=c$  y  $m\widehat{MN} = 90^\circ$ , calcule la relación entre  $a, b$  y  $c$ .



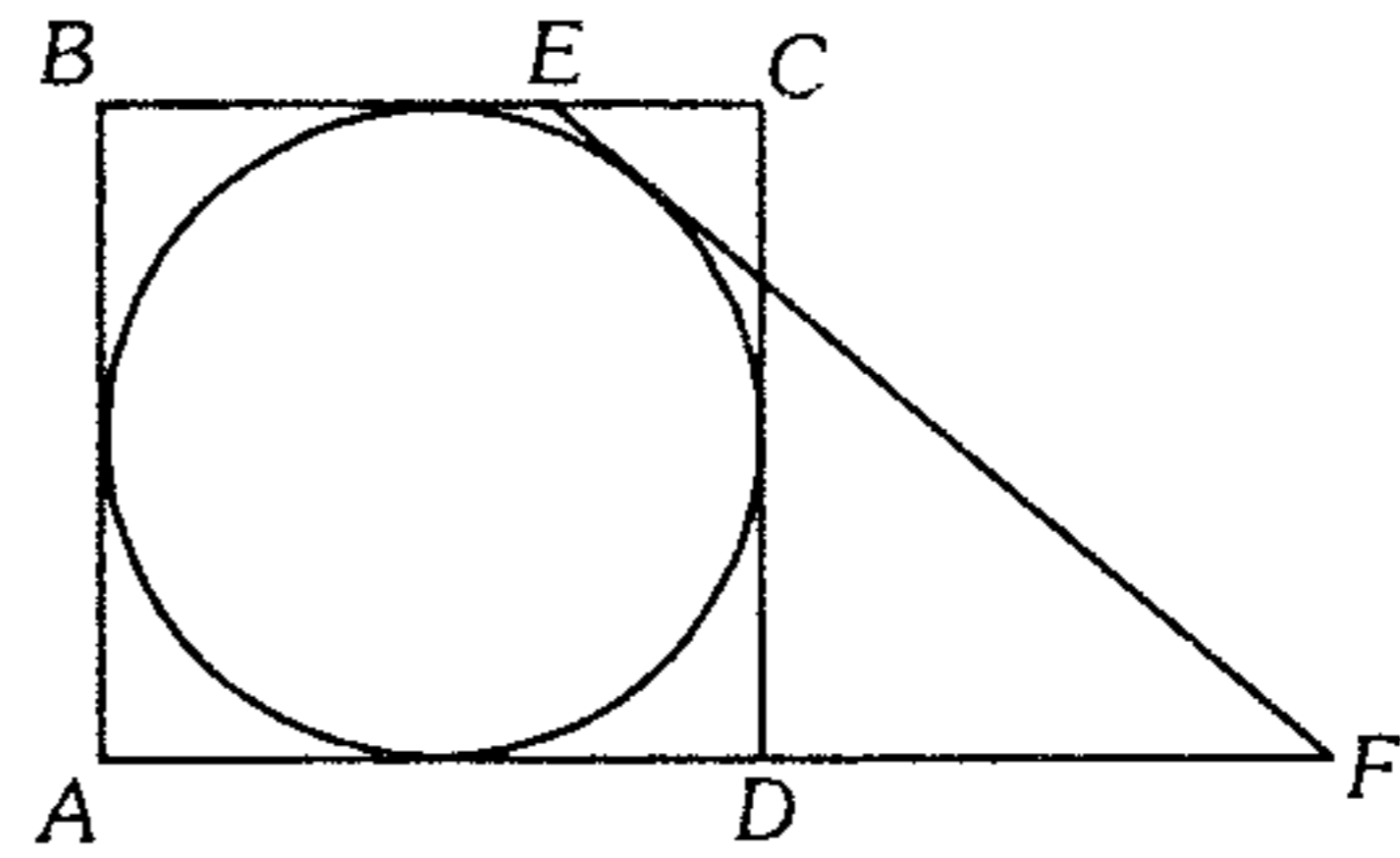
- A)  $2b=a+c$     B)  $b^2=a^2+c^2$   
 C)  $b=\sqrt{a.c}$   
 D)  $\frac{1}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$     E)  $b=2\sqrt{a.c}$

278. Según el gráfico  $A$  y  $B$  son puntos de tangencia,  $OT=2$  y  $TQ=6$ , calcule  $r$ .

- A) 3  
 B) 4  
 C) 5  
 D) 7  
 E) 6



279. Calcule el radio de la circunferencia inscrita en el cuadrado  $ABCD$ ; si  $EC=2$  m y  $DF=3$  m.

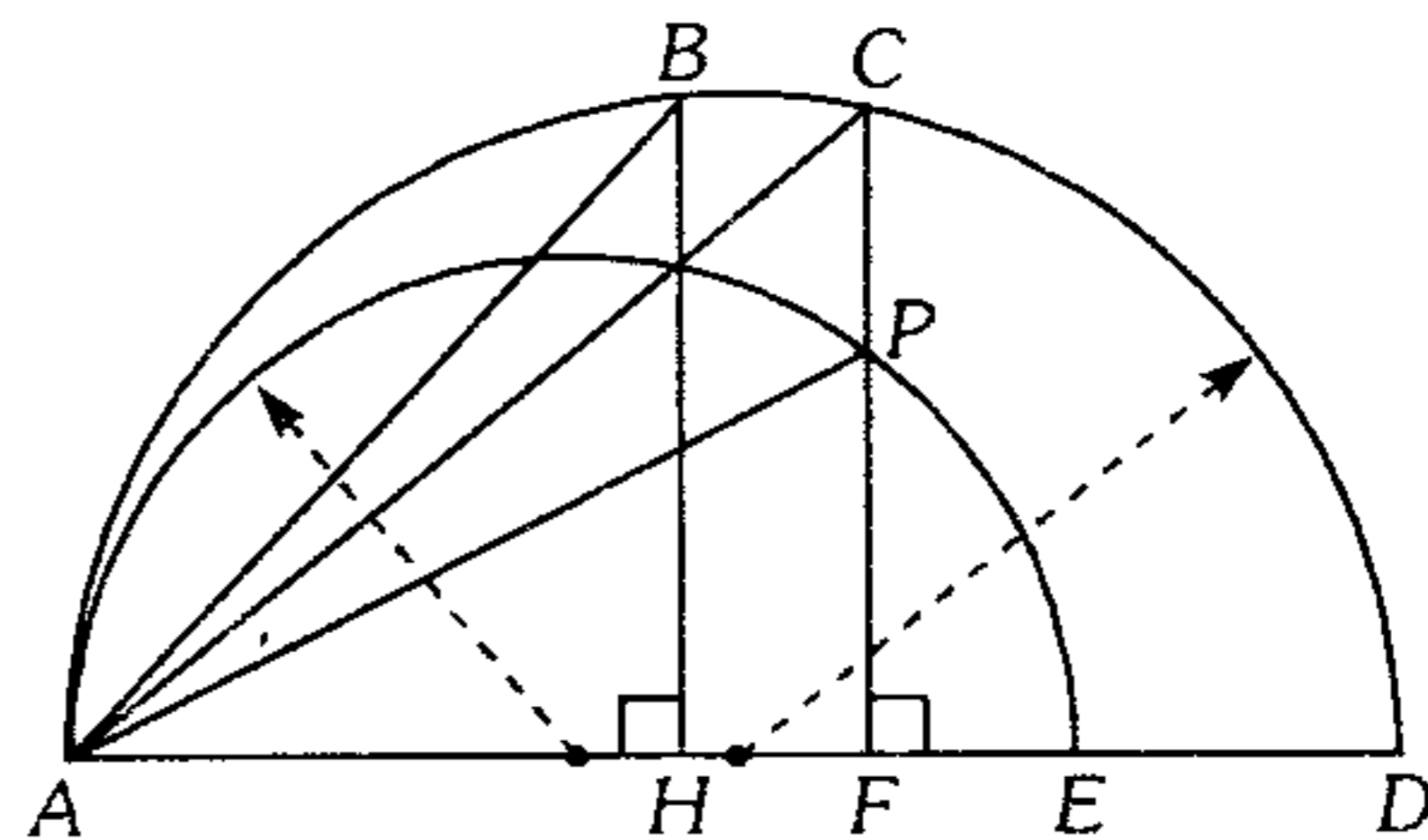


- A) 2 m    B) 3 m    C) 4 m  
 D) 6 m    E) 9 m

280. En un triángulo  $ABC$ , con diámetro  $AB$  se traza la semicircunferencia que interseca a  $\overline{AC}$  en  $F$ ; en el arco  $BF$  se ubica un punto  $E$  tal que la tangente trazada por  $E$  es perpendicular a  $\overline{FC}$  en  $D$ . Calcule  $ED$ , si  $AD=8$  cm y  $BE=3$  cm.

- A) 5 cm    B)  $\sqrt{2}$  cm    C)  $2\sqrt{2}$  cm  
 D) 4 cm    E) 6 cm

281. Según la figura, calcule  $AB$  si  $AP=6$  m.



- A)  $6\sqrt{2}$     B)  $4\sqrt{2}$     C) 6  
 D) 8    E) 12

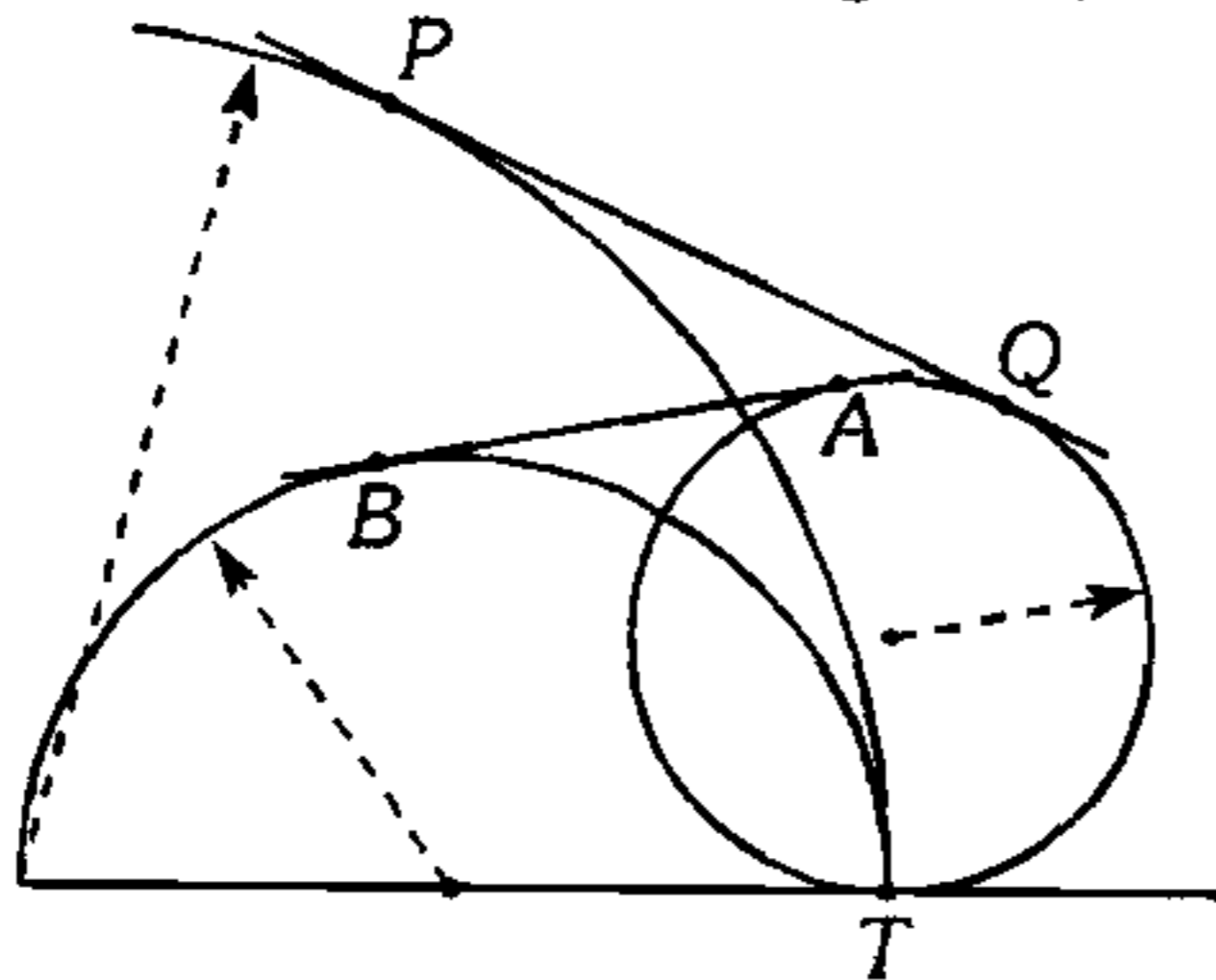
282. Los catetos de un triángulo rectángulo miden  $b$  y  $c$  ( $b > c$ ). ¿Cuál es la razón que debe existir entre ambos para que la mediana relativa al cateto que mide  $b$  sea perpendicular a la mediana relativa a la hipotenusa?

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\sqrt{2}$     C)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$     E)  $\frac{3}{2}$



283. Calcule  $PQ$ , si  $AB=a$ .  
( $P, Q, T, A$  y  $B$  son puntos de tangencia).

- A)  $2a$   
B)  $a$   
C)  $a\sqrt{2}$   
D)  $4a$   
E)  $2a\sqrt{2}$



284. Las dimensiones de una hoja con forma rectangular son  $a$  y  $b$  ( $b > a$ ). Dicha hoja se dobla de tal manera que dos vértices opuestos coinciden. Calcule la longitud del dobléz.

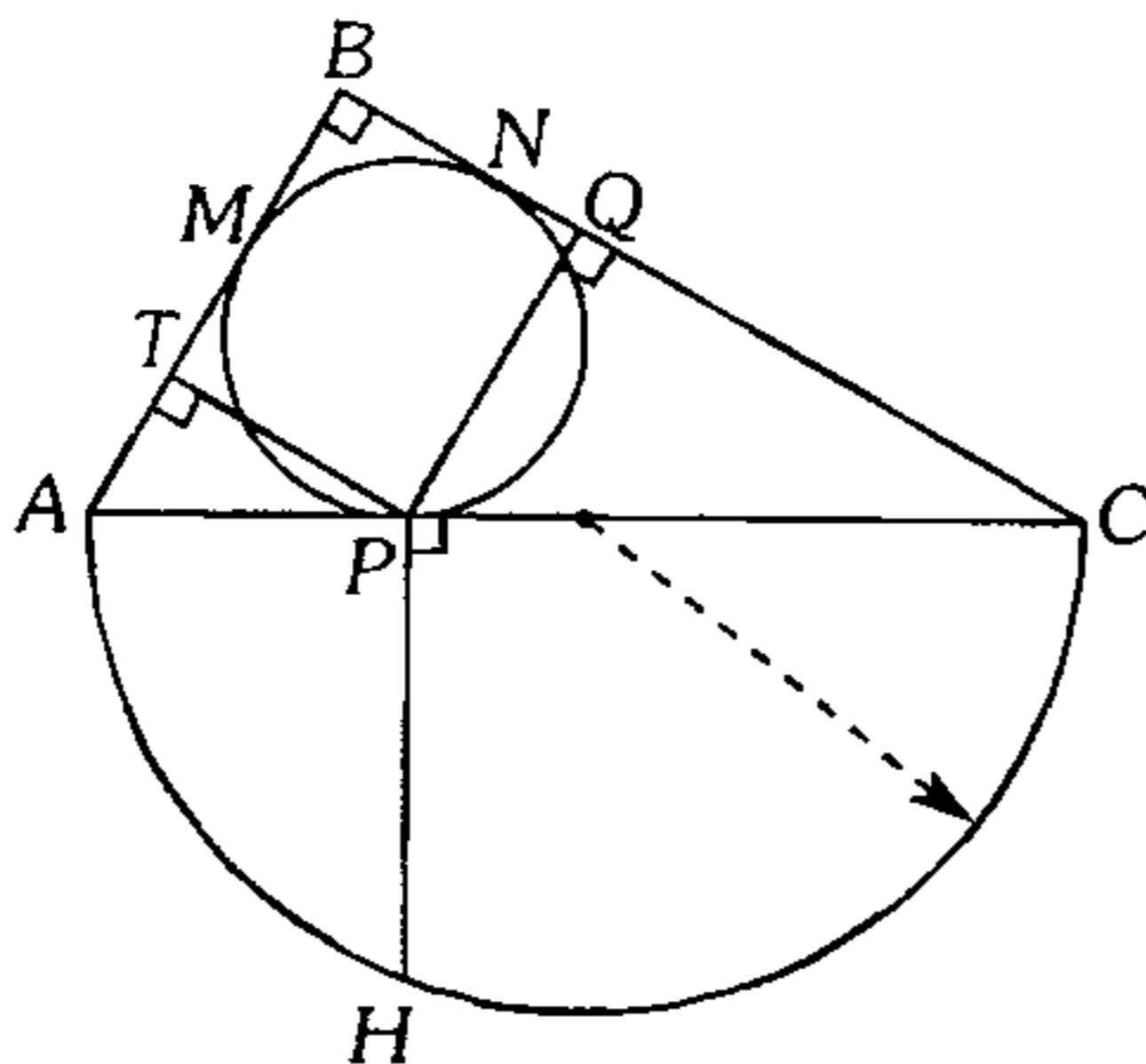
- A)  $\frac{b\sqrt{a^2+4b^2}}{2a}$       B)  $\frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$   
C)  $\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$   
D)  $\frac{ab}{a+b}$       E)  $\frac{a\sqrt{a^2+b^2}}{2b}$

285. Se tiene un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ ; se ubica los puntos  $L$  y  $M$  en  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$ , respectivamente, tal que  $m\angle BLM = m\angle BCA$ , la proyección de  $\overline{LM}$  sobre  $\overline{AC}$  mide 8 cm. Calcule  $\frac{1}{BL^2} + \frac{1}{BM^2}$ .

- A)  $1/16$       B)  $1/4$       C)  $1/9$   
D)  $1/8$       E)  $1/3$

286. Según el gráfico  $P, M$  y  $N$  son puntos de tangencia y  $(AT)(TB) + (BQ)(QC) = 25$ , calcule  $PH$ .

- A) 10  
B) 5  
C) 12,5  
D)  $5\sqrt{2}$   
E)  $10\sqrt{2}$



287. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la altura  $BH$ , las bisectrices exteriores de vértices  $A$  y  $C$  intersecan a la prolongación de  $\overline{BH}$  en  $P$  y  $Q$  respectivamente. Si  $AB=c$ ,  $BC=a$  y  $AC=b$  ( $a > c$ ), calcule  $PQ$ .

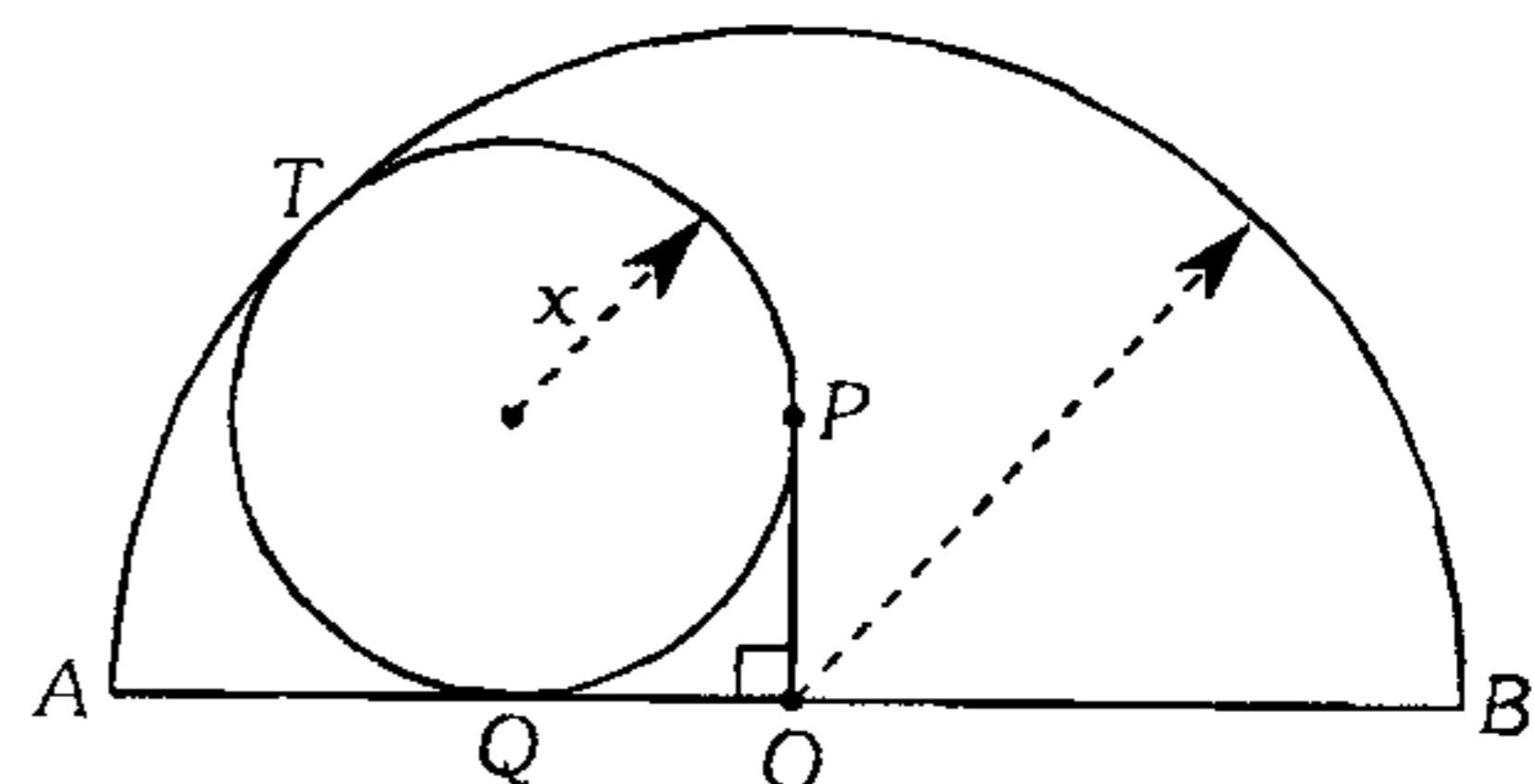
- A)  $\frac{2abc}{(a-c)^2}$   
B)  $\frac{ac(a-c)}{(b-a)(b-c)}$   
C)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} - \frac{1}{b}$   
D)  $\frac{abc}{\sqrt{ac}(a+c)}$   
E)  $\frac{\sqrt{ac}(a-c)}{a+b+c}$

### Relaciones Métricas en Triángulos Oblicuángulos

288. En un triángulo  $ABC$  se traza la bisectriz exterior  $CM$  ( $M$  en la prolongación de  $\overline{AB}$ ). Si  $AC=b$ ,  $BC=a$  y  $AM=BC+AC$ , calcule  $CM$ .

- A)  $a\sqrt{\frac{a+b}{b}}$       B)  $a\sqrt{\frac{2a+b}{b}}$       C)  $a\sqrt{\frac{2b+a}{b}}$   
D)  $b\sqrt{\frac{a+b}{a}}$       E)  $b\sqrt{\frac{2b+a}{a}}$

289. En la figura mostrada,  $OP=1$  m y  $OB=9$  m ( $T$  y  $Q$  son puntos de tangencia). Calcule  $x$ .

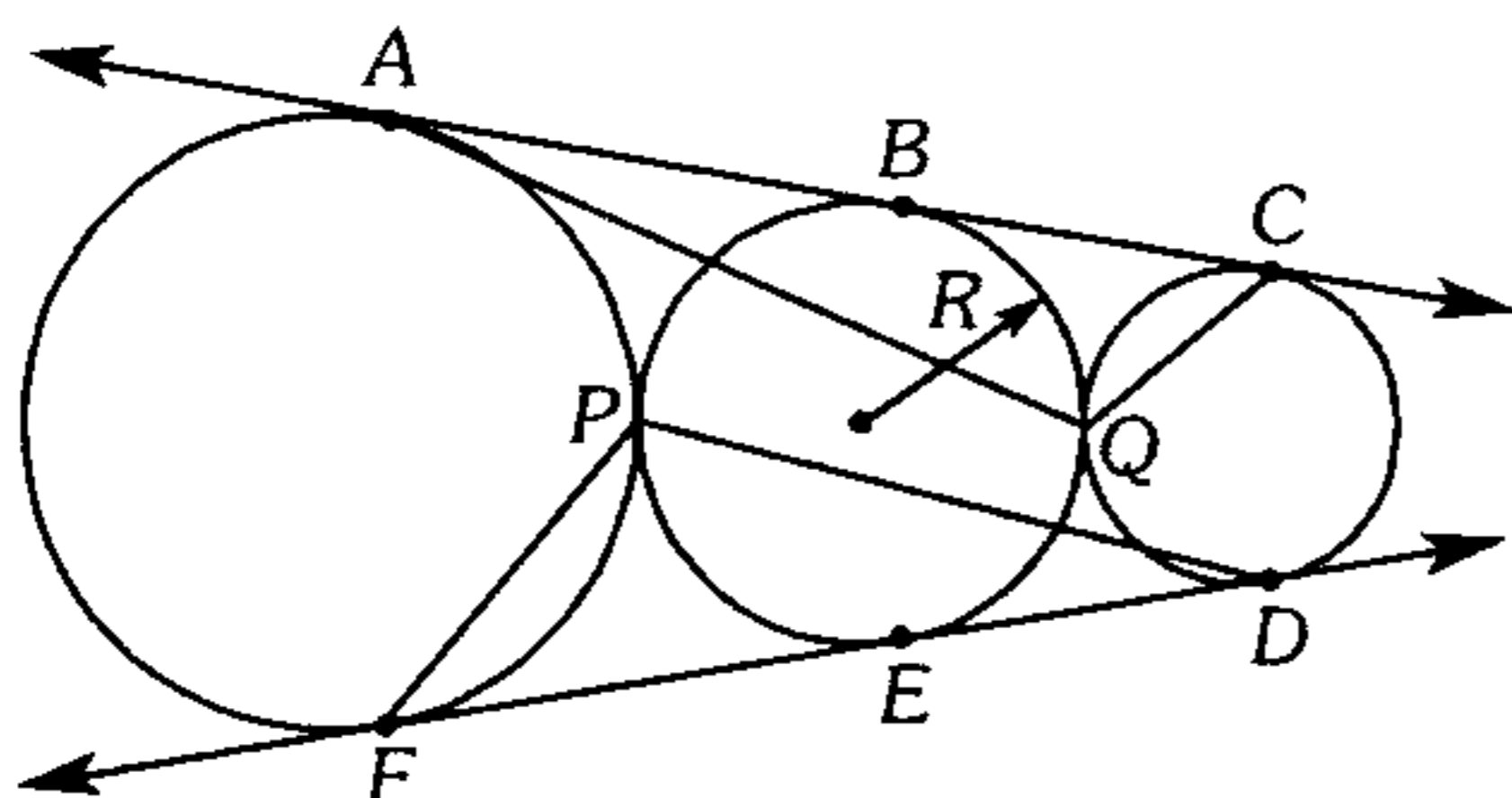


- A) 4 m      B) 4,1 m      C) 5 m  
D) 5,1 m      E) 8,2 m

290. En la figura

$$(AQ)^2 + (PD)^2 - \{(FP)^2 + (QC)^2\} = 16.$$

Calcule R.



- A) 1      B) 2      C) 4  
D) 8      E) 9

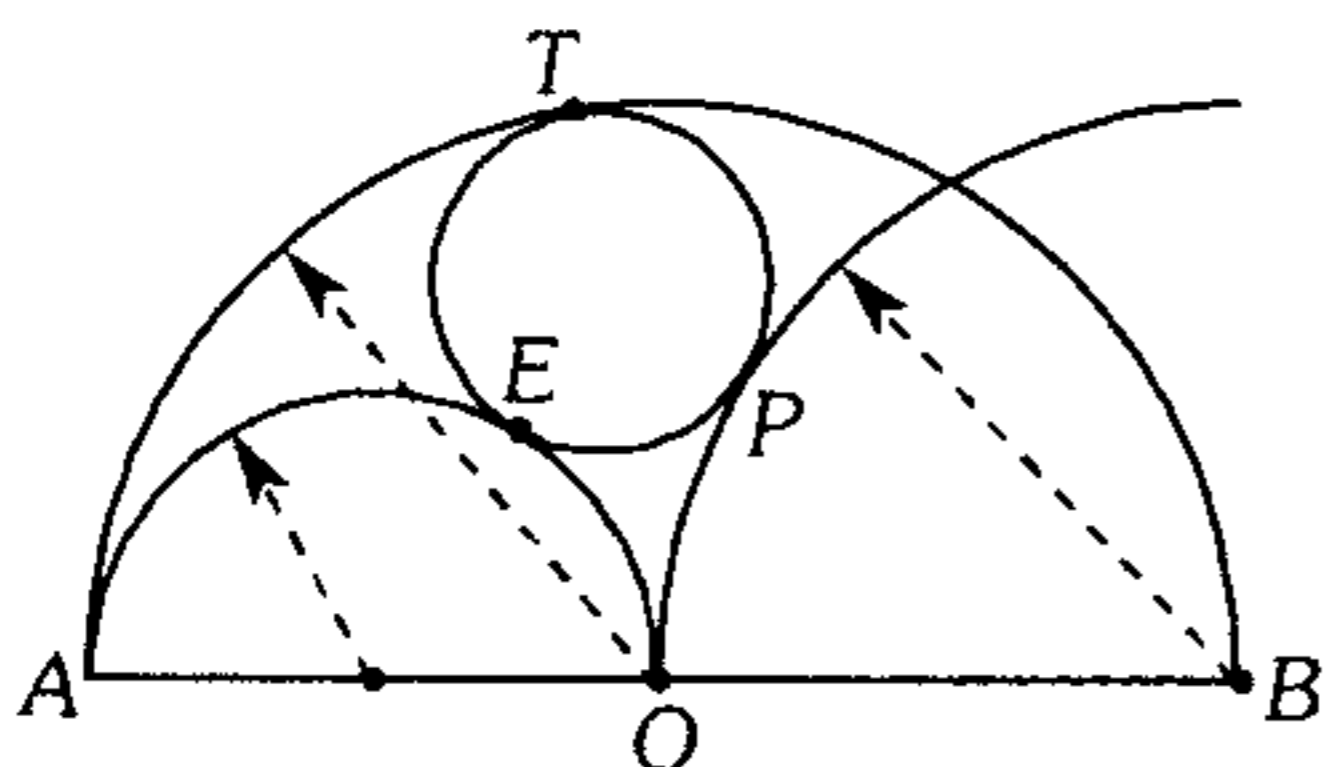
291. En un paralelogramo ABCD, las bisectrices exteriores de los ángulos de vértices C y D se intersecan en M, tal que BC=4, CD=10 y AM=12. Calcule BM.

- A)  $\sqrt{15}$       B)  $\sqrt{13}$       C)  $\sqrt{17}$   
D)  $2\sqrt{13}$       E)  $2\sqrt{17}$

292. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior BF y la mediana BM de tal manera que MF=BF y  $(AB)(BC)=16 \text{ cm}^2$ . Calcule AC.

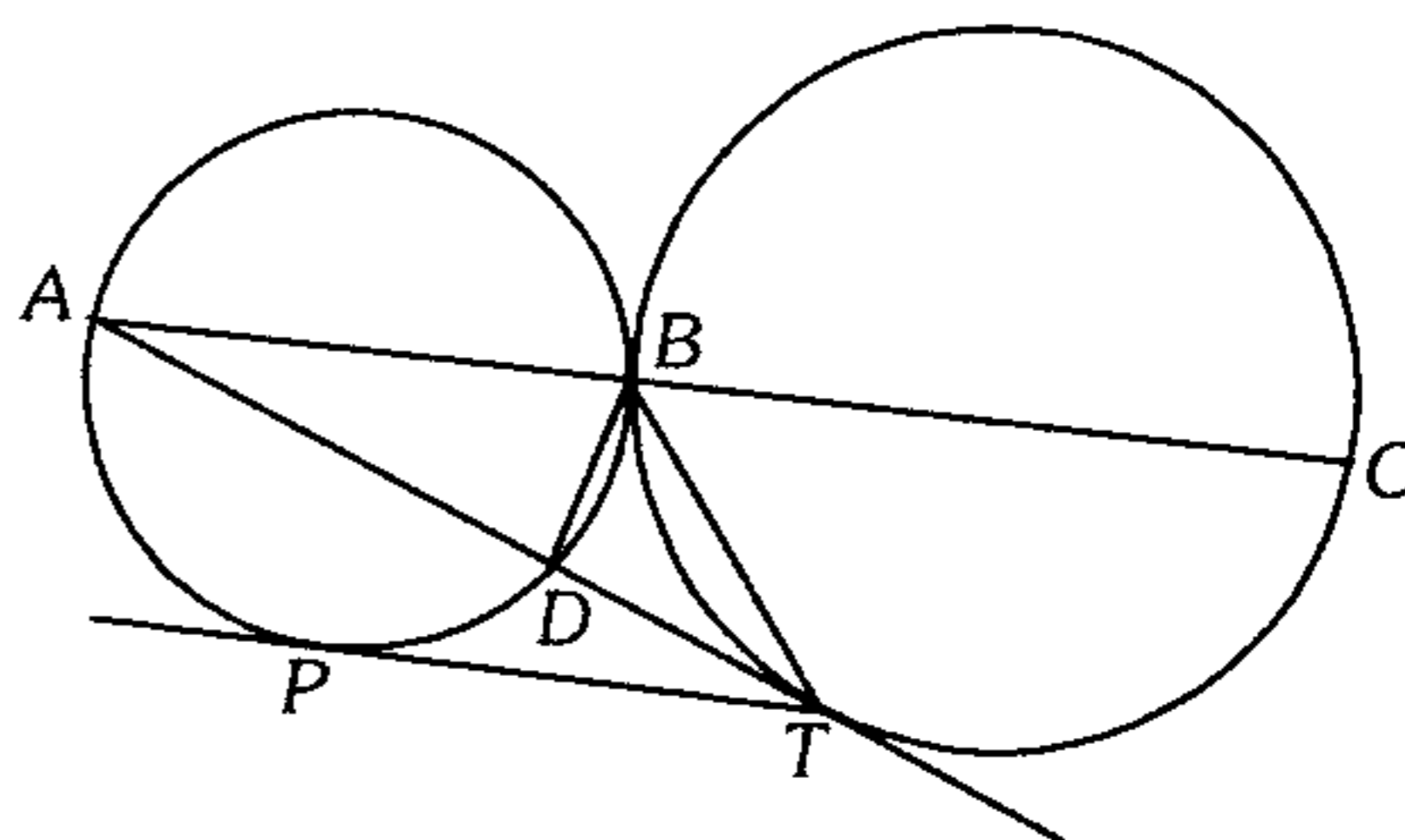
- A) 5 cm      B) 6 cm      C) 8 cm  
D) 10 cm      E) 12 cm

293. Según la figura  $AO=OB$ . Calcule  $m\widehat{EO}$ . (E, P y T son puntos de tangencia).



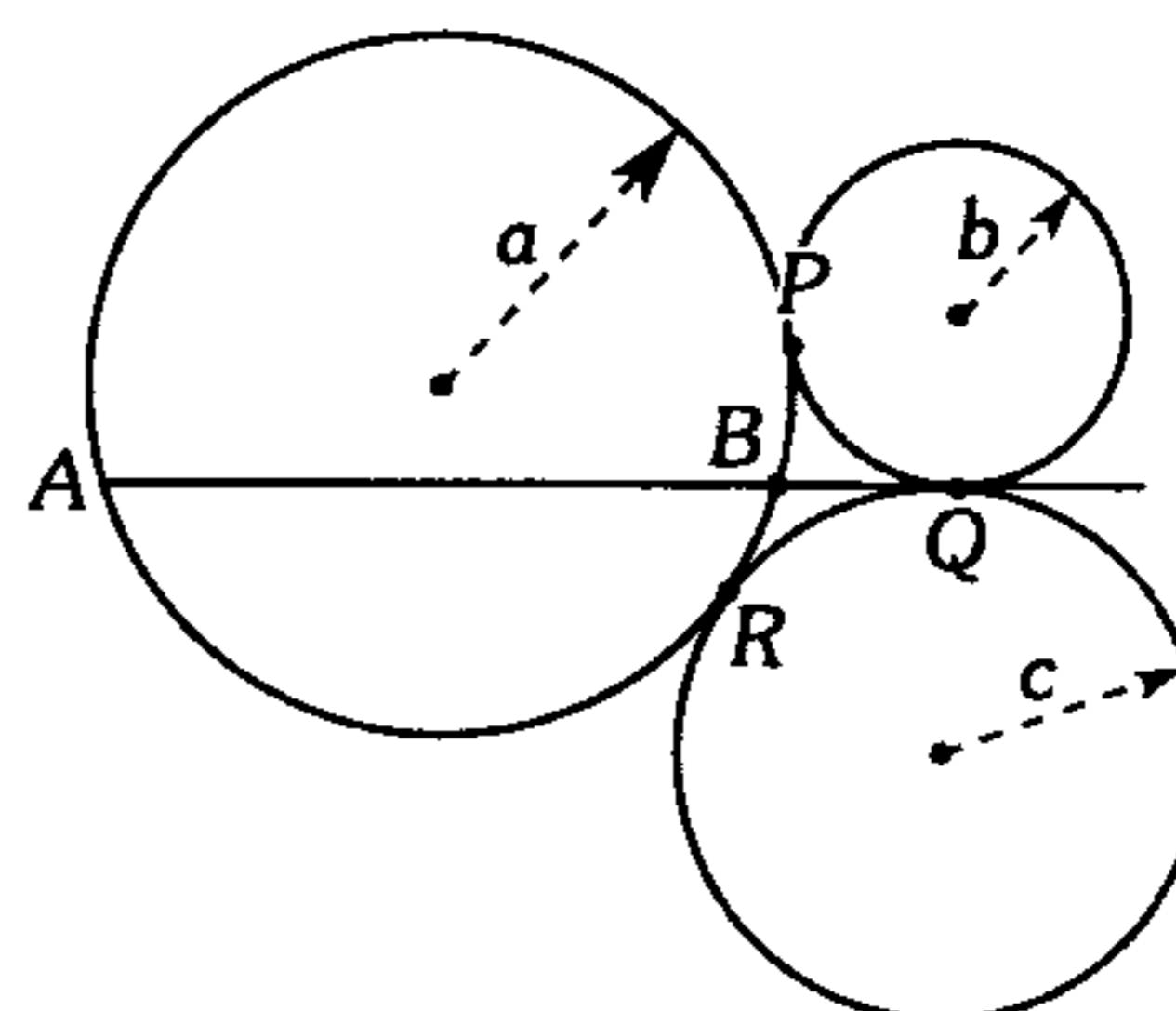
- A) 75°      B) 60°      C) 53°  
D) 45°      E) 74°

294. Según el gráfico B, P y T son puntos de tangencia; si  $BD=2$ ,  $BT=4$  y  $PT=6$ , calcule AB.



- A) 10      B) 5      C) 7,5  
D) 12      E) 9

295. En la figura, calcule AB en función de a, b y c (P, Q y R son puntos de tangencia).



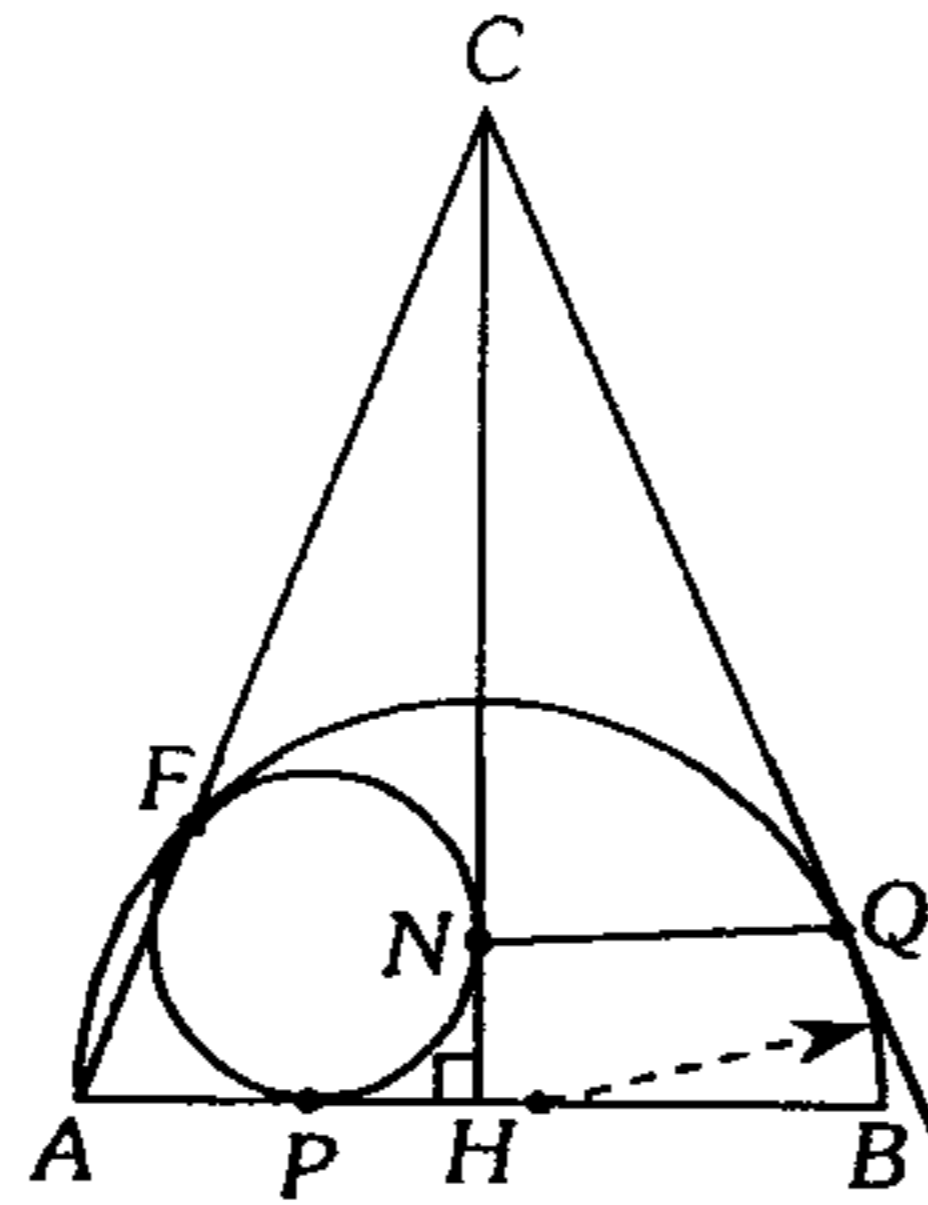
- A)  $\frac{4c\sqrt{ab}}{a+b}$       B)  $\frac{2c\sqrt{bc}}{b+c}$   
C)  $\frac{4a\sqrt{bc}}{b+c}$   
D)  $\frac{2c\sqrt{ab}}{a+b}$       E)  $\left(\frac{abc}{a+b+c}\right)^{\frac{1}{2}}$

296. En un triángulo ABC,  $AB+BC=2(AC)$  y  $BC-AB=8$ . Calcule la longitud de la proyección de la mediana relativa a  $\overline{AC}$  sobre  $\overline{AC}$ .

- A) 2      B) 4      C) 6  
D) 8      E) 16

297. En la figura,  $CN=a$ ,  $NH=b$  y  $HQ=c$ . Calcule  $NQ$  ( $F$ ,  $N$ ,  $Q$  y  $P$  son puntos de tangencia).

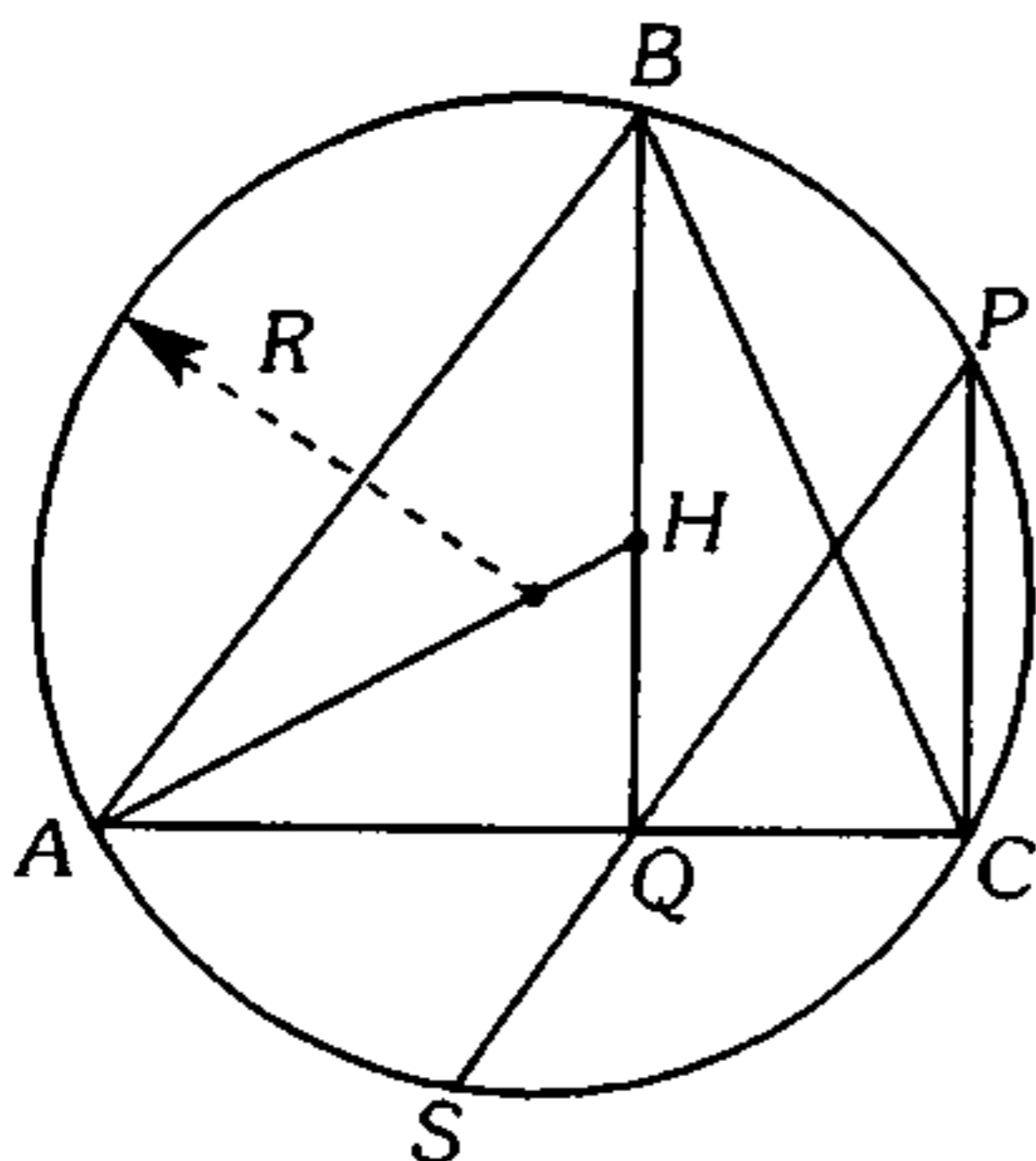
- A)  $\frac{a}{a+c}$
- B)  $\frac{b}{a+b}$
- C)  $c\sqrt{\frac{b}{a+b}}$
- D)  $c\sqrt{a+b}$
- E)  $c\sqrt{\frac{a}{a+b}}$



298. En un rectángulo  $ABCD$  en  $\overline{AB}$  y  $\overline{AD}$  se ubica los puntos  $M$  y  $N$ , tal que el triángulo  $MNC$  es equilátero,  $AB=5$  y  $AD=6$ . Calcule  $MN$ .

- A)  $\sqrt{61+30\sqrt{3}}$
- B)  $\sqrt{51+10\sqrt{3}}$
- C)  $\sqrt{41+10\sqrt{3}}$
- D)  $\sqrt{31+15\sqrt{3}}$
- E)  $2\sqrt{61-30\sqrt{3}}$

299. Según el gráfico,  $H$  es ortocentro del triángulo  $ABC$ . Si  $2R^2-(CP)^2=18$  y  $m\widehat{PC}=m\widehat{CS}$ , calcule  $AH$ .

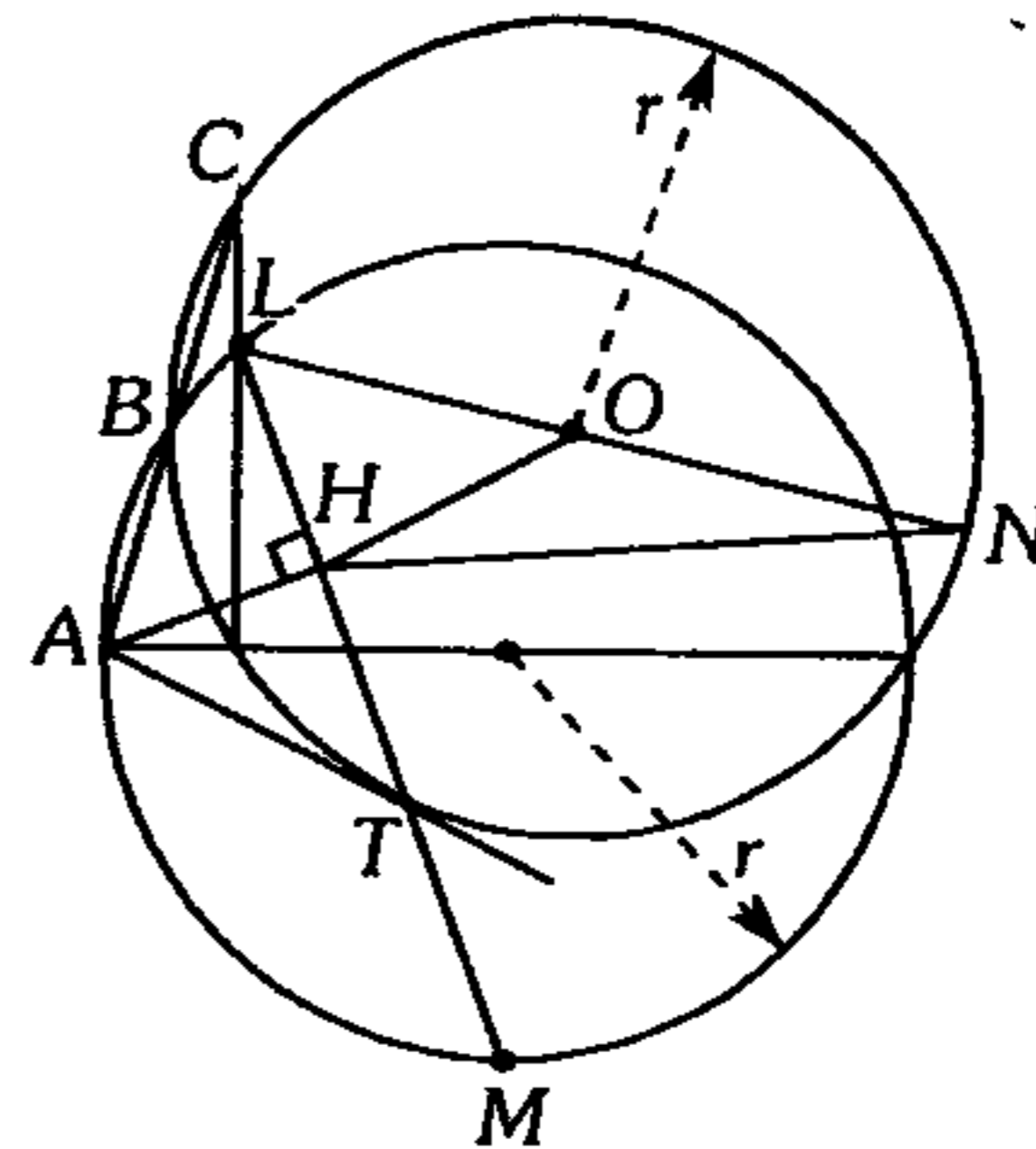


- A) 6
- B) 5
- C) 4
- D) 9
- E) 8

300. En un cuadrilátero bicéntrico  $ABCD$ , la circunferencia inscrita es tangente a  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  y  $\overline{AD}$  en  $P$ ,  $Q$ ,  $T$  y  $L$  respectivamente, luego con centros en  $Q$  y  $T$ , se traza las circunferencias de radios  $QP$  y  $TL$  respectivamente las cuales se intersecan en  $M$ . Si la  $m\angle BAD = 53^\circ$  y la circunferencia inscrita en el cuadrilátero  $ABCD$  es de radio  $\sqrt{10}$ , ¿cuánto dista  $M$  del punto medio de  $\overline{QT}$ ?

- A)  $\sqrt{3}$
- B)  $3\sqrt{2}$
- C)  $2\sqrt{2}$
- D)  $5\sqrt{2}$
- E)  $4\sqrt{2}$

301. En el gráfico  $T$  es punto de tangencia,  $\overline{LN} \parallel \overline{AT}$ ,  $OH=4$  y  $(LN)^2+(AM)^2=164$ . Calcule  $HN$ .



- A) 6
- B) 12
- C) 8
- D) 4
- E) 9

302. En una circunferencia de centro  $O$  se traza las cuerdas perpendiculares  $AB$  y  $CD$  ( $C$  en el menor arco  $AB$ ); la prolongación de  $\overline{BO}$  interseca a la circunferencia en  $E$ , tal que  $m\widehat{AE} = m\widehat{AC}$  luego  $\overline{OD} \cap \overline{AB} = \{F\}$ ,  $(BF)(AB)=15$  y  $OF=2$ , calcule  $AB$ .

- A)  $3\sqrt{5}$
- B)  $2\sqrt{10}$
- C)  $\frac{3}{2}\sqrt{10}$
- D)  $\frac{3}{2}$
- E)  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

**303.** En un triángulo  $ABC$  se traza la bisectriz interior  $CL$ , luego se traza  $\overline{BH} \perp \overline{CL}$  ( $H \in \overline{CL}$ ). Si  $AB=15$ ,  $BC=13$  y  $AC=14$ , calcule  $AH$ .

- A)  $\sqrt{73}$       B)  $\sqrt{59}$       C)  $\sqrt{61}$   
 D)  $\sqrt{8}$       E)  $7\sqrt{2}$

**304.** Desde un punto exterior a una circunferencia se traza las tangentes  $PA$  y  $PB$  a dicha circunferencia ( $A$  y  $B$  son puntos de tangencia), en las prolongaciones de  $\overline{AP}$  y  $\overline{BP}$  se ubica los puntos  $C$  y  $D$  tal que  $m\angle CDP = 90^\circ$ . Si  $AC=a$ ,  $CD=b$  y  $BD=c$ , calcule el radio de la circunferencia.

- A)  $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2b}$   
 B)  $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$   
 C)  $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4b}$   
 D)  $\frac{abc}{4}$   
 E)  $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4a}$

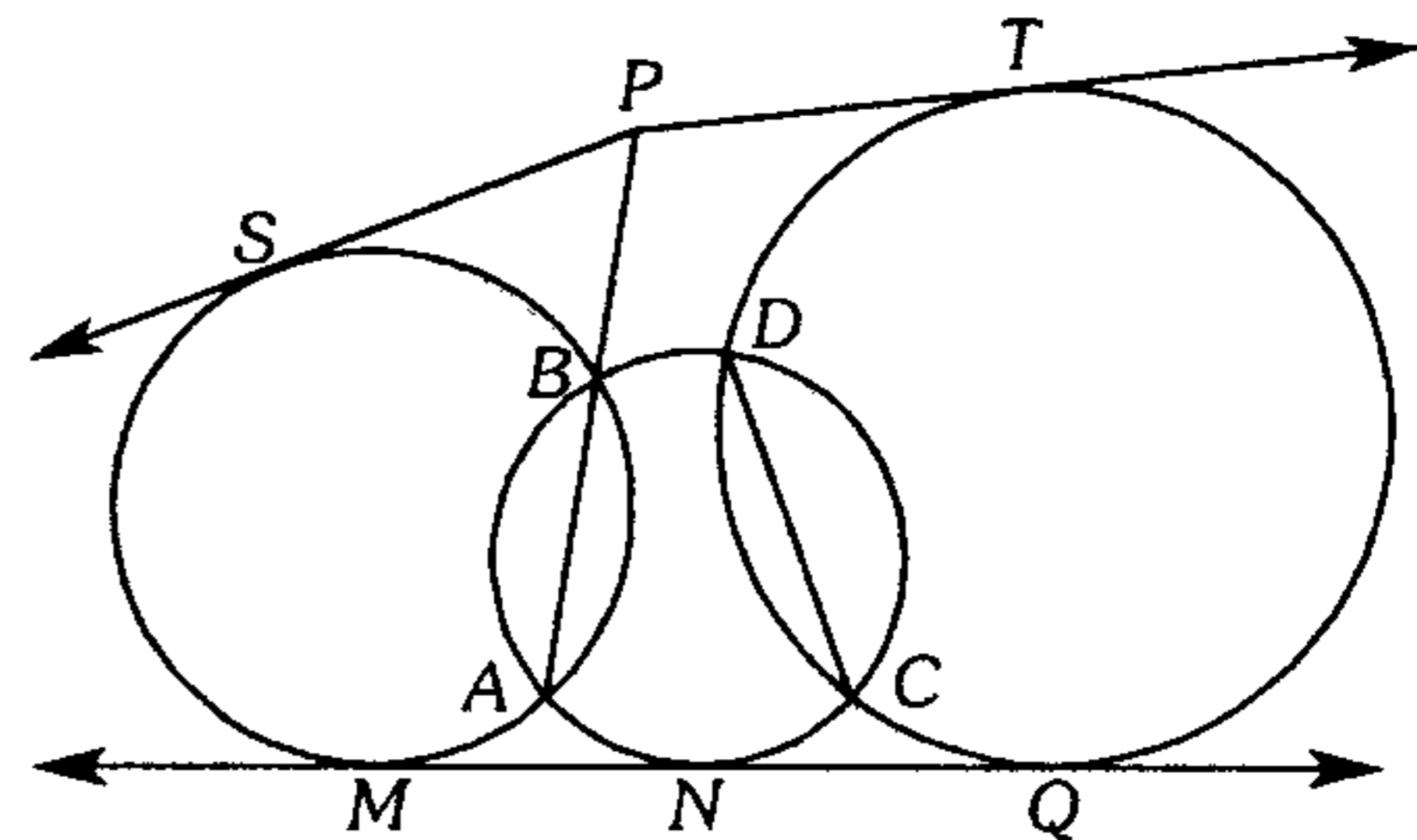
**305.** En el lado  $AB$  y en la región exterior relativa a  $\overline{BC}$  de un cuadrado  $ABCD$  se ubica los puntos  $M$  y  $N$  respectivamente, tal que  $MBNC$  es un trapecio isósceles y  $AB=a$ . Calcule la distancia de  $N$  a  $\overline{CM}$ .

- A)  $\frac{a}{2}\sqrt{6-\sqrt{3}}$       B)  $\frac{a}{2}\sqrt{6-\sqrt{2}}$   
 C)  $\frac{a}{2}\sqrt{6-4\sqrt{2}}$   
 D)  $\frac{a}{2}\sqrt{6-3\sqrt{2}}$       E)  $\frac{a}{3}\sqrt{6-\sqrt{2}}$

**306.** Dado un triángulo  $ABC$ , se traza la bisectriz interior  $AD$  y la mediana  $AM$  de manera que  $AD=DM$  y  $(AB)(AC)=16$ . Calcule  $BC$ .

- A) 4      B) 8      C) 12  
 D) 16      E) 10

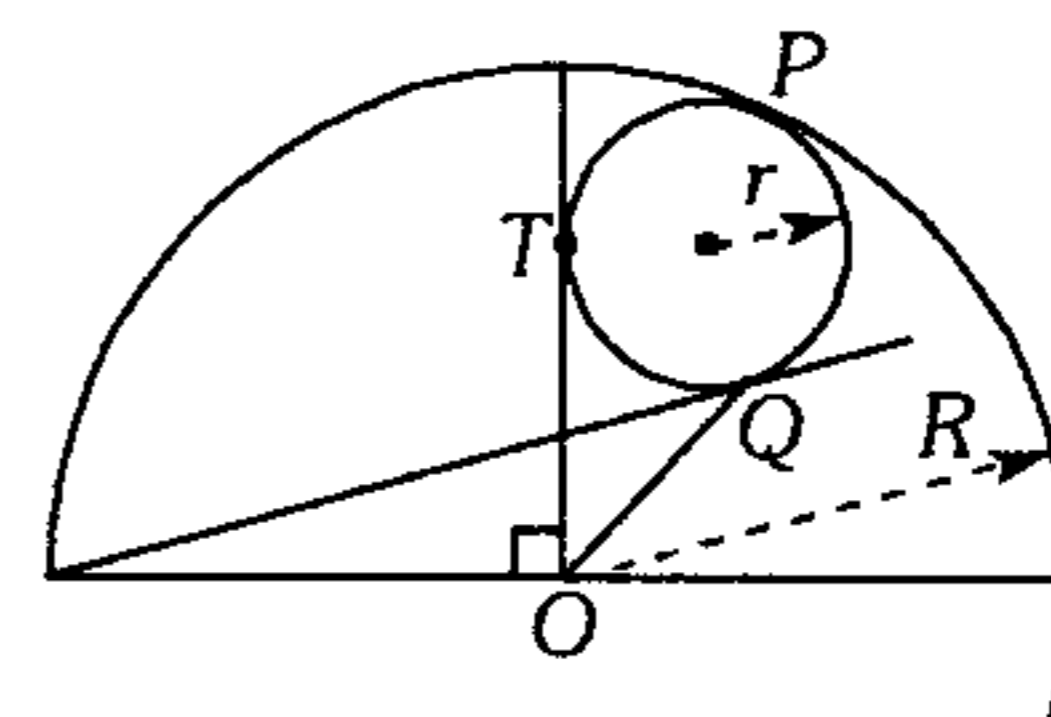
**307.** Según el gráfico  $M, N, Q, S$  y  $T$  son puntos de tangencia.  $AB=9$ ,  $2(PS)=2(PT)=MN=NQ=12$  y  $DC=5$ . ¿Cuánto dista  $P$  de  $\overline{MQ}$ ?



- A)  $\frac{3}{5}\sqrt{14}$       B)  $2\sqrt{14}$       C)  $\frac{10}{3}\sqrt{14}$   
 D)  $5\sqrt{14}$       E)  $\frac{13}{7}\sqrt{14}$

### Relaciones Métricas en Cuadriláteros

**308.** Según el gráfico,  $T, P$  y  $Q$  son puntos de tangencia,  $R=5$  y  $r=2$ . Calcule  $OQ$ .



- A)  $5(3-\sqrt{2})$       B)  $5\sqrt{3}(3-\sqrt{2})$   
 C)  $\frac{5\sqrt{3}}{9}(3-\sqrt{2})$   
 D)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}(3-\sqrt{2})$       E)  $\frac{9}{5}\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$

309. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$  de diagonales perpendiculares

$$m\angle DAC = \frac{m\angle ABD}{2} = \frac{m\angle ACB}{4}$$

luego con centro en  $D$  y radio  $DA$  se traza un arco y se ubica el punto  $P$  de modo que  $m\angle PDC = 90^\circ$  y  $PD = 6$  cm, calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$ .

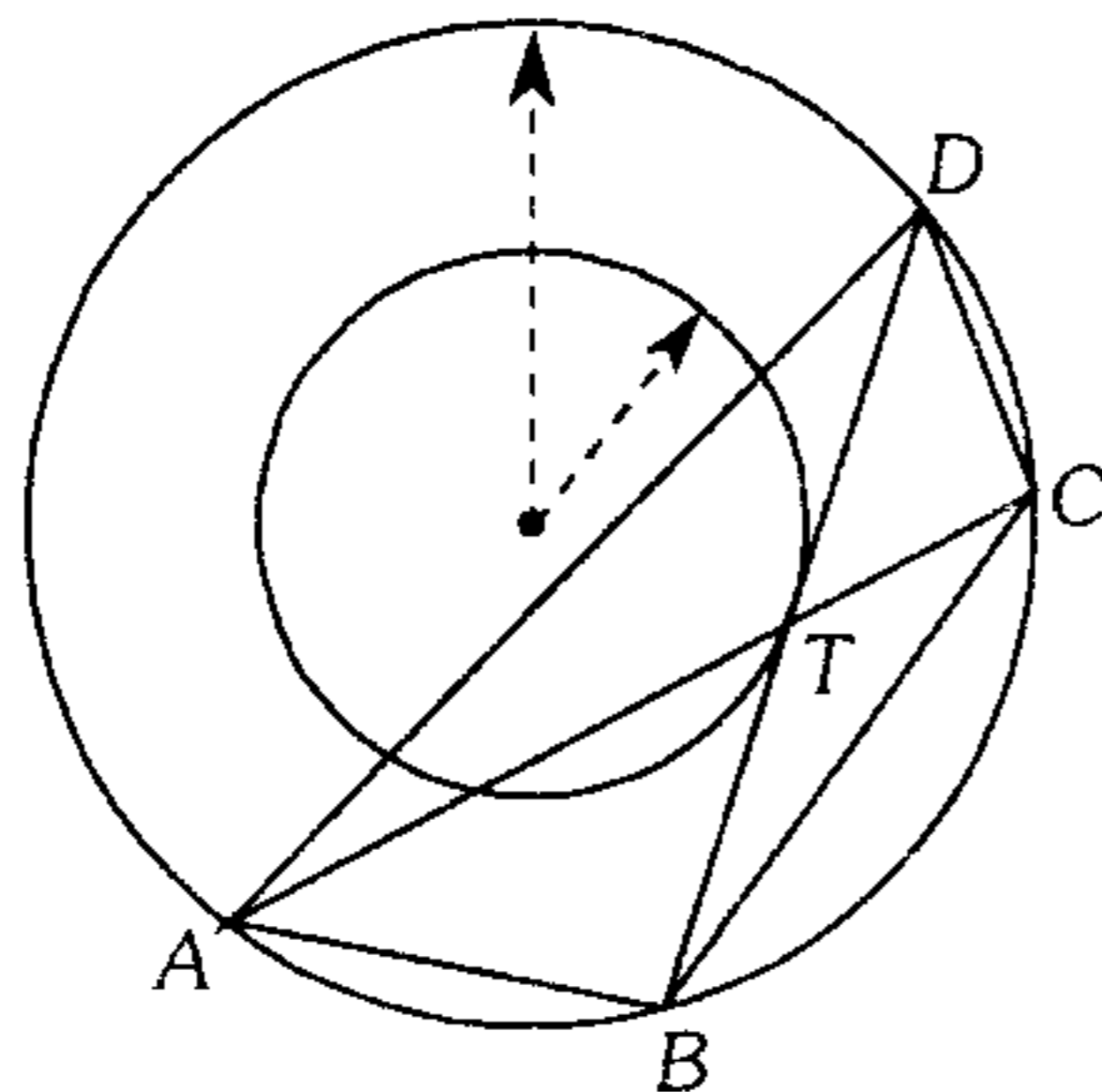
- A) 2 cm      B)  $2\sqrt{3}$  cm      C) 6 cm  
D) 3 cm      E)  $3\sqrt{3}$  cm

310. Desde un punto exterior a una circunferencia se traza las secantes  $PAB$  y  $PCD$ ; en el arco  $BD$  se ubica el punto  $E$  tal que  $m\widehat{ED} = m\widehat{AC}$ . Si  $(BE)(PC) = 22$  y  $(BE)(CD) = 27$ , calcule  $(BD)(CE)$ .

- A) 25      B) 22      C) 35  
D) 49      E) 98

311. Se tiene dos circunferencias concéntricas, siendo  $T$  un punto de tangencia,  $CT = 3$  cm y  $AT = 5$  cm, calcule  $(AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2 + (AD)^2$ .

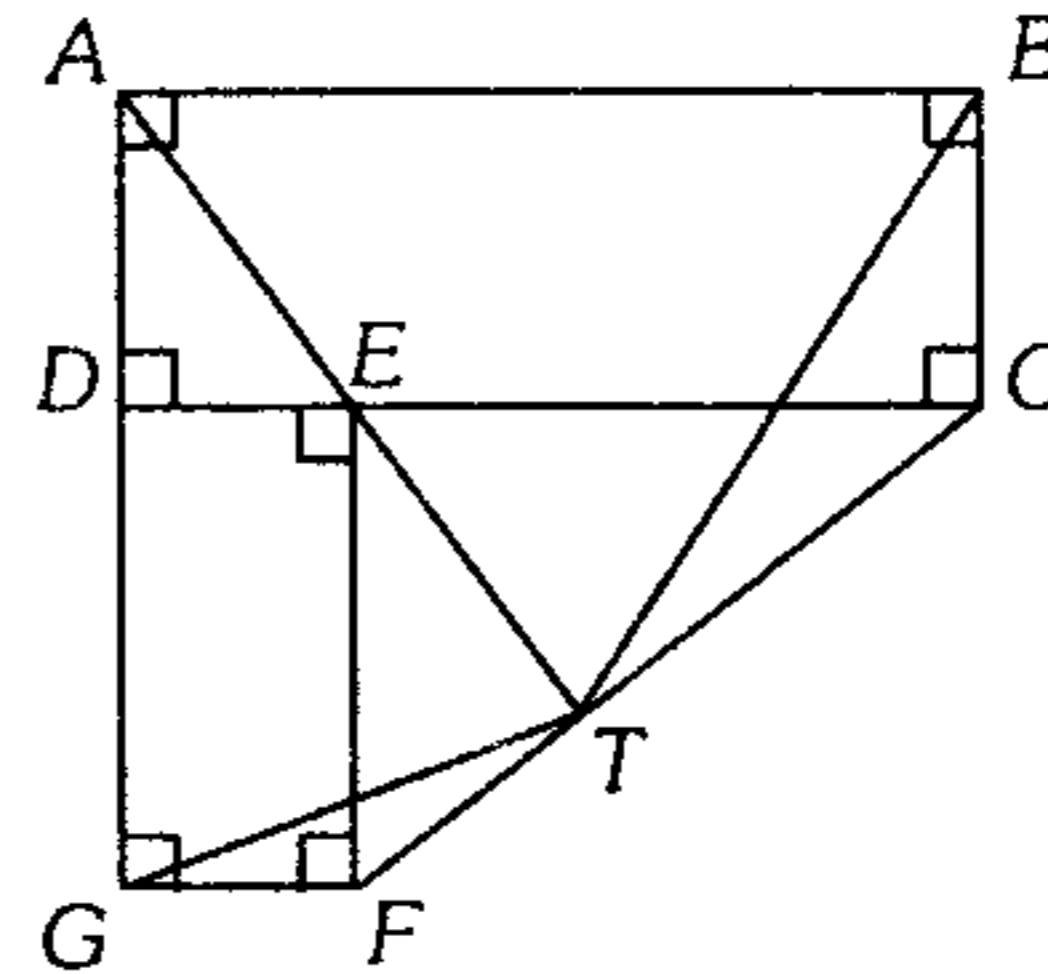
- A)  $120 \text{ cm}^2$   
B)  $128 \text{ cm}^2$   
C)  $130 \text{ cm}^2$   
D)  $142 \text{ cm}^2$   
E)  $144 \text{ cm}^2$



312. En un paralelogramo  $ABCD$ ,  $\overline{BD} \perp \overline{CD}$  y en la región interior se ubica el punto  $P$ . Si  $(AP)^2 + (PC)^2 = 55$  y  $(PB)^2 + 2(CD)^2 = 30$ , calcule  $PD$ .

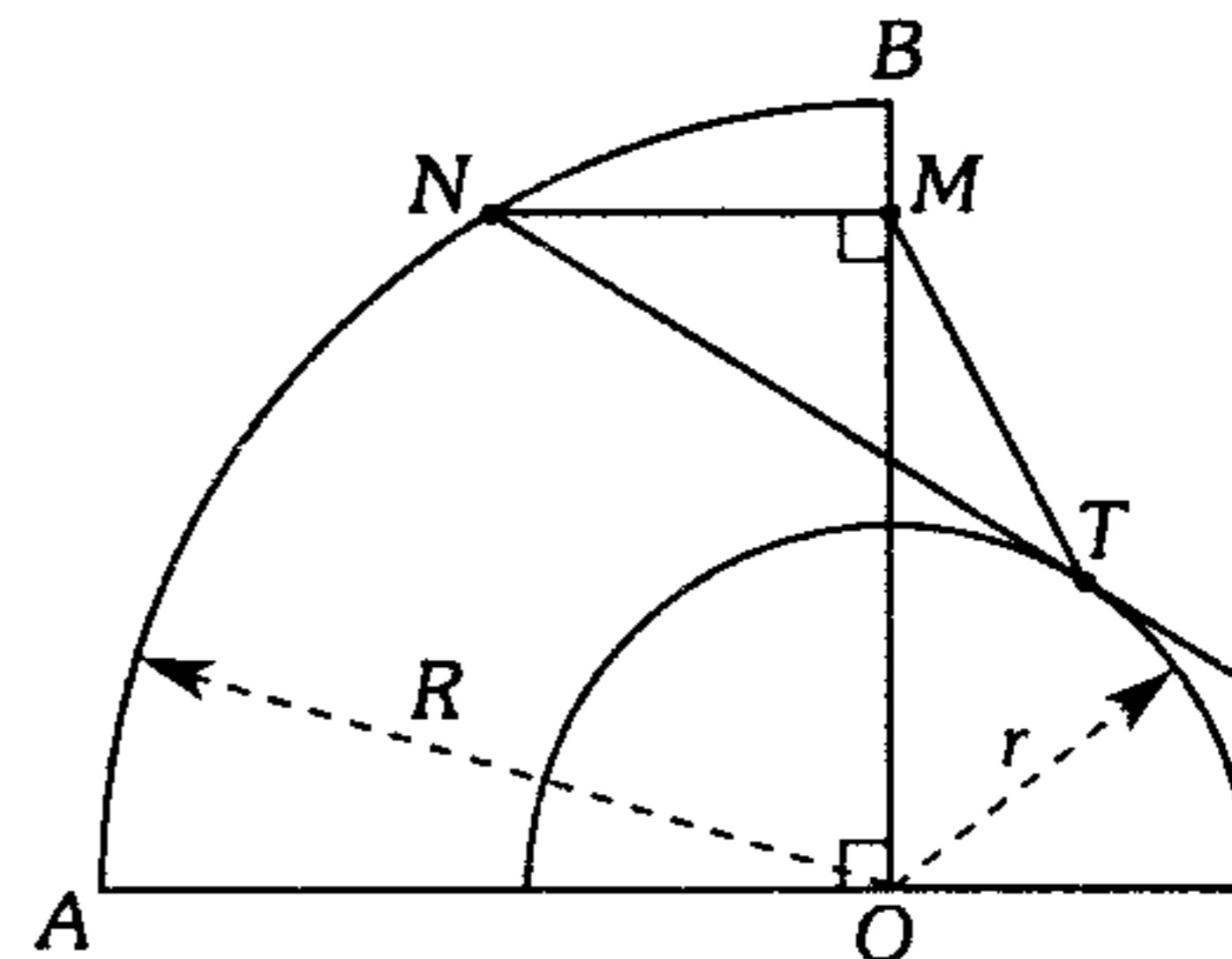
- A) 7      B) 5      C) 6  
D) 8      E) 4

313. Según el gráfico,  $AE = ET$ ,  $(BT)^2 + (GT)^2 = 37$  y  $(CT)^2 + (TF)^2 = 10$ , calcule  $AT$ .



- A) 2      B) 4      C) 6  
D)  $3\sqrt{3}$       E) 5

314. Según el gráfico  $R = 25$ ,  $r = 15$  y  $MN = 7$ . Si  $T$  es punto de tangencia y  $m\widehat{NT} = \theta$ , calcule  $m\angle OMT$ .

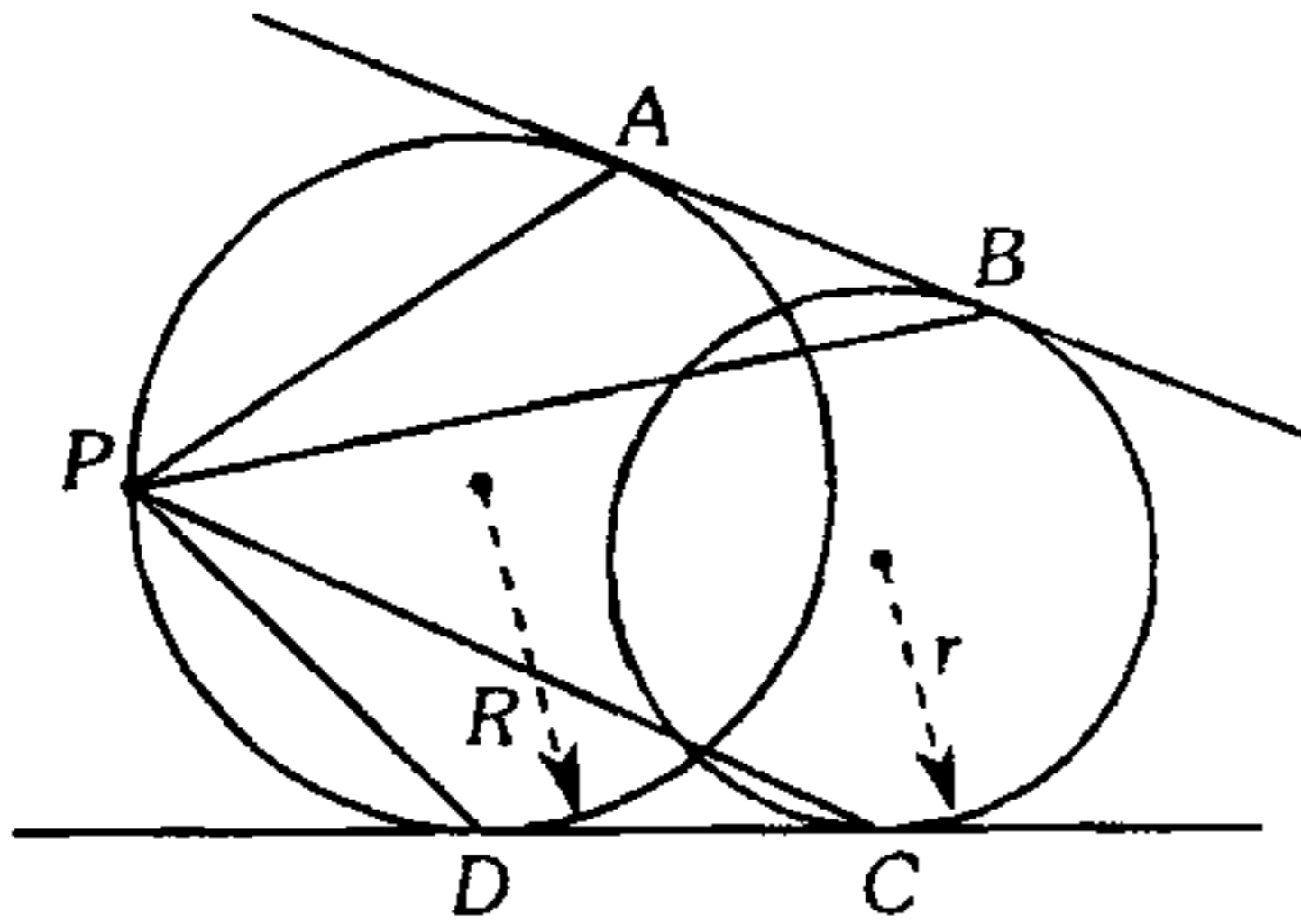


- A)  $\frac{\theta}{2}$       B)  $90^\circ - \theta$       C)  $\frac{\theta}{3}$   
D)  $\frac{3\theta}{2}$       E)  $90^\circ - 2\theta$

315. En la región exterior relativa al lado  $BC$  de un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se ubica un punto  $D$  tal que  $m\angle ADC = 90^\circ$ . Si  $AB = 7$ ,  $CD = 15$  y  $AC = 25$ , calcule la distancia entre los puntos medios de  $\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$ .

- A)  $\sqrt{73}$       B)  $\sqrt{37}$       C)  $\sqrt{47}$   
D)  $\sqrt{74}$       E)  $3\sqrt{3}$

316. En el gráfico  $A, B, C$  y  $D$  son puntos de tangencia. Si  $\frac{(PA)^2 - (PD)^2}{(PB)^2 - (PC)^2} = 8$ , calcule  $\frac{R}{r}$ .



- A) 2      B) 4      C) 8  
D)  $2\sqrt{2}$       E) 16

317. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la bisectriz interior  $BD$ . En  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  se ubica los puntos  $P$  y  $Q$  respectivamente tal que  $m\angle PDQ = 90^\circ$ . Luego, en el triángulo  $APD$ , se traza la altura  $PH$ ; si la distancia de  $B$  a  $\overline{AC}$  es el doble de  $HD$ ,  $AB=c$  y  $BC=a$ , calcule  $PB$ .

- A)  $\frac{c(4a-c)}{2(a+c)}$       B)  $\frac{a(a+c)}{a+2c}$   
C)  $\frac{c(3a-c)}{2(a+c)}$   
D)  $\frac{a(4c-a)}{2(a+c)}$       E)  $\frac{a(3c-a)}{2(a+c)}$

318. En un cuadrado  $ABCD$ , en  $\overline{BC}$  y  $\overline{CD}$  se ubica los puntos  $N$  y  $M$  respectivamente tal que  $m\angle NAM = m\angle MAD$ ,  $BN=5$ ,  $MD=8$ ; luego se traza  $\overline{MH} \perp \overline{AN}$  ( $H \in \overline{AN}$ ). Calcule  $\frac{HC}{MN}$ .

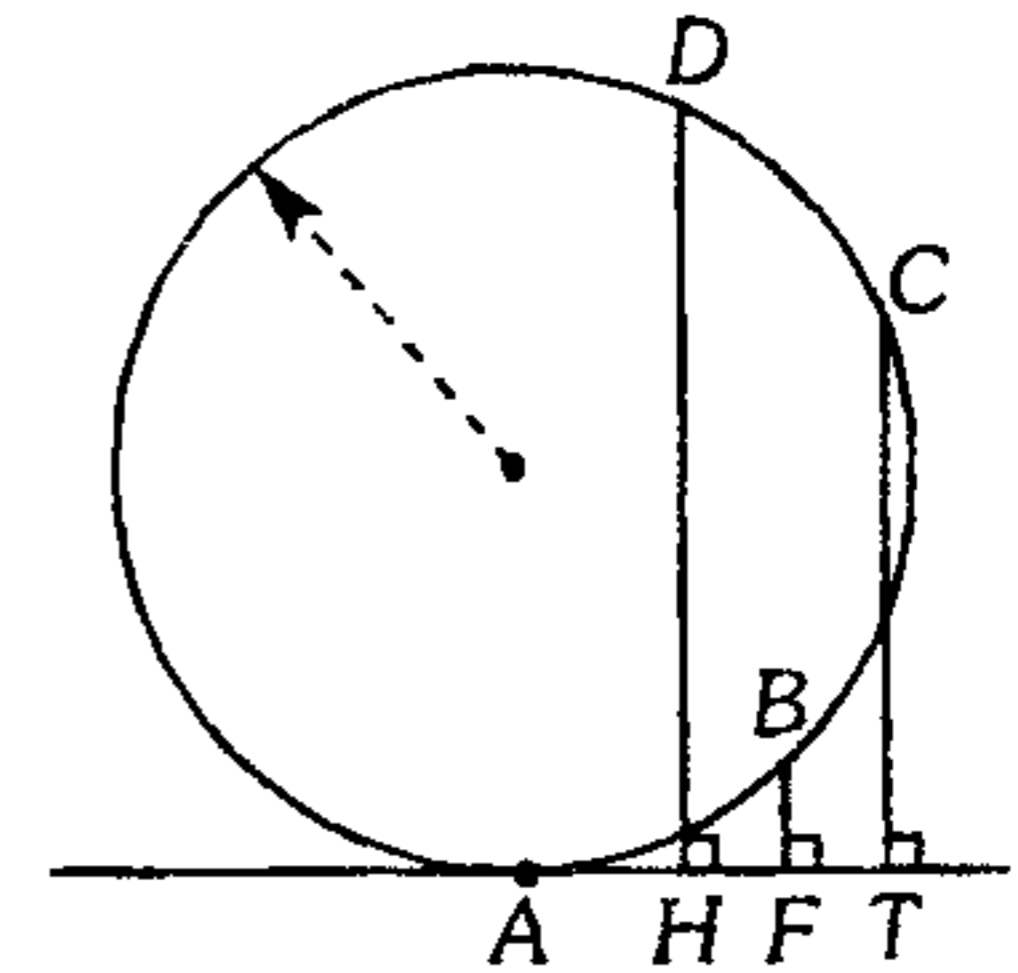
- A)  $\frac{4}{5}$       B)  $\frac{11}{12}$       C)  $\frac{12}{13}$   
D)  $\frac{13}{14}$       E)  $\frac{11}{13}$

319. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la mediana  $AM$  y la altura  $BQ$ , en el triángulo  $ABM$  se traza la altura  $BH$ . Si  $QH=HM=3$  y  $BQ=4$ , calcule  $CH$ .

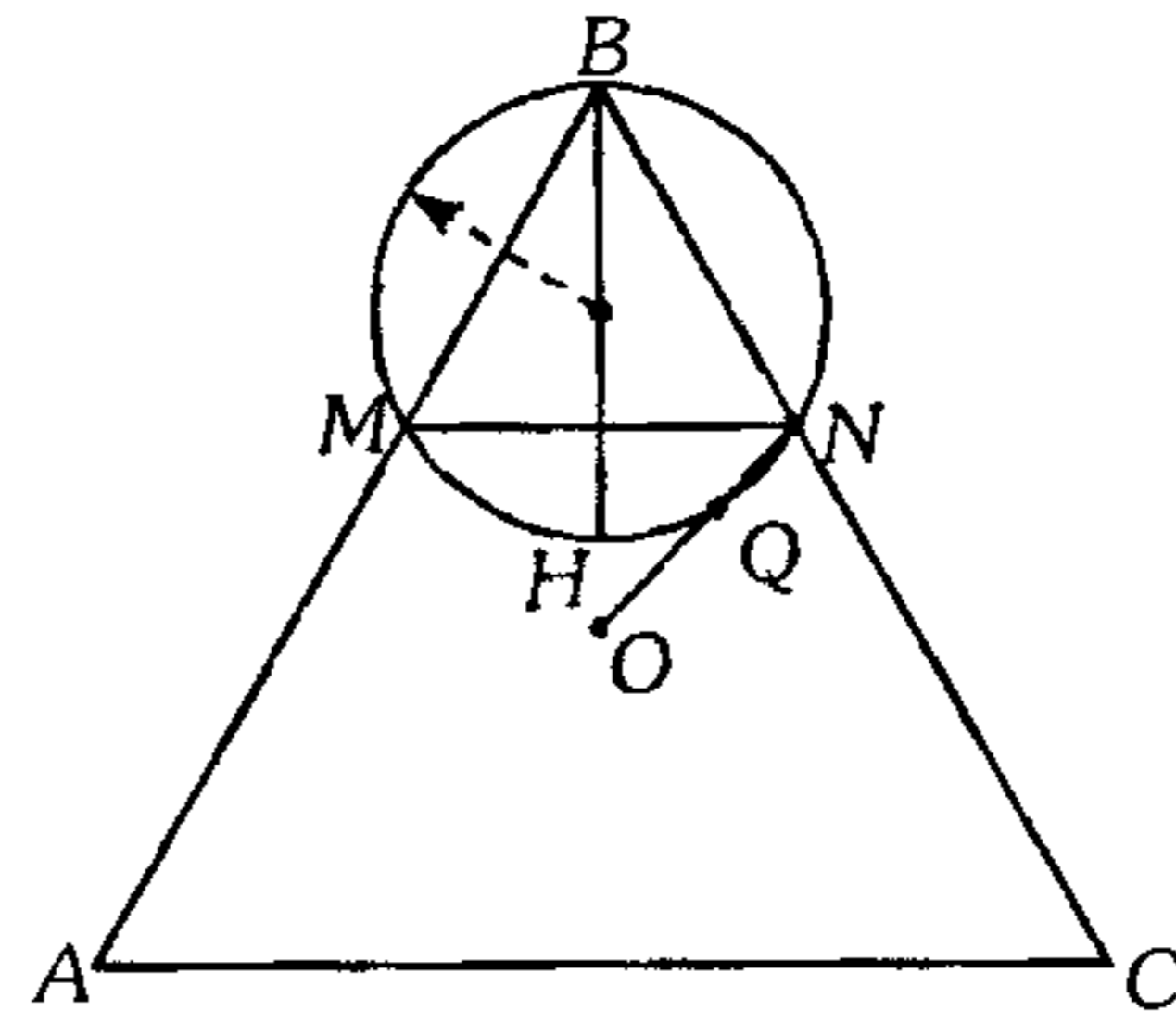
- A)  $3\sqrt{2}$       B)  $4\sqrt{2}$       C)  $2\sqrt{3}$   
D) 5      E)  $5\sqrt{2}$

320. Según el gráfico  $m\widehat{DC} = m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$ ,  $DH=a$  y  $BF=b$ . Calcule  $CT$  ( $A$  es punto de tangencia).

- A)  $\sqrt{ab} - b$   
B)  $a - b$   
C)  $\frac{a+b}{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{ab}}{4}$   
E)  $\sqrt{ab} + b$



321. En el gráfico,  $H$  y  $O$  son, respectivamente, el ortocentro y el circuncentro del triángulo  $ABC$ . Si  $m\widehat{MB} = m\widehat{MHQ} = 120^\circ$ ,  $MN=m$  y  $OQ=n$ , calcule  $BM$ .



- A)  $\sqrt{2(3m^2+n^2)}$       B)  $\frac{3m^2+n^2}{m+n}$   
C)  $\frac{3m^2-n^2}{m}$   
D)  $\sqrt{3m^2+n^2}$       E)  $\frac{\sqrt{2(3m^2-n^2)}}{2}$

322. En un cuadrilátero inscrito  $ABCD$  de diagonales perpendiculares y secantes en  $P$ , se traza las perpendiculares  $\overline{PE}$ ,  $\overline{PF}$ ,  $\overline{PG}$  y  $\overline{PH}$ ; a los lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  y  $DA$  respectivamente. Si  $EG = GH = 2(FG) = 2a$  y  $FH = b$  calcule  $EH$ .

- A)  $\frac{2}{3}(a+b)$     B)  $\frac{4}{3}(a+b)$     C)  $\frac{a+b}{2}$   
 D)  $\frac{2ab}{a+b}$     E)  $\frac{5a+b}{3}$

### Polígonos Regulares

323. Se tiene un cuadrado y un triángulo equilátero inscritos en una misma circunferencia, los cuales tienen un vértice en común, calcule la medida del ángulo determinado por el lado del triángulo opuesto a dicho vértice con cualquiera de los lados del cuadrado.

- A)  $30^\circ$     B)  $40^\circ$     C)  $60^\circ$   
 D)  $45^\circ$     E)  $75^\circ$

324. Se tiene una circunferencia de radio 4 cm, en la cual se tiene 6 circunferencias interiores congruentes, cada una de ellas tangente a la circunferencia inicial y tangente a otras dos. Calcule el radio de la circunferencia inscrita en el polígono obtenido al unir los puntos de tangencia entre las seis circunferencias congruentes.

- A) 1 cm    B) 2 cm    C) 3 cm  
 D) 4 cm    E) 1,5 cm

325. En un trapecio isósceles  $ABCD$  ( $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ),  $m\angle BAD = 36^\circ$  y la longitud del segmento que une los puntos medios de las diagonales es 1. Calcule  $AB$ .

- A)  $\sqrt{5} + 1$     B)  $\sqrt{5} - 1$     C)  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$     E) 2

326. En un octágono regular  $ABCDEFGH$ ,  $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . ¿Cuánto dista  $A$  de  $\overline{FC}$ ?

- A)  $\frac{(\sqrt{2} + 1)}{2}$     B)  $\frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}$   
 C)  $\frac{(2\sqrt{2} + 1)}{2}$   
 D)  $2\sqrt{2} + 1$     E)  $2\sqrt{2} - 1$

327. Se tiene un segmento  $OO'$  en el cual se ubica un punto  $A$ , luego se construye los octágonos regulares  $ABCDEFGH$  y  $A'B'C'E'F'G'H'$  de centros  $O$  y  $O'$  respectivamente ( $B$  y  $B'$  en un mismo semiplano respecto de  $\overline{OO'}$ ). Si  $\overline{BB'} \cap \overline{DD'} = \{P\}$ , calcule  $BAP$ .

- A)  $\frac{37^\circ}{2}$     B)  $\frac{135^\circ}{2}$     C)  $45^\circ$   
 D) 15    E)  $\frac{45^\circ}{2}$

328. En un circunferencia, se traza la cuerda  $CD$  y el diámetro  $AB$  las cuales se intersecan en  $T$  tal que  $m\widehat{CAD} = 144^\circ$ . Calcule el radio de dicha circunferencia si las distancias de  $A$  y  $B$  a  $\overline{CD}$  son 1 y  $\sqrt{5}$  respectivamente.

- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 0,5    E) 1,5

329. Se tiene el cuadrante  $AOB$  de centro  $O$ , en  $\overline{OB}$  se ubica el punto  $P$  tal que  $PB$  es la sección áurea de  $OB$ , luego con centro en  $B$  y radio  $PB$  se traza un arco que interseca al arco  $AB$  en  $T$ . Calcule la  $m\angle PTB$ .

- A)  $26^\circ$     B)  $72^\circ$     C)  $45^\circ$   
 D)  $36^\circ$     E)  $54^\circ$

**330.** En un triángulo  $ABC$  ( $AB=BC$ ) la mediatriz de  $\overline{AB}$  interseca a la prolongación de  $\overline{AC}$  en  $P$ . Si  $m\angle BCA = 75^\circ$  y  $AP = 12\sqrt{2+\sqrt{3}}$ , calcule la longitud del lado del cuadrado inscrito en dicho triángulo, tal que uno de sus lados está contenido en  $\overline{BC}$ .

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 6            E) 4

**331.** Se tiene dos polígonos regulares de igual número de lados, uno inscrito y otro circunscrito a una misma circunferencia. Si la longitud de la circunferencia inscrita al polígono menor mide 9 cm y la longitud de la circunferencia circunscrita al polígono mayor mide 16 cm, calcule la longitud de la circunferencia circunscrita al polígono menor.

- A) 3 cm        B) 12 cm        C) 18 cm  
D) 4 cm        E) 24 cm

**332.** En un heptágono regular  $ABCDEFG$  se cumple que  $(FC)^2 + 4(EG)^2 = (2 + BE)^2$ . Calcule la longitud del lado.

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

**333.** La sección áurea del segmento  $AB$  es  $\overline{BC}$ , la sección áurea de  $\overline{AC}$  es  $\overline{AM}$ , la sección áurea de  $\overline{AM}$  es  $\overline{AF}$ . Si  $BC=4$ , calcule  $AF$ .

- A)  $2(\sqrt{5}-1)$   
B)  $\sqrt{5}-1$   
C)  $2(\sqrt{5}+1)$   
D)  $3(\sqrt{5}-1)$   
E)  $4(\sqrt{5}-2)$

**334.** En un rectángulo dorado  $ABCD$ , con centros en  $C$  y en  $D$  y radio  $CB$  se traza circunferencias secantes en  $P$  ( $P$  en la región interior del rectángulo). Calcule la medida del ángulo entre las circunferencias.

- A)  $18^\circ$         B)  $36^\circ$         C)  $54^\circ$   
D)  $45^\circ$         E)  $72^\circ$

**335.** En un cuadrilátero inscrito  $ABCD$ ;  $m\angle BAC = 60^\circ$ ,  $m\angle BCA = 15^\circ$  y el circunradio del cuadrilátero es  $R$ , calcule  $AC$ .

- A)  $R(\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}})$   
B)  $R(\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{3}})$   
C)  $R\sqrt{2+\sqrt{3}}$   
D)  $R(\sqrt{3}-\sqrt{2+\sqrt{3}})$   
E)  $R(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}})$

**336.** En un dodecágono regular  $ABCDEFGHIJL$ ,  $\overline{AG} \cap \overline{DI} = \{P\}$ . Calcule  $AP$ , si  $AB = \sqrt{6}$ .

- A) 2            B) 3            C) 4  
D) 5            E) 6

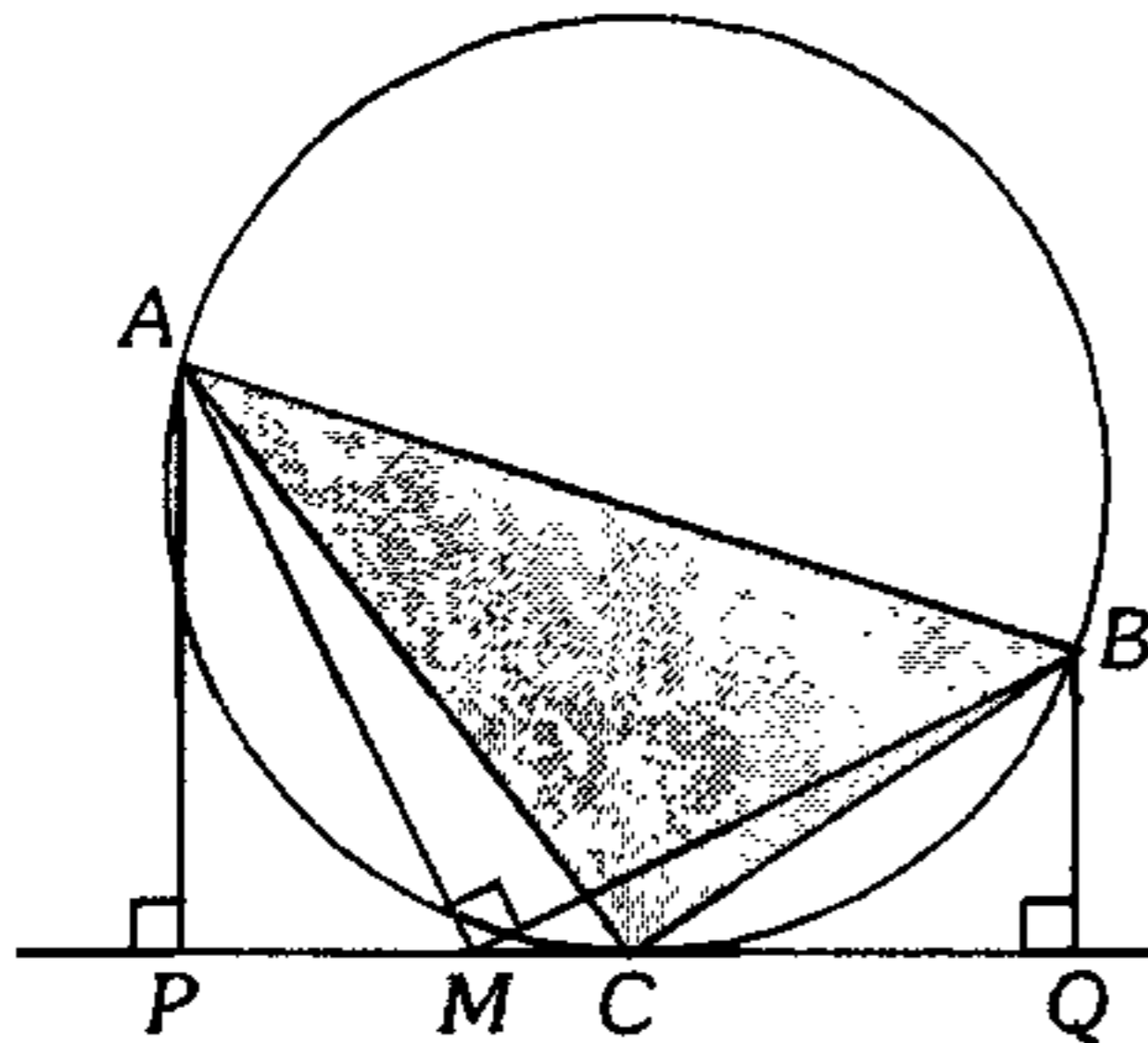
**337.** Dado un pentágono  $ABCDE$  inscrito en una circunferencia de radio  $R$  cuyos lados  $AE=CD=BC=L_6$  ( $L_6$  es la longitud del lado de un hexágono regular inscrito en dicha circunferencia) y  $AB=DE$ , ¿cuánto dista  $C$  del punto medio de  $\overline{AB}$ ?

- A)  $\frac{R}{3}\sqrt{9+5\sqrt{3}}$         B)  $\frac{R}{5}\sqrt{8+3\sqrt{5}}$   
C)  $\frac{R}{2}\sqrt{7+4\sqrt{3}}$   
D)  $\frac{R}{4}\sqrt{8+5\sqrt{3}}$         E)  $\frac{R}{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}}$



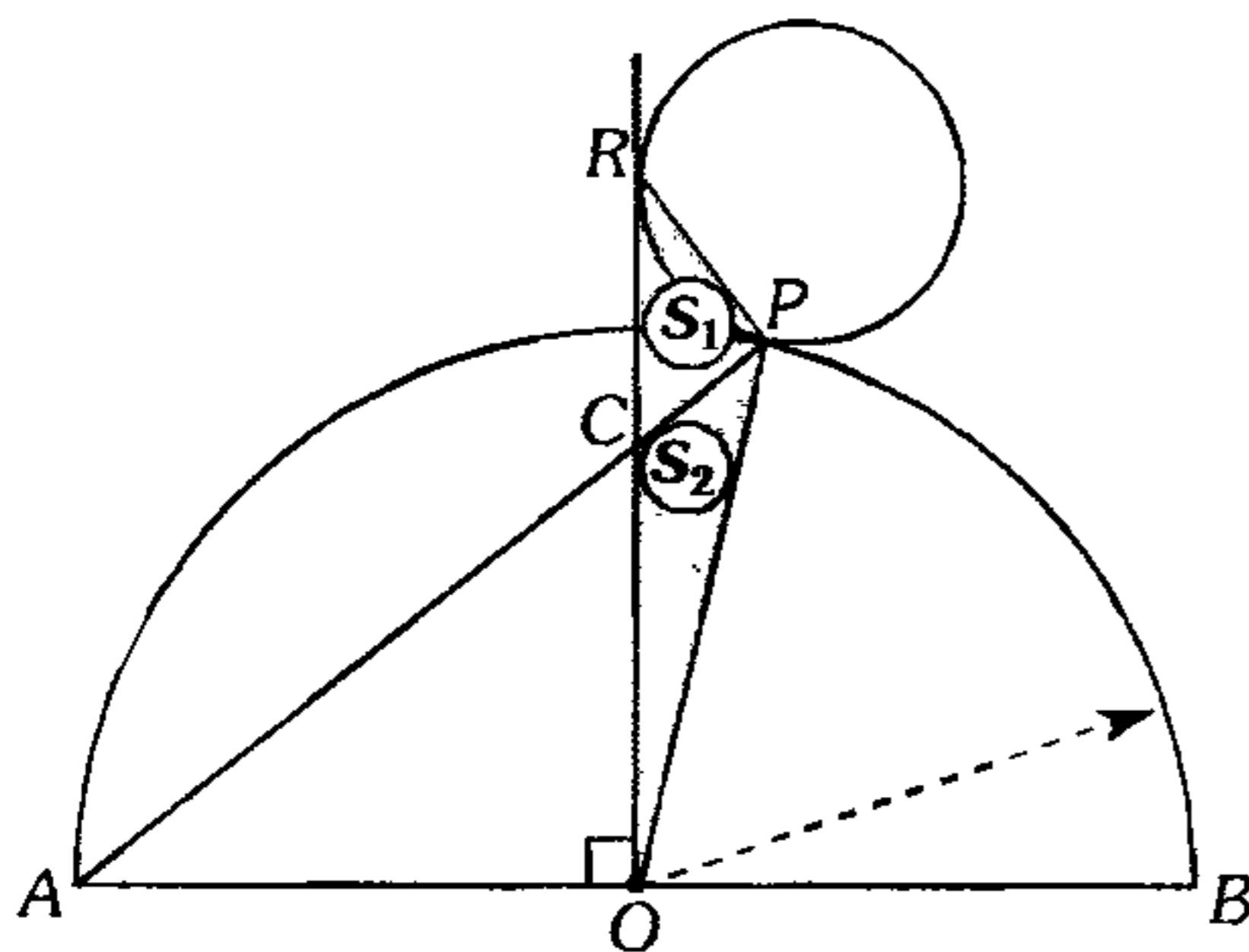
### Áreas de Regiones Triangulares

338. Según el gráfico C es punto de tangencia, si  $AM=MB$ ,  $AP=a$ ,  $BQ=b$ , calcule el área de la región triangular ABC.



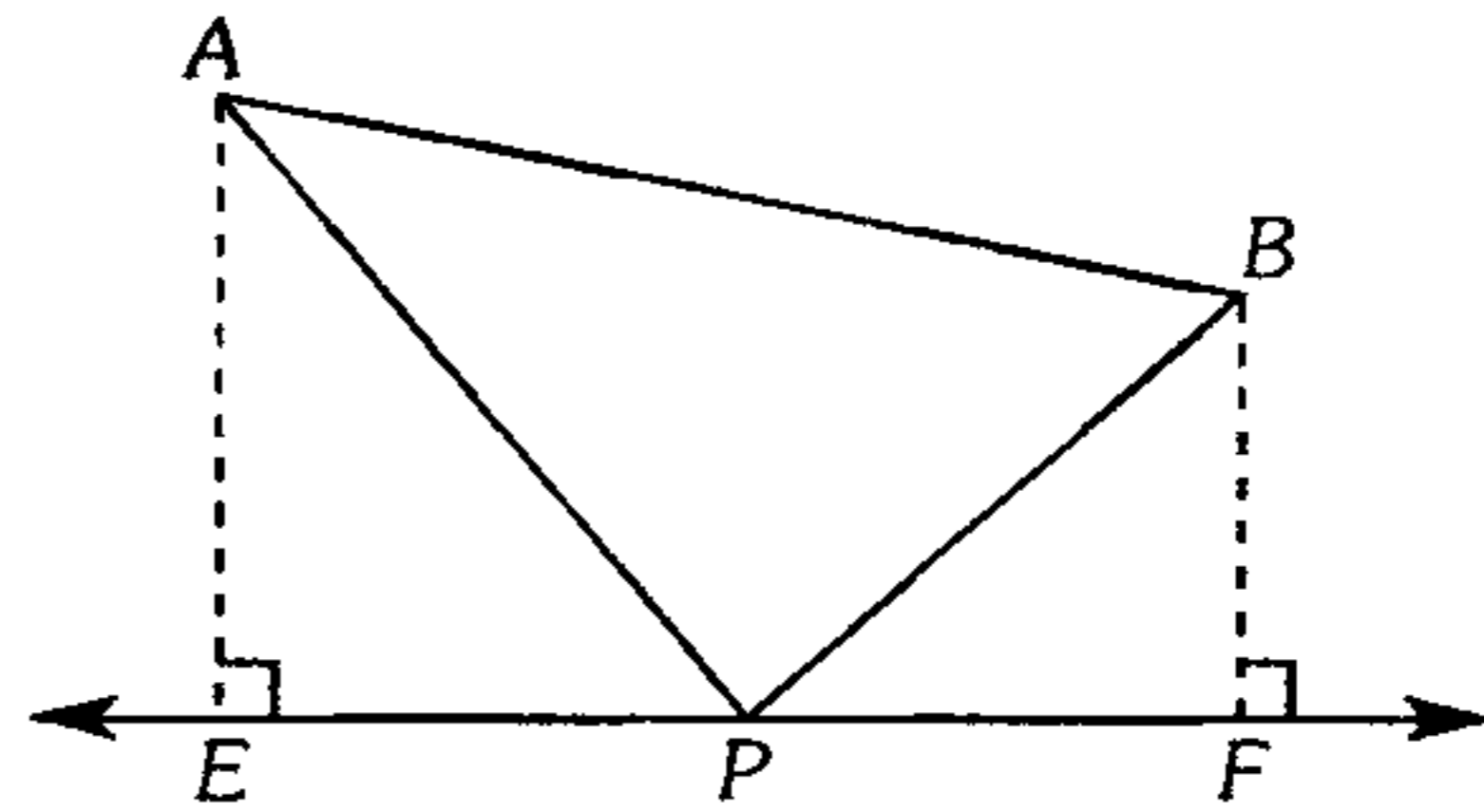
- A)  $\sqrt{ab(a^2+b^2)}$       B)  $\sqrt{\frac{ab(a^2+b^2)}{2}}$   
 C)  $\frac{\sqrt{ab(a^2-b^2)}}{2}$   
 D)  $\sqrt{ab}(a+b)$       E)  $\frac{\sqrt{ab}}{2}(a+b)$

339. En la figura R y P son puntos de tangencia. Calcule  $\frac{S_1+S_2}{S_2}$ , si  $CO=a$  y  $OB=b$  ( $S_1$  y  $S_2$  son áreas de las regiones sombreadas).



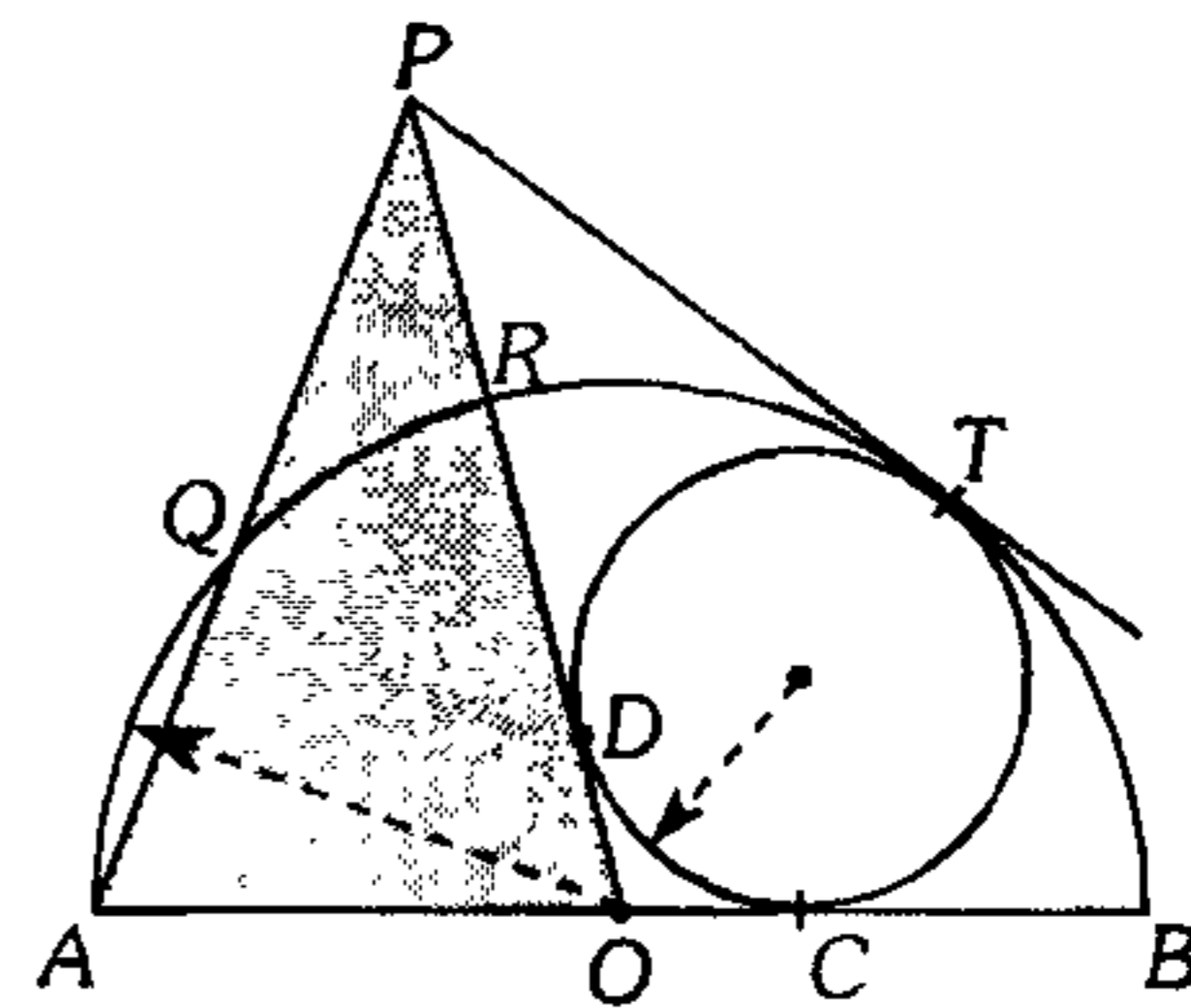
- A)  $\frac{a^2}{b^2}$       B)  $\frac{b^2}{a^2}$       C)  $\frac{b^2+a^2}{a^2}$   
 D)  $2\frac{b^2}{a^2}$       E)  $\frac{a}{b}$

340. En el gráfico,  $AP+PB$  es mínimo. Calcule el área de la región triangular APB si  $(AE)(BF)(EF)=96$ ,  $AE+BF=10$ .



- A) 10,6      B) 19,2      C) 9,6  
 D) 28,8      E) 18,6

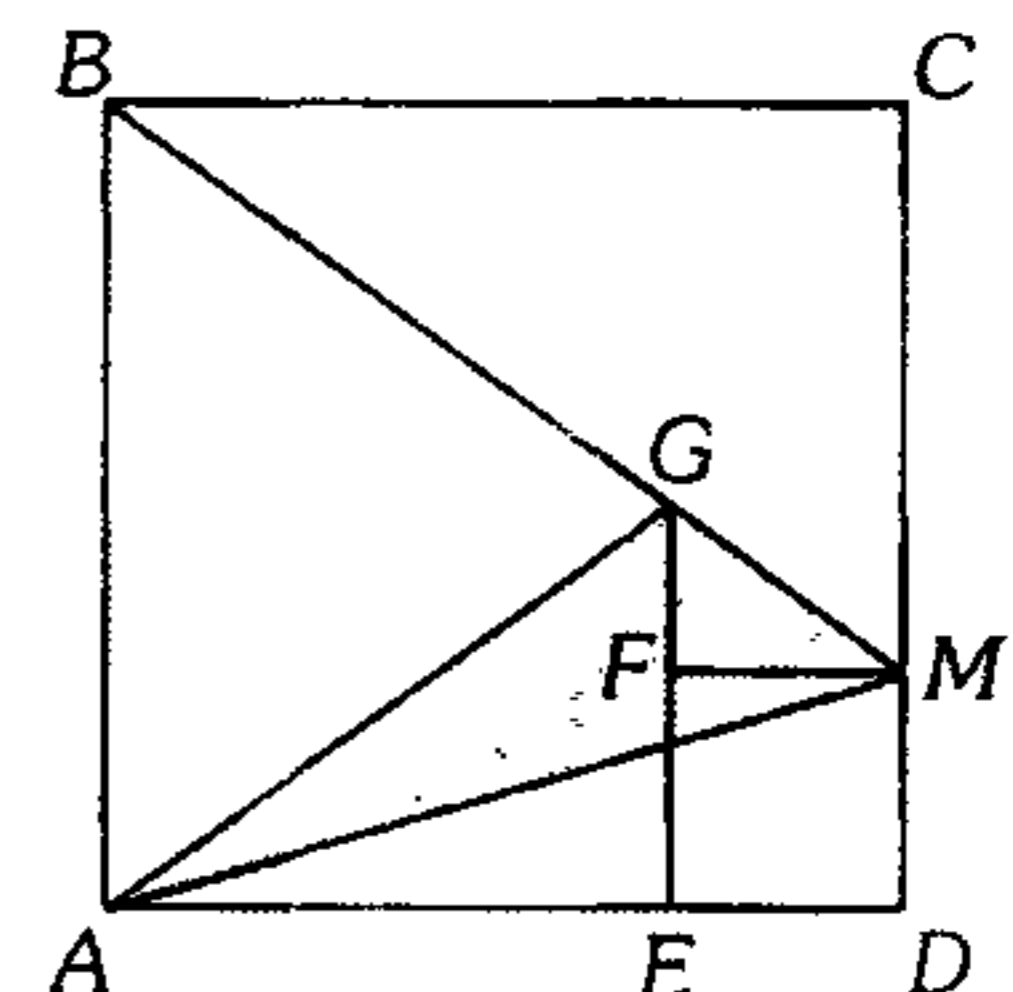
341. En el gráfico mostrado  $AQ=5$  cm,  $QP=4$  cm y  $BC=3$  cm ( $D$ ,  $C$  y  $T$  son puntos de tangencia). Calcule el área de la región sombreada.



- A)  $5\sqrt{14}$  cm<sup>2</sup>      B)  $\frac{3}{2}\sqrt{14}$  cm<sup>2</sup>  
 C)  $8\sqrt{14}$  cm<sup>2</sup>  
 D)  $3\sqrt{14}$  cm<sup>2</sup>      E)  $\frac{9}{2}\sqrt{14}$  cm<sup>2</sup>

342. En la figura, ABCD y EFMD son cuadrados,  $AE=3$  m y  $ED=2$  m. Calcule el área de la región AGM.

- A) 2 m<sup>2</sup>  
 B) 3 m<sup>2</sup>  
 C) 5 m<sup>2</sup>  
 D) 10 m<sup>2</sup>  
 E) 8 m<sup>2</sup>

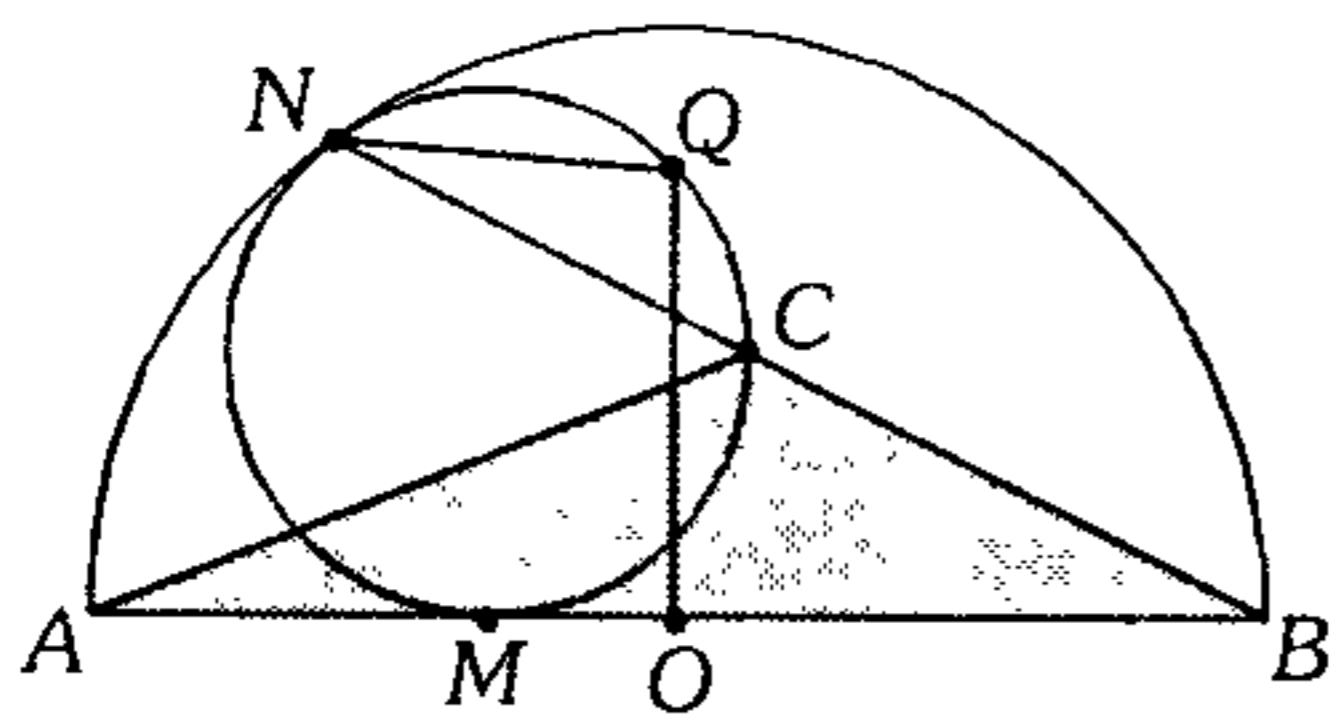


343. En un triángulo  $ABC$ , en los lados  $AB$ ,  $BC$  y  $AC$  se ubica los puntos  $M$ ,  $N$  y  $T$  de modo que  $m\angle MNT = m\angle BAC$ ,  $m\angle NMT = m\angle BCA$ .

Si  $\overline{MH} \perp \overline{AC}$  y  $\overline{NE} \perp \overline{AC}$  ( $H$  y  $E$  en  $\overline{AC}$ ), calcule la razón entre las áreas de las regiones triangulares  $ABC$  y  $HBE$ .

- A) 2            B) 3            C) 4  
D) 3/2            E) 5/2

344. En la figura,  $\overline{AB}$  es diámetro ( $AO=OB$ ),  $NQ=OQ=4$  m. Calcule el área de la región triangular  $ABC$  ( $M$  y  $N$  son puntos de tangencia).



- A)  $4 \text{ m}^2$             B)  $2 \text{ m}^2$             C)  $8 \text{ m}^2$   
D)  $16 \text{ m}^2$             E)  $4\sqrt{2} \text{ m}^2$

345. Sobre los lados  $AB$  y  $BC$  de un triángulo  $ABC$  ( $m\angle ABC = 90^\circ$ ) exteriormente se construye los triángulos equiláteros  $ABD$  y  $BFC$ ;  $\overrightarrow{DA}$  y  $\overrightarrow{FC}$  se intersecan en  $E$  y la prolongación de  $\overline{EB}$  interseca a  $\overline{DF}$  en  $N$ . Calcule el área de la región triangular  $ABC$ , si  $BN=a$  y  $BE=b$ .

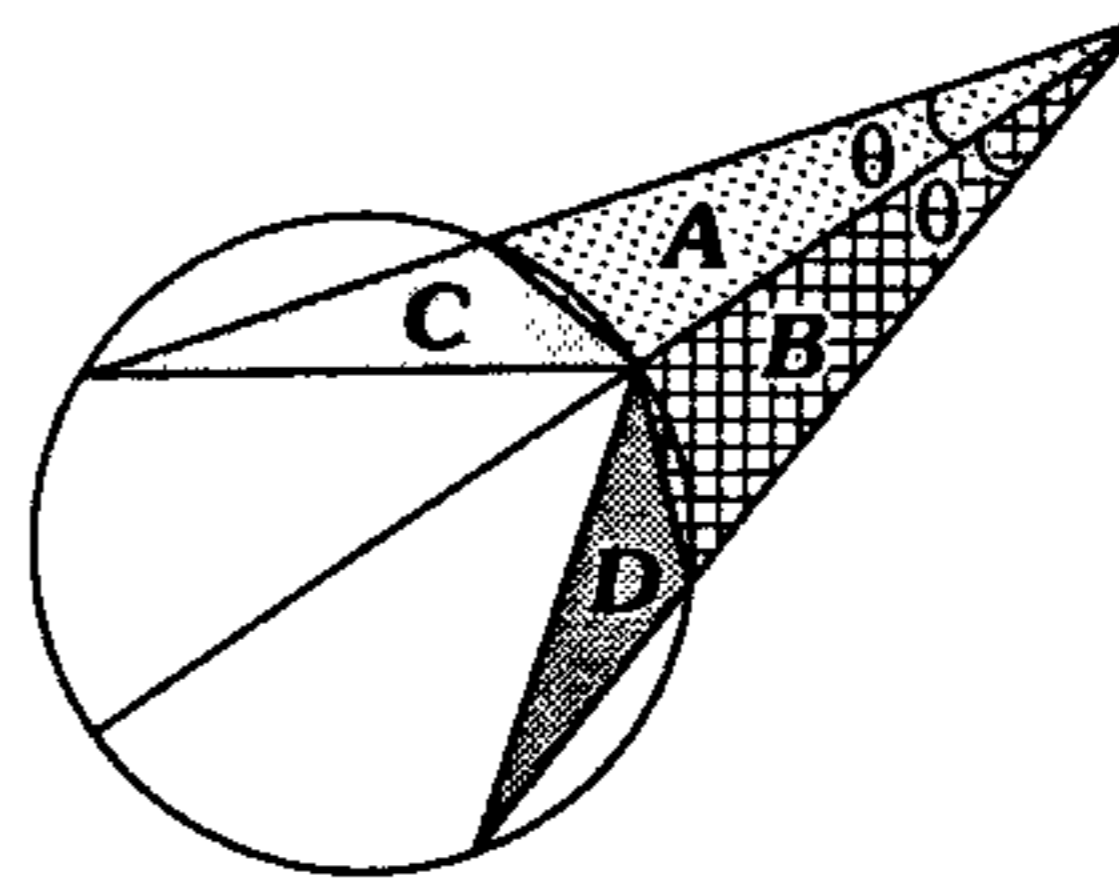
- A)  $\frac{ab}{2}$             B)  $\frac{ab}{2}\sqrt{2}$             C)  $\frac{ab}{3}$   
D)  $\frac{ab}{3}\sqrt{3}$             E)  $\frac{ab}{2}\sqrt{3}$

346. En un triángulo rectángulo  $ABC$  recto en  $B$  se traza las bisectrices interiores  $AE$  y  $CD$ , siendo  $I$  el incentro de dicho triángulo.

Calcule la razón entre las áreas de las regiones  $ADEC$  y  $AIC$ .

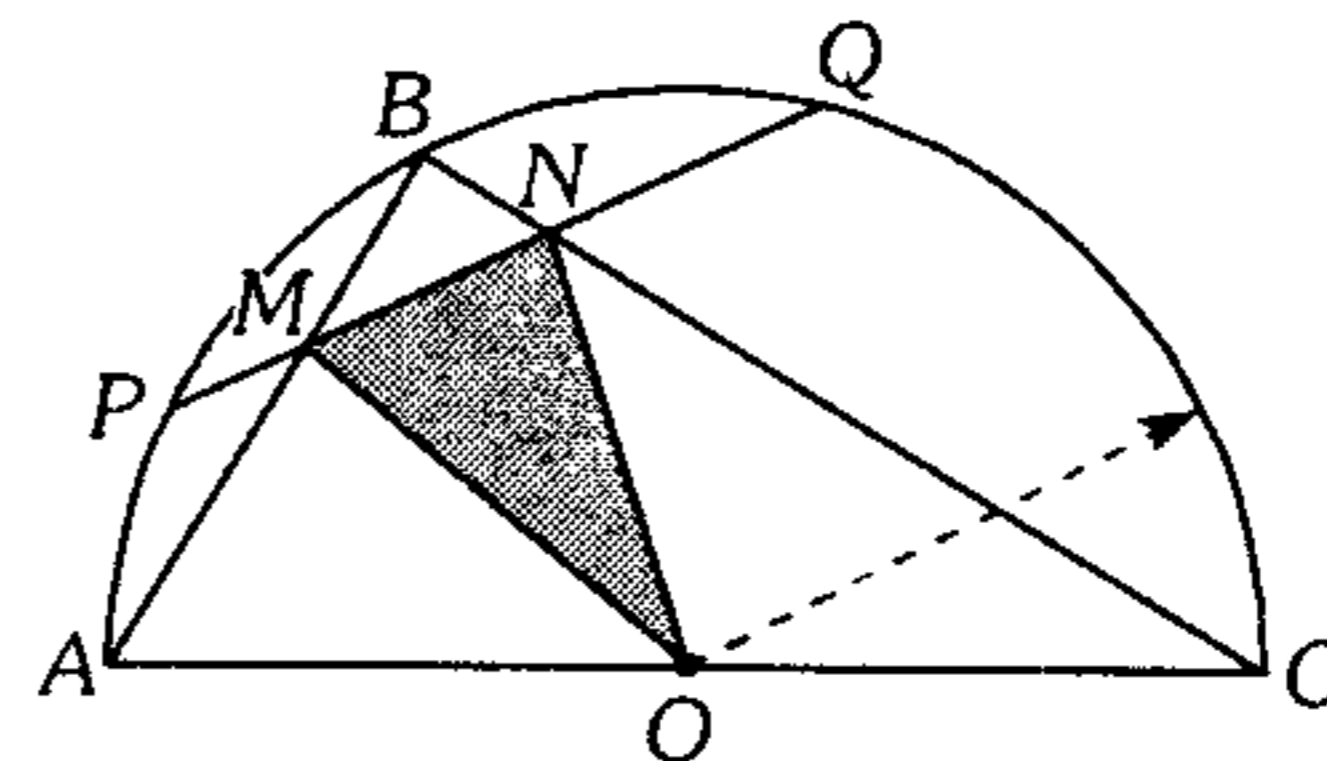
- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

347. En el gráfico mostrado, halle la relación entre las áreas de las regiones indicadas.



- A)  $B^2 + D^2 = A^2 + C^2$   
B)  $D^2 + C^2 = AB + CD$   
C)  $A^2 + B^2 = AD + BC$   
D)  $C^2 + A^2 = BD - BC$   
E)  $A^2 - B^2 = BD - AC$

348. Según la figura mostrada,  $AM=MB$ ,  $CN=3(BN)=9$  y  $m\widehat{PB} = m\widehat{BQ}$ . Calcule el área de la región sombreada.

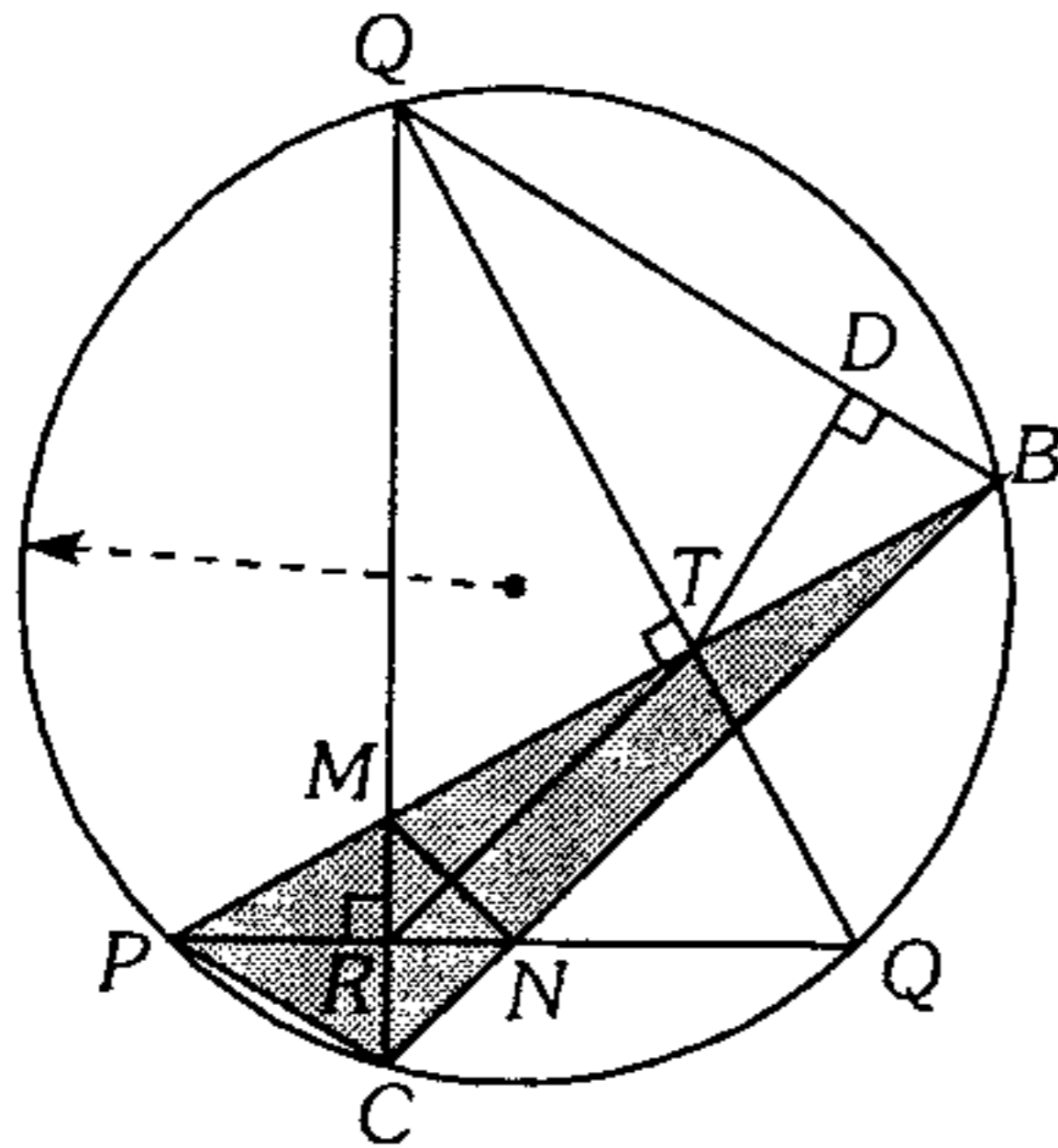


- A) 9            B) 12            C)  $9\sqrt{2}$   
D)  $9\sqrt{3}$             E) 18

349. Calcule el área de un triángulo rectángulo  $ABC$  (recto en  $B$ ), sabiendo que la prolongación de la bisectriz interna  $BD$  es secante en  $E$  a la circunferencia circunscrita.  $BD=4$  m y  $DE=5$  m.

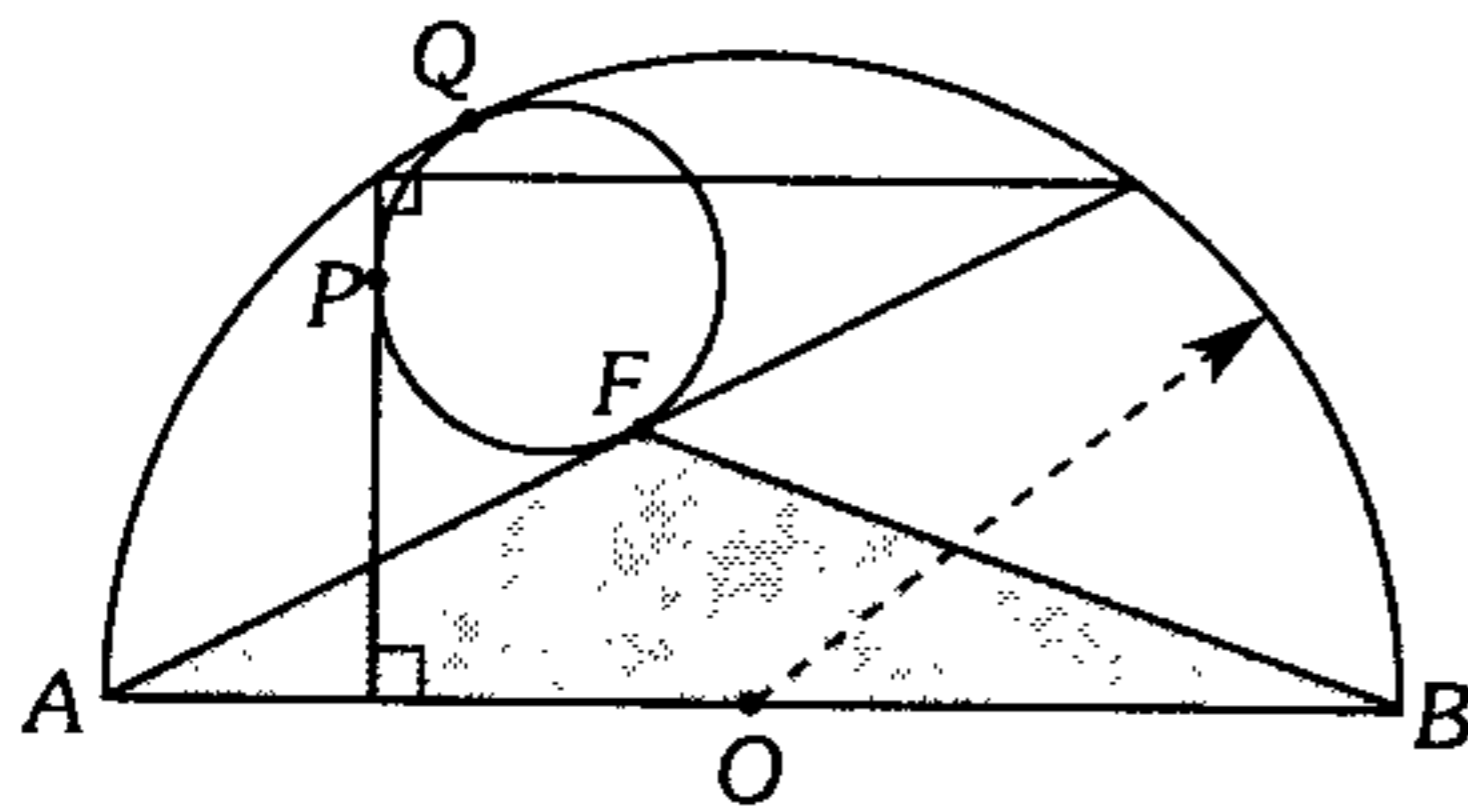
- A)  $36 \text{ m}^2$             B)  $18 \text{ m}^2$   
C)  $9 \text{ m}^2$   
D)  $12 \text{ m}^2$             E)  $6 \text{ m}^2$

350. Según el gráfico,  $TR=3(MN)$  y el área de la región triangular  $BDT$  es  $8 u^2$ . Calcule el área de la región sombreada.



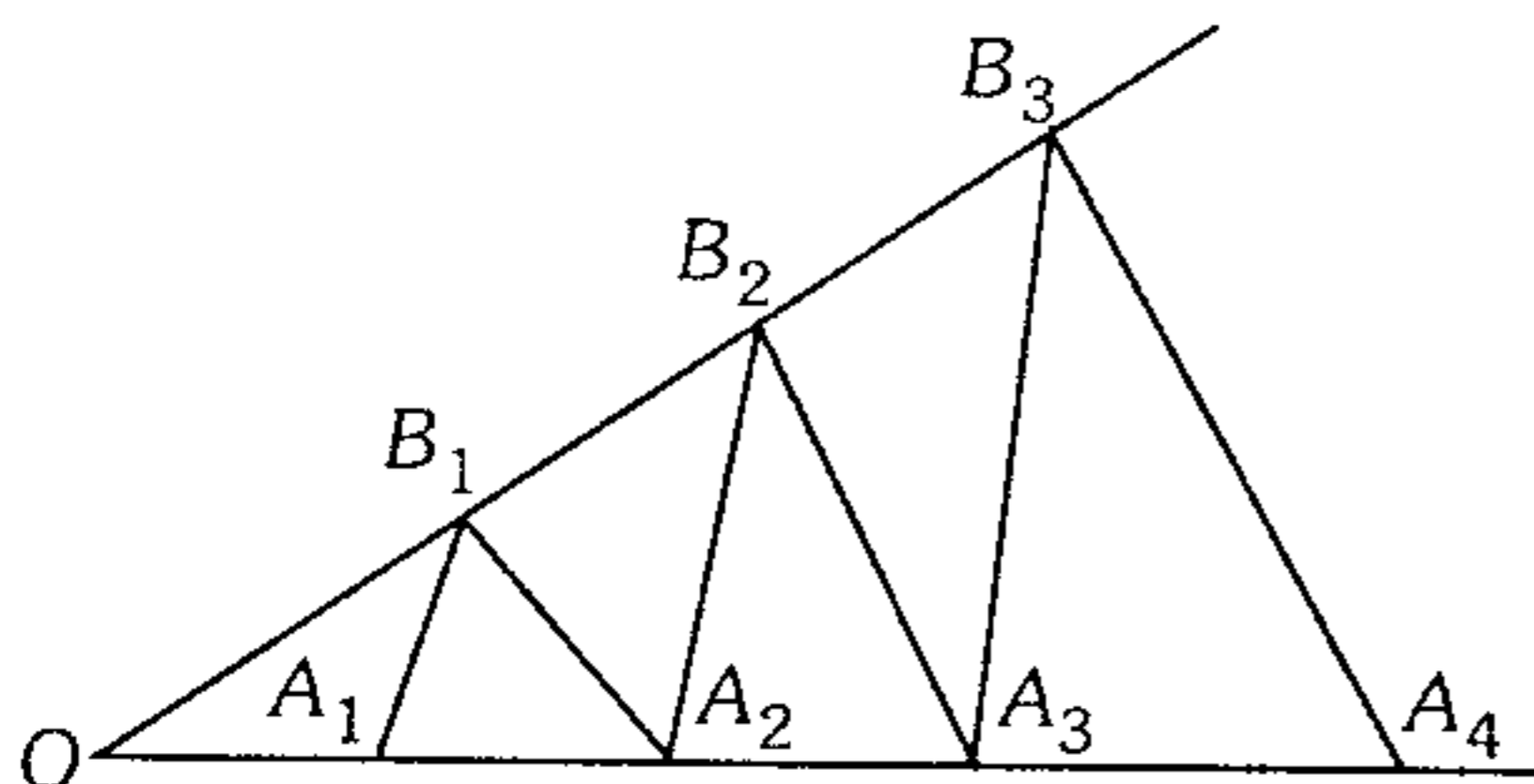
- A)  $6 u^2$       B)  $8 u^2$       C)  $12 u^2$   
 D)  $16 u^2$       E)  $20 u^2$

351. En la figura,  $AF=2m$ ;  $P, Q$  y  $F$  son puntos de tangencia. Calcule el área de la región triangular  $AFB$ .



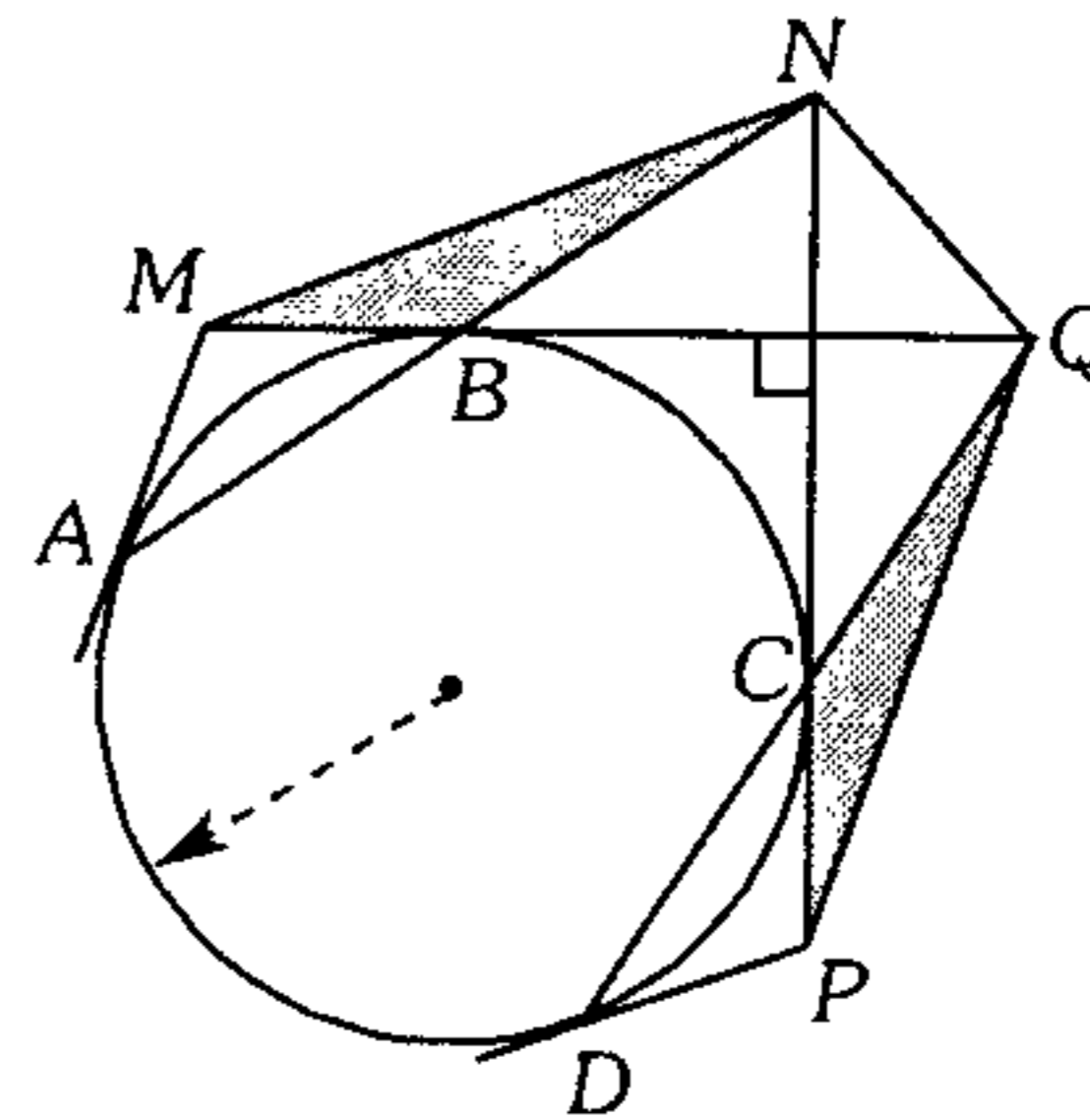
- A)  $1 m^2$       B)  $2 m^2$       C)  $3 m^2$   
 D)  $4 m^2$       E)  $2\sqrt{2} m^2$

352. En la figura las áreas de los triángulos  $OA_1B_1, OA_2B_1, OA_2B_2, OA_3B_2, OA_3B_3, OA_4B_3$  están en progresión geométrica de razón  $a$ , si  $\overline{A_1B_1} \parallel \overline{A_2B_2} \parallel \overline{A_3B_3}, \overline{A_2B_1} \parallel \overline{A_3B_2} \parallel \overline{A_4B_3}$  y  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  y  $P_6$  son los perímetros de los triángulos mencionados, la afirmación correcta es:



- A) Los perímetros forman una progresión geométrica de razón  $\sqrt{a}$ .  
 B) Los perímetros forman una progresión geométrica de razón  $a$ .  
 C) Los perímetros forman una progresión geométrica de razón  $1/a$ .  
 D)  $\frac{P_2}{P_4} = \frac{P_4}{P_6} = \frac{1}{a}$   
 E)  $\frac{P_1}{P_3} = \frac{P_3}{P_5} = a$

353. En el gráfico  $A, B, C$  y  $D$  son puntos de tangencia. Si  $NQ=4 m$ , calcule la suma de áreas de las regiones sombreadas.

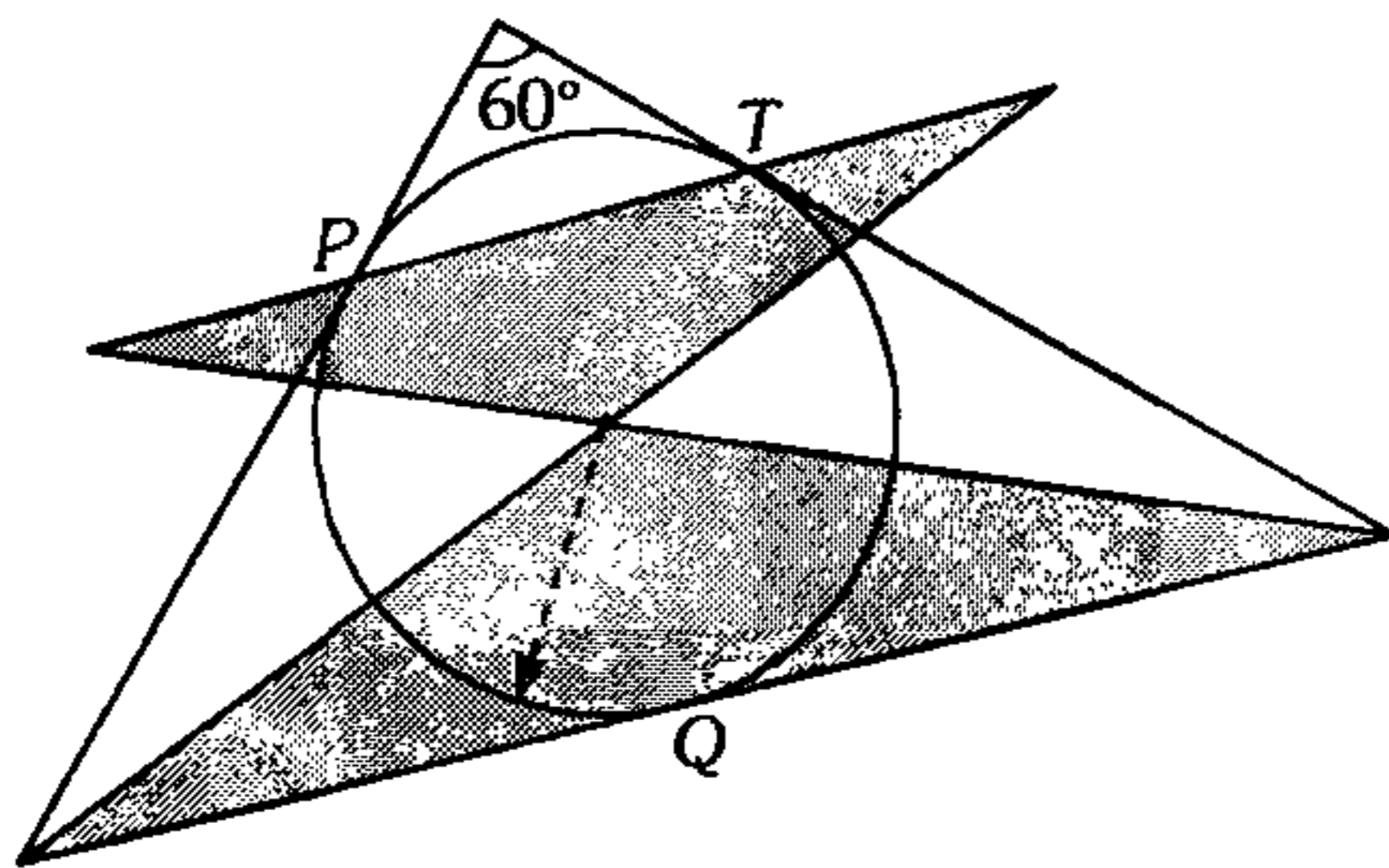


- A)  $4 m^2$       B)  $2 m^2$       C)  $8 m^2$   
 D)  $16 m^2$       E)  $12 m^2$

354. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la altura  $BH$ . Por los incentros  $I_1$  e  $I_2$  de los triángulos  $AHB$  y  $BHC$  se traza perpendiculares a  $\overline{AC}$  que se intersecan con  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  en  $M$  y  $N$  respectivamente. Si  $r_1$  y  $r_2$  son los inradios de los triángulos  $AHB$  y  $BHC$ , calcule el área de la región triangular  $MBN$ .

- A)  $\frac{r_1^2 + r_2^2}{2}$       B)  $\frac{r_1^2 + r_2^2}{4}$   
 C)  $\frac{3}{4} r_1 r_2$   
 D)  $\frac{r_1 r_2}{4}$       E)  $r_1 r_2$

355. Según el gráfico,  $P$ ,  $T$  y  $Q$  son puntos de tangencia. Calcule la razón entre las áreas de las regiones sombreadas.

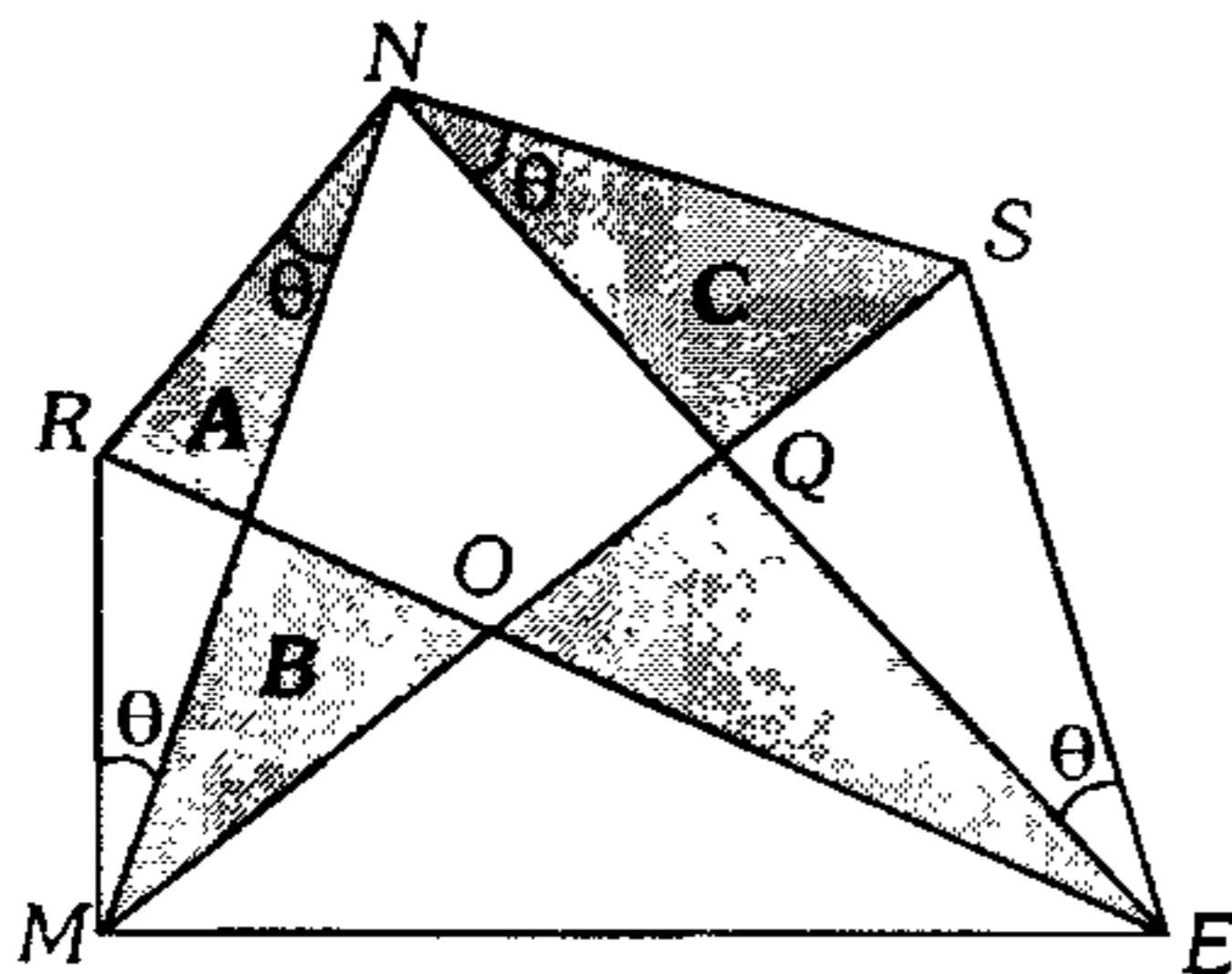


- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 6

356. En un triángulo  $ABC$  se traza la altura  $AH$ . Por  $H$  se traza la recta  $\mathcal{L}$ , secante a  $\overline{AB}$ , en la cual se ubica los puntos  $P$  y  $Q$  tal que la  $m\angle APB = m\angle AQC = 90^\circ$ . Sean  $M$  y  $N$  puntos medios de  $\overline{BC}$  y  $\overline{PQ}$  respectivamente, calcule el área de la región  $ANM$ , si  $AN = a$  y  $MN = b$ .

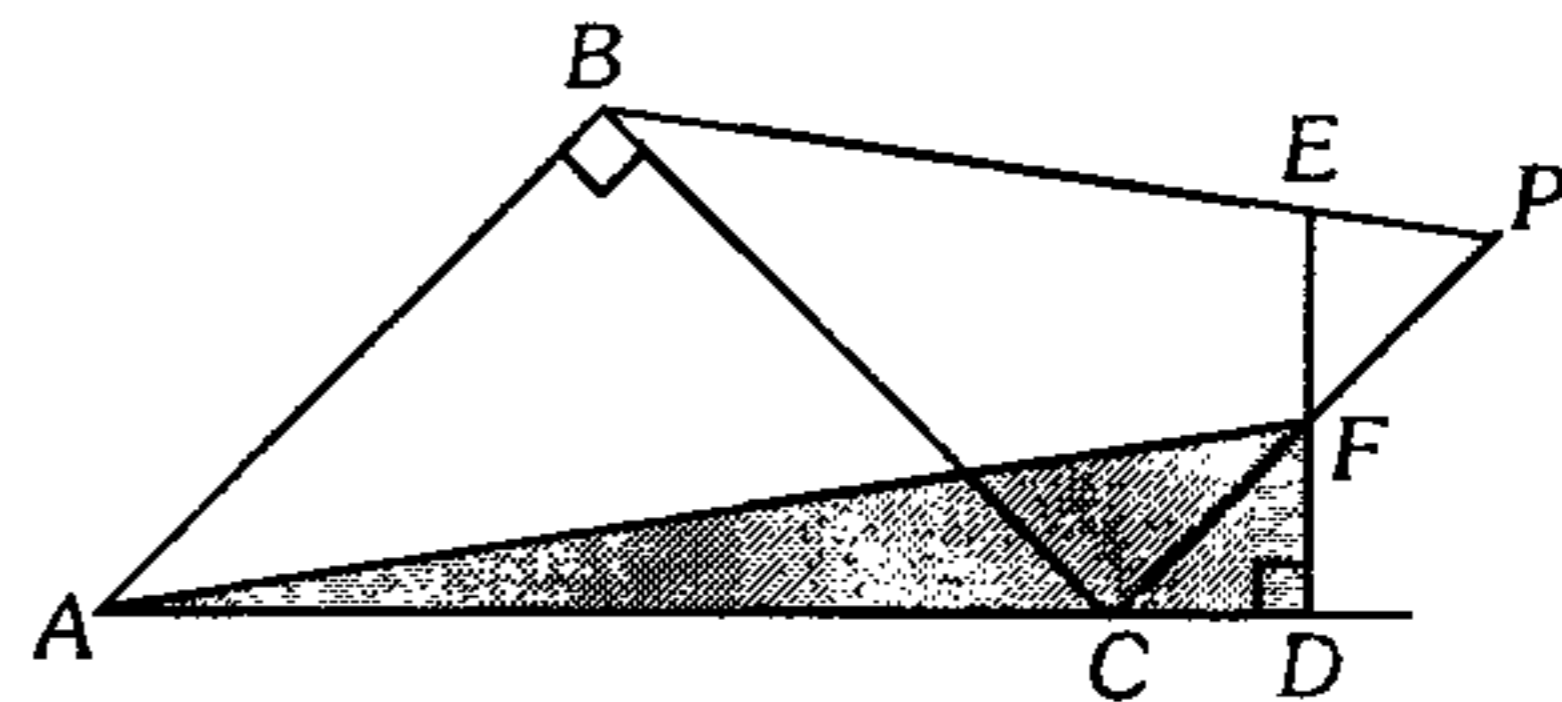
- A)  $ab$       B)  $2ab$       C)  $\frac{ab}{2}$   
D)  $2(a^2 - b^2)$       E)  $\frac{a^2 + b^2}{2}$

357. En el gráfico  $A$ ,  $B$  y  $C$  son las áreas de las regiones sombreadas. Calcule el área de la región triangular  $OQE$ .



- A)  $A+B-C$       B)  $A+C-B$       C)  $\frac{A+B+C}{2}$   
D)  $B+C-A$       E)  $\frac{2A+B-C}{2}$

358. Según el gráfico, el área de la región triangular  $ABC$  es  $20 u^2$ ,  $E$  es el excentro del triángulo  $ABC$  relativo a  $\overline{BC}$ . Si  $m\angle EPF = m\angle BCA$ , calcule el área de la región triangular  $AFD$ .

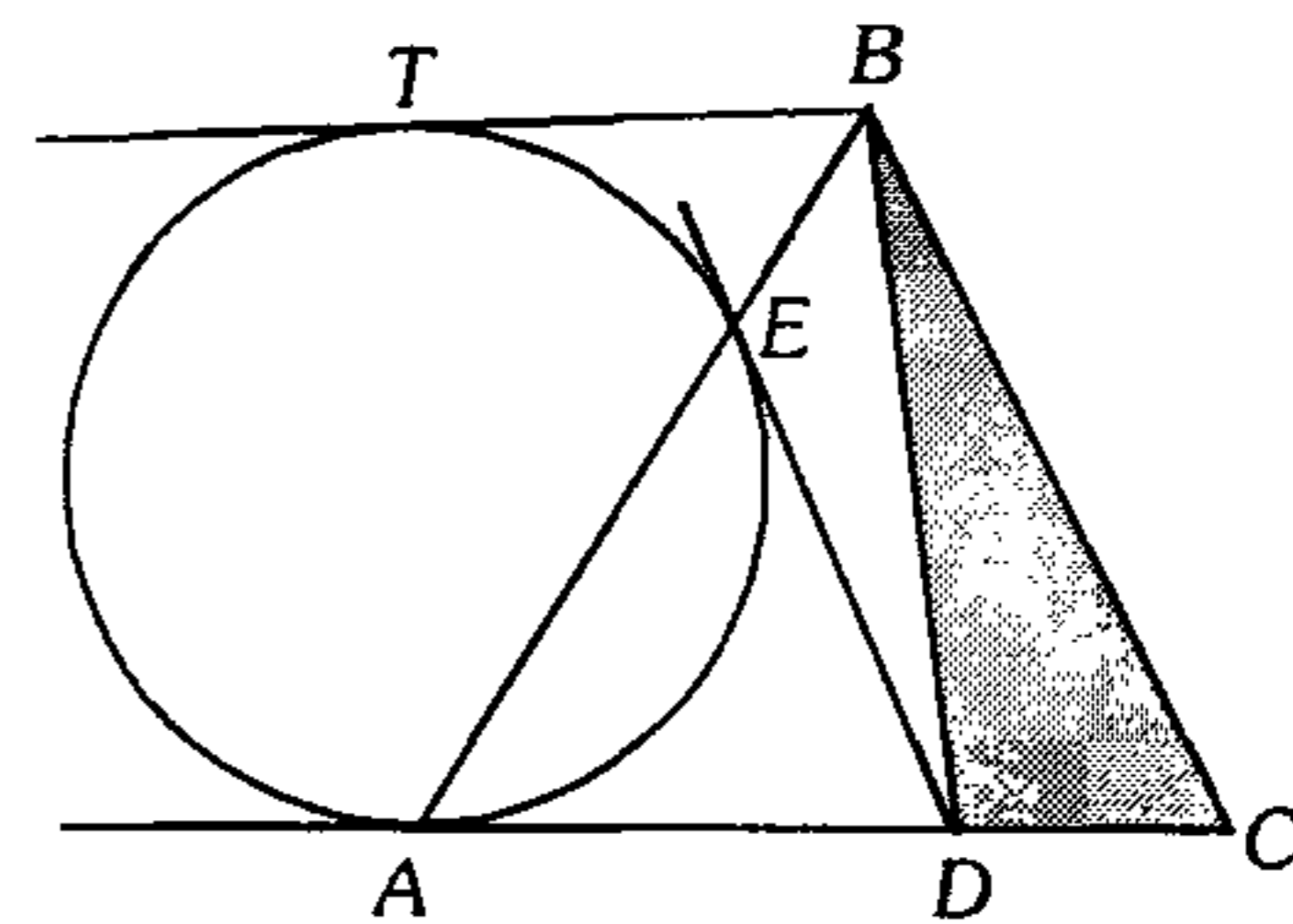


- A)  $12 u^2$       B)  $25 u^2$       C)  $15 u^2$   
D)  $20 u^2$       E)  $10 u^2$

359. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la altura  $BH$ . Con diámetro  $BH$  se traza la circunferencia inscrita en el triángulo  $ACD$ , tangente a  $\overline{AD}$  en el punto  $M$ . Si  $AC = 6$ , calcule  $DM$ .

- A) 1      B) 2      C) 2,5  
D) 3      E) 3,5

360. De la figura mostrada, calcule el área de la región sombreada si  $A$ ,  $E$  y  $T$  son puntos de tangencia,  $AB = BC = AC$  y  $BT = a$ .

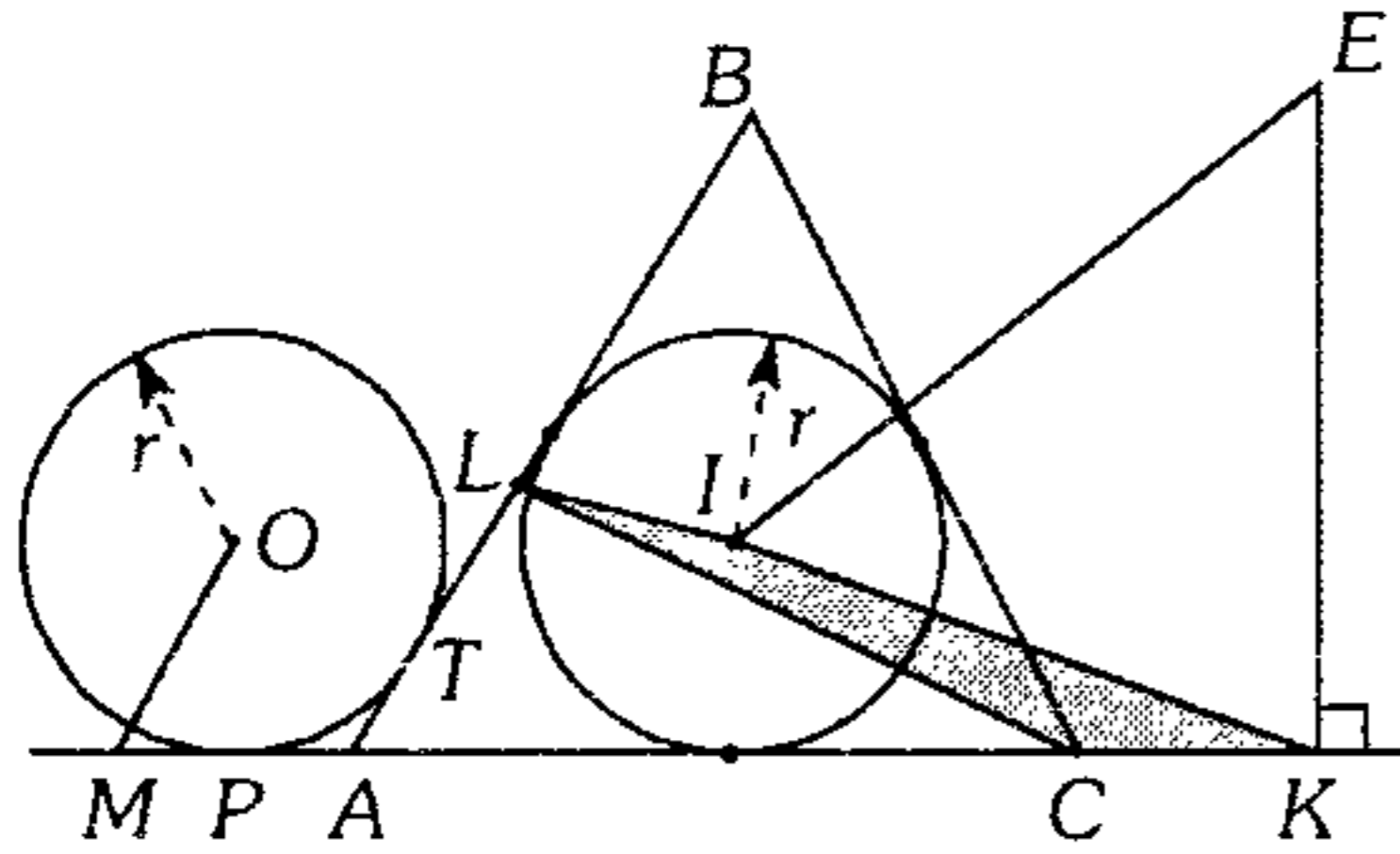


- A)  $a^2\sqrt{3}$       B)  $a^2\sqrt{3}/2$       C)  $a^2\sqrt{3}/4$   
D)  $2a^2$       E)  $3a^2$

361. Se tiene un triángulo rectángulo  $MGO$ , recto en  $G$ , donde  $M$  es el punto medio del lado  $BC$  de un triángulo  $ABC$  de baricentro  $G$  y circuncentro  $O$ . Si  $MG = 3$  y  $GO = 4$ , calcule el área de la región triangular  $ABC$ .

- A) 36      B)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$       C)  $\frac{81}{7}$   
D)  $\frac{27\sqrt{2}}{4}$       E)  $\frac{81\sqrt{3}}{5}$

362. En el gráfico mostrado, la circunferencia de centro  $I$  está inscrita en el triángulo  $ABC$ ,  $\overline{OM} \parallel \overline{BA}$ ,  $P$  y  $T$  son puntos de tangencia; además  $E$  es excentro del triángulo  $ABC$  relativo a  $\overline{BC}$ . Si  $AC=4(AM)$ ,  $AL=LB$  y el área de la región  $LIKC$  es  $5 \text{ m}^2$ , calcule el área de la región triangular  $ABC$ .

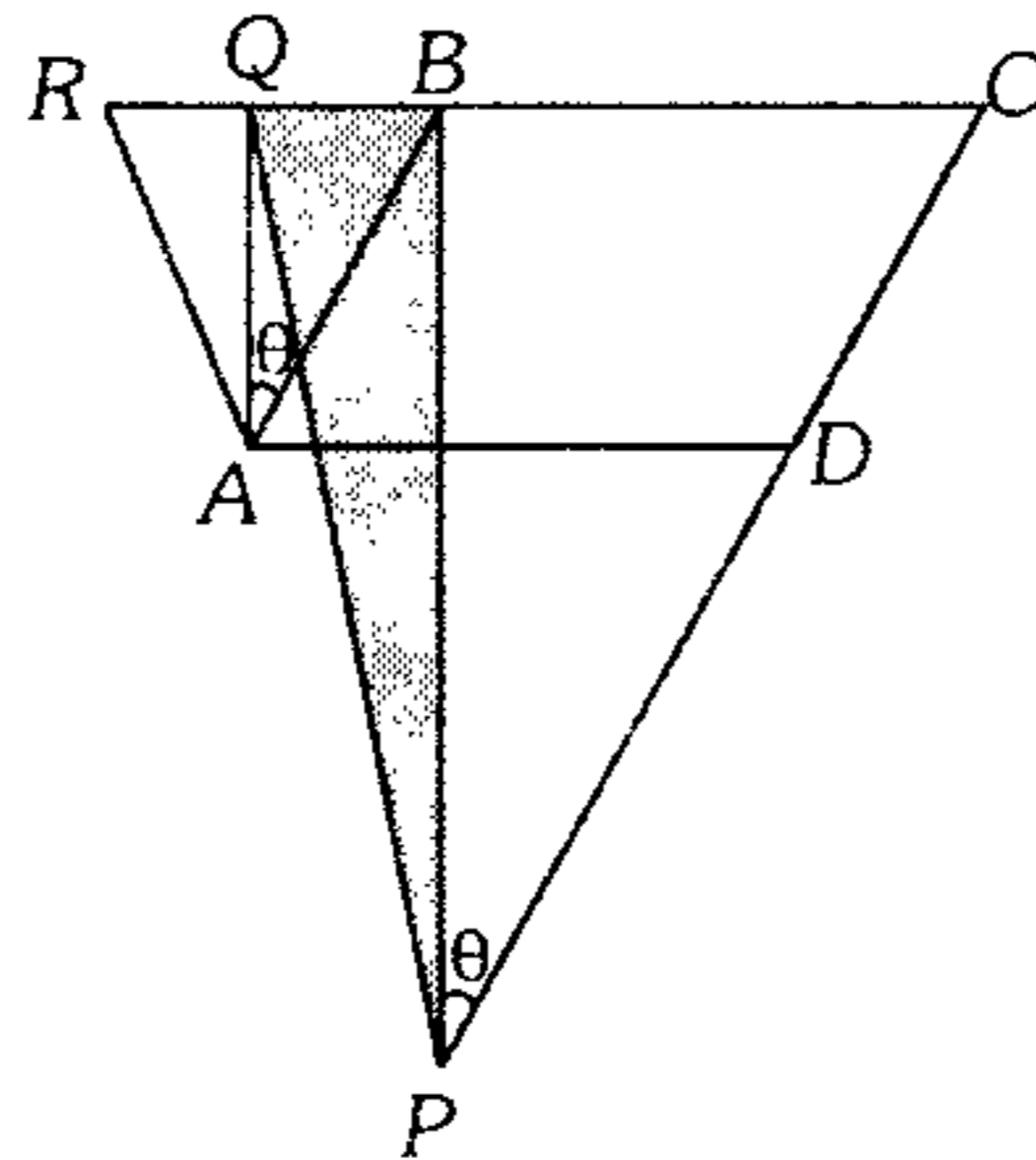


- A)  $40 \text{ m}^2$     B)  $30 \text{ m}^2$     C)  $36 \text{ m}^2$   
 D)  $25 \text{ m}^2$     E)  $50 \text{ m}^2$

### Áreas de Regiones Cuadrangulares

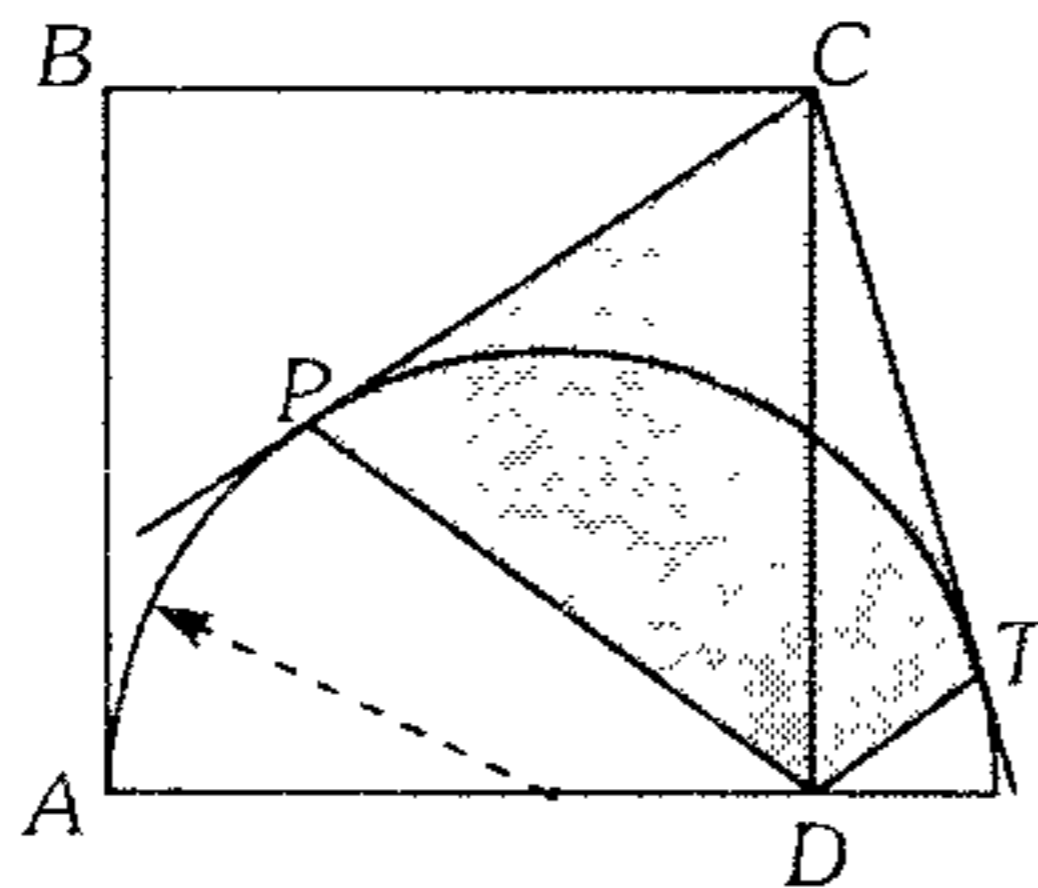
363. En la figura  $ABCD$  es un paralelogramo,  $m\angle QAB = m\angle BPC$  y el área de la región triangular  $ARD$  es  $2 \text{ m}^2$ . Calcule el área de la región triangular  $PQB$ .

- A)  $1 \text{ m}^2$   
 B)  $2 \text{ m}^2$   
 C)  $3 \text{ m}^2$   
 D)  $2\sqrt{3} \text{ m}^2$   
 E)  $4 \text{ m}^2$



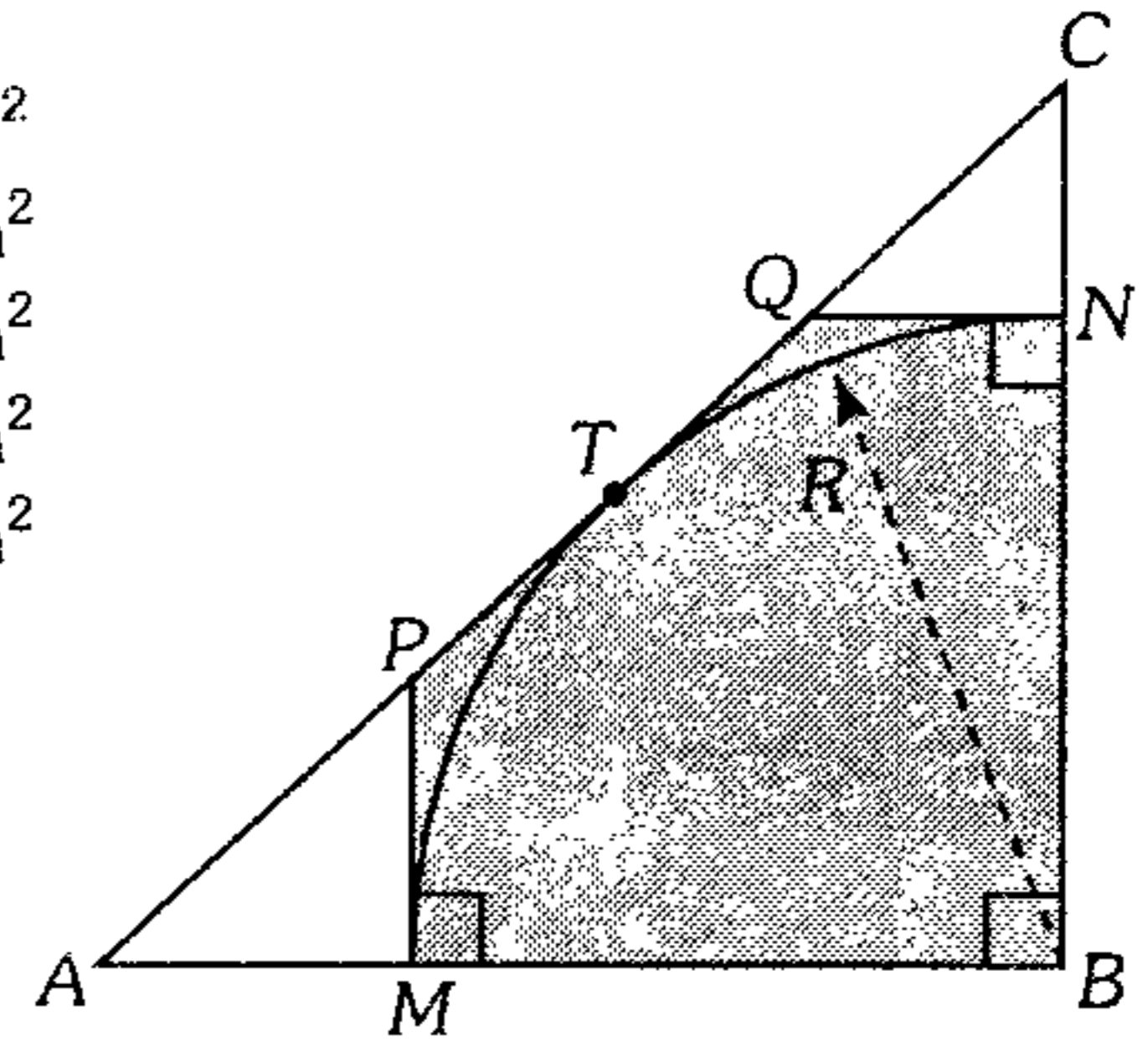
364. En la figura mostrada  $ABCD$  es un cuadrado,  $m\angle PCT = 90^\circ$ . Calcule el área de la región cuadrangular  $PCTD$  ( $P$  y  $T$  son puntos de tangencia), si  $AB=8 \text{ m}$ .

- A)  $24 \text{ m}^2$   
 B)  $36 \text{ m}^2$   
 C)  $32 \text{ m}^2$   
 D)  $40 \text{ m}^2$   
 E)  $64 \text{ m}^2$

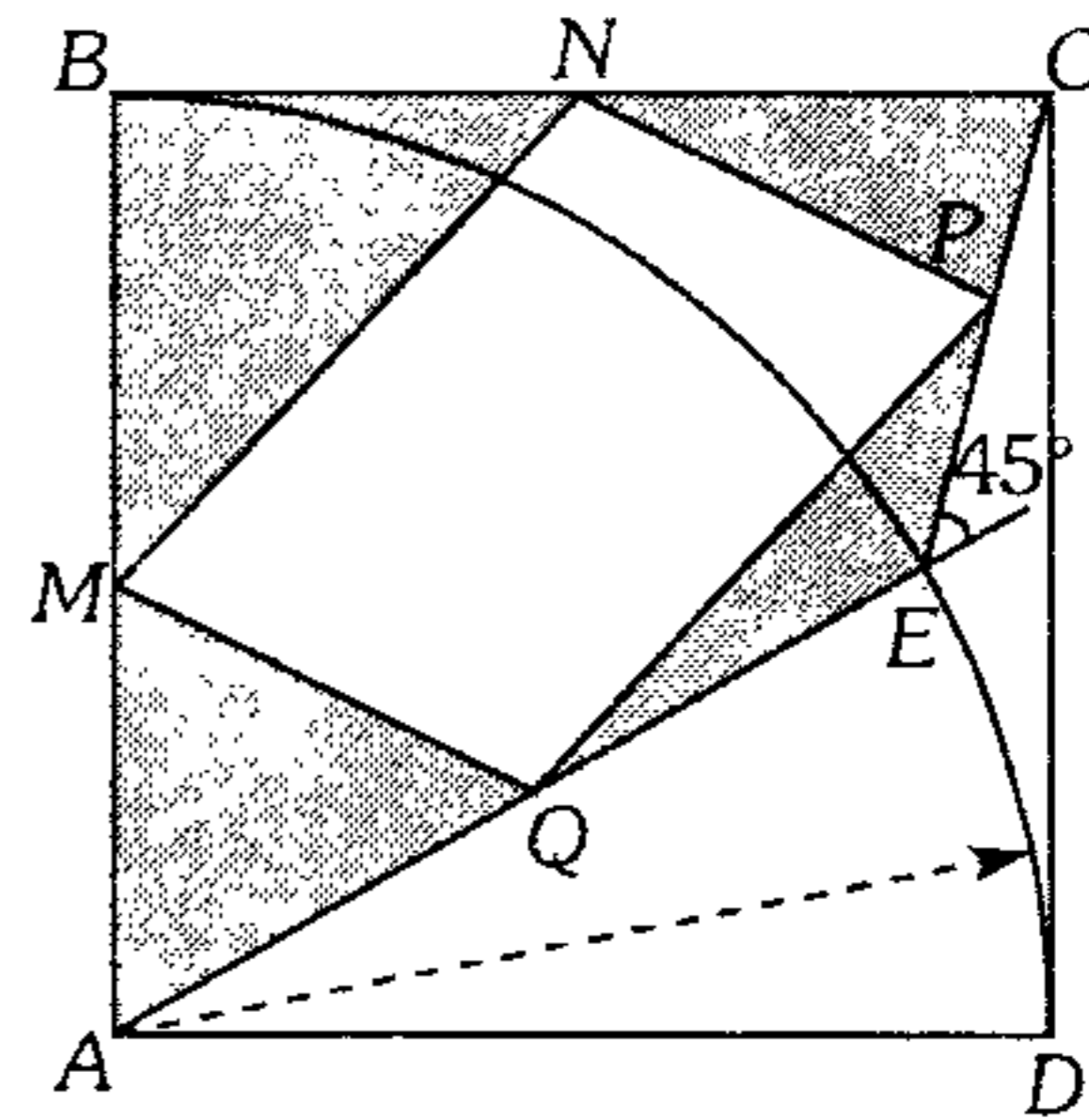


365. En la figura  $R=6 \text{ m}$  y  $(AM)(CN)=6 \text{ m}^2$ . Calcule el área de la región sombreada ( $T$  es punto de tangencia).

- A)  $25 \text{ m}^2$   
 B)  $24 \text{ m}^2$   
 C)  $36 \text{ m}^2$   
 D)  $30 \text{ m}^2$   
 E)  $20 \text{ m}^2$



366. En la figura mostrada, calcule el área de la región sombreada si  $M, N, P$  y  $Q$  son puntos medios de  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CE}$  y  $\overline{EA}$  respectivamente,  $ABCD$  es un cuadrado cuyo lado mide  $a$ .

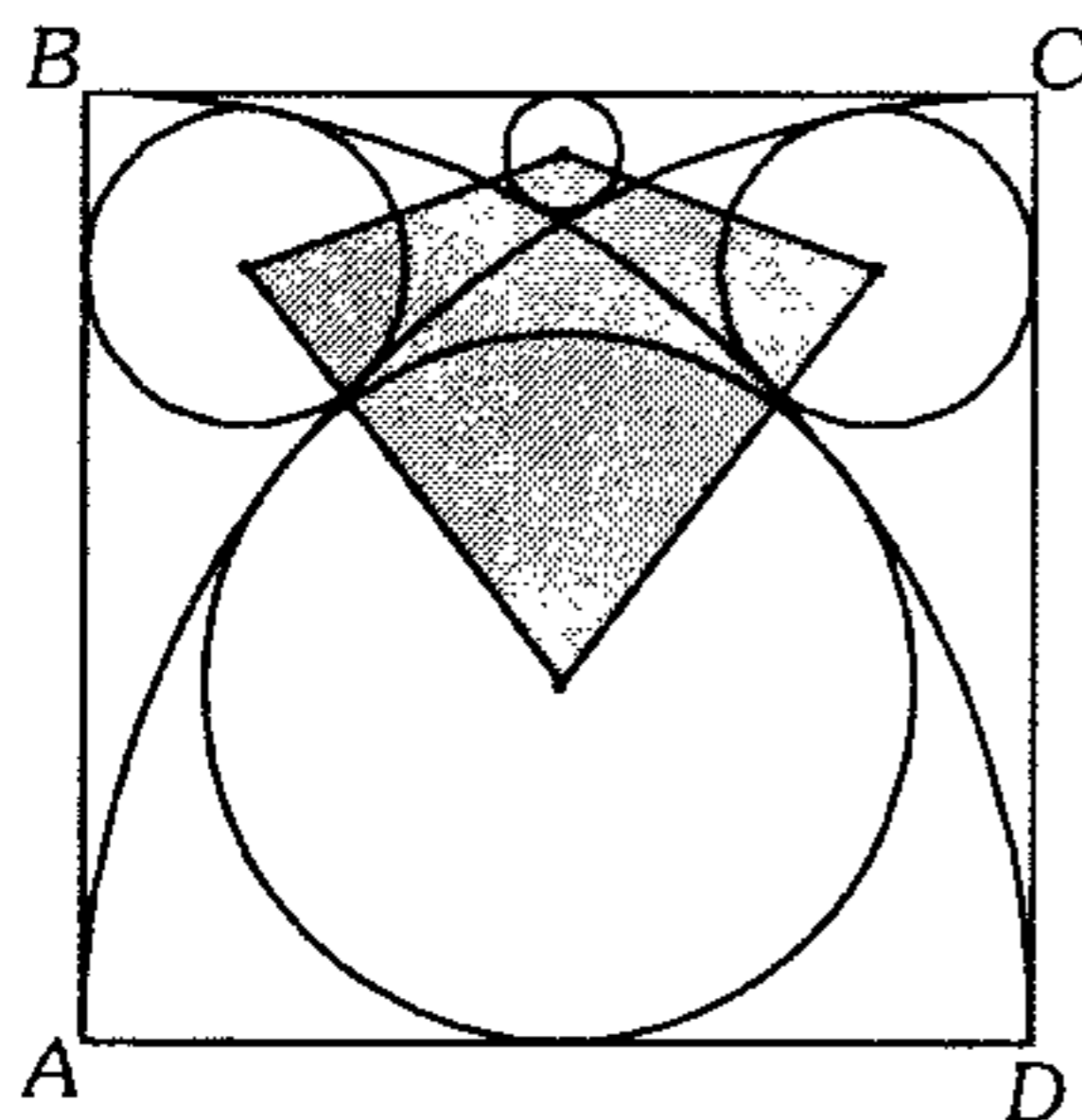


- A)  $\frac{a^2}{8}(\sqrt{2}-1)$     B)  $\frac{a^2}{8}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$   
 C)  $\frac{a^2}{8}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$   
 D)  $\frac{a^2}{8}(\sqrt{3}+1)$     E)  $\frac{a^2}{8}(\sqrt{3}-1)$

367. Dada una circunferencia de diámetro  $AB$  y centro  $O$  se traza otra circunferencia tangente a la primera en  $P$  y a  $\overline{OB}$  en  $Q$  de modo que  $OQ=QB=\ell$ ; calcule el área de la región  $OMPA$ .

- A)  $\frac{10\ell^2}{7}$     B)  $\frac{16\ell^2}{7}$     C)  $\frac{21\ell^2}{5}$   
 D)  $\frac{14\ell^2}{5}$     E)  $\frac{7\ell^2}{5}$

368. Si el lado del cuadrado  $ABCD$  mide 8 cm, calcule el área de la región cuadrangular que tiene por vértices los centros de las circunferencias que se indica en la figura.



- A)  $12 \text{ cm}^2$                       B)  $20 \text{ cm}^2$   
 C)  $36 \text{ cm}^2$   
 D)  $16 \text{ cm}^2$                       E)  $18 \text{ cm}^2$

369. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , se traza la altura  $BH$ ; en los triángulos  $AHB$  y  $CHB$  se traza las bisectrices interiores  $BM$  y  $BN$  respectivamente; luego en el triángulo  $MBN$  se traza la altura  $MP$  que interseca a  $\overline{BH}$  en  $Q$ . Calcule el área de región cuadrangular  $BMQN$ , siendo  $r$  el inradio del triángulo  $ABC$ .

- A)  $r^2$                       B)  $\frac{r^2}{2}$                       C)  $2r^2$   
 D)  $\frac{3}{2}r^2$                       E)  $\frac{r^2}{4}$

370. Se tiene un exágono regular  $ABCDEF$  cuyo lado mide  $a$ , siendo  $M$  punto medio de  $\overline{BC}$ , se traza el simétrico del exágono dado respecto a la recta  $FM$ . Calcule el área de la región común a dichos polígonos.

- A)  $a^2\sqrt{6}$                       B)  $a^2\sqrt{3}$   
 C)  $\frac{a^2}{2}$   
 D)  $a^2\sqrt{2}$                       E)  $3a^2$

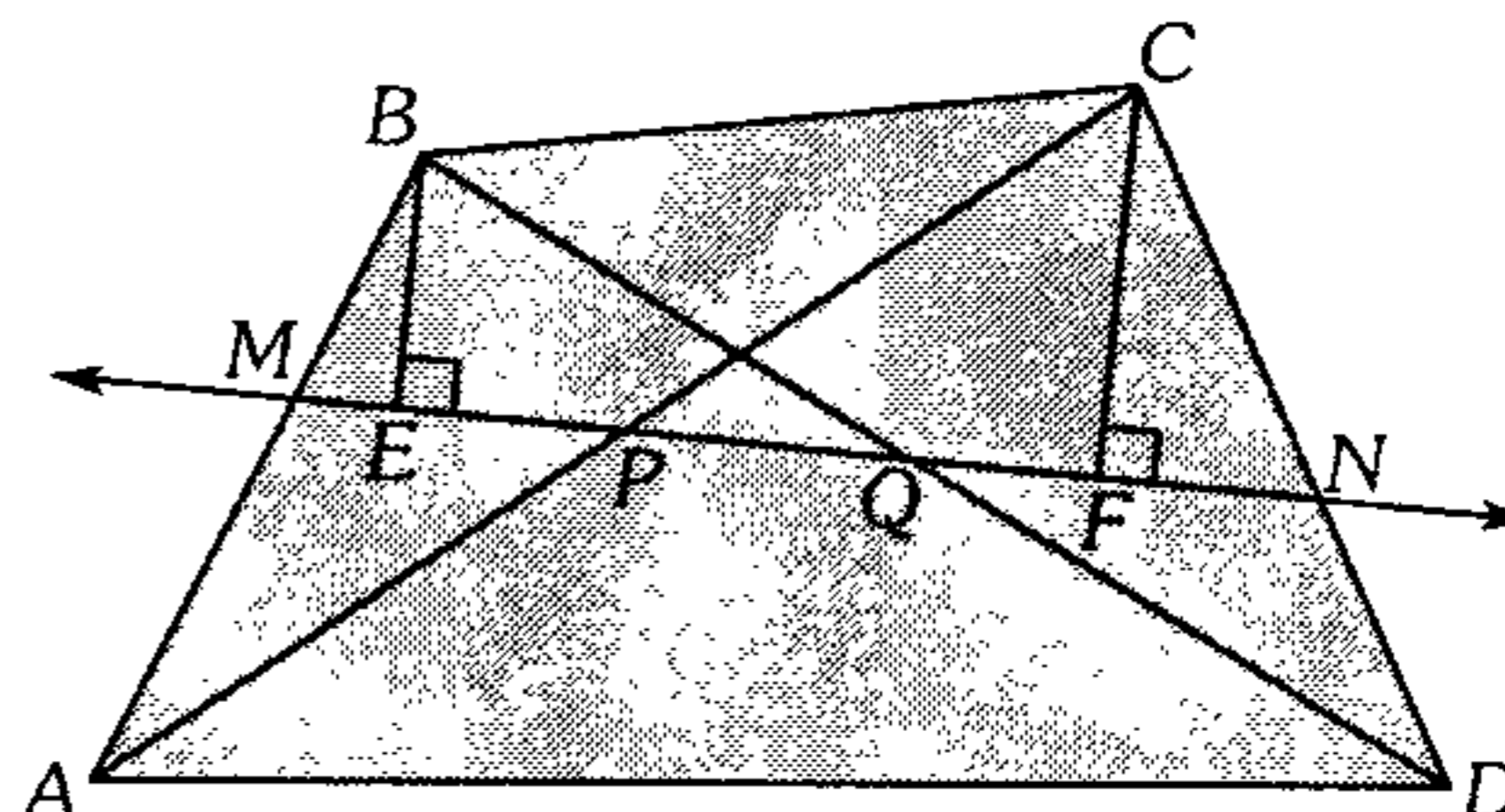
371. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$ ,  $M, N, Q$  y  $R$  son puntos medios de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  y  $\overline{DA}$  tal que  $\overline{MQ}$  y  $\overline{NR}$  se intersecan en  $L$ . Si las áreas de las regiones  $AMLR$  y  $LMCQ$  suman  $16 \text{ u}^2$ , calcule el área de la región triangular  $RLQ$ .

- A)  $3 \text{ u}^2$                       B)  $8 \text{ u}^2$                       C)  $6 \text{ u}^2$   
 D)  $2 \text{ u}^2$                       E)  $4 \text{ u}^2$

372. Se tiene el trapecio rectángulo  $ABCD$ , recto en  $A$  y  $B$ , la semicircunferencia de diámetro  $CD$  interseca a  $\overline{AB}$  en los puntos  $L$  y  $M$  respectivamente tal que  $L \in \overline{BM}$ . Si  $BC=4$ ,  $LM=7$  y  $BL=5$ , calcule el área de la región cuadrangular  $ABCD$ .

- A) 160                      B) 153                      C) 150,5  
 D) 161,5                      E) 165,5

373. Según el gráfico  $P$  y  $Q$  son puntos medios de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$ . Si  $BE+CF=12$  y  $MN=10$ , calcule el área de la región cuadrangular  $ABCD$ .



- A) 130                      B) 120                      C) 150  
 D) 110                      E) 180

374. Se tiene un cuadrilátero  $ABCD$  inscriptible y exinscriptible a la vez, tal que  $AB=2$ ,  $BC=1$  y  $CD=4$ . Calcule el radio de la circunferencia exinscrita al cuadrilátero.

- A)  $\sqrt{3}$                       B)  $\sqrt{2}$                       C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 D)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$                       E)  $\sqrt{6}$

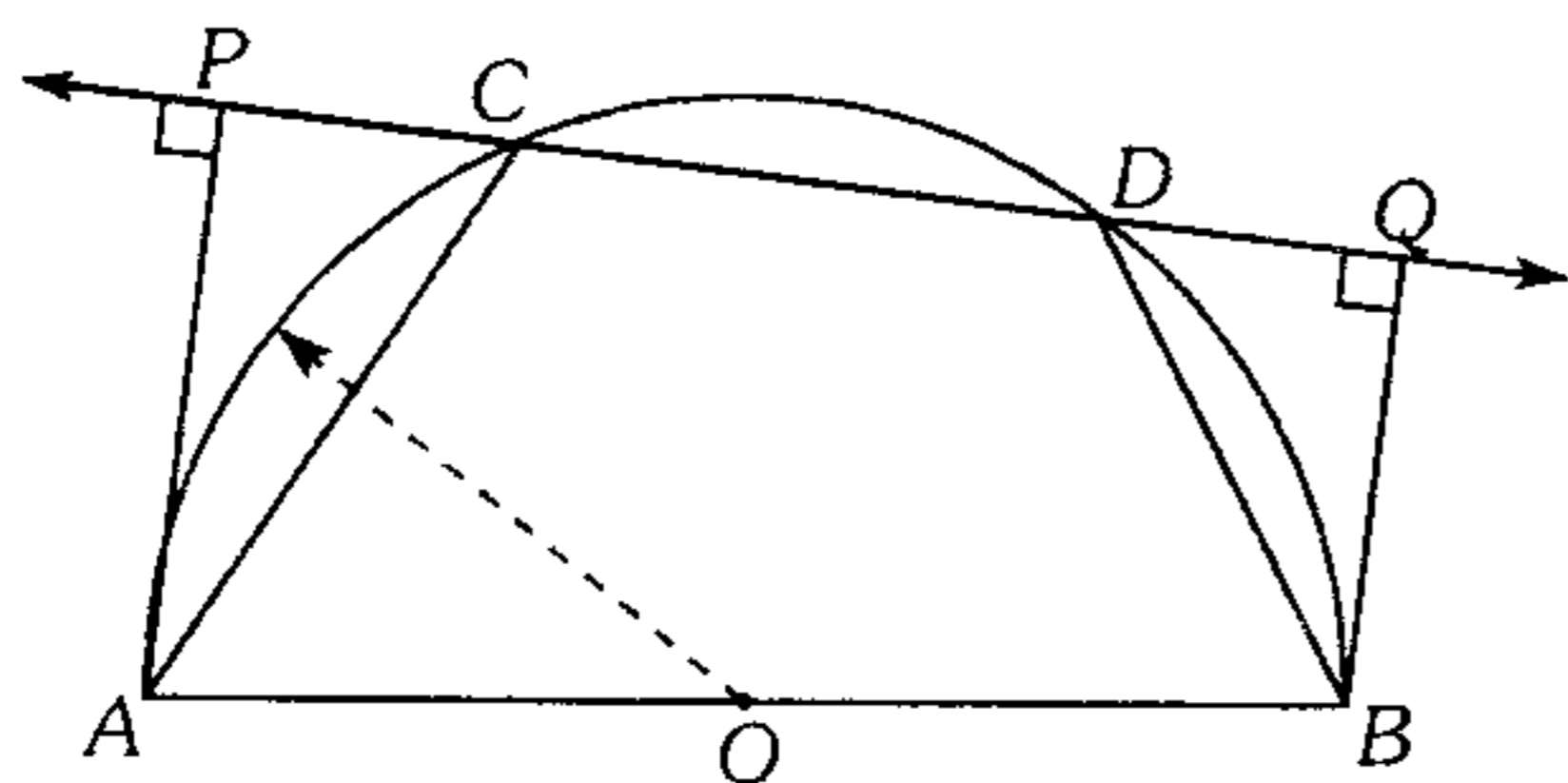
375. En un triángulo  $ABC$ , la  $m\angle ABC = 60^\circ$ , se traza las cevianas interiores  $\overline{AN}$  y  $\overline{CM}$  secantes en  $Q$  tal que  $AM=MN=NC$ ,  $BM+QN=BN+MQ$ ,  $(BM)(QN)=20$  y  $(MQ)(BN)=25$ . Calcule el área de la región cuadrangular  $MBNQ$ .

- A)  $5\sqrt{10} u^2$    B)  $6\sqrt{5} u^2$    C)  $20 u^2$   
 D)  $10\sqrt{5} u^2$    E)  $22,5 u^2$

376. Se tiene un triángulo acutángulo  $ABC$ , se traza la altura  $BH$  y las perpendiculares  $HD$  y  $HE$  a los lados  $AB$  y  $BC$  en  $D$  y  $E$  respectivamente. Si  $O$  es el circuncentro de la región triangular  $ABC$ , cuya área es  $24 u^2$ , calcule el área de la región cuadrangular  $ODBE$ .

- A)  $12 u^2$    B)  $24 u^2$    C)  $48 u^2$   
 D)  $16 u^2$    E)  $6 u^2$

377. Según el gráfico la suma de las áreas de las regiones triangulares  $ABC$  y  $ABD$  suman  $20 u^2$ . Calcule el área de la región cuadrangular  $ABQP$ .

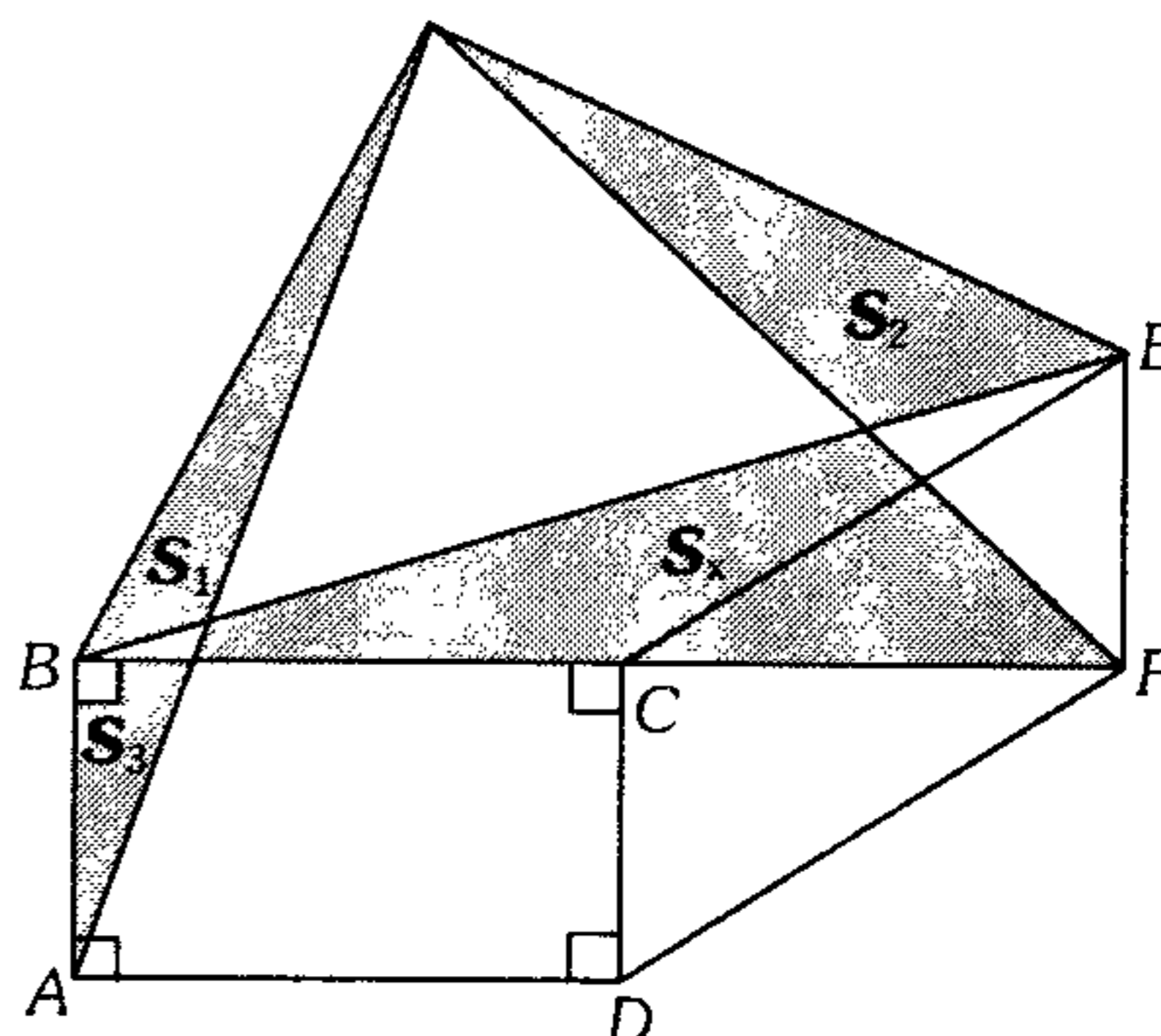


- A)  $10 u^2$    B)  $15 u^2$    C)  $20 u^2$   
 D)  $18 u^2$    E)  $25 u^2$

378. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$  se traza exteriormente los cuadrados  $CBDE$  y  $ABFG$ . Si  $\overline{AB}$  y  $\overline{AE}$  intersecan a  $\overline{CG}$  en  $M$  y  $Q$  respectivamente y  $\overline{BC} \cap \overline{AE} = \{N\}$ . Si el área de la región cuadrangular  $MQNB$  es  $16 u^2$ , calcule el área de la región triangular  $AQC$ .

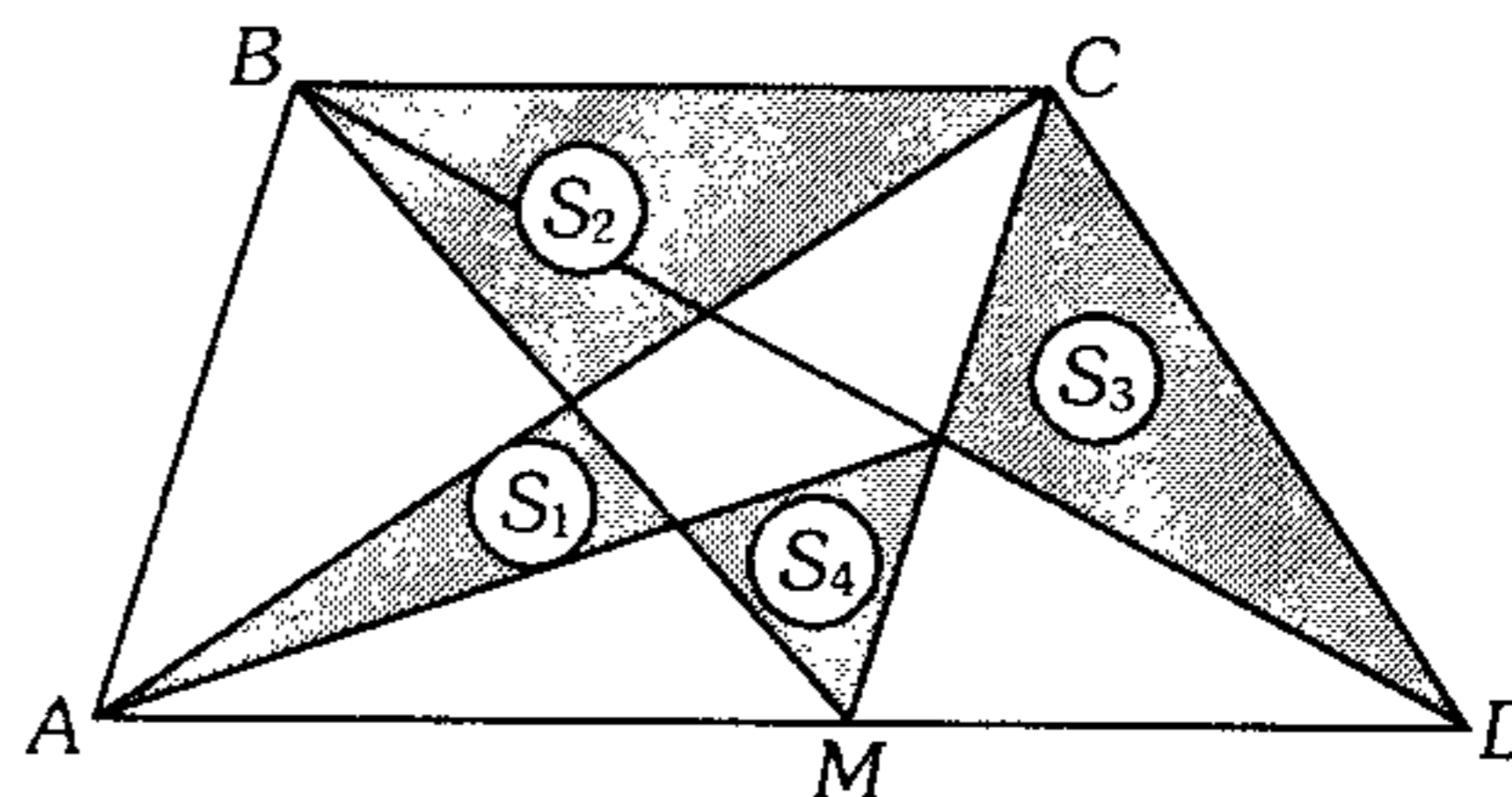
- A)  $8 u^2$    B)  $10 u^2$    C)  $12 u^2$   
 D)  $16 u^2$    E)  $15 u^2$

379. Del gráfico, calcule  $S_x$  si  $S_1=4 m^2$ ,  $S_2=6 m^2$ ,  $S_3=2 m^2$  y además  $CEFD$  es un romboide.



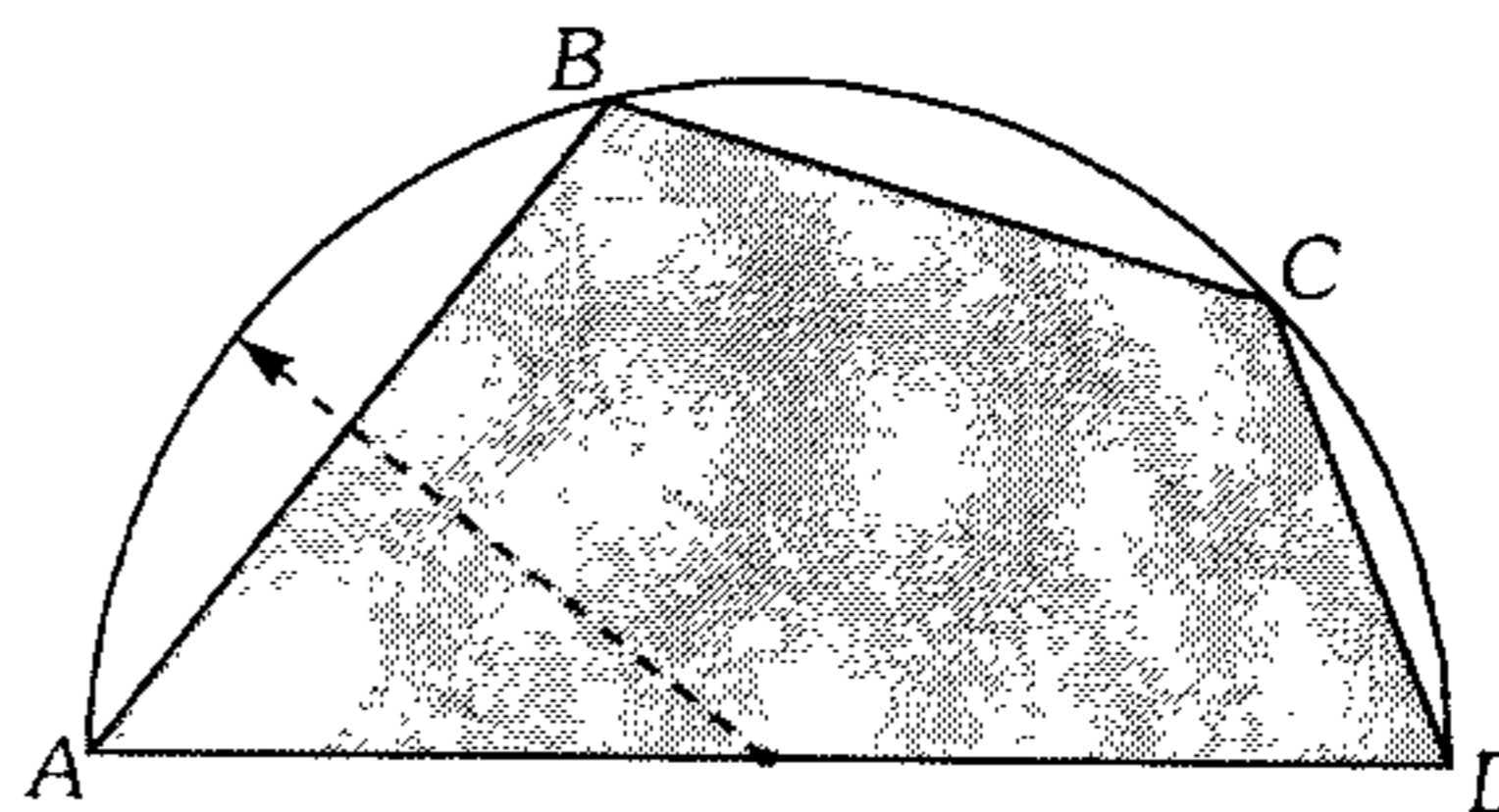
- A)  $6 m^2$    B)  $8 m^2$    C)  $10 m^2$   
 D)  $12 m^2$    E)  $16 m^2$

380. En la figura,  $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$  y  $\overline{AB} \parallel \overline{MC}$ , indique la relación correcta.



- A)  $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$   
 B)  $S_1 + S_4 = S_2 + S_3$   
 C)  $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$   
 D)  $S_2 = S_1 + S_3 + S_4$   
 E)  $S_3 = S_1 + S_2 + S_4$

381. Según el gráfico,  $AD=2(BC)=8 u$  y  $(AB)(CD)=18 u^2$ . Calcule el área de la región sombreada.



- A)  $10 u^2$    B)  $12 u^3$    C)  $10\sqrt{3} u^2$   
 D)  $12,5\sqrt{3} u^2$    E)  $15 u^2$

382. Se tiene el cuadrilátero  $ABCD$  donde  $m\angle BCD = m\angle CDA = 60^\circ$ ;  $BC=8$  y  $CD=AD=12$ . Calcule el área de la región cuadrangular  $ABCD$ .

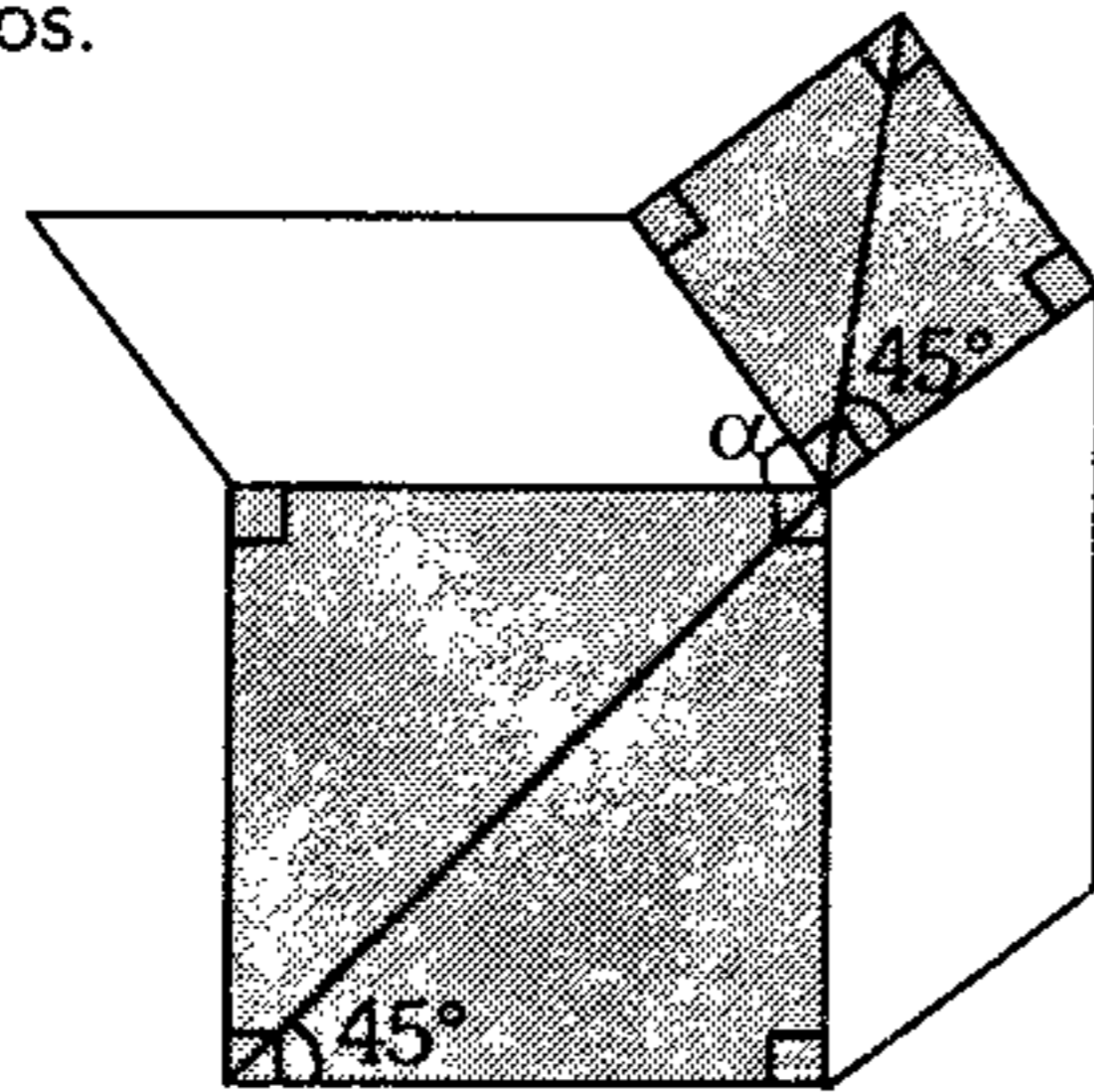
- A)  $84\sqrt{3}$     B)  $48\sqrt{3}$     C)  $60\sqrt{3}$   
 D)  $72\sqrt{3}$     E)  $61\sqrt{3}$

383. Se tiene el rombo  $ABCD$  de centro  $O$ , en  $\overline{AO}$  y  $\overline{BC}$  se ubica los puntos  $E$  y  $F$  respectivamente, tal que  $AE=ED=DF$ . Si  $O$  dista de  $\overline{BC}$   $4$  u y  $m\angle EDF = 90^\circ$ ; calcule el área de la región rombale  $ABCD$ .

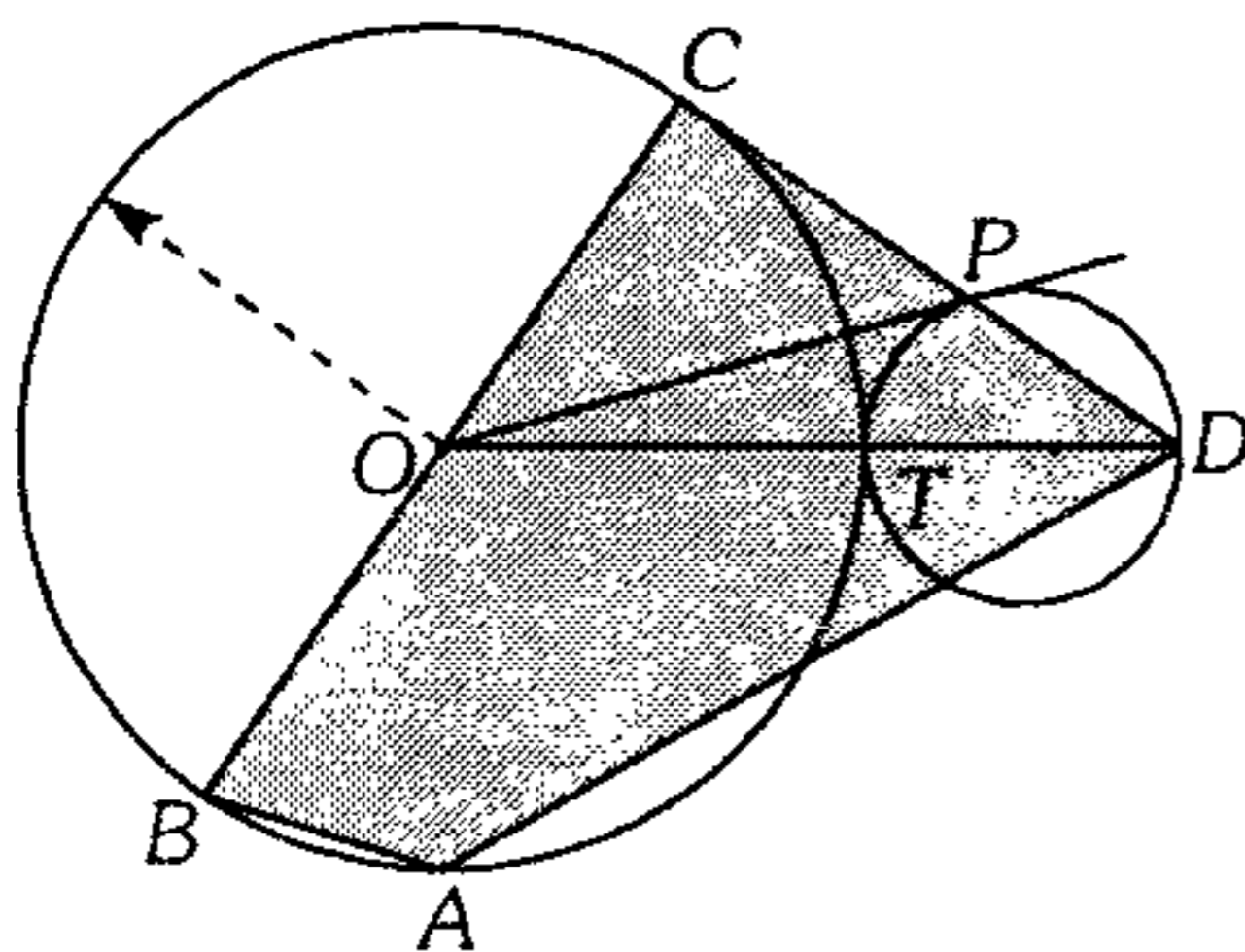
- A)  $16 u^2$     B)  $32 u^2$     C)  $256 u^2$   
 D)  $128 u^2$     E)  $64 u^2$

384. Según el gráfico, calcule el máximo valor de  $\alpha$  para que el área de la región sombreada y no sombreada sean iguales. Además las regiones no sombreadas están limitadas por paralelogramos.

- A)  $30^\circ$   
 B)  $45^\circ$   
 C)  $60^\circ$   
 D)  $90^\circ$   
 E)  $120^\circ$



385. Según la figura, calcule el área de la región trapezoidal  $ABCD$  ( $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ), si  $OP=6$  m;  $P$  y  $T$  son puntos de tangencia y  $m\widehat{AB} + m\widehat{CT} = 60^\circ$ .



- A)  $20\sqrt{3} m^2$     B)  $18\sqrt{3} m^2$   
 C)  $15\sqrt{3} m^2$   
 D)  $12\sqrt{3} m^2$     E)  $9\sqrt{3} m^2$

386. En un cuadrilátero inscrito en una circunferencia sus lados consecutivos tienen como longitudes  $6$  u y  $8$  u, además sus diagonales tienen igual longitud. Calcule el área de la región limitada por dicho cuadrilátero.

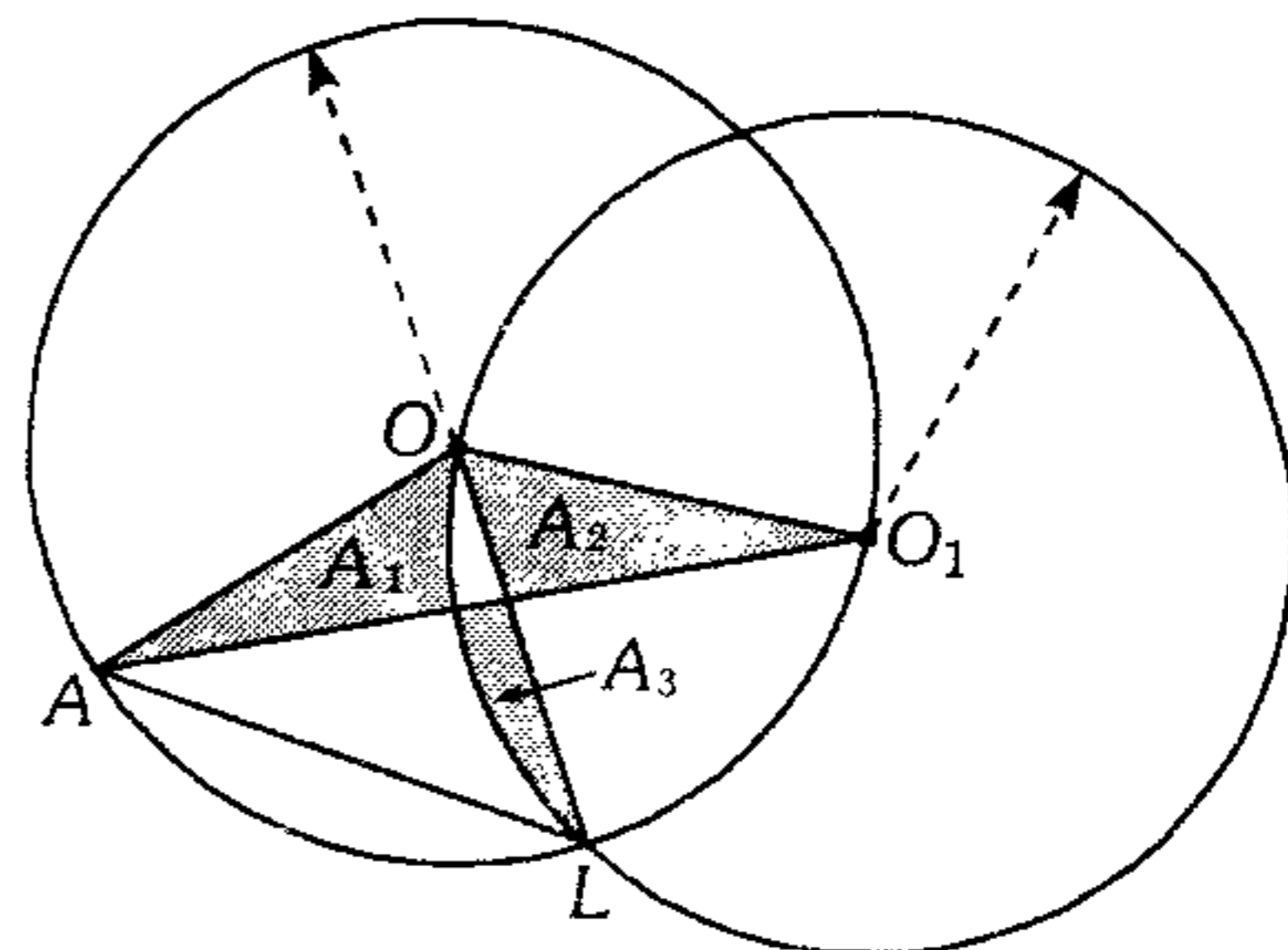
- A)  $12 u^2$     B)  $48 u^2$     C)  $72 u^2$   
 D)  $24 u^2$     E)  $64 u^2$

387. Dado un cuadrilátero  $ABCD$ , en  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  se ubica los puntos  $M$  y  $N$  respectivamente tal que  $\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CD}$ ,  $\overline{MC} \cap \overline{BN} = \{P\}$ ;  $\overline{AN} \cap \overline{MD} = \{Q\}$ . Si las áreas de las regiones  $BPC$  y  $AQD$  son  $3 m^2$  y  $4 m^2$ , calcule el área de la región  $MPNQ$ .

- A)  $5 m^2$     B)  $6 m^2$     C)  $7 m^2$   
 D)  $8 m^2$     E)  $10 m^2$

### Áreas de Regiones Circulares

388. Según la figura  $A_1, A_2$  y  $A_3$  son las áreas de las regiones sombreadas en las cuales se cumple que  $A_1 + A_2 - A_3 = (3\sqrt{3} - \pi) u^2$  y  $\overline{AL} \parallel \overline{O_1O}$ . Calcule el área del círculo de centro  $O$ .



- A)  $12\pi u^2$     B)  $4\pi u^2$     C)  $5\pi u^2$   
 D)  $3\pi u^2$     E)  $6\pi u^2$

389. Dado un segmento  $MN$ , con centros  $M$  y  $N$  se traza las circunferencias  $C_1$  y  $C_2$  respectivamente cuyos radios son iguales a  $R$ . Sea  $A$  un punto de  $C_1$  y  $B$  un punto de  $C_2$ , calcule el área del lugar geométrico de los puntos  $P$ , siendo  $P$  punto medio de  $\overline{AB}$ .

- A)  $\frac{\pi R^2}{2}$     B)  $\frac{2\pi R^2}{3}$     C)  $\frac{\pi R^2}{3}$   
 D)  $2\pi R^2$     E)  $\pi R^2$



390. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ ,  $AC = 4\sqrt{3}$  y  $m\angle ABC = 30^\circ$ . Tomando como centros a los vértices  $A$  y  $C$ , se traza los arcos  $BE$  y  $BF$ , respectivamente ( $E$  y  $F$  en  $\overline{AC}$ ). Calcule el área del triángulo mixtilíneo  $FBE$ .

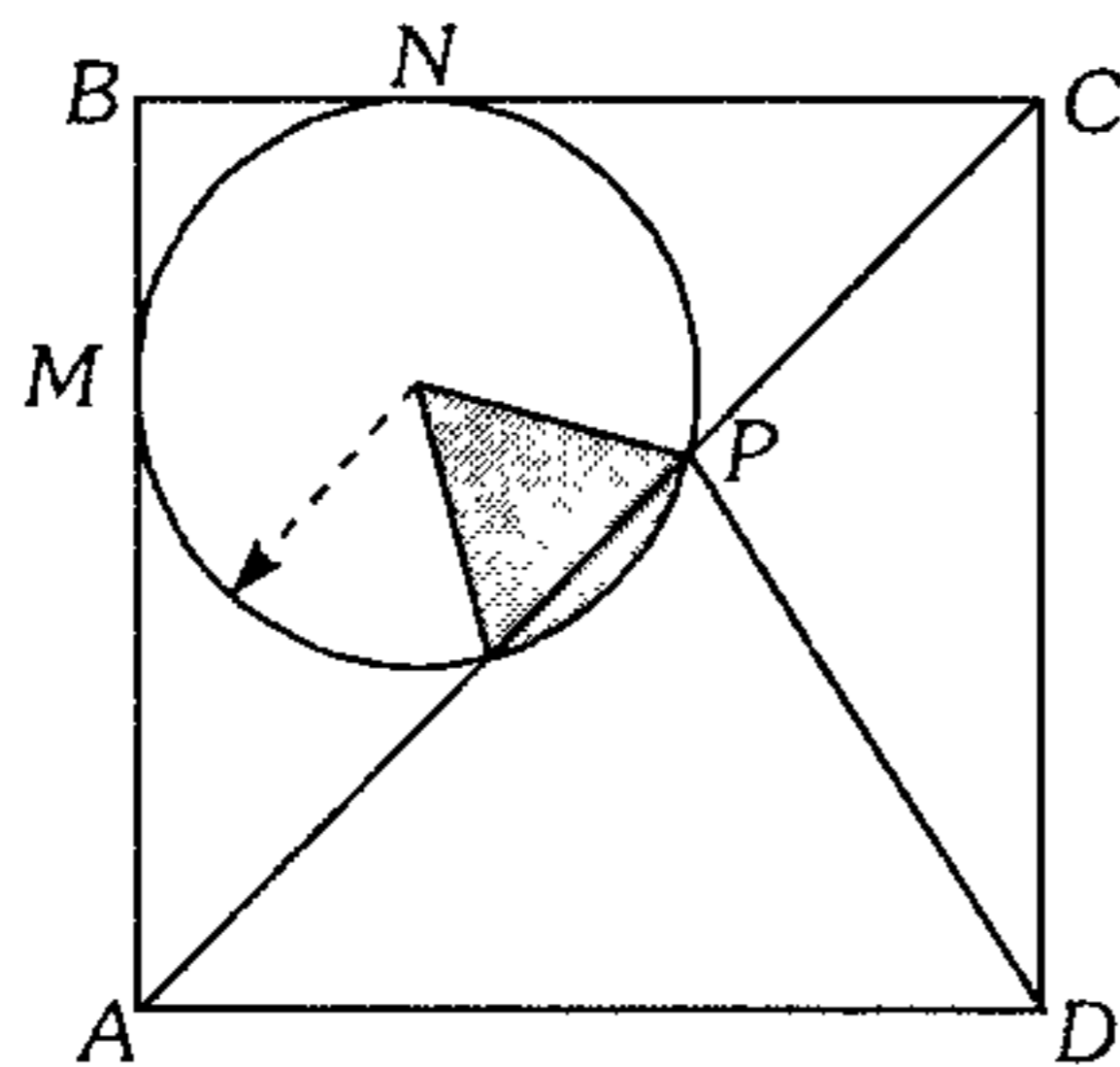
- A)  $5\pi + 6\sqrt{3}$     B)  $5\pi - 6\sqrt{3}$     C)  $3\pi - 6$   
 D)  $5\pi$     E)  $6\pi - 5\sqrt{3}$

391. Se tiene una circunferencia de radio 6 cm. Calcule el área de la región limitada por el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas que contienen un punto de dicha circunferencia.

- A)  $25\pi$     B)  $6\pi$     C)  $4\pi$   
 D)  $16\pi$     E)  $9\pi$

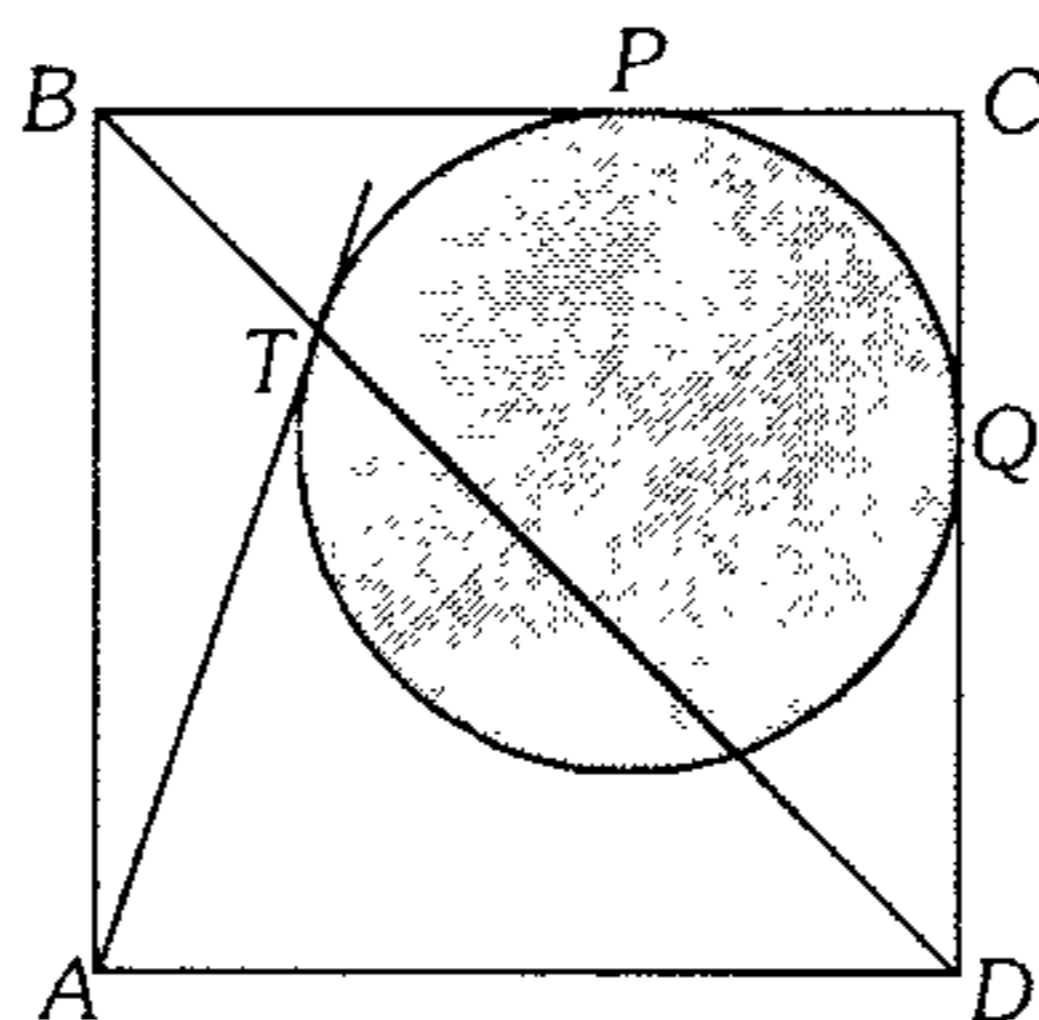
392. Según el gráfico, calcule el área de la región sombreada, si  $NC = 12\sqrt{2}$ ,  $PD = \sqrt{290}$ , además  $M$  y  $N$  son puntos de tangencia.

- A)  $\frac{10\pi}{3}$   
 B)  $\frac{\pi}{2}$   
 C)  $\frac{20\pi}{9}$   
 D)  $\frac{20\pi}{3}$   
 E)  $\frac{20\pi}{7}$



393. En el gráfico calcule el área del círculo sombreado.  $ABCD$  es un cuadrado;  $P$ ,  $T$  y  $Q$  son puntos de tangencia y  $AB = 3(\sqrt{5} + 3)$

- A)  $16\pi$   
 B)  $25\pi$   
 C)  $36\pi$   
 D)  $36\sqrt{2}\pi$   
 E)  $18\sqrt{2}\pi$



394. Sea una región triangular  $ABC$  de baricentro  $G$  inscrito en una circunferencia de radio  $R$ . Siendo  $B$  y  $C$  puntos fijos, calcule el área de la región limitada por el lugar geométrico de  $G$  al mover  $A$  en la circunferencia.

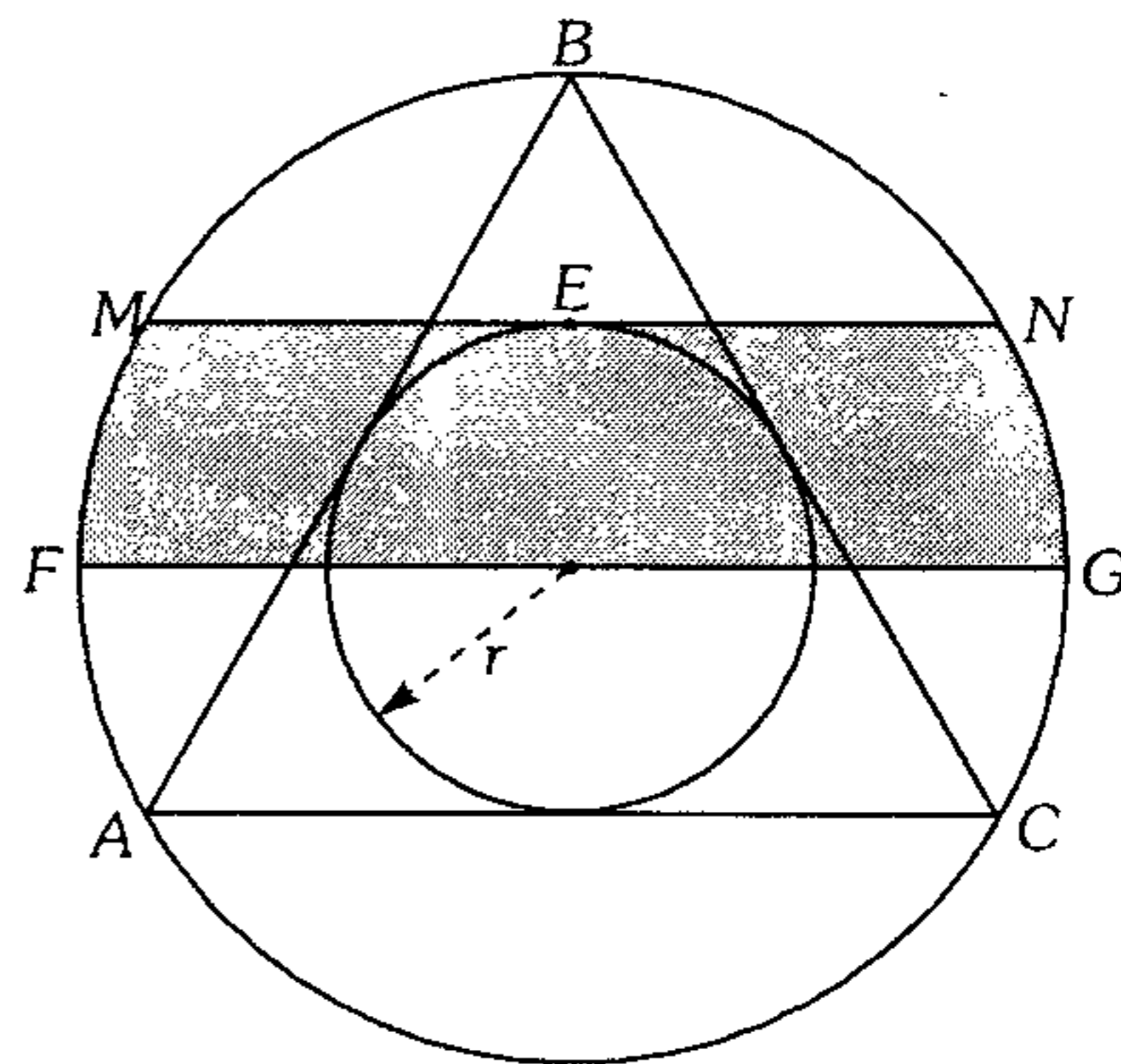
- A)  $\pi R^2$     B)  $\frac{\pi R^2}{4}$     C)  $\frac{\pi R^2}{9}$   
 D)  $\frac{4\pi R^2}{9}$     E)  $\frac{8\pi R^2}{9}$

395. Calcule el área del círculo de centro  $O$  inscrito en un cuadrilátero bicéntrico  $ABCD$  si

$$\frac{1}{(AO)^2} + \frac{1}{(OC)^2} = \frac{1}{25}$$

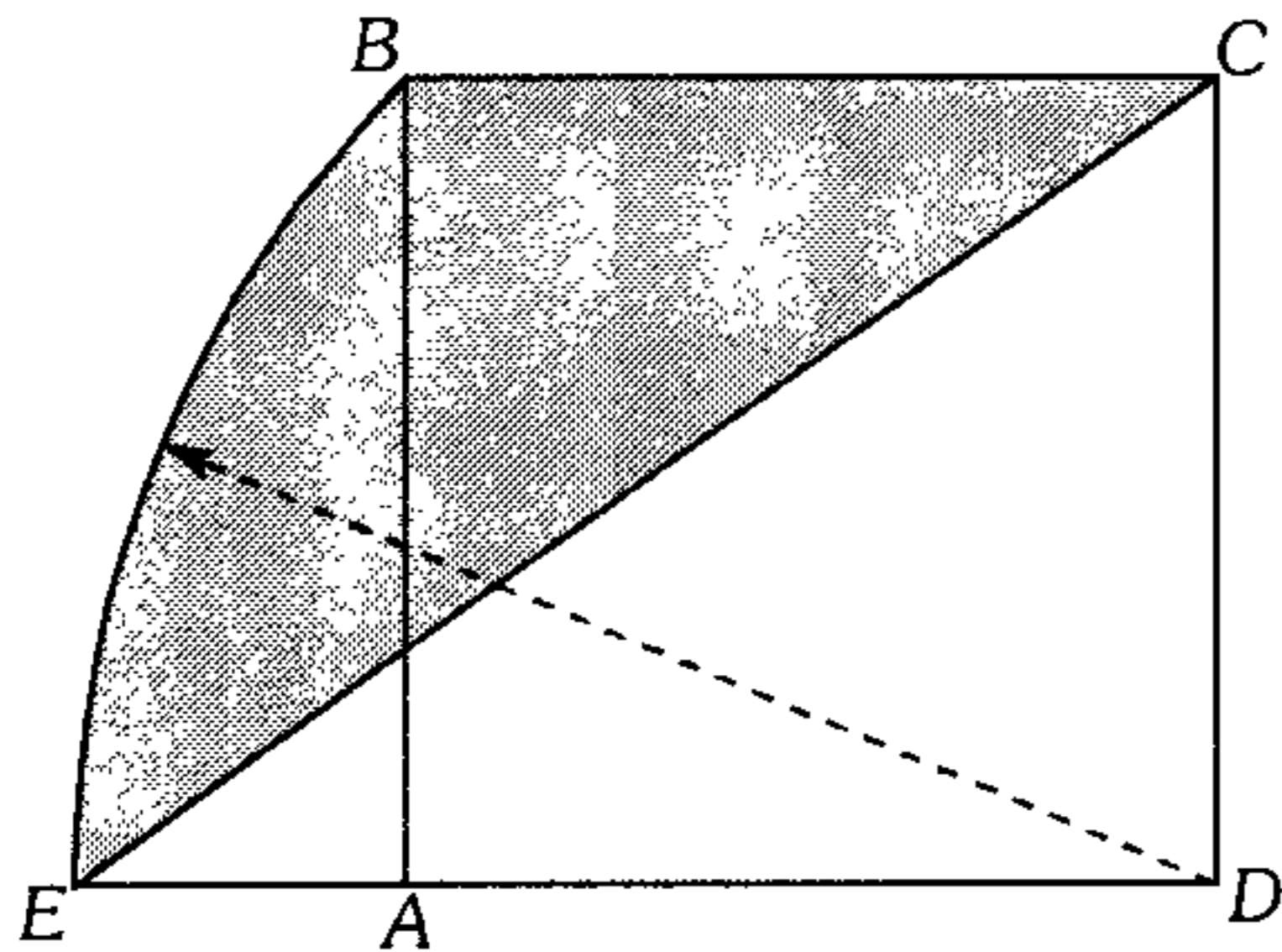
- A)  $5\pi$     B)  $10\pi$     C)  $25\pi$   
 D)  $45\pi$     E)  $125\pi$

396. Calcule el área de la faja circular sombreada si el triángulo  $ABC$  es equilátero y  $r = 1$  m.



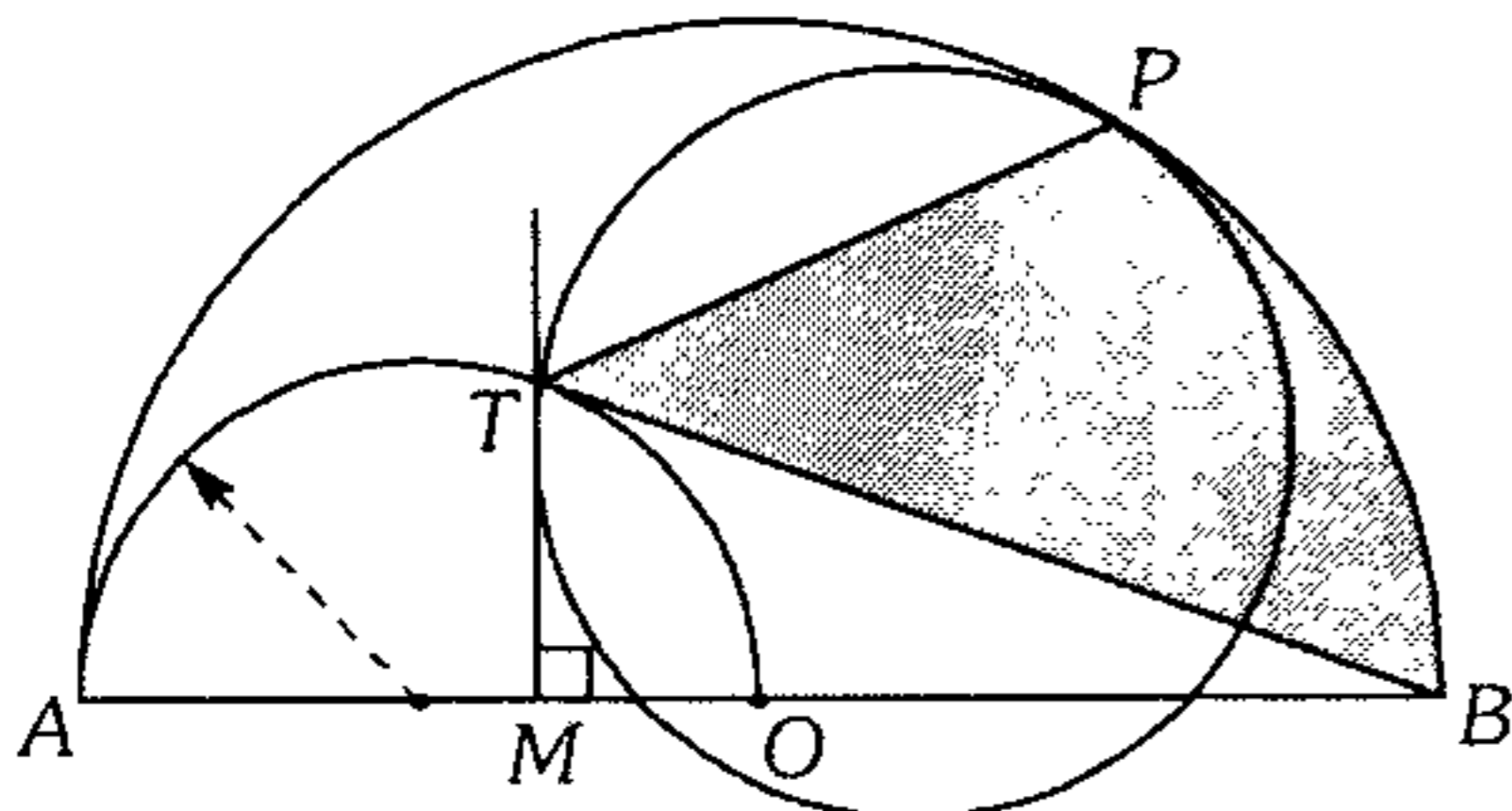
- A)  $\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$     B)  $\frac{8\pi}{3} - \sqrt{3}$   
 C)  $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{2}$   
 D)  $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$     E)  $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$

**397.** Calcule el área de la región sombreada, si el área de la región limitada por el cuadrado  $ABCD$  mide  $S$ .



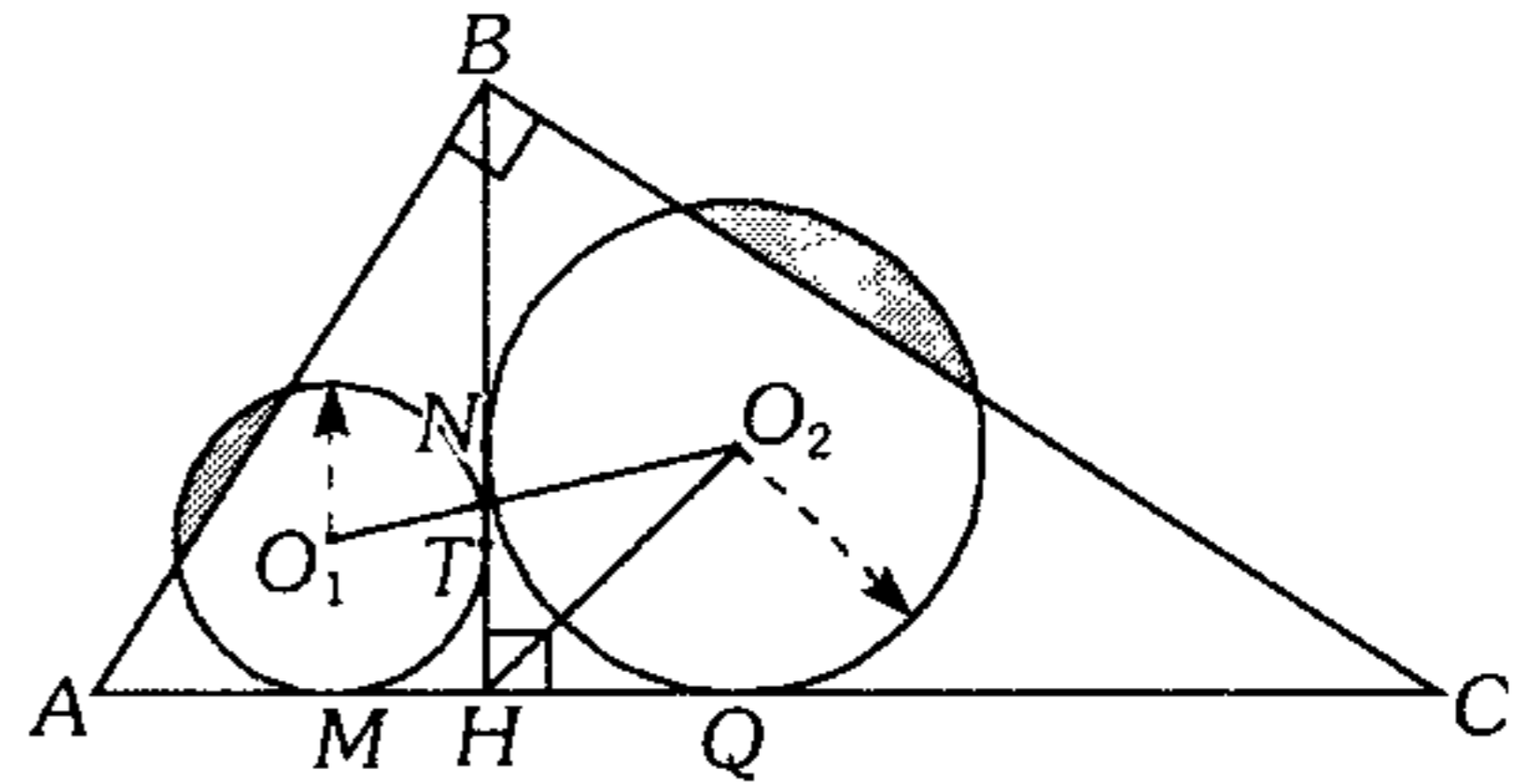
- A)  $S \left( \frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right)$
- B)  $S \left( \frac{\pi + 2\sqrt{2} - 2}{8} \right)$
- C)  $S \left( \frac{\pi}{4} - 2 + \sqrt{2} \right)$
- D)  $S \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right)$
- E)  $S \left( \frac{\pi + 2\sqrt{2} - 2}{4} \right)$

**398.** Del gráfico, calcule el área de la región sombreada si  $AM=9$  m,  $MO=3$  m ( $T$  y  $P$  son puntos de tangencia).



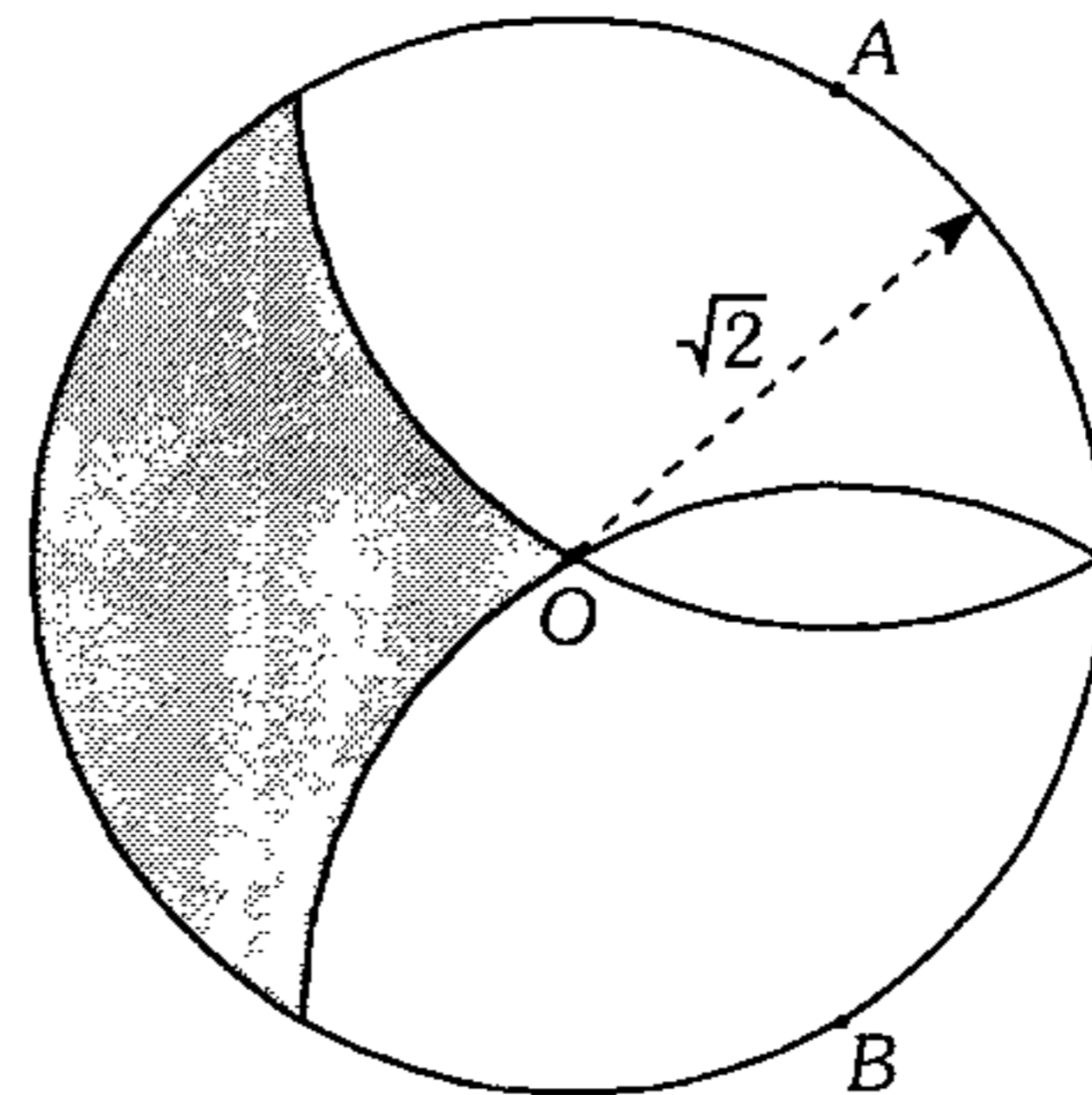
- A)  $12\pi \text{ m}^2$     B)  $6\pi \text{ m}^2$     C)  $8\pi \text{ m}^2$
- D)  $24\pi \text{ m}^2$     E)  $48\pi \text{ m}^2$

**399.** Del gráfico, calcule la razón de área de las regiones sombreadas si  $m\angle O_1O_2H = 37^\circ$ ;  $AM=MH$  y  $BN=NH$  ( $M, T, N$  y  $Q$  son puntos de tangencia).



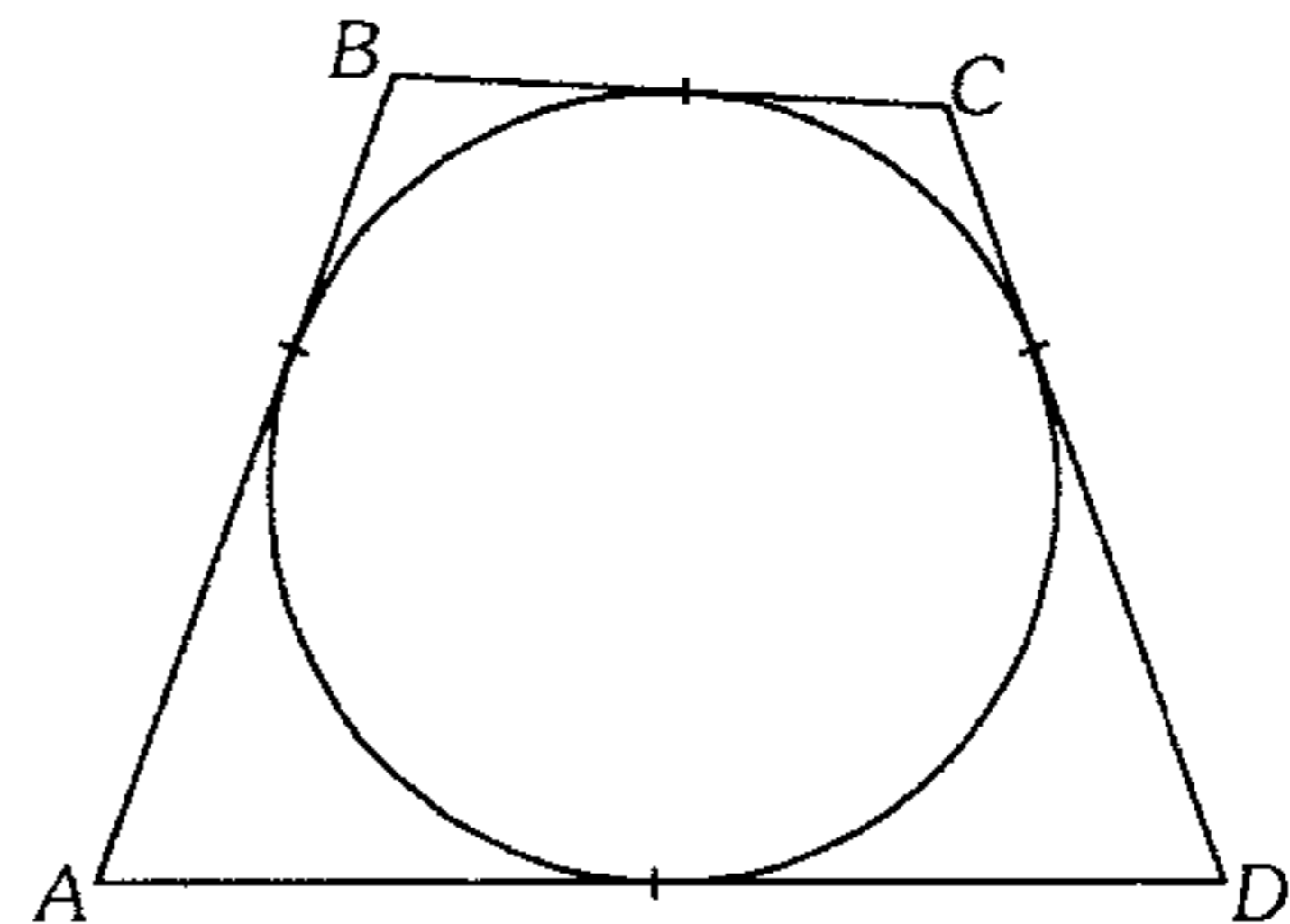
- A)  $1/2$     B)  $1/3$     C)  $3/4$
- D)  $9/4$     E)  $9/16$

**400.** En el gráfico, si  $A, B$  y  $O$  son centros, calcule el área de la región sombreada.



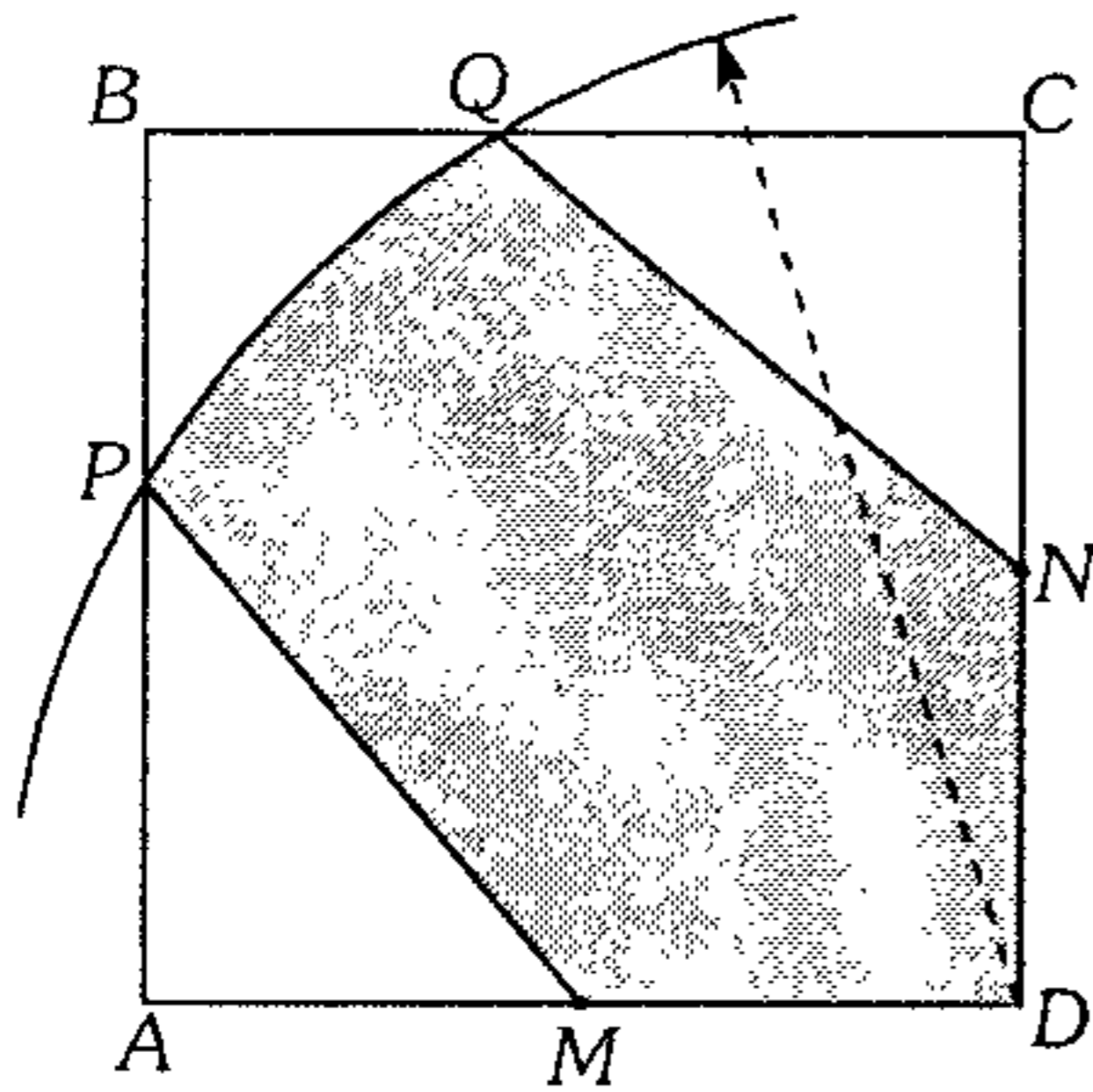
- A) 2    B)  $\sqrt{3}$     C)  $2\sqrt{2}$
- D)  $2\sqrt{3}$     E) 3

**401.** Calcule el área del círculo inscrito en el trapecio  $ABCD$ , si el producto de las longitudes de los segmentos que se determinan en los lados por los puntos de tangencia es 256.



- A)  $2\pi$     B)  $6\pi$     C)  $4\pi$
- D)  $16\pi$     E)  $8\pi$

402. En el cuadrado  $ABCD$ , calcule el área de la región sombreada, si  $AM=MD$ ,  $CN=ND$ ,  $BP=1$  cm y  $AP=3$  cm.

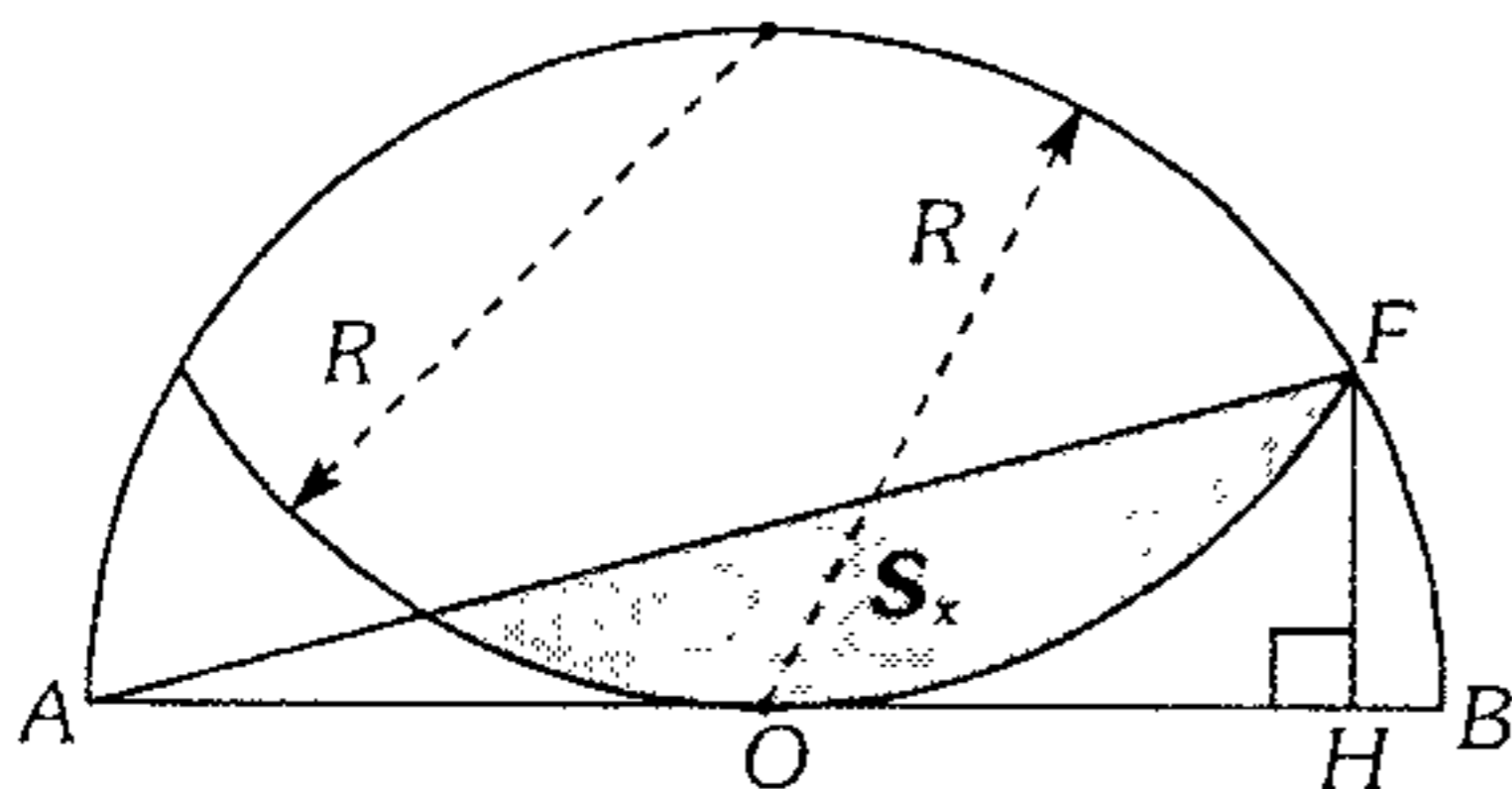


- A)  $\frac{10\pi}{9} + 4$     B)  $\frac{6\pi}{7} + 2$     C)  $\frac{16\pi}{9} + 12$   
 D)  $\frac{10\pi}{9} + 12$     E)  $\frac{10\pi}{9} + 6$

403. Se tiene dos circunferencias de centros  $O_1$  y  $O_2$ , secantes en  $A$  y  $B$ , donde  $O_2$  pertenece a la circunferencia de centro  $O_1$ ; la prolongación de  $\overline{BO_2}$  interseca a la de centro  $O_2$ , en  $M$ , y en el arco  $AO_2$  se toma un punto  $P$  tal que la prolongación de  $\overline{AP}$  interseca a la de centro  $O_2$  en  $N$ . Si la recta  $PO_2$  interseca a la circunferencia de centro  $O_2$  en  $T$  y  $L$ , calcule la razón de las áreas de los triángulos mixtilíneos  $\overline{LM} - \overline{MN} - \overline{LN}$ ;  $\overline{TM} - \overline{MN} - \overline{TN}$ .

- A) 1:2    B) 2:1    C) 1:1  
 D) 1:3    E) 3:1

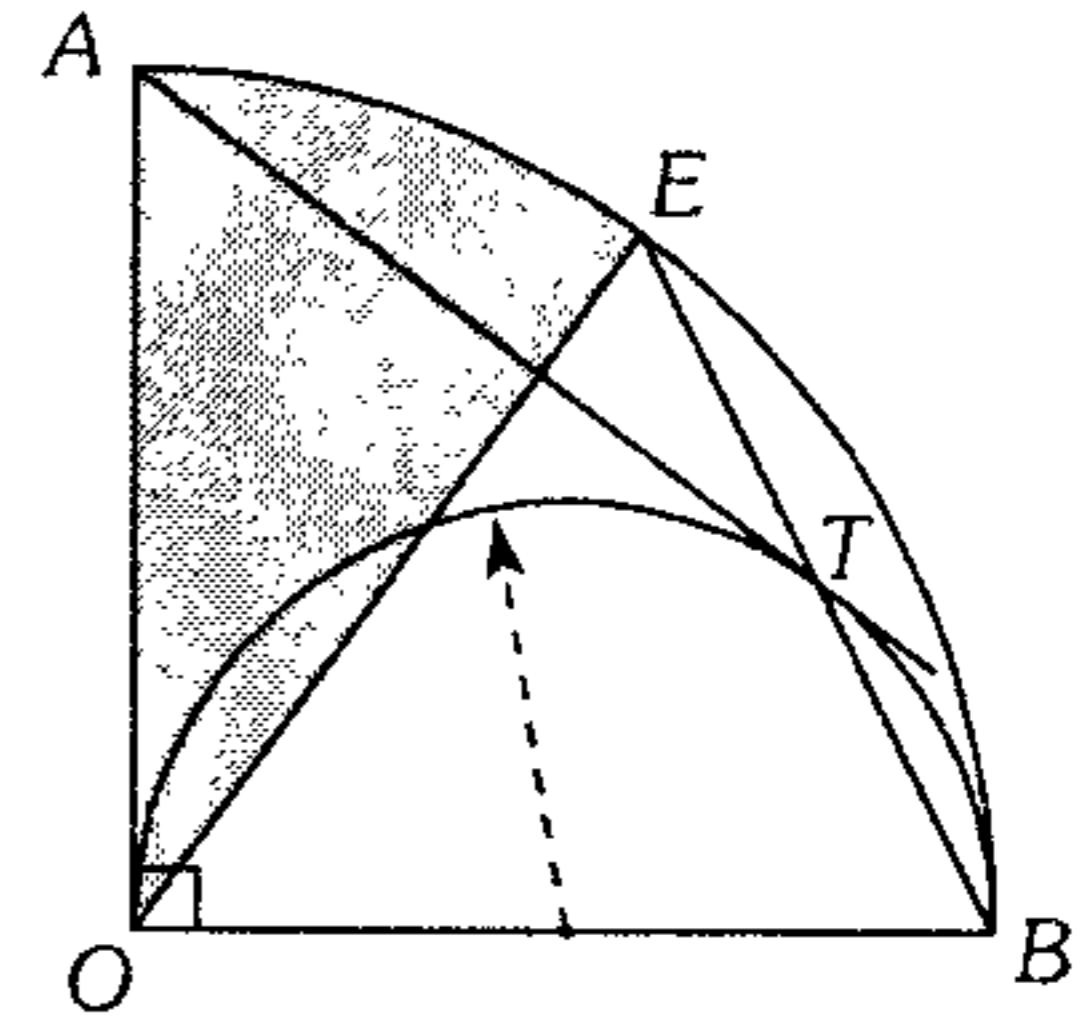
404. En la figura mostrada, calcule  $S_x$  si  $AO=OB$  y  $FH=2$ .



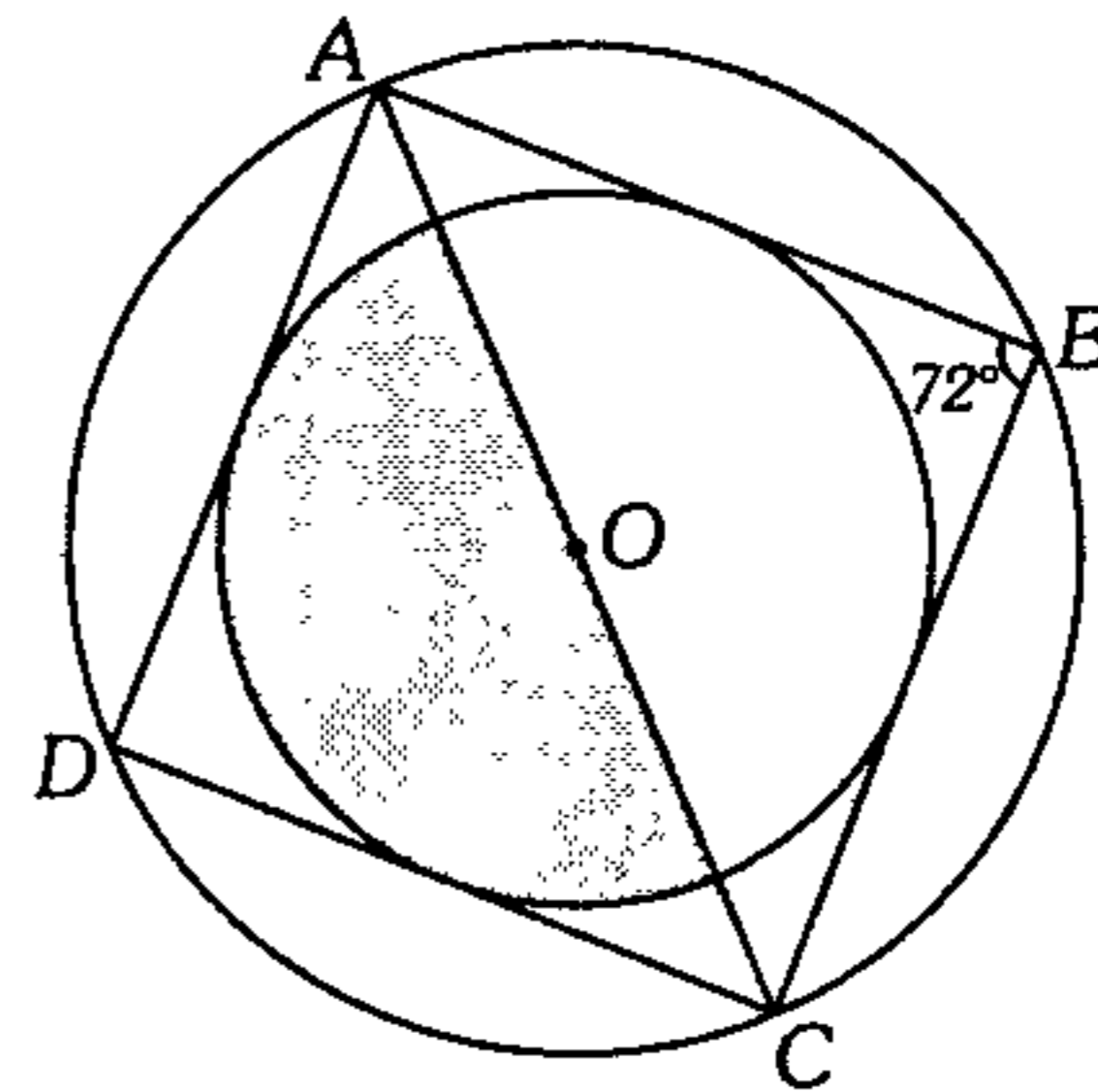
- A)  $4(\pi - 2)$     B)  $9(\pi - 2)/2$   
 C)  $9(\pi - 3)/4$   
 D)  $9(\pi - 6)/4$     E)  $9(\pi - 2)/4$

405. Según el gráfico  $O$ ,  $T$  y  $B$  son puntos de tangencia, calcule el área de la región sombreada si  $AO=OB=6\sqrt{10}$ .

- A)  $27\pi$   
 B)  $37\pi$   
 C)  $53\pi$   
 D)  $25\pi$   
 E)  $38\pi$

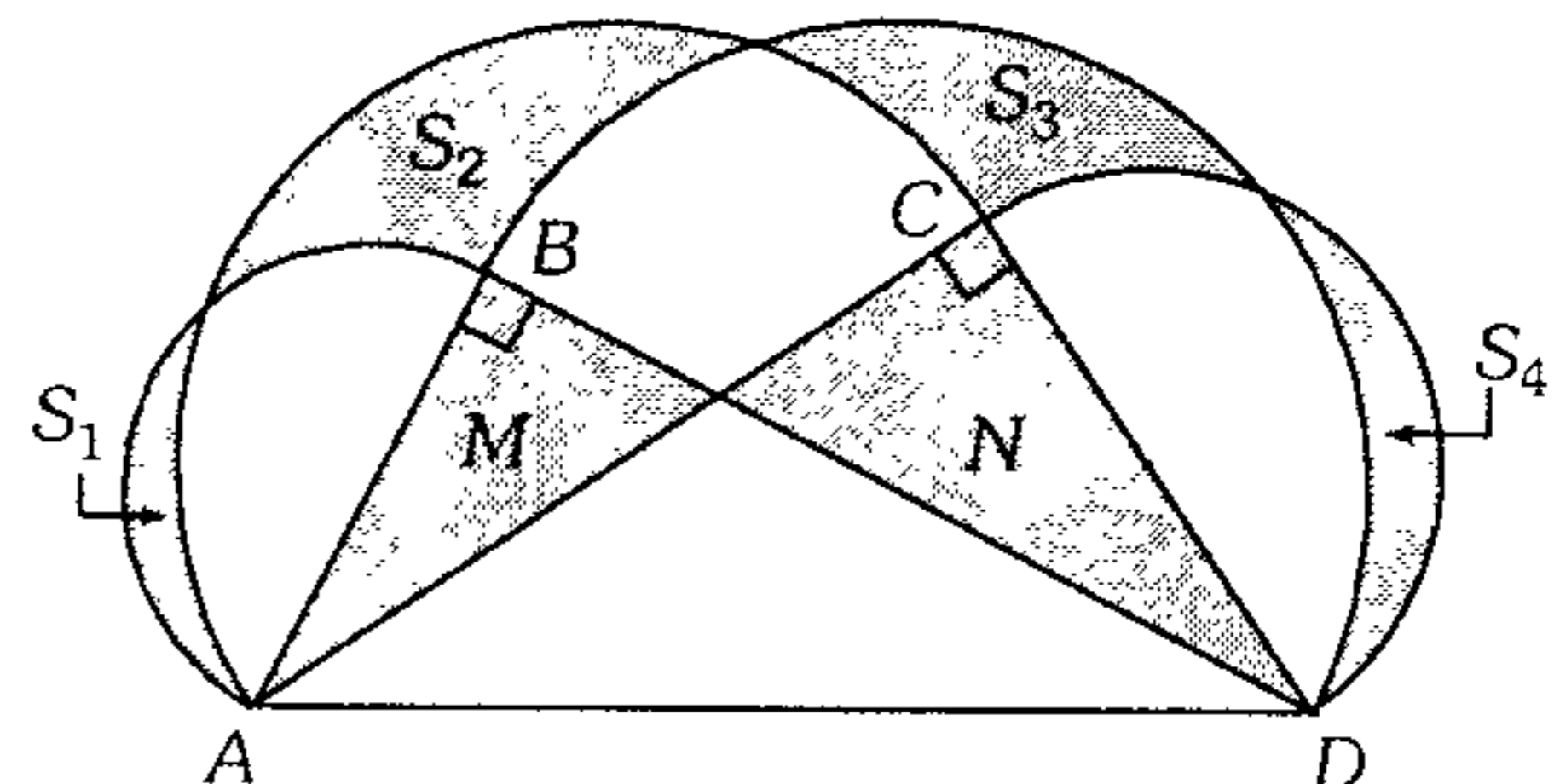


406. En la figura  $OA=15$  cm,  $OC=20$  cm. Calcule el área de la región sombreada.



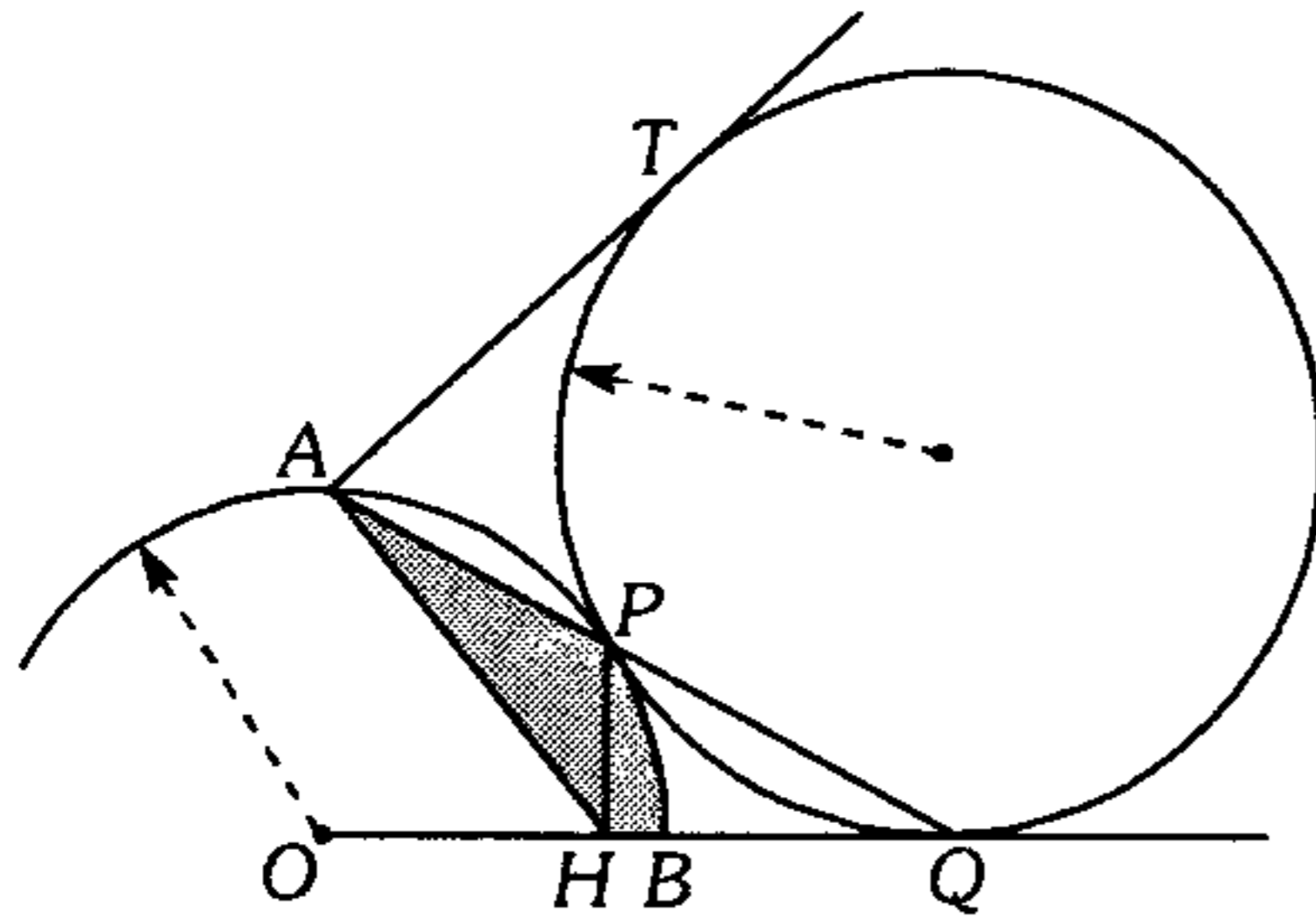
- A)  $50,6\pi \text{ cm}^2$     B)  $62,4\pi \text{ cm}^2$   
 C)  $64,8\pi \text{ cm}^2$   
 D)  $72,4\pi \text{ cm}^2$     E)  $76,8\pi \text{ cm}^2$

407. En la figura  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BD}$  y  $\overline{CD}$  son diámetros. Indique la relación entre las áreas de las regiones sombreadas.



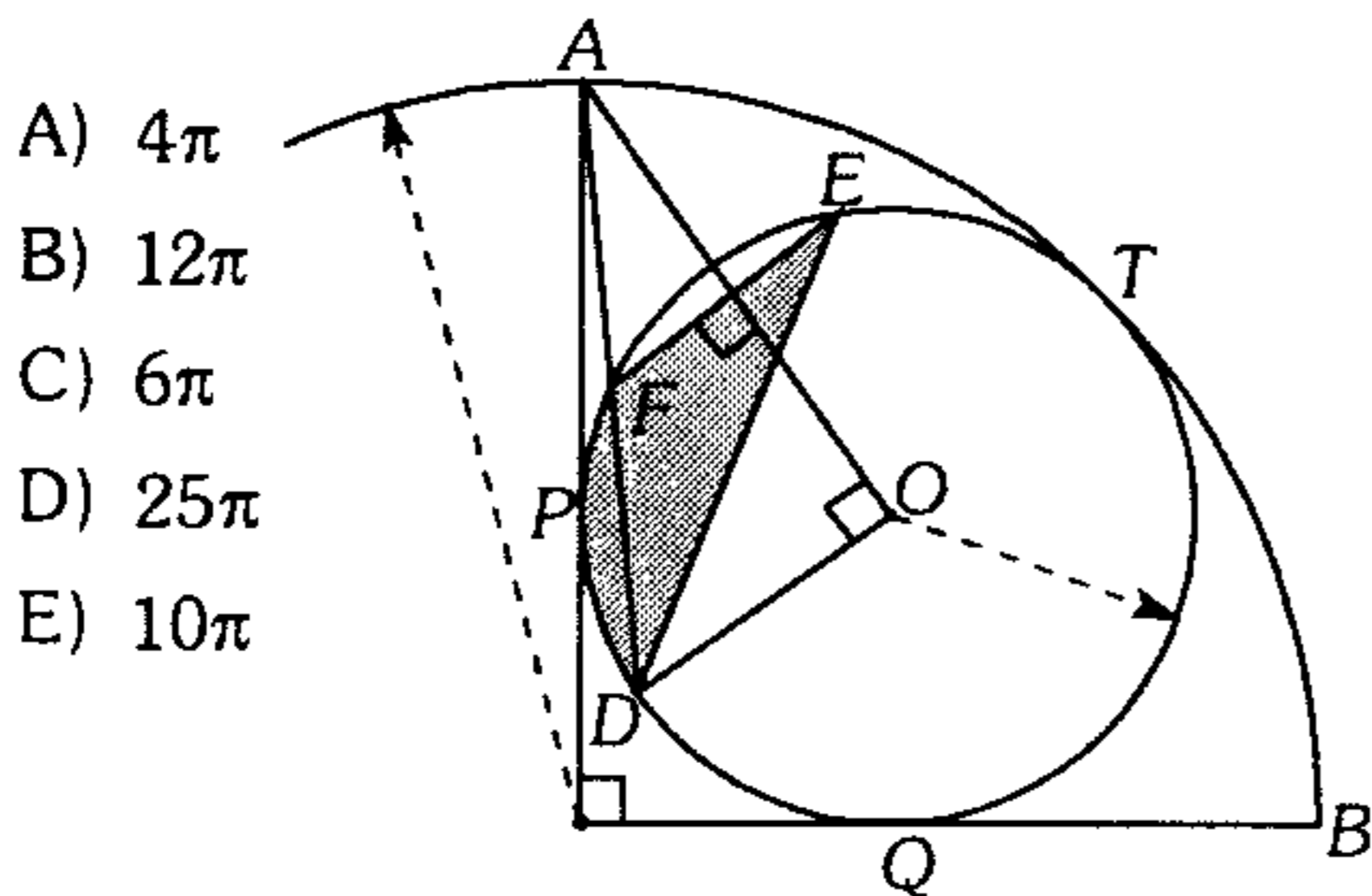
- A)  $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = M + N$   
 B)  $S_1 + S_3 - S_2 - S_4 = M + N$   
 C)  $S_1 + S_3 - S_2 - S_4 = M - N$   
 D)  $S_1 + S_3 + S_2 + S_4 = M - N$   
 E)  $S_1 + S_3 + S_2 - S_4 = M - N$

408. En la figura  $P, Q$  y  $T$  son puntos de tangencia. Si  $AT = 6\sqrt{2} u$  y  $m\widehat{AP} = 2(m\widehat{PB})$ , calcule el área de la región sombreada.



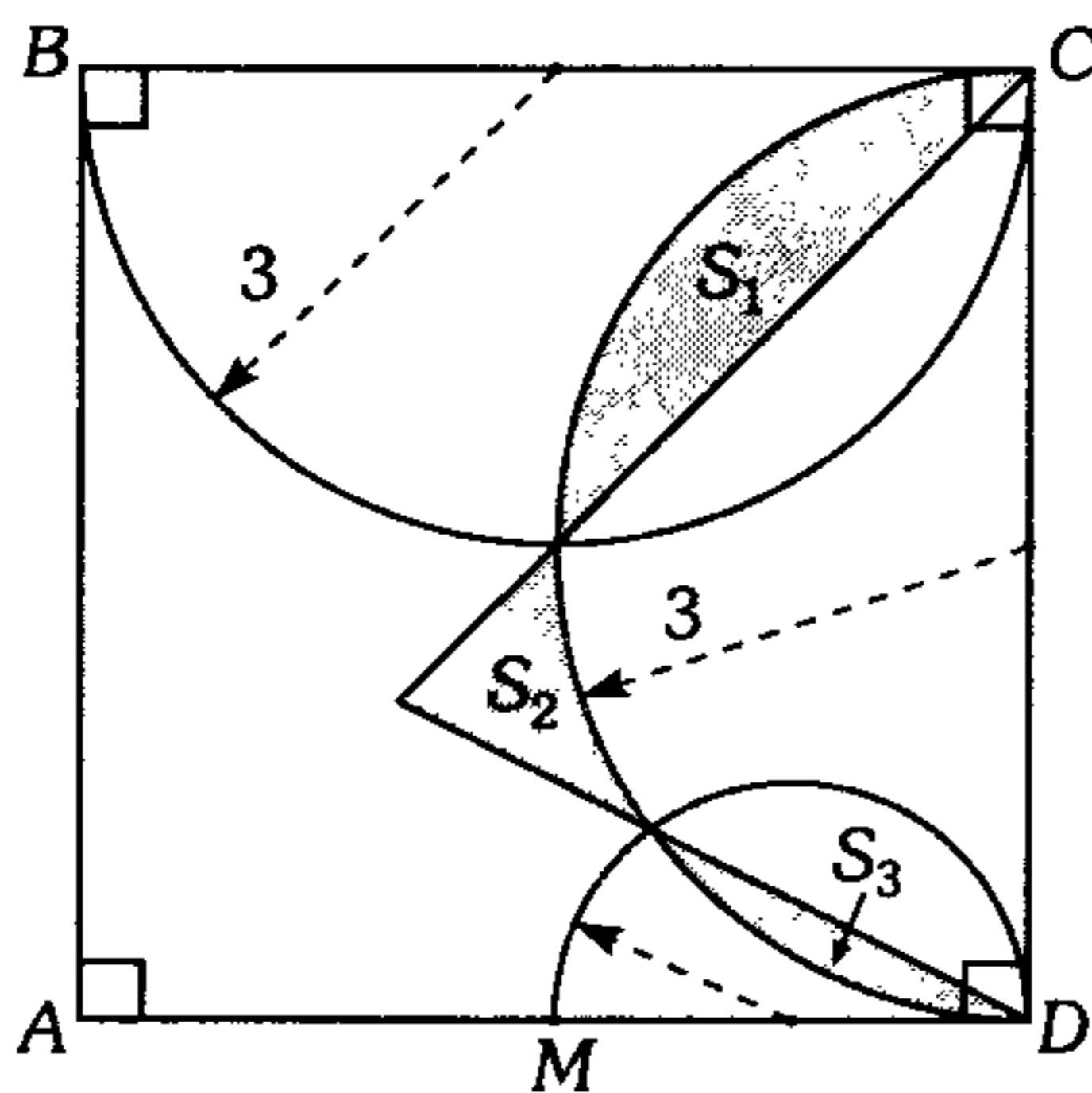
- A)  $2\pi$       B)  $\pi$       C)  $3\pi$   
D)  $4\pi$       E)  $7\pi$

409. En el gráfico,  $P, Q$  y  $T$  son puntos de tangencia. Si  $FE = 6 u$ , calcule el área de la región sombreada.



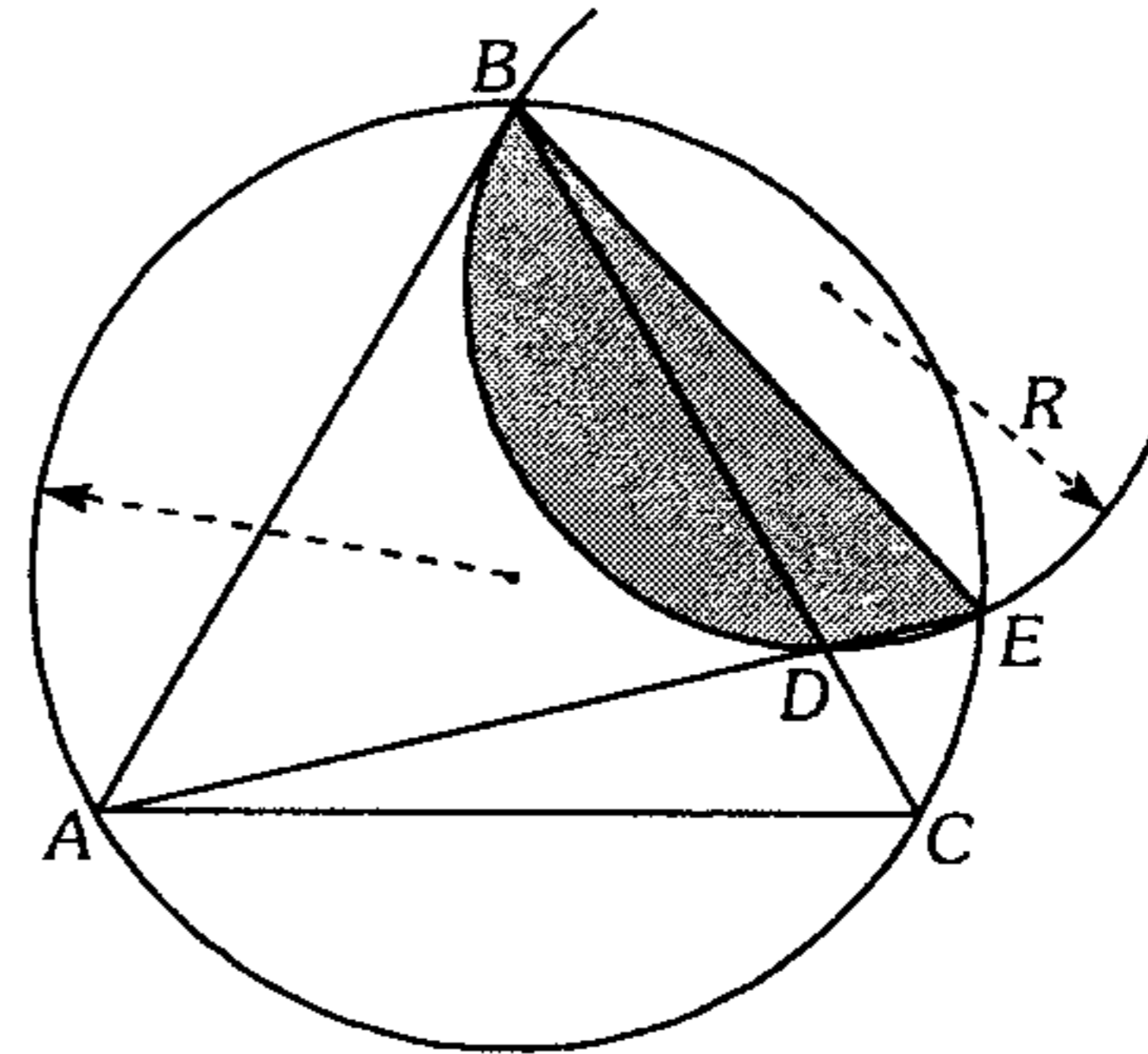
- A)  $4\pi$   
B)  $12\pi$   
C)  $6\pi$   
D)  $25\pi$   
E)  $10\pi$

410. Del gráfico, calcule  $S_1 + S_2 - S_3$ , si  $AM = MD$ .



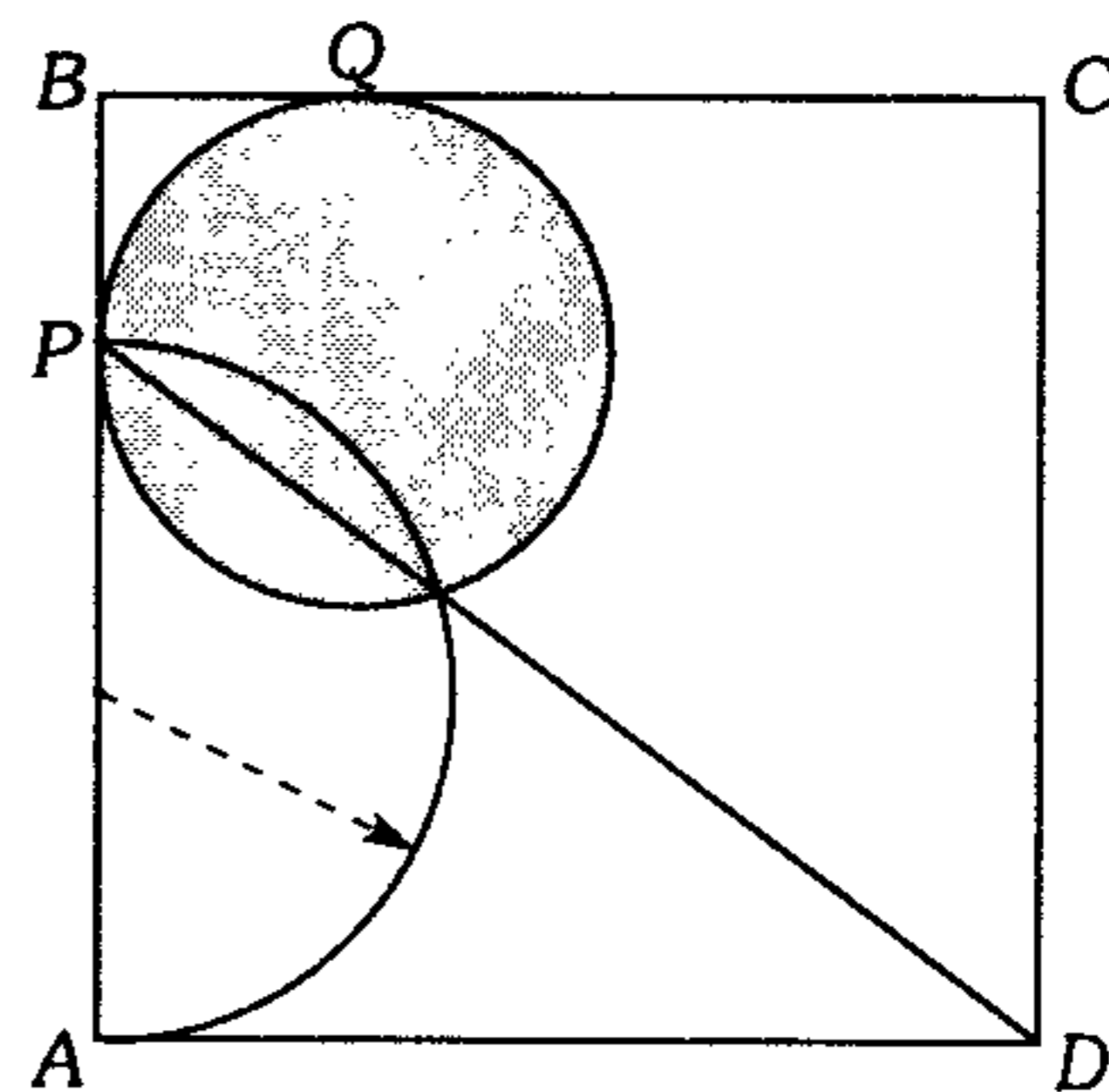
- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6

411. En la figura, el triángulo  $ABC$  es equilátero. Si la  $m\angle BAE = 45^\circ$  y  $DE = (\sqrt{8 - 4\sqrt{3}})u$ , calcule el área de la región sombreada.



- A)  $\frac{4}{3}\pi$       B)  $\frac{2}{3}\pi$   
C)  $\frac{7}{4}\pi$   
D)  $\frac{\pi}{3}$       E)  $\frac{5\pi}{4}$

412. Según el gráfico calcule el área del círculo sombreado, si  $ABCD$  es un cuadrado cuyo lado mide  $3(\sqrt{3} + 2)$  cm ( $P$  y  $Q$  son puntos de tangencia).



- A)  $6\pi$       B)  $4\pi$   
C)  $\pi$   
D)  $9\pi$       E)  $25\pi$

## Geometría del Espacio

**413.** Indique el valor de verdad de las proposiciones.

- I. Si una recta tiene sólo un punto en común con una circunferencia y es perpendicular al radio que pasa por dicho punto, esta recta sería tangente a la circunferencia.
- II. Todo plano determinado por dos paralelas a otro plano, es siempre paralelo al segundo.
- III. Por dos rectas que se cruzan en el espacio pueden pasar más de dos planos paralelos entre sí.
- IV. Si una recta es paralela a un plano, la paralela trazada a dicha recta por un punto del plano, está contenida en el plano.

- A) VFVF      B) VVFF      C) VFFV  
D) FFVV      E) FFFV

**414.** En un plano  $P$  se ubica un punto  $M$  por el cual se levanta una perpendicular al plano. Luego sobre dicha perpendicular se ubica un punto  $N$  por el cual se traza un plano  $Q$  paralelo al plano  $P$ ; entonces se puede afirmar que

- I. si una recta es secante a los planos, entonces las medidas de los ángulos entre la recta y dichos planos son diferentes.
- II. el plano  $Q$  no es perpendicular a la recta  $MN$ .
- III. si dos ángulos que están en los planos  $P$  y  $Q$  tienen sus lados respectivamente paralelos y del mismo sentido, entonces las medidas son iguales.

- A) Solo I es correcto  
B) Solo II es correcto  
C) Solo III es correcto  
D) I y II son correctos  
E) I y III son correctos

**415.** Si una recta es perpendicular a tres rectas dadas, entonces

- A) las tres rectas dadas tienen que estar en un mismo plano que contenga a la perpendicular.
- B) las tres rectas dadas tienen que ser paralelas.
- C) por las tres rectas se puede trazar tres planos paralelos entre sí.

- D) las tres rectas dadas no pueden estar contenidas en planos paralelos entre sí.
- E) ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

**416.** Indique el valor de verdad de las proposiciones.

- I. Toda recta perpendicular a un plano es perpendicular a cualquier recta contenida en el plano.
- II. La intersección de 3 planos es necesariamente una recta.
- III. Dos planos que forman ángulos diedros congruentes con un tercero son paralelos entre sí.
- IV. Cuando dos planos son perpendiculares, todo plano perpendicular a su intersección es perpendicular a ambos planos.

- A) VVFF      B) VFVF      C) VFFV  
D) VVVF      E) FVVF

**417.** De las siguientes proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

- I. Puede haber en el espacio cuatro rectas alabeadas que son ortogonales dos a dos.
- II. Hay en el espacio una recta que interseca a tres rectas alabeadas dos a dos.
- III. Hay sólo una recta que es ortogonal a tres rectas alabeadas dos a dos.

- A) I y II      B) II y III      C) I y III  
D) Solo I      E) Solo II

**418.** Se tiene dos rectas alabeadas, en una de ellas están los puntos  $A$  y  $C$  y en la otra los puntos  $B$  y  $D$ , tal que  $AB$  es la distancia entre dichas rectas,  $AC$  es la distancia entre  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ ; además  $AB=m$  y  $AC=n$ . ¿A qué distancia del plano que contiene el triángulo  $ABC$  está el punto  $D$  si el ángulo entre  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  es el complemento del ángulo entre  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ ?

- A)  $\frac{(m+n)}{2}$       B)  $m+n$       C)  $\sqrt{m^2+n^2}$   
D)  $\frac{mn}{(m+n)}$       E)  $\sqrt{mn}$

419. En un plano  $H$  se ubica el triángulo  $ABC$ . Por  $A$  se traza una perpendicular  $AQ$  al plano  $H$ . Si  $AB=15$ ,  $BC=13$ ,  $CA=14$  y  $AQ=9$ , calcule la distancia entre  $\overline{QB}$  y  $\overline{AC}$ .

- A) 5,4      B) 7,2      C) 5  
D) 6              E) 9

420. Sean  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$  rectas alabeadas. en  $\mathcal{L}_1$  se ubica los puntos  $A$  y  $B$ ; luego en  $\mathcal{L}_2$  se ubica los puntos  $R$  y  $S$  tal que  $AR$  es la distancia entre dichas rectas. En  $\overline{AR}$  se ubica el punto  $M$  que equidista de  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  y  $\overline{BS}$ . Si  $AB=m$  y  $RS=n$ , calcule  $BS$ .

- A)  $m+n$       B)  $\frac{mn}{m+n}$       C)  $m-n$   
D)  $\frac{m+n}{2}$               E)  $\frac{2mn}{m+n}$

421. Por el circuncentro  $O$  del triángulo equilátero  $ABC$  se traza  $\overline{OP}$  perpendicular a su respectivo plano,  $H$  es el ortocentro del triángulo  $APB$ . Calcule la medida del ángulo entre  $\overline{AP}$  y  $\overline{HC}$ .

- A)  $60^\circ$       B)  $75^\circ$       C)  $120^\circ$   
D)  $90^\circ$               E)  $45^\circ$

422. Exterior a un plano  $P$  se ubica un segmento  $AB$ , sobre dicho plano se ubica los puntos  $M$ , tal que  $(AM)^2 - (BM)^2$  es constante. ¿Cuál es lugar geométrico de  $M$ ?

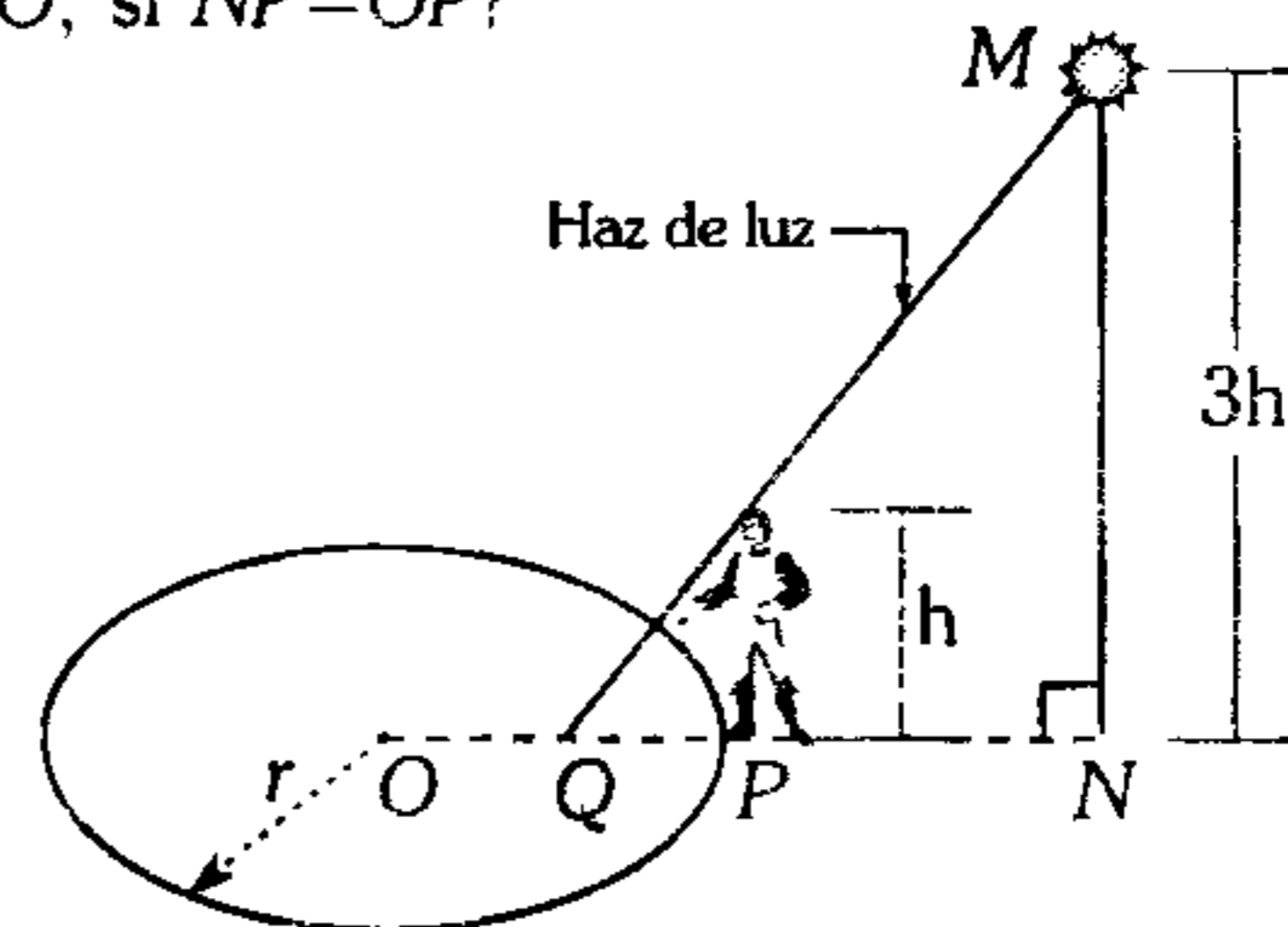
- A) Una parábola  
B) Una circunferencia  
C) Una recta  
D) Una hipérbola  
E) Un círculo

423. Sean  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$  rectas alabeadas y ortogonales, en  $\mathcal{L}_1$  se ubica los puntos  $A$  y  $C$  y en  $\mathcal{L}_2$  los puntos  $B$  y  $D$ , tal que  $\overline{AB}$  es perpendicular común a  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$ . Si el segmento que une los

puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  tiene longitud 4 cm, calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de  $\overline{AD}$  y  $\overline{BC}$ .

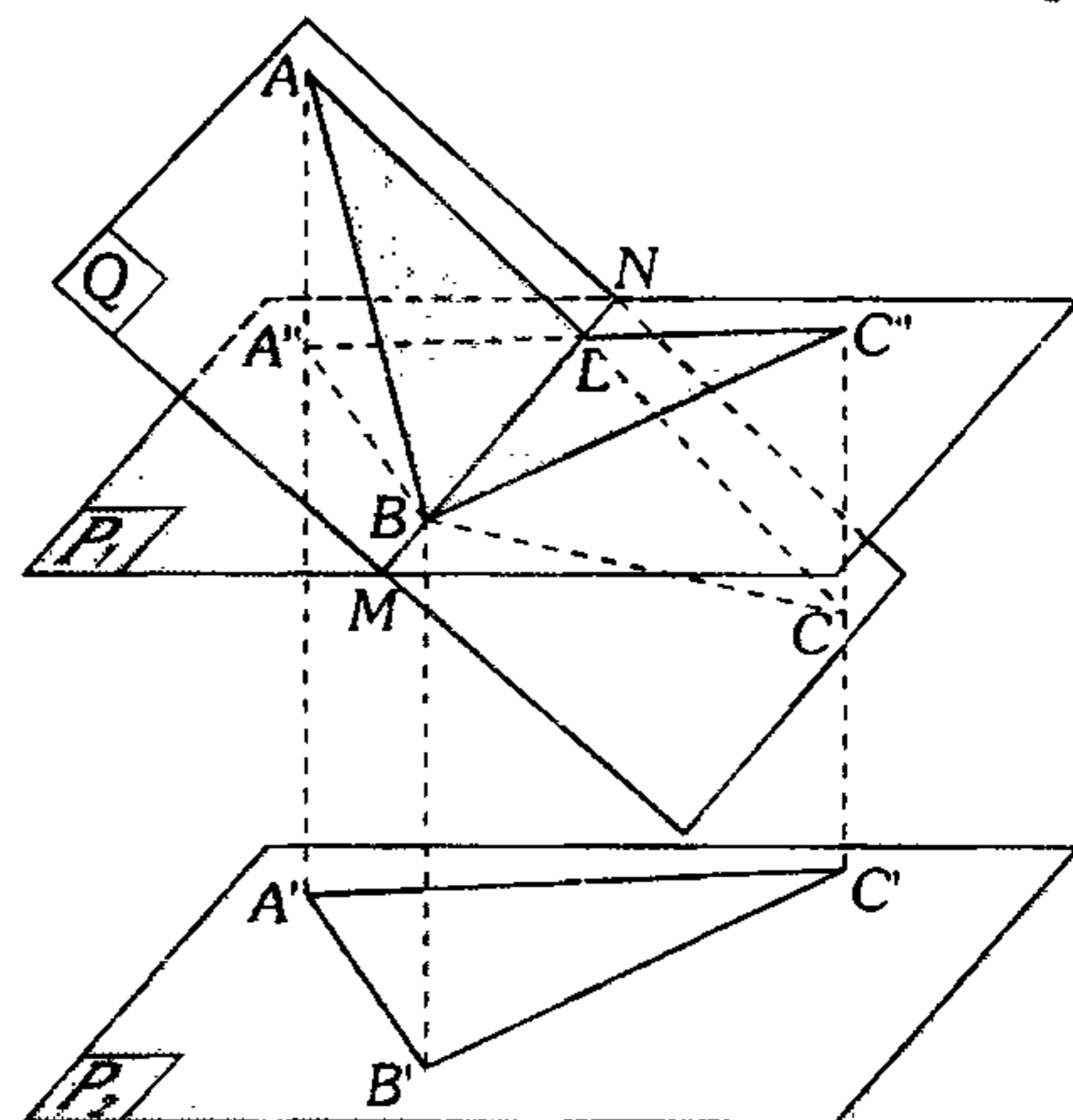
- A) 2 cm      B)  $2\sqrt{2}$  cm      C) 3 cm  
D) 4 cm              E)  $4\sqrt{2}$  cm

424. En la figura mostrada, ¿qué lugar geométrico genera el punto  $Q$  cuando el hombre empieza a desplazarse alrededor del círculo de centro  $O$ , si  $NP=OP$ ?



- A) Elipse              B) Hipérbola  
C) Circunferencia  
D) Recta              E) Parábola

425. En el gráfico mostrado, los triángulos  $ABL$  y  $C''BL$  son congruentes,  $A'B' = \sqrt{40}$ ,  $B'C' = 7$  y  $A'C' = 9$ . Si los planos  $P_1$  y  $P_2$  son paralelos, calcule la medida del diedro formado por los planos  $P_2$  y  $Q$  ( $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  son las proyecciones ortogonales de  $A$ ,  $B$  y  $C$  sobre el plano  $P_2$ ).



- A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $53^\circ$   
D)  $60^\circ$               E)  $37^\circ$

426. Dado un cuadrado  $ABCD$ , por  $A$  se traza  $\overline{AQ}$  perpendicular al plano que contiene al cuadrado. Si  $AB=a$  y  $AQ=b$ , calcule la medida del diedro determinado por las regiones  $BQC$  y  $DQC$ .

- A)  $\arccos\left(\frac{a}{b}\right)$       B)  $\arccos\left(\frac{a+b}{a-b}\right)$   
 C)  $\arccos\left(\frac{-a^2}{a^2+b^2}\right)$   
 D)  $\arccos\left(\frac{a^2+b^2}{b^2}\right)$       E)  $\arccos\left(\frac{a^2-b^2}{b^2}\right)$

427. La proyección de un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , sobre un plano no paralelo a dicho triángulo es  $A'B'C'$  ( $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  son las proyecciones ortogonales de  $A$ ,  $B$  y  $C$  respectivamente), tal que  $\overline{AB}$  es paralelo al plano de proyección. Si  $AB=b$  y  $B'C'=a$ , calcule la distancia entre  $\overline{CC'}$  y la mediana  $AM$  del triángulo  $ABC$ .

- A)  $\frac{ab}{\sqrt{a^2+4b^2}}$       B)  $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+4b^2}}$   
 C)  $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$   
 D)  $\frac{ab}{a+b}$       E)  $\frac{ab}{a+4b}$

428. En el espacio se traza dos rayos  $AX$  y  $BY$  que no se encuentran en un plano y el ángulo entre los dos rayos mide  $90^\circ$ ; su perpendicular común es  $AB$ , en los rayos  $AX$  y  $BY$  se encuentran los puntos  $M$  y  $P$  respectivamente tal que  $2(AM)(BP)=(AB)^2$ . Calcule la distancia del punto medio de  $\overline{AB}$  a la recta  $MP$ , si  $AB=a$ .

- A)  $a$       B)  $\frac{a}{2}$       C)  $\frac{a}{4}$   
 D)  $\frac{a}{3}$       E)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

429. El ángulo diedro entre los planos  $P$  y  $Q$  mide  $\alpha$ . En el plano  $P$  se encuentra un cuadrado cuyo lado mide  $\ell$ , calcule el perímetro de la proyección del cuadrado sobre el plano  $Q$  tal que este sea máximo.

- A)  $2\ell\sqrt{2}\sqrt{1+\cos^2\alpha}$   
 B)  $\ell\sqrt{2}\sqrt{1+\cos^2\alpha}$   
 C)  $2\ell\sqrt{1+\cos^2\alpha}$   
 D)  $\ell\sqrt{1+\cos^2\alpha}$   
 E)  $\ell\sqrt{2}\sqrt{1-\cos^2\alpha}$

430. Se tiene una circunferencia de diámetro  $\overline{AD}$  y un cuadrado  $ABCD$  de centro  $O$  contenidos en planos perpendiculares. En el plano de la circunferencia se ubica un punto  $P$  exterior a ella tal que  $\overline{AP}$  y  $\overline{DP}$  son secantes a la circunferencia  $M$  y  $N$  respectivamente. Si  $m\angle APD = 45^\circ$ , calcule  $m\angle MON$ .

- A)  $60^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $53^\circ$   
 D)  $37^\circ$       E)  $36^\circ$

431. Los triángulos equiláteros  $ABC$  y  $ABD$  están contenidos en planos que forman un diedro que mide  $45^\circ$ . En  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  se ubica los puntos  $E$  y  $F$  respectivamente, tal que  $\frac{BE}{EC} = \frac{FC}{AF} = \frac{3}{2}$ . Calcule la medida del ángulo entre  $\overleftrightarrow{EF}$  y el plano que contiene al triángulo  $ABD$ .

- A)  $\arcsen\left(\frac{3}{4}\right)$       B)  $\arccos\left(\frac{3}{2}\right)$   
 C)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{42}}{28}\right)$   
 D)  $\arcsen\left(\frac{21}{4}\right)$       E)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{67}}{11}\right)$

432. En un cuadrante  $AOB$ , de centro  $O$ , en  $\overline{OB}$  se ubica su punto medio  $M$ , con diámetro  $AM$  se traza una semicircunferencia no coplanar al cuadrante tal que  $OP=PB$ , siendo  $P$  el punto medio de la semicircunferencia. Calcule la medida del ángulo diedro formado por los planos que contienen a la semicircunferencia y al cuadrante.

- A)  $30^\circ$       B)  $37^\circ$       C)  $53^\circ$   
 D)  $45^\circ$       E)  $60^\circ$

433. En un triedro  $O-ABC$ , en  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  y  $\overline{OC}$  se ubica los puntos  $M$ ,  $N$  y  $Q$  respectivamente, tal que  $OM=9$ ,  $ON=12$  y  $OQ=16$ . Si los ángulos  $MON$  y  $NOQ$  son obtusos, calcule el mínimo valor entero del perímetro de la región triangular  $MNQ$ .

- A) 45      B) 43      C) 44  
 D) 40      E) 38

434. En un triedro trirrectángulo  $O-ABC$ ; si  $AB = \sqrt{2}(OC)$ ,  $BC = \sqrt{2}(OA)$  y  $AC = \sqrt{2}(OB)$ , calcule  $m\angle ABC$ .

- A)  $90^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $45^\circ$   
 D)  $60^\circ$       E)  $53^\circ$

435. En un triángulo isósceles  $ABC$  de base  $AC$ , en los lados  $AB$  y  $BC$  se ubica los puntos  $M$  y  $N$  respectivamente. Siendo  $MN=a$ ,  $AN=b$  y  $MC=c$ , se cumple que

- A)  $b^2 = a^2 + c^2$   
 B)  $a^2 = b^2 - c^2$   
 C)  $a^2 < b^2 + c^2$   
 D)  $b - c < a < b + c$   
 E)  $b^2 - c^2 < a^2 < b^2 + c^2$

436. Dado un triedro equilátero donde sus caras miden  $60^\circ$ ; el triedro  $O-ABC$  es su respectivo triedro polar. Calcule la medida del ángulo

entre  $\overline{OA}$  y el plano que contiene a la cara  $OBC$ .

- A)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$       B)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$   
 C)  $\arcsen\left(\frac{1}{2}\right)$   
 D)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$       E)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

437. Se tiene un ángulo tetraedro  $V-ABCD$ , en el cual  $m\angle AVD = m\angle BVC = 30^\circ$ ,  $m\angle AVB = 120^\circ$ . Calcule  $m\angle DVC$ , se sabe que la cara  $DVC$  forma con la cara  $AVB$  un ángulo diedro que mide  $30^\circ$  y además las proyecciones de las aristas  $VD$  y  $VC$  sobre la cara  $AVB$  son isogonales de los lados de esta cara.

- A)  $70^\circ$       B)  $74^\circ$       C)  $80^\circ$   
 D)  $90^\circ$       E)  $106^\circ$

438. Dado un plano  $P$ , luego se traza  $\overline{AB}$  oblicua al plano. Por  $\overline{AB}$  se traza dos planos secantes a  $P$  que forman con él diedros de medida  $\beta$ . Si la medida del ángulo entre  $\overline{AB}$  y el plano  $P$  es  $\alpha$ , calcule la medida del ángulo formado por las intersecciones de cada plano con el plano  $P$ .

- A)  $2\arcsen\left(\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}\right)$   
 B)  $2\arccos\left(\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}\right)$   
 C)  $2\arcsen\left(\frac{\sen\alpha}{\sen\beta}\right)$   
 D)  $2\arctan\left(\frac{\sen\alpha}{\sen\beta}\right)$   
 E)  $2\arcsen\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)$



**Poliedros - Poliedros Regulares**

439. El número de caras, más el número de vértices, más el número de aristas de un poliedro convexo es 98. Calcule el número de caras, sabiendo además que la suma de las medidas de las caras de todos sus ángulos sólidos es  $7\ 200^\circ$ .

- A) 7                      B) 14                      C) 21  
D) 28                      E) 30

440. La suma de medidas de los ángulos de todas las caras de un poliedro, menos una cara es  $2340^\circ$ . Si dicha cara tiene el menor número de diagonales, calcule la suma de medidas de ángulos de todas las caras del poliedro.

- A)  $2520^\circ$               B)  $2700^\circ$               C)  $2880^\circ$   
D)  $3060^\circ$               E)  $3240^\circ$

441. Se tiene un poliedro regular de  $C$  caras,  $V$  vértices y  $A$  aristas, se sabe que  $m$  es el número de lados de cada cara y  $n$  es el número de aristas de cada ángulo poliedro, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- A)  $nV = Cm = A$   
B)  $nV = Am = C$   
C)  $nV = mC = 2A$   
D)  $mV = nA = 2C$   
E)  $mV = nA = 2A + C$

442. Un tetraedro regular de arista  $a$  se proyecta sobre un plano tal que la proyección sea una región cuadrada. Calcule el área de la región de proyección.

- A)  $a^2$                       B)  $\frac{a^2}{2}$                       C)  $a^2\sqrt{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$                       E)  $2a^2$

443. En un tetraedro regular  $V-ABC$  se traza  $\overline{BQ}$  y  $\overline{AP}$  ( $P$  y  $Q$  incentro de las caras  $VAB$  y  $ABC$  respectivamente). Calcule la medida del ángulo entre  $\overline{AP}$  y  $\overline{BQ}$ .

- A)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$               B)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{2}}{9}\right)$   
C)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$   
D)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$               E)  $\arcsen\left(\frac{4\sqrt{3}}{9}\right)$

444. En una pirámide triangular regular  $O-ABC$ ,  $M$ ,  $N$  y  $P$  son puntos medios de las aristas  $OA$ ,  $OB$  y  $OC$  respectivamente. Siendo  $G$  el centro de la cara  $ABC$ , en las prolongaciones de  $\overline{GM}$ ,  $\overline{GN}$  y  $\overline{GP}$  se ubica los puntos,  $R$ ,  $S$  y  $T$  respectivamente, tal que  $RM=3(MG)$ ,  $AC=SN=2(NG)$  y  $TP=PG$ . Calcule la medida del diedro determinado por las regiones  $RST$  y  $ABC$ .

- A)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$               B)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{9}\right)$   
C)  $\arctan\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)$   
D)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{11}}{7}\right)$               E)  $\arctan\left(\frac{2\sqrt{14}}{13}\right)$

445. La arista de un cubo  $ABCD-EFGH$  mide 6 m. Calcule el área de sección determinada en el cubo por un plano que contiene al centro de la cara  $DCGH$  y a los puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{EH}$ .

- A)  $\frac{9\sqrt{7}}{14}$                       B)  $\frac{21\sqrt{7}}{4}$                       C)  $\frac{21\sqrt{14}}{4}$   
D)  $3\sqrt{14}$                       E)  $\frac{45\sqrt{14}}{14}$

**446.** Exteriormente a un cubo se construye pirámides cuyas bases son la cara del cubo y sus aristas tienen igual longitud. Calcule la razón entre las áreas de las superficies del cubo y del sólido cuyos vértices son las cúspides de dichas pirámides.

- A)  $\sqrt{3}(3-\sqrt{2})$       B)  $\sqrt{3}(3-2\sqrt{2})$   
 C)  $2\sqrt{3}(3-2\sqrt{2})$   
 D)  $\sqrt{3}(2-\sqrt{2})$       E)  $\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$

**447.** En las aristas  $PD$  y  $PC$  de octaedro regular  $P-ABCD-Q$  se ubica los puntos  $N$  y  $M$  respectivamente, tal que  $CM=3(MP)$  y  $DN=NP=2$ . Calcule el área de sección determinada en el octaedro por un plano que contiene a  $M$ ,  $N$  y  $O$  ( $O$  es centro del octaedro).

- A)  $4\sqrt{11}$       B)  $\frac{8\sqrt{11}}{3}$   
 C)  $\sqrt{11}$   
 D)  $\frac{7\sqrt{11}}{2}$       E)  $\frac{7\sqrt{11}}{4}$

**448.** En un tetraedro regular  $O-ACD$ ,  $\{M_1;M_2\} \subset \overline{OA}$ ,  $\{N_1;N_2\} \subset \overline{OD}$  tal que  $AM_1=M_1M_2=M_2O$ ,  $DN_1=N_1N_2=N_2O$ . Calcule el coseno del ángulo diedro determinado por las regiones  $CM_1N_1$  y  $CM_2N_2$ .

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$   
 C)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   
 D)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       E)  $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

**449.** Dado un tetraedro regular  $ABCD$ , en las aristas  $AB$ ,  $AD$  y  $CD$  se ubica los puntos  $P$ ,  $R$  y  $Q$  respectivamente tal que  $AP=3(PB)$ ,  $DR=3(AR)$  y  $CQ=3(QD)$ . Si  $BD=8$ , calcule el área de la región determinada en el tetraedro por el plano que contiene a los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .

- A) 40      B)  $\frac{60\sqrt{5}}{7}$       C)  $\frac{30\sqrt{7}}{11}$   
 D)  $\frac{20\sqrt{5}}{9}$       E)  $\frac{50\sqrt{3}}{13}$

**450.** Del baricentro de una cara de un tetraedro regular parte una hormiga que recorre a través de la superficie y vuelve al punto inicial. Si la longitud del menor recorrido es 24 y contiene a los baricentros de todas las caras, calcule el volumen del tetraedro.

- A)  $50\sqrt{6}$       B)  $48\sqrt{6}$       C)  $50\sqrt{3}$   
 D)  $54\sqrt{6}$       E)  $58\sqrt{6}$

**451.** Calcule la longitud de la arista de un tetraedro regular  $ABCD$ , si la arista del cubo inscrito  $MNPQ-RSTU$  mide  $\sqrt{6}$ , tal que  $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$  y  $RSTU$  está en la cara  $BDC$ .

- A)  $3+2\sqrt{2}+\sqrt{6}$   
 B)  $3-2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$   
 C)  $3\sqrt{6}+2\sqrt{2}$   
 D)  $3\sqrt{2}+6\sqrt{3}$   
 E)  $3+\sqrt{2}+\sqrt{6}$

**452.** En un hexaedro regular cuya arista mide  $\sqrt{3}u$ . Calcule la longitud de la intersección de una de las diagonales del sólido con su poliedro conjugado inscrito.

- A)  $\frac{2}{\sqrt{3}}u$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}u$       C)  $1u$   
 D)  $0,5u$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}u$

453. En un hexaedro regular  $ABCD-EFGH$ , en la arista  $AE$  se ubica el punto  $M$  tal que  $ME=2(MA)$ . Sean  $O_1$  y  $O_2$  los centros de las caras  $BCGF$  y  $DCGH$  respectivamente, calcule la medida del ángulo entre  $\vec{EO}_1$  y  $\vec{MO}_2$ .

A)  $\arccos\left(\frac{11\sqrt{69}}{138}\right)$

B)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{69}}{69}\right)$

C)  $\arccos\left(\frac{23}{50}\right)$

D)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{69}}{100}\right)$

E)  $\arccos\left(\frac{11}{69}\right)$

454. Se tiene el hexaedro regular  $ABCD-EFGH$ , luego se traza el cuadrante  $DCP$  de centro  $C$  ( $P$  en la prolongación de  $\overline{BC}$ ) y en el arco  $DP$  se ubica el punto  $Q$ , tal que  $m\widehat{QCP} = 60^\circ$ . Calcule la medida del ángulo entre  $\overline{FQ}$  y el plano que contiene a la cara  $EFGH$ .

- A)  $15^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $53^\circ$   
 D)  $30^\circ$       E)  $60^\circ$

455. En un octaedro regular  $M-ABCD-N$ , el baricentro de la cara  $MCD$  dista  $\sqrt{33}u$  de  $\overline{AM}$ . Calcule el área de la superficie total de dicho sólido.

- A)  $160\sqrt{3}u^2$   
 B)  $198\sqrt{3}u^2$   
 C)  $208\sqrt{3}u^2$   
 D)  $180\sqrt{3}u^2$   
 E)  $216\sqrt{3}u^2$

456. Se tiene los hexaedros regulares  $ABCD-EFGH$  y  $PQRS-LIJK$ , siendo  $P$  y  $J$  los centros de las caras  $ABCD$  y  $EFGH$  respectivamente, tal que el área de la sección determinada al proyectar el hexaedro  $PQRS-LIJK$  en el plano que contiene a la cara  $EFGH$  es  $36\sqrt{3}u^2$ , además la proyección de  $\overline{IS}$  en dicha cara es  $\overline{MN}$  ( $\overline{MN} \subset \overline{FH}$ ). Calcule  $MC$ .

- A)  $\sqrt{185}$       B)  $\sqrt{133}$       C)  $\sqrt{186}$   
 D)  $\sqrt{147}$       E) 10

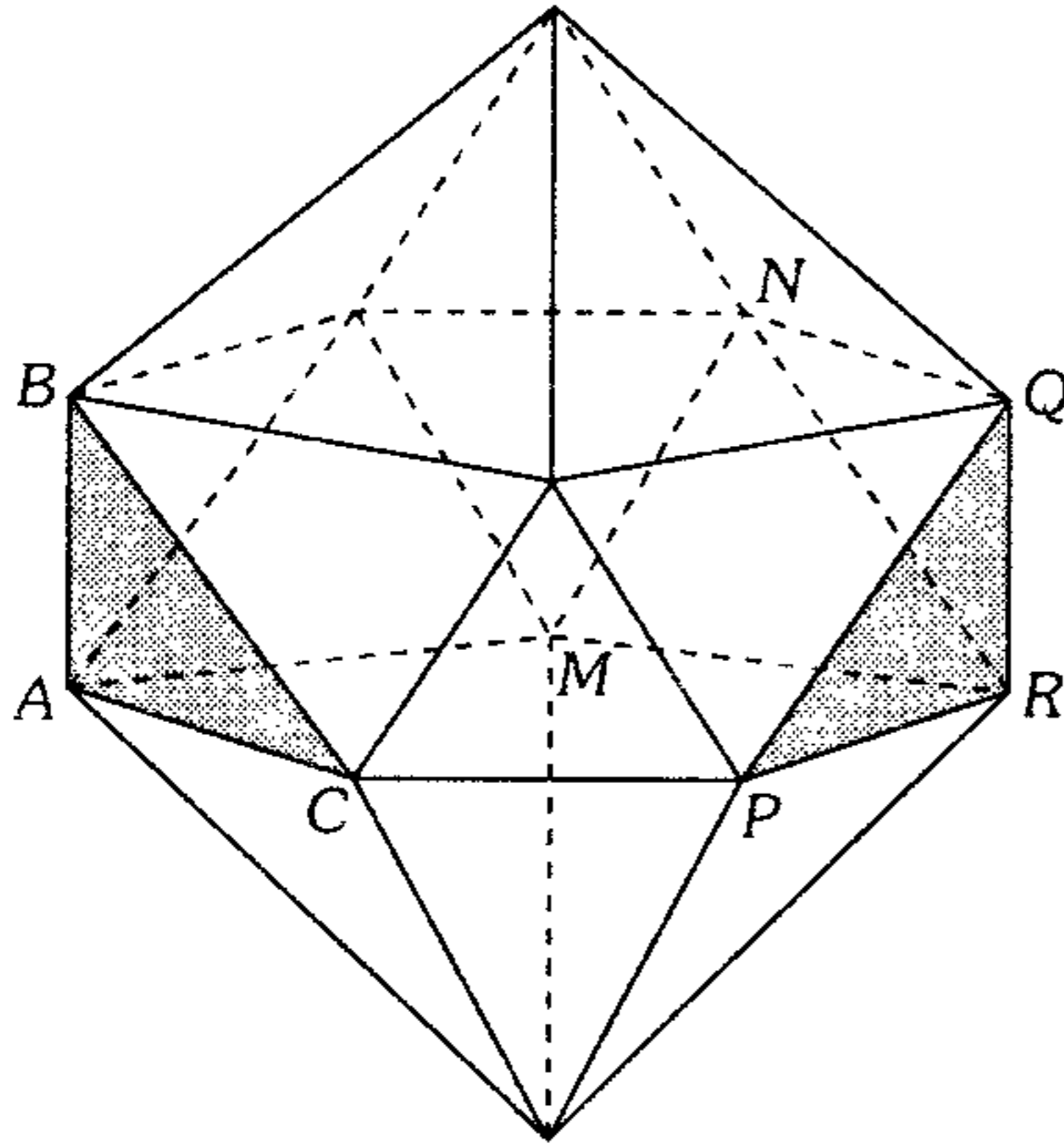
457. En un octaedro regular  $P-ABCD-Q$ , se traza una sección que contiene al punto medio de  $\overline{PC}$  y los vértices  $B$  y  $D$ ; en uno de los sólidos determinados por la sección se inscribe un hexaedro regular donde una de sus caras está contenida en la sección y tiene aristas paralelas a  $\overline{QC}$ . Si  $AB=4$ , calcule la longitud de la arista del cubo.

- A)  $\frac{2}{3}(\sqrt{6}+1)$   
 B)  $\frac{2\sqrt{6}}{5}(\sqrt{6}-1)$   
 C)  $\frac{2\sqrt{2}}{5}(\sqrt{3}+2)$   
 D)  $\frac{2\sqrt{3}}{5}(\sqrt{6}+1)$   
 E)  $\frac{4\sqrt{2}}{7}(2\sqrt{2}-1)$

458. En un octaedro regular el punto medio de una arista dista  $1u$  de la cara más próxima. Calcule el volumen de dicho sólido.

- A)  $3\sqrt{3}u^3$       B)  $4\sqrt{3}u^3$   
 C)  $5\sqrt{3}u^3$   
 D)  $6\sqrt{3}u^3$       E)  $7\sqrt{3}u^3$

459. La figura muestra un icosaedro regular, calcule la medida del ángulo entre  $\overline{MN}$  y el segmento que une los baricentros de las regiones triangulares  $ABC$  y  $PQR$ .



- A)  $45^\circ$       B)  $36^\circ$       C)  $72^\circ$   
 D)  $60^\circ$       E)  $53^\circ$

460. En un tetraedro regular, se traza su poliedro conjugado inscrito. Calcule la medida del diedro determinado por una cara del tetraedro y una cara del poliedro conjugado sabiendo que éstas no son paralelas.

- A)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$       B)  $\text{arcsec}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$   
 C)  $\arctan(2)$   
 D)  $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$       E)  $\arctan(2\sqrt{2})$

461. En un octaedro regular  $M-ABCD-N$  de arista  $a(\sqrt{2}+1)$  se inscribe un exaedro regular  $EFGH-IJKL$  ( $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ;  $\overline{KJ} \parallel \overline{BC}$ ) tal que estos vértices pertenecen a las aristas del octaedro. Calcule el área de la sección determinada en el octaedro por un plano que pasa por  $EFKL$ .

- A)  $a^2(2\sqrt{2}+1)$       B)  $a^2(2\sqrt{2}+2)$   
 C)  $a^2(\sqrt{2}+2)$   
 D)  $a^2(2-\sqrt{2})$       E)  $a^2(2\sqrt{2}-1)$

462. En un hexaedro regular  $ABCD-EFGH$ , se ubica los puntos medios  $P$  y  $Q$  de  $\overline{AE}$  y  $\overline{HG}$  respectivamente. Si  $AB = 2\sqrt{5}$ , calcule la distancia entre  $\overline{PD}$  y  $\overline{CQ}$ .

- A)  $\frac{10\sqrt{26}}{13}$       B)  $\frac{5\sqrt{13}}{11}$   
 C)  $\frac{3\sqrt{26}}{5}$   
 D)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$       E)  $\frac{8\sqrt{105}}{21}$

463. Un poliedro está formado por 6 octógonos regulares y 8 regiones triangulares regulares, tal que el lado del octógono es  $\sqrt{2}$ . Calcule el volumen de dicho poliedro.

- A)  $14\sqrt{2} + \frac{28}{3}$       B)  $15\sqrt{2} + \frac{14}{3}$   
 C)  $7\sqrt{2} + \frac{28}{3}$   
 D)  $7\sqrt{2} + 12$       E)  $14\sqrt{2} + \frac{52}{3}$

464. Se tiene un hexaedro regular de arista  $a$ , calcule el volumen del poliedro que se obtiene al unir un vértice de dicho hexaedro con los centros de las caras que concurren en el vértice opuesto al vértice mencionado.

- A)  $\frac{a^3}{10}$       B)  $\frac{a^3}{6}$       C)  $\frac{a^3}{72}$   
 D)  $\frac{a^3}{12}$       E)  $\frac{a^3}{24}$

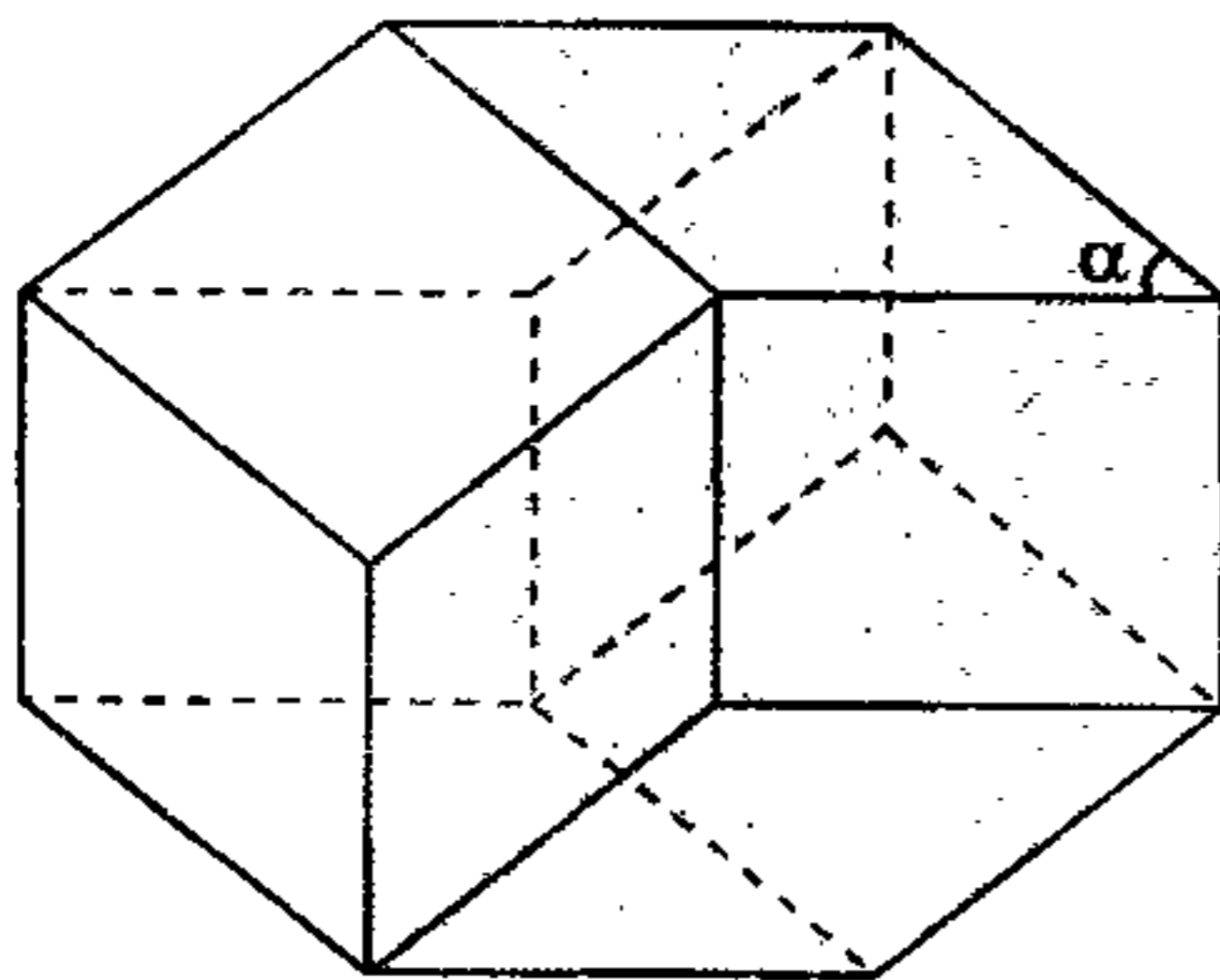
465. Calcule  $E = \frac{M}{N}$  donde  $M$  es la suma de las medidas de los ángulos internos de todas las caras del icosaedro regular y  $N$  es la suma de las medidas de los ángulos internos de todas las caras del dodecaedro regular.

- A)  $\frac{9}{5}$       B)  $\frac{12}{5}$       C)  $\frac{5}{7}$   
 D)  $\frac{10}{6}$       E)  $\frac{5}{9}$

466. Se tiene el tetraedro regular  $V-ABC$ , en la cara  $BVC$  se inscribe una semicircunferencia, cuyo diámetro está contenido en  $\overline{BC}$ . Si la distancia del punto de la semicircunferencia más alejado de  $\overline{BC}$  al punto medio de  $\overline{AV}$  es  $2\sqrt{3}$ . Calcule la distancia entre  $\overline{VC}$  y  $\overline{AB}$ .

- A)  $4\sqrt{2}$       B)  $2\sqrt{2}$       C)  $7\sqrt{3}$   
 D)  $2\sqrt{3}$       E)  $4\sqrt{3}$

467. En la figura se muestra un rombododecaedro (todas sus caras son rombos congruentes). Entonces podemos afirmar.

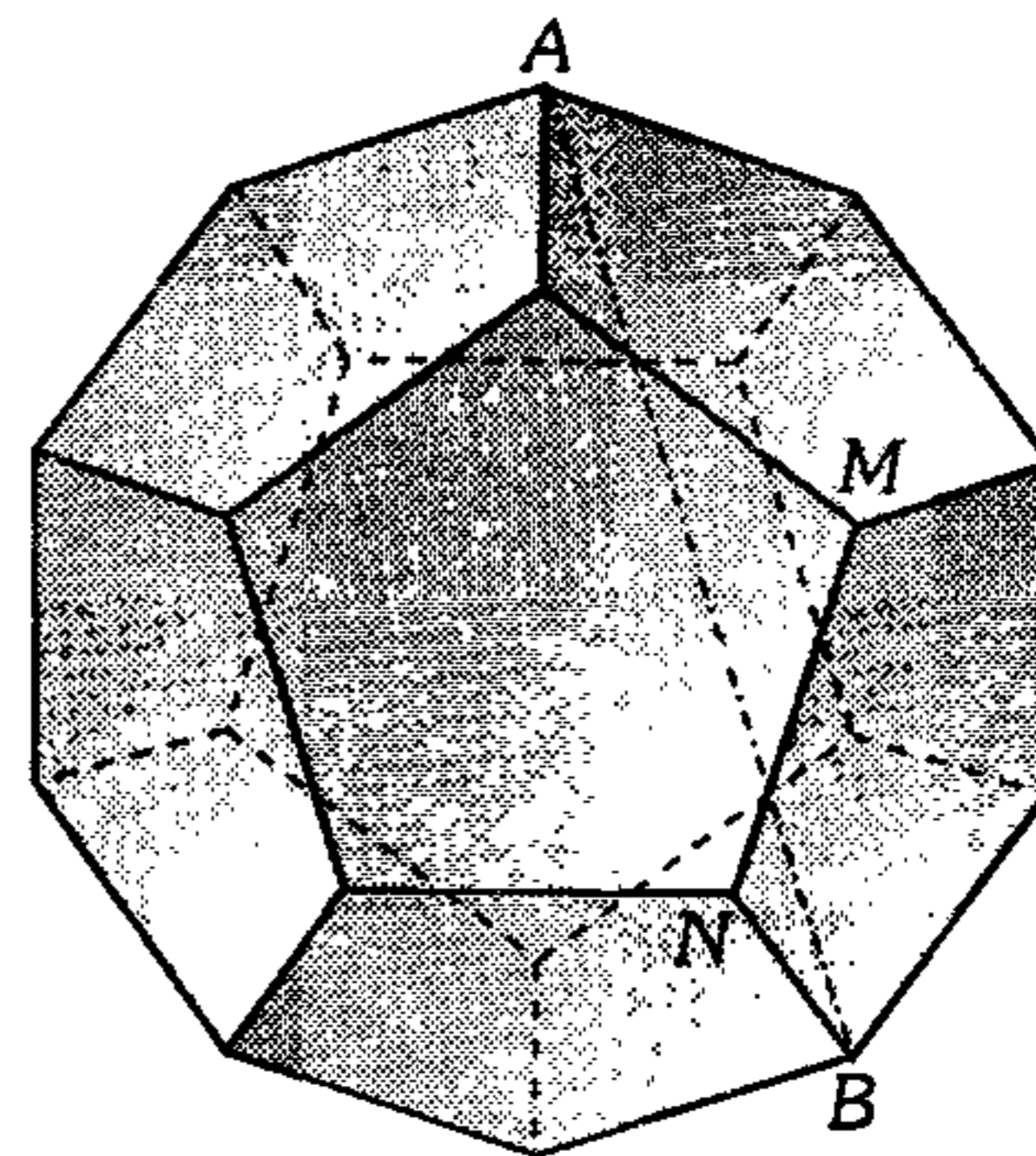


- A)  $0 < \alpha < 90^\circ$   
 B)  $45^\circ < \alpha < 60^\circ$   
 C)  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$   
 D)  $60^\circ < \alpha < 120^\circ$   
 E)  $30^\circ < \alpha < 90^\circ$

468. En un icosaedro regular dos de sus caras son las regiones triangulares  $APQ$  y  $PBQ$ . Si  $\overline{AB}$  y  $\overline{PQ}$  distan  $1u$ , calcule  $BQ$ .

- A)  $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} u$       B)  $\sqrt{\frac{3+\sqrt{7}}{3}} u$   
 C)  $\sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{3}} u$   
 D)  $2\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} u$       E)  $\sqrt{\frac{7-\sqrt{5}}{2}} u$

469. En el gráfico se muestra un dodecaedro regular. Calcule la medida del ángulo entre  $\overline{MN}$  y  $\overline{AB}$ .



- A)  $45^\circ$       B)  $72^\circ$       C)  $54^\circ$   
 D)  $50^\circ$       E)  $36^\circ$

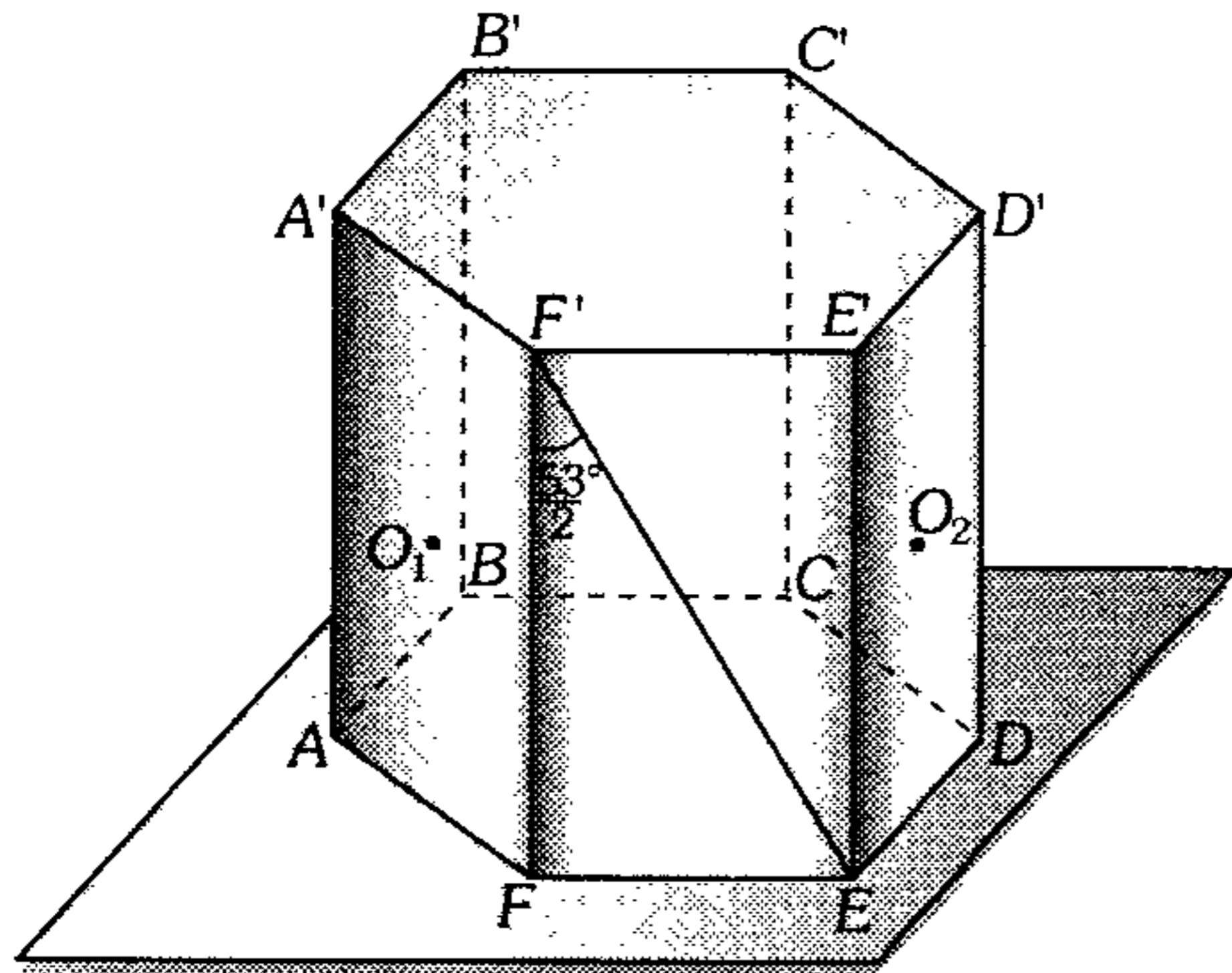
### Prisma, Pirámide, Cono, Cilindro, Esfera

470. Con todas las aristas de un prisma se construye una pirámide. Entonces

- I. la pirámide puede tener 27 aristas.
- II. el prisma pudo tener 6 vértices.
- III. el número de caras de la pirámide puede ser 7.
- IV. el número de vértices del prisma es igual al número de caras de la pirámide.

- A) I      B) II      C) III  
 D) I y IV      E) II y IV

471. En el gráfico se muestra un recipiente de forma prismática regular, donde,  $O_1$  es el centro de la cara  $AA'F'F$  y  $O_2$  es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos  $C'CD$  y  $D'DC$ . Calcule el volumen del recipiente, si la longitud del menor recorrido de  $O_1$  a  $O_2$  por la superficie del recipiente es  $\ell$  ( $O_1$  esta en la superficie externa y  $O_2$  en la superficie interna del recipiente).

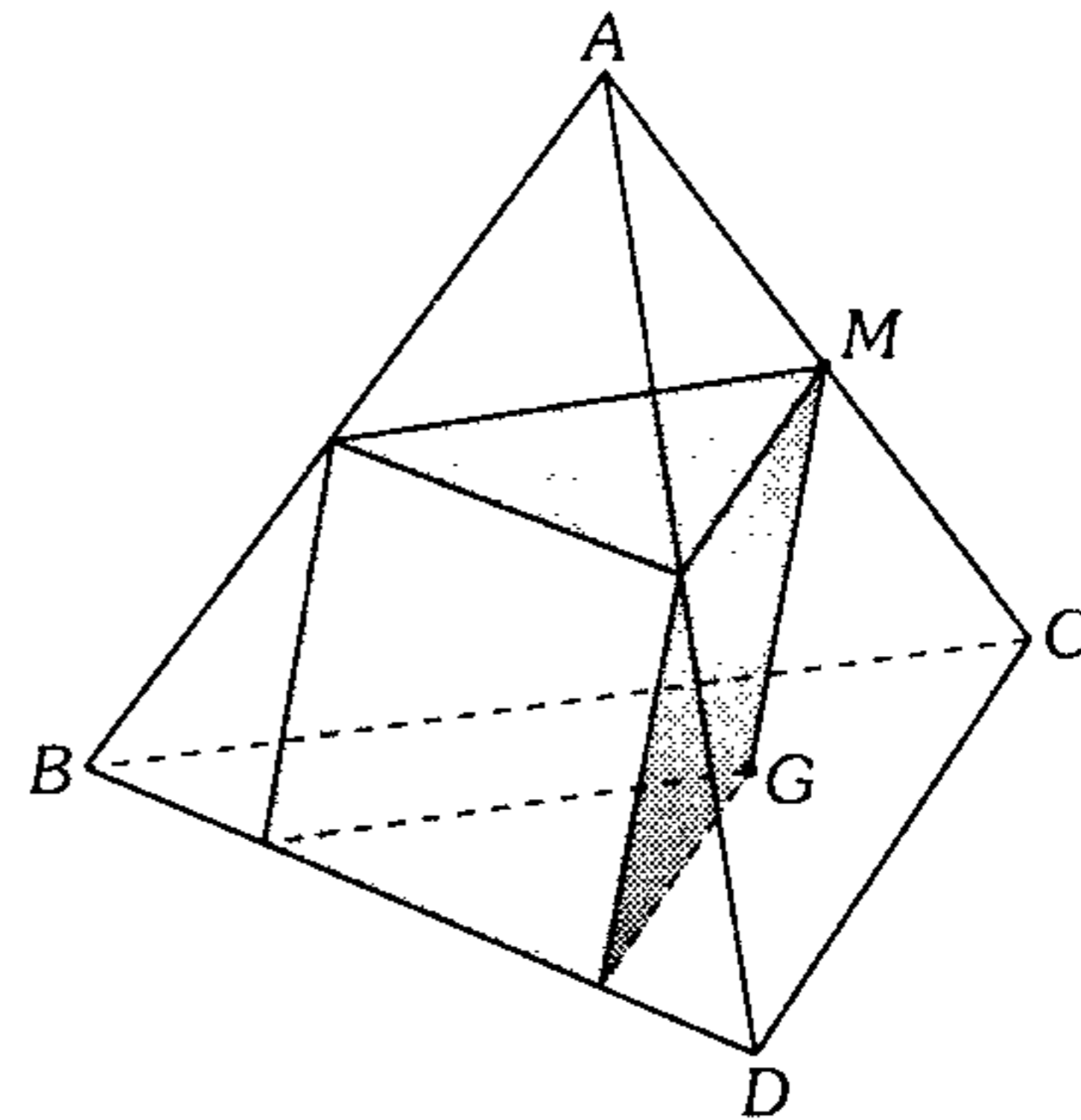


- A)  $\frac{24}{61} \sqrt{\frac{3}{61}} \ell^3$       B)  $\frac{3}{61} \sqrt{\frac{3}{61}} \ell^3$   
 C)  $\frac{5}{51} \sqrt{\frac{5}{61}} \ell^3$   
 D)  $\frac{6}{51} \sqrt{\frac{3}{61}} \ell^3$       E)  $\frac{4}{51} \sqrt{\frac{4}{61}} \ell^3$

472. En un prisma hexagonal regular las caras laterales son regiones cuadradas cuyos lados son de longitud  $a$ . Calcule el área de la sección determinada en el prisma por un plano que pasa por un lado de la base inferior y por el lado opuesto de la base superior.

- A)  $a^2$       B)  $3a^2$       C)  $6a^2$   
 D)  $9a^2$       E)  $12a^2$

473. En la figura mostrada  $ABCD$  es un tetraedro regular,  $G$  es baricentro de la cara  $BCD$ . Calcule la razón de los volúmenes del tetraedro y del prisma inscrito en ella si  $\overline{GM}$  es paralelo al plano que contiene a la región  $ABD$ .

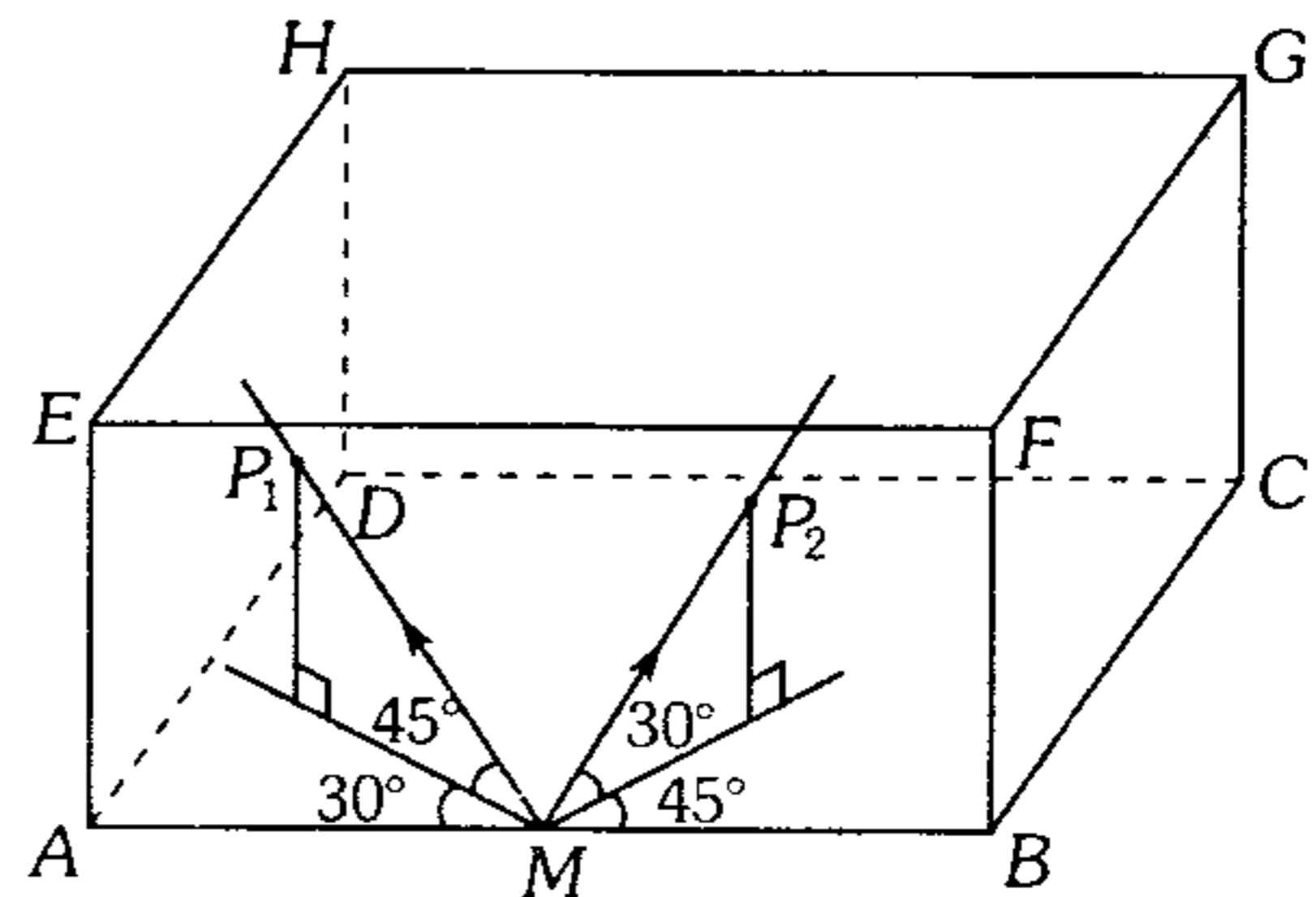


- A)  $9/4$       B)  $9/5$       C)  $9/2$   
 D)  $9/7$       E)  $3/1$

474. Se tiene un prisma regular de altura 4 m donde el número de caras más el número de vértices más el número de aristas es 38. Calcule su volumen si la altura es igual al diámetro de la circunferencia circunscrita a la base.

- A)  $18 \text{ m}^3$       B)  $15 \text{ m}^3$       C)  $24\sqrt{3} \text{ m}^3$   
 D)  $22 \text{ m}^3$       E)  $12\sqrt{3} \text{ m}^3$

475.  $ABCD-EFGH$  un paralelepípedo recto de madera. Sea  $M$  punto medio de  $AB$ . Dos polillas parten de  $M$  con las direcciones mostradas en el gráfico. Si  $2(BC) > AB$ ;  $CD = (AE)\sqrt{3}$ , ¿cuál de las dos polillas sale primero del sólido?



- A)  $P_1$   
 B)  $P_2$   
 C) Las dos salen al mismo tiempo.  
 D) Depende de  $BC$ .  
 E) Si la arista lateral aumenta  $P_1$ .

476. La base de un paralelepípedo  $ABCD-EFGH$  es el rombo  $ABCD$ , cuyo lado es de longitud  $a$  y su ángulo agudo mide  $60^\circ$ . Calcule el volumen del paralelepípedo, si la arista lateral es igual a  $a$ , además  $m\angle EAB = m\angle EAD = 45^\circ$ .

- A)  $\frac{a^3}{3}$       B)  $\frac{a^3}{2}$       C)  $\frac{a^3}{4}$   
 D)  $\frac{2a^3}{3}$       E)  $a^3$

477. Calcule la longitud de la arista lateral de un prisma triangular oblicuo cuyo volumen es  $V$ , el área lateral es  $L$  y además la sección recta está limitada por un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es de longitud  $a$ .

- A)  $\frac{L^2}{2(aL + 2V)}$       B)  $\frac{VL}{aL + 2V}$   
 C)  $\frac{aV}{2(aL + 2V)}$   
 D)  $\frac{a^2L}{aL + 2V}$       E)  $\frac{2V}{2L + aV}$

478. Calcule el volumen de un prisma recto cuyas bases están limitadas por trapecios rectángulos de diagonales perpendiculares y de bases  $a$  y  $b$  ( $a < b$ ), además la altura del prisma es la media armónica de las bases  $a$  y  $b$ .

- A)  $\frac{a^2b^2}{a+b}$       B)  $ab(a+b)$   
 C)  $(a^2 - b^2)\sqrt{ab}$   
 D)  $ab\sqrt{ab}$       E)  $ab(a-b)$

479. La altura de un prisma cuadrangular regular es igual a  $h$ . Calcule la distancia desde el lado de la base, cuya longitud es  $a$ , hasta la diagonal del prisma que no la interseca.

- A)  $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$       B)  $\frac{ah}{2\sqrt{a^2 + h^2}}$   
 C)  $\frac{2ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$   
 D)  $\frac{a^2 + h^2}{\sqrt{a+h}}$       E)  $\frac{a^2 + h^2}{2\sqrt{ah}}$

480. Si el volumen de un prisma triangular regular es  $\frac{\sqrt{3+3\sqrt{3}}}{4}$ . Calcule la longitud de la arista

básica, sabiendo que el ángulo determinado por las diagonales de dos caras laterales que parten del mismo vértice mide  $30^\circ$ .

- A)  $\sqrt{3}$       B)  $2\sqrt{3}$   
 C) 2  
 D)  $\sqrt{\sqrt{3}+1}$       E) 1

481. En un prisma oblicuo cuya altura mide  $3\sqrt{6}$  cm, la suma de las medidas de sus ángulos diedros es  $2520^\circ$ , su sección recta es una región poligonal regular cuyo circunradio es  $\sqrt{3}$  cm. Calcule el volumen de dicho prisma si el plano de su sección recta forma con el plano de su base un diedro que mide  $30^\circ$ .

- A)  $72 \text{ cm}^3$       B)  $70 \text{ cm}^3$   
 C)  $72\sqrt{2} \text{ cm}^3$   
 D)  $144 \text{ cm}^3$       E)  $36 \text{ cm}^3$

482. En un prisma triangular regular  $ABC-A'B'C'$ ; cuyas bases  $ABC$  y  $A'B'C'$  tienen baricentros  $G$  y  $G'$  respectivamente;  $M$  es punto medio de  $\overline{GG'}$ ,  $N$  es punto medio de  $\overline{A'B'}$  y  $L$  un punto de  $\overline{AC}$  tal que  $AL=2(LC)$ . Calcule la razón de los volúmenes de los sólidos en los que queda dividido dicho prisma por el plano que pasa por  $N$ ,  $M$  y  $L$ .

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{14}{13}$   
 C)  $\frac{7}{13}$   
 D)  $\frac{28}{13}$       E)  $\frac{15}{13}$

**483.** Los vértices de la base cuadrada  $ABCD$  de un prisma  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  equidistan de  $A_1$ . Calcule el volumen de dicho prisma si el ángulo entre la arista lateral y el plano que contiene a la base mide  $60^\circ$  y la distancia entre las aristas laterales  $AA_1$  y  $CC_1$  es  $a$ .

- A)  $\frac{2a^3}{3}$       B)  $\frac{a^3}{3}$       C)  $\frac{a^3}{2}$   
 D)  $\frac{3a^3}{2}$       E)  $a^3$

**484.** Se tiene un prisma exagonal regular  $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$ . Si  $\theta$  es la medida del menor ángulo entre  $\overline{A'C}$  y  $\overline{D'B}$ . Calcule el volumen de dicho prisma si el circunradio de la base es  $R$ .

- A)  $\frac{9}{4}R^3 \sqrt{3 \cot^2 \frac{\theta}{2} - 1}$   
 B)  $\frac{3}{2}R^3 \sqrt{12 \cot^2 \frac{\theta}{2} - 3}$   
 C)  $\frac{3}{4}R^3 \sqrt{12 \cot^2 \frac{\theta}{2} + 3}$   
 D)  $\frac{3R^3}{4} \cot \theta$   
 E)  $\frac{3}{5}R^3 \sqrt{7 \cot^2 \frac{\theta}{2} - 1}$

**485.** La base de un prisma recto  $ABCD-A'B'C'D'$  es una región romboidal donde la medida de un ángulo interno es  $37^\circ$ . Calcule la distancia del vértice  $B$  a  $\overline{A'D}$  si las longitudes de la altura y el lado de la base del prisma miden  $h$  y  $a$  respectivamente.

- A)  $\frac{a}{5} \sqrt{\frac{10h^2 + a^2}{a^2 + h^2}}$       B)  $h \sqrt{\frac{a^2 + 2h^2}{a^2 + h^2}}$   
 C)  $\frac{3a}{5} \sqrt{\frac{10h^2 + a^2}{a^2 + h^2}}$   
 D)  $a \sqrt{\frac{a^2 + 10h^2}{a^2 + h^2}}$       E)  $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$

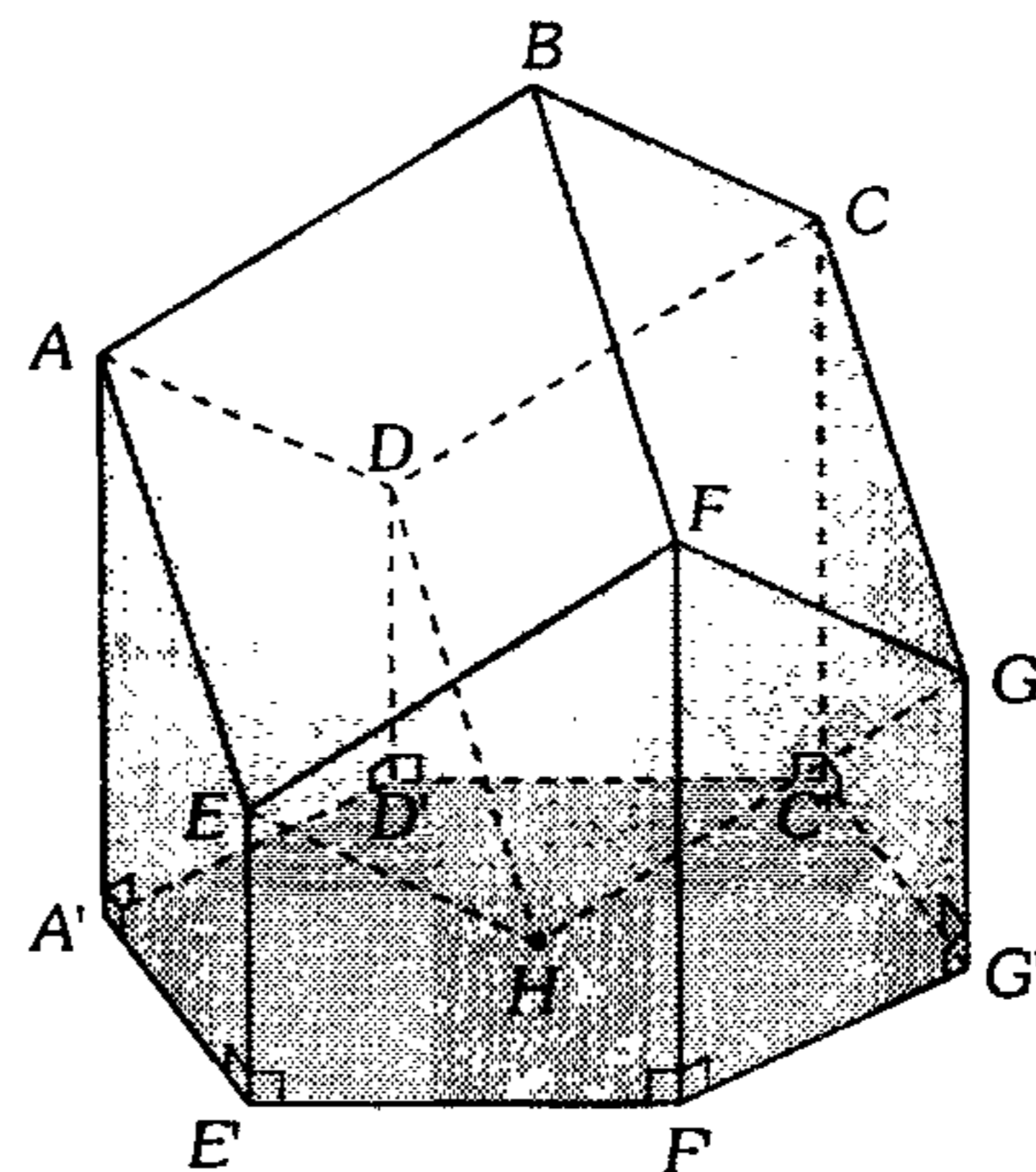
**486.** Se tiene un tronco de prisma cuadrangular regular cuyo perímetro de la base es 20 cm. Calcule el área de la superficie lateral de dicho tronco, si la suma de las longitudes de las aristas laterales es 16 cm.

- A)  $40 \text{ cm}^2$       B)  $50 \text{ cm}^2$       C)  $80 \text{ cm}^2$   
 D)  $70 \text{ cm}^2$       E)  $100 \text{ cm}^2$

**487.** Se tiene un exágono regular  $ABCDEF$  cuyos lados miden  $2a$  y un segmento  $HG$  paralelo al plano del exágono, cuya distancia a dicho plano es  $a$  y su proyección ortogonal sobre este plano es  $\overline{FC}$ ; luego se une  $B, C$  y  $D$  con  $G$  y  $A, E$  y  $F$  con  $H$ ; calcule el volumen del sólido obtenido.

- A)  $\frac{7a^3}{3} \sqrt{2}$       B)  $\frac{8a^3}{3} \sqrt{2}$       C)  $\frac{8a^3}{3} \sqrt{3}$   
 D)  $\frac{10a^3}{3} \sqrt{3}$       E)  $\frac{5a^3}{3} \sqrt{3}$

**488.** En el sólido mostrado en la figura,  $ABCD-EFGH$  es un cubo de arista  $a$ . Calcule el volumen del sólido  $B-AEFGCD-A'E'F'G'C'D'$  si la diagonal  $HB$  es perpendicular al plano de la base.



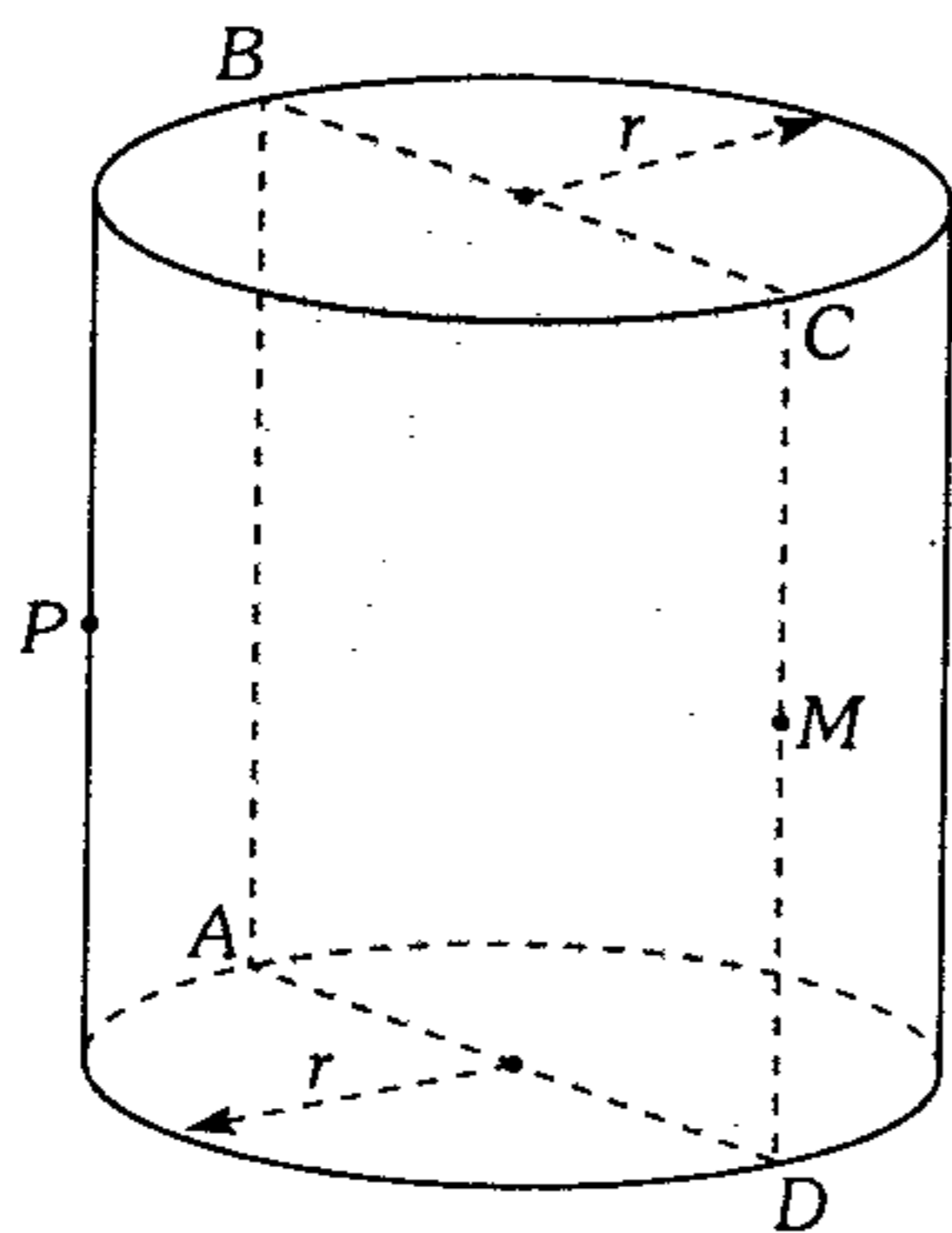
- A)  $a^3$       B)  $2a^3$       C)  $3a^3$   
 D)  $4a^3$       E)  $5a^3$



489. Se tiene un cilindro circular recto, donde el radio de su base es  $R$  y su volumen es  $3\pi R^3$ . Un punto de la circunferencia de la base superior se une con un punto de la circunferencia de la base inferior, la recta trazada forma con el plano de la base un ángulo que mide  $60^\circ$ . Calcule la distancia entre la mencionada recta y el eje de simetría del cilindro.

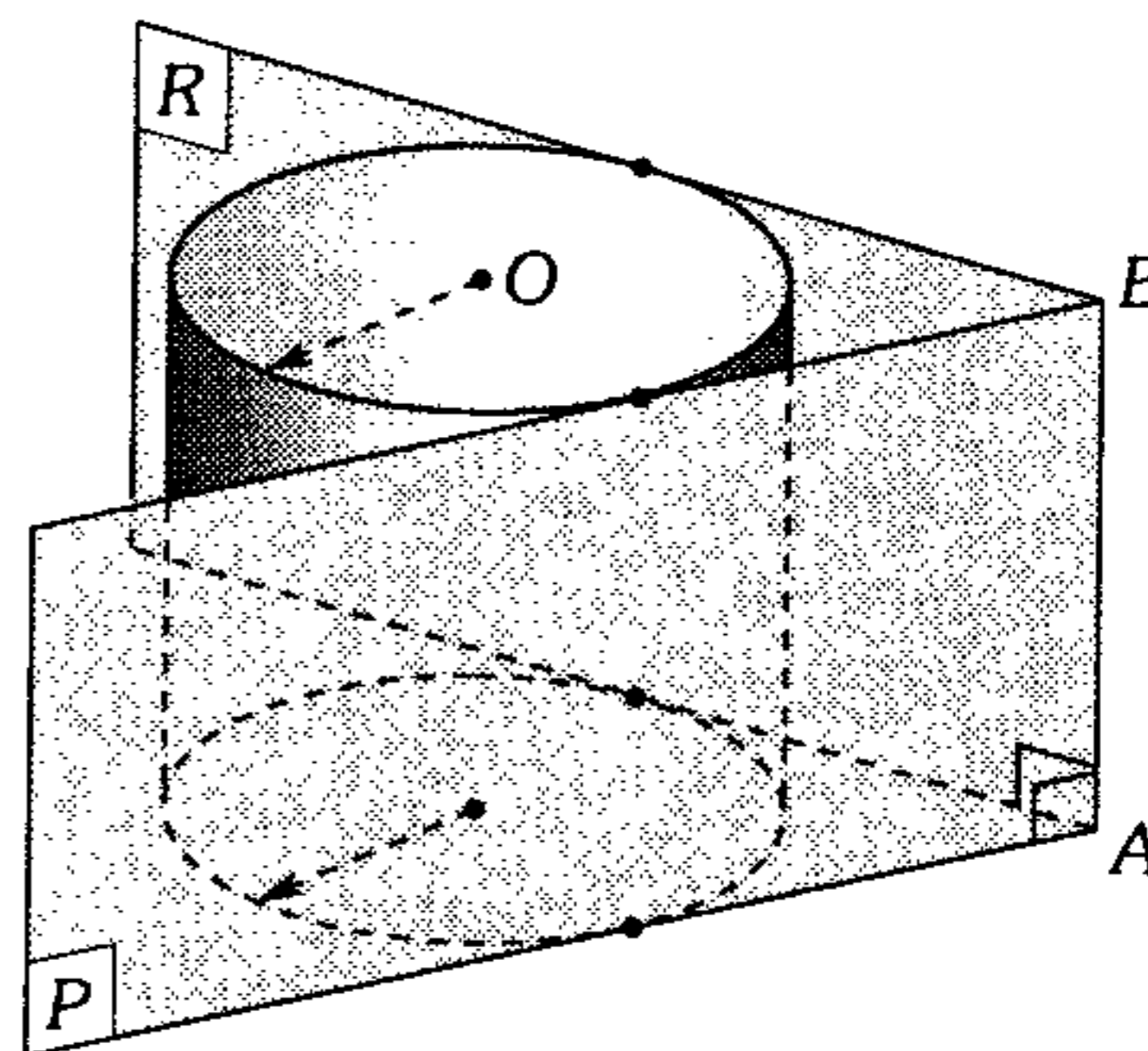
- A)  $\frac{R\sqrt{3}}{2}$                       B)  $\frac{R}{5}$   
 C)  $\frac{R}{2}$   
 D)  $\frac{R}{3}$                               E)  $\frac{R}{4}$

490. En la figura mostrada,  $r=5$  y  $PB=PA=PM=8$  ( $P$  es punto medio de la generatriz) y  $CM=MD$ . Calcule el volumen del cilindro de revolución.



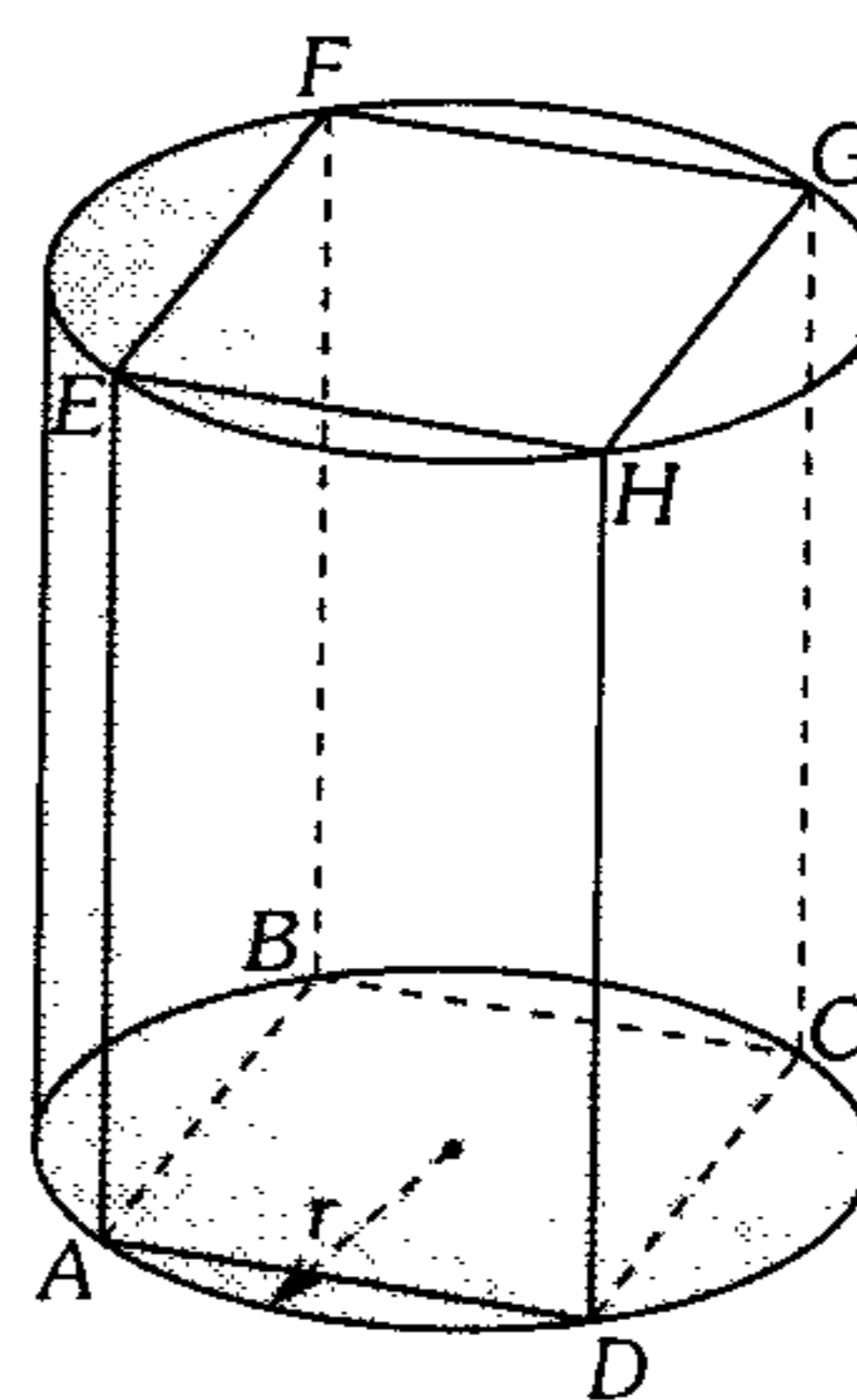
- A)  $150\pi$   
 B)  $50\sqrt{7}\pi$   
 C)  $50\sqrt{5}\pi$   
 D)  $100\sqrt{7}\pi$   
 E)  $40\sqrt{7}\pi$

491. En la figura mostrada el ángulo diedro  $P-AB-R$  es tangente a la superficie lateral del cilindro circular recto; si la medida del diedro es  $60^\circ$ ,  $AB=40$  m y  $AO=50$  m, calcule el volumen del cilindro.



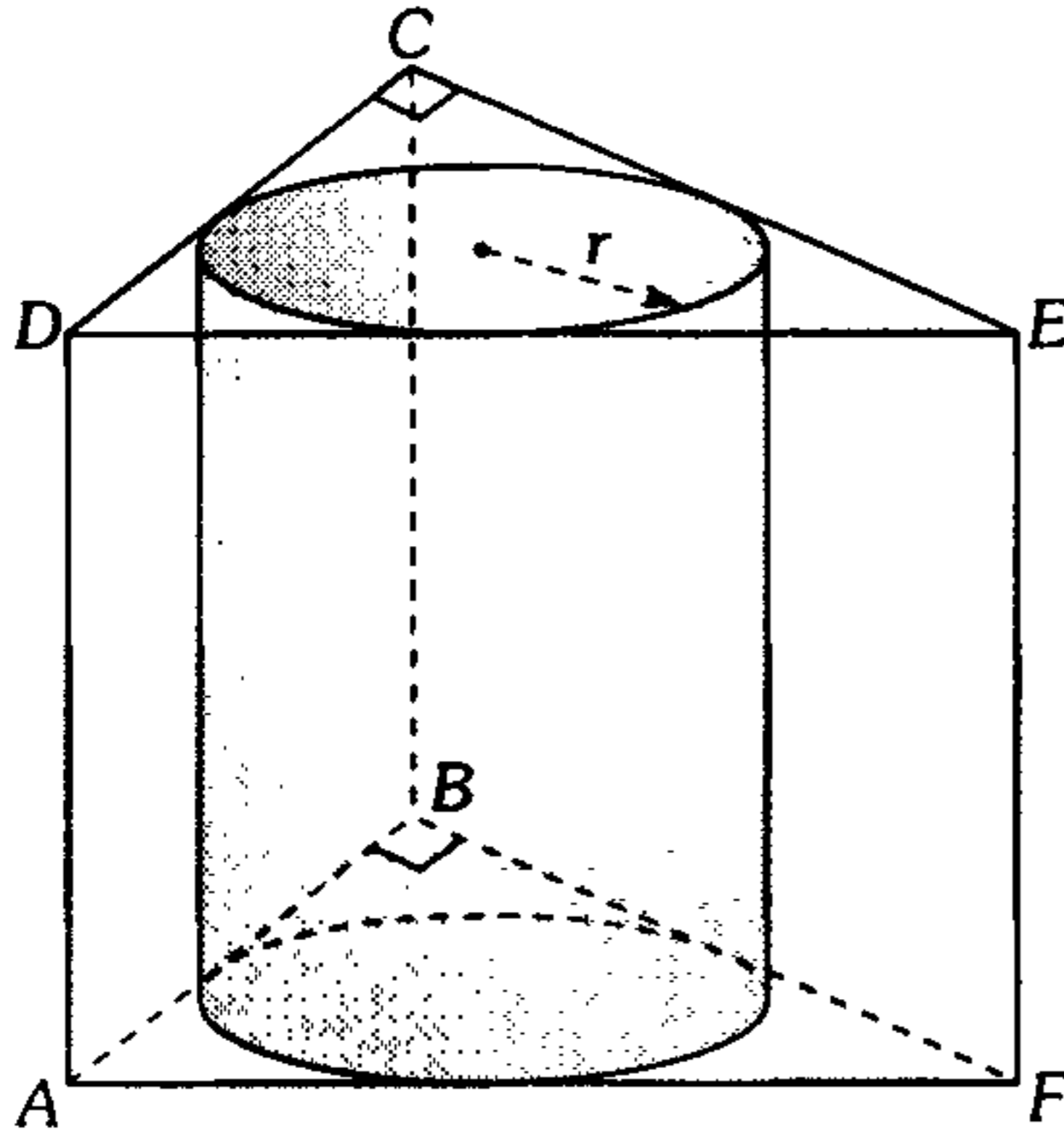
- A)  $3000\pi\text{m}^3$                       B)  $5000\pi\text{m}^3$   
 C)  $6000\pi\text{m}^3$   
 D)  $9000\pi\text{m}^3$                       E)  $10^3\pi\text{m}^3$

492. En la figura mostrada el volumen del paralelepípedo es la mitad del volumen del cilindro circular recto. Calcule la distancia de  $C$  a  $\overline{BD}$  en términos de  $r$ .



- A)  $\frac{\pi r}{2}$                       B)  $\frac{\pi r}{4}$                       C)  $\frac{\pi r}{6}$   
 D)  $\frac{\pi}{3}$                               E)  $\frac{r}{4}$

493. En la figura,  $ABCD$  es un cuadrado y  $BCEF$  un rectángulo. Calcule  $AF$  si la razón de áreas de la superficie lateral del cilindro y de la región cuadrada  $ABCD$  es de  $2\pi$  a 3.

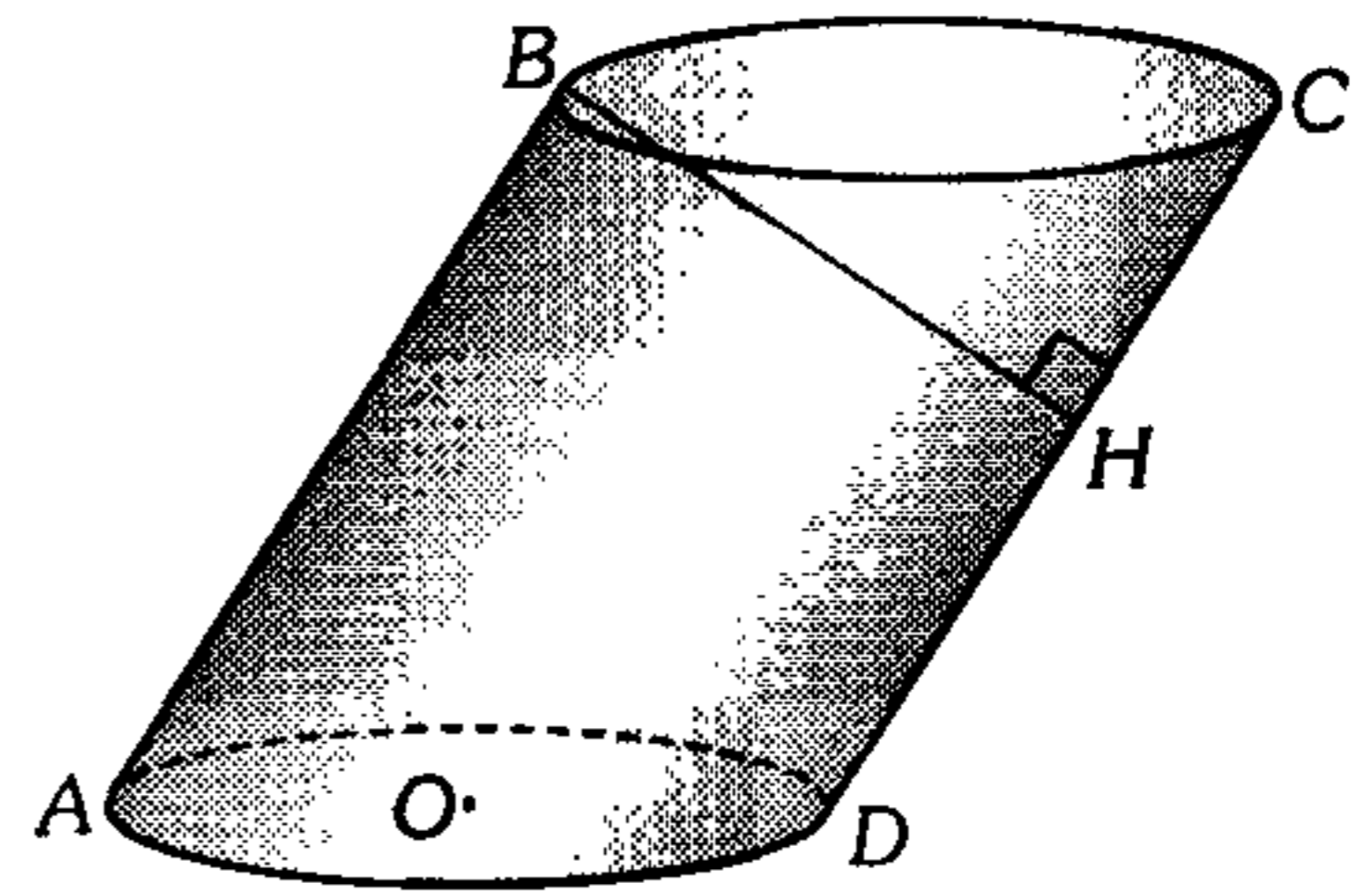


- A)  $3r$       B)  $4r$       C)  $5r$   
 D)  $6r$       E)  $10r$

494. Calcule la razón entre la longitud de la generatriz y el radio de la base de un cilindro de revolución conociendo que el desarrollo de su superficie lateral es una región rectangular donde la longitud del lado mayor es igual a la altura del cilindro y además la diagonal forma con uno de los lados del rectángulo un ángulo de  $60^\circ$ .

- A)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$       B)  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$       C)  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{7}$   
 D)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$       E)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$

495. En la figura se muestra un cilindro oblicuo de sección recta circular, la proyección de  $B$  sobre el plano de la base es el centro  $O$  de la elipse,  $\overline{BH}$  mediatriz de  $\overline{DC}$ . Si  $OH = 2\sqrt{3}$  cm, calcule el área de la superficie lateral del cilindro.



- A)  $4\pi\sqrt{3}$       B)  $6\pi\sqrt{3}$       C)  $8\pi\sqrt{3}$   
 D)  $10\pi\sqrt{3}$       E)  $16\pi\sqrt{3}$

496. Se tiene un tetraedro regular  $ABCD$ , de arista  $\alpha$ , inscrito en un cilindro recto de revolución tal que  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son diámetros de las bases del cilindro. Calcule el volumen del cilindro.

- A)  $\frac{\pi\alpha^3\sqrt{3}}{8}$       B)  $\frac{\pi\alpha^3\sqrt{2}}{4}$       C)  $\frac{\pi\alpha^3\sqrt{3}}{4}$   
 D)  $\frac{\pi\alpha^3\sqrt{2}}{8}$       E)  $\frac{\pi\alpha^3}{4}$

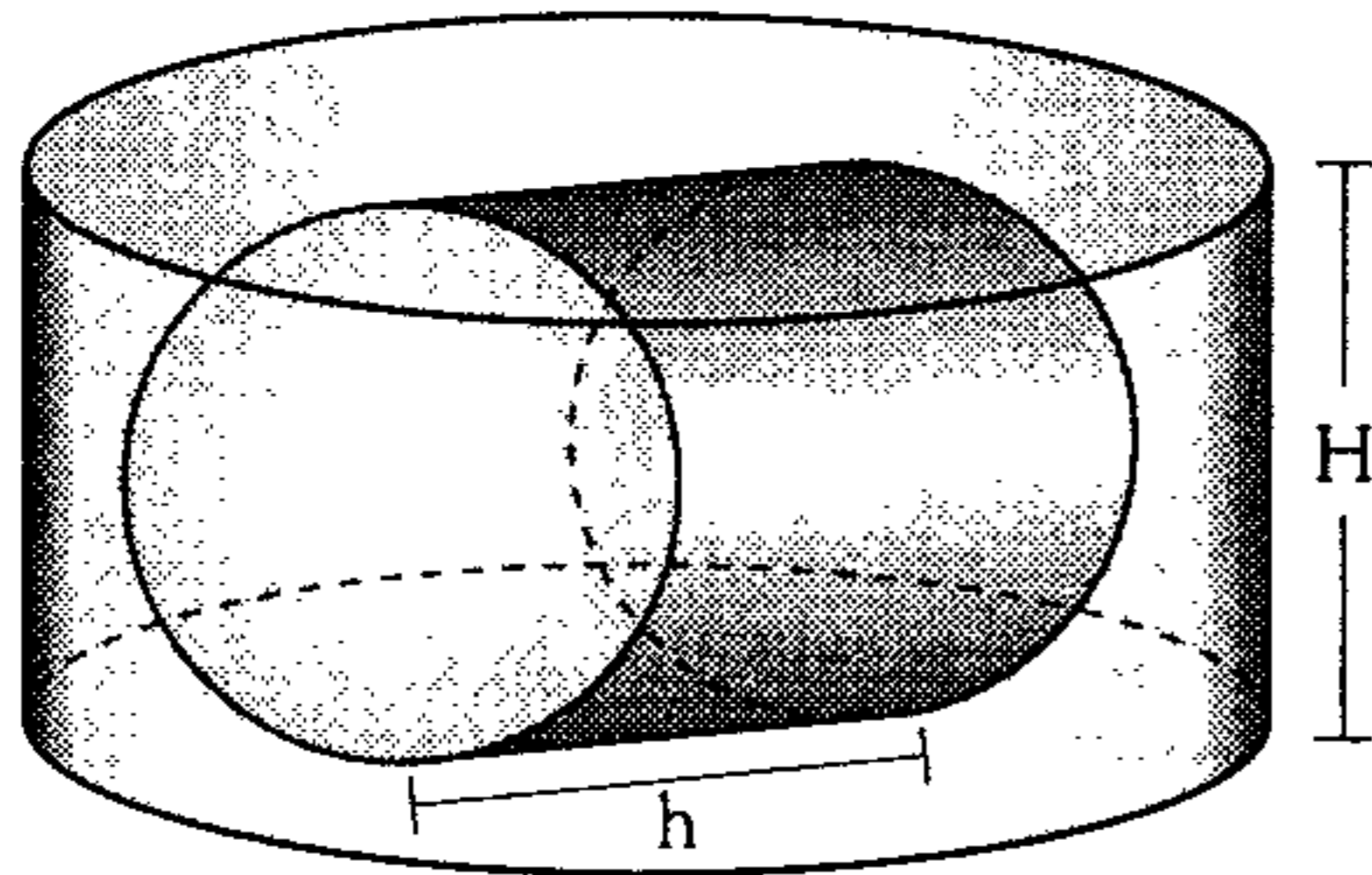
497. En un cilindro recto se traza un plano paralelo a su eje a una distancia  $l$  de éste, de modo que en la circunferencia que limita la base se determina un arco de medida  $\alpha$ . Si el área de la sección determinada en el cilindro por el plano es  $S$ , calcule el volumen del cilindro.

- A)  $\frac{\pi l S}{\tan \alpha}$       B)  $\frac{\pi l S}{\sin \alpha}$       C)  $\frac{\pi l S}{\cos \alpha}$   
 D)  $\frac{\pi l S}{\sin 2\alpha}$       E)  $\frac{\pi l S}{\cos 2\alpha}$

498. Calcule el volumen de un cilindro de revolución circunscrito a un octaedro regular de arista  $a$  si dos caras opuestas del octaedro están contenidas en las bases del cilindro respectivamente.

- A)  $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$       B)  $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$       C)  $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{9}$   
 D)  $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$       E)  $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$

499. En el gráfico se muestra dos cilindros rectos circulares, en el cual uno está inscrito en el otro. Si  $K = \frac{H}{h} + \frac{h}{H}$ , calcule la razón de volúmenes de los cilindros menor y mayor.



- A)  $\frac{1}{K}$                       B)  $K$   
 C)  $\frac{2}{K}$   
 D)  $2K$                       E)  $\frac{K}{2}$

500. Se tiene una pirámide regular cuya base tiene  $n$  lados y la longitud de altura es la mitad de la arista básica. Calcule el ángulo que forman dos caras laterales opuestas, sabiendo que  $n$  es un número par.

- A)  $90^\circ$                       B)  $60^\circ$   
 C)  $\frac{180^\circ}{n}$   
 D)  $90^\circ \left( \frac{n-2}{n} \right)$                       E)  $180^\circ \left( 1 - \frac{2}{n} \right)$

501. Calcule el volumen de un tetraedro  $O-ABC$  si la distancia entre  $\overline{AC}$  y  $\overline{OB}$  es 4 m, la medida del ángulo con que se cruzan dichas aristas es  $53^\circ$  y  $(AC)(OB)$  es igual a  $15 \text{ m}^2$ .

- A)  $6 \text{ m}^3$                       B)  $7,5 \text{ m}^3$   
 C)  $8 \text{ m}^3$   
 D)  $9 \text{ m}^3$                       E)  $20 \text{ m}^3$

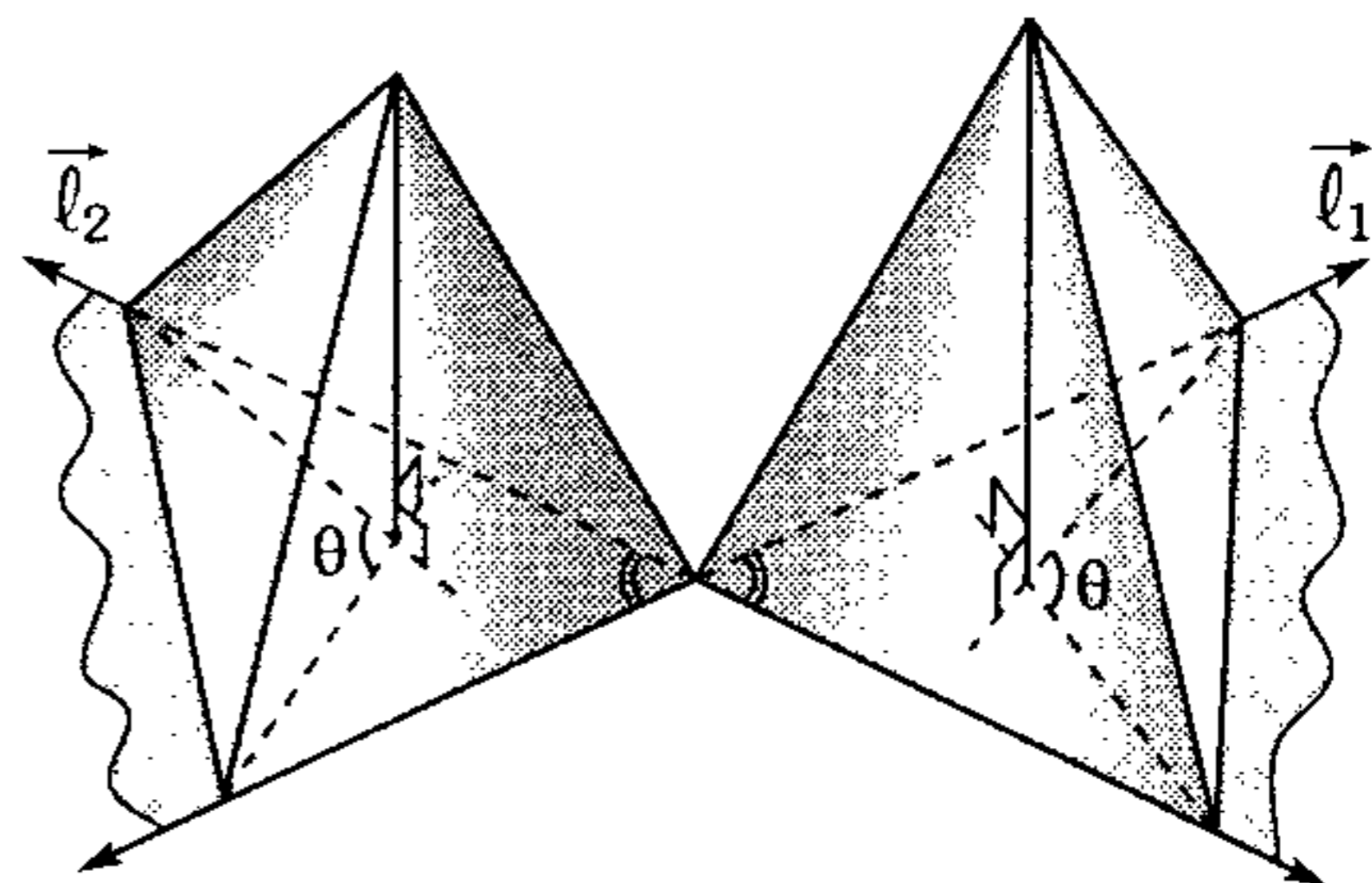
502. En un tetraedro regular  $A-BCD$  cuya arista mide  $a$ , en  $\overline{AD}$  se ubica el punto  $O$  tal que  $OD$  mide igual que la altura de la pirámide  $O-ABC$ . Calcule el volumen de la pirámide  $O-BCD$ .

- A)  $\frac{a^3}{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$                       B)  $\frac{a^3}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$   
 C)  $a^3(\sqrt{3}+\sqrt{2})$   
 D)  $\frac{a^3}{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$                       E)  $\frac{a^3}{3}(\sqrt{6}-2)$

503. En una pirámide cuadrangular regular el lado de la base es  $\ell$ , la medida del ángulo determinado por una arista lateral y la altura es  $30^\circ$ , calcule el área de la sección que se determina al trazar un plano que pasa por un vértice de la base y es perpendicular a la arista lateral opuesta.

- A)  $\frac{\ell^2\sqrt{3}}{6}$                       B)  $\frac{\ell^2\sqrt{3}}{3}$                       C)  $\frac{\ell^2\sqrt{2}}{2}$   
 D)  $\frac{\ell^2}{2}$                       E)  $\ell^2$

504. En la figura se muestra dos pirámides, en una de ellas las aristas laterales son de igual longitud y en la otra las caras laterales determinan diedros de igual medida con su base. Calcule el valor de  $\theta$ .



- A)  $90^\circ$                       B)  $60^\circ$                       C)  $45^\circ$   
 D)  $106^\circ$                       E)  $120^\circ$

505. Se tiene una hoja cuyo borde es un cuadrado  $ABCD$ , en  $\overline{BC}$  se ubica un punto  $P$  de tal forma que  $PC=3(PB)=3$  m, se comienza a doblar dicha hoja por  $\overline{PD}$  hasta un ángulo de  $30^\circ$ . Calcule el volumen de la pirámide cuya base es la región  $ABPD$  y el vértice es la posición final del punto  $C$ .

- A)  $6,4 \text{ m}^3$     B)  $8 \text{ m}^3$     C)  $4,8 \text{ m}^3$   
 D)  $12,8 \text{ m}^3$     E)  $4 \text{ m}^3$

506. Se tiene una pirámide cuya base está limitada por un rombo, las aristas laterales determinan ángulos de igual medida con la base, se inscribe un prisma donde una de sus bases está contenida en la base de la pirámide y la otra base tiene por vértices a los baricentros de las caras laterales de la pirámide. Calcule la razón de volúmenes de los dos sólidos.

- A)  $\frac{2}{9}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{2}{7}$     E)  $\frac{2}{5}$

507. En una pirámide cuadrangular  $S-ABCD$  la base  $ABCD$  es una región paralelogramática donde  $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$  y  $m\angle BCD = 60^\circ$ . Calcule la medida del ángulo entre la mediana  $AM$  de la cara lateral  $SAD$  y la altura  $SK$  de la pirámide, si la cara lateral  $SAB$  es regular y perpendicular a la base.

- A)  $\arctan \sqrt{\frac{59}{3}}$     B)  $\arctan \sqrt{\frac{2}{3}}$   
 C)  $\arctan \sqrt{\frac{59}{2}}$   
 D)  $\arctan \sqrt{7}$     E)  $\arctan \sqrt{\frac{39}{2}}$

508. Se tiene una pirámide regular cuadrangular de volumen  $V$ . Por un lado de la base y los puntos medios de dos aristas laterales opuestas pasa un plano determinando dos sólidos parciales. Calcule el volumen del sólido inferior.

- A)  $\frac{2V}{3}$     B)  $\frac{3V}{5}$     C)  $\frac{5V}{8}$   
 D)  $\frac{8V}{3}$     E)  $\frac{5V}{9}$

509. En una pirámide cuadrangular regular  $S-ABCD$  se traza un plano que contiene a los puntos medios de  $\overline{SB}$ ,  $\overline{AD}$  y  $\overline{DC}$ . Calcule la razón de los volúmenes parciales determinados por dicho plano.

- A) 1:2    B) 1:3    C) 2:3  
 D) 3:4    E) 1:1

510. En un tronco de pirámide irregular, las caras laterales forman diedros de medida  $\alpha$  con el plano de la base. Calcule el área de la superficie lateral de dicho tronco si las áreas de las bases mayor y menor son  $S_2$  y  $S_1$  respectivamente.

- A)  $\frac{S_1 - S_2}{\cos \alpha}$     B)  $\frac{S_2 + S_1}{\sin \alpha}$     C)  $\frac{S_2 - S_1}{\cos \alpha}$   
 D)  $\frac{S_2^2}{S_1} \cos \alpha$     E)  $\sqrt{S_1 S_2} \cos \alpha$

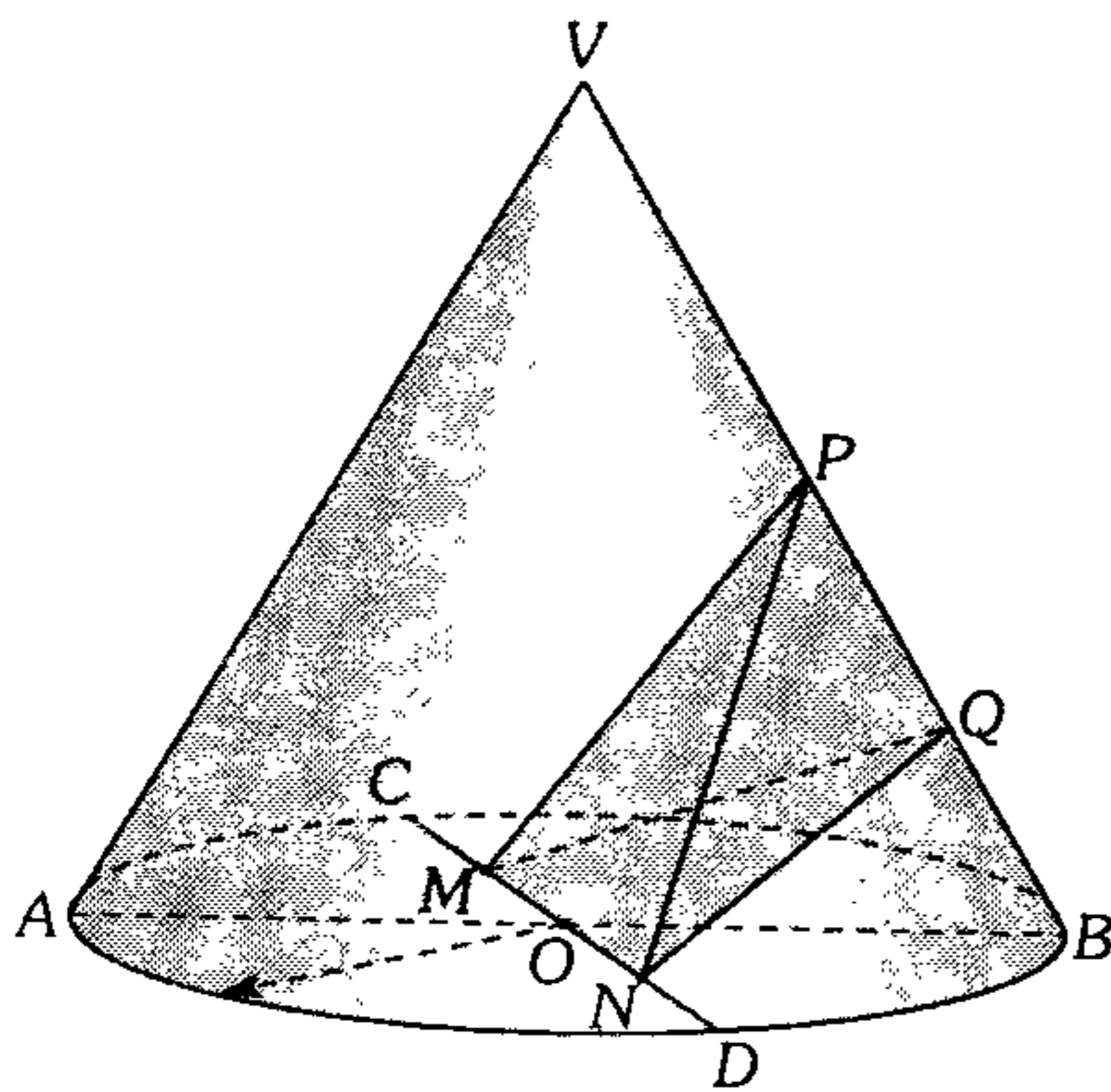
511. Cortando un sector circular de un disco de radio  $R$  y un ángulo central  $\alpha$  se construye una superficie cónica de base circular de radio  $r$ , de manera que su altura es mayor que el radio de su base, entonces

- A)  $0 < \alpha < \sqrt{2}$     B)  $0 < \alpha < \pi$   
 C)  $0 < \alpha < \sqrt{2}\pi$   
 D)  $0 < \alpha < \sqrt{3}\pi$     E)  $0 < \alpha < \sqrt{5}\pi$

512. El radio de la base de un cono de revolución es igual a  $R$ , dos generatrices perpendiculares entre sí dividen el área de la superficie lateral del cono en la razón de 1 a 2. Calcule el volumen del cono.

- A)  $\frac{\pi R^3 \sqrt{2}}{3}$       B)  $\frac{\pi R^3 \sqrt{2}}{4}$   
 C)  $\frac{2\pi R^3 \sqrt{2}}{3}$   
 D)  $\frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$       E)  $\frac{\pi R^3 \sqrt{2}}{6}$

513. En la figura se muestra un cono circular recto y  $MNPQ$  es un tetraedro regular. Calcule la  $m\angle AVB$  siendo  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  diámetros y  $CM + ND = MN$ .



- A)  $60^\circ$       B)  $75^\circ$       C)  $90^\circ$   
 D)  $74^\circ$       E)  $120^\circ$

514. Calcule el área de la superficie lateral máxima de un tronco de cono circular recto, si el perímetro de su sección axial es  $k$ .

- A)  $\frac{\pi k^2}{2}$       B)  $\frac{\pi k^2}{8}$       C)  $\frac{8\pi k^2}{5}$   
 D)  $\pi k^2$       E)  $\frac{\pi k^2}{16}$

515. Se tiene un cono recto cuya altura mide 2 m y el radio de la base 1 m. En el plano que contiene a la base se considera un punto  $P$  desde el cual se traza las tangentes  $PM$  y  $PN$  a la base del cono. Calcule la medida del diedro determinado por los planos  $VPM$  y  $VPN$ , siendo  $V$  el vértice del cono y sabiendo que la distancia del centro de la base al punto  $P$  mide 4 m.

- A)  $120^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $75^\circ$   
 D)  $60^\circ$       E)  $45^\circ$

516. En un cono de revolución, de generatriz  $g$ , está inscrito un cilindro cuya superficie total es equivalente a la superficie lateral del cono. El ángulo entre las generatrices del cono en su sección axial mide  $90^\circ$ . Calcule la distancia entre el vértice del cono y la base superior del cilindro.

- A)  $\frac{g}{5}\sqrt{3}$       B)  $\frac{g}{3}\sqrt{2}$   
 C)  $\frac{2g}{5}\sqrt{2}$   
 D)  $\frac{g}{2}$       E)  $\frac{2g}{3}$

517. Un triángulo rectángulo, cuyo ángulo agudo mide  $\beta$ , limita una región que al girar alrededor del cateto opuesto a  $\beta$  genera un cono, cuyo desarrollo de su superficie lateral tiene un ángulo que mide  $\theta$ . Calcule  $\theta$  en función de  $\beta$ .

- A)  $\beta$       B)  $\frac{\beta}{2}$   
 C)  $\frac{3\beta}{2}$   
 D)  $360^\circ \text{sen} \beta$       E)  $360^\circ \text{cos} \beta$

**518.** Sobre una generatriz de un cono de revolución se encuentran una araña y una mosca. La araña se encuentra en la base del cono y como quiere cazar a la mosca camina hacia ella, pero en lugar de ir por la generatriz lo hace por la superficie lateral del cono. ¿A qué distancia del vértice del cono debe encontrarse la mosca para que la araña haga el menor recorrido al ir a su encuentro, siendo  $R$  el radio de la base del cono y la longitud de la generatriz es igual a  $10R$ ?

- A)  $\frac{R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$
- B)  $\frac{R}{8}(\sqrt{5}-1)$
- C)  $\frac{R}{4}(\sqrt{5}-1)$
- D)  $\frac{5R}{2}(\sqrt{5}+1)$
- E)  $\frac{5R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

**519.** En un cono de revolución están dispuestas dos esferas de modo que ellas son tangentes entre sí y a la superficie lateral del cono. La razón entre los radios de dichas esferas es de  $m:n$  ( $m>n$ ). Calcule la medida del ángulo determinado en el vértice de la sección axial del cono.

- A)  $\arcsen\left(\frac{m-n}{m+n}\right)$
- B)  $2\arccos\left(\frac{m-n}{m+n}\right)$
- C)  $\arcsen\left(\frac{m+n}{m-n}\right)$
- D)  $2\arccos\left(\frac{m+n}{m-n}\right)$
- E)  $2\arcsen\left(\frac{m-n}{m+n}\right)$

**520.** En un cono circular recto se dan el área de la base  $S_1$  y el área de la superficie lateral  $S_2$ . Calcule el radio de la esfera inscrita en el cono.

- A)  $\sqrt{\frac{S_1(S_2-S_1)}{\pi(S_2+S_1)}}$
- B)  $\sqrt{\frac{S_2(S_2-S_1)}{\pi(S_2+S_1)}}$
- C)  $\sqrt{\frac{S_1(S_2+S_1)}{\pi(S_2-S_1)}}$
- D)  $\sqrt{\frac{S_1(S_2-S_1)}{2\pi(S_2+S_1)}}$
- E)  $\sqrt{\frac{S_2(S_2+S_1)}{\pi(S_2-S_1)}}$

**521.** En un tronco de cono cuya generatriz es  $g$  y la medida del ángulo entre dicha generatriz y el plano de la base es  $\alpha$  está inscrita una esfera. Calcule el radio de la circunferencia tangencial determinado por la esfera y el tronco de cono.

- A)  $\frac{g}{2}\sen^2\alpha$
- B)  $\frac{g}{2}\sen^2\alpha\cos\alpha$
- C)  $\frac{g}{2}\cos^2\alpha$
- D)  $g\sen^2\alpha$
- E)  $g\cos^2\alpha$

**522.** Se tiene una esfera inscrita en un cono circular recto. Si la razón de volúmenes del cono y la esfera es  $k$ , calcule la razón entre el área total del cono y el área de la superficie de la esfera inscrita.

- A)  $k$
- B)  $\sqrt{k}$
- C)  $k^3$
- D)  $k_2$
- E)  $\frac{1}{k}$

523. La longitud del lado de un rombo es igual a  $a$ . Una esfera de radio  $R$  es tangente a todos los lados del rombo. La distancia desde el centro de la esfera hasta el plano del rombo es igual a  $d$ . Calcule el área de la región rombaleada.

- A)  $a\sqrt{R^2 - d^2}$       B)  $2a\sqrt{R^2 - d^2}$   
 C)  $\frac{aR^2}{d}$   
 D)  $\frac{aR^2}{a}$       E)  $2R\sqrt{a^2 - d^2}$

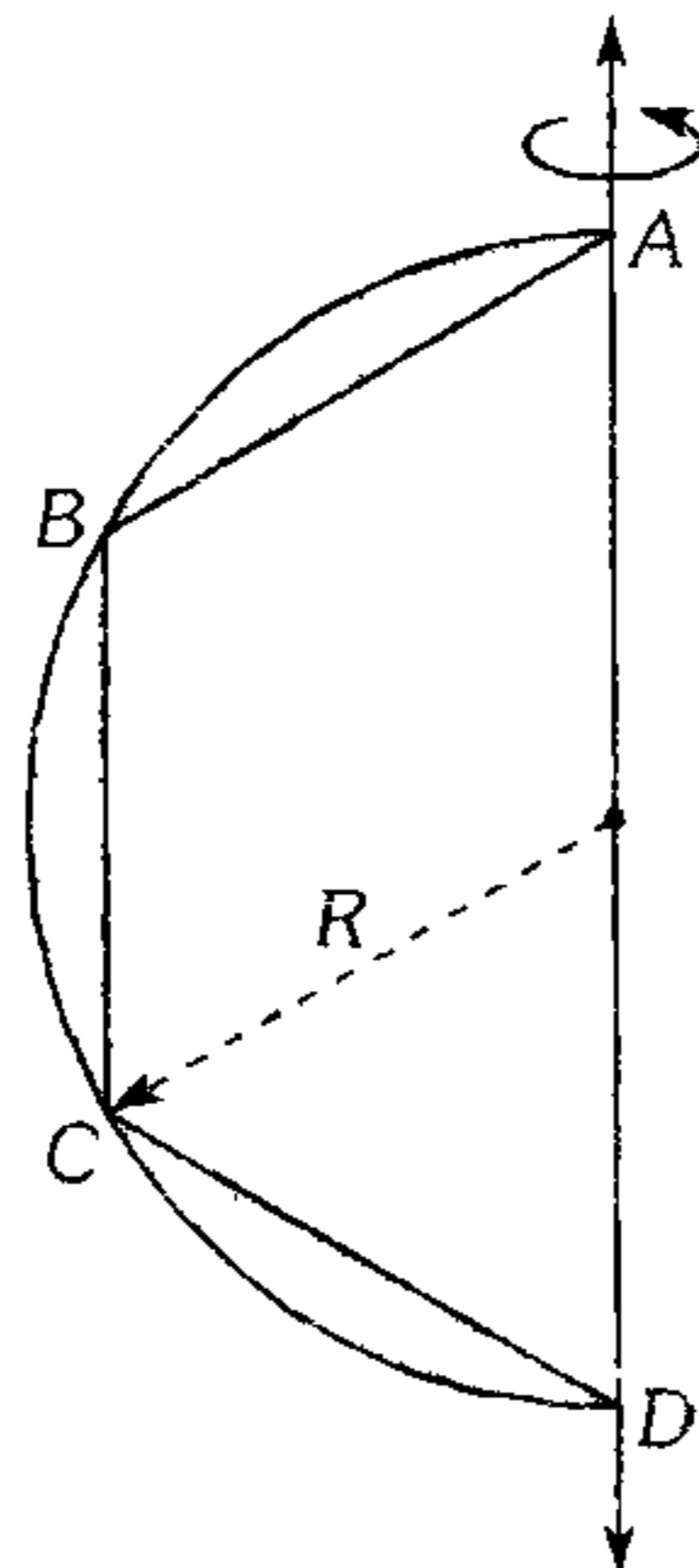
524. Se tiene dos esferas concéntricas, una de radio  $r$  y volumen  $V_m$ , otra de radio  $R$  y volumen  $V_M$  ( $r < R$ ) respectivamente. Un plano tangente a la esfera menor determina en la esfera mayor un círculo de área  $\frac{\pi d^2}{4}$ . Calcule el valor de

la siguiente expresión  $E = \sqrt{\frac{V_M}{R} - \frac{V_m}{r}}$ .

- A)  $d\sqrt{\pi}$       B)  $d\sqrt{3\pi}$       C)  $\frac{d\sqrt{\pi}}{3}$   
 D)  $\frac{d\sqrt{3\pi}}{3}$       E)  $3d\sqrt{\pi}$

525. Según la figura  $AB=BC=CD$ . Calcule el volumen del sólido generado por las regiones sombreadas, cuando giran alrededor de  $\overleftrightarrow{AD}$ .

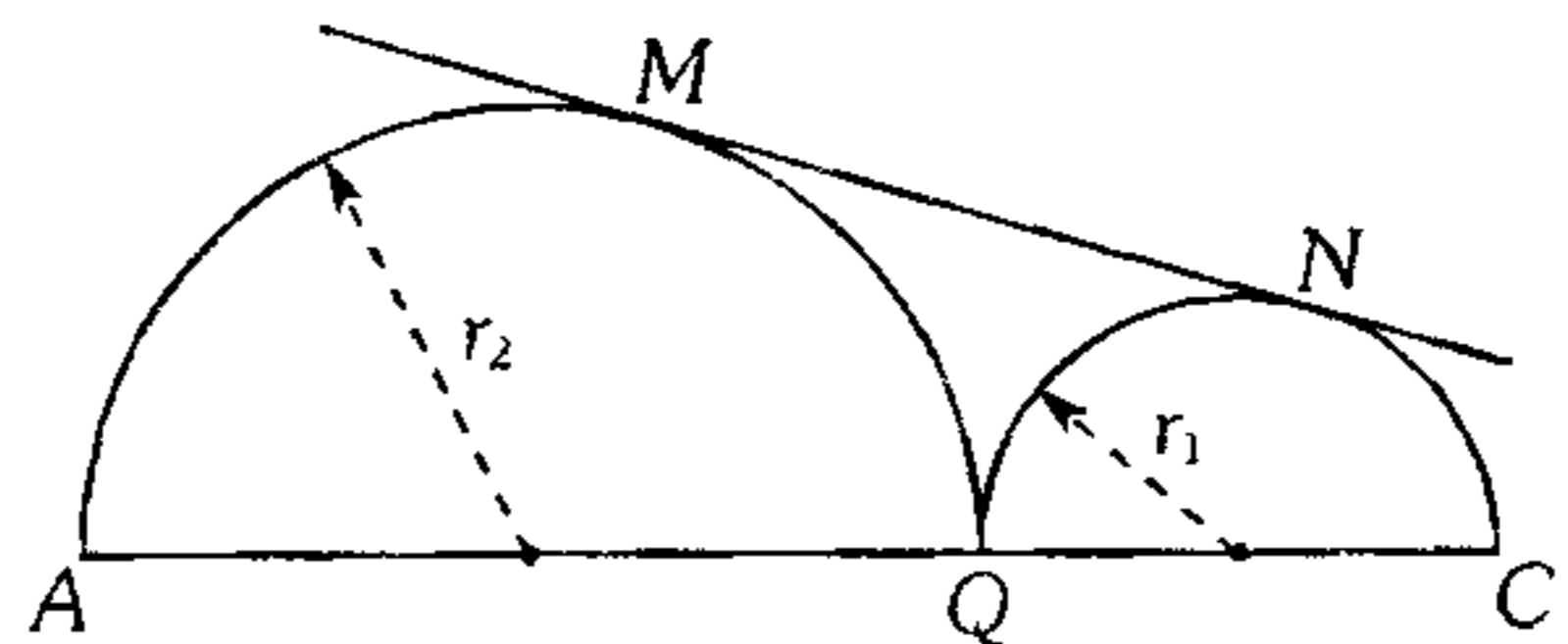
- A)  $\pi R^3$   
 B)  $\frac{2\pi R^3}{3}$   
 C)  $\frac{\pi R^3}{3}$   
 D)  $\frac{2\pi R^3}{4}$   
 E)  $\frac{\pi R^3}{4}$



526. Una esfera de radio  $R$ , está apoyada sobre una superficie horizontal, la incidencia de los rayos del sol sobre la esfera es con un ángulo de depresión de  $30^\circ$ . Calcule el área de la sombra que deja la esfera sobre la superficie horizontal.

- A)  $\frac{\pi R^2}{2}$       B)  $2\pi R^2$   
 C)  $\frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{2}$   
 D)  $\pi R^2 \sqrt{3}$       E)  $\frac{5\pi R^2 \sqrt{3}}{2}$

527. Según el gráfico, calcule la razón de áreas de las superficies generadas por los arcos  $MQ$  y  $QN$  al girar alrededor de  $\overleftrightarrow{AC}$  una vuelta si  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ .

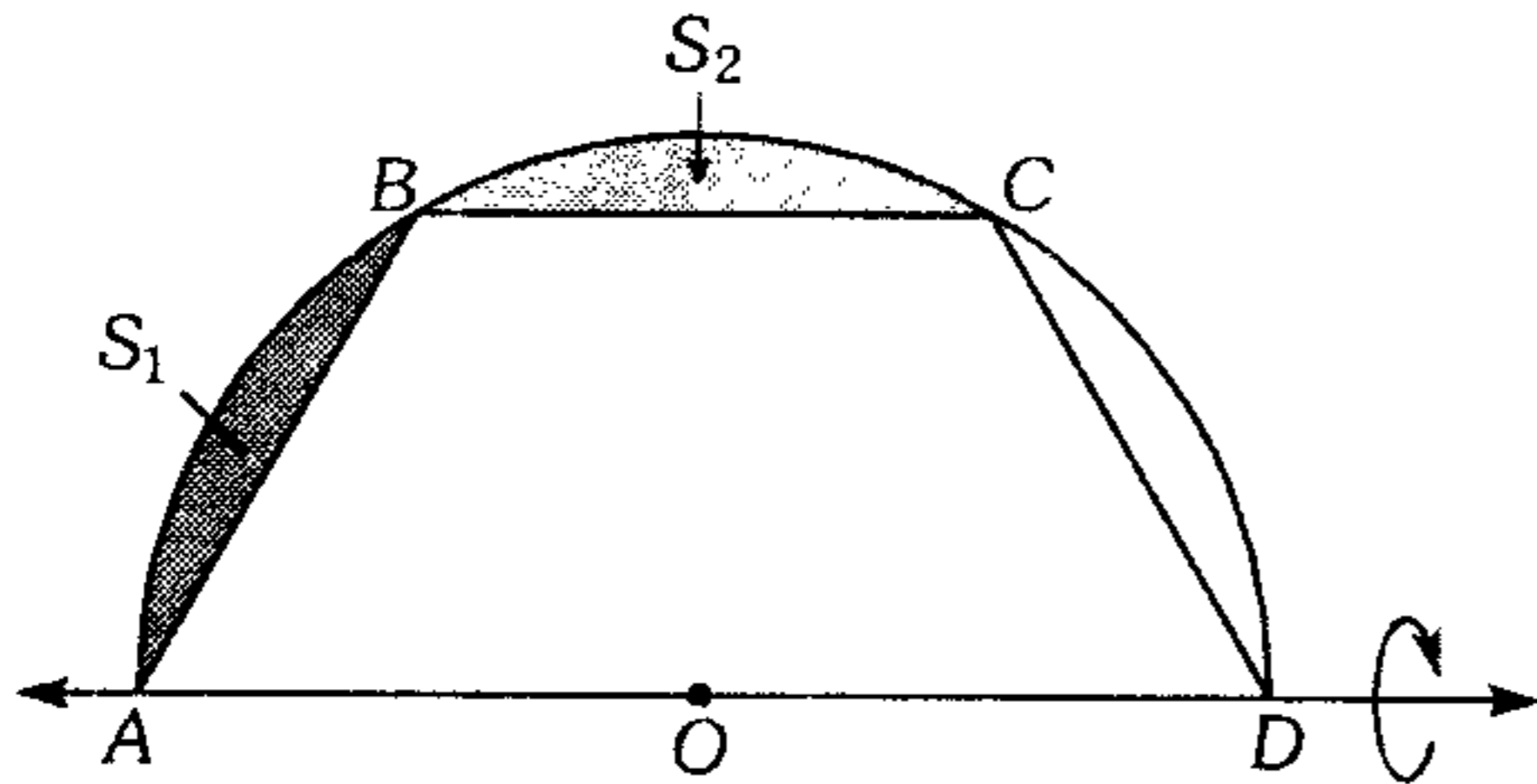


- A) 1 : 1      B) 1 : 2  
 C) 1 : 3  
 D) 1 : 4      E) 1 : 9

528. ¿A qué distancia del centro de una esfera se debe trazar un plano secante a dicha esfera, de modo que el área de la sección determinada sea igual a la diferencia entre las áreas de los dos casquetes esféricos formados? Además el radio de la esfera mide  $(\sqrt{5} + 2)$  cm.

- A) 0.5 cm      B)  $\sqrt{5}$  cm  
 C) 20 cm  
 D) 1 cm      E) 1.5 cm

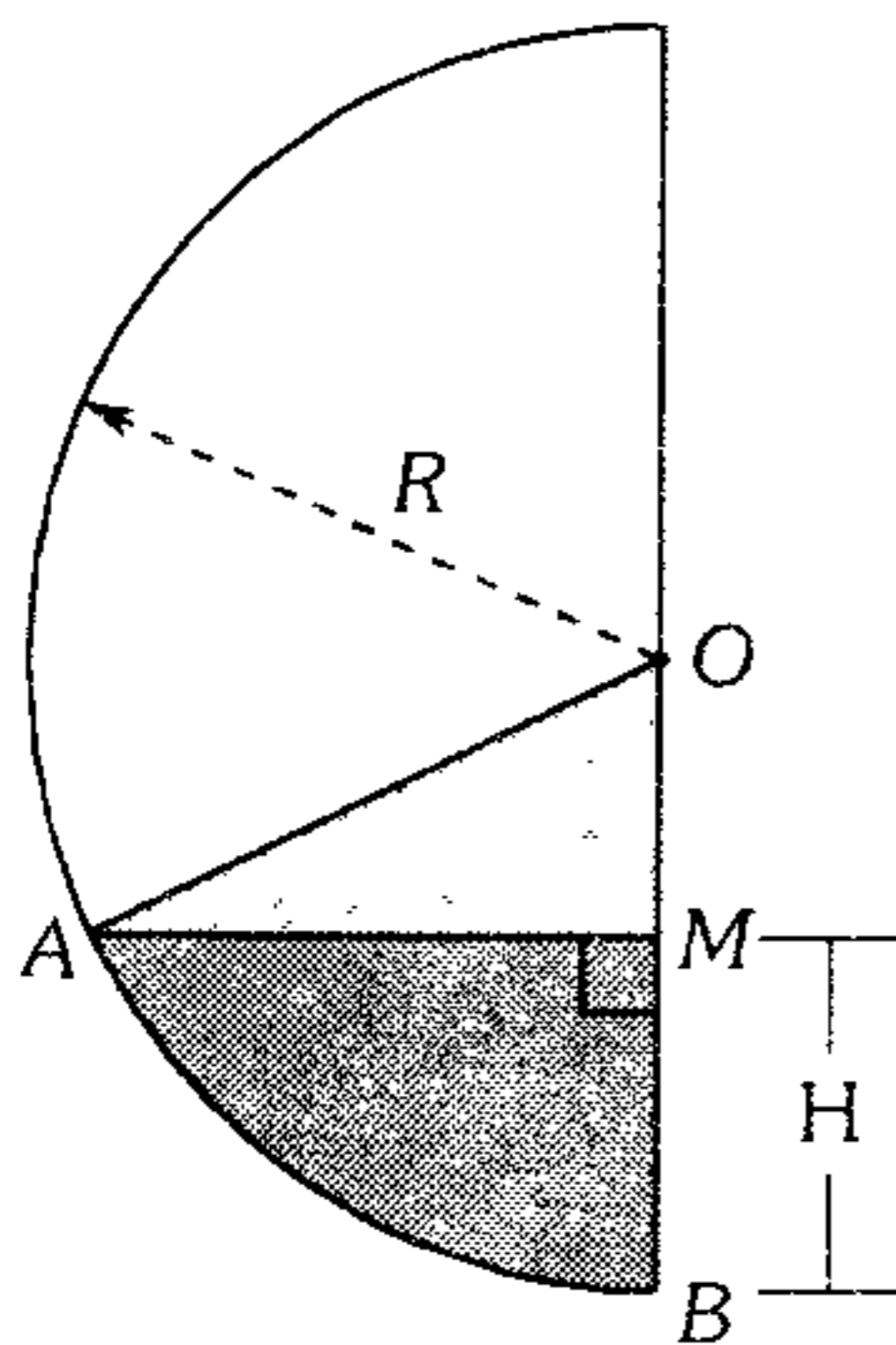
529. Según la figura, calcule la razón de los volúmenes de los sólidos generados por las regiones  $S_1$  y  $S_2$ , que giran alrededor de  $\overleftrightarrow{AD}$ , si  $AB=BC=CD$ .



- A)  $\frac{2}{3}$                       B)  $\frac{3}{2}$   
 C)  $\frac{2}{1}$   
 D)  $\frac{1}{2}$                       E) 1 : 1

530. En la gráfica mostrada las regiones  $AOM$  y  $ABM$  generan un cono y un segmento esférico de una base al girar en torno al diámetro. Si dichos sólidos son equivalentes, calcule

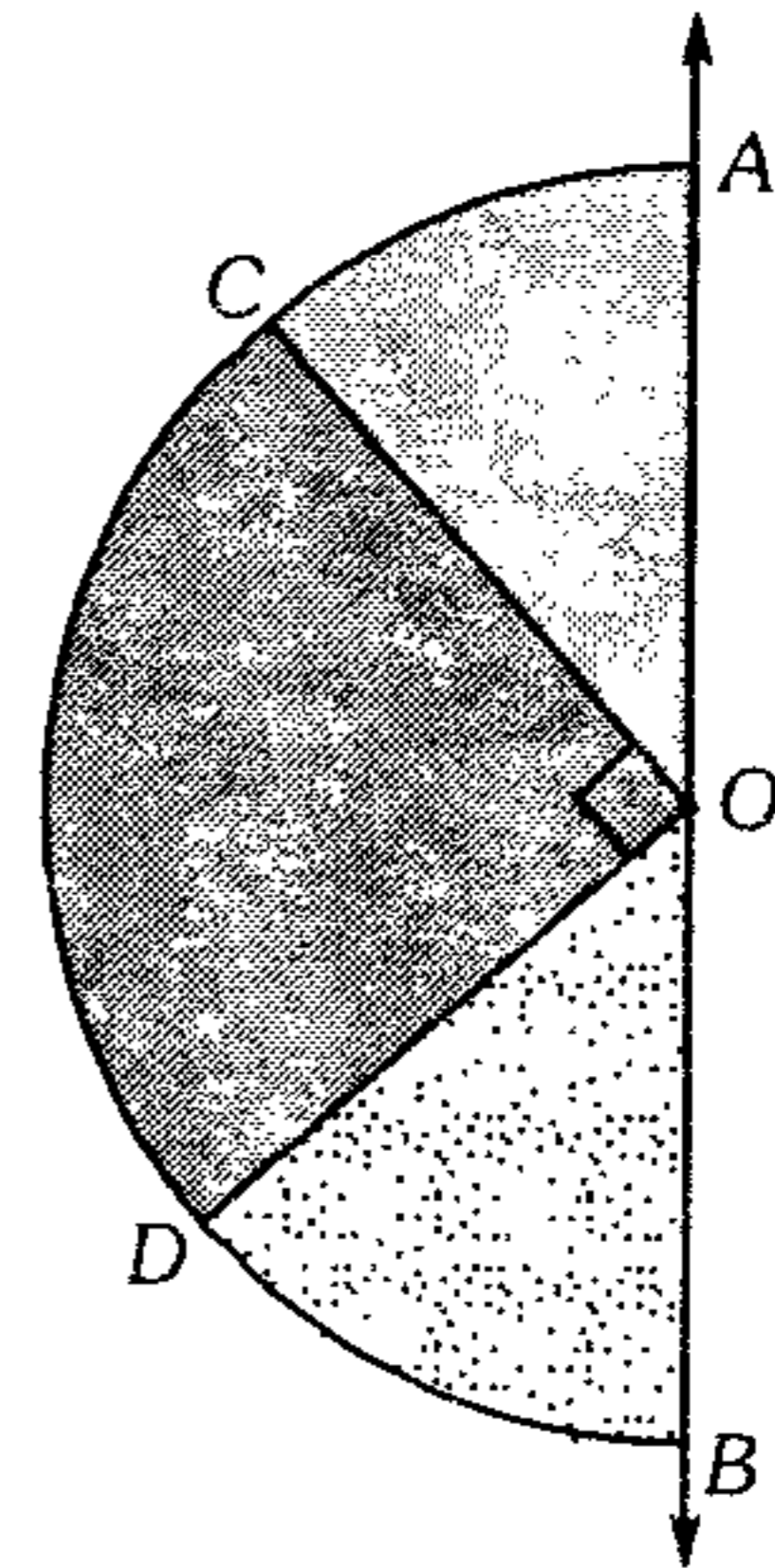
$$\frac{R}{H} + \frac{H}{R}$$



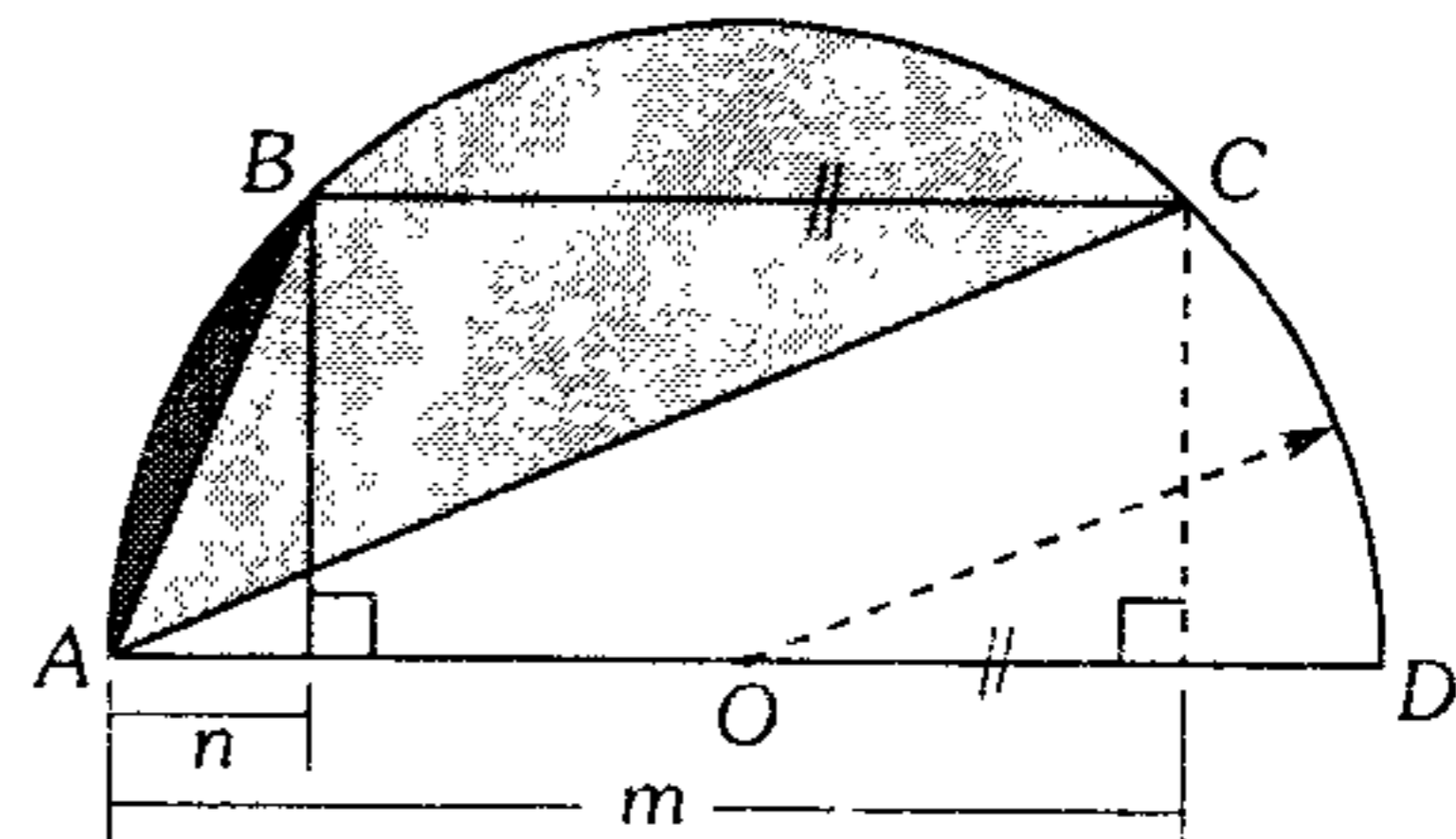
- A) 1                              B) 2  
 C) 3  
 D) 4                              E) 5

531. Según el gráfico  $m\widehat{AC} = 30^\circ$ , ¿qué ángulo debe girar aproximadamente el semicírculo alrededor de  $\overleftrightarrow{AB}$  para que el sólido generado, sea equivalente al sector esférico generado por el sector circular  $COD$  al girar  $360^\circ$  alrededor de  $\overleftrightarrow{AB}$ ?

- A)  $200^\circ$   
 B)  $180^\circ$   
 C)  $243^\circ$   
 D)  $270^\circ$   
 E)  $120^\circ$



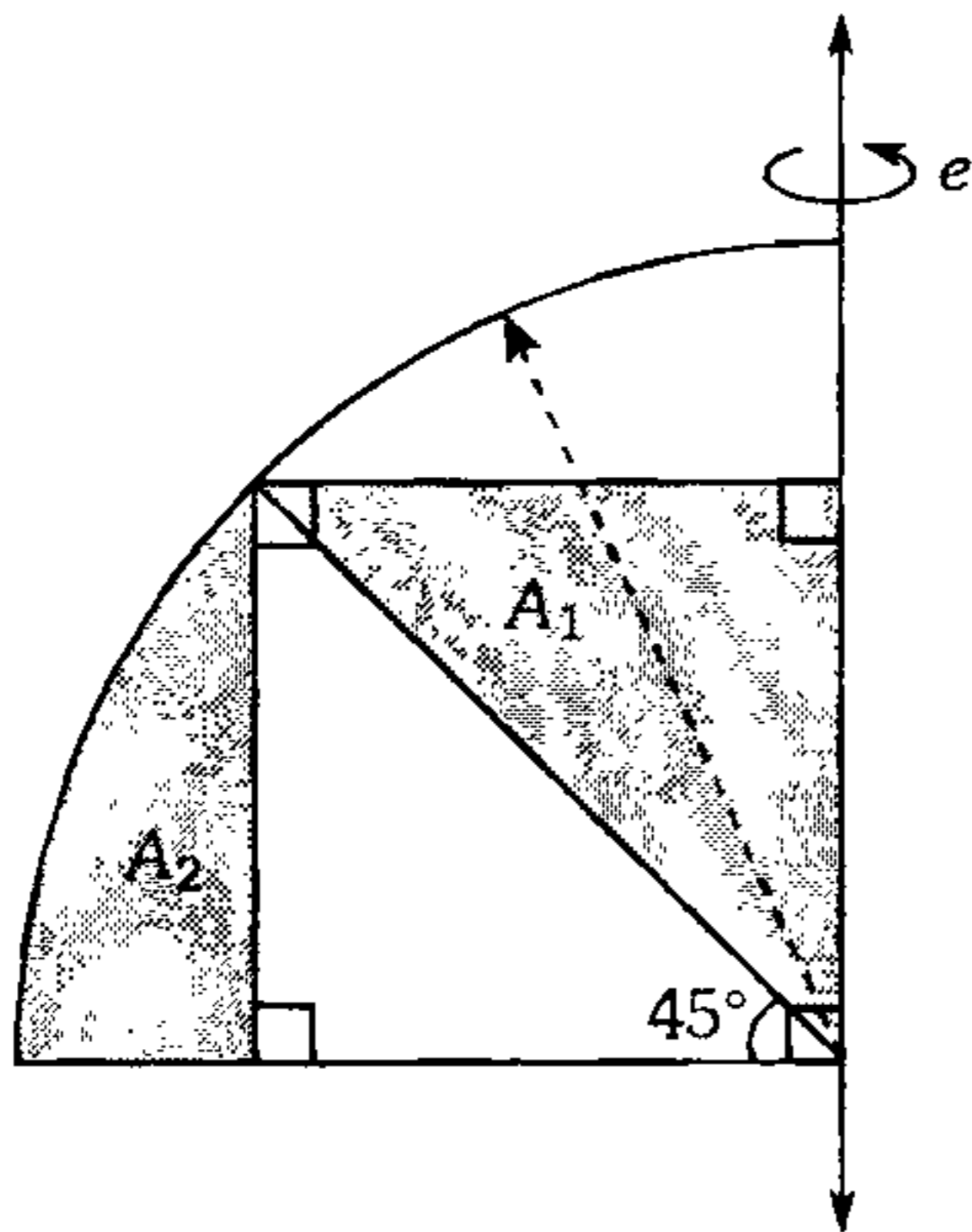
532. En el gráfico calcule la suma de volúmenes de los anillos esféricos generados por los segmentos circulares  $\overline{AC}$  y  $\overline{AB}$  al girar  $360^\circ$  alrededor de  $\overleftrightarrow{AD}$ . Además  $(\overline{CB} \parallel \overline{AD})$ .



- A)  $\frac{\pi}{3}(m^3 + n^3 + mn)$   
 B)  $\frac{\pi}{3}(m^3 + n^3)$   
 C)  $\frac{\pi}{6}(m^3 + n^3 + mn(m+n))$   
 D)  $\frac{\pi}{6}(m^3 + n^3)$   
 E)  $\frac{\pi}{6}mn(m+n)$

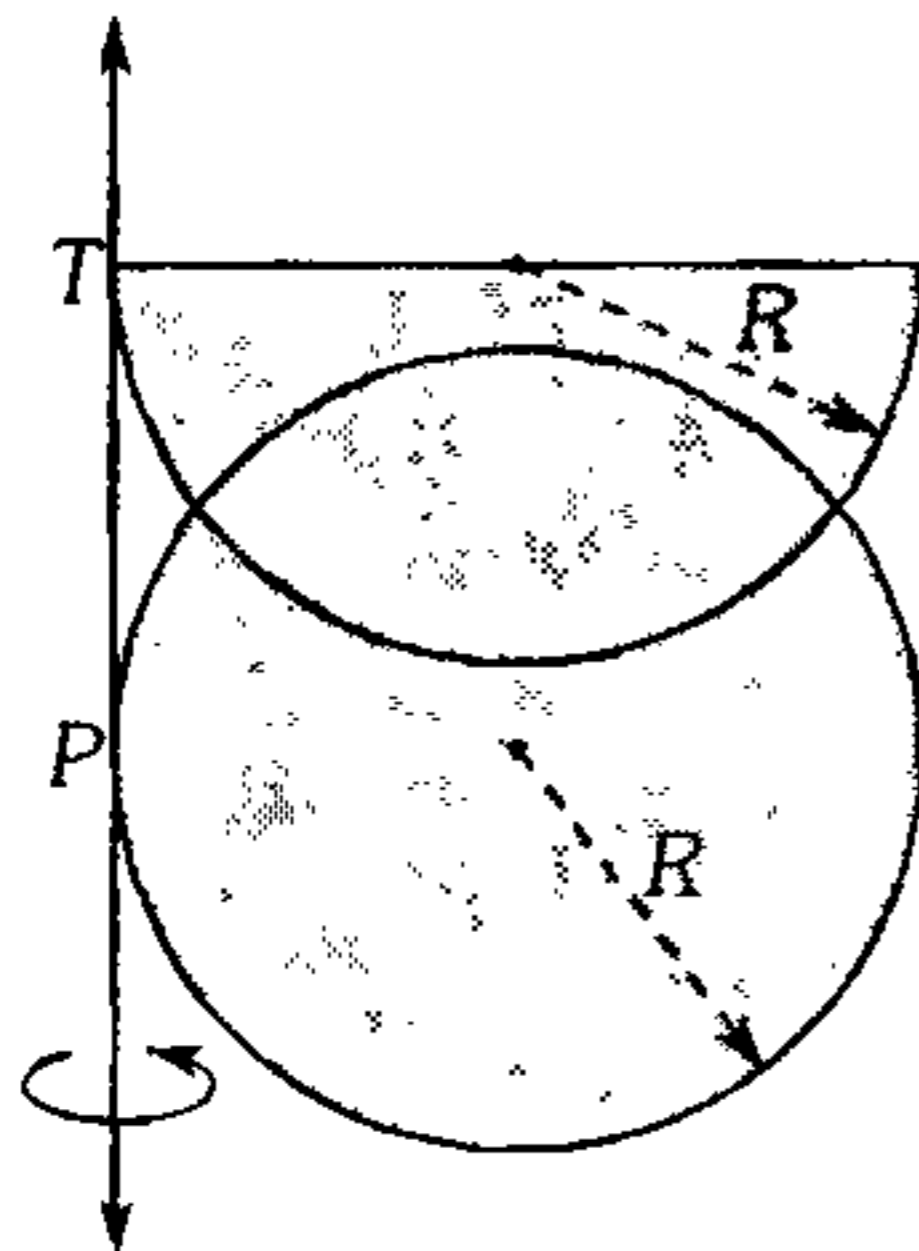


533. En la figura, calcule la razón de volúmenes de los sólidos de revolución que se generan al girar las regiones  $A_1$  y  $A_2$  alrededor del eje  $e$ .



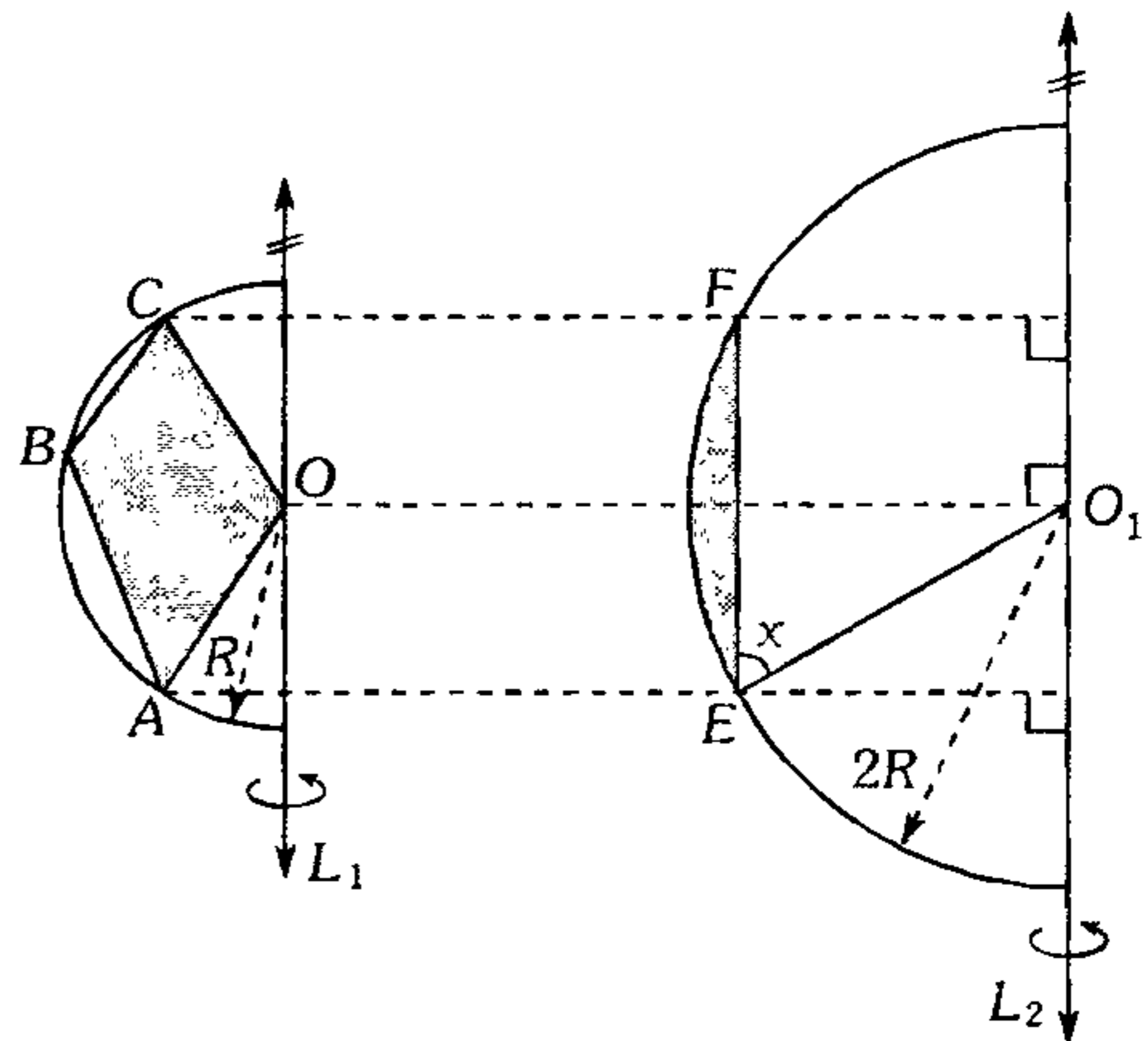
- A) 1
- B) 0,5
- C) 0,25
- D) 0,33
- E) 0,66

534. En la figura  $P$  y  $T$  son puntos de tangencia. Calcule el volumen generado por la región sombreada al girar  $360^\circ$  alrededor de  $\overleftrightarrow{TP}$  si la semicircunferencia y la circunferencia son ortogonales.



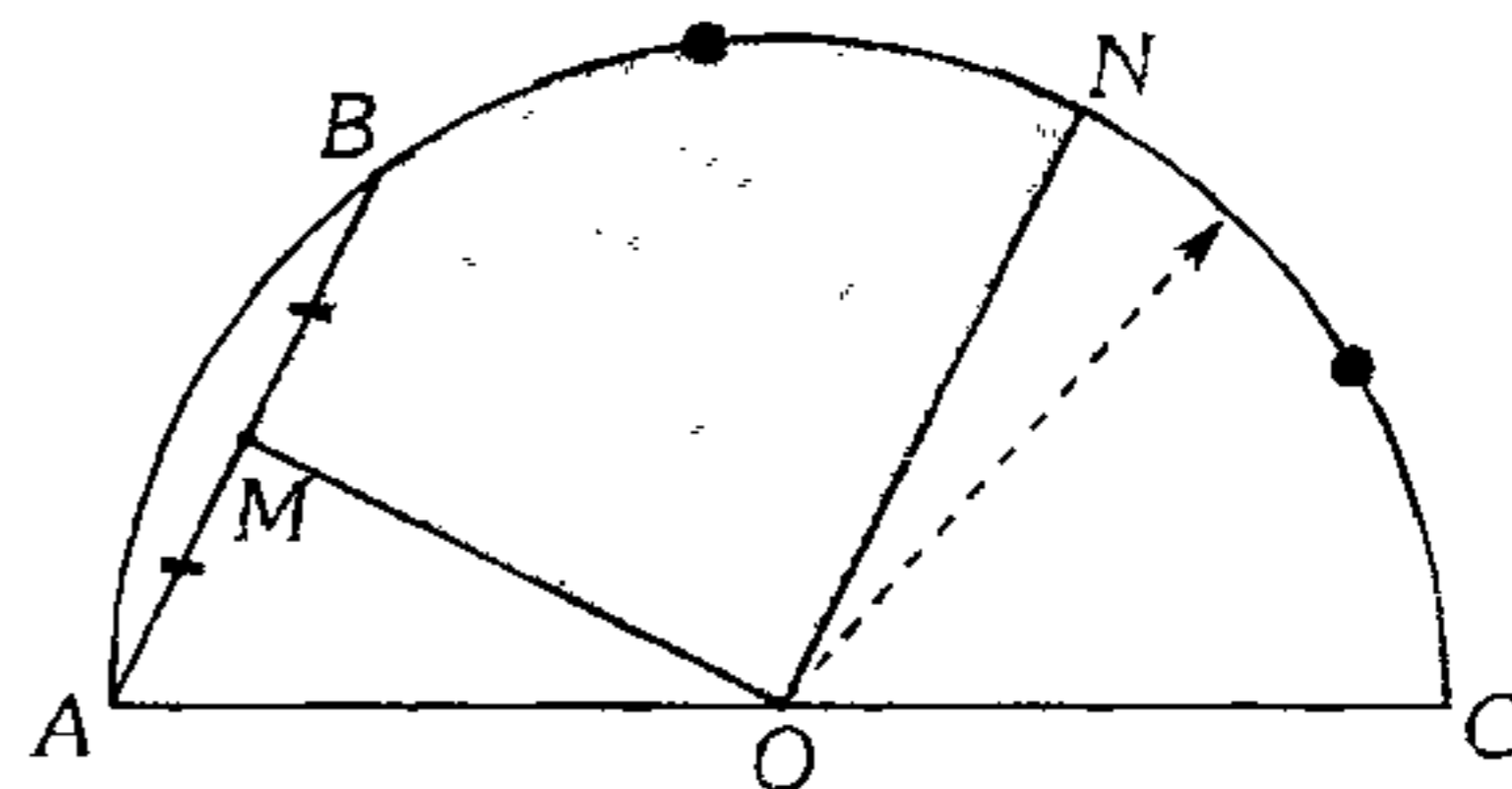
- A)  $R^3(\pi+1)$
- B)  $\frac{2}{3}\pi R^3(2\pi-1)$
- C)  $3\pi R^3(2\pi-1)$
- D)  $2\pi R^3(\pi+1)$
- E)  $\pi R^3(2\pi+1)$

535. Según el gráfico el volumen del sólido generado al girar el sector poligonal regular  $ABC$  ( $AB=BC=R$ ) una vuelta alrededor de  $\overleftrightarrow{L_1}$  es los  $\frac{3}{4}$  del volumen del sólido generado por el segmento circular  $(\overline{EF})$  al girar una vuelta alrededor de  $\overleftrightarrow{L_2}$ . Calcule  $x$  si  $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ .



- A)  $45^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $90^\circ$
- D)  $\frac{45^\circ}{2}$
- E)  $30^\circ$

536. Del gráfico mostrado  $M$  y  $N$  son puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  respectivamente, si  $AC=12$  cm y  $m\widehat{AB} = 60^\circ$ . Calcule el volumen del sólido generado por la región sombreada al girar una vuelta alrededor de  $\overleftrightarrow{AC}$ .



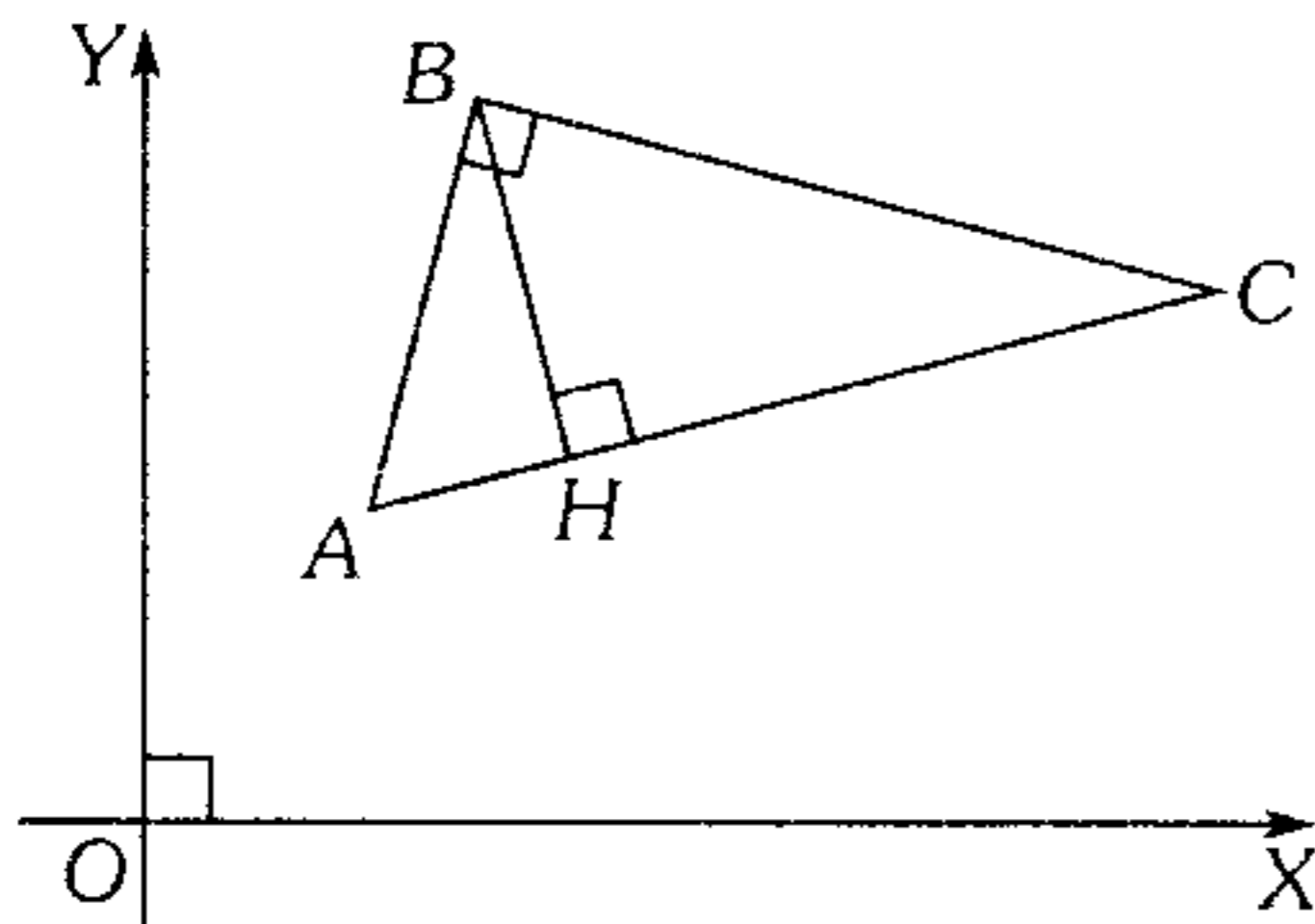
- A)  $369\pi$
- B)  $288\pi$
- C)  $81\pi$
- D)  $\frac{369\pi}{2}$
- E)  $\frac{225\pi}{2}$

537. Dado un cuadrante  $AOB$  de centro  $O$ , se traza una recta  $\mathcal{L}$  tangente a dicho cuadrante. Si las distancias de  $A$  y  $B$  a dicha recta son 2 y 4, calcule el área de la superficie generada por el arco  $AB$  al girar  $360^\circ$  alrededor de  $\mathcal{L}$ .

- A)  $20\pi(5\pi - 14)$
- B)  $10\pi(3\pi - 1)$
- C)  $30\pi(\pi - 1)$
- D)  $10\pi(7\pi - 20)$
- E)  $15\pi(10\pi - 27)$

**Geometría Analítica Escalar**

538. Según el gráfico,  $m\angle ACB = 30^\circ$ . Calcule la suma de abscisas de  $A$  y  $C$  si la abscisa en el punto  $H$  es 5, además la proyección de  $\overline{AC}$  sobre el eje de abscisas mide 8 u.



- A) 8                      B) 10                      C) 14
- D) 16                      E) 18

539. Si  $L$  es una recta no paralela a los ejes coordenados, y contiene los puntos  $(2; 2)$ ,  $(0; q)$ ;  $(p; 0)$  siendo  $p \neq 0$  y  $q \neq 0$ , calcule el valor de  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ .

- A) 1                      B) 2                      C) 4
- D)  $\frac{1}{4}$                       E)  $\frac{1}{2}$

540. Calcule la medida del ángulo que forman las rectas  $L_1$ , con pendiente  $K$ , y  $L_2$  con pendiente  $\frac{K-1}{K+1}$ .

- A)  $60^\circ$                       B)  $90^\circ$                       C)  $120^\circ$
- D)  $135^\circ$                       E)  $150^\circ$

541. Determine para qué valores de  $a$  la recta  $L: (a+2)x + (a^2-9)y + 3a^2 - 8a - 5 = 0$  es paralela al eje  $X$  y paralela al eje  $Y$ .

- A)  $a = -2$ ;  $a = \pm 3$                       B)  $a = 2$ ;  $a = \pm 3$
- C)  $a = 2$ ;  $a = 3$
- D)  $a = \sqrt{3}$ ;  $a = -2$                       E)  $a = -2$ ;  $a = 6$

542. Halle la ecuación de la recta que contiene al origen y que interseca a las rectas  $x - y = 3$ ;  $y = 2x + 4$  en  $A$  y  $B$  respectivamente de tal manera que el origen es punto medio de  $\overline{AB}$ .

- A)  $2y = x$                       B)  $x - y = 1$                       C)  $2x = y$
- D)  $2x + y = 0$                       E)  $2x - y = 1$

543. Halle la ecuación de la recta que contiene uno de los catetos de un triángulo rectángulo isósceles conociendo el vértice del ángulo recto  $C = (4; 1)$  y la ecuación de la recta que contiene a la hipotenusa es  $3x - y + 5 = 0$ .

- A)  $2x - y = 7$                       B)  $2x + y = 9$
- C)  $2y + x = 7$
- D)  $2x + y = 7$                       E)  $x + y - 7 = 0$

544. Se tiene los puntos  $A = (-2; 3)$  y  $B = (12; 3)$  y la recta  $L: y - x - 12 = 0$ . Calcule las coordenadas de un punto  $P$  de dicha recta de tal forma que  $AP + PB = 28$ , además  $P$  pertenece al primer cuadrante.

- A)  $(6; 18)$                       B)  $(3; 15)$                       C)  $(2; 14)$
- D)  $(1; 13)$                       E)  $(4; 16)$

545. Halle la ecuación de la trayectoria de un móvil que se desplaza de tal manera que la diferencia de los cuadrados de sus distancias a los puntos  $(2; -2)$  y  $(4; 1)$  es igual a 12.

- A)  $2x + 3y = 10$
- B)  $4x + 6y = 21$
- C)  $2x - 3y = 11$
- D)  $4x - 6y = 21$
- E)  $4x - 6y + 21 = 0$

546. Los puntos  $P_1, P_2$  y  $P_3$  son los vértices de un triángulo de área 5 unidades cuadradas.

Si  $P_1 = (4; 1)$ ;  $P_2 = (-3; 3)$  y  $P_3 \in \overline{L}$ ,  $L: (1; 1) \cdot (x; y) = 0$ , halle las coordenadas de  $P_3$ .

- A)  $(1; 1)$       B)  $(1; -1)$       C)  $(-5; 5)$
- D)  $(5; 5)$                               E)  $(-5; 1)$

547. Se tiene una circunferencia tangente al eje de las abscisas, cuyo centro es el punto  $(7; 1)$ . Determine la ecuación de la recta tangente de mayor inclinación a dicha circunferencia trazada desde el punto  $(2; 6)$ .

- A)  $3x + 4y - 30 = 0$
- B)  $3x + 4y - 10 = 0$
- C)  $3x - 4y - 23 = 0$
- D)  $5x - 8y - 30 = 0$
- E)  $x + y - 3 = 0$

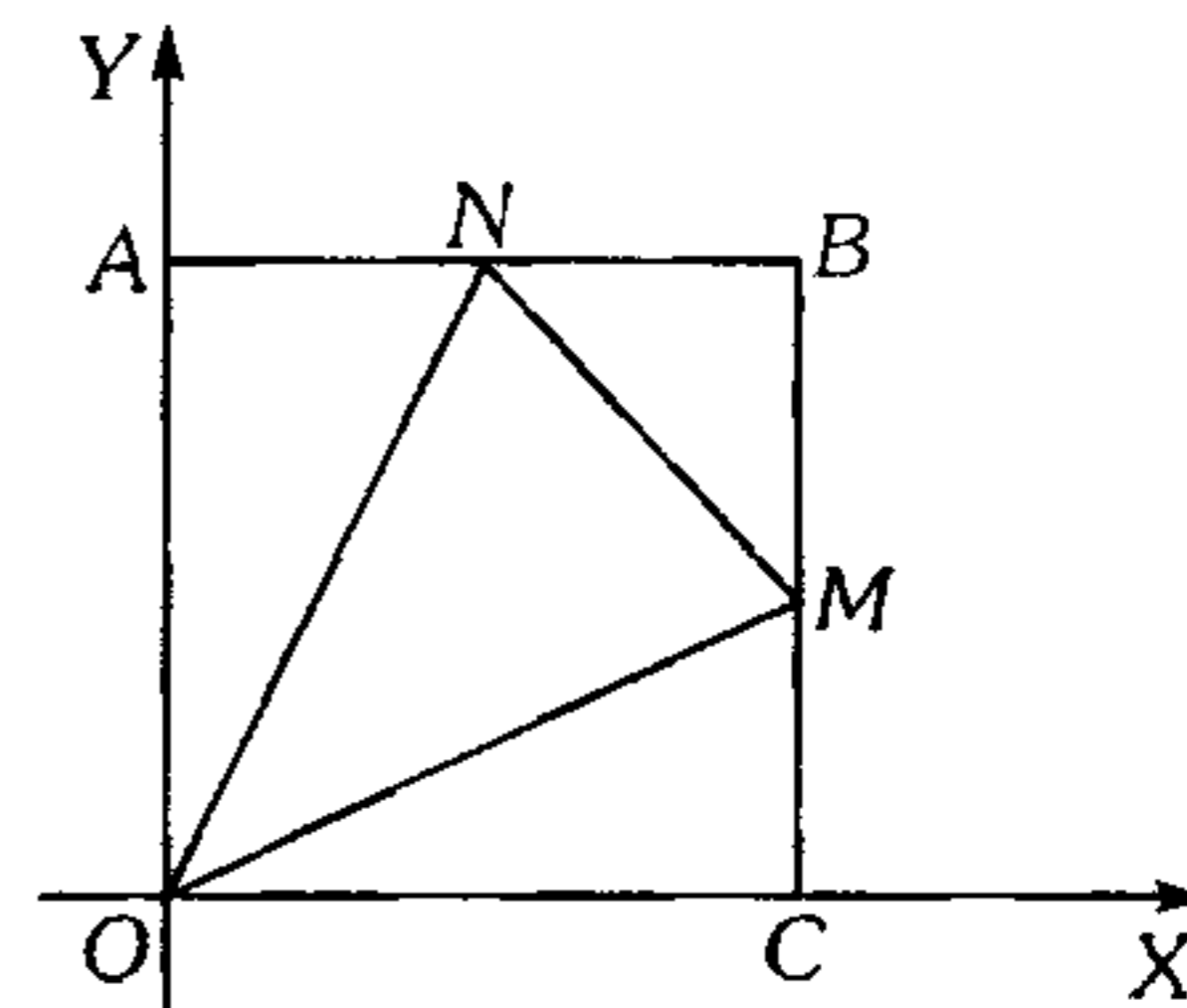
548. Se lanza una partícula  $P$  desde el punto  $(-2; 5)$ , para que intercepte a otra partícula, de trayectoria  $L: 3x - 4y + 6 = 0$ . Si el movimiento de  $P$  es rectilíneo con rapidez constante de 2 unid/s, calcule el mínimo tiempo en que  $P$  lograría su objetivo.

- A) 4 s
- B) 3 s
- C) 1 s
- D) 2 s
- E) No se puede determinar

549. Sea  $B = (2a\sqrt{3}; 2a)$  y  $A$  un punto que pertenece a la recta  $\mathcal{L}: x = \sqrt{3}(y - 2a)$ . Calcule las coordenadas de  $A$  (dé una de las respuestas) si  $m\angle OAB = 90^\circ$  y  $O$  es origen de coordenadas.

- A)  $(0; 3a)$                               B)  $(a; \sqrt{3}a)$
- C)  $(a\sqrt{3}; 3a)$
- D)  $(a\sqrt{3}; a)$                               E)  $(a\sqrt{3}; a\sqrt{3})$

550. En el gráfico  $OABC$  es un cuadrado, en el cual el área de la región  $ONM$  es al área de la región  $OMC$  como 2 es a 1. Calcule la ecuación de la recta  $OM$ , si  $AN = NB$ .



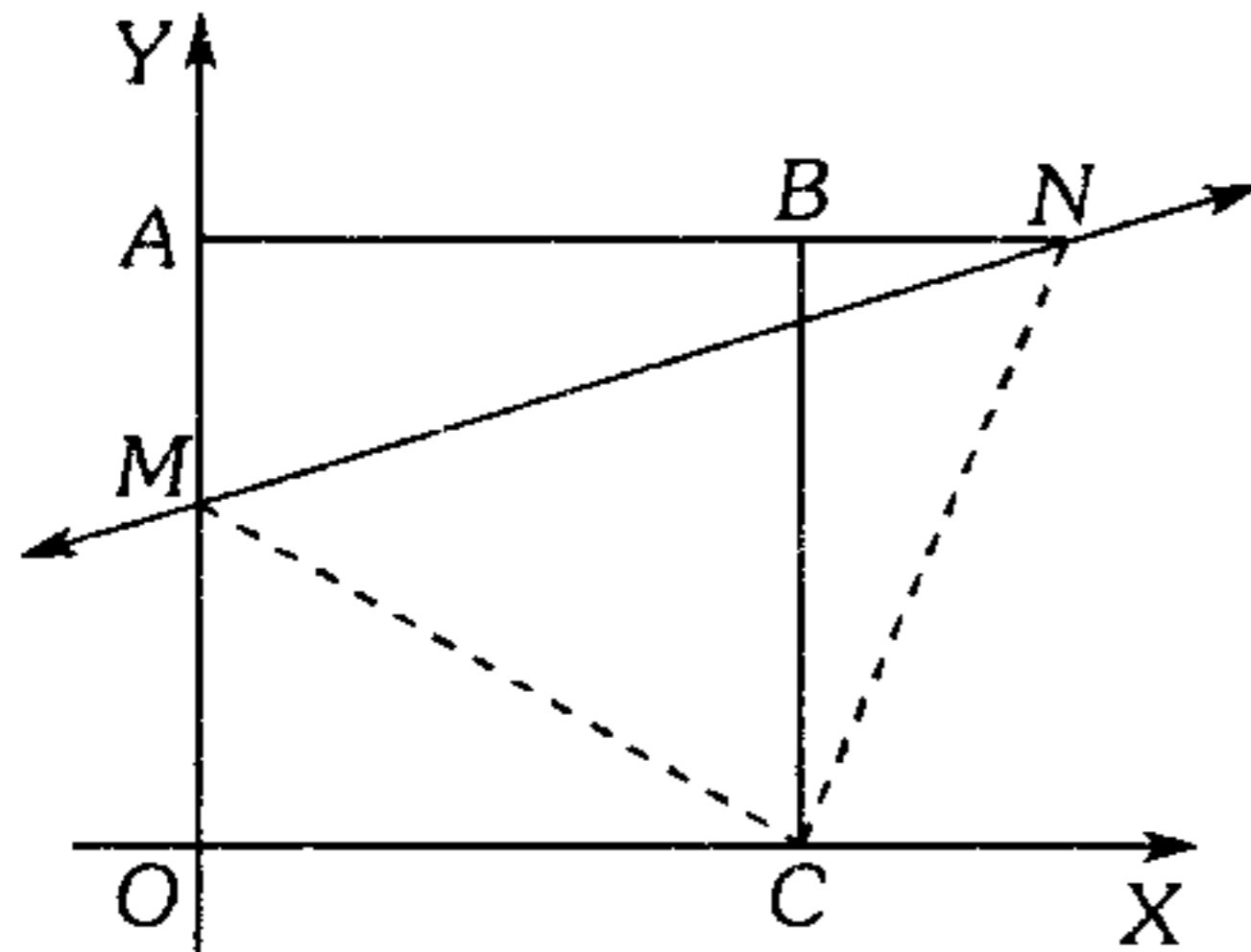
- A)  $2x - 5y = 0$
- B)  $2x - 3y = 0$
- C)  $x - y + 1 = 0$
- D)  $3x - 5y = 0$
- E)  $2x + 5y = 0$

551. Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto  $(a; b)$  y por la intersección de las rectas

$$L_1: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1; \quad L_2: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1.$$

- A)  $b^2x - a^2y - a^2b - ab^2 = 0$
- B)  $bx - ay - ab - ab^2 = 0$
- C)  $b^2x - a^2y - a^2b + ab^2 = 0$
- D)  $a^2x - b^2y - a^2b - ab^2 = 0$
- E)  $ax + by + ab = 0$

552. Según el gráfico determine la ecuación de la recta que pasa por  $M$  y  $N$ , si  $m\angle MCN = 90^\circ$ ; además  $OABC$  es un cuadrado de lado  $8,5$  u y  $AM = 5$ u.



- A)  $5x - 12y + 42 = 0$   
 B)  $5x + 12y - 42 = 0$   
 C)  $12x - 5y + 42 = 0$   
 D)  $12x + 5y - 42 = 0$   
 E)  $6x + 5y - 21 = 0$

553. La medida de la inclinación de dos rectas es  $\theta$ , una de ellas pasa por el punto  $(p; q)$  y la otra por el punto  $(h; k)$ . Calcule la distancia entre dichas rectas.

- A)  $(h - p)\text{sen}\theta - (k - q)\text{cos}\theta$   
 B)  $(h + p)\text{sen}\theta + (k + q)\text{cos}\theta$   
 C)  $(h + p)\text{sen}\theta - (k + q)\text{cos}\theta$   
 D)  $(h - p)\text{cos}\theta - (k - q)\text{sen}\theta$   
 E)  $(2h + p)\text{cos}\theta - (k - 2q)\text{sen}\theta$

**Geometría Analítica Vectorial**

554. Si el vector  $\vec{a} = (1; 18)$  es expresado como

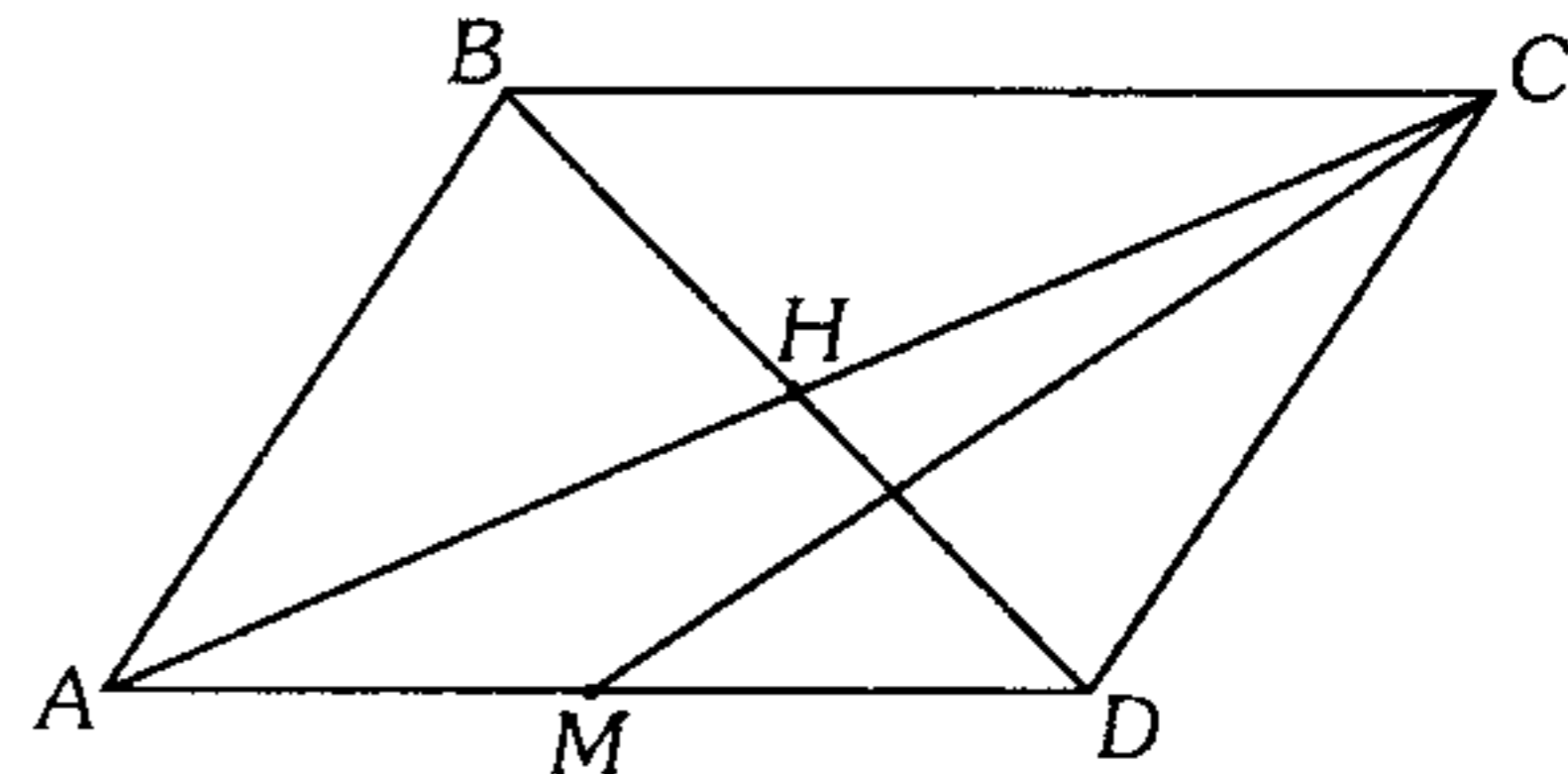
$\vec{a} = (\vec{x} + \vec{y})$  y  $\vec{x} \parallel \vec{b}$ ;  $\vec{y} \parallel \vec{c}$  y si  $\vec{b} = (-1; 4)$ ;  $\vec{c} = (2m; 3m)$ , halle  $\vec{x}$ .

- A)  $(-1; 4)$     B)  $(-2; 8)$     C)  $(-3; 12)$   
 D)  $(3; -12)$     E)  $(2; -8)$

555. Dados los vectores  $\vec{a} = (1; -1)$ ;  $\vec{b} = (1; 2)$  y  $\vec{c} = (2; 3)$ . Si  $\vec{c} = r\vec{a} + s\vec{b}$ , calcule  $9(r^2 + s^2)$ .

- A) 27            B) 18            C) 26  
 D) 25            E) 15

556. En la figura,  $ABCD$  es un paralelogramo,  $M$  es punto medio de  $\overline{AD}$ . Si  $\overline{AH} = m\overline{AB} + n\overline{MC}$ , calcule  $\frac{2}{3}m - \frac{3}{2}n$ .



- A)  $\frac{11}{6}$             B) 2            C)  $-\frac{11}{6}$   
 D) -2            E)  $-\frac{13}{6}$

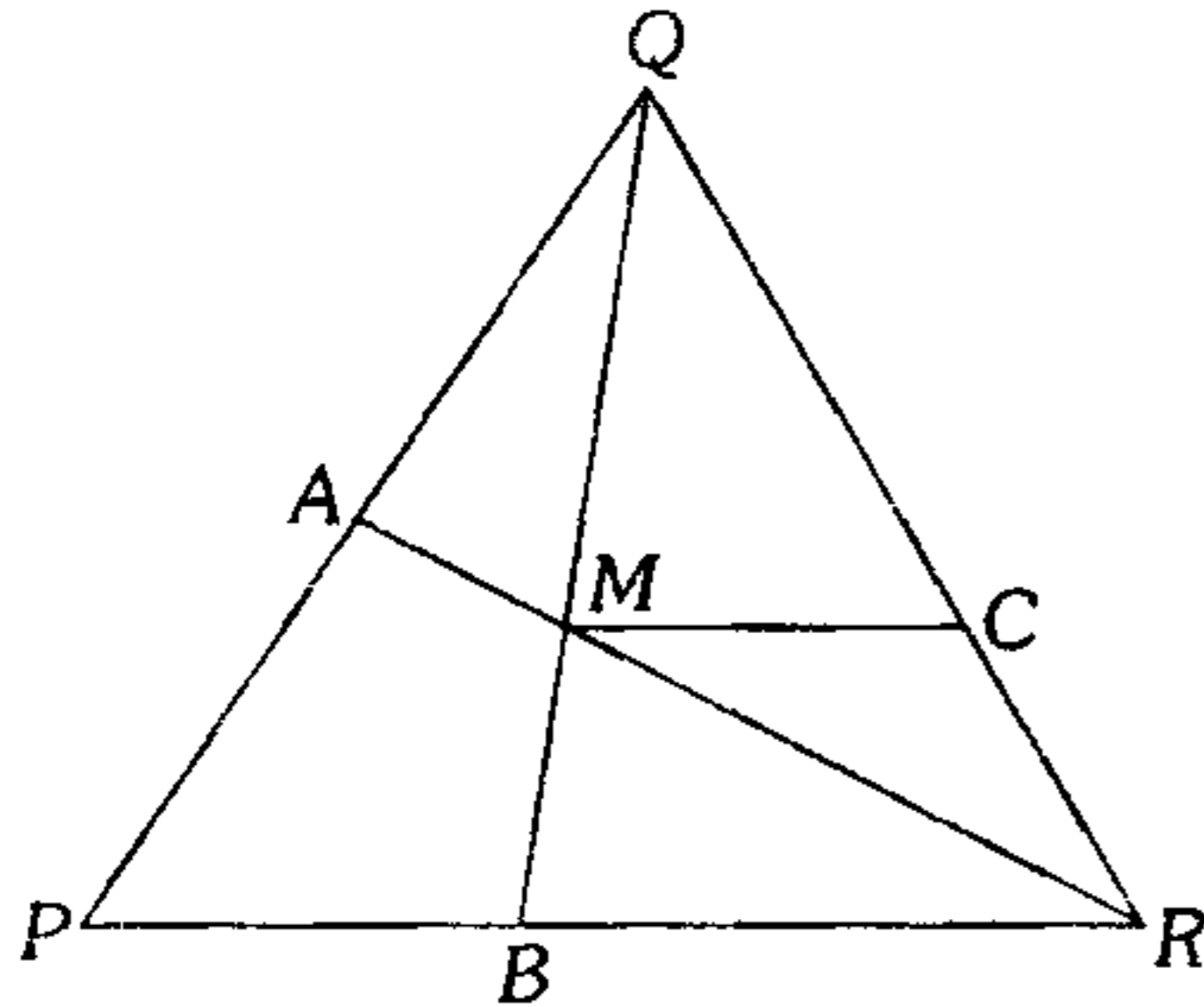
557. Se tiene un exágono regular  $ABCDEF$ , cuyo lado es de longitud  $a$ .  $M$  es punto medio de  $\overline{EF}$ . Calcule  $|\overline{CB} + \overline{CF} + \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{CM}|$ .

- A)  $\frac{a}{2}\sqrt{79}$     B)  $\frac{a}{3}\sqrt{79}$     C)  $\frac{a}{79}\sqrt{79}$   
 D)  $a\sqrt{79}$             E)  $a\sqrt{7}$

558. En un triángulo  $ABC$  se traza la mediana  $CM$ ;  $\overline{BN}$  es la mediana del triángulo  $BCM$ , luego por  $M$  se traza una paralela al segmento  $BN$ , dicha paralela interseca al lado  $AC$  en el punto  $F$ , el segmento  $AN$  interseca al segmento  $FM$  en el punto  $T$ . Halle el vector  $\overline{FT}$  en función de los vectores  $\overline{CA}$  y  $\overline{AB}$ .

- A)  $\frac{4\overline{CA} + 2\overline{AB}}{24}$             B)  $\frac{-\overline{AC} + \overline{AB}}{8}$   
 C)  $\frac{2\overline{CA} + 3\overline{AB}}{24}$   
 D)  $\frac{\overline{AC} + 3\overline{AB}}{24}$             E)  $\frac{2\overline{CA} + 3\overline{AB}}{12}$

559. En el triángulo  $PQR$ , se tiene que  $\overline{MC} \parallel \overline{PR}$  y que  $\overline{RA}$  y  $\overline{QB}$  son medianas del triángulo. Si se cumple que  $\overline{RM} = s\overline{MC} + t\overline{PQ}$ , calcule  $s+t$ .



- A)  $-\frac{5}{3}$       B)  $-\frac{5}{2}$       C)  $-\frac{3}{5}$   
 D) 0                      E)  $-\frac{11}{3}$

560. Si  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son vectores no nulos, determine el valor de verdad de:

I.  $\vec{a}^\perp \cdot \vec{b}^\perp = \vec{a} \cdot \vec{b}$

II.  $(\vec{a} + \vec{b})^\perp = \vec{a}^\perp + \vec{b}^\perp$

III.  $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$  es siempre un vector unitario.

- A) FFF      B) FFV      C) VVF  
 D) FVV      E) VFF

561. Encuentre el valor mínimo de  $|\vec{a}|$  si  $|\vec{a}| = (3s - 1; s - 2)$  donde  $s \in \mathbb{R}$ .

- A)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       B)  $2\sqrt{5}$   
 C)  $2\sqrt{\frac{5}{2}}$   
 D)  $\sqrt{\frac{5}{2}}$                       E)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

562. Dados los vectores  $\vec{a} = (1; 3)$  y  $\vec{b} = (x; y)$  si  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$  y  $\vec{a} - \vec{b} = (1 - x; 2)$ , calcule  $x^2 + y^2$ .

- A) 0                      B)  $\frac{1}{2}$                       C) 1  
 D) 2                      E) -1

563. Si  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  y  $\vec{b} = \frac{(2; -4)}{3}$  tienen la misma dirección pero sentido opuesto. Si  $a_1^2 + a_2^2 = 25$ , halle  $a_2 - a_1$ .

- A)  $3\sqrt{3}$                       B)  $2\sqrt{5}$                       C) 4  
 D) 5                      E)  $3\sqrt{5}$

564. A los lados de un triángulo se asocian los vectores  $\vec{a}, \vec{b}$  y  $\vec{a} - \vec{b}$ . Si  $a = 6$ ;  $b = 2$  y  $|\vec{b} - \vec{a}| = 5$ , calcule  $\text{Comp}_{\vec{b}} \vec{a} - \text{Comp}_{\vec{a}} \vec{b}$ .

- A)  $\frac{5}{2}$                       B)  $\frac{1}{8}$                       C)  $\frac{2}{3}$   
 D)  $\frac{3}{2}$                       E)  $\frac{4}{5}$

565. Si  $\vec{a} = (4; -2)$ ;  $\text{proy}_{\vec{b}} \vec{a} = (-3; 3)$ ;  $\text{Comp}_{\vec{b}} \vec{a} > 0$ , calcule  $\text{Comp}_{\vec{b}} \vec{a}$ .

- A)  $\sqrt{2}$                       B) 1                      C)  $-\sqrt{2}$   
 D) -1                      E)  $2\sqrt{2}$

566. Sean  $\vec{m}$  y  $\vec{n}$  dos vectores unitarios que forman un ángulo de  $60^\circ$ , dados los vectores  $\vec{a} = 3\vec{m} - 2\vec{n}$ ;  $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$ , calcule  $\text{Comp}_{\vec{b}} \vec{a}$ .

- A)  $\frac{7}{2\sqrt{7}}$                       B)  $2\sqrt{7}$                       C)  $3\sqrt{7}$   
 D)  $-2\sqrt{7}$                       E)  $-\frac{7}{\sqrt{7}}$

567. Sean  $\vec{m}$  y  $\vec{n}$  dos vectores unitarios que determinan un ángulo que mide  $53^\circ$ . Dados los vectores  $\vec{a} = 5\vec{m} - 6\vec{n}$  y  $\vec{b} = 3\vec{n} - 5\vec{m}$ , calcule  $\text{comp}_{\vec{b}}\vec{a}$ .

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) -4

568. Sean las rectas  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$  de pendientes  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente que se intersecan en  $P$ . La recta  $\mathcal{L}_3$  interseca a  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$  en  $A$  y  $B$ , respectivamente.  $|\overline{PA}| = 8$  ;  $|\overline{PB}| = 3$  y además  $\frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1} = 2\sqrt{3}$ . Si  $m_1 \cdot m_2 = 1$ , calcule  $|\overline{AB}|$ .

- A)  $4\sqrt{3}$                       B) 5                      C)  $6\sqrt{3}$   
D) 7                      E) 8

569. En un triángulo  $ABC$ , con  $B = (3 ; 4)$ ;  $\vec{L}_1 : \{(1; -1) + t(1; 1)\}$  es la bisectriz del ángulo  $BAC$ ,  $\vec{L}_1 \cap \overline{BC} = \{Q\}$ ,  $N = (11; 0)$  es un punto en la prolongación de  $\overline{BC}$  tal que  $2\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{BN}$ . Calcule la razón entre las longitudes de los lados  $AB$  y  $AC$  del triángulo.

- A)  $\frac{4}{5}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{5}{3}$   
D)  $\frac{2}{3}$                       E)  $\frac{3}{5}$

570. Dados los puntos  $A = (9 ; 1)$  y  $B = (3 ; 4)$  las distancias respectivas a la recta  $\vec{L} : \{(3; 4) + t(4; 3)\}; t \in \mathbb{R}$  son  $a$  y  $b$ . Calcule  $k = a + b$ .

- A) 0                      B) 6                      C) 12  
D) 3                      E) 4

571.  $L$  es una recta que contiene al punto  $(8; 3)$  cuya intersección con el eje de ordenadas es negativa y cuya pendiente es positiva.  $\vec{L}$  determina con los ejes coordenados una región triangular de 12 unidades de perímetro. Encuentre la ecuación vectorial y la ecuación con las coordenadas al origen  $L$ .

A)  $L : \{(8; 3) + t(4; 3)\} t \in \mathbb{R}$

$L : \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

B)  $L : \{(4; 0) + t(4; 3)\} t \in \mathbb{R}$

$L : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$

C)  $L : \{(8; 3) + t(-4; 3)\} t \in \mathbb{R}$

$L : \frac{x}{4} - \frac{y}{4} = 1$

D)  $L : \{(8; 3) + t(4; 3)\} t \in \mathbb{R}$

$L : \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$

E)  $L : \{(0; -3) + t(4; -3)\} t \in \mathbb{R}$

$L : \frac{x}{6} - \frac{y}{4} = 1$

572. Los lados de un rectángulo son tales que dos de ellos distan  $3\sqrt{2}$  unidades del punto  $Q = (-3; 5)$  y los otros distan  $5\sqrt{2}$  unidades de  $Q$  y la medida de la inclinación de estos últimos lados es  $\frac{\pi}{4}$  radianes. Determine la ecuación vectorial de una recta que contenga a uno de los lados, tal que su ordenada al origen sea máxima.

A)  $L : \{(2; 0) + t(1; 1)\} t \in \mathbb{R}$

B)  $L : \{(5; 3) + t(1; 1)\} t \in \mathbb{R}$

C)  $L : \{(7; 7) + t(1; 1)\} t \in \mathbb{R}$

D)  $L : \{(-8; 10) + t(1; 1)\} t \in \mathbb{R}$

E)  $L : \{(-6; 2) + r(-1; 1)\} r \in \mathbb{R}$

573. Dadas las rectas  $L_1:(0:1)+t(2:1)$  y  $L_2:(-2:3)+s(-1:2)$ , halle la ecuación vectorial de una de las bisectrices del ángulo formado por dichas rectas.

A)  $-\frac{1}{5}(1:3)+t(1:3)/t \in \mathbb{R}$

B)  $\frac{1}{5}(1:3)+t(1:3)/t \in \mathbb{R}$

C)  $(1:3)+t(1:3)/t \in \mathbb{R}$

D)  $-(1:3)+t(1:3)/t \in \mathbb{R}$

E)  $\left(-\frac{4}{5};-\frac{3}{5}\right)+t(1:3)/t \in \mathbb{R}$

### Cónicas

574. Calcule el área de la región del plano, cuyos puntos verifican

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ x + y > 0 \\ y - x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

A)  $\frac{\pi-3}{2}u^2$     B)  $\frac{\pi-1}{2}u^2$     C)  $\frac{\pi+3}{2}u^2$

D)  $\frac{\pi+2}{2}u^2$     E)  $\frac{\pi+1}{2}u^2$

575. Calcule la distancia del punto de la circunferencia  $16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$  más próxima a la recta  $L$ , sabiendo que  $L: 8x - 4y + 73 = 0$

A)  $3\sqrt{5}$     B)  $2\sqrt{5}$     C)  $\sqrt{5}$

D)  $4\sqrt{5}$     E) 5

576. Dados los puntos  $A=(-4:-2)$  y  $B=(6;-8)$ , halle la ecuación del lugar geométrico del punto  $P$  tal que el producto de las pendientes de los segmentos  $PA$  y  $PB$  es igual a 1.

A)  $(x-1)^2 - (y+5)^2 = 16$

B)  $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 16$

C)  $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 16$

D)  $(x-1)^2 - (y+5)^2 = 25$

E)  $(x+1)^2 - (y-5)^2 = 25$

577. Determine la ecuación de la recta que contiene al diámetro de la circunferencia  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$  que biseca la cuerda cuya ecuación es  $3y + x - 6 = 0$ .

A)  $y = 3x + 11$

B)  $y = 3x + 21$

C)  $y = 4x + 11$

D)  $y = 5x + 11$

E)  $y = 3x - 11$

578. Una recta  $\mathcal{L}$  pasa por el punto  $(1; 1)$  de la circunferencia de ecuación  $x^2 - 2x + y^2 = 0$  y forma un ángulo de  $45^\circ$  con el eje  $X$ . Halle la ecuación de la recta tangente a la circunferencia que sea perpendicular a  $\mathcal{L}$  cuyo punto de tangencia se encuentra en el primer cuadrante.

A)  $y + x = \sqrt{2} - 1$

B)  $y + x = \sqrt{2}$

C)  $y + x = \sqrt{2} + 1$

D)  $y + x = -\sqrt{2}$

E)  $y - x = 1$

579. El centro de una circunferencia es el punto  $C(3; -1)$ , la recta  $2x - 5y + 18 = 0$  interseca a dicha circunferencia determinando una cuerda de 6 u. Halle la ecuación de esta circunferencia.

A)  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 38$

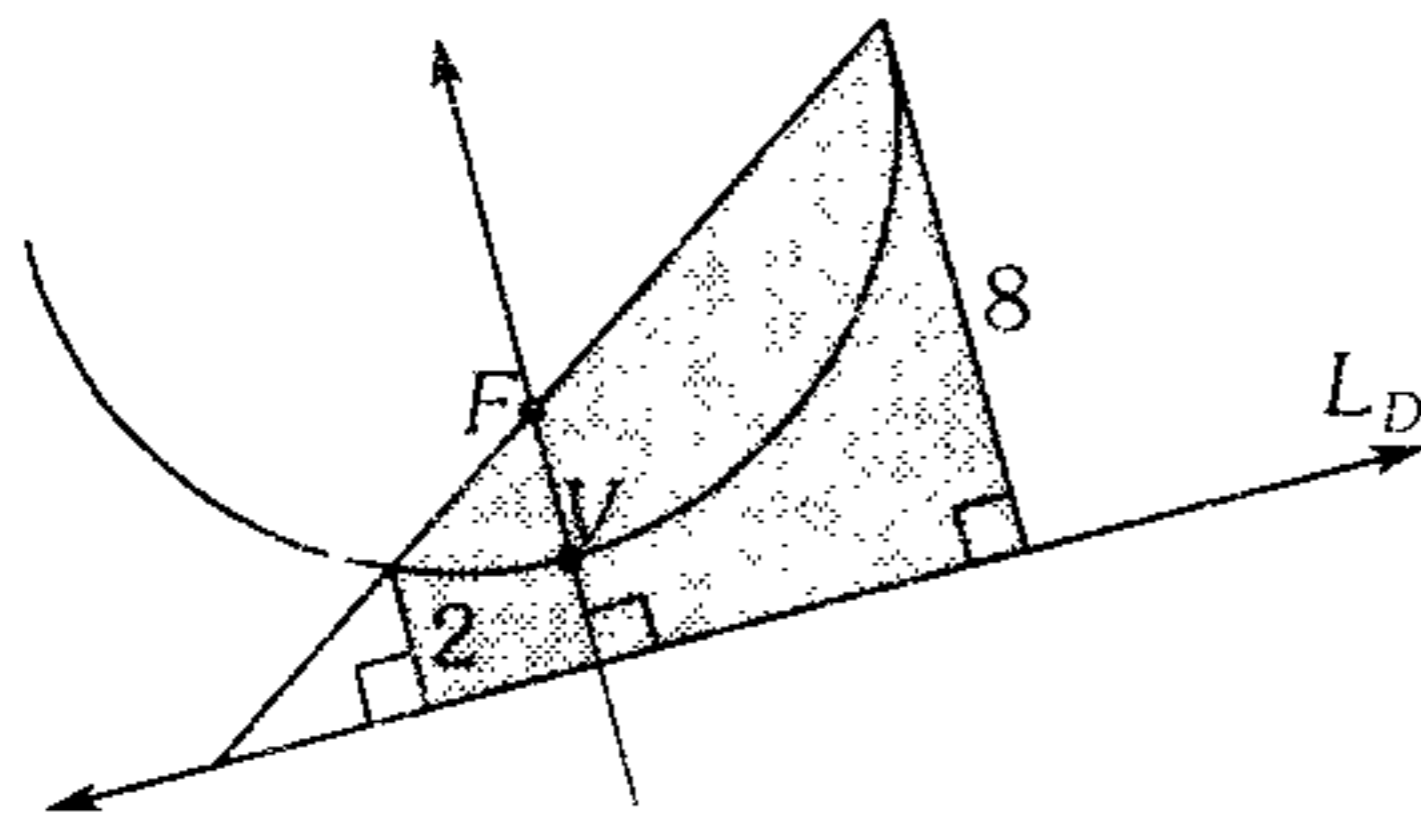
B)  $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 38$

C)  $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 38$

D)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 38$

E)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 36$

580. En el gráfico mostrado  $F$  es foco de la parábola,  $\overline{LD}$  es la directriz. Calcule el área de la región sombreada.

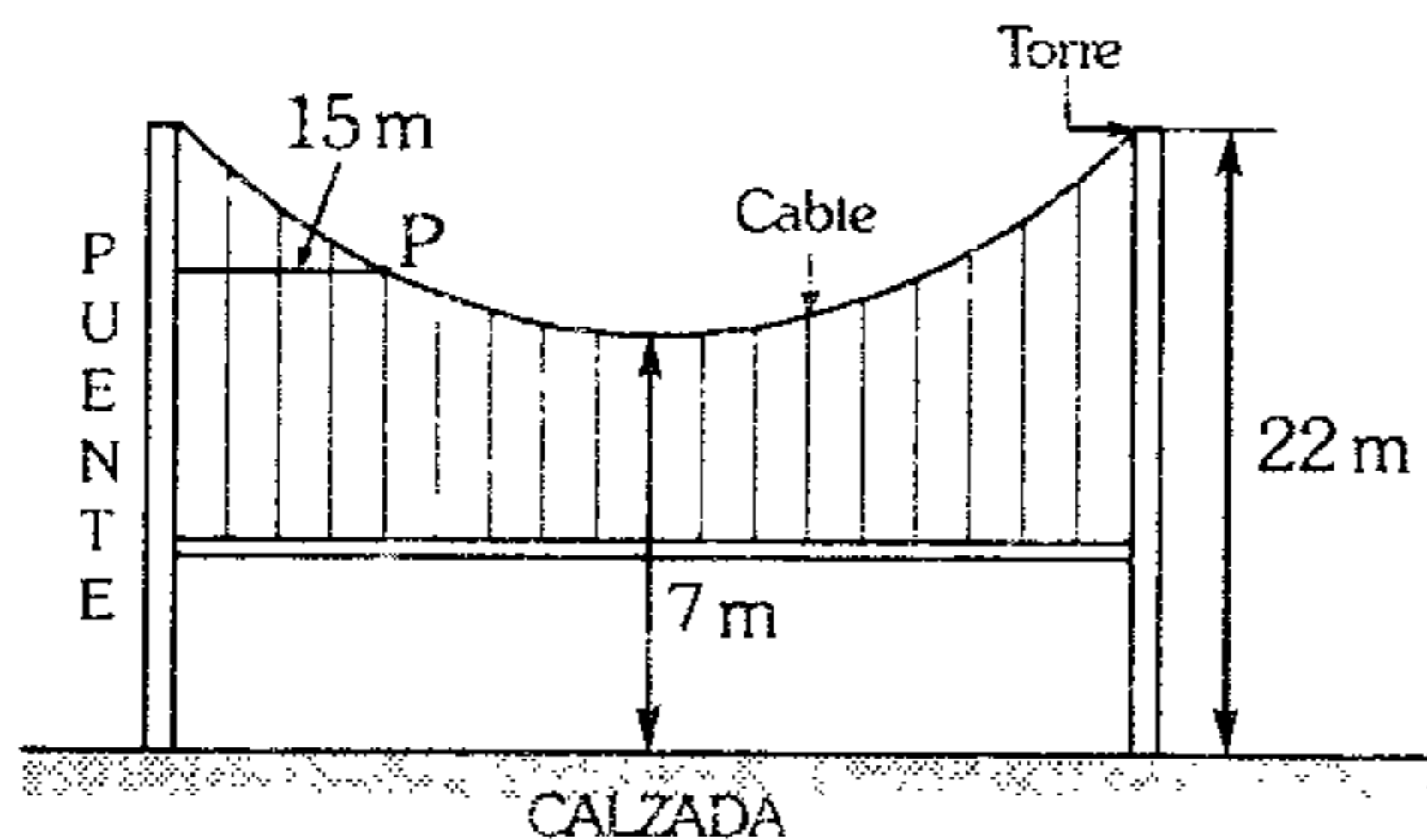


- A) 20      B) 30      C) 40  
D) 50      E) 80

581. Determine la ecuación de una parábola cuyo foco es el centro de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 81$ , sabiendo que ella determina en el diámetro que está en el eje  $X$ , tres segmentos congruentes.

- A)  $6(y+3) = x^2$       B)  $3\left(y + \frac{3}{2}\right) = x^2$   
C)  $6\left(y + \frac{3}{2}\right) = x^2$   
D)  $6\left(y - \frac{3}{2}\right) = x^2$       E)  $6(y-3) = x^2$

582. El cable del puente colgante de la figura tiene la forma de una parábola, las dos torres se encuentran a una distancia de 150 m entre sí y los puntos de soporte del cable en las torres se hallan a 22 m sobre la calzada; además el punto más bajo del cable se encuentra a 7 m sobre dicha calzada. Calcule sobre la calzada, la distancia de un punto del cable que se encuentra a 15 m de una de las torres



- A) 16 m      B) 15,6 m      C) 16,6 m  
D) 14 m      E) 14,6 m

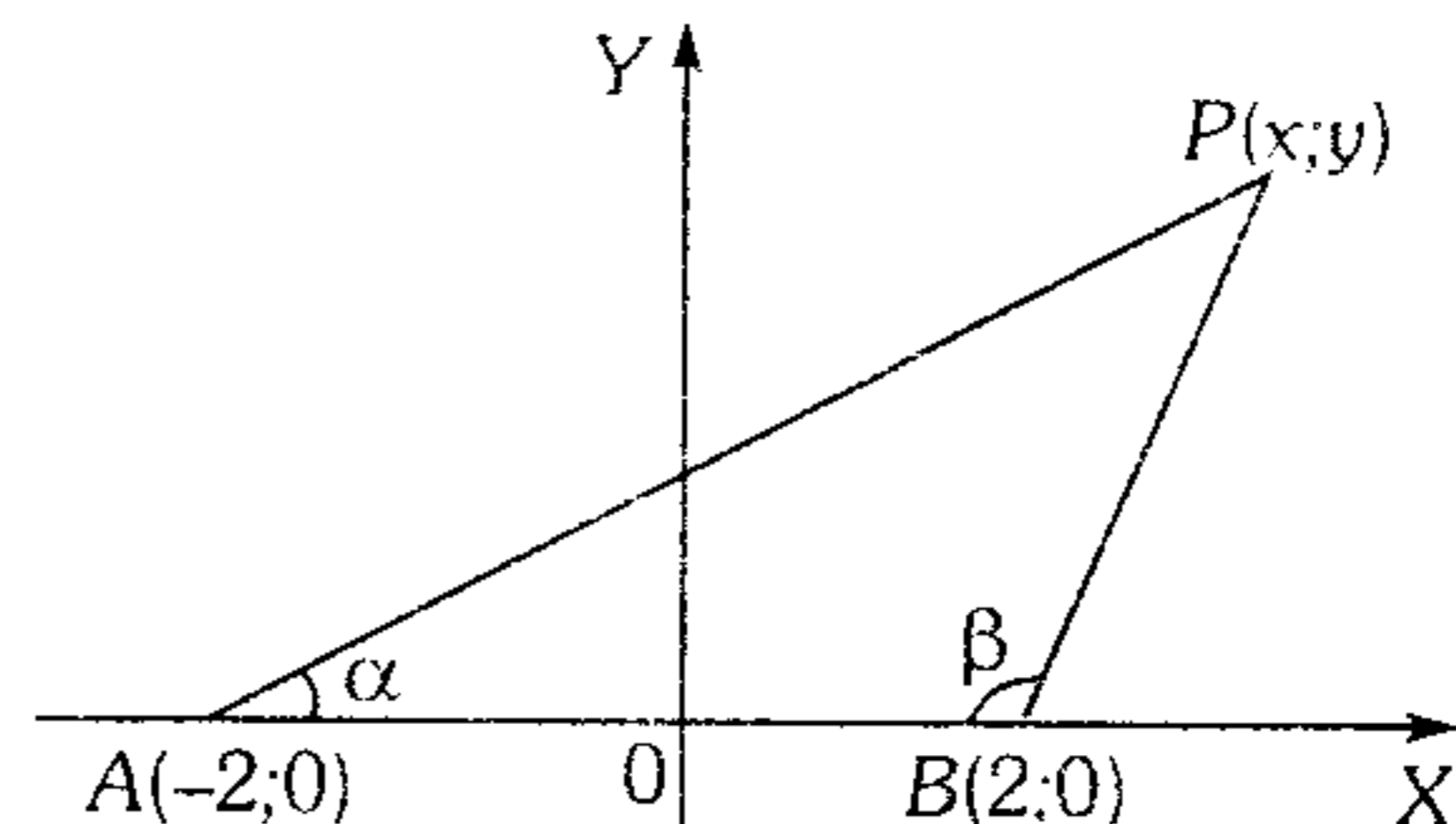
583. Dada una parábola de ecuación  $y^2 = 12x$ , halle la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en el vértice de la parábola que pasa por los extremos del lado recto.

- A)  $x^2 + y^2 = 10$       B)  $x^2 + y^2 = 15$   
C)  $x^2 + y^2 = 30$   
D)  $x^2 + y^2 = 5$       E)  $x^2 + y^2 = 45$

584. Se tiene dos parábolas con el mismo lado recto pero vértices diferentes. Calcule la medida del ángulo que forman las rectas tangentes a cada una de las parábolas en su punto de intersección.

- A)  $60^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $30^\circ$   
D)  $90^\circ$       E) No se sabe

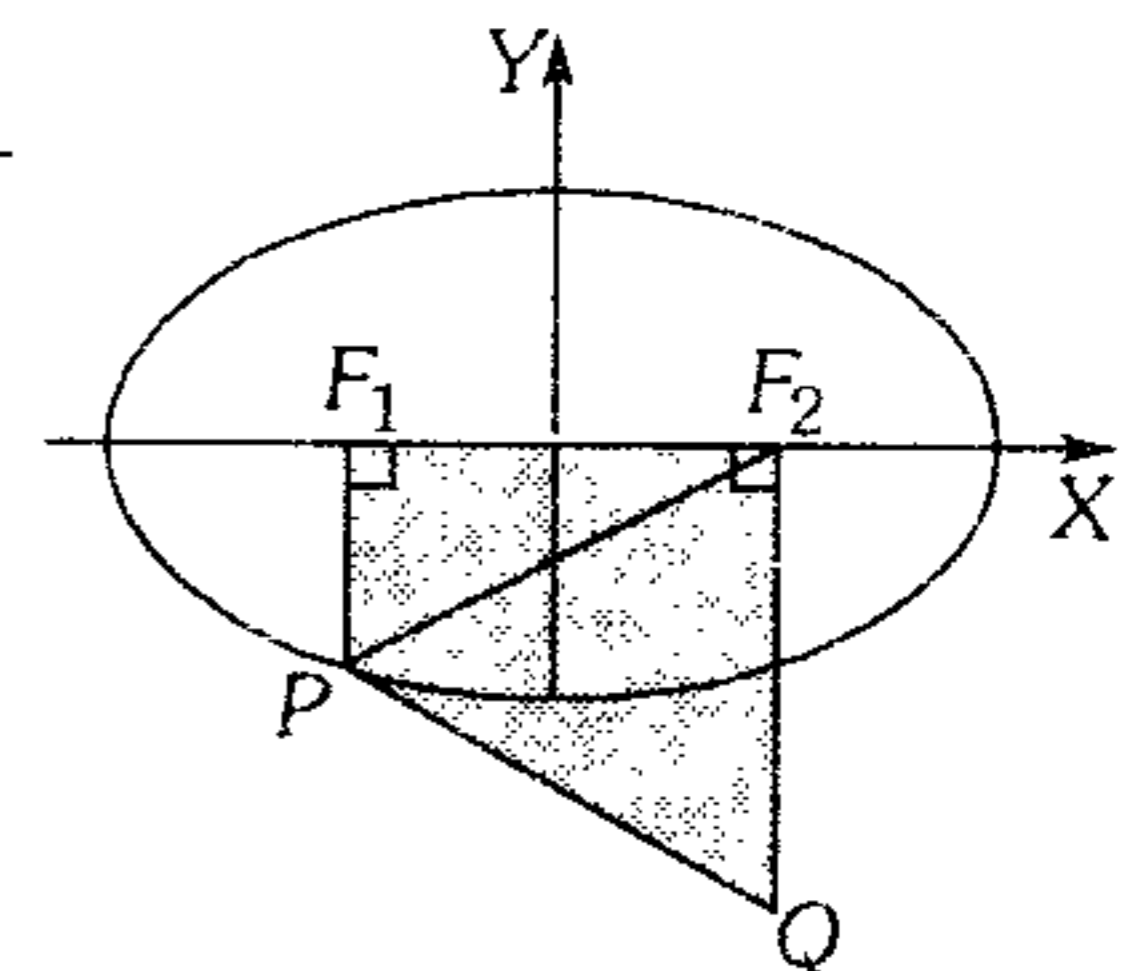
585. Halle la ecuación del lugar geométrico de los puntos  $(x; y)$  que son vértices de los triángulos  $ABP$  de la figura, siendo  $\tan \alpha + \tan \beta = 2$ .



- A)  $x^2 = 4 + 2y$       B)  $x^2 = 2y - 4$   
C)  $x^2 = 4 - 2y$   
D)  $x^2 = 2 - 4y$       E)  $x^2 = 2 + 4y$

586. En la elipse cuya ecuación es  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , calcule el área de la región sombreada si  $PF_2 = QF_2$  ( $F_1$  y  $F_2$  son focos de la elipse).

- A)  $2a\sqrt{a^2 - b^2}$   
B)  $a\sqrt{a^2 - b^2}$   
C)  $a\sqrt{a^2 + b^2}$   
D)  $ab$   
E)  $2ab$





587. Sean  $F_1$  y  $F_2$  los focos de una elipse de ecuación  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  y sea  $P$  un punto de la elipse. Si  $m\angle PF_1F_2 = 90^\circ$ , calcule el área de la región  $F_1PF_2$ .

- A) 3                      B) 6                      C) 9  
D) 12                      E) 18

588. El área de la región limitada por un cuadrado inscrito en una elipse con ecuación  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  es

- A)  $\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}$     B)  $\frac{4a^2b^2}{a^2+b^2}$     C)  $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$   
D)  $\frac{4a^2b^2}{a^2-b^2}$                       E)  $\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}$

589. Sea la elipse de ecuación

$$px^2 + qy^2 = pq; p > 0; q > 0$$

Determine las ecuaciones de las rectas de pendiente  $m$  que son tangentes a la elipse.

- A)  $y = mx \pm pq^2$   
B)  $y = mx \pm \sqrt{p - qm^2}$   
C)  $y = mx \pm pq$   
D)  $y = mx \pm \sqrt{qm^2 - p}$   
E)  $y = mx \pm \sqrt{p + qm^2}$

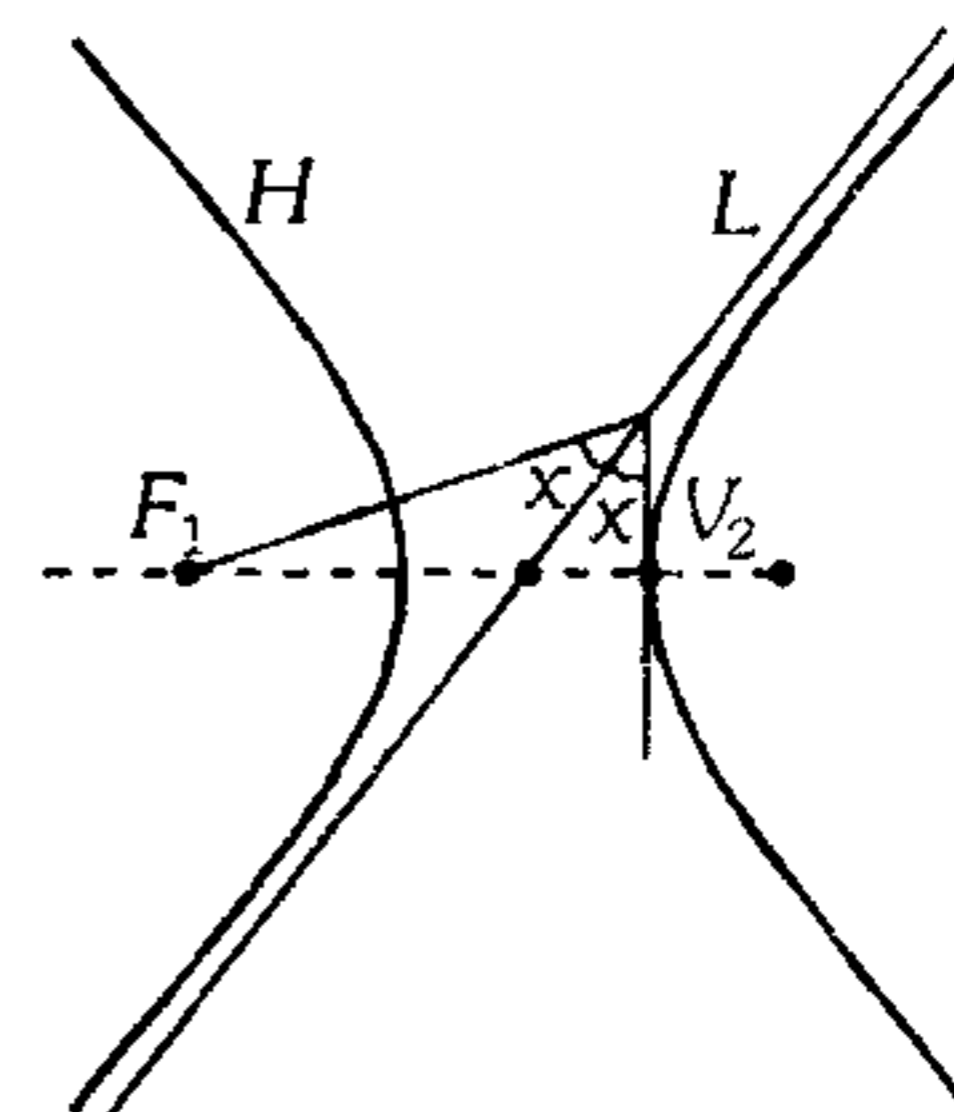
590. En una elipse el lado recto es visto desde el centro de la curva bajo un ángulo de  $90^\circ$ . Calcule la longitud del semieje menor si el semieje mayor tiene longitud  $a$ .

- A)  $a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$                       B)  $a\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$   
C)  $a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)$   
D)  $a\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$                       E)  $a\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$

591. En una elipse la distancia entre sus focos es igual a la distancia entre un vértice y un extremo del eje menor. Calcule la excentricidad de la elipse.

- A)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$                       B)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$                       C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
D)  $\frac{\sqrt{5}}{10}$                       E)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

592. En el gráfico se muestra la hipérbola  $H$ , calcule  $x$ , si  $\overline{L}$  es una de sus asíntotas,  $F_1$  es uno de sus focos y  $V_2$  es uno de sus vértices ( $V_2$  punto de tangencia).



- A)  $30^\circ$                       B)  $20^\circ$                       C)  $37^\circ$   
D)  $53^\circ$                       E)  $15^\circ$

593. Una circunferencia de radio variable es tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 + 8x = 0$  y contiene al punto  $A(4;0)$ . ¿Qué lugar geométrico describe su centro?

- A) Elipse  
B) Hipérbola  
C) Circunferencia  
D) Una recta  
E) Parábola

594. Calcule la longitud del segmento que une el centro de una hipérbola equilátera a un punto  $P$  de ella si  $(PF_1) \cdot (PF_2) = a^2$  ( $F_1$  y  $F_2$  son los focos de la hipérbola).

- A)  $4a$                       B)  $3a$                       C)  $a$   
D)  $\frac{a}{2}$                       E)  $2a$

595. Si desde un punto  $P$  de la hipérbola  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$  se traza una paralela al eje focal de la curva, que interseca a las asíntotas en  $Q$  y  $R$ , calcule  $(PQ)(PR)$ .

- A)  $4a^2$       B)  $3a^2$       C)  $a^2$   
 D)  $2a$       E)  $2a^2$

**Máximos y Mínimos**

596. Calcule la altura del cono circular recto de volumen mínimo que se pueda circunscribir a una esfera de 4 cm de radio.

- A) 16 cm      B) 12 cm      C) 20 cm  
 D) 24 cm      E) 10 cm

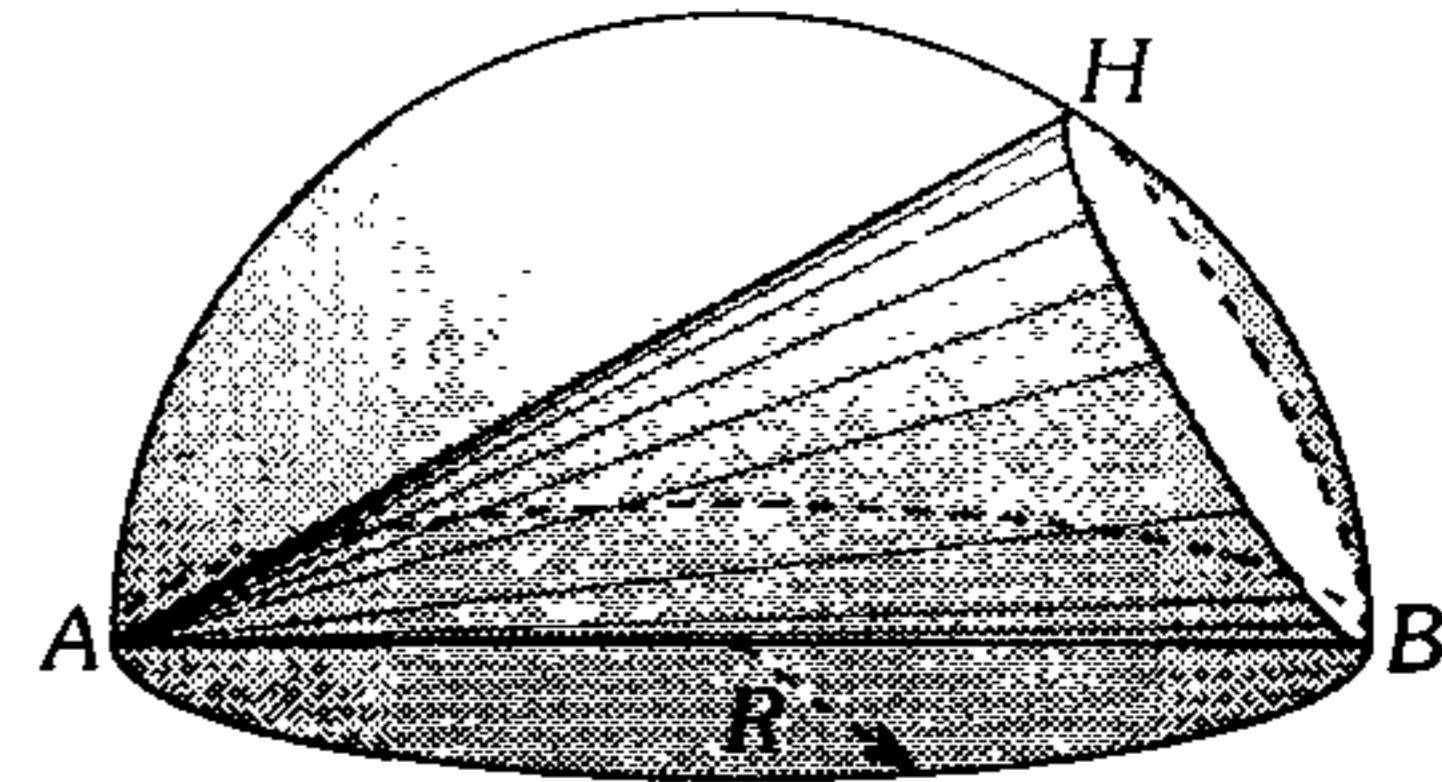
597. En una semicircunferencia de diámetro  $AD$  se inscribe el trapecio  $ABCD$ . Si  $AD=4$  m, calcule el área máxima de la región cuadrangular  $ABCD$ .

- A)  $3\sqrt{3} \text{ m}^2$       B)  $4 \text{ m}^2$       C)  $8 \text{ m}^2$   
 D)  $6 \text{ m}^2$       E)  $4\sqrt{3} \text{ m}^2$

598. Una esfera de radio  $a$  está inscrita en una pirámide regular cuadrangular de la cual se pide su volumen mínimo.

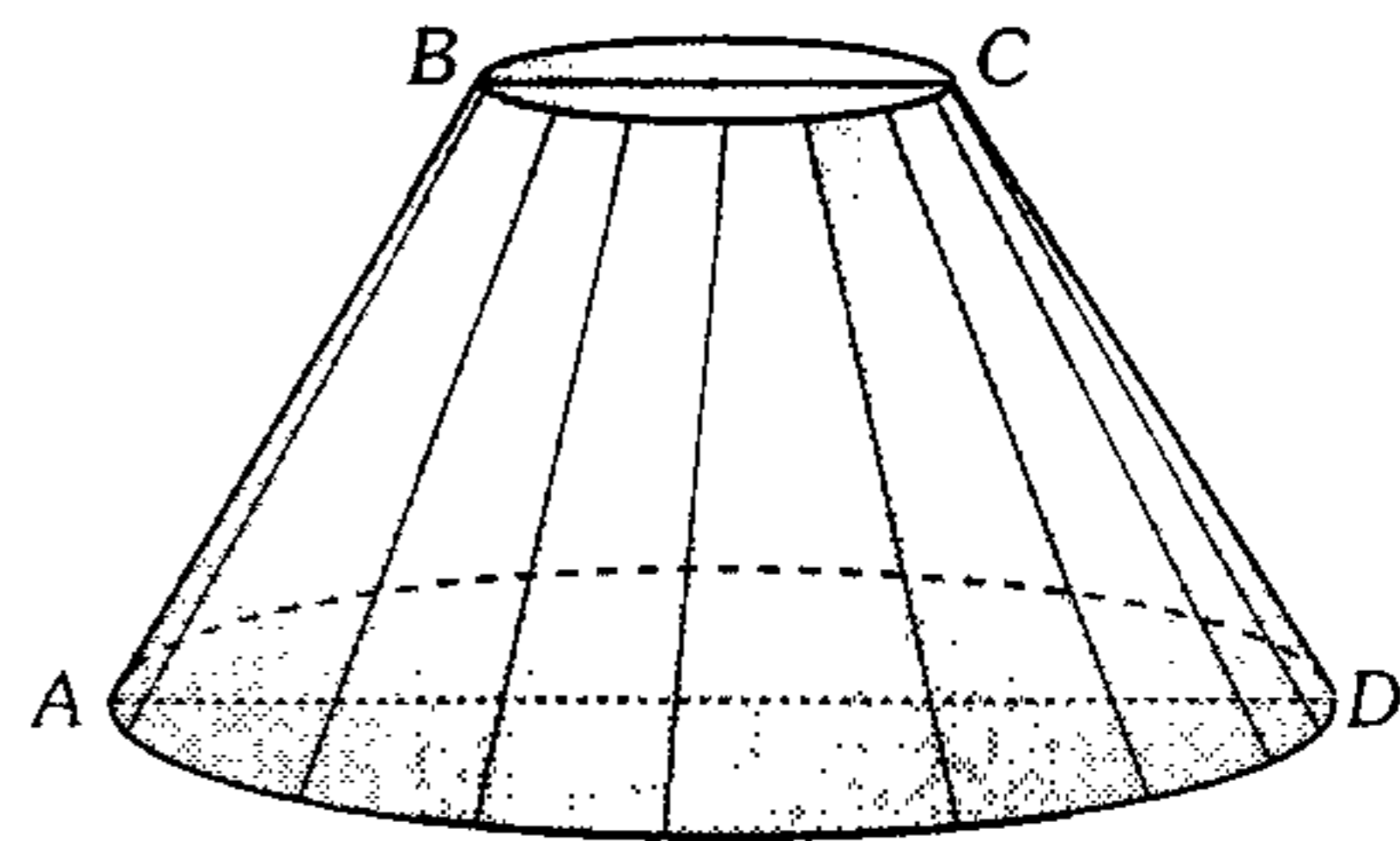
- A)  $24a^3$       B)  $\frac{64}{3}a^3$       C)  $\frac{32}{3}a^3$   
 D)  $\frac{24}{5}a^3$       E)  $16a^3$

599. En la figura se muestra una semiesfera de radio  $R$  y en ella se ha inscrito un cono oblicuo de vértice  $A$  y cuya base es un círculo menor cuyo único punto en común con el círculo máximo es  $B$ . Calcule el volumen máximo de dicho cono.



- A)  $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3$       B)  $\frac{4}{9}\pi R^3$       C)  $12\pi R^3$   
 D)  $\frac{4}{3}\pi R^3$       E)  $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi R^3$

600. Calcule el área de la superficie lateral máxima del tronco de cono circular recto, si  $AB+BC+CD+AD=K$ .



- A)  $\frac{\pi k^2}{2}$       B)  $\frac{\pi k^2}{4}$       C)  $\frac{\pi k^2}{8}$   
 D)  $\frac{\pi k^2}{16}$       E)  $\frac{\pi k^2}{32}$

# Geometría

## CLAVES

1 B	21 D	41 E	61 D	81 B	101 E
2 C	22 B	42 C	62 A	82 A	102 B
3 E	23 E	43 B	63 C	83 B	103 B
4 A	24 D	44 C	64 E	84 B	104 A
5 C	25 A	45 E	65 B	85 E	105 E
6 C	26 C	46 A	66 C	86 A	106 C
7 A	27 B	47 B	67 B	87 E	107 A
8 A	28 E	48 C	68 D	88 C	108 C
9 A	29 A	49 A	69 C	89 C	109 E
10 A	30 B	50 B	70 A	90 C	110 B
11 C	31 D	51 C	71 D	91 C	111 D
12 E	32 C	52 E	72 C	92 C	112 D
13 D	33 A	53 B	73 B	93 B	113 C
14 B	34 D	54 D	74 A	94 A	114 A
15 B	35 D	55 E	75 B	95 A	115 C
16 D	36 A	56 E	76 D	96 C	116 B
17 E	37 E	57 D	77 D	97 A	117 B
18 C	38 A	58 E	78 B	98 E	118 C
19 B	39 B	59 C	79 D	99 D	119 B
20 B	40 D	60 E	80 D	100 C	120 A

# CLAVES

121 B	141 C	161 E	181 D	201 B	221 C
122 D	142 A	162 D	182 B	202 B	222 E
123 B	143 B	163 A	183 D	203 D	223 A
124 B	144 E	164 B	184 A	204 B	224 B
125 B	145 B	165 C	185 B	205 E	225 D
126 C	146 B	166 E	186 E	206 D	226 E
127 D	147 A	167 B	187 C	207 C	227 E
128 E	148 E	168 C	188 C	208 D	228 B
129 A	149 A	169 C	189 B	209 B	229 B
130 B	150 C	170 B	190 C	210 E	230 D
131 D	151 B	171 D	191 E	211 A	231 E
131 D	152 E	172 E	192 C	212 D	232 D
133 A	153 A	173 E	193 A	213 B	233 D
134 C	154 C	174 E	194 C	214 E	234 D
135 C	155 E	175 B	195 D	215 A	235 A
136 C	156 C	176 E	196 A	216 B	236 B
137 B	157 A	177 B	197 B	217 B	237 E
138 E	158 B	178 B	198 E	218 D	238 D
139 A	159 E	179 D	199 C	219 C	239 D
140 D	160 B	180 A	200 C	220 C	240 B

# CLAVES

241 E	261 A	281 C	301 C	321 E	341 E
242 C	262 E	282 B	302 C	322 A	342 C
243 A	263 B	283 C	303 C	323 D	343 A
244 A	264 E	284 E	304 A	324 B	344 D
245 B	265 C	285 A	305 C	325 B	345 D
246 C	266 C	286 B	306 B	326 A	346 A
247 C	267 D	287 B	307 C	327 E	347 E
248 C	268 D	288 B	308 C	328 B	348 C
249 C	269 E	289 B	309 D	329 E	349 B
250 A	270 D	290 A	310 D	330 E	350 E
251 D	271 B	291 E	311 B	331 B	351 B
252 E	272 A	292 C	312 B	332 A	352 B
253 D	273 B	293 B	313 C	333 E	353 C
254 A	274 B	294 A	314 B	334 B	354 A
255 C	275 B	295 C	315 B	335 C	355 D
256 D	276 D	296 D	316 C	336 E	356 C
257 C	277 B	297 E	317 E	337 E	357 D
258 B	278 B	298 E	318 C	338 B	358 E
259 D	279 D	299 A	319 D	339 B	359 B
260 E	280 C	300 B	320 E	340 C	360 C

# CLAVES

361 E	381 D	401 C	421 D	441 C	461 A
362 A	382 B	402 E	422 C	442 B	462 E
363 B	383 D	403 C	423 D	443 C	463 E
364 C	384 D	404 A	424 C	444 E	464 D
365 D	385 B	405 B	425 E	445 E	465 E
366 D	386 B	406 C	426 C	446 C	466 A
367 D	387 C	407 C	427 A	447 D	467 C
368 A	388 E	408 C	428 B	448 B	468 D
369 C	389 E	409 C	429 A	449 B	469 E
370 B	390 B	410 B	430 A	450 D	470 C
371 E	391 E	411 A	431 C	451 A	471 A
372 D	392 C	412 D	432 E	452 C	472 B
373 B	393 C	413 E	433 B	453 A	473 C
374 E	394 C	414 C	434 D	454 D	474 C
375 E	395 C	415 C	435 D	455 E	475 A
376 A	396 E	416 C	436 A	456 C	476 B
377 C	397 E	417 E	437 B	457 E	477 A
378 D	398 D	418 E	438 A	458 B	478 D
379 D	399 E	419 B	439 D	459 D	479 A
380 C	400 B	420 A	440 A	460 E	480 E

# CLAVES

481 A	501 C	521 A	541 A	561 D	581 D
482 B	502 D	522 A	542 D	562 D	582 C
483 A	503 B	523 B	543 B	563 E	583 E
484 A	504 E	524 D	544 B	564 A	584 D
485 C	505 E	525 C	545 B	565 A	585 C
486 E	506 A	526 D	546 C	566 A	586 A
487 D	507 D	527 C	547 A	567 E	587 B
488 B	508 C	528 D	548 D	568 D	588 B
489 C	509 E	529 D	549 A	569 D	589 E
490 D	510 C	530 C	550 A	570 B	590 D
491 D	511 C	531 C	551 C	571 D	591 B
492 B	512 E	532 C	552 A	572 D	592 A
493 C	513 C	533 B	553 A	573 E	593 B
494 B	514 E	534 D	554 C	574 D	594 C
495 C	515 D	535 B	555 C	575 B	595 C
496 A	516 D	536 D	556 C	576 A	596 A
497 B	517 E	537 A	557 A	577 E	597 A
498 C	518 D	538 C	558 D	578 C	598 C
499 A	519 E	539 E	559 E	579 D	599 E
500 E	520 A	540 D	560 C	580 C	600 D

# TRIGONOMETRÍA





## Ángulo Trigonométrico y sus Aplicaciones

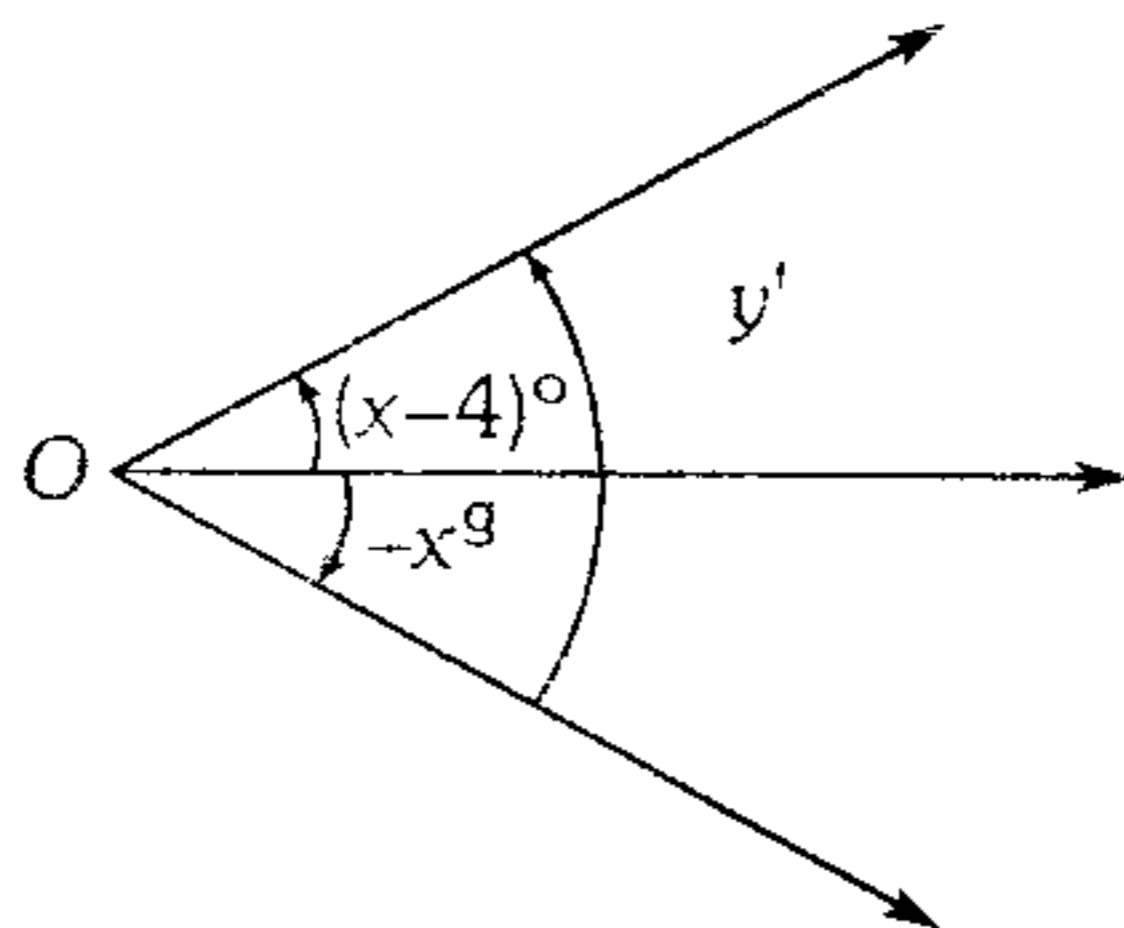
1. Si el número de segundos sexagesimales del ángulo cuya medida  $\overline{ab}^m$  es 2754. calcule a/b.

A) 1,2      B) 1,4      C) 1,6  
D) 1,3      E) 2,0

2. ¿Cuántos segundos centesimales están contenidos en un ángulo que equivale a la milésima parte del ángulo de una vuelta?

A) 2 700      B) 4 300      C) 3 000  
D) 4 000      E) 3 700

3. En el siguiente gráfico, obtenga el valor de  $114x - y$ .



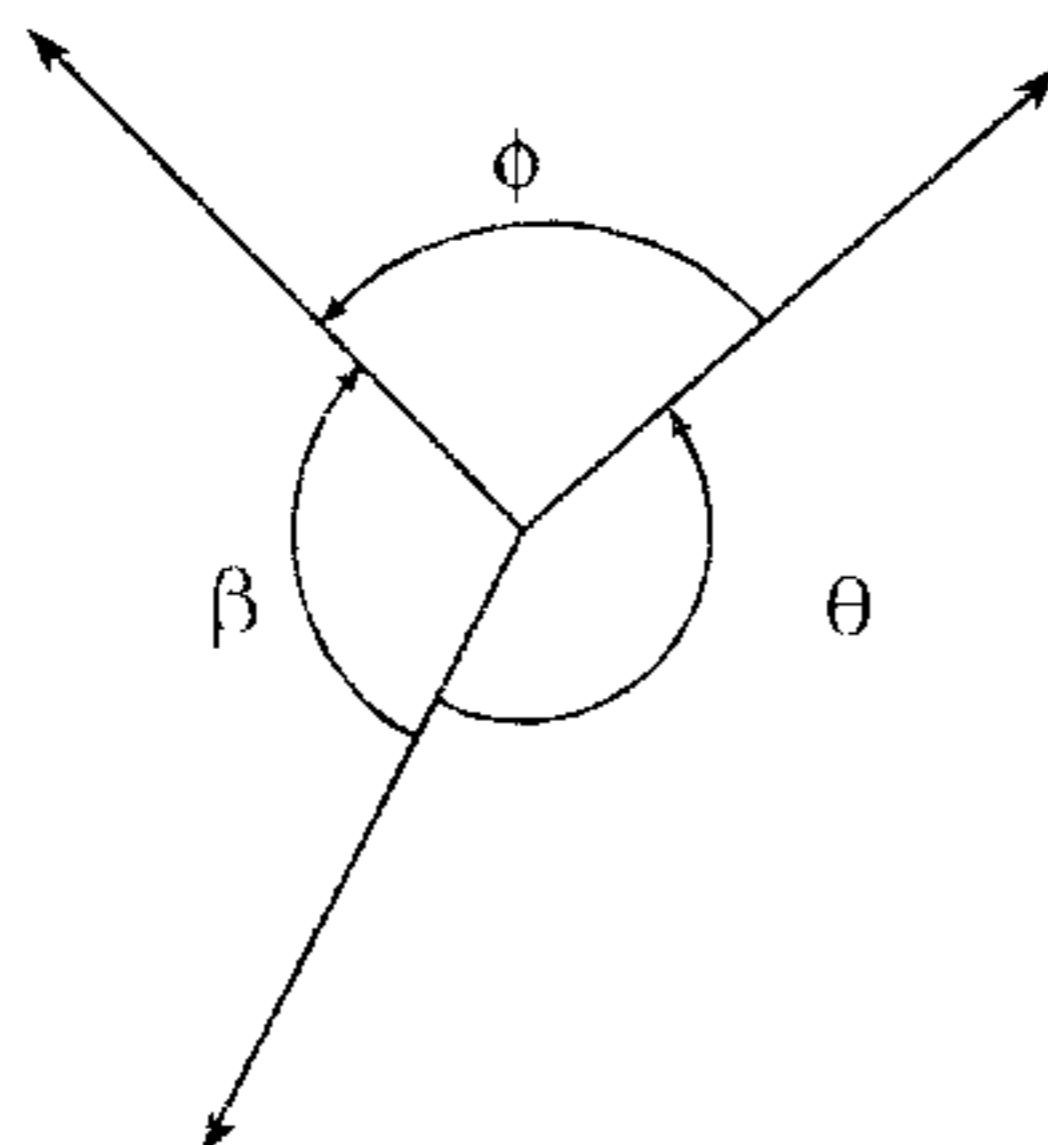
A) 260      B) 240      C) 210  
D) 200      E) 180

4. Se tiene los ángulos trigonométricos:

$$\theta = (1 + x - x^2) \text{ rad}; \quad \beta = \left( \frac{x}{2} - 2 \right) \text{ rad}$$

Según el gráfico calcule  $\phi$ , cuando  $\theta$  tome su máximo valor.

Considere  $1 \text{ rad} = 57^\circ 17' 44''$



A)  $245^\circ 24' 32''$       B)  $188^\circ 08' 44''$   
C)  $245^\circ 20' 18''$   
D)  $229^\circ 54' 36''$       E)  $188^\circ 06' 48''$

5. La medida de un ángulo en el sistema sexagesimal en  $a^\circ a'$  y la medida de otro ángulo en el sistema centesimal es  $a^s a^m$ . Si la suma de dichos ángulos en el sistema sexagesimal es  $57^\circ 46' 12''$ , calcule la diferencia.

A)  $3^\circ 13' 47''$       B)  $3^\circ 13' 48''$   
C)  $3^\circ 13' 49''$   
D)  $3^\circ 13' 50''$       E)  $3^\circ 13' 51''$

6. Se tiene 2 ángulos que cumplen las condiciones:

suman  $\overline{a(b-1)}^s$  o  $\overline{(a-1)(b+1)}^\circ$  y difieren en  $\overline{ba}^\circ$ ; luego los ángulos son

A)  $45^\circ$  y  $25^\circ$       B)  $45^\circ$  y  $36^\circ$   
C)  $27^\circ$  y  $18^\circ$   
D)  $45^\circ$  y  $27^\circ$       E)  $20^\circ$  y  $18^\circ$

7. Halle la medida de un ángulo en radianes tal que su medida puede expresarse como

$$\underbrace{[4 + 8 + 12 + \dots]}_{\frac{n}{2} \text{ términos}}^s \text{ o}$$

$$\underbrace{[1 + 2 + 3 + \dots]}_{n \text{ términos}}^\circ, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}^+$$

A)  $\frac{\pi}{20}$       B)  $\frac{\pi}{3}$       C)  $\frac{2\pi}{9}$   
D)  $\frac{\pi}{5}$       E)  $\frac{4\pi}{9}$

8. En un nuevo sistema angular la unidad de medida  $1^x$  es la 760ava parte del ángulo de una vuelta, además hay 2 submúltiplos  $1^y$ ,  $1^z$  tales que 80 de ellos forman la unidad inmediata superior respectivamente. Convierta  $66^s 77^m 88^s$  al nuevo sistema.

A)  $126^x 70^y 30^z$       B)  $137^x 70^y 50^z$   
C)  $116^x 40^y 30^z$   
D)  $126^x 30^y 70^z$       E)  $137^x 50^y 70^z$

9./ Entre las 5 y las 6, ¿a qué horas las agujas del minuterio y horario forman por primera vez un ángulo recto?

- A) 4 horas, 5 minutos, 6/11 segundos
- B) 5 horas, 10 minutos, 54 6/11 segundos
- C) 5 horas, 5 minutos, 53 6/11 segundos
- D) 5 horas, 10 minutos, 53 6/11 segundos
- E) 4 horas, 10 minutos, 54 6/11 segundos

10. Si los números que representan la medida de un ángulo en los sistemas sexagesimal y centesimal están dados por:

$$S = ax - b \text{ y } C = ax + b$$

halle el complemento de dicho ángulo en radianes.

- A)  $\frac{(5-a)\pi}{4}$
- B)  $\frac{(5-b)\pi}{10}$
- C)  $\frac{(5+b)\pi}{5}$
- D)  $\frac{(5-a)\pi}{5}$
- E)  $\frac{(a-b)\pi}{5}$

11. Si la raíz cuadrada de la décima parte del producto de los números de grados sexagesimales y centesimales de un ángulo, excede a  $(20/\pi)$  veces su número de radianes en 2, halle el suplemento de dicho ángulo en radianes.

- A)  $\frac{\pi}{20}$
- B)  $\frac{19\pi}{20}$
- C)  $\frac{21\pi}{40}$
- D)  $\frac{2\pi}{5}$  ;  $\frac{19\pi}{20}$
- E)  $\frac{19\pi}{20}$  ;  $\frac{41\pi}{40}$

12. Se idean dos sistemas de medidas angulares tal que la unidad de medida del primero es la 300ava parte del ángulo de una vuelta y la unidad de medida del segundo es los  $\frac{4}{200 + \pi}$  veces el promedio de las unidades de medida del sistema francés e internacional, luego si un ángulo mide  $x$  unidades del primer sistema e  $y$  unidades del segundo sistema, entonces se cumple

A)  $\frac{x}{150} = \frac{y}{100} = \frac{R}{\pi}$

B)  $\frac{x}{150} = \frac{y}{81} = \frac{R}{\pi}$

C)  $\frac{x}{150} = \frac{y}{50\pi} = \frac{R}{\pi}$

D)  $\frac{x}{20} = \frac{y}{19} = \frac{R}{\pi}$

E)  $\frac{x}{150} = \frac{y}{100\pi} = \frac{R}{\pi}$

13. Se ha medido un ángulo positivo en los tres sistemas conocidos, si respecto a los números de dichas medidas se plantea lo siguiente: Si al número mayor le restamos el número intermedio, da los mismo que si restásemos el recíproco de  $\frac{36\pi}{25}$  al producto del intermedio y menor número. Halle la medida de dicho ángulo en radianes.

- A) 0,243
- B) 0,148
- C) 0,774
- D) 0,447
- E) 0,139

14. Siendo  $S$ ,  $C$  y  $R$  los convencionales para un ángulo trigonométrico antihorario, calcule el mínimo valor que admite la expresión

$$\frac{(S+x)(C+y^2)(R+z^4)}{\sqrt{x \cdot y \cdot z^2}} ; \text{ si } x; y; z \in \mathbb{R}^+$$

Además el ángulo mide  $(0,01\pi)^{2/3}$  rad.

- A) 48
- B)  $48\sqrt{10}$
- C) 4,8
- D)  $4,8\sqrt{10}$
- E) 480

15. Se tiene dos ángulos cuya suma del número de grados sexagesimales de uno de ellos con el número de minutos centesimales del otro es 8 036 y la diferencia entre  $5/\pi$  veces el número de radianes del segundo y  $1/12$  del número de grados sexagesimales del primero es igual a  $-1$ . Luego el mayor ángulo mide

- A)  $36^\circ$
- B)  $80^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $\pi/4$  rad
- E)  $\pi/3$  rad

16. Los números que representan la medida en sexagesimal y centesimal de un ángulo se encuentran en progresión aritmética; si además su número de grados sexagesimales y radianes están en progresión geométrica de la misma razón, calcule el ángulo en sexagesimal.

- A)  $\left(\frac{\pi}{20}\right)^\circ$     B)  $\left(\frac{\pi}{10}\right)^\circ$     C)  $\left(\frac{\pi}{16}\right)^\circ$   
 D)  $\left(\frac{\pi}{40}\right)^\circ$     E)  $\left(\frac{\pi}{50}\right)^\circ$

17. Si las raíces de la ecuación cuadrática  $ax^2+bx+c=0$  son los números de grados sexagesimales y centesimales de un ángulo, halle el número de radianes de dicho ángulo, en términos de  $b$  y  $c$ .

- A)  $-\frac{1800c}{19\pi b}$     B)  $-\frac{19c\pi}{1800b}$     C)  $\frac{19\pi b}{1800c}$   
 D)  $19\pi bc$     E)  $\frac{-b\pi}{180a}$

18. Calcule la medida de un ángulo en el sistema sexagesimal si se sabe que  $y=90x+400$ , donde  $x$  e  $y$  representan los números de grados centesimales y minutos centesimales respectivamente, para dicho ángulo.

- A)  $18^\circ$     B)  $40^\circ$     C)  $20^\circ$   
 D)  $36^\circ$     E)  $9^\circ$

19. Sean  $S_1$  y  $S_2$  los números de grados sexagesimales de dos ángulos diferentes, además de ser la raíces de la ecuación  $x^2-3x+A=0$ ;  $C_3$  y  $C_4$  los números de grados centesimales de otros dos ángulos diferentes, también raíces de la ecuación  $x^2-12x+B=0$ . Se sabe que los números  $S_1, S_2, C_3$  y  $C_4$  (en la sucesión dada) forman una progresión geométrica creciente.

Calcule  $\left(\frac{A-S_1-S_2}{B-C_3-C_4}\right) \text{rad}$

- A)  $\frac{-9^\circ}{\pi}$     B)  $\frac{9^\circ}{\pi}$     C)  $\frac{\pi^\circ}{9}$   
 D)  $20^\circ$     E)  $9^\circ$

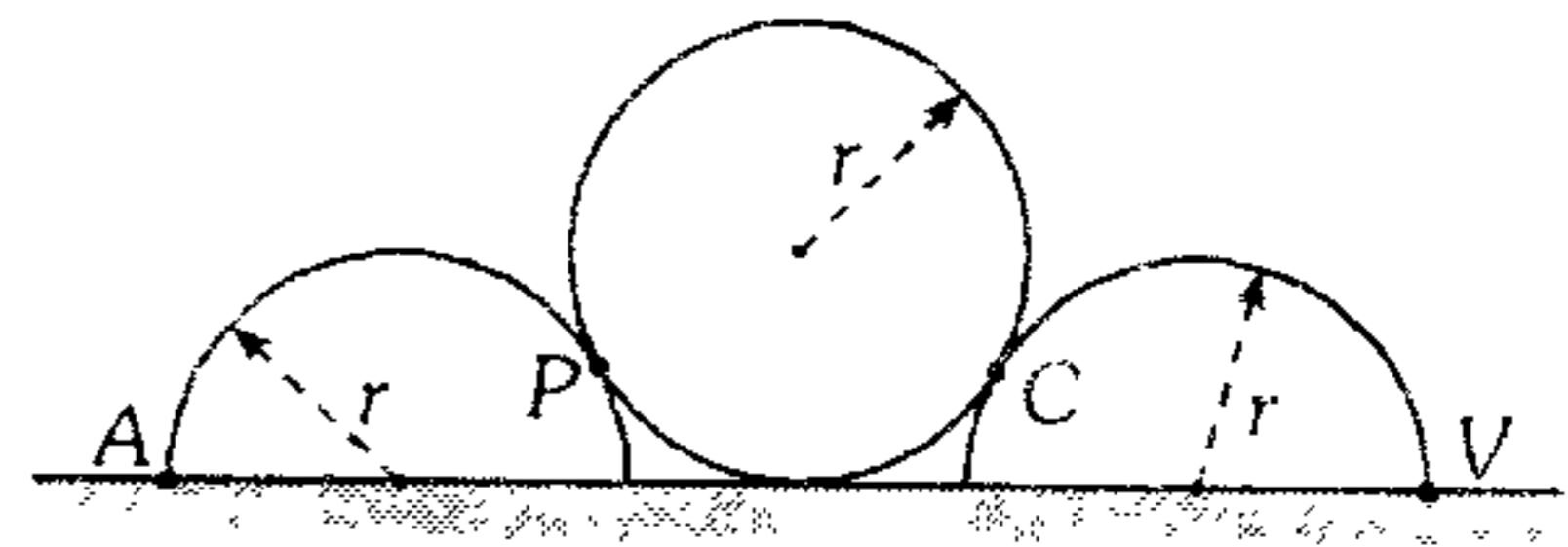
20. La diferencia de los números que expresan el complemento en sexagesimales y el complemento en centesimales es igual a la veinteva parte de la diferencia entre los números de minutos sexagesimales y minutos centesimales, entonces el valor del ángulo expresado en radianes será

- A)  $\frac{\pi}{30}$     B)  $\frac{\pi}{36}$     C)  $\frac{\pi}{40}$   
 D)  $\frac{\pi}{48}$     E)  $\frac{\pi}{50}$

21. Un ciclista recorre una curva de medio kilómetro de radio, con una velocidad de 20 km/h. Halle el ángulo aproximado en sexagesimales que recorre en 10 s.

- A)  $4^\circ 21' 58''$     B)  $6^\circ 21' 58''$     C)  $3^\circ 21' 58''$   
 D)  $1^\circ 21' 58''$     E)  $5^\circ 1' 58''$

22. Del siguiente esquema, calcule la longitud de la curva mayor APCV, si  $r=7$  cm (considere  $\pi = 22/7$ ).

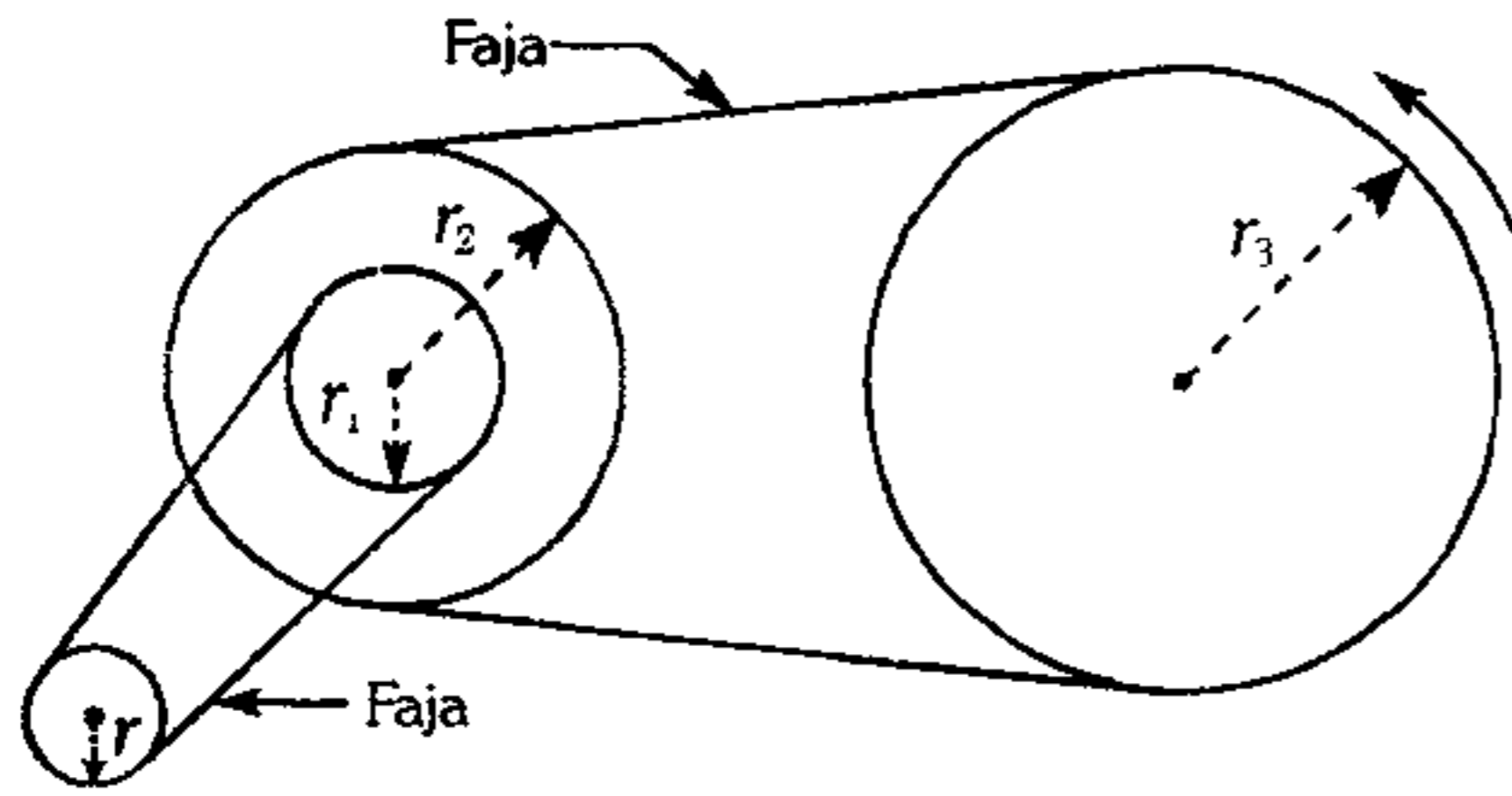


- A) 22 cm    B) 33 cm    C) 45 cm  
 D) 56 cm    E) 66 cm

23. Calcule el ángulo que hacen una circunferencia y una recta secante si la longitud de la cuerda que se determina y la longitud de la circunferencia están en la relación de 3 a  $\pi$ .

- A)  $30^\circ$     B)  $45^\circ$     C)  $60^\circ$   
 D)  $36^\circ$     E)  $180^\circ$

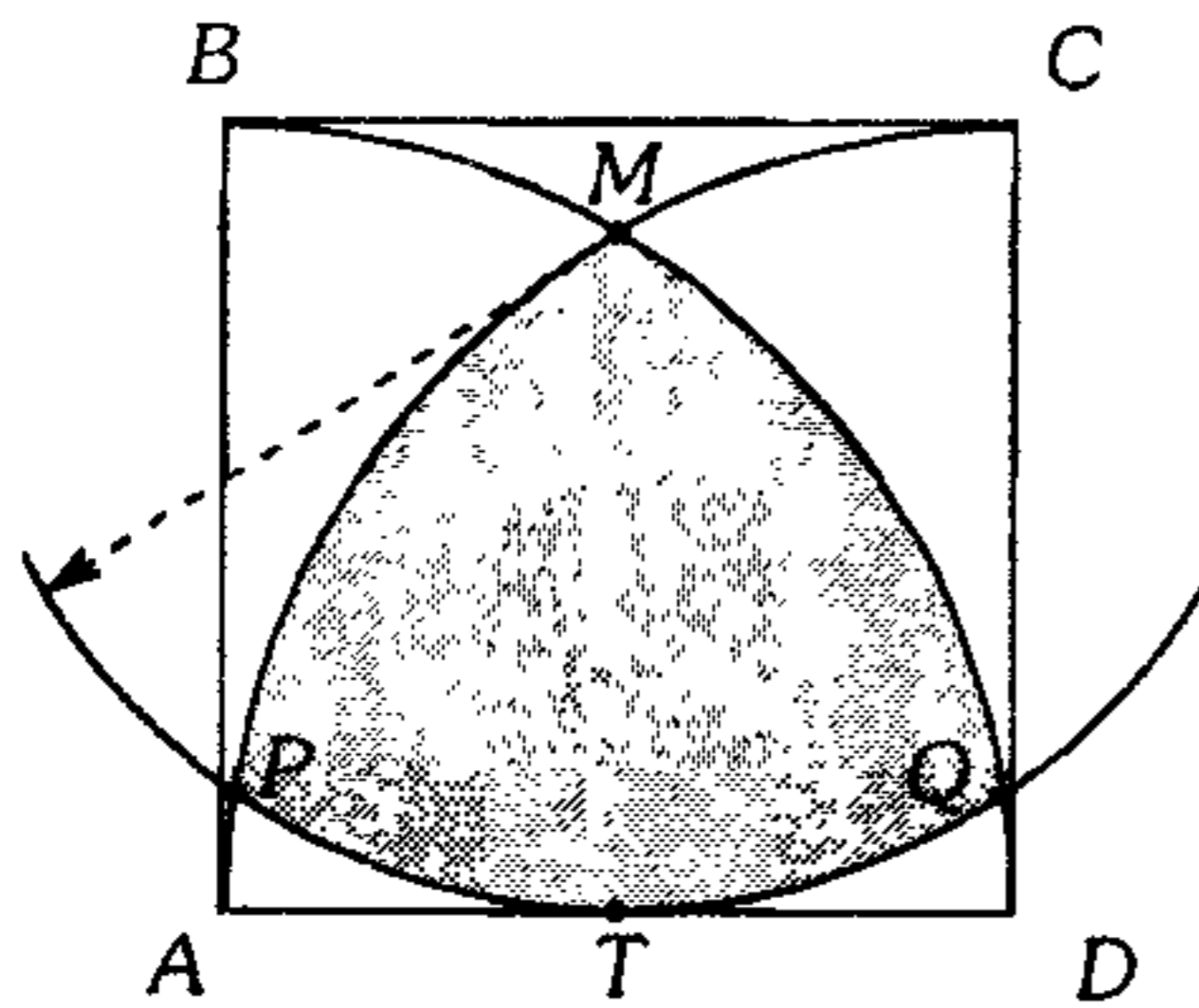
24. Del siguiente sistema de polea, la polea de radio  $r_3$  gira  $240^\circ$ .



Calcule el número de radianes que gira la polea de radio  $r$ .

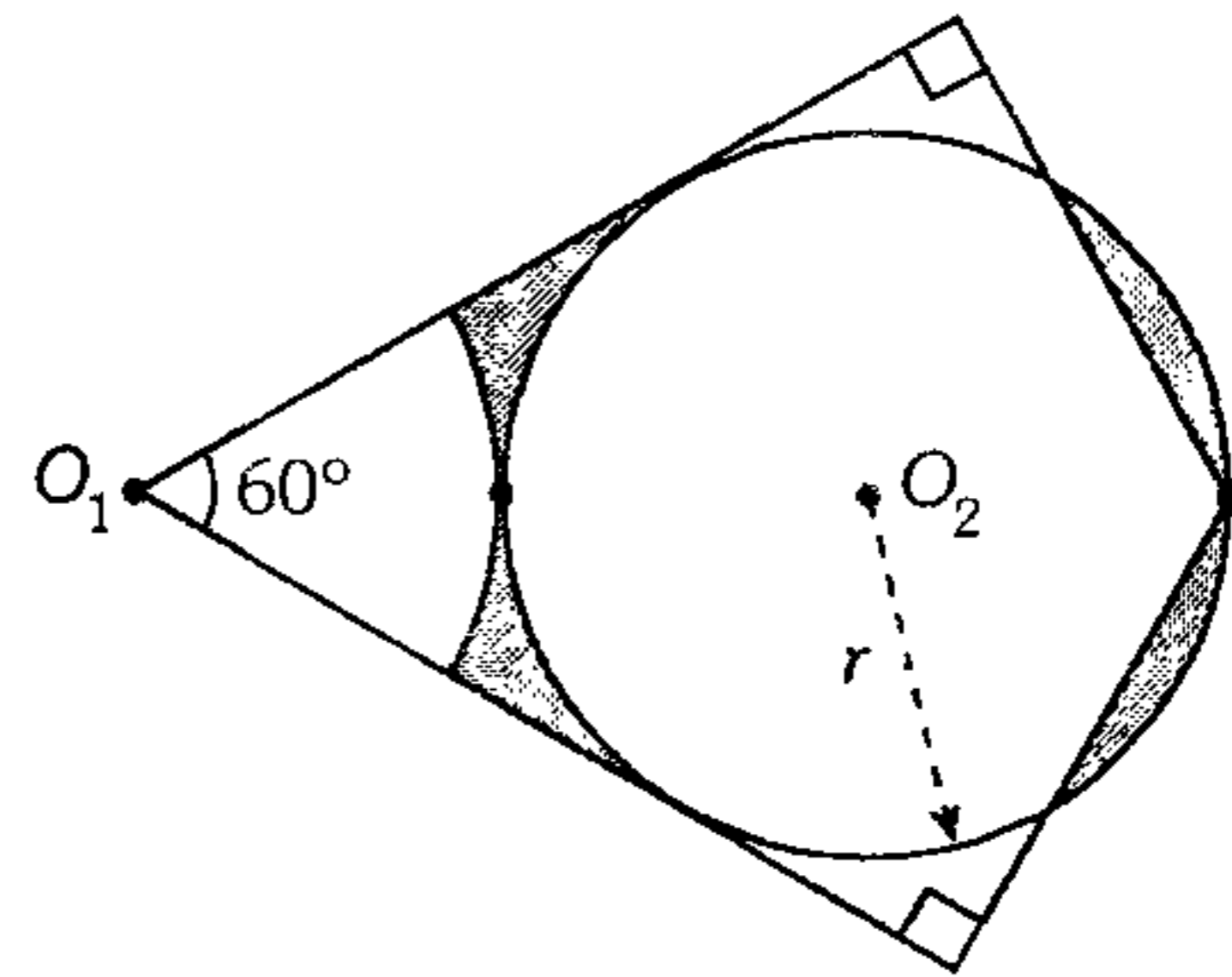
Dato:  $\frac{r_3 \cdot r_1}{r_2 \cdot r} = 3$

- A)  $\pi$       B)  $3\frac{\pi}{2}$       C)  $2\pi$   
 D)  $3\pi$       E)  $4\pi$
25. Del gráfico mostrado  $ABCD$  es un cuadrado de 1 m de lado. Si  $M$  es centro del arco  $PQ$ , entonces ¿cuál será el perímetro de la región sombreada en metros?  
 Considere  $\sqrt{13} = 3.3$ ,  $T$  punto de tangencia.



- A)  $\arccos \frac{5}{8} + \frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$   
 B)  $\arccos \frac{5}{8} + \frac{9,3\pi}{8}$   
 C)  $4 \arccos \frac{5}{8} + \frac{6,3\pi}{8}$   
 D)  $4 \arccos \frac{5}{8} + \frac{6,3}{81}$   
 E)  $4 \arccos \frac{5}{8} + 2\sqrt{3} \arccos \frac{6,3}{8}$

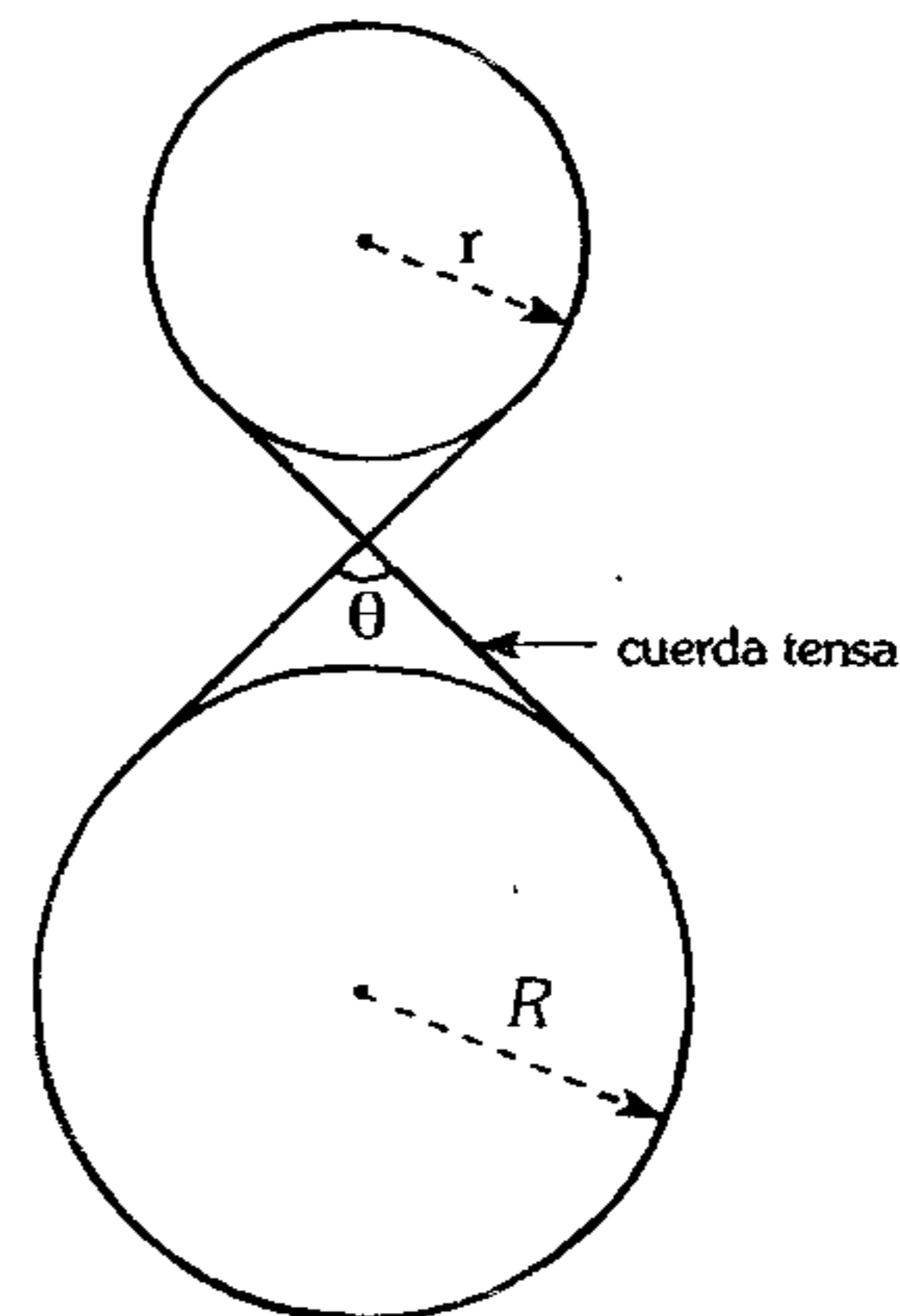
26. Del gráfico mostrado, calcule el perímetro de la región sombreada si  $O_1$  y  $O_2$  son centros.



- A)  $r\left(5\frac{\pi}{3} + 2\right)$       B)  $r\left(\frac{5\pi}{3} + 2\sqrt{3}\right)$   
 C)  $r\left(2\frac{\pi}{3} + 3\sqrt{3}\right)$   
 D)  $2r(2\pi + 1)$       E)  $2r\left(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}\right)$

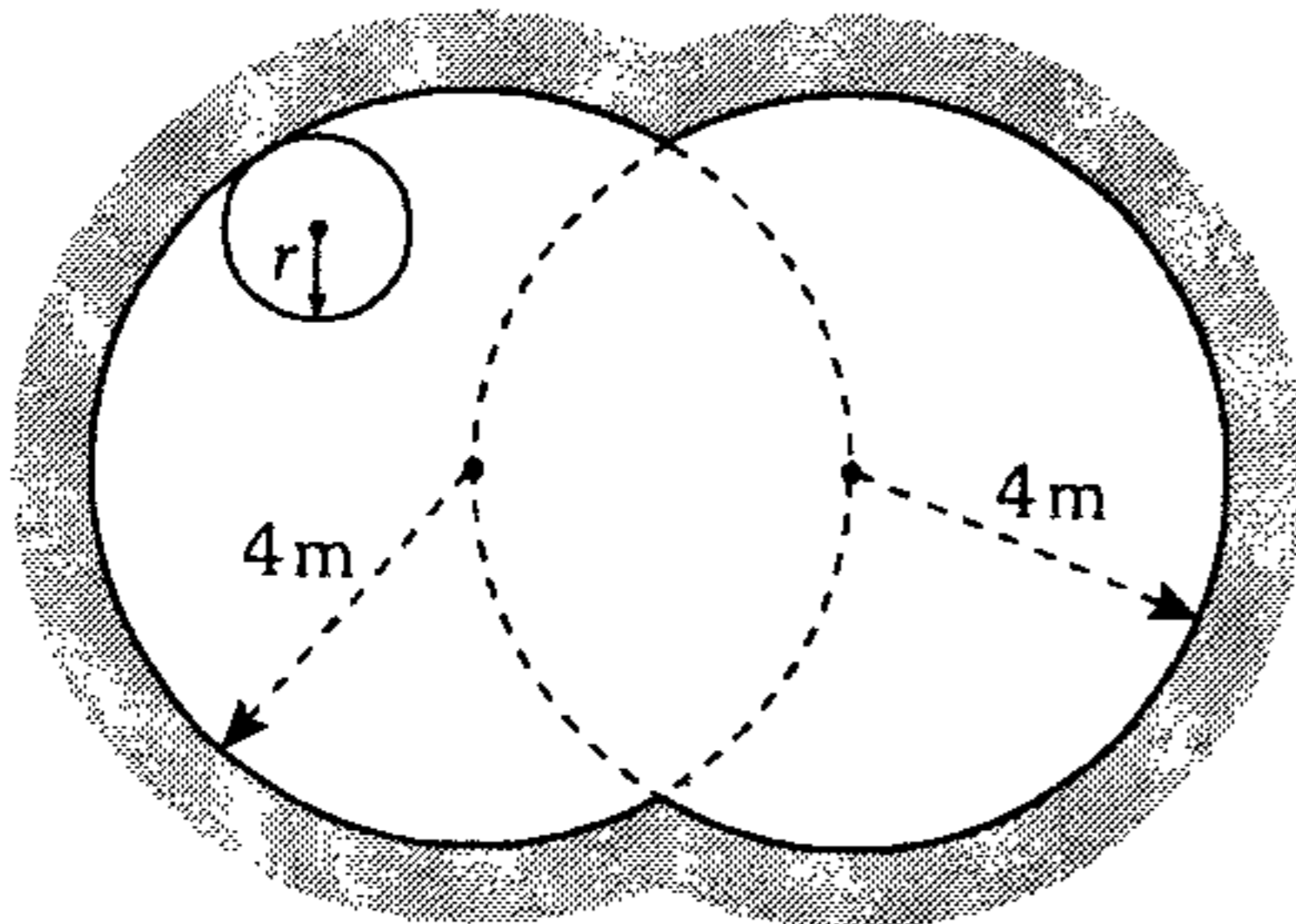
27. Si la longitud de la cuerda tensa que envuelve las poleas es  $\frac{4\pi}{3}(R+r)$ , calcule

$$\csc\left(\frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2}\right)$$



- A) 1      B) 1,5      C) 2  
 D) 2.5      E)  $\sqrt{2}$

28. Calcule la longitud recorrida por el centro de la rueda de  $r=1$  m de radio, cuando recorre, por primera vez, el interior del circuito mostrado sobre un mismo plano.

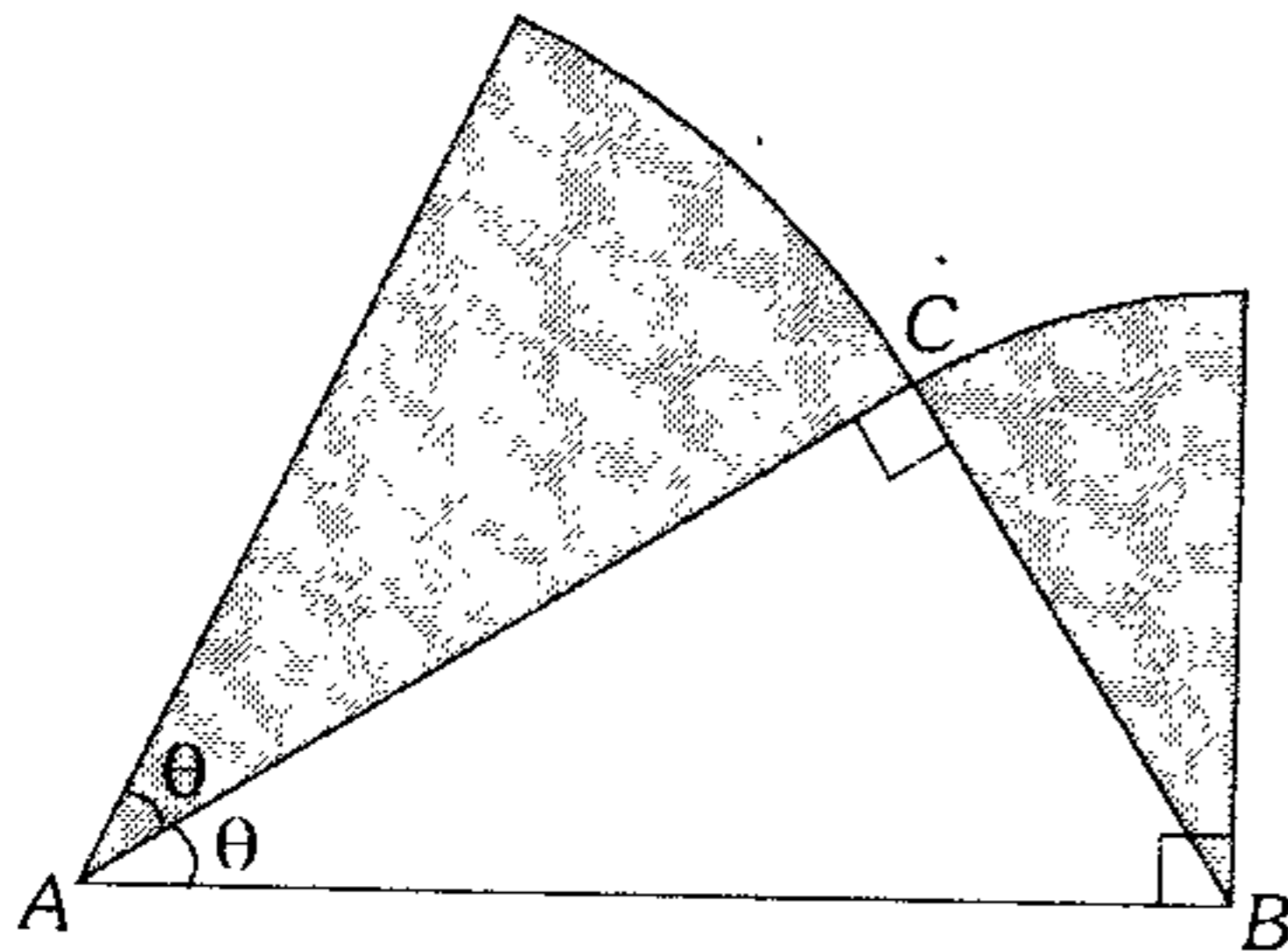


- A)  $\frac{26\pi}{3}$  m    B)  $22\frac{\pi}{3}$  m    C)  $20\frac{\pi}{3}$  m  
 D)  $6\pi$  m    E)  $\frac{25\pi}{3}$  m

29. Desde el ojo de un guardabosque un árbol que se halla a 400 m. subtende un ángulo de  $2^\circ$ . ¿Cuál es la altura aproximada del árbol?

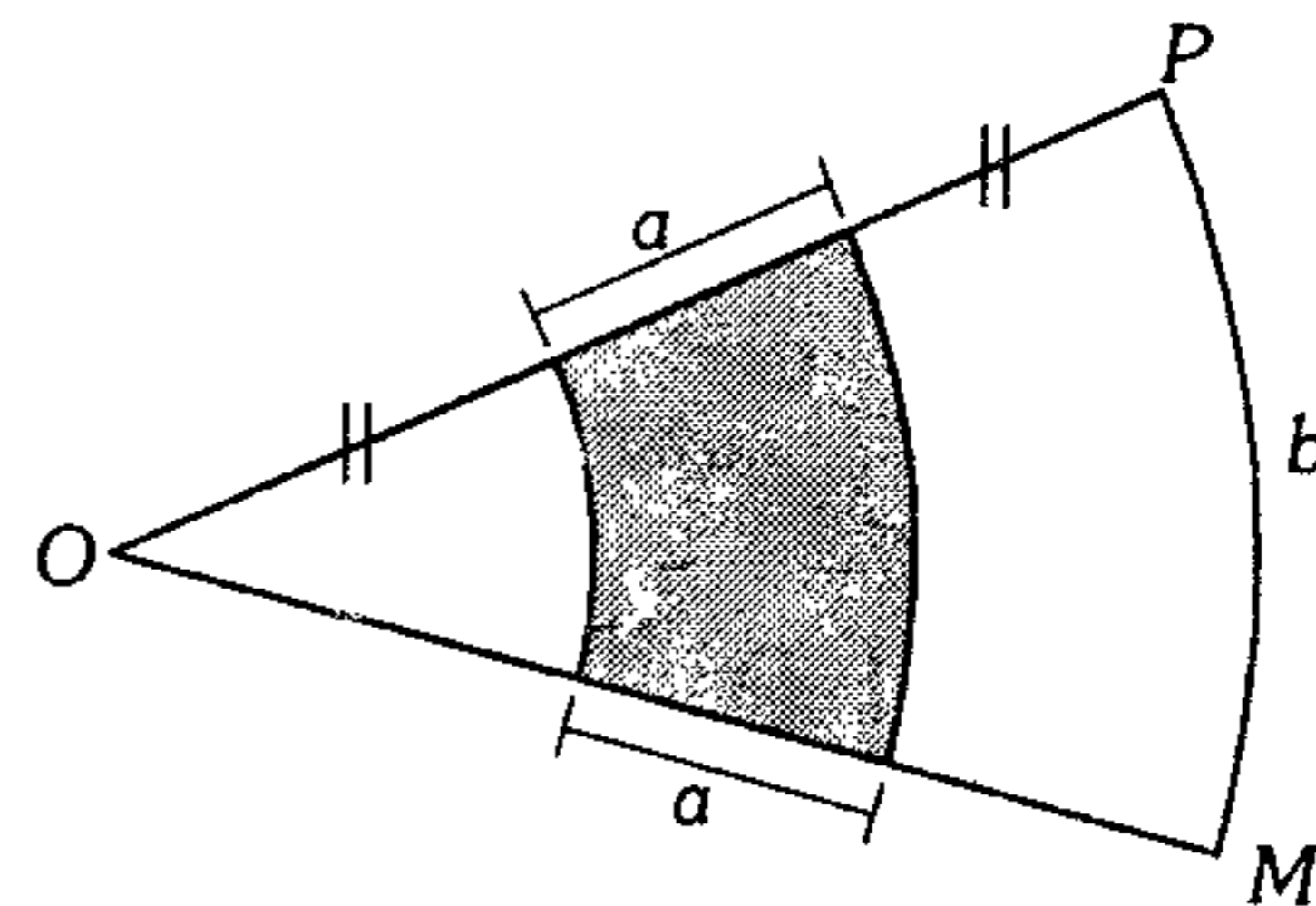
- A)  $\frac{40\pi}{11}$  m    B)  $\frac{40\pi}{9}$  m    C) 13 m  
 D)  $10\pi$  m    E)  $7\pi$  m

30. En la figura A y B son centros de los sectores circulares. ¿cuál es el valor de  $\theta$  en radianes si el área de la región sombreada es  $\frac{5\pi}{3}u^2$ ,  $AB=2\sqrt{2}u$ ?



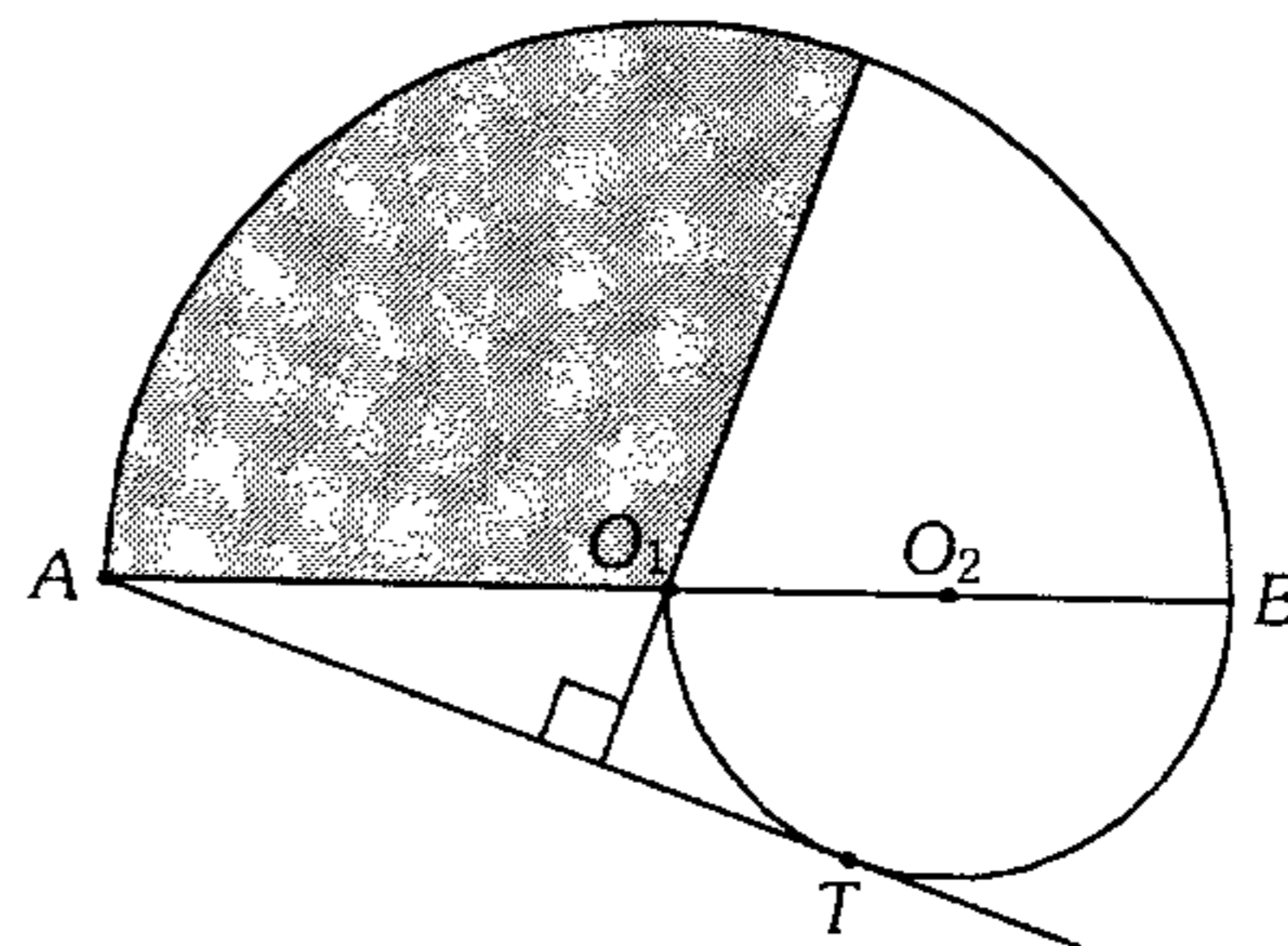
- A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\pi}{4}$     C)  $\frac{5\pi}{24}$   
 D)  $\frac{\pi}{12}$     E)  $\frac{5\pi}{12}$

31. Del gráfico POM es un sector circular con centro en O, luego el área del trapecio circular en función de a y b es



- A)  $ab$     B)  $2ab$     C)  $\frac{ab}{3}$   
 D)  $\frac{ab}{2}$     E)  $\frac{ab}{4}$

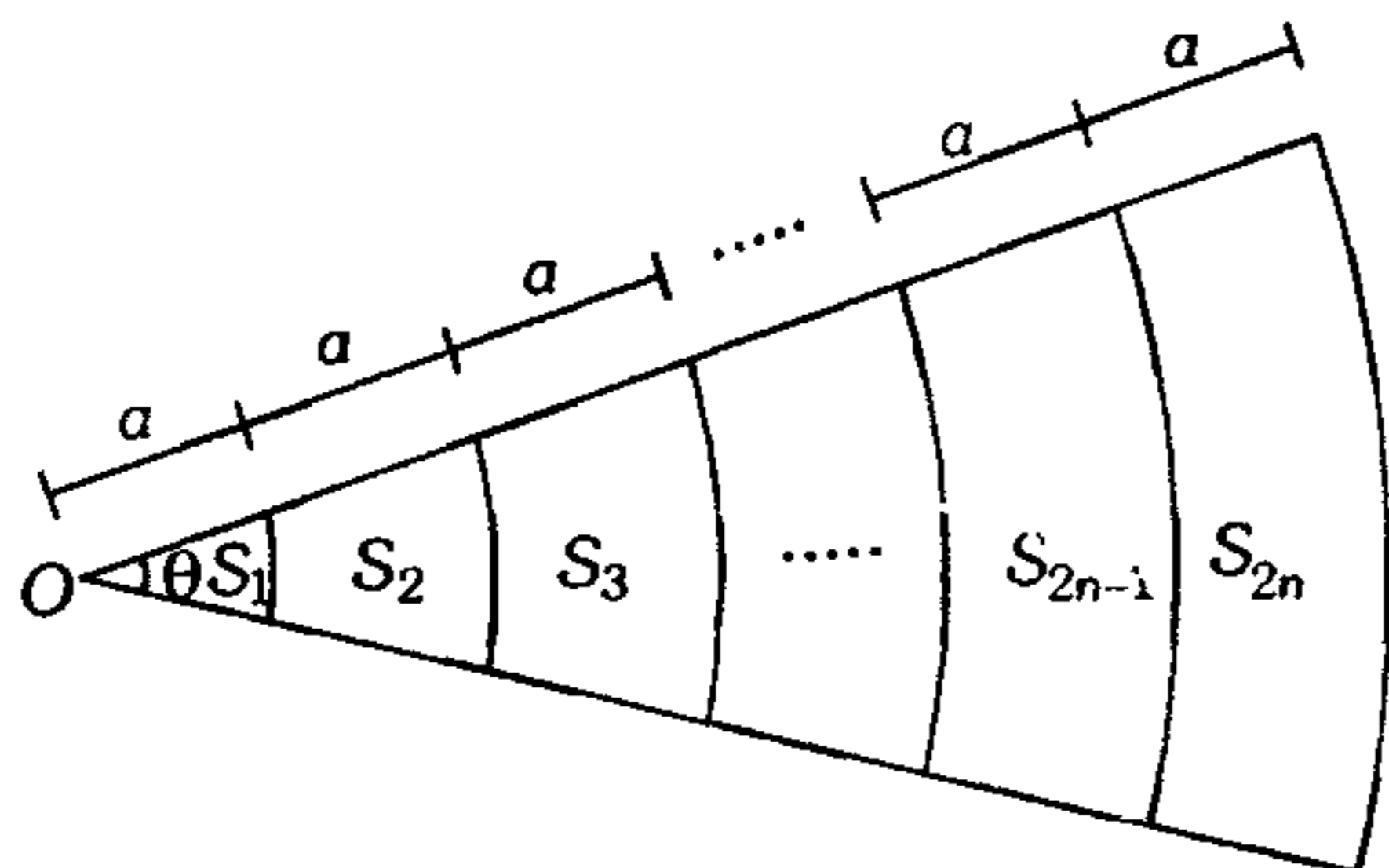
32. De la figura mostrada ¿cuál es el valor del área de la región sombreada si  $AB=2$ ? Además  $O_1$  y  $O_2$  son centros.



- A)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arccos\frac{1}{3}$   
 B)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arcsen\frac{1}{3}$   
 C)  $\frac{\pi}{4} + \arccos\frac{2}{3}$   
 D)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arcsen\frac{2}{3}$   
 E)  $\frac{\pi}{2} + \arcsen\frac{1}{3}$

33. Del gráfico adjunto  $O$  es centro de los sectores circulares. Reduzca la expresión:

$$E = \sum_{k=1}^n (S_{2k} - S_{2k-1})$$



- A)  $\frac{\theta a^2 n}{2}$     B)  $\theta a^2 n$     C)  $\frac{\theta a^2}{3}$   
 D)  $4 \theta a^2 n$     E)  $6 \theta a^2 n$

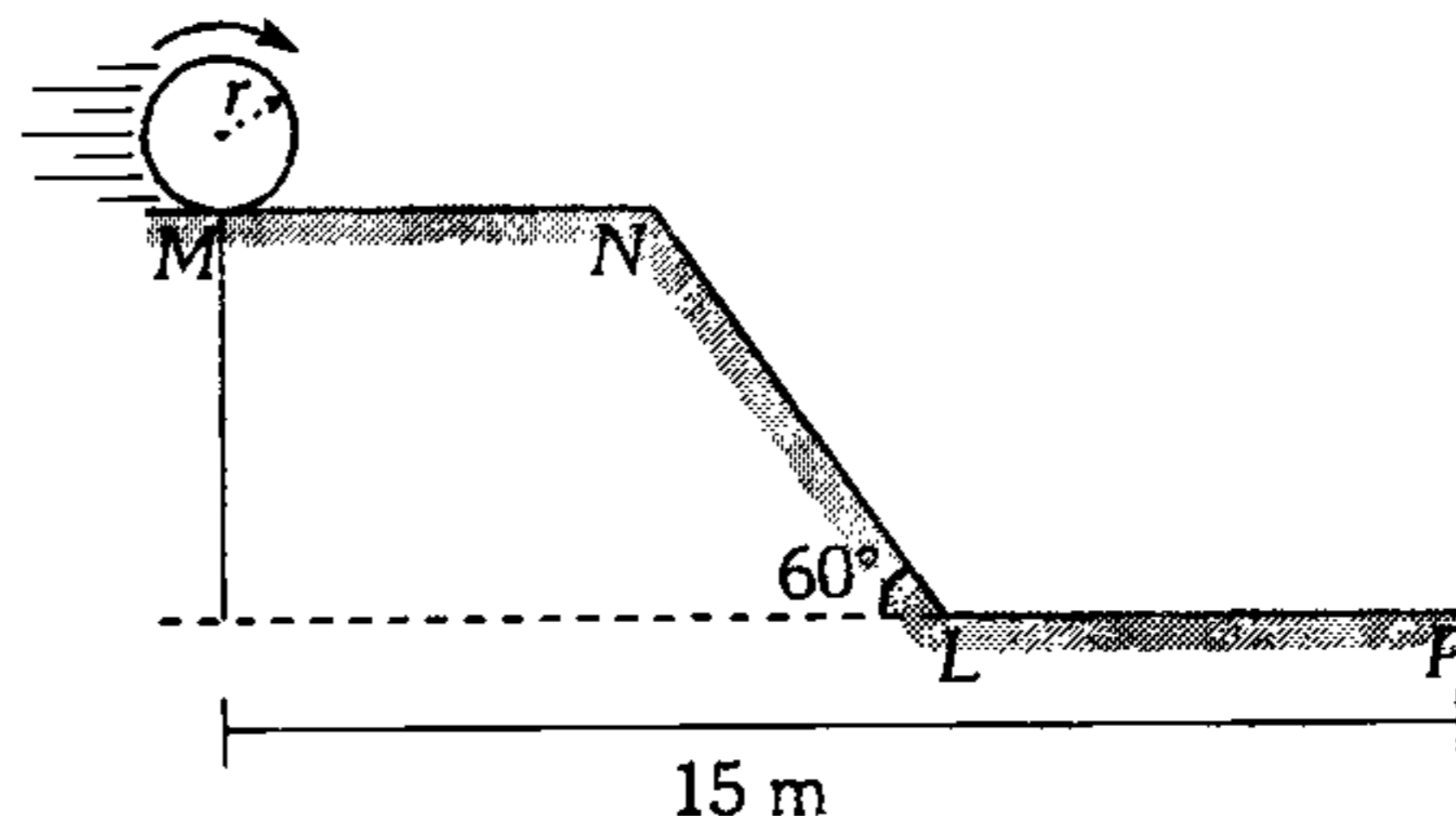
34. Determine el valor del área lateral de un tronco de cono recto sabiendo que las bases tienen por radios  $r$  y  $R$  ( $r < R$ ) y el ángulo formado por las generatrices es  $2\theta$  radianes.

- A)  $\pi(R^2 + r^2)\text{sen}\theta$   
 B)  $\pi(R^2 + r^2)\text{cos}\theta$   
 C)  $\pi(R^2 - r^2)\text{csc}\theta$   
 D)  $\pi(R^2 - r^2)\text{tan}\theta$   
 E)  $\pi R r \text{sen}\theta \text{cos}\theta$

35. Se tiene un triángulo  $ABC$  ( $B=90^\circ$ ) de catetos 3 y 4 unidades, se toma sobre la hipotenusa los puntos  $M$  y  $N$  de tal forma que  $BAN$  y  $BCM$  son sectores circulares con centro en  $A$  y  $C$  respectivamente. Calcule aproximadamente el área del triángulo mixtilíneo  $MBN$ .

- A)  $\frac{333\pi}{120} - 6$     B)  $\frac{1069\pi}{360} - \frac{58}{10}$   
 C)  $\frac{333\pi}{120} - \frac{58}{10}$   
 D)  $\frac{1069\pi}{360} - 6$     E)  $\frac{1069\pi}{120} - \frac{58}{7}$

36. Del gráfico mostrado, calcule  $\pi(6n - 1)$  siendo  $n$  el número de vueltas que genera la rueda ( $r=30$  cm) al recorrer de  $M$  a  $P$ , sin resbalar. Dato:  $MN=NL=LP$

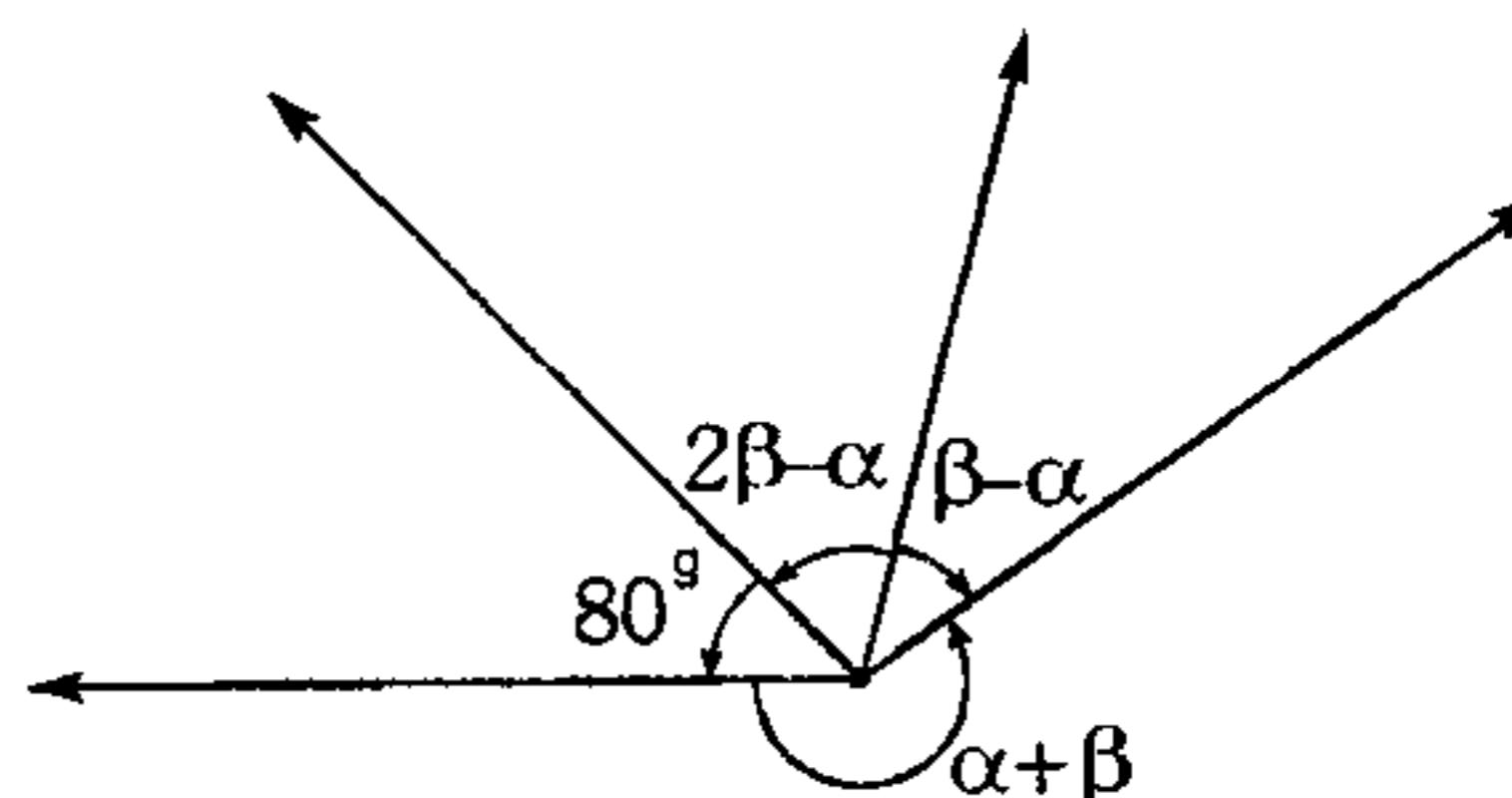


- A)  $360 - \sqrt{3}$     B)  $180 - 2\sqrt{3}$   
 C) 360  
 D) 180    E)  $90 + 2\sqrt{3}$

37. Una ruleta está dividida en 24 partes iguales, comenzando del 1 y llegando al 24 siguiendo el sentido horario. Si partiendo del 9 la aguja de la ruleta gira un ángulo de  $\left(\frac{-103\pi}{4}\right)$  radianes ¿cuál será el número premiado?

- A) 8    B) 9    C) 10  
 D) 16    E) 12

38. Del gráfico mostrado si  $\beta$  asume el mínimo valor entero, tal que  $\alpha \neq \beta$  y  $\alpha \neq 2\beta$ , entonces el valor de  $\alpha$  es



- A)  $73^\circ$     B)  $71^\circ$     C)  $142^\circ$   
 D)  $176^\circ$     E)  $143^\circ$

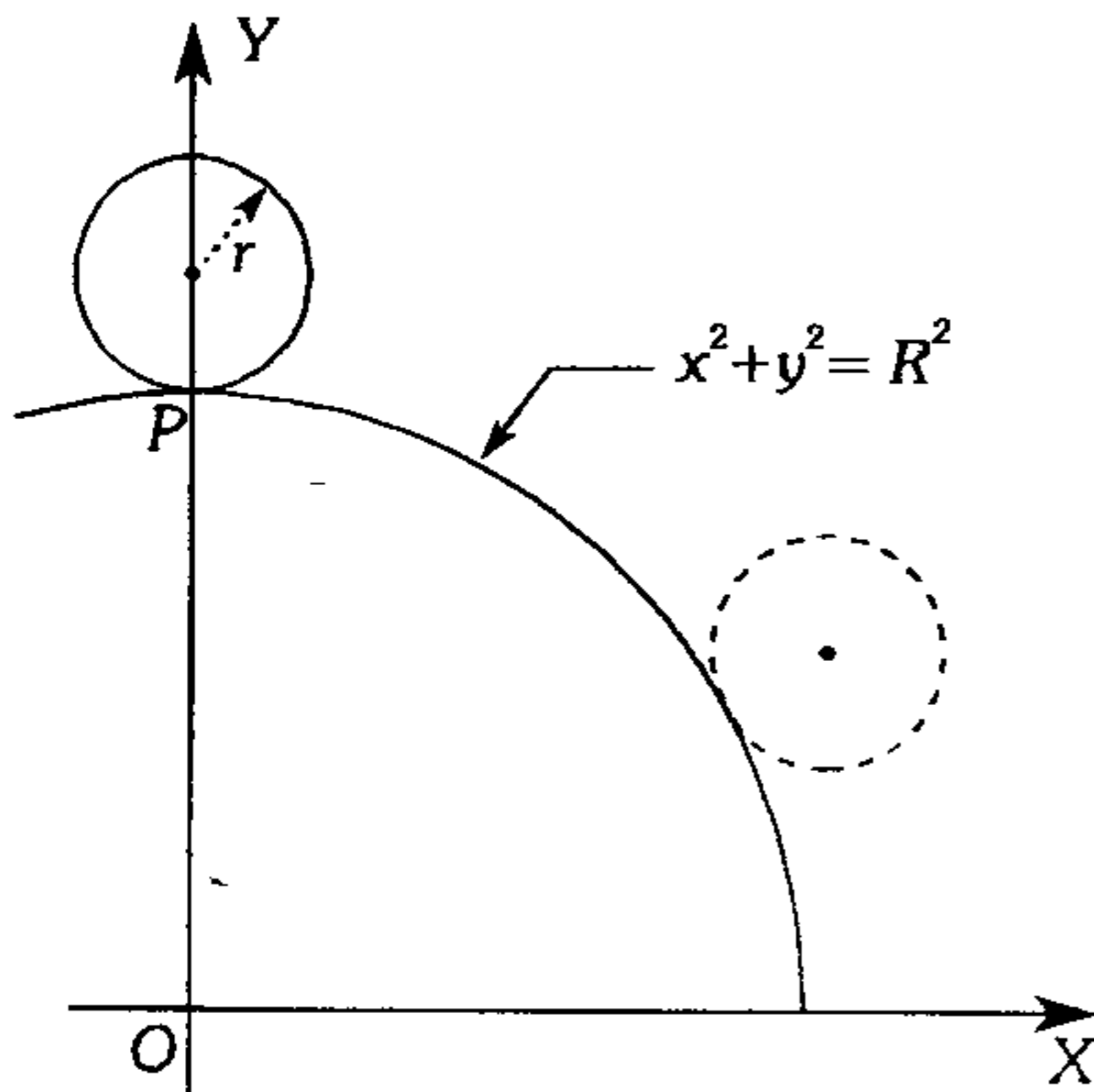
39. Dos ruedas de radios  $R$  y  $r$  ( $R > r$ ) recorren un espacio igual. ¿Cuál debe ser el radio de una tercera rueda para que recorriendo el mismo espacio, su número de vueltas elevado al cuadrado sea igual al producto del número de vueltas de las 2 primeras ruedas.

- A)  $\sqrt{\frac{r}{R}}$       B)  $\sqrt{\frac{R}{r}}$       C)  $\frac{R-r}{R-r}$   
 D)  $\frac{R+r}{R-r}$       E)  $\sqrt{Rr}$

40. Dos ruedas de radios  $R$  y  $r$  ( $R > r$ ) recorren la misma longitud horizontal  $k$ ; si la diferencia del número de vueltas de la menor y la mayor es  $\left(\frac{k}{8r}\right)$  calcule  $\left(\frac{r}{R}\right)$ .

- A)  $\frac{\pi-2}{2}$       B)  $\frac{4-\pi}{4}$       C)  $\frac{\pi-3}{3}$   
 D)  $\frac{4+\pi}{7}$       E)  $\frac{\pi-3}{4}$

41. Halle la abscisa del punto  $P$  sobre la rueda de radio  $r$  cuando ésta gira una vuelta.



- A)  $R \cos\left(\frac{2\pi r}{R+r}\right)$       B)  $R \sin\left(\frac{2\pi R}{R+r}\right)$   
 C)  $(R+r) \sin\left(\frac{2\pi r}{R+r}\right)$   
 D)  $(R+r) \cos 2\pi r$       E)  $R \tan\left(\frac{\pi R}{r}\right)$

### Razones Trigonómicas de un Ángulo Agudo

42. Se tiene un triángulo  $ABC$  (recto en  $A$ ) en donde  $B > C$ . Si la relación de los catetos es  $2\sqrt{2}$ , dados

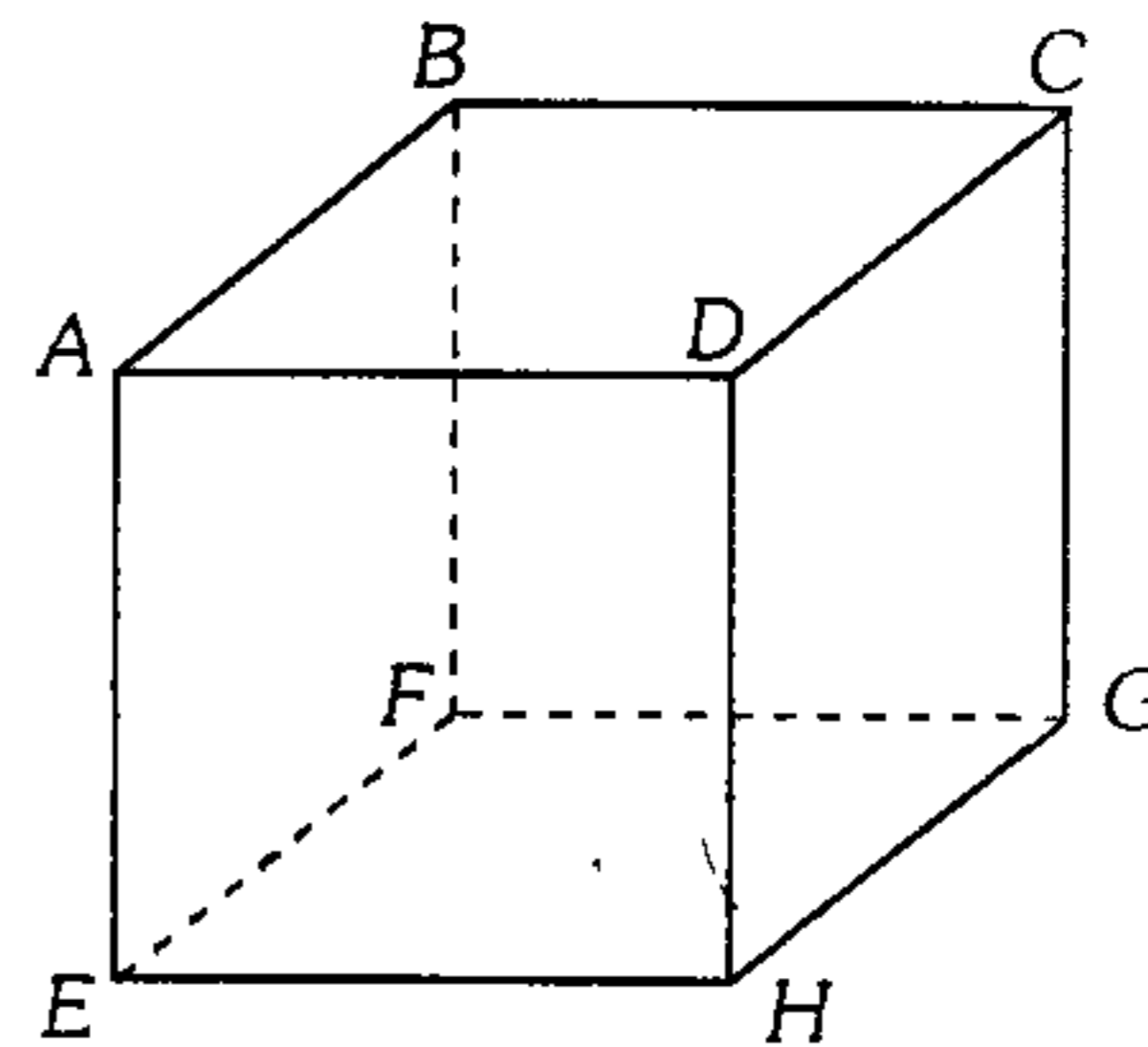
$$M = \sqrt{6} \sec \frac{B}{6} + 2\sqrt{6} \sec \frac{B}{6} \cos \frac{B}{3}$$

$$N = 1 + \csc C + \sqrt{6} \sec \frac{B}{6}$$

calcule  $N^2 - M^2$ .

- A) -1      B) 0      C) 1  
 D) -4      E) -8

43. En la figura se muestra un cubo; una hormiga se ubica en el punto medio de la arista  $\overline{AD}$ , indique  $\tan \theta$  donde  $\theta$  es el ángulo que hace la trayectoria más corta y la arista  $CG$  para que dicha hormiga llegue al punto  $F$ .



- A)  $3/2$       B)  $2/3$       C)  $-3/2$   
 D)  $-2/3$       E)  $2/5$

44. En un cuadrado  $ABCD$  desde  $A$  se traza  $AN$  ( $N$  en  $CD$ ) y desde  $B$  se traza una perpendicular  $BH$  a  $AN$ , sobre  $BC$  se ubica el punto medio  $M$ . Calcule la tangente del ángulo  $MHN$ . Además  $CN = a$ ,  $ND = b$ .

- A)  $\frac{a+3b}{a+b}$       B)  $\frac{a+2b}{a+b}$       C)  $\frac{2a+3b}{a+b}$   
 D)  $\frac{2a+b}{a+b}$       E)  $\frac{2a+3b}{a+2b}$

45. El perímetro de un triángulo rectángulo  $ABC$  (recto en  $A$ ) es 1 m, el equivalente de

$$b^2 \left( \frac{\sec B + 1}{\sec B - 1} \right)^{1/2} + c^2 \left( \frac{\sec C + 1}{\sec C - 1} \right)^{1/2}$$

en términos de  $a$  es

- A)  $a^2 - 3a + 1$     B)  $a^2 + 3a + 1$     C)  $1 + 3a - a^2$   
 D)  $1 + a^2 - a^2$     E)  $1 - a - a^2$

46. Calcule la tangente del menor ángulo agudo de un triángulo rectángulo si los catetos e hipotenusa forman una progresión geométrica.

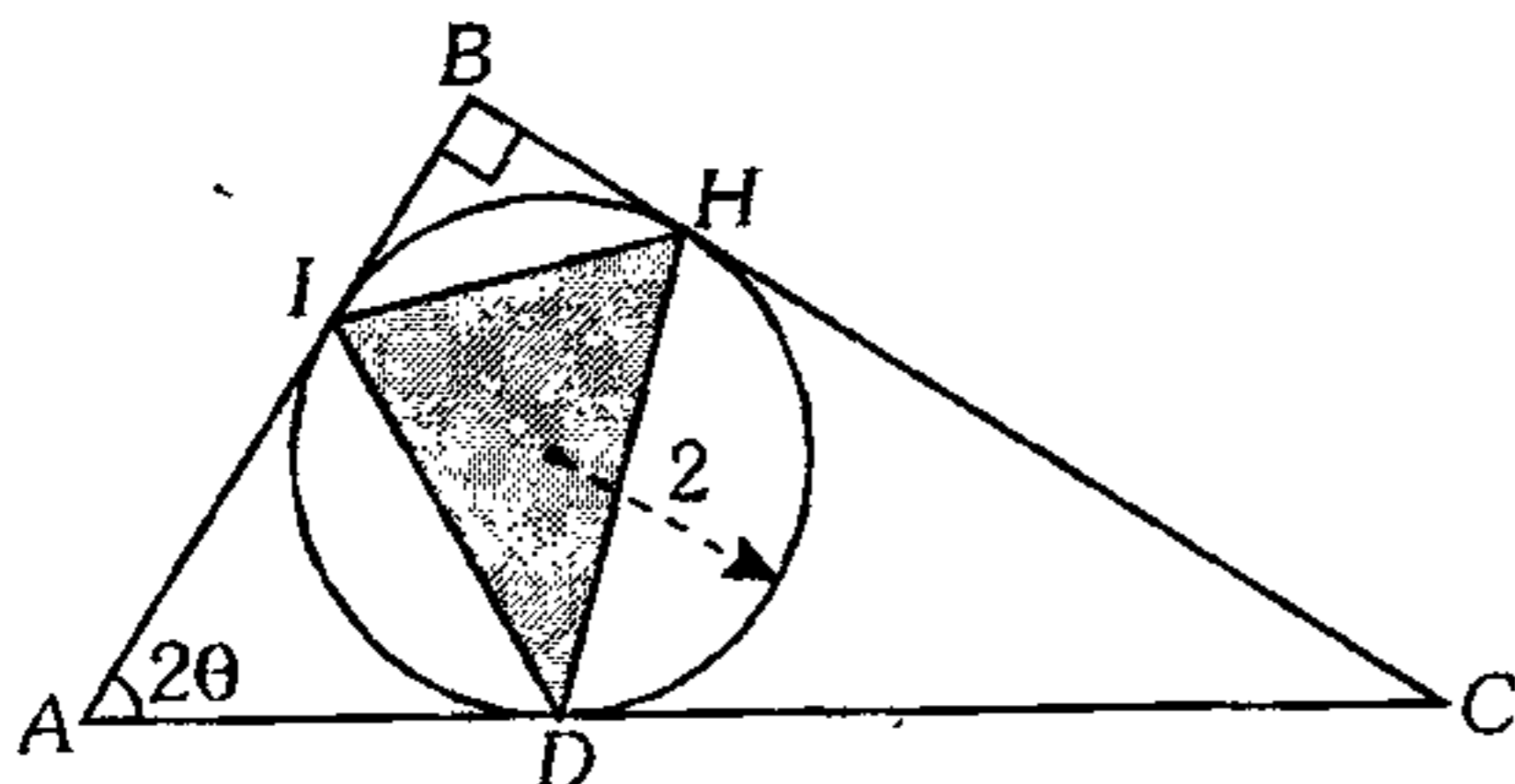
- A)  $\sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}}$     B)  $\sqrt{\frac{\sqrt{5} - 1}{2}}$     C)  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$     E)  $\sqrt{5}$

47. En un triángulo  $ABC$  (recto en  $C$ ), calcule  $(a^2 + b^2)\text{sen}(A - B) - (a^2 - b^2)\text{sen}(A + B)$ .

- A) -1    B) 0    C) 1  
 D) 2    E) -2

48. En el gráfico adjunto, siendo  $S$  el área de la región sombreada, además  $\tan \theta = 2/3$ ,

calcule  $Y = \frac{S}{\text{sen} \theta \cos(45^\circ + \theta)}$

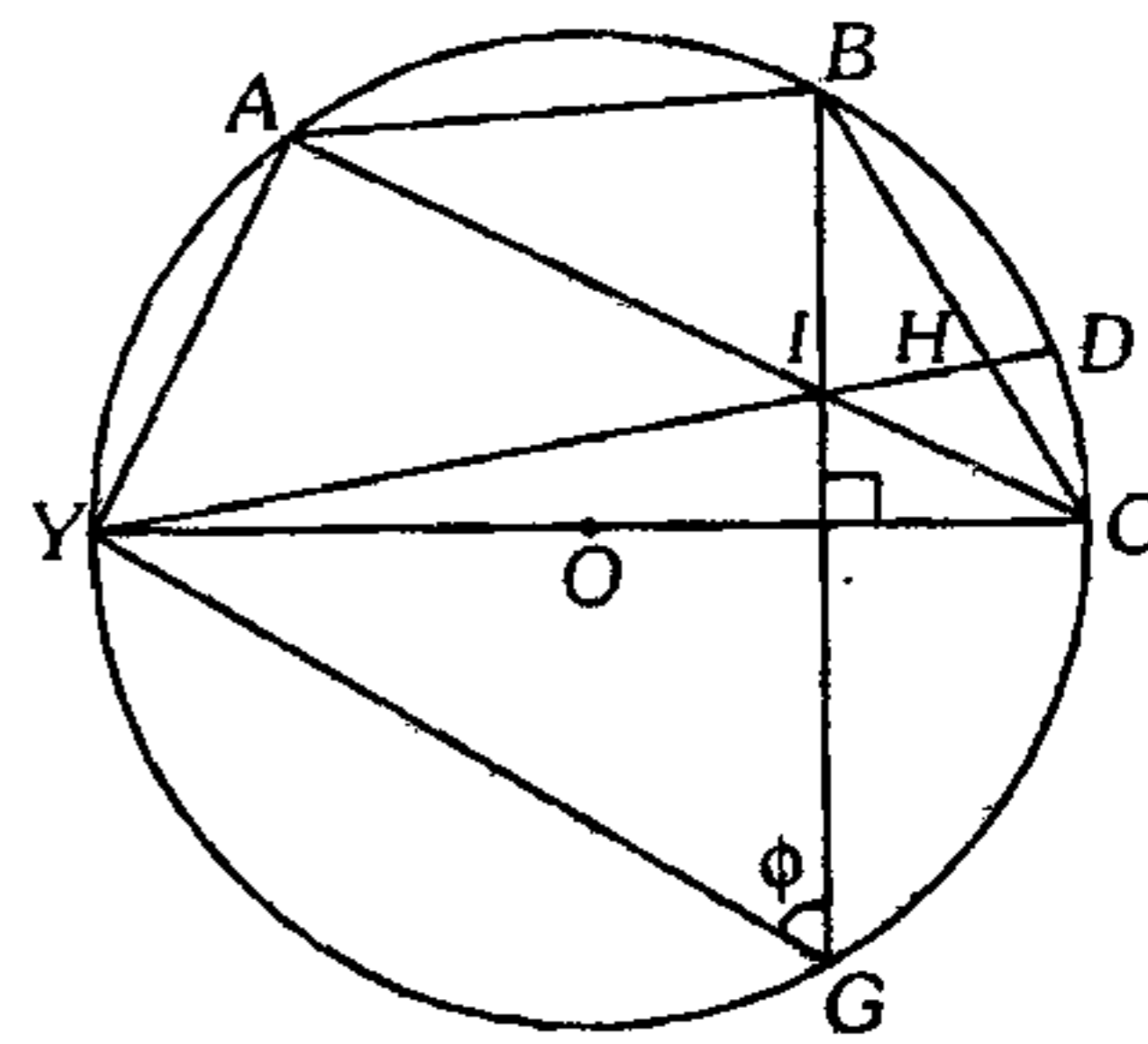


- A)  $20\sqrt{2}$     B)  $30\sqrt{2}$     C)  $40\sqrt{2}$   
 D)  $60\sqrt{2}$     E)  $50\sqrt{2}$

49. En un triángulo rectángulo  $ABC$  ( $B=90^\circ$ ) se traza la ceviana  $\overline{AD}$ , tal que se cumple  $AD=CD$ ,  $BAD=\alpha$ ,  $CAD=\theta$ , luego el valor de  $P = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \theta} + 2 \text{sen} \alpha$  es

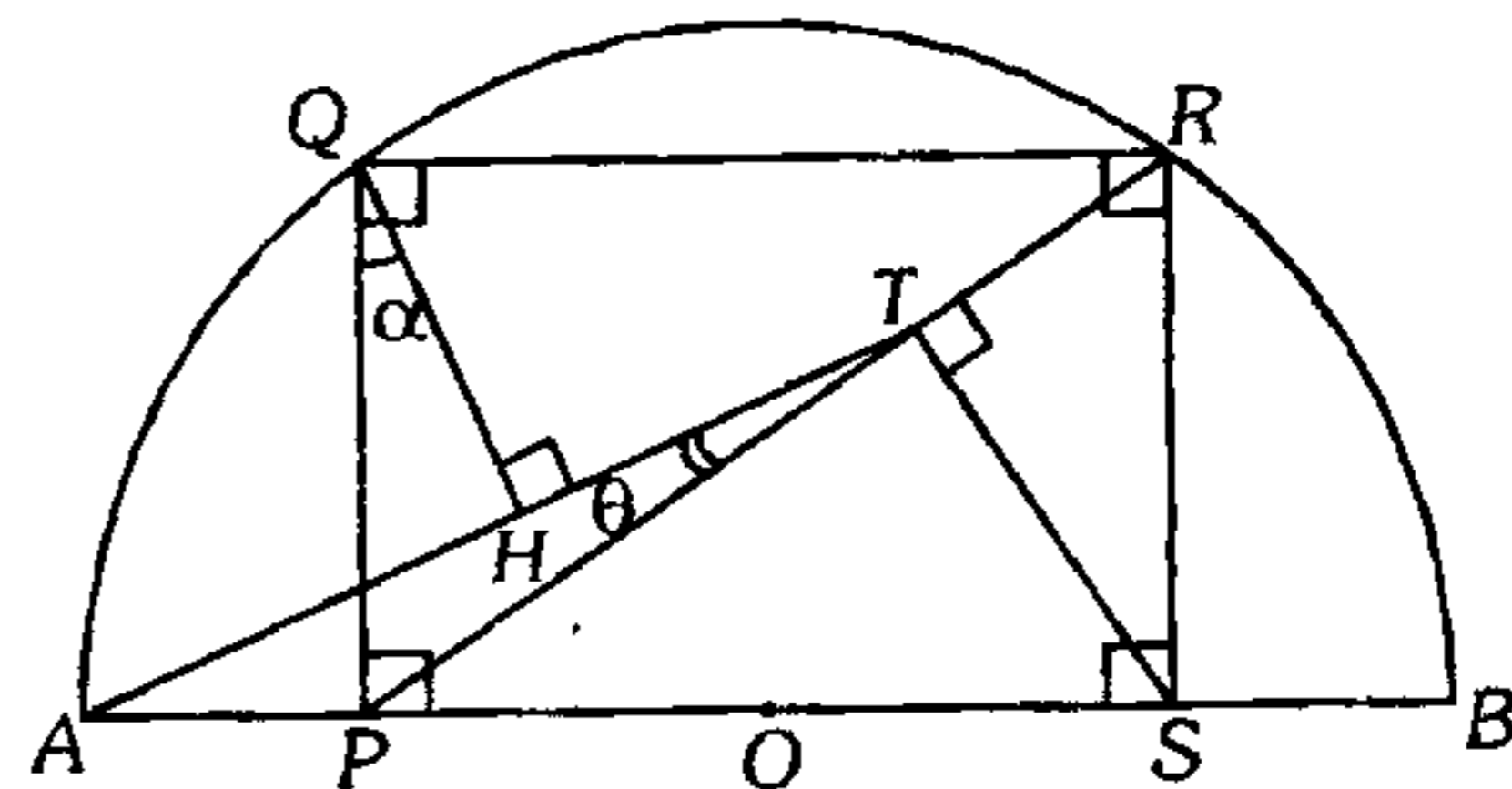
- A) 2    B) 1    C) 3  
 D) 4    E) 6

50. De la figura mostrada, halle la relación entre los segmentos  $BH$  y  $HC$  en términos de  $\phi$  si  $AY=AB$ . ( $O$  centro)



- A)  $\text{sen} \phi \cos \phi$     B)  $\text{csc} \phi - \text{sen} \phi$     C)  $\text{sec} \phi - \cos \phi$   
 D)  $\text{sen} \phi - \cos \phi$     E)  $\cos \phi + \text{sen} \phi$

51. De la figura, halle  $QH$  en función de  $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $a$  y  $b$ , siendo  $TS=b$  y  $HT=a$ . ( $O$  es centro de la semicircunferencia)



- A)  $b(\text{csc}(\alpha + \theta) - \text{sen}(\alpha + \theta)) - a \text{sec} \alpha$   
 B)  $a(\text{csc}(\alpha + \theta) - \text{sen} \alpha)$   
 C)  $\frac{b(\text{csc}(\alpha + \theta) - \text{sen}(\alpha + \theta)) - a \cos \alpha}{\text{sen} \alpha}$   
 D)  $b(\text{csc}(\alpha + \theta) - \text{sen}(\alpha + \theta)) - a \cot \alpha$   
 E)  $b(\text{csc}(\alpha + \theta) + \text{sen}(\alpha + \theta)) - a \text{sen} \alpha$



52. En un triángulo  $ABC$  recto en  $C$ , reduzca la siguiente expresión en función del perímetro  $p$ .

$$Y = \frac{a \sec \frac{A}{2} \csc \frac{A}{2}}{[(1 + \cos A)(1 + \cos B)(1 + \cos C)]^{1/2}}$$

( $a, b$  y  $c$  son las medidas de los lados de dicho triángulo)

A)  $p$       B)  $2p$       C)  $p\sqrt{2}$

D)  $p^2$       E)  $\frac{p\sqrt{2}}{2}$

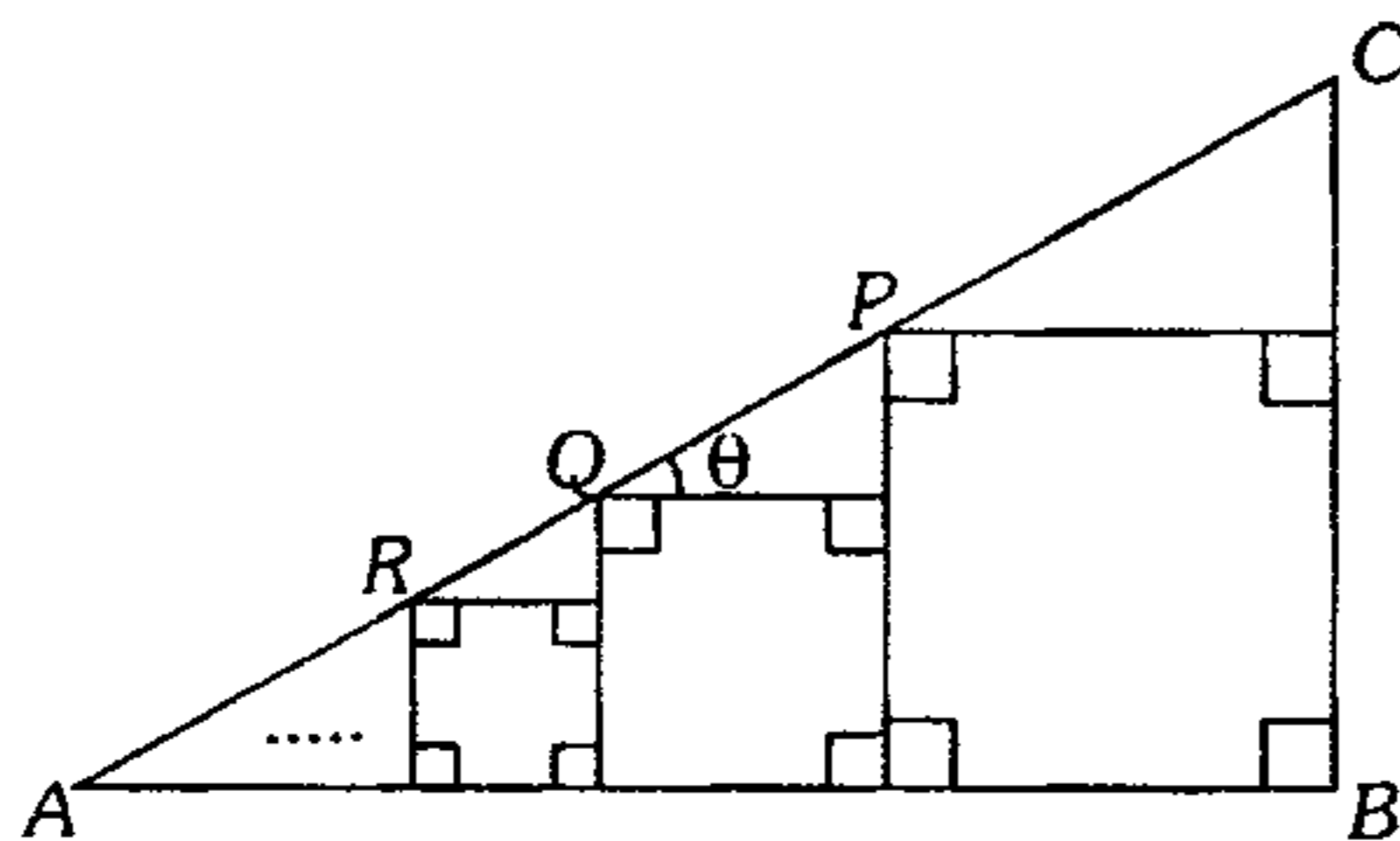
53. En un triángulo  $ABC$  se inscribe  $n$  cuadrados de la siguiente forma, de modo que

$$AP = a_1; PC = b_1$$

$$AQ = a_2; QP = b_2$$

$$AR = a_3; RQ = b_3$$

:            :



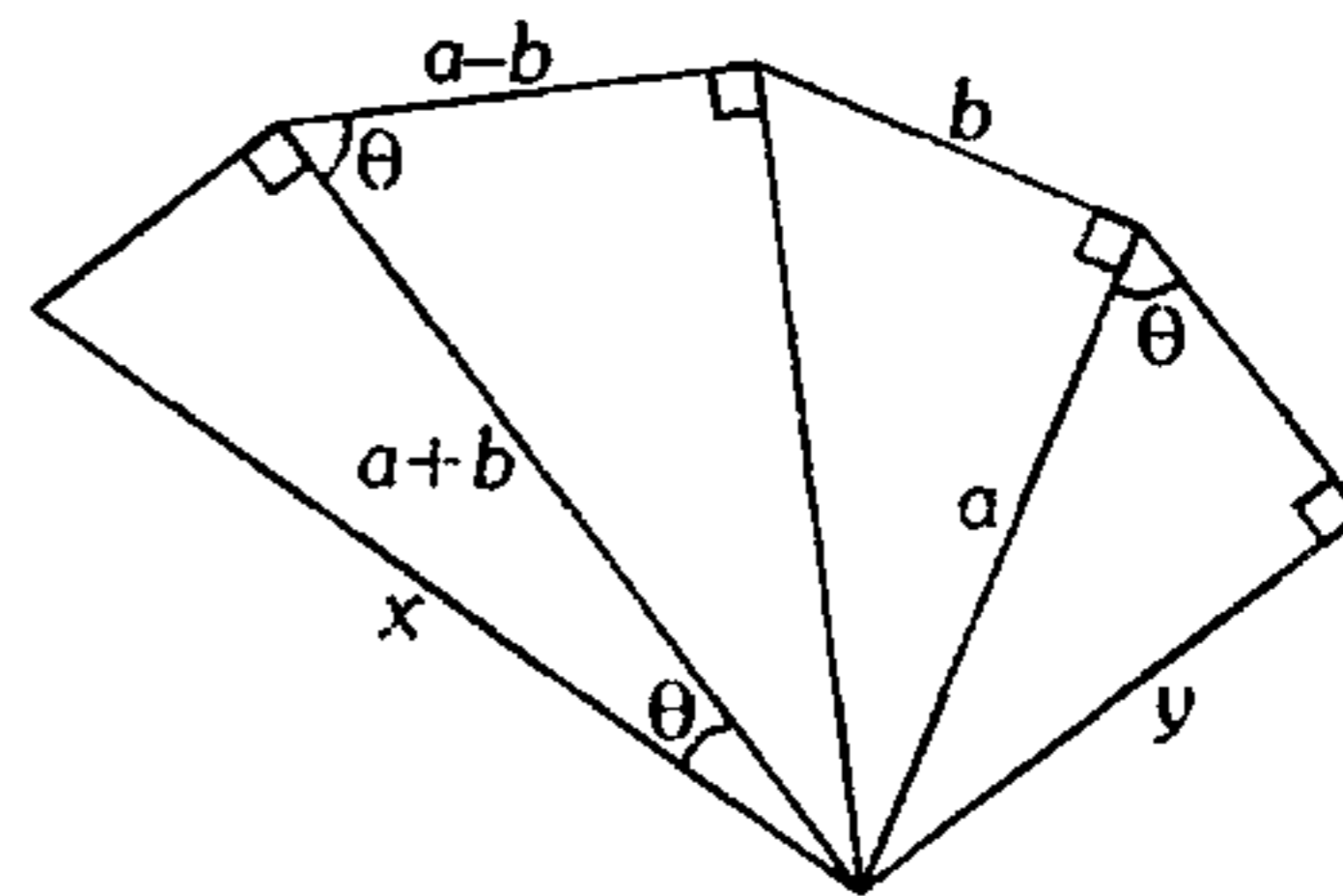
Simplifique

$$M = \frac{\prod_{i=1}^n a_i^2}{\prod_{i=1}^n b_i^2}$$

A)  $\cot(n\theta)$     B)  $\tan(n\theta)$     C)  $\tan^{2n}\theta$   
 D)  $\cot^{2n}\theta$       E)  $\cot\theta + \tan\theta$

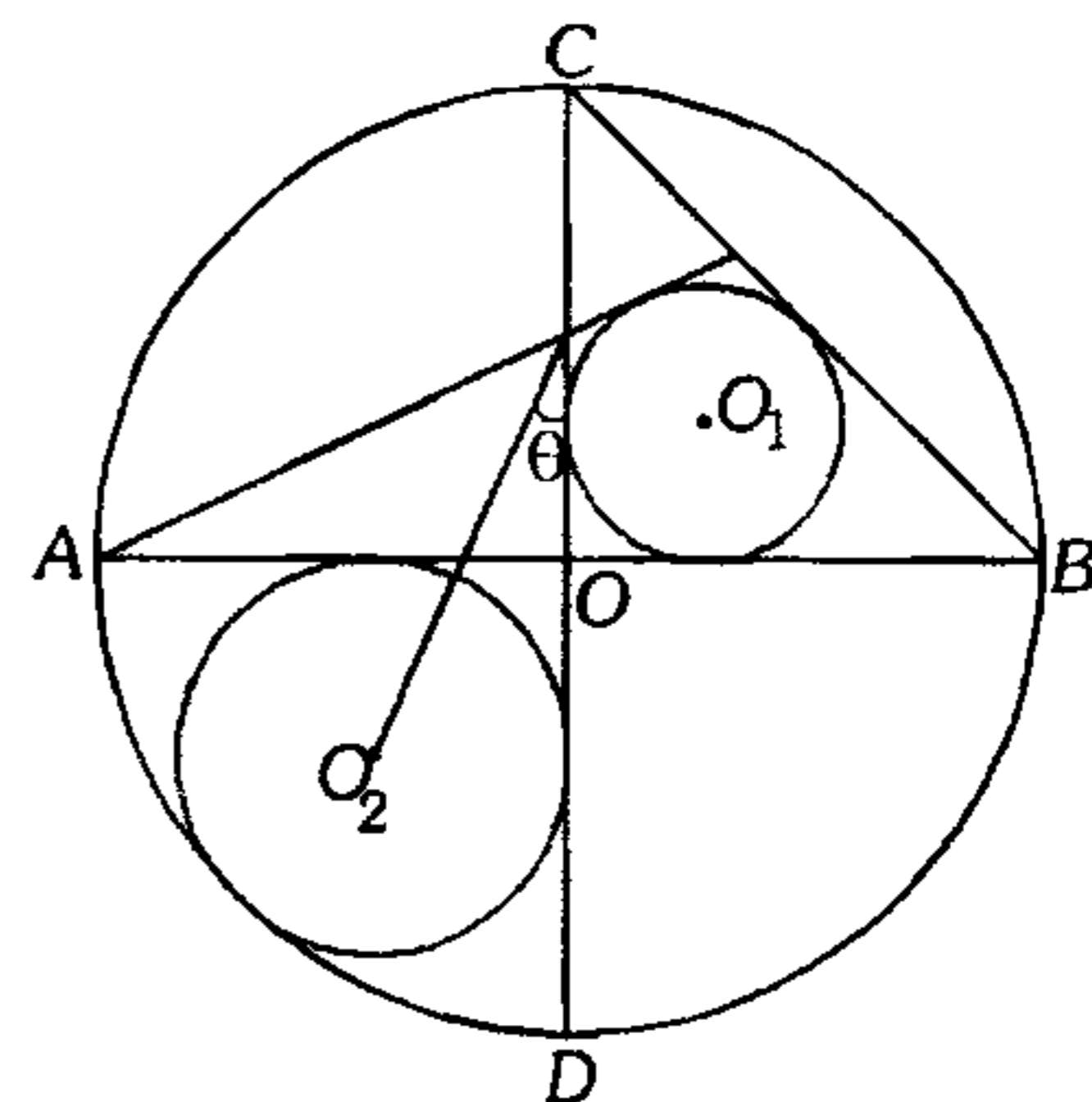
54. De la figura adjunta, calcule

$$F = \frac{y}{x}(\sqrt{3}-1)\sqrt{6} + \frac{x \cos^2 \theta}{a-b} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$



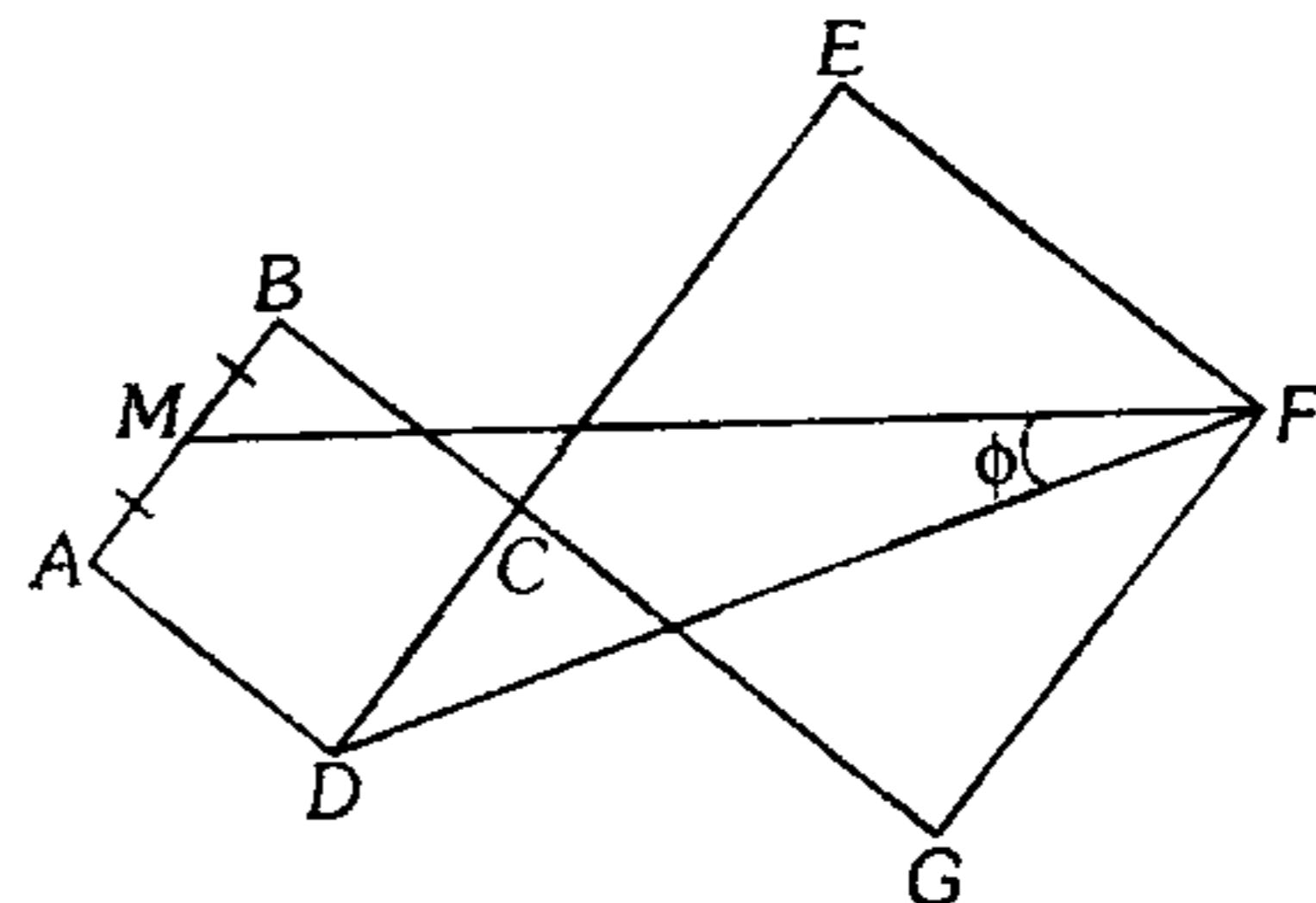
A)  $23/3$       B)  $19/3$       C)  $17\sqrt{6}/3$   
 D)  $3/19$       E)  $17/3$

55. De la figura adjunta, calcule  $\tan \theta$  si  $O, O_1$  y  $O_2$  son centros.



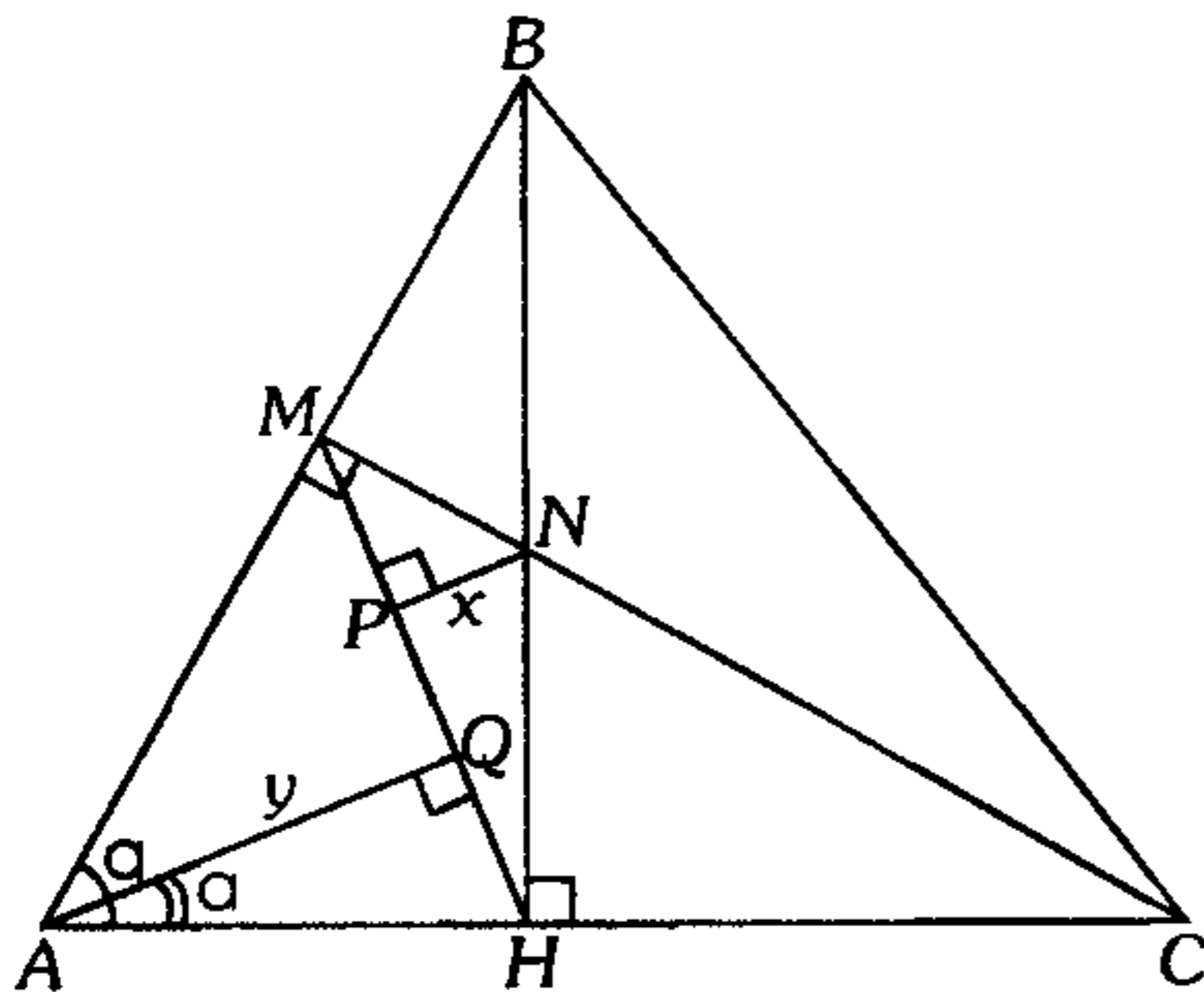
A)  $\frac{(8-5\sqrt{2})}{2}$       B)  $\sqrt{2}(4\sqrt{2}-1)$   
 C)  $6\sqrt{2}+8$   
 D)  $\frac{(8\sqrt{2}-1)}{2}$       E)  $4-\sqrt{2}$

56. Si  $ABCD$  y  $EFGC$  son cuadrados, además  $B, C$  y  $G$  son colineales siendo  $M$  punto medio de  $AB$ , calcule  $P=8\csc\phi$ ;  $CE=2AB$ .



A)  $\sqrt{301}$       B)  $\sqrt{305}$       C)  $\sqrt{71}$   
 D)  $\sqrt{61}$       E)  $\sqrt{793}$

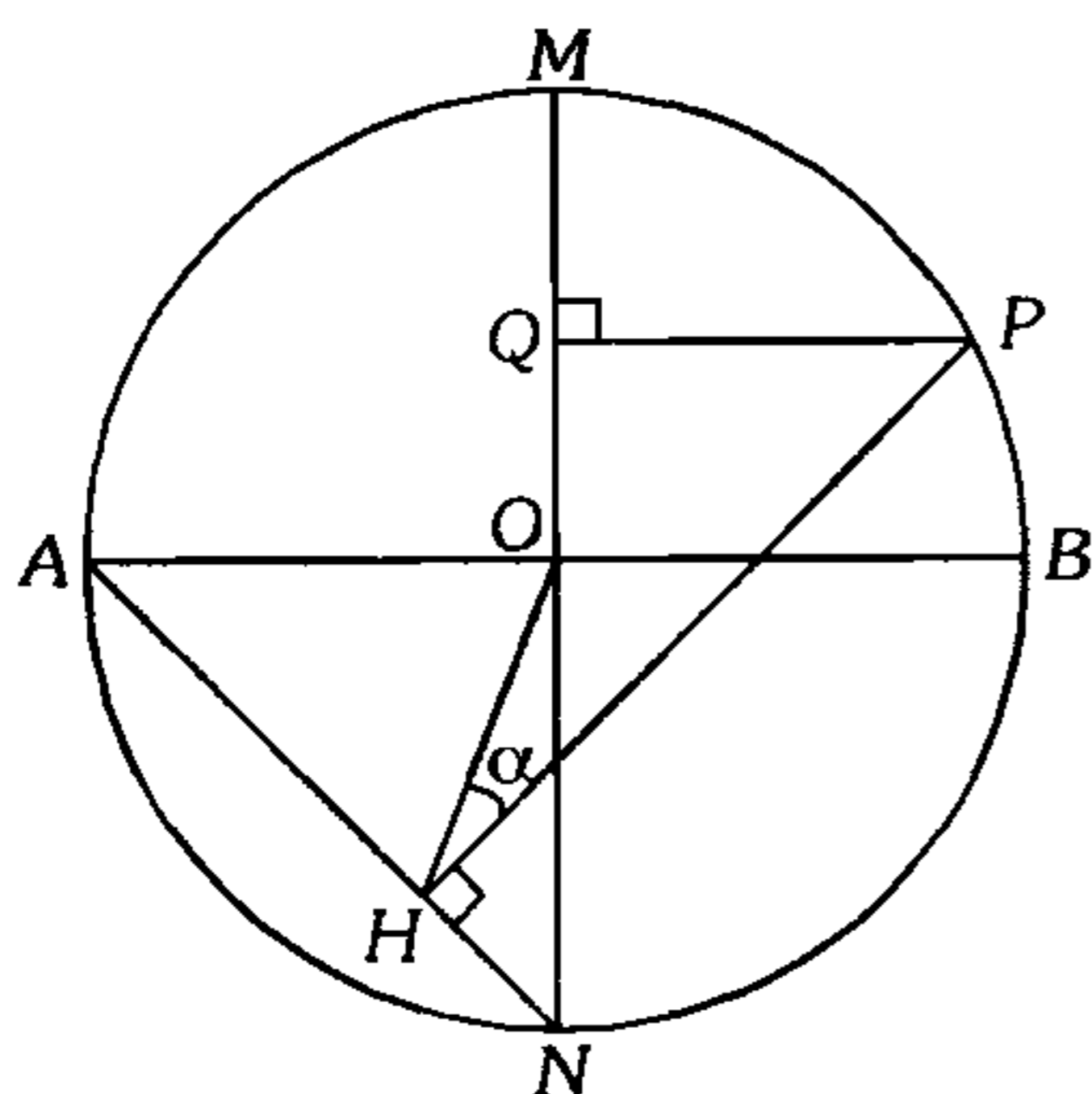
57. En la figura adjunta  $NP=x$ ,  $AQ=y$ , halle  $\frac{x}{y}$  en función de  $\theta$  y  $\alpha$ .



- A)  $\tan \alpha \tan \theta$   
 B)  $\tan \alpha + \tan \theta$   
 C)  $\tan \alpha \cot \theta$   
 D)  $\tan \alpha \tan(\theta - \alpha)$   
 E)  $\cos \theta \sin \alpha \tan(\theta - \alpha)$

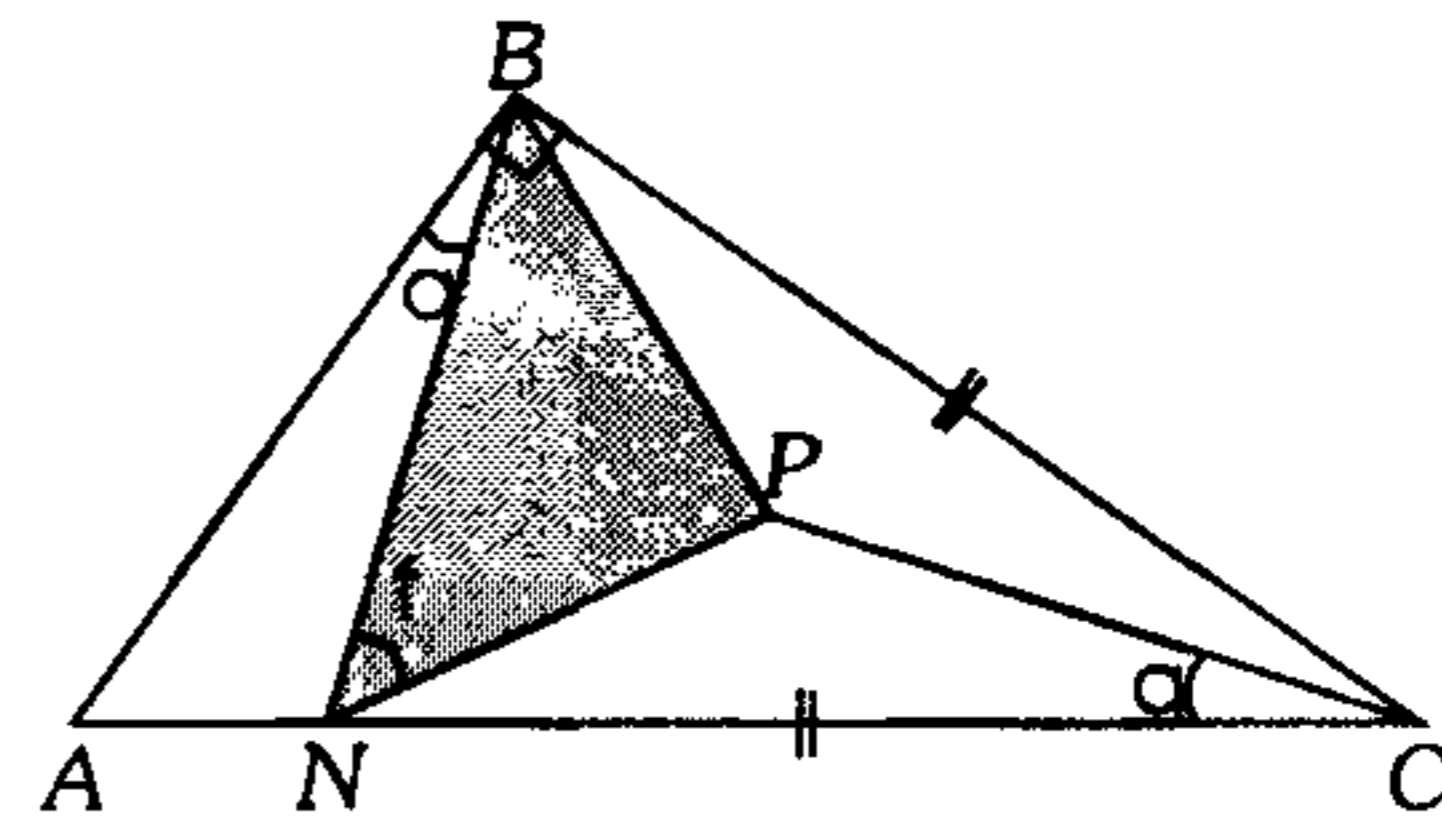
58. En la figura adjunta  $OQ=b$  y  $OH=a$ , siendo  $O$  centro, calcule

$$F = \frac{b^2 + 2a^2 \sin^2 \alpha + 2ab\sqrt{2} \sin \alpha}{a^2(1 + \cos 2\alpha) - b^2}$$



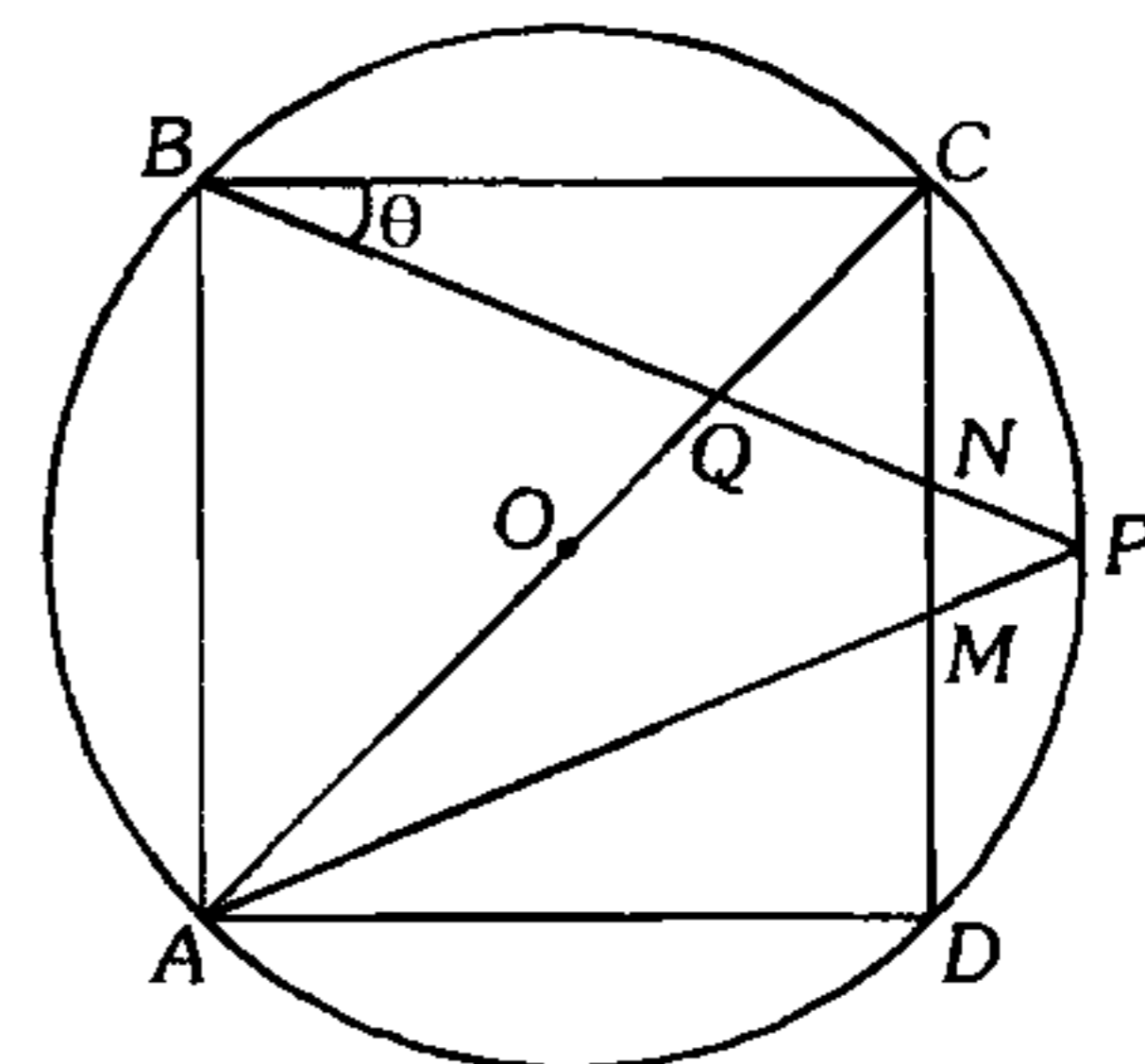
- A) 1      B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{1}{8}$       E)  $-\frac{1}{3}$

59. En la figura mostrada,  $S$  es el área de la región sombreada,  $AN=1$  u. Halle  $M = \sqrt{\frac{4S}{\tan \theta}}$  en función de  $\theta$ .



- A)  $\csc \theta - 2 \sin \theta$       B)  $\csc \theta + 2 \sin \theta$   
 C)  $\cos \theta + 2 \sin \theta$   
 D)  $\sin \theta + \cos \theta$       E)  $\csc^2 \theta + \sin \theta$

60. En la figura mostrada, halle  $MP$  en función de  $K$  y  $\theta$  si  $BQ=K$  y  $ABCD$  es un cuadrado ( $O$  es centro).



- A)  $2k \sin \theta \sin(45^\circ - \theta)$   
 B)  $2k \sin \theta \tan(45^\circ - \theta)$   
 C)  $k(2 \sin(\theta + 45^\circ) \cos \theta - \sqrt{2})$   
 D)  $2k \cos \theta \tan(45^\circ + \theta)$   
 E) A o C

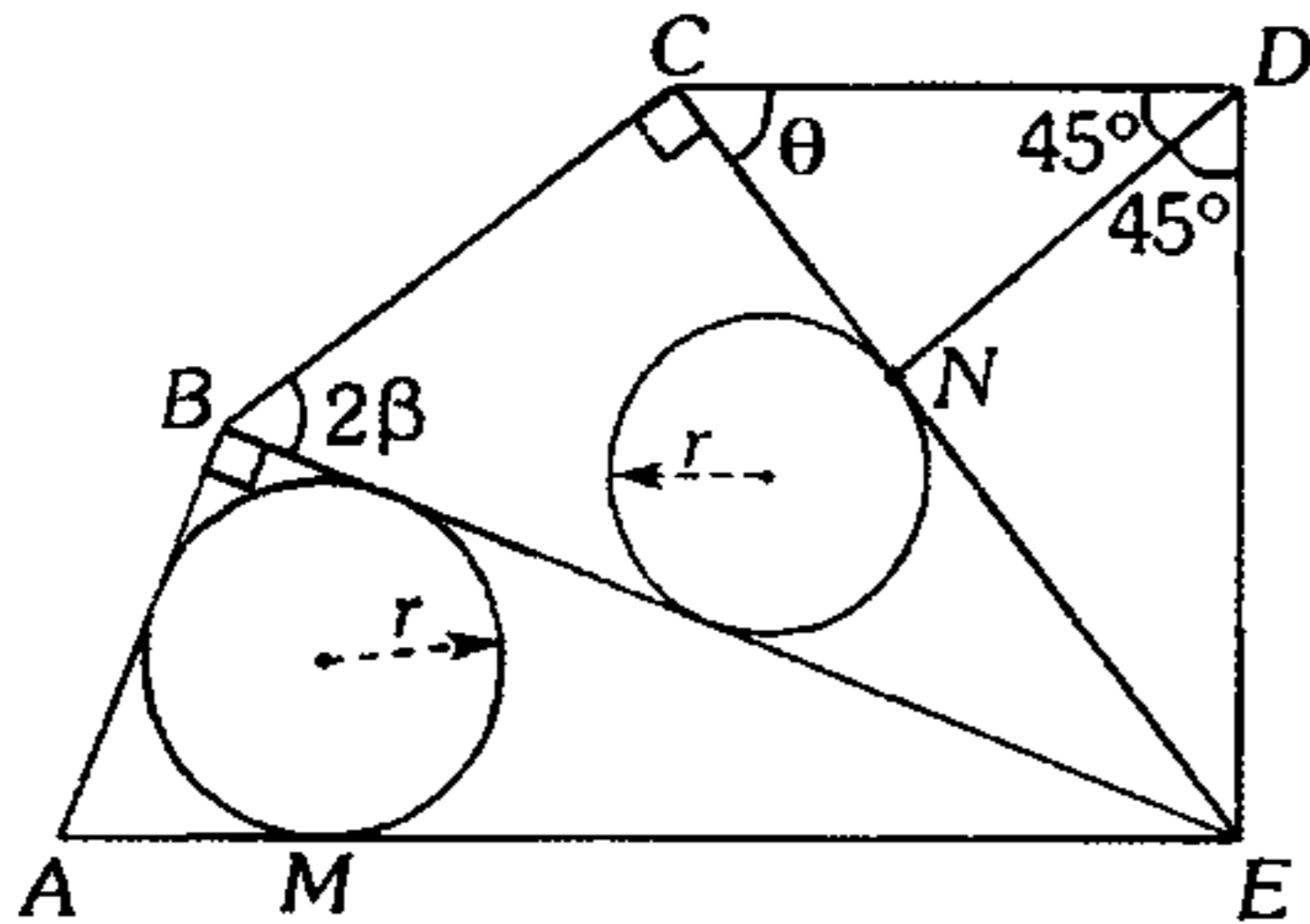
61. Dos triángulos equiláteros  $ABC$  y  $ABD$  forman un ángulo diedro recto. Luego la medida de la mitad del ángulo  $CAD$  es

- A)  $30^\circ$       B)  $\arctan\left(\frac{\sqrt{15}}{5}\right)$   
 C)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$   
 D)  $\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$       E)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{8}\right)$

62. De la figura  $ME=m$ , determine

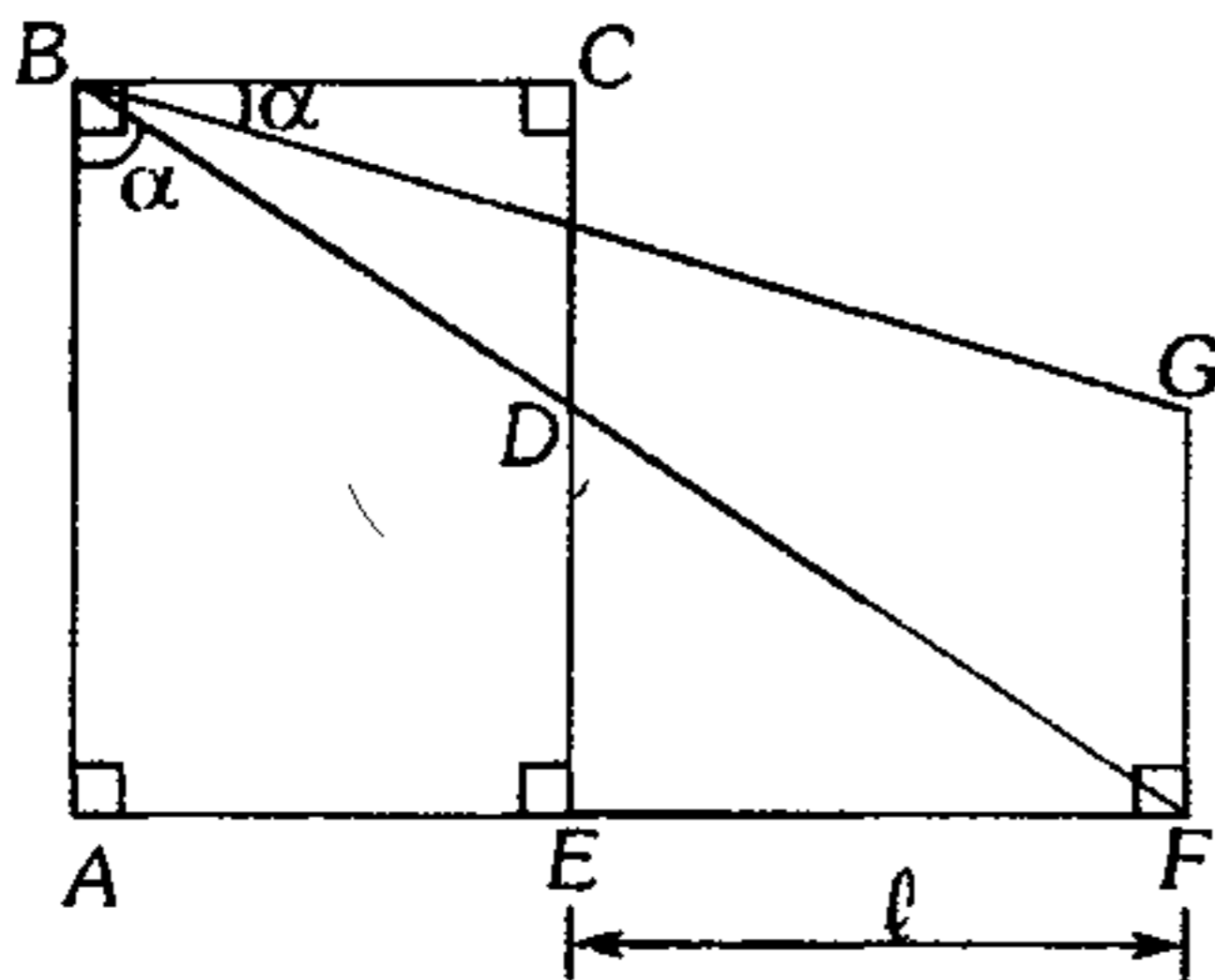
$$Y = \left( \frac{r+m}{r} \right) \operatorname{sen} 2\beta \tan(45^\circ - \beta)$$

en función de  $\theta$ .



- A)  $1 + \tan \theta$                       B)  $1 + \cot \theta$   
 C)  $1 - \tan \theta$   
 D)  $1 - \cot \theta$                       E)  $\operatorname{sen} \theta + \cos \theta$

63. De la figura mostrada, halle  $AB$  en función de  $\alpha$  y  $l$  si  $DE=FG$ .

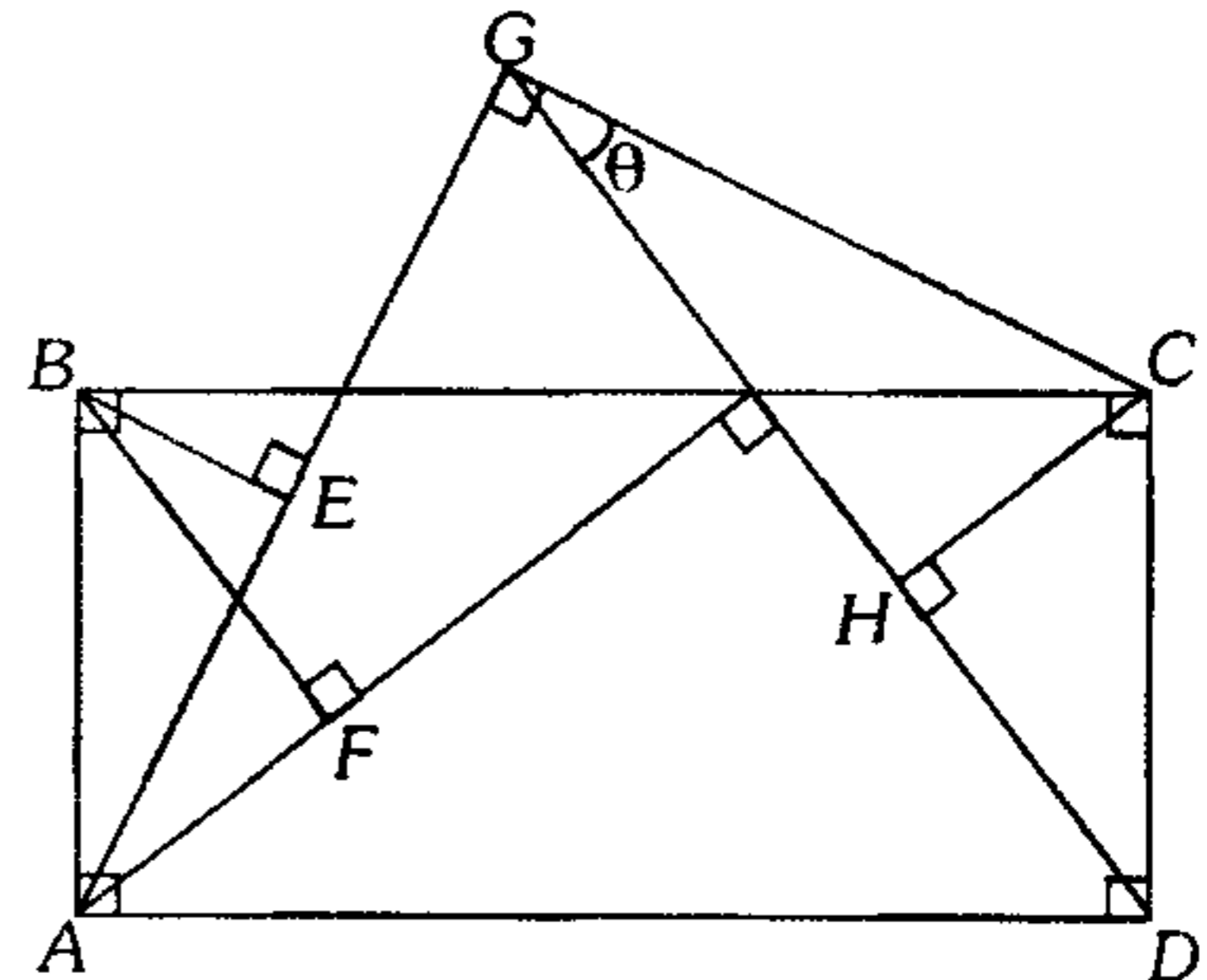


- A)  $l \cos \alpha \left( \tan \alpha - \cot \frac{\alpha}{2} \right)$   
 B)  $l \cos^2 \alpha (\tan^2 \alpha - \cot 2\alpha)$   
 C)  $l \operatorname{sen}^2 \alpha (\tan \alpha + \cot 2\alpha)$   
 D)  $l \cos^2 \alpha (\tan 2\alpha - \cot \alpha)$   
 E)  $l \cos^2 \alpha (\tan 2\alpha + \cot \alpha)$

64. Del rectángulo  $ABCD$ , calcule

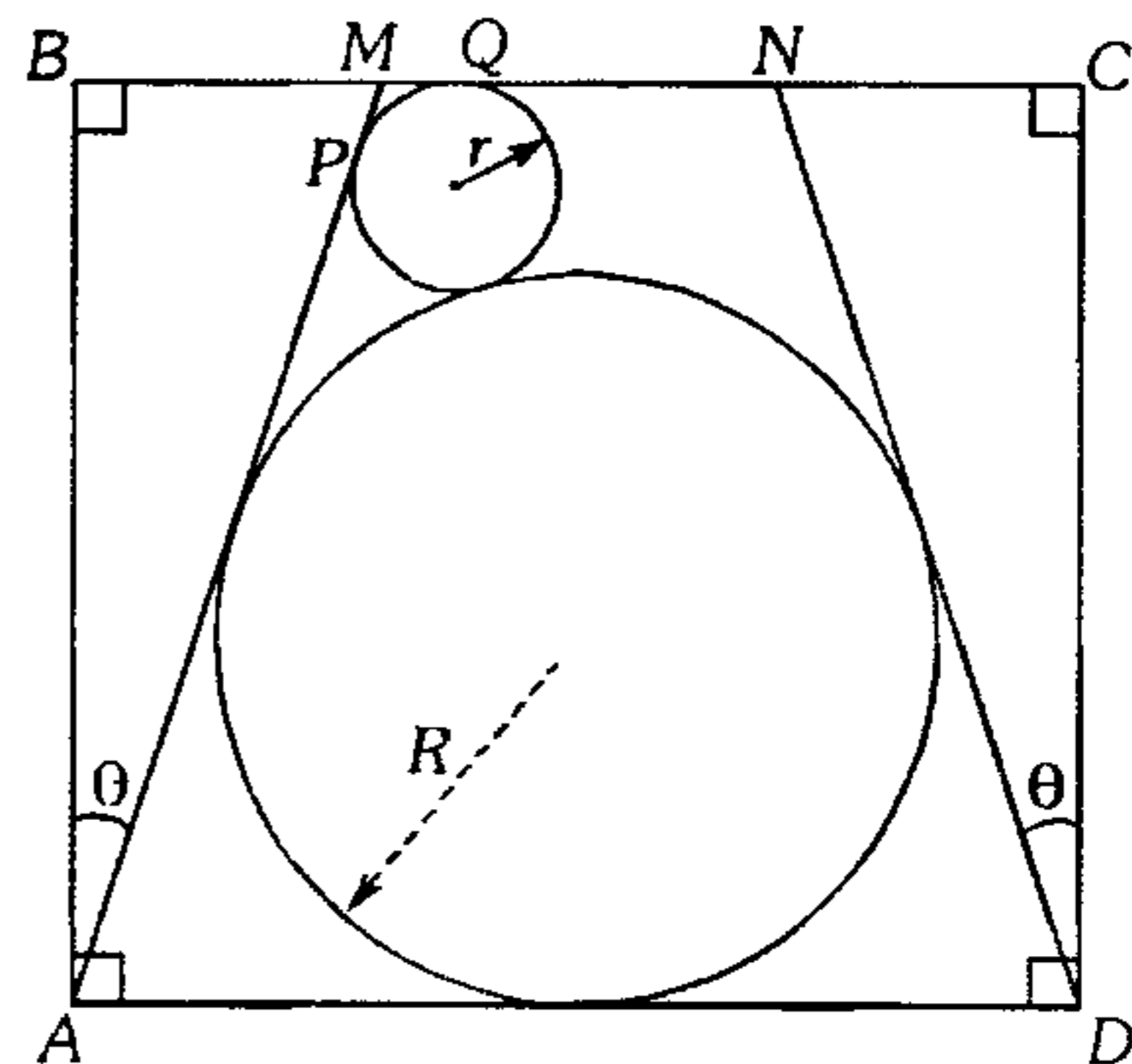
$$N = 2(CH) (\sqrt{33} + 1) \tan \theta$$

si  $BF = 2BE = 2$  y  $GC = CD$ .



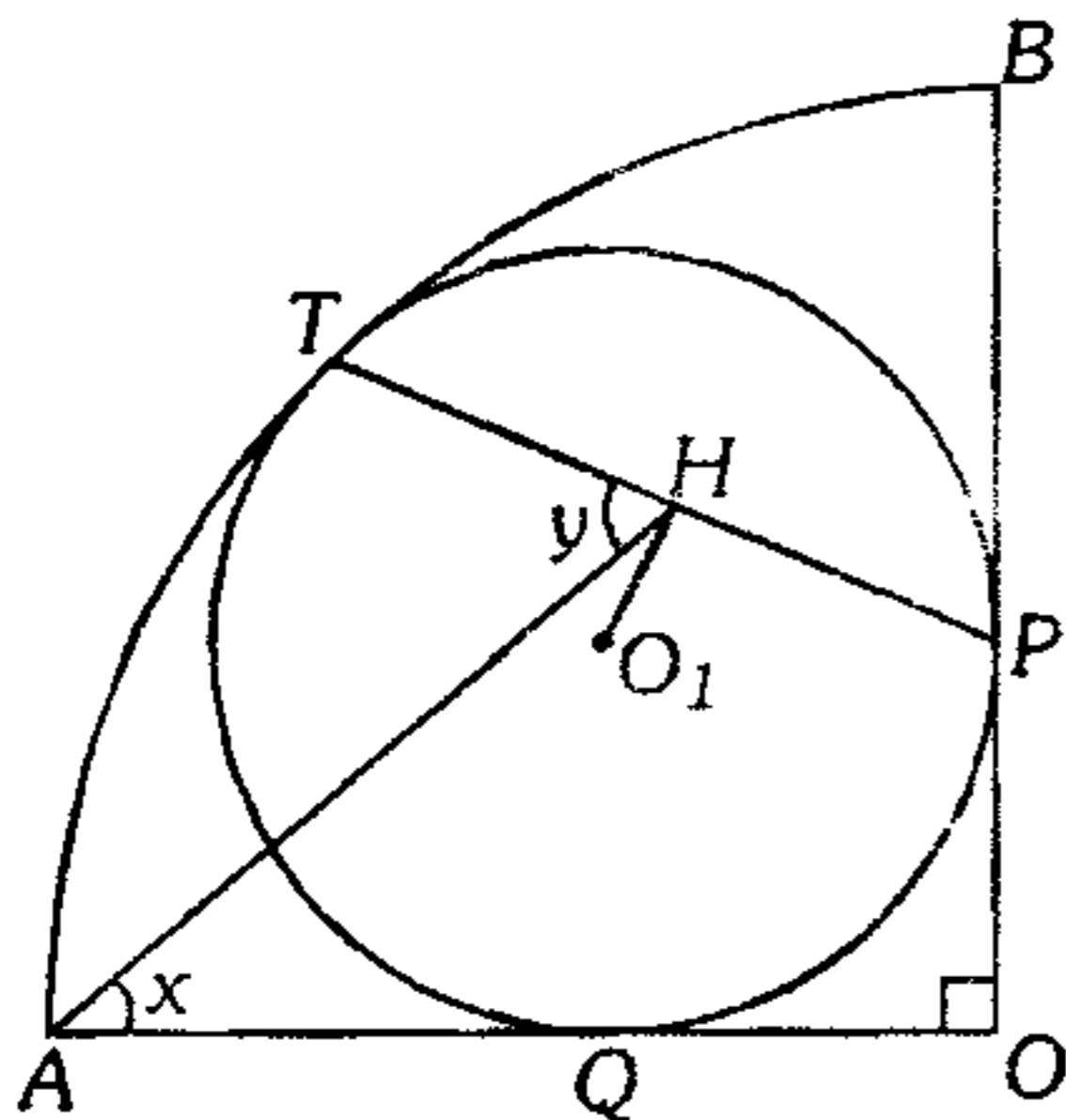
- A)  $\sqrt{10 + 2\sqrt{33}}$                       B)  $\sqrt{30 + 2\sqrt{33}}$   
 C)  $4\sqrt{33} - 12$   
 D)  $\sqrt{30 + \sqrt{33}}$                       E)  $\frac{7\sqrt{33} + 9}{4}$

65. De la figura mostrada, se tiene un cuadrado  $ABCD$  de perímetro  $8u$ , halle  $\sqrt{Rr}$  en función de  $\theta$ .



- A)  $\sec \theta + 1$                       B)  $\sqrt{2 \cos \theta} + 1$   
 C)  $\cos \theta + 1$   
 D)  $\sqrt{2 \sec \theta} + 1$                       E)  $\sqrt{2 \sec \theta} - 1$

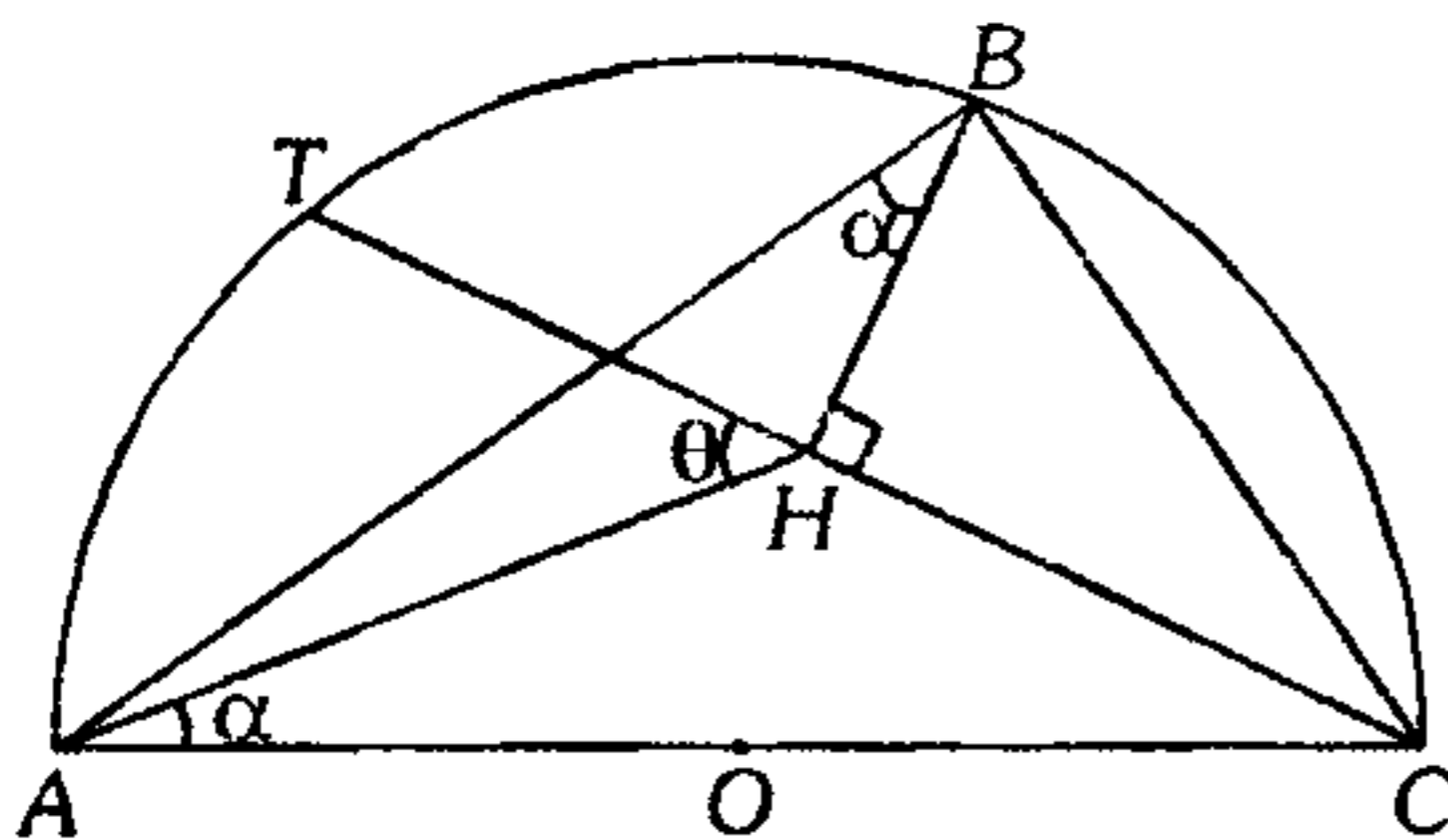
66. De la figura mostrada  $O$  y  $O_1$  son centros,  $P$ ,  $T$  y  $Q$  son puntos de tangencia.



Calcule

$$N = \frac{(\sqrt{2} + \tan(x - y)) \operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} y} - \frac{1}{\operatorname{cos}(x - y)}$$

- A)  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 B)  $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$   
 C)  $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$   
 D)  $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$   
 E)  $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$
67. En la figura adjunta  $TH=x$ ,  $BH=y$ ,  $TQ=z$ ; siendo  $O$  centro de la semicircunferencia, de diámetro  $2u$ , calcule el valor de  $N = 2 \tan \alpha \operatorname{sen}(\theta - \alpha) + \cot \alpha$ .

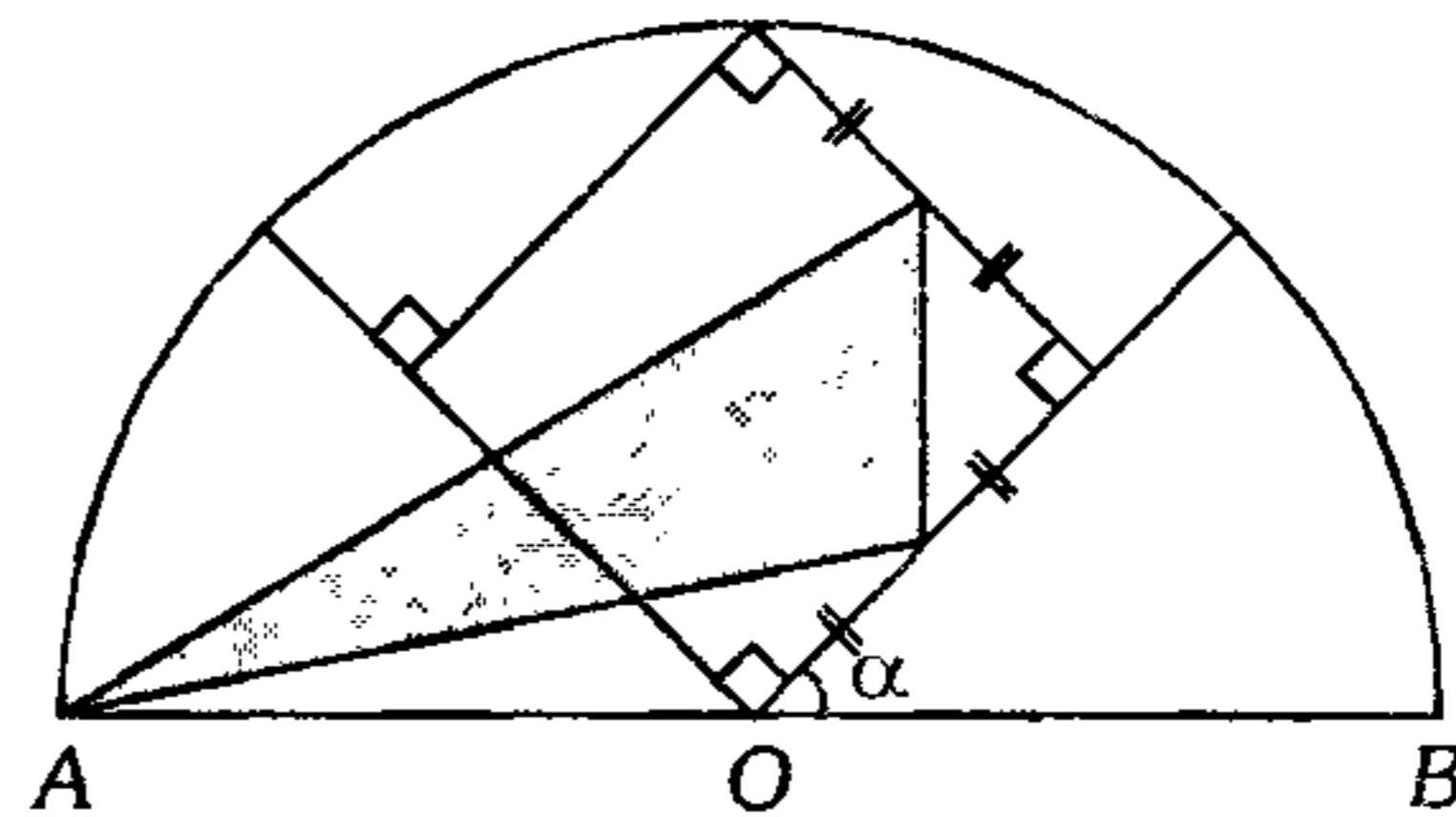


- A)  $\frac{x^2 + y^2 + 2xyz}{xyz}$       B)  $\frac{x^2 + y^2 + xyz}{xy}$   
 C)  $xyz$   
 D)  $\frac{y + xz - z^2}{x - z}$       E)  $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xyz}$

68. Se traza perpendiculares desde los vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$  de un triángulo acutángulo a sus lados opuestos y se prolonga hasta que cortan a la circunferencia circunscrita. Si las prolongaciones miden  $m$ ,  $n$  y  $l$  respectivamente, halle  $\frac{a}{m} + \frac{b}{n} + \frac{c}{l}$ , en términos de los ángulos internos del triángulo  $ABC$ . Además,  $a$ ,  $b$  y  $c$  son los lados del triángulo  $ABC$ .

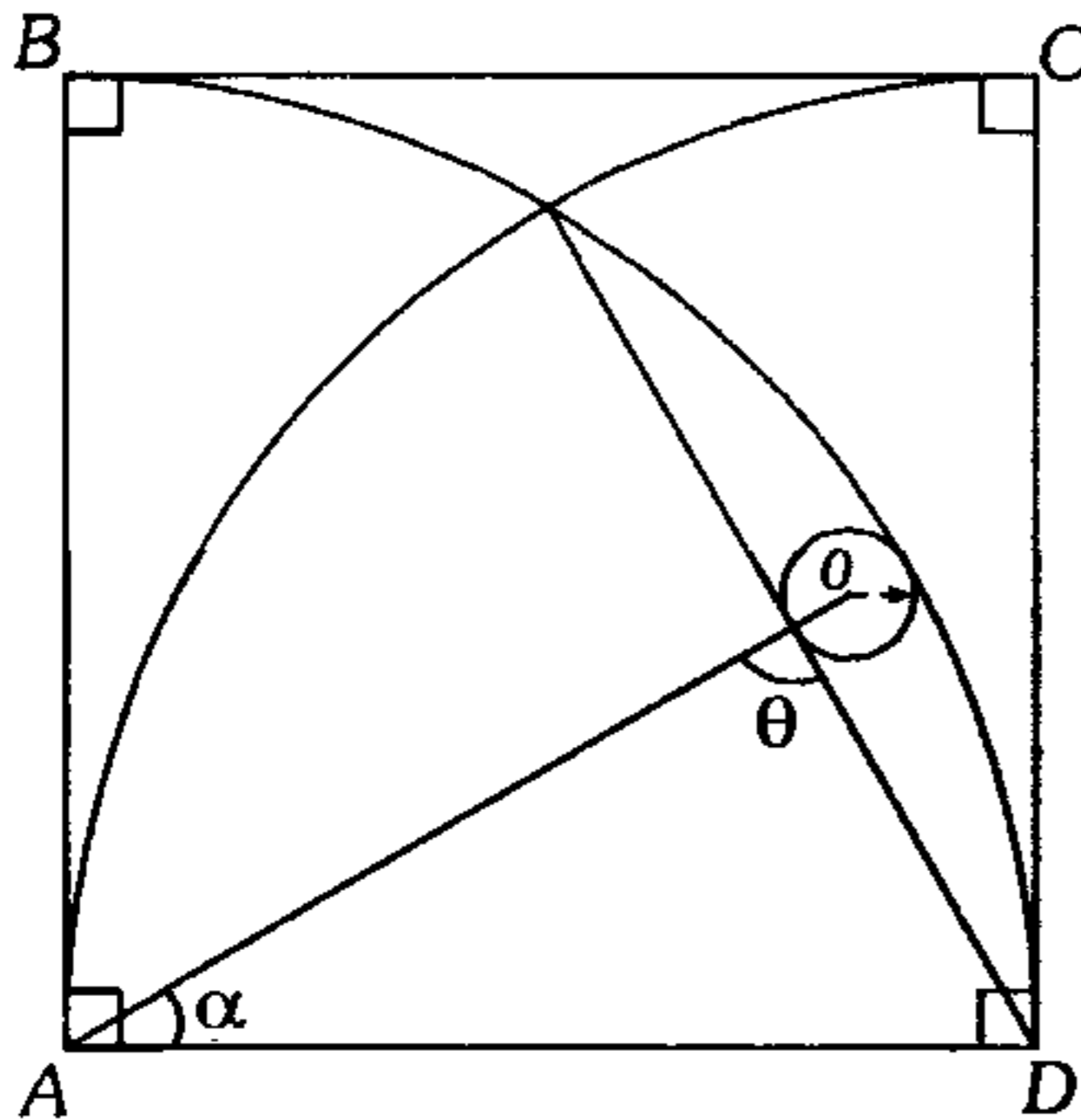
- A)  $\tan A \tan B + \tan C$   
 B)  $2 \tan A \tan B \tan C$   
 C)  $2 \cot A \cot B \cot C$   
 D)  $\tan A + 2 \tan B + 3 \tan C$   
 E)  $\tan^2 A \tan^2 B \tan^2 C$

69. De la figura, calcule el área de la región sombreada en función de  $\alpha$ , si  $O$  es centro.



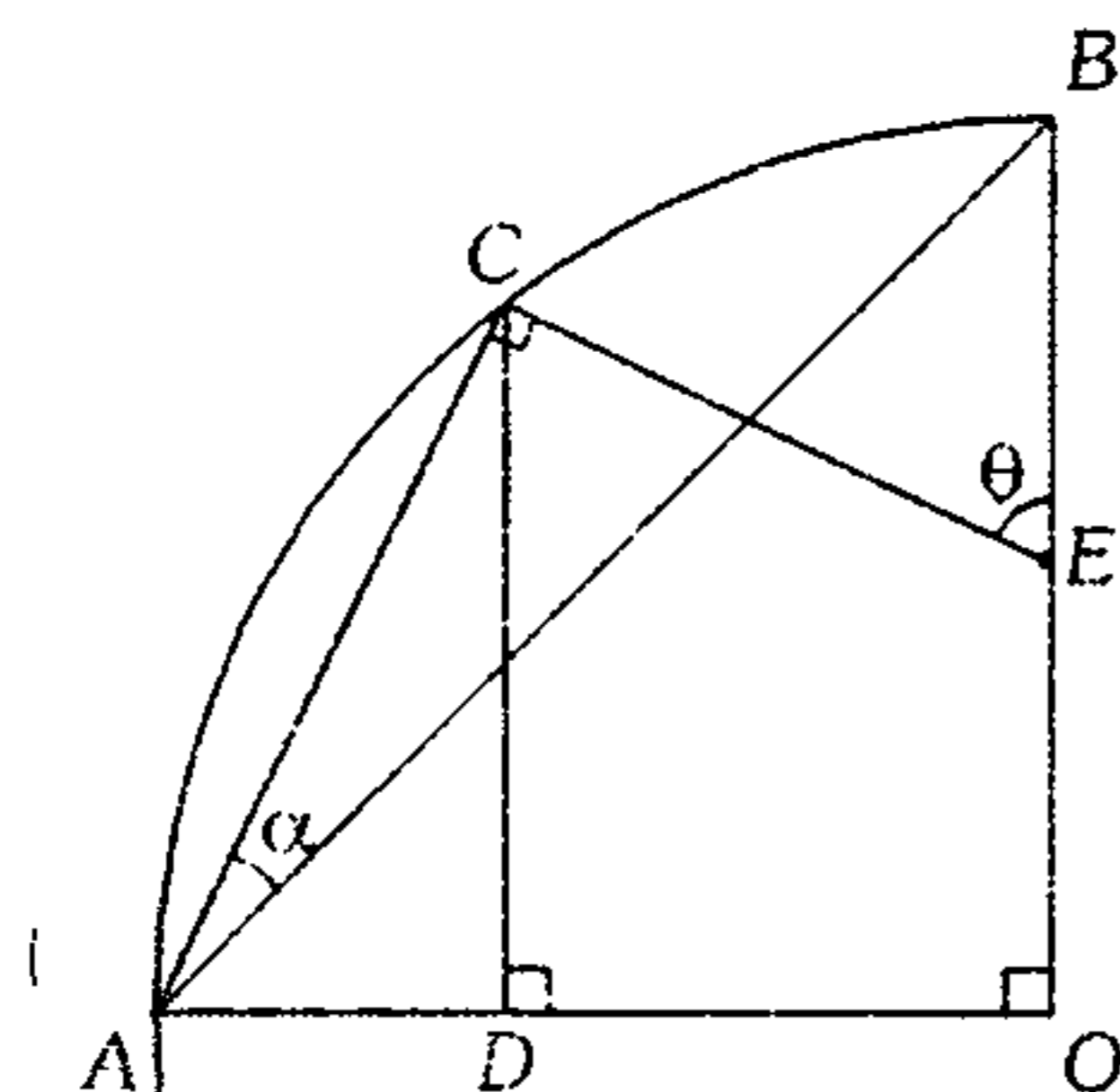
- A)  $\frac{1}{2} + 2 \operatorname{sen}(\alpha + 45^\circ)$   
 B)  $\frac{1}{2} + 4 \operatorname{sen}(\alpha + 45^\circ)$   
 C)  $\frac{1}{2} + \operatorname{sen}(45^\circ - \alpha)$   
 D)  $\frac{1}{2} + \operatorname{sen} \alpha$   
 E)  $\frac{1}{2} + \operatorname{cos} \alpha$

70. En la figura se tiene un cuadrado de lado 1 u, calcule el radio de la circunferencia de radio menor ( $O, A$  y  $D$  son centros).



- A)  $\frac{1 + \cos \alpha + \cot \theta}{1 + \csc \theta}$   
 B)  $\frac{1 - \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \theta + \cos \theta}$   
 C)  $\frac{1 + \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \theta}$   
 D)  $\frac{1 - \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cot \theta}{1 + \csc \theta}$   
 E)  $\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \theta}$

71. A partir del gráfico mostrado, exprese  $\sec 2\alpha + \tan \theta$  en función de  $m$  y  $n$ , además  $CD = m$ ,  $OD = n$ .



- A)  $\frac{2\sqrt{m^2 + n^2} + n}{m}$   
 B)  $\frac{2\sqrt{m^2 + n^2} + m}{n}$   
 C)  $\frac{\sqrt{m^2 + n^2} + n}{m}$   
 D)  $\frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{m + n}$   
 E)  $\frac{\sqrt{m^2 + 2n^2}}{m + n} + \frac{n}{m - n}$

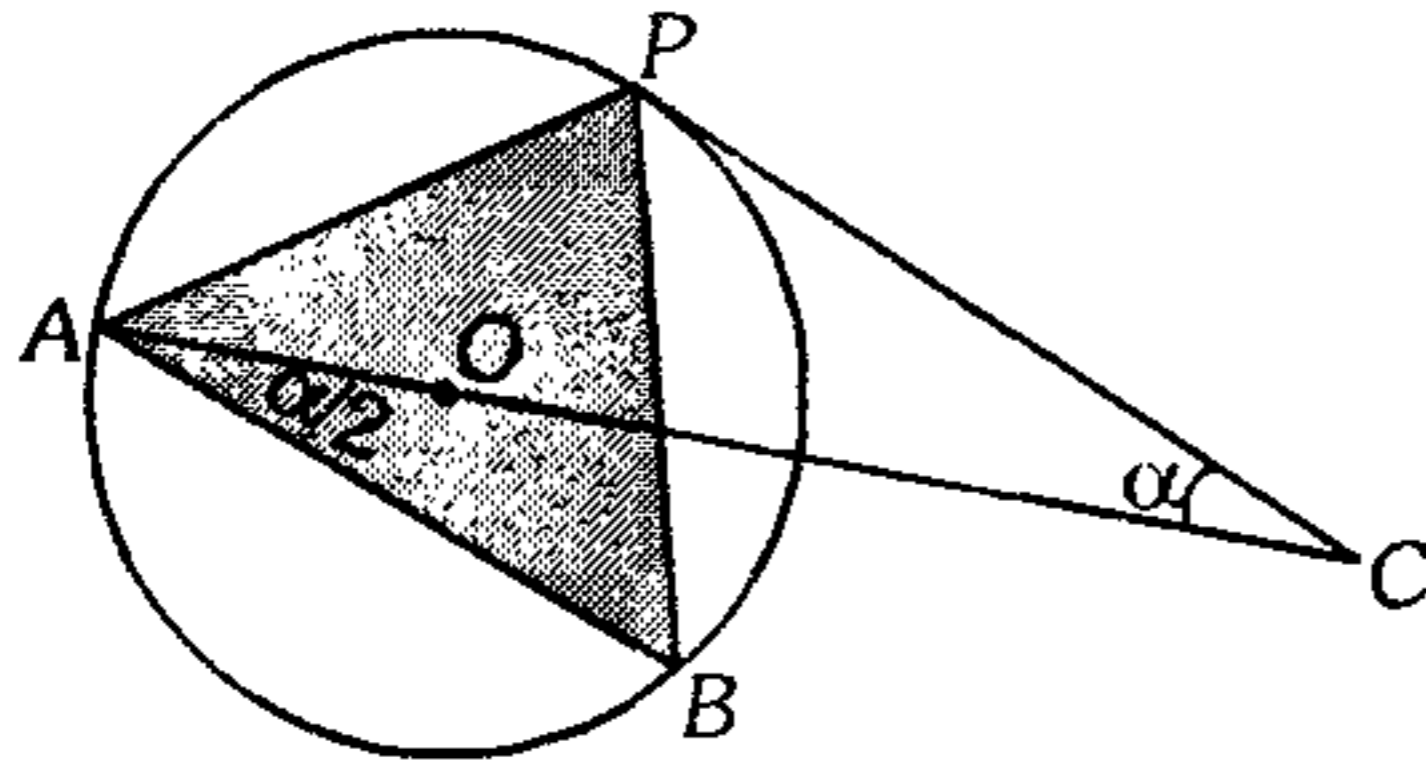
72. Se inscribe un hexágono regular en una circunferencia de radio  $R$ . Halle la suma de las áreas de todos los círculos de radio máximo inscritos entre cada lado y porción de circunferencia que subtiene respectivamente.

- A)  $\left(\frac{\pi + 12\sqrt{3}}{2}\right)R^2$   
 B)  $\left(\frac{12 + 21\sqrt{3}}{2}\right)\pi R^2$   
 C)  $(6 + \pi)\pi R^2$   
 D)  $\left(\frac{21 + 12\sqrt{3}}{2}\right)\pi R^2$   
 E)  $\left(\frac{21 - 12\sqrt{3}}{8}\right)\pi R^2$

73. En una esfera de radio 2 m se inscribe  $n$  esferas ( $n$  es par) de menor radio, cada una de las cuales está en contacto con las dos vecinas, ubicadas en la circunferencia de mayor radio y todas en contacto con la esfera mayor. Luego en el espacio se inscribe otra esfera de radio 1 m que hace contacto con las esferas de menor radio y con la esfera mayor, calcule  $n$ .

- A) 2                      B) 4                      C) 6  
 D) 8                      E) 10

74. En el gráfico que se muestra, el radio de la circunferencia es igual a 1. Calcule el área de la región sombreada, siendo  $P$  punto de tangencia.



- A)  $2 \cos \alpha \operatorname{sen} \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$   
 B)  $\sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$   
 C)  $4 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$   
 D)  $4 \cos \alpha \operatorname{sen} \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$   
 E)  $\sqrt{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} (45^\circ - \alpha)$

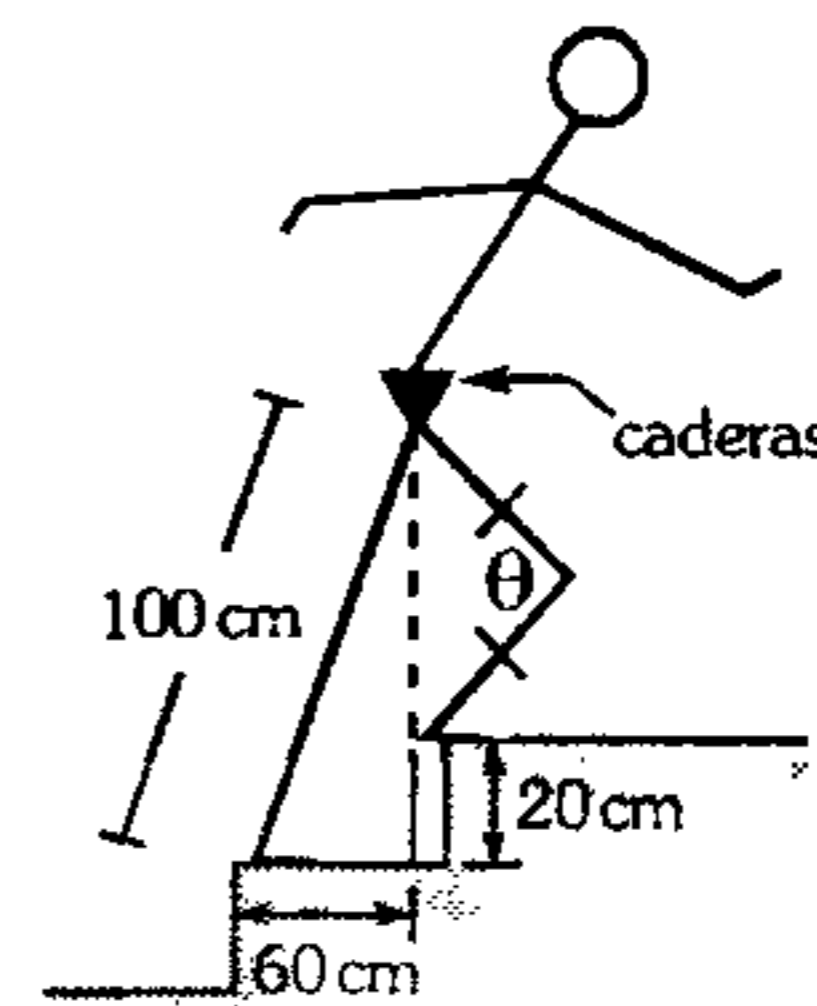
75. El radio de un sector circular es igual a  $R$ , el radio de la circunferencia inscrita en este sector circular es igual a  $r$ . Calcule el área del sector circular en mención.

- A)  $\frac{1}{2} R^2 \operatorname{arcsen} \left( \frac{r}{R-r} \right)$   
 B)  $\frac{1}{2} R^2 \operatorname{arcsen} \left( \frac{R-r}{R-r} \right)$   
 C)  $R^2 \operatorname{arcsen} \left( \frac{r}{R-r} \right)$   
 D)  $R^2 \operatorname{arcsen} \left( \frac{R-r}{R+r} \right)$   
 E)  $\frac{1}{2} R^2 \operatorname{arcsen} \left( \frac{R-r}{R} \right)$

76. En un sector circular cuyo ángulo central es  $\alpha$ , se inscribe un triángulo equilátero de lado  $w$ , calcule el radio del sector circular, si uno de los vértices del triángulo se encuentra en el punto medio del arco.

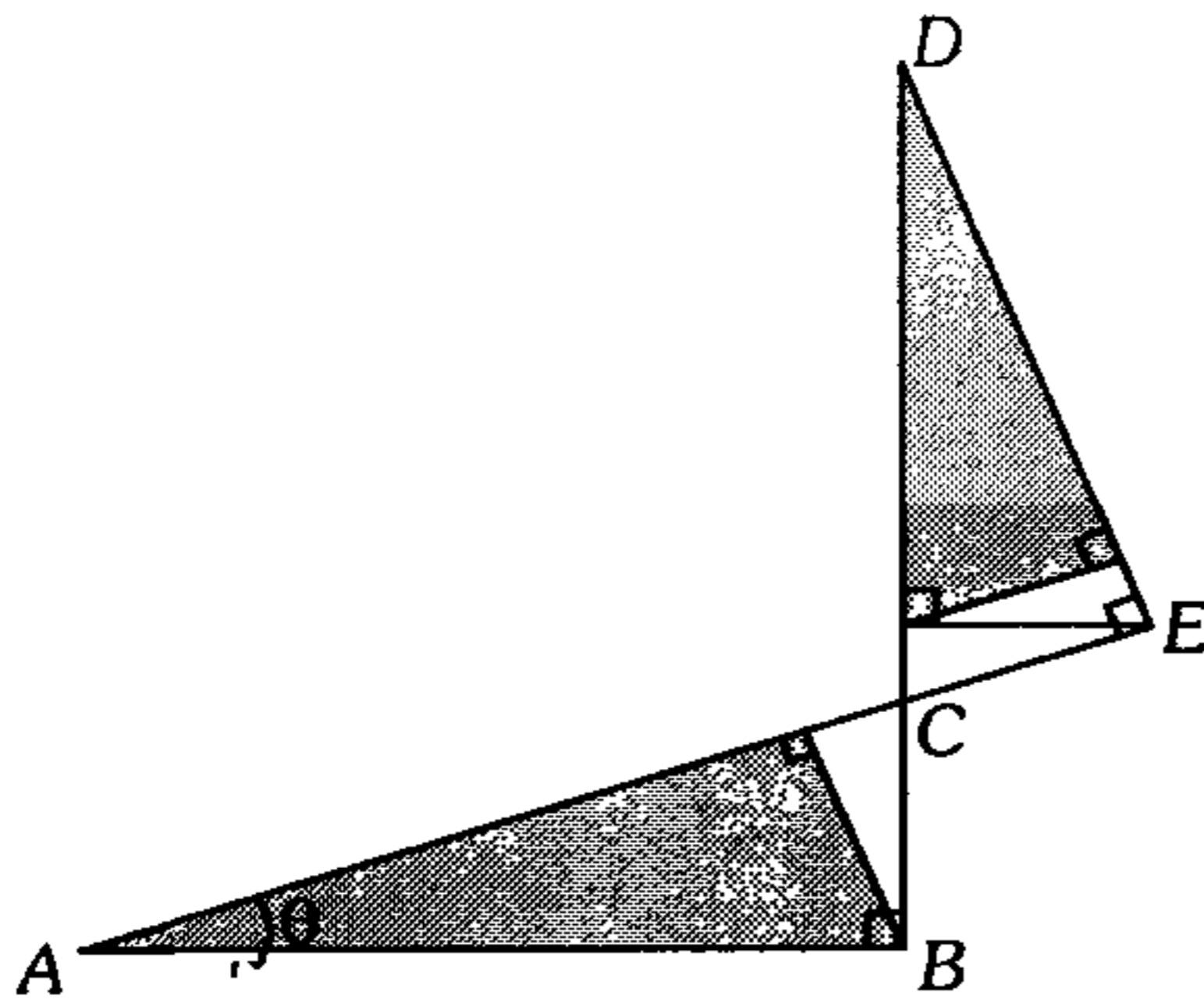
- A)  $\frac{w}{2} \left( \cot \frac{\alpha}{2} + \sqrt{3} \right)$   
 B)  $w \left( \tan \frac{\alpha}{2} + \sqrt{3} \right)$   
 C)  $\frac{w}{2} (\cot \alpha + \sqrt{3})$   
 D)  $\frac{w}{2} \left( \tan \frac{\alpha}{2} + \sqrt{5} \right)$   
 E)  $\frac{w}{2} \left( \cot \frac{\alpha}{2} + 2\sqrt{3} \right)$

77. El esfuerzo para subir unas escaleras depende de gran parte del ángulo de la rodilla que sube primero. En la figura se muestra una persona, que al subir las escaleras, la flexibilidad máxima de la rodilla ocurre cuando la pierna de atrás está derecha y las caderas están justo arriba del talón del pie delantero. Calcule  $\cos \theta$  siendo  $\theta$  el ángulo del ligamento de la rodilla.



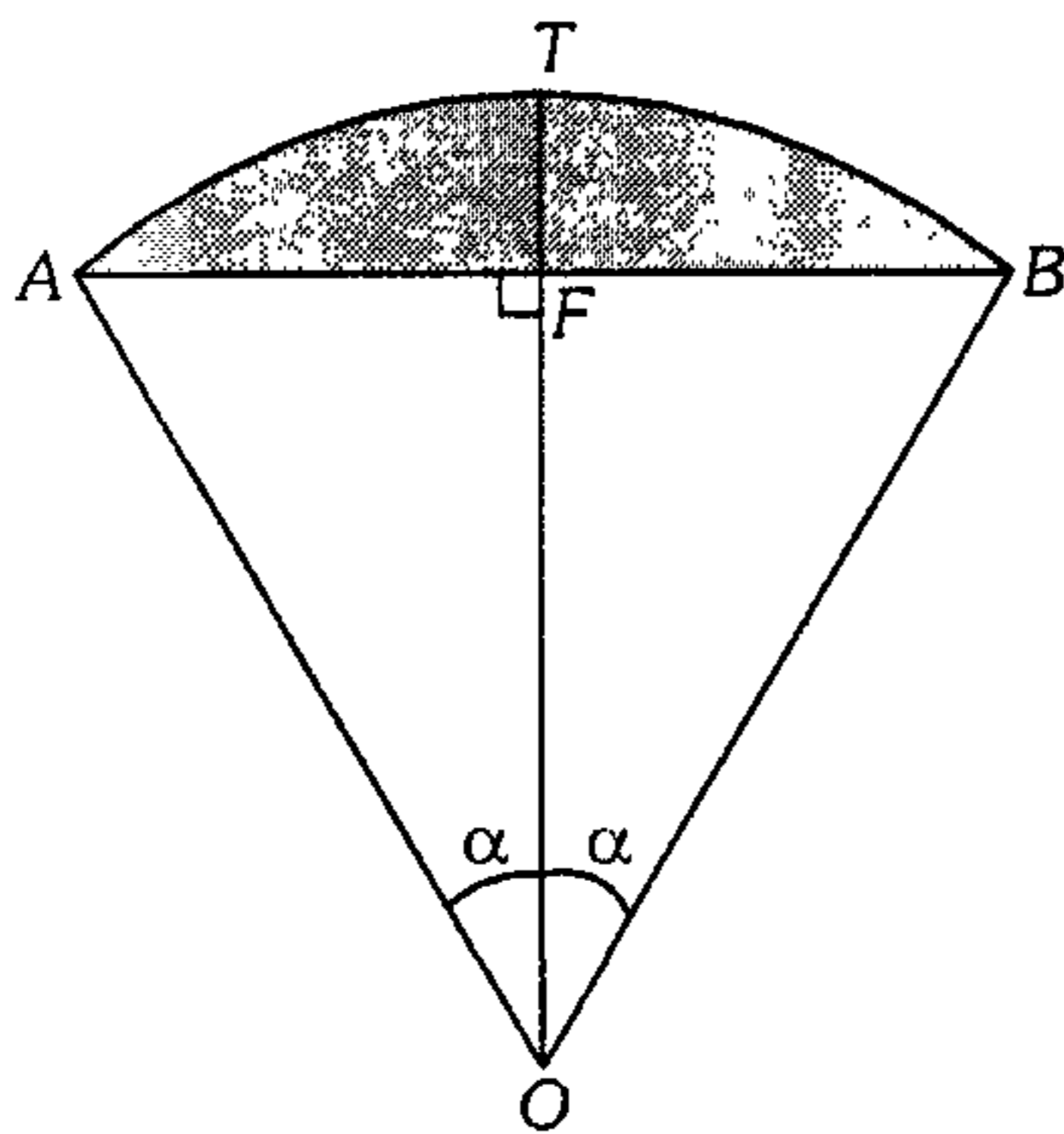
- A)  $\frac{24}{25}$       B)  $\frac{7}{25}$       C)  $\frac{16}{24}$   
 D)  $\frac{16}{25}$       E)  $\frac{7}{16}$

78. En el gráfico mostrado las regiones sombreadas tienen áreas iguales, además  $DC=2AB$ , entonces  $\theta$  es



- A)  $15^\circ$       B)  $22^\circ 30'$       C)  $30^\circ$   
 D)  $36^\circ$       E)  $45^\circ$

79. En la figura se muestra un sector circular AOB con ángulo central  $2\alpha$  en radianes y la flecha  $TF=h$ . Determine el área de la región sombreada.



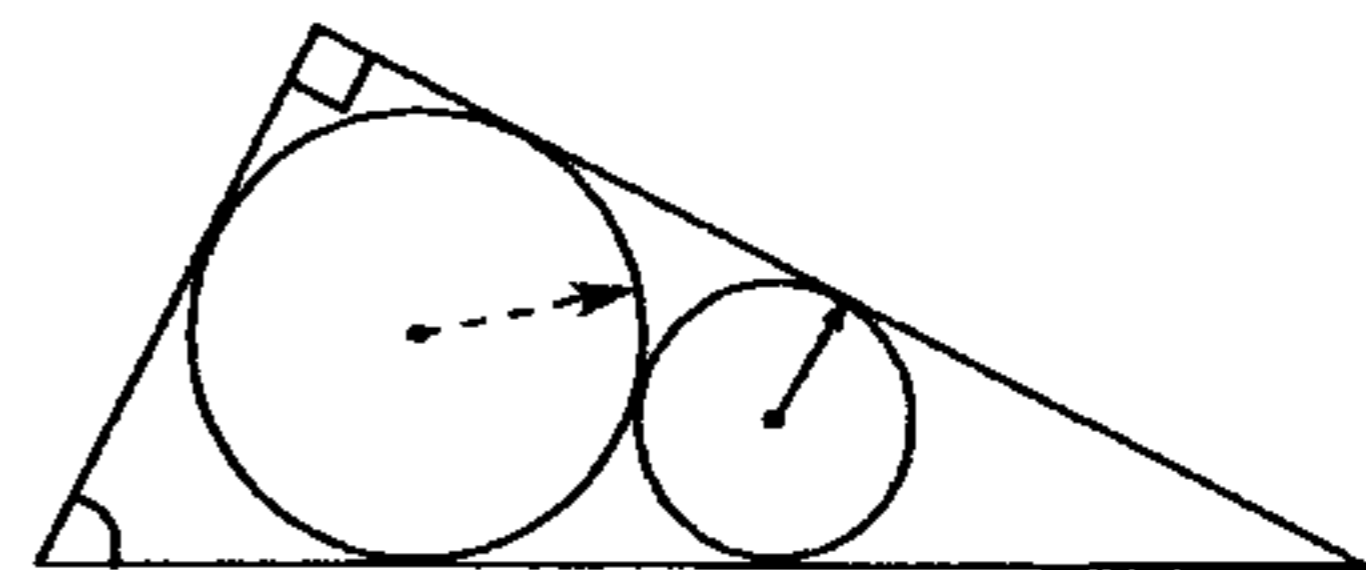
- A)  $\frac{h^2(2\alpha + \text{sen } 2\alpha)}{2(1 + \cos \alpha)^2}$   
 B)  $\frac{h^2(2\alpha - \text{sen } 2\alpha)}{2(1 + \cos \alpha)^2}$   
 C)  $\frac{h^2(2\alpha - \text{sen } 2\alpha)}{2(1 - \cos \alpha)^2}$

- D)  $\frac{h^2(\alpha - \text{sen } \alpha)}{2(1 - \cos \alpha)^2}$   
 E)  $\frac{h^2(\alpha + \text{sen } \alpha)}{2(1 - \cos \alpha)^2}$

80. Una semicircunferencia de radio  $R$  se divide en  $n$  arcos iguales, entonces la longitud de la proyección del quinto arco sobre el diámetro es ( $n > 10$ ).

- A)  $2R \text{sen} \left( \frac{9\pi}{2n} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{2n} \right)$   
 B)  $2R \text{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right) \cos \left( \frac{\pi}{10n} \right)$   
 C)  $2R \text{sen} \left( \frac{9\pi}{n} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right)$   
 D)  $2R \cos \left( \frac{5\pi}{n} \right)$   
 E)  $2R \text{sen} \left( \frac{5\pi}{n} \right)$

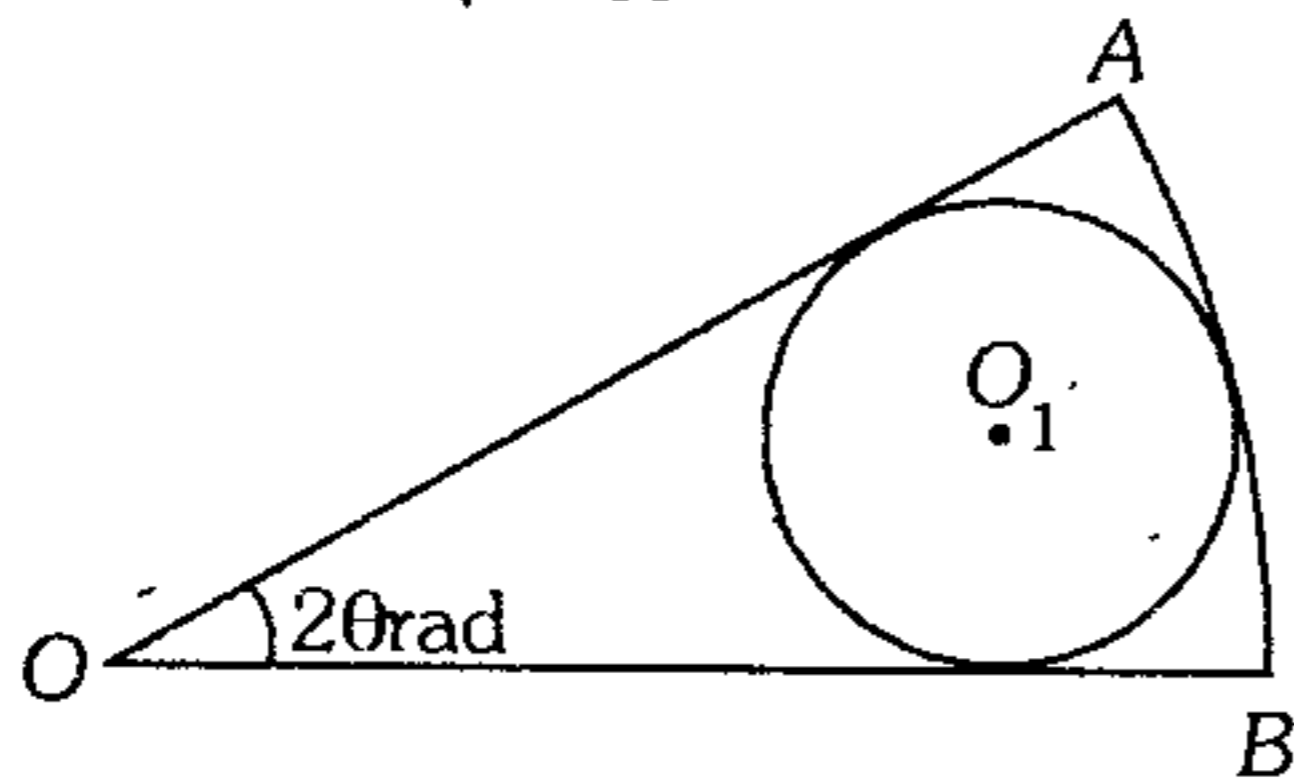
81. Halle el radio de la circunferencia mayor en términos de  $R$  y  $\theta$  en



- A)  $R \tan^2 \left( \frac{3\pi}{8} - \frac{\theta}{4} \right)$   
 B)  $R \tan^2 \left( \frac{\pi}{8} + \frac{\theta}{4} \right)$   
 C)  $R \tan^2 \left( \frac{\theta}{4} \right)$   
 D)  $R \tan^2 \left( \frac{3\pi}{8} + \frac{\theta}{4} \right)$   
 E)  $R \tan^2 \left( \frac{3\pi}{8} + \frac{3\theta}{4} \right)$

82. Sea  $K$  la relación entre la longitud de la circunferencia de centro  $O_1$  y la longitud del arco  $\widehat{AB}$ , cuyo centro es  $O$  entonces el

equivalente de  $\sqrt{\frac{\csc \theta - 1}{K}}$  es

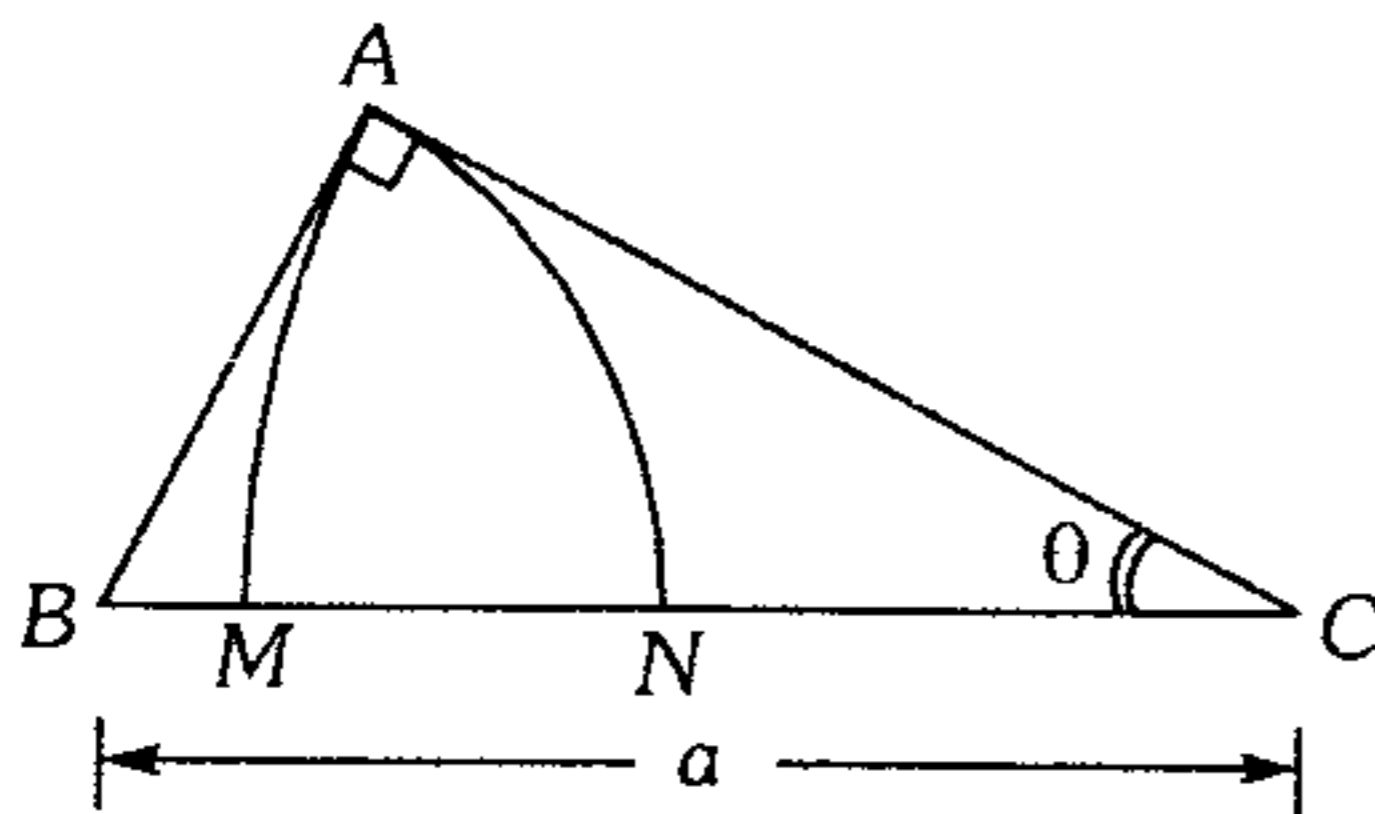


- A)  $\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} \tan \frac{\theta}{2}$       B)  $\sqrt{\frac{\theta}{2\pi}} \cot^2 \theta$   
 C)  $\sqrt{\frac{\theta}{2\pi}} \tan^2 \theta$   
 D)  $\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} \cot \theta$       E)  $\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} \tan \theta$

83. El polígono regular se inscribe en una circunferencia de modo que cada lado es una enésima parte del radio, entonces el ángulo en el centro que subtiende cada lado es igual a

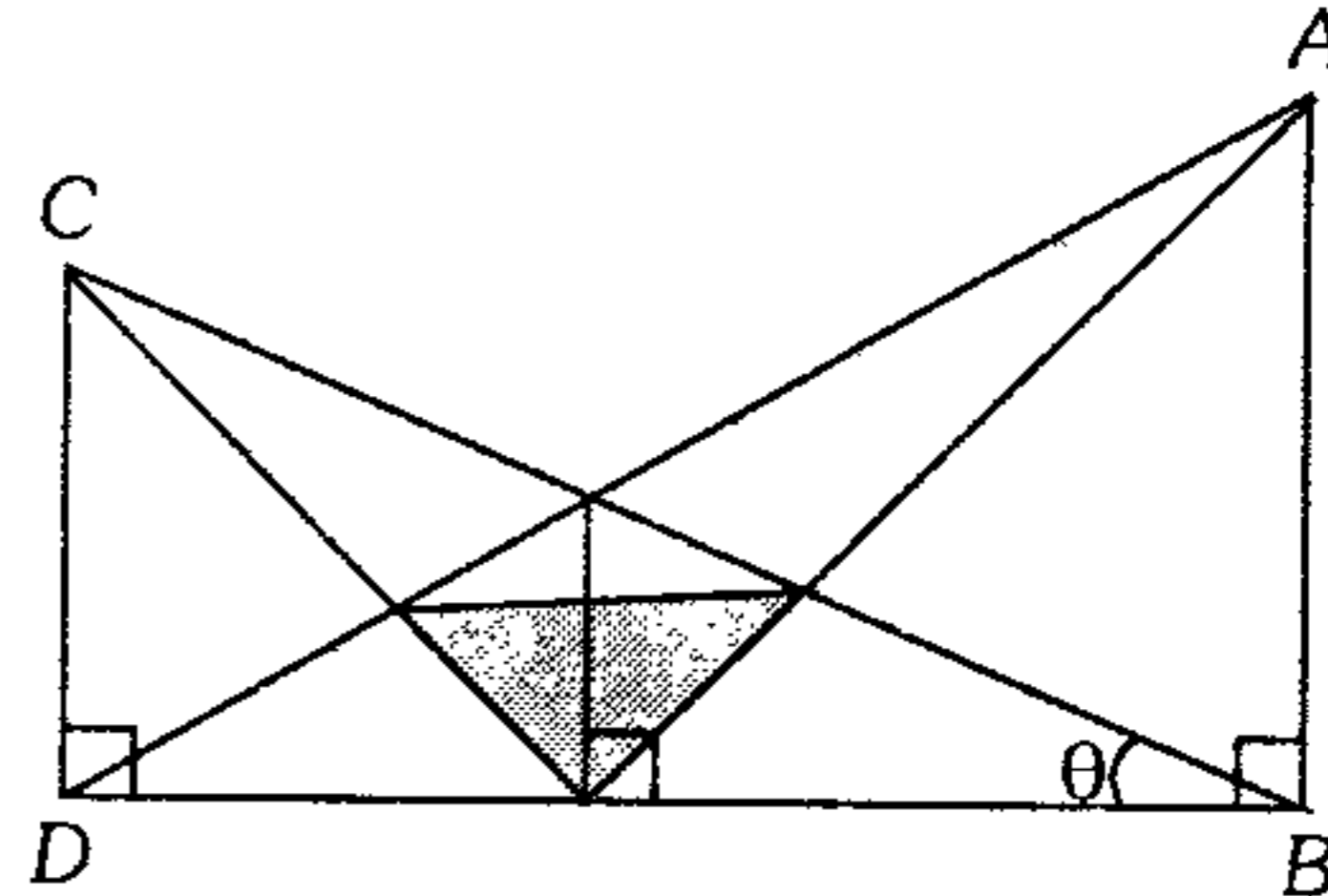
- A)  $\operatorname{arcsec} \sqrt{\frac{4n^2}{4n^2 - 1}}$       B)  $\operatorname{arcsec} \sqrt{\frac{1}{2n}}$   
 C)  $\operatorname{arcsec} \sqrt{\frac{2n^2}{2n^2 - 1}}$   
 D)  $\operatorname{arcsec} \sqrt{\frac{1}{2n^2}}$       E)  $\operatorname{arcsen} 2n^2$

84. Calcule  $MN$  si  $B$  y  $C$  son centros de los sectores circulares  $ABN$  y  $ACM$ , respectivamente.



- A)  $a(\operatorname{sen} \theta + \operatorname{cos} \theta + 1)$   
 B)  $a(\operatorname{sen} \theta - \operatorname{cos} \theta - 1)$   
 C)  $a(\operatorname{sen} \theta + \operatorname{cos} \theta - 1)$   
 D)  $a(\operatorname{sen} \theta - \operatorname{cos} \theta - 2)$   
 E)  $a(1 - \operatorname{sen} \theta - \operatorname{cos} \theta)$

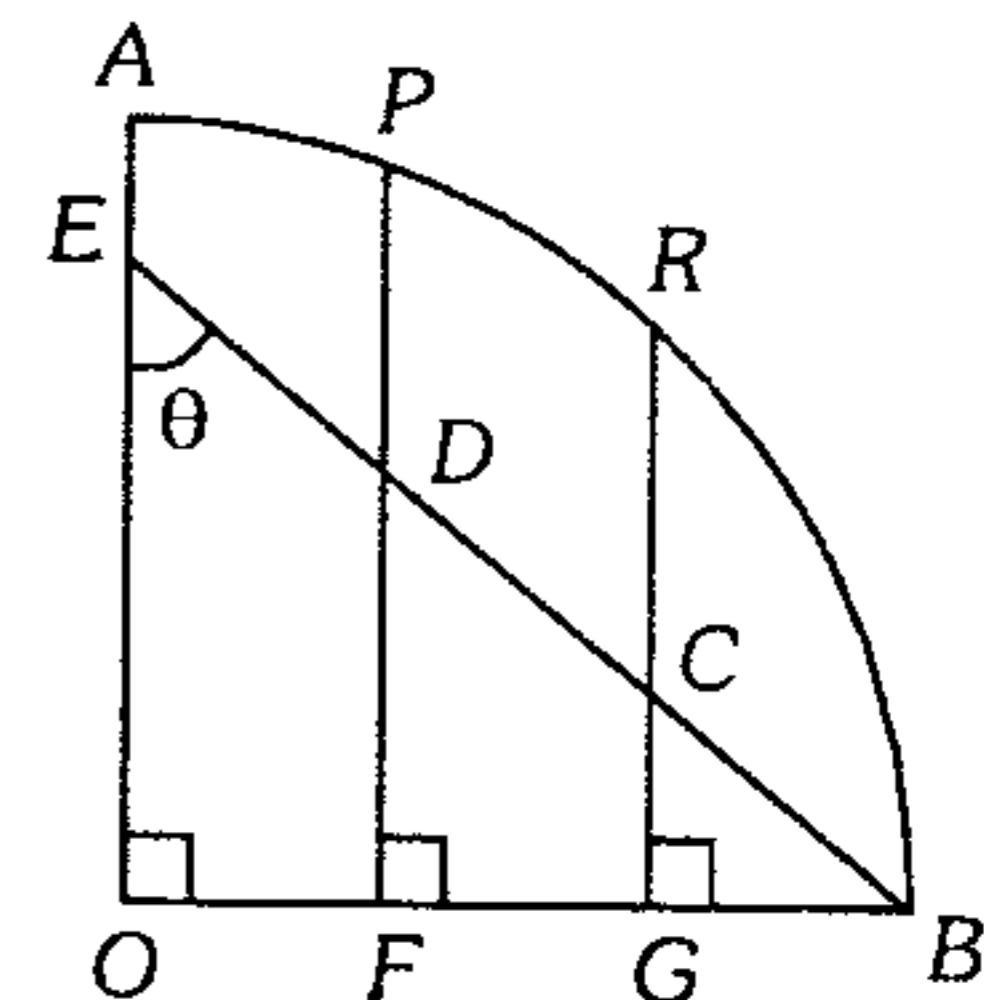
85. Calcule el área de la región sombreada, siendo  $2AB = 3CD = 12$  cm.



- A)  $\frac{36}{35} \cot \theta \text{ cm}^2$       B)  $\frac{37}{35} \cot \theta \text{ cm}^2$   
 C)  $\frac{36}{35} \tan \theta \text{ cm}^2$   
 D)  $\frac{37}{35} \tan \theta \text{ cm}^2$       E)  $\frac{54}{49} \cot \theta \text{ cm}^2$

86. Del gráfico adjunto  $AOB$  es un cuarto de circunferencia, exprese  $PF^2 - RG^2$  en términos de  $\theta$ , si se cumple  $ED = DC = CB = 1$  u.

- A)  $2\operatorname{sen}^2 \theta$   
 B)  $2\operatorname{cos}^2 \theta$   
 C)  $3\tan^2 \theta$   
 D)  $3\operatorname{sen}^2 \theta$   
 E)  $3\operatorname{cos}^2 \theta$



87. El triángulo  $ABC$  está inscrito en una circunferencia  $AB = BC$  y  $m\angle B = \theta$ . Si la base media del triángulo se prolonga hasta intersectar en los puntos  $D$  y  $E$  de la circunferencia ( $DE \parallel AC$ ), calcule el área del triángulo  $DBC$ . Dato: altura del triángulo  $ABC$  relativa al lado  $AC$  es 2.

- A)  $1 + \operatorname{sen}^2 \theta$       B)  $4 \cot \theta$       C)  $\sqrt{\frac{3 + \operatorname{cos} \theta}{1 - \operatorname{cos} \theta}}$   
 D)  $\sqrt{\frac{3 - \operatorname{cos} \theta}{1 + \operatorname{cos} \theta}}$       E)  $\sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} \theta}{2 + \operatorname{cos} \theta}}$



88. Una persona de 1,8 m de estatura observa la parte superior de un árbol con un ángulo de elevación  $\theta$ ; 10 m más adelante en dirección al árbol, un niño de 1 m de estatura observa la cúspide del árbol con una elevación  $\alpha$ . Entonces la altura del árbol será

Dato:  $\csc \theta = \sqrt{26}$  y  $\csc \alpha = \sqrt{5}$

- A) 2 m      B)  $3\sqrt{3}$  m      C)  $5\sqrt{6}$  m  
 D)  $3\sqrt{5}$  m      E)  $4\sqrt{5}$  m

89. Un árbol vertical está sobre la falda de un cerro que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. ¿Cuál es la altura del árbol, si cuando el ángulo de elevación del sol mide  $\alpha$ , la sombra proyectada del árbol sobre la falda mide  $k$  m?

- A)  $k \operatorname{sen}(\alpha - \theta)$   
 B)  $k \operatorname{sen}(\alpha - \theta) \sec \alpha$   
 C)  $k \operatorname{sen}(\alpha + \theta) \operatorname{csc} \alpha$   
 D)  $k \operatorname{sen}(\alpha - \theta) \operatorname{sen} \alpha$   
 E)  $k \operatorname{sen}(\alpha + \theta) \operatorname{csc} \theta$

90. Desde lo alto de un obelisco, de altura  $h$ , ubicado en el centro de un parque de forma circular se observa a dos niños con ángulos de depresión  $\theta$ ; si en el instante de observación los niños estaban diametralmente opuestos, calcule la distancia que los separa cuando uno de ellos ha recorrido un arco correspondiente a un ángulo central de  $90^\circ$  y el otro  $135^\circ$  (los niños no se cruzan).

- A)  $h\sqrt{2 + \sqrt{2}} \cot \theta$   
 B)  $h\sqrt{2 - \sqrt{2}} \tan \theta$   
 C)  $h\sqrt{2 - \sqrt{2}} \cot \theta$   
 D)  $h\sqrt{2 + \sqrt{2}} \tan \theta$   
 E)  $h\sqrt{3}(\tan \theta + \cot \theta)$

91. La ladera de una colina enfrenta al sur, y está inclinada respecto al plano horizontal un ángulo  $\alpha$ . Una vía recta ferroviaria sobre ella está inclinada en  $\beta$  respecto a dicho plano; si la orientación de la vía es  $x^\circ$  al este del norte, exprese  $\cos x^\circ$  en términos de  $\alpha$  y  $\beta$ .

- A)  $\tan \beta \cot \alpha$       B)  $\tan \alpha \cot \beta$   
 C)  $\tan \alpha \tan \beta$   
 D)  $\cot \alpha \cot \beta$       E)  $\cot \alpha + \tan \beta$

92. Un estudiante de  $h$  de estatura, observa un poste de luz bajo un ángulo de  $\theta$  y la parte superior de éste con un ángulo de elevación de  $\alpha$ , entonces la altura del poste es

- A)  $h \operatorname{sen} \alpha \sec \theta$       B)  $h \operatorname{sen} \theta \sec \alpha$   
 C)  $h \operatorname{sen} \theta \sec \alpha \operatorname{csc}(\theta - \alpha)$   
 D)  $h(\operatorname{sen} \theta + \operatorname{sen} \alpha)$       E)  $h(\cos \alpha - \cos \theta)$

93. El ángulo de elevación de lo alto de un edificio es de  $68^\circ 11'$  y el asta de la bandera de 7,2 m de altura ubicada en la parte superior del edificio subtende un ángulo de  $2^\circ 10'$  a la vista del observador. Calcule la altura del edificio si  $\tan 70^\circ 21' = 2,8$  y  $\tan 21^\circ 49' = 0,4$ .

- A) 60 m      B) 50 m      C) 40 m  
 D) 30 m      E) 20 m

94. Se tiene una torre de alta tensión suspendida por dos cables, uno a cada extremo opuesto del otro; el primer cable tira del extremo superior de la torre y forma un ángulo  $\theta$  con el suelo, y el segundo cable tira del punto medio y forma un ángulo de  $\varphi$  con el suelo. Halle la longitud de la torre si la separación de los puntos de apoyo de los cables en el suelo es  $d$ .

- A)  $\frac{2d}{\cot \theta + \cot \varphi}$       B)  $\frac{2d}{\cot \theta + 2 \cot \varphi}$   
 C)  $\frac{2d}{2 \cot \theta + \cot \varphi}$   
 D)  $2d(\cot \theta + \cot \varphi)$       E)  $2d(\tan \theta + \tan \varphi)$

95. Dos árboles de alturas iguales son observados en su parte más alta por una persona que está entre ellas (En la misma dirección que une sus bases), midiendo el ángulo de elevación para la más cercana  $\theta$ , luego la persona camina  $\sqrt{7}$  metros perpendicular a la línea que une sus bases y vuelve a observar los mismos puntos, pero con ángulos de elevación de  $45^\circ$  y  $30^\circ$  respectivamente. Calcule la distancia entre los árboles, si

$$\theta = \arctan \frac{4}{3} \text{ y } \sqrt{41} \approx 6,4 .$$

- A) 8,4 m      B) 8,9 m      C) 9,1 m  
D) 9,4 m      E) 9,6 m

96. Una osa observa a su oso en la dirección OSO, pero si se desplaza  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$  km hacia el oeste lo observa con rumbo SSO. ¿Qué distancia separa a la osa de su oso?

- A) 2 km      B) 3 km      C)  $\sqrt{2}$  km  
D)  $2\sqrt{2}$  km      E) 1 km

97. Maribel le dice a Hugo: *La UNI está al OSO de mi casa y al SSE de la tuya y la distancia entre la UNI y nuestros hogares es la misma.* ¿En qué dirección está la casa de Maribel respecto de Hugo?

- A) NNE      B) NNO      C) N25°E  
D) N65°O      E) ESE

98. Una persona situada al oeste de un árbol observa su parte más alta con un ángulo de elevación  $x$ . Luego, se dirige hasta ubicarse al sur del árbol y lo observa ahora con un ángulo de elevación que es el complemento de  $x$ . Finalmente, sigue por una dirección perpendicular a la anterior hasta ubicarse al este del árbol y lo observa con un ángulo de elevación cuya tangente es 0,125. Halle  $x$ .

- A)  $\arctan 2$       B)  $\arctan 3$       C)  $\arctan 4$   
D)  $45^\circ$       E)  $30^\circ$

99. Después de haber caminado  $k.n$  km, se encuentra que se ha recorrido varios kilómetros más hacia el norte que hacia el Este; si al Este se recorre  $n$  km, calcule el coseno del ángulo del rumbo de la persona.

- A)  $\sqrt{1+1/k^2}$       B)  $\sqrt{1-1/k^2}$       C)  $\sqrt{1+k^2}$   
D)  $\sqrt{1-k^2}$       E)  $n\sqrt{1-n/k}$

100. Desde la parte superior de un edificio una persona observa 3 puntos A, B y C sobre el suelo, con ángulos de depresión  $30^\circ$ ,  $\theta$  y  $\alpha$  respectivamente, tal que  $\sin \alpha = \sqrt{3}/3$ . Si el punto A está al sur y C al este del edificio calcule  $\cot \theta$ , sabiendo además que B tiene un rumbo S  $\phi$  E de la base del edificio. Nota: A, B y C son colineales.

- A)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \cos \phi + \sqrt{2} \sin \phi}$   
B)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \sin \phi + \sqrt{2} \cos \phi}$   
C)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \cos \phi - \sqrt{2} \sin \phi}$   
D)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \sin \phi - \sqrt{2} \cos \phi}$   
E)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \sin \phi - \sqrt{2}}$

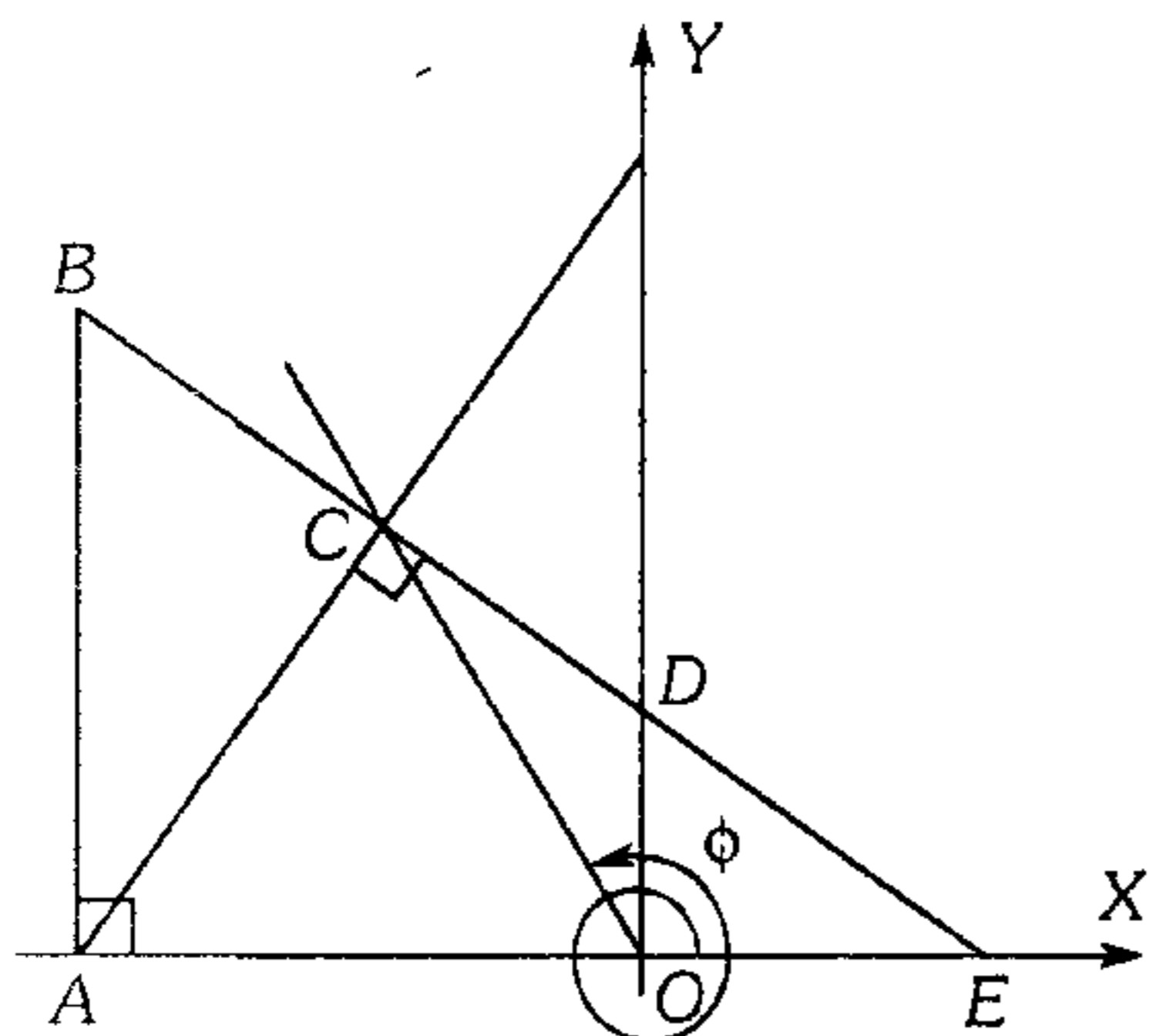
101. Se observa una paloma situada al N75°O y a C metros de Andrés de estatura  $h$ , en ese instante la paloma alza vuelo y sigue el rumbo NE con un ángulo de elevación de  $45^\circ$ , cuando la paloma está a una altura  $H$  metros recibe el impacto del proyectil disparado por Andrés. Calcule la tangente del ángulo de inclinación con que sale el proyectil.

- A)  $\frac{H-h}{\sqrt{H^2+C^2}+CH}$       B)  $\frac{H-h}{\sqrt{H^2+C^2}-CH}$   
C)  $\frac{H-h}{\sqrt{H^2-C^2}+CH}$   
D)  $\frac{H-h}{\sqrt{H^2+CH}}$       E)  $\frac{H-h}{\sqrt{H^2-CH}}$

### Razones Trigonómicas de un Ángulo Trigonómico en Posición Normal

102. De la figura adjunta, calcule

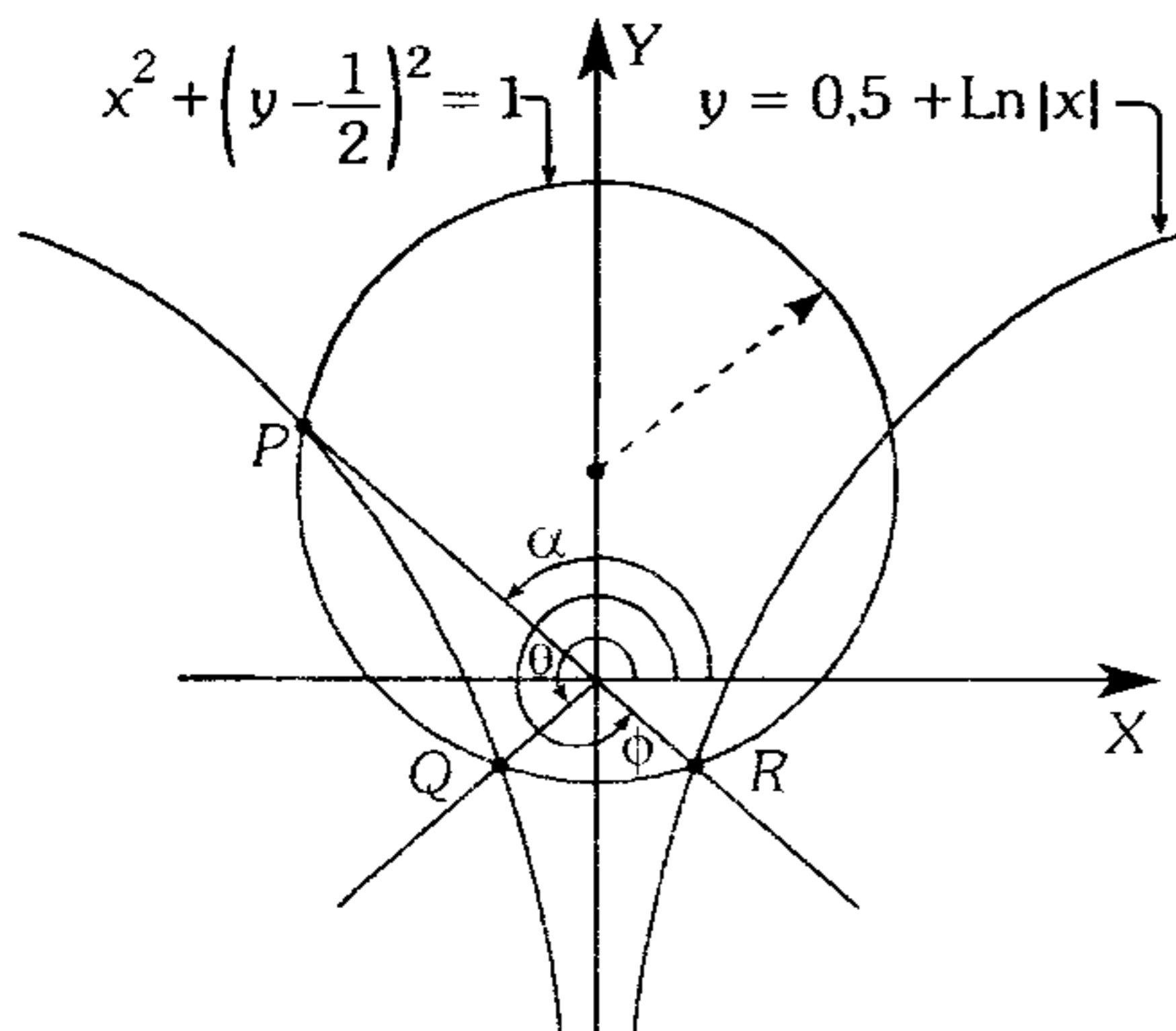
$$M = \frac{\tan \phi - \cot \phi}{\cos \phi} \text{ sabiendo que } BC=CD \text{ y } DE=2AO.$$



- A) 4                      B) -2                      C) -3  
D) -4                      E) -5

103. Del gráfico adjunto, calcule

$$N = \tan \left( \frac{\pi}{16} \cot \alpha \tan \theta \cot \phi \right)$$



- A)  $\sqrt{2}$                       B)  $\sqrt{2} - 1$                       C)  $\sqrt{2} + 1$   
D)  $\sqrt{2}/2$                       E) 1

104. Un alumno al calcular la tangente de un ángulo en posición normal  $\theta$  del IIC, puede utilizar abscisa entre radio vector. Si  $\alpha$  es un arco del IC, tal que  $2\text{sen } \alpha - \text{sen } \theta = 0$ , calcule  $\alpha$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

- A)  $2\pi k \pm \frac{\pi}{10}$   
B)  $2\pi k + \frac{9\pi}{10}$   
C)  $k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{10}$   
D)  $2\pi k + \frac{\pi}{10}$   
E)  $\pi k + (-1)^k \frac{\pi}{18}$

105. Los puntos de intersección de  $x^2 + y^2 = 4$  con la de  $|xy| = 1$  pertenecen a los lados finales de los ángulos en posición canónica:

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$  donde  
 $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots < 2\pi$

Calcule el valor de

$$\frac{\text{sen} \alpha_1}{\text{cos} \alpha_2} + \frac{2\text{sen} \alpha_3}{\text{cos} \alpha_4} + \frac{3\text{sen} \alpha_5}{\text{cos} \alpha_6} + \dots$$

- A) 10                      B) 0                      C) -2  
D) -1                      E) 5

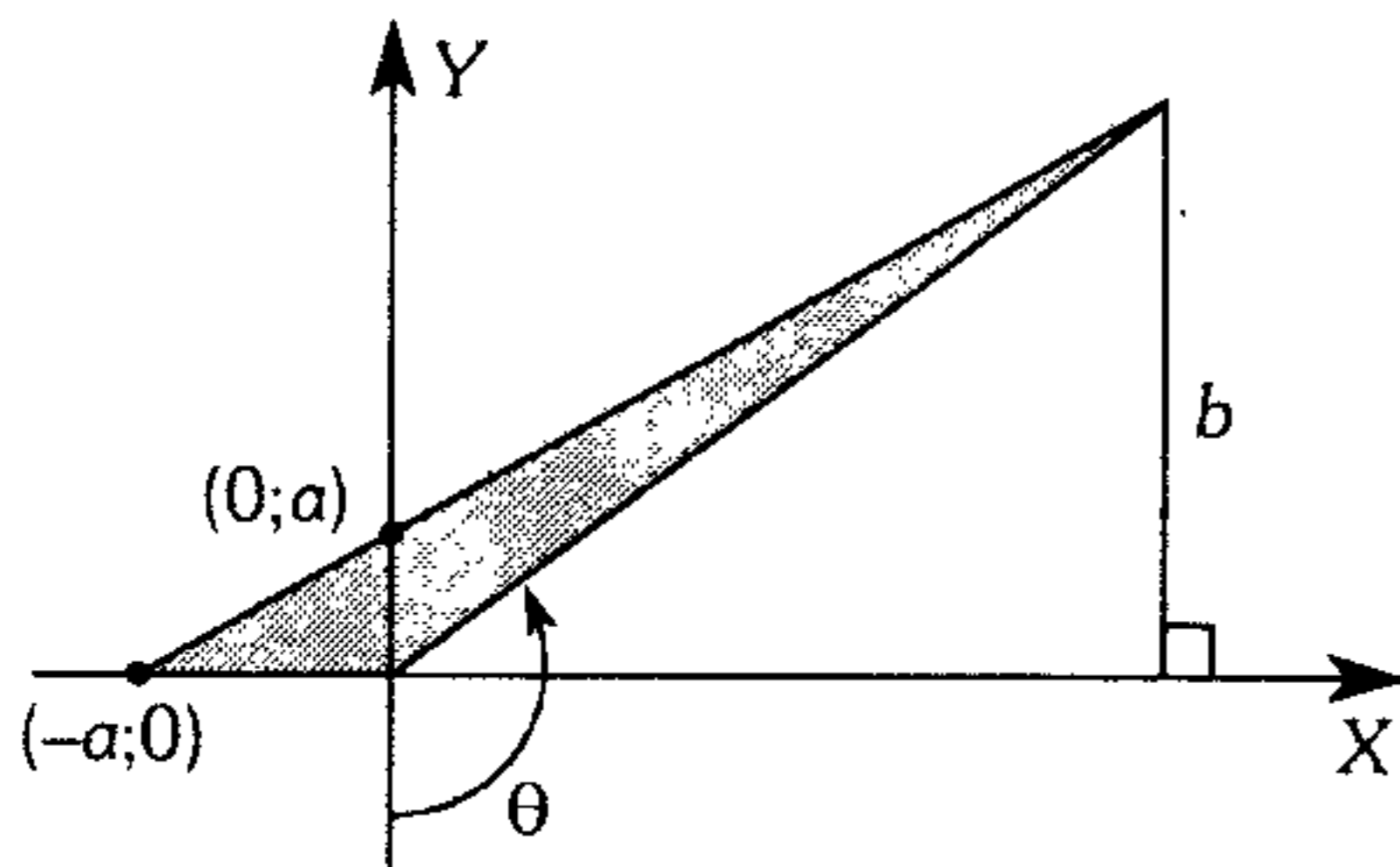
106. Si  $n > 0$ ,  $\alpha \in \text{IC}$ , además se verifica  $n(n+2) = \text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha + \text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \alpha$

exprese  $\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha - \text{csc } \frac{3\pi}{4}$

en términos de  $n$ .

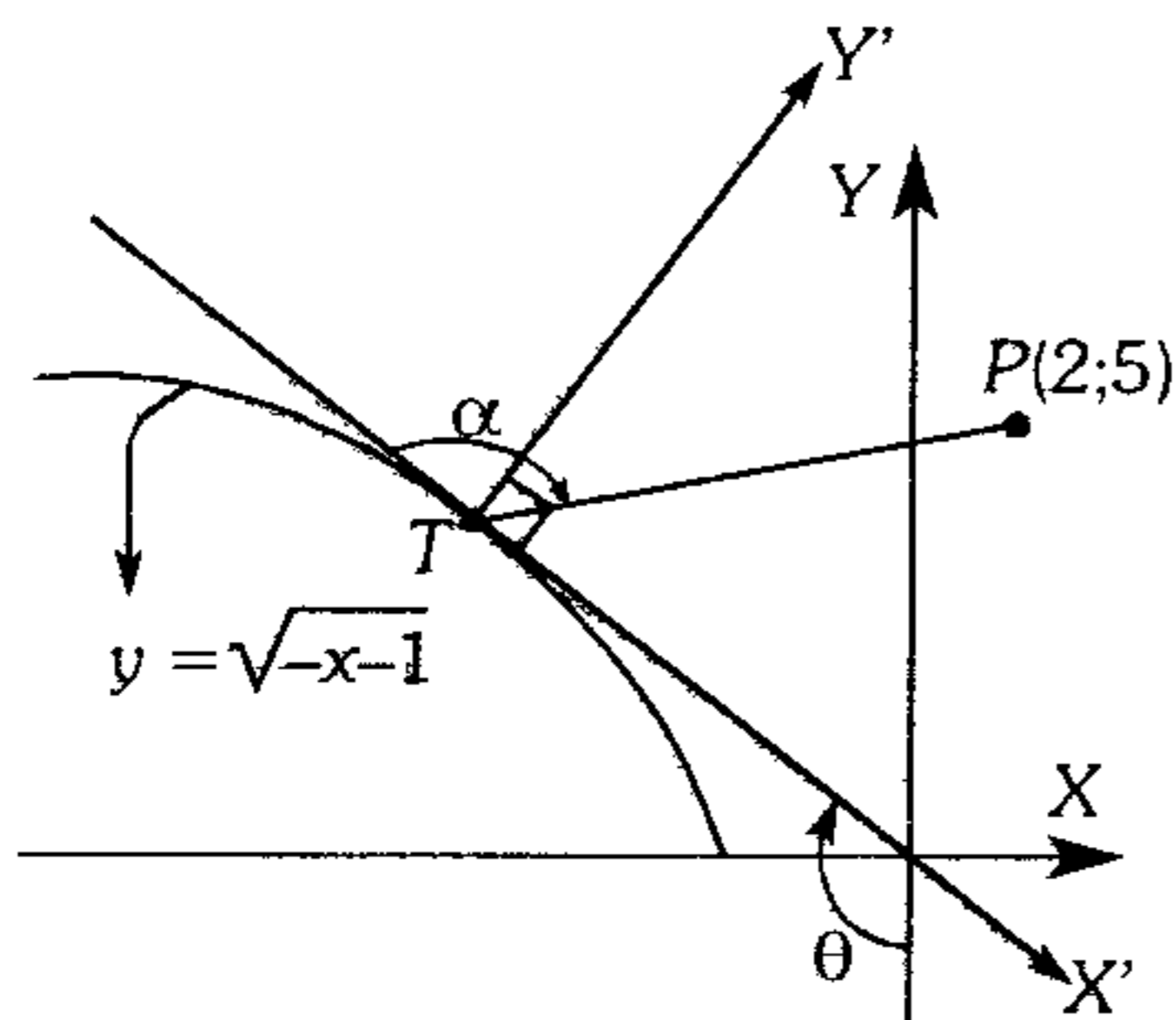
- A)  $\sqrt{2} n + 1$                       B)  $\sqrt{2} n$   
C)  $\sqrt{2} n - 1$   
D)  $\sqrt{2} n + 4$                       E)  $\sqrt{2} n - 1$

107. Del gráfico mostrado, calcule el mayor valor de la  $\cot \theta$ , si el área del triángulo sombreado es  $8 u^2$ , además  $a$  y  $b$  son números enteros.



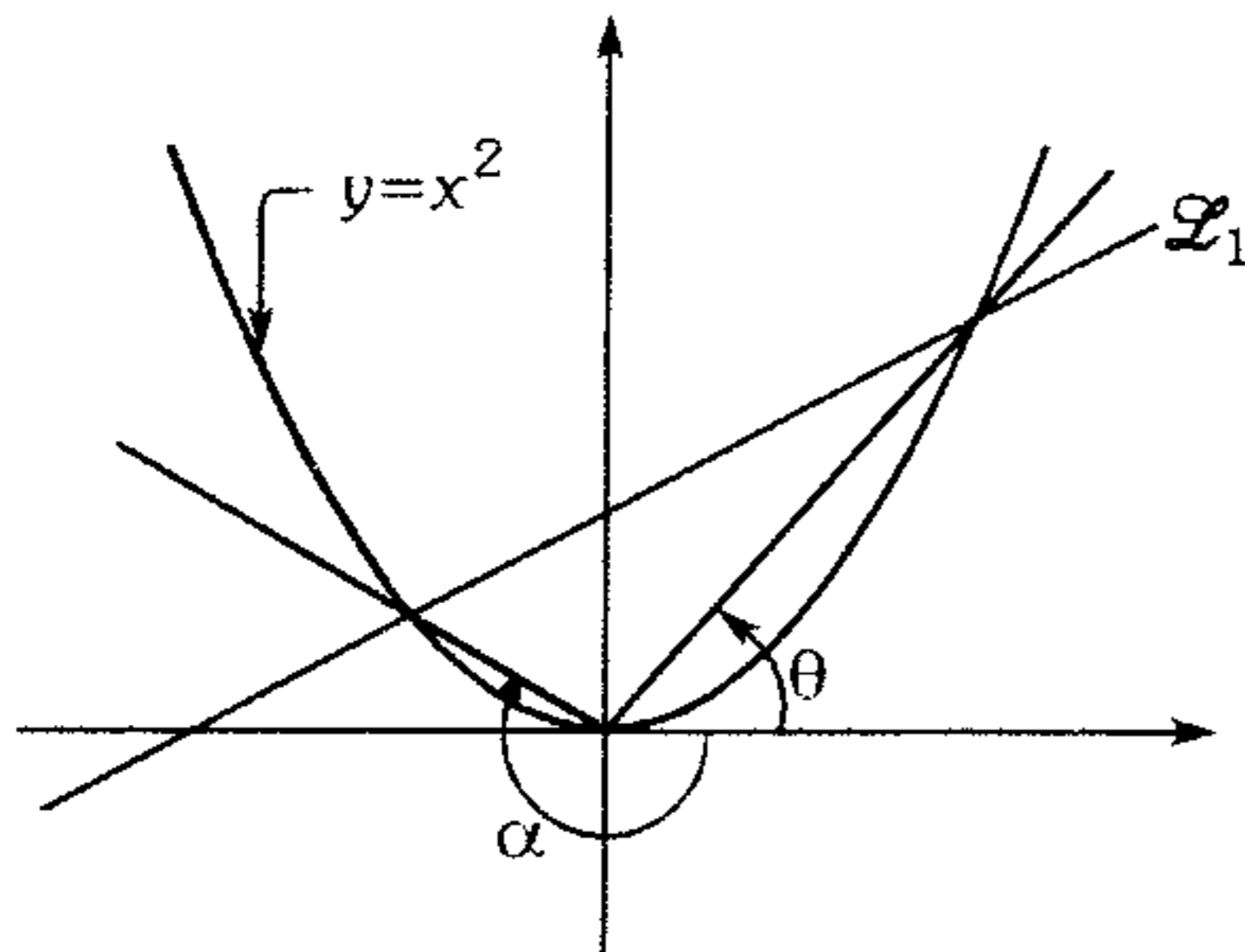
- A)  $-\frac{3}{4}$       B)  $-\frac{4}{3}$       C)  $-\frac{16}{15}$   
 D)  $-\frac{15}{16}$       E)  $-1$

108. A partir del gráfico mostrado, halle el valor de  $\tan \theta + \cot \alpha$ . (T punto de tangencia)



- A) 1      B) 1/2      C) 1/3  
 D) 2      E) 3

109. En el siguiente gráfico, se verifica  $\tan \theta = 4$  y  $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ .



A partir de ello, halle la ecuación de la recta  $\mathcal{L}_1$ .

- A)  $2y=x+1$     B)  $y=\frac{x}{4}+\frac{7}{2}$     C)  $y=\frac{7x}{2}+2$   
 D)  $y=\frac{x}{8}+\frac{1}{2}$       E)  $y=7x-12$

110. A partir de la siguiente condición

$$\sqrt{\sin^2 x - [\tan \alpha + 1]} \in \mathbb{R}_0^+ \wedge \alpha \in \mathbb{IC}$$

halle la suma de las razones trigonométricas seno y coseno de todos los ángulos  $x$  que se hallan en el intervalo  $[0; 11\pi]$ .

- A) 11      B) -11      C) 5  
 D) 4      E) 1

111. Si  $\alpha$  y  $\beta$  son dos ángulos cuadrantales positivos y menores a una vuelta, además verifican la siguiente condición.

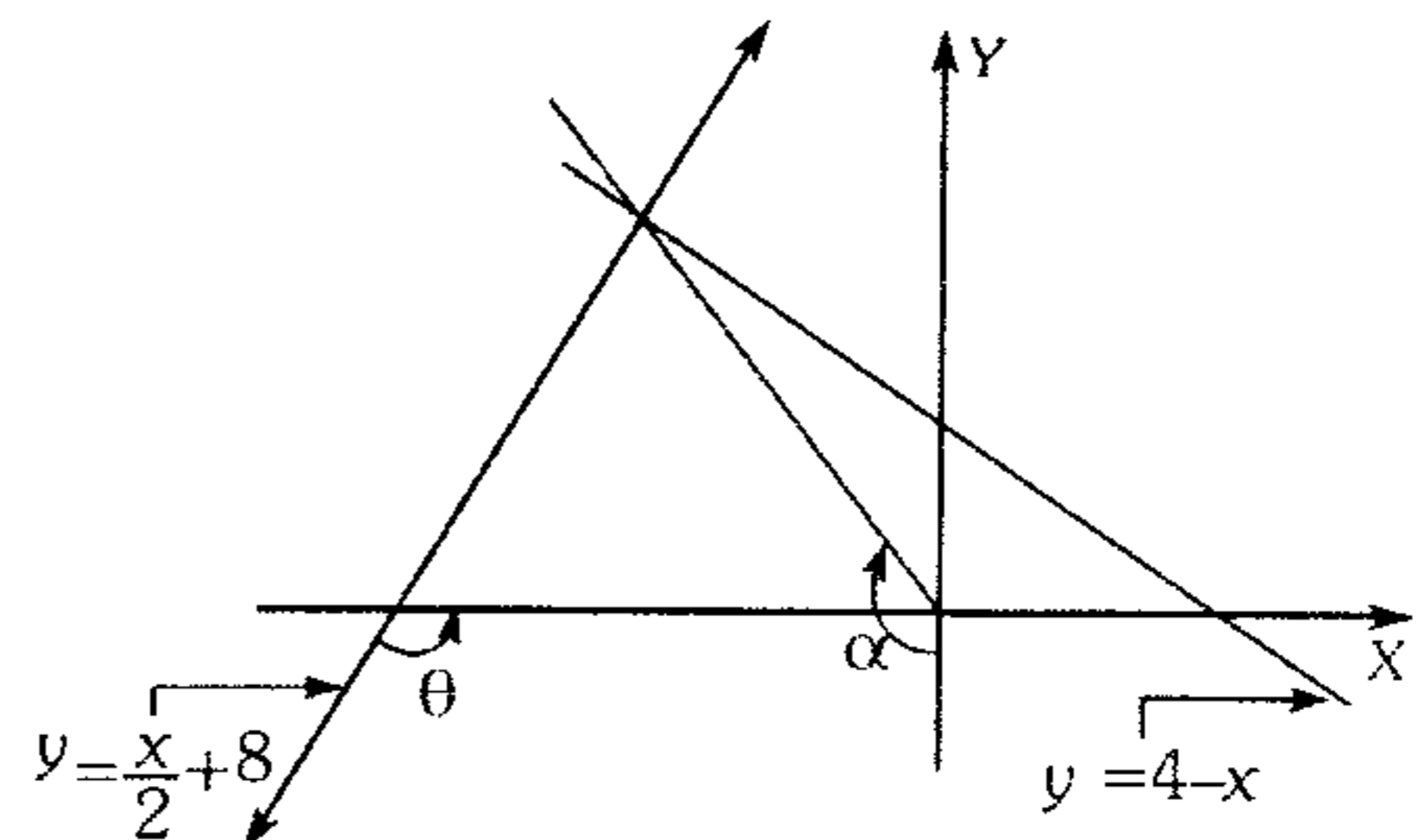
$$\sin \alpha + 1 + \tan \beta = 0$$

Halle el valor de

$$\left( \frac{\csc(\alpha + \beta)}{\sin\left(\frac{\alpha}{3}\right) + \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \right)^{(\cos 80^\circ) \sec 180^\circ}$$

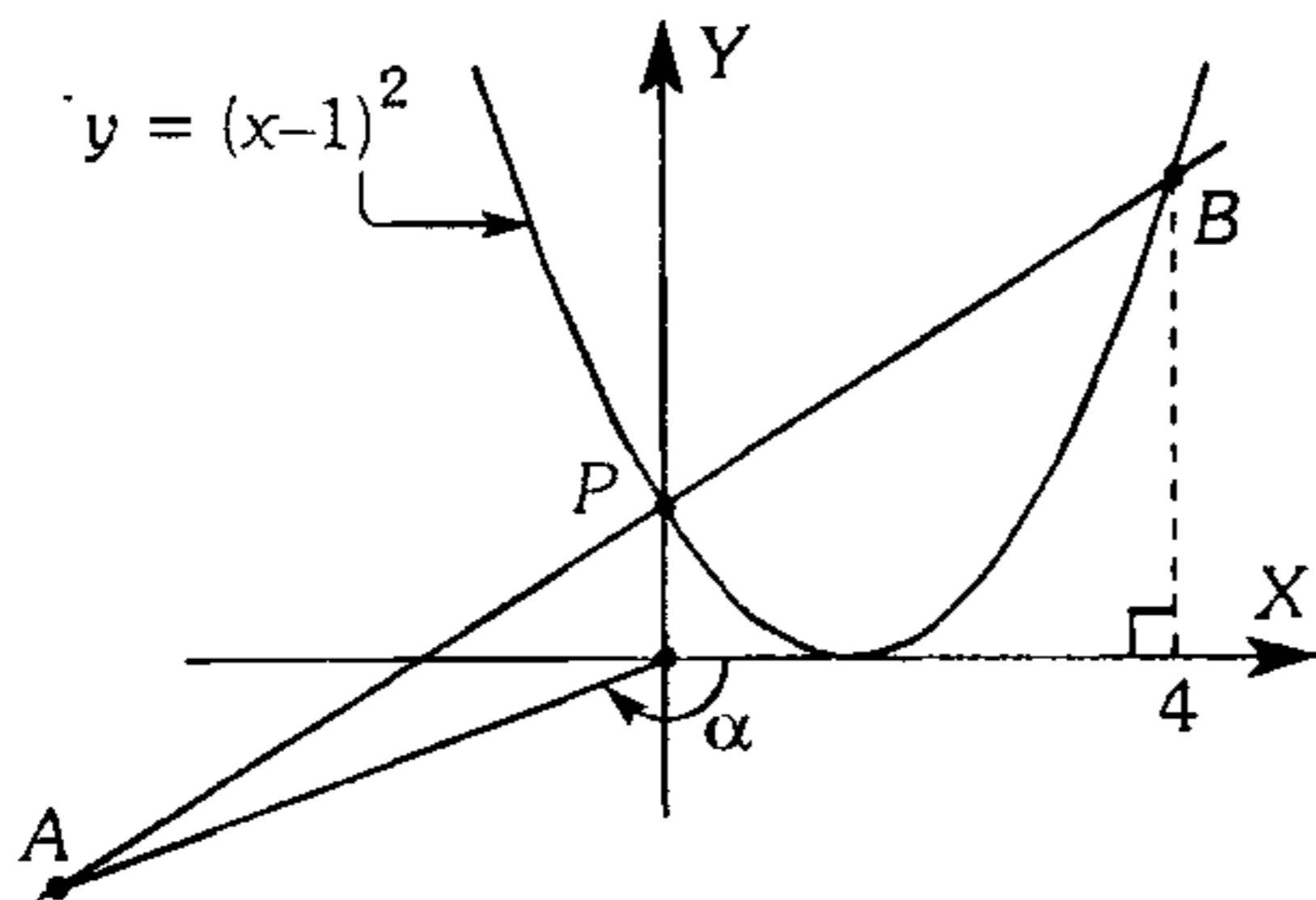
- A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       B) -1      C) 1  
 D) 2      E) -2

112. A partir del siguiente gráfico, calcule el valor de  $\tan \alpha + \cot \theta$ .



- A)  $\frac{25}{9}$       B)  $\frac{29}{9}$       C)  $\frac{29}{10}$   
 D)  $\frac{-8}{5}$       E)  $\frac{-9}{10}$

113. A partir del siguiente gráfico, halle el valor de  $21\cot\alpha - 4\tan\alpha$  si  $AP=PB$ .



- A) 5            B) 1/3            C) 4  
D) 8            E) 7/3

114. Se tiene dos ángulos coterminales cuyo cociente es equivalente al valor de la tangente de  $8^\circ$  y que su suma de éstos no es mayor que  $500^\circ$  ni menor de  $400^\circ$ . Calcule la suma de las tangentes de dichos ángulos.

- A) 1            B) -1            C) 0  
D)  $-2\sqrt{3}$             E)  $2\sqrt{3}$

115. Sabiendo que  $\cos(\operatorname{sen}\theta) > \operatorname{sen}(\cos\theta)$  y  $\log(\operatorname{sen}\theta) \leq |\cot\theta|$ ; indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I.  $\theta \in \mathbb{IC}$   
II.  $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$   
III.  $\theta \in \mathbb{R}$   
IV.  $\theta \in \mathbb{IC} \vee \mathbb{IIC}$   
V.  $\theta \in (2k\pi; (2k+1)\pi); k \in \mathbb{Z}$

- A) VFVVV    B) FVVFV    C) VFVVF  
D) VFVVF    E) FFVFF

116. Dadas las condiciones:

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

indique los signos de las siguientes expresiones trigonométricas.

$$A = \frac{\cos\alpha - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\theta \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + 2}$$

$$B = \frac{\tan^2\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{2\theta}{3}\right) - \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}{\cot\alpha + \operatorname{sen}\theta}$$

$$C = \frac{(\operatorname{sen}\alpha - \cos\theta)(\tan\theta)}{\cos\frac{\theta}{2} + \tan\alpha}$$

respectivamente

- A) -, +, -    B) -, -, -    C)  $\pm, -, +$   
D)  $\pm, -, -$     E) +, -, -

117. Si  $\alpha$  es un arco negativo comprendido entre 3 y 4 vueltas, además es coterminal con el doble del suplemento de  $\frac{\pi}{7}$ , calcule

$$\cos\left(\frac{4\pi}{7} + \frac{\alpha}{4}\right).$$

- A) 0            B) 1            C) -1  
D) 1/2            E) -1/2

118. Dada la condición  $\sqrt{\operatorname{sen}x - 1} + \sqrt[4]{\cos\alpha} = 1$

$$\text{calcule } E = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right) - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

sabiendo que  $x$  es el mayor valor negativo posible y  $\theta$  el menor coterminal positivo de  $\alpha$ .

- A) 1            B) -1            C) 1/2  
D) -1/2            E) 0

119. Siendo el punto  $P$  punto de tangencia entre las curvas

$$x^2 + y^2 - 12x - 6y + 25 = 0 \text{ y}$$

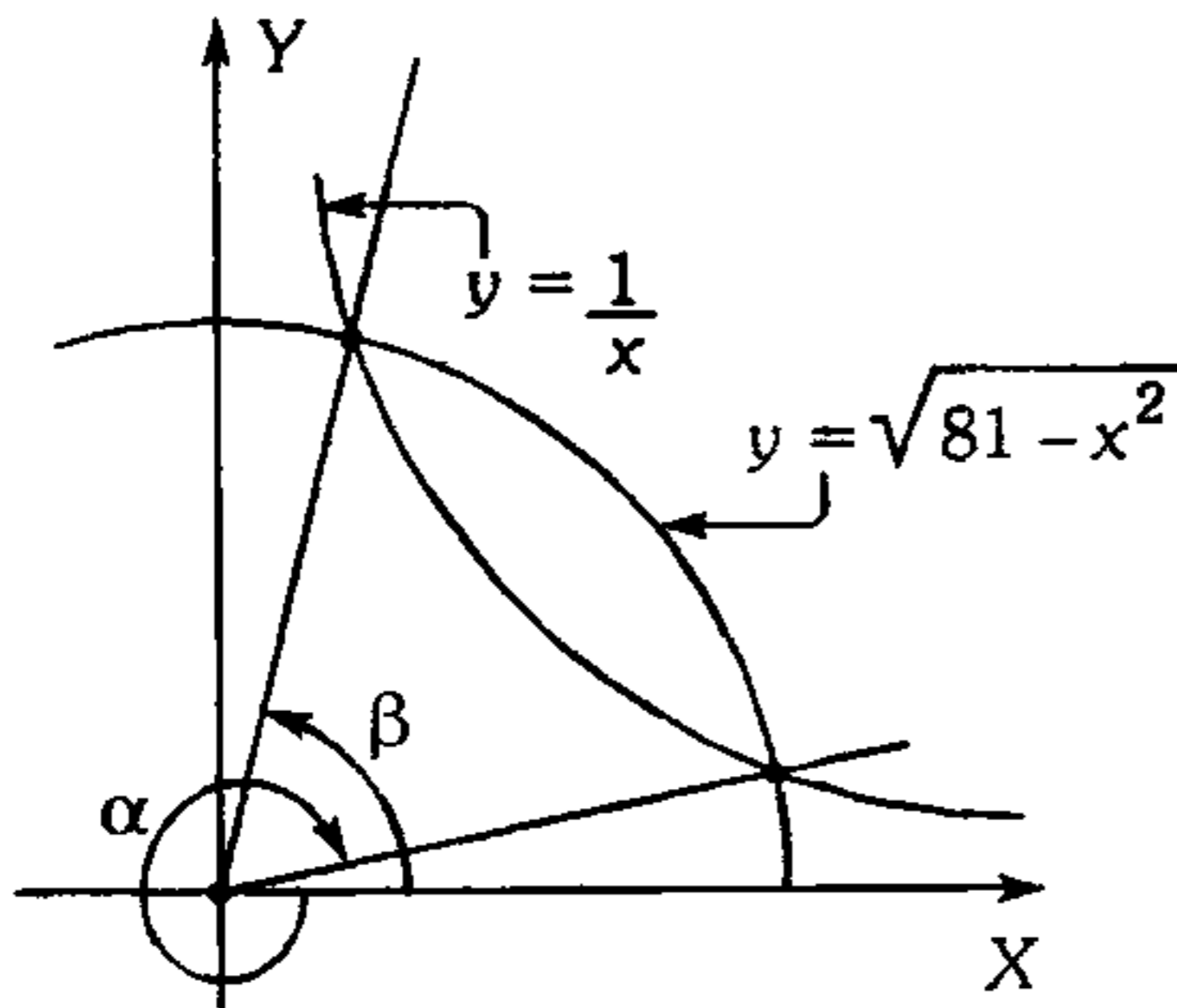
$$x^2 + y^2 - 18x - 18y + 157 = 0$$

y también perteneciente al lado final del ángulo en posición canónica  $\alpha$ , determine

$$\text{el valor de } E = \tan\alpha + \sqrt{113}\cos\alpha.$$

- A)  $1 + \sqrt{2}$     B)  $\frac{2}{5}$             C) 71/8  
D) 3/2            E) 5/2

120. A partir del gráfico mostrado, calcule  $\cot\alpha + \cot\beta$ .



- A) 81      B) 64      C) 49  
D) 76      E)  $24\sqrt{7} + \sqrt{2}$

121. ¿A qué cuadrante(s) pertenece  $(\alpha)$  si se cumple lo siguiente?

$$\operatorname{sen} \alpha \left[ \frac{a \cos \alpha + a}{\cos \alpha} \right] > 0$$

Además  $a^3 + a^2 + a + 1 < 0$

- A) IIC      B) IIC  $\vee$  IIIC      C) IVC  
D) IIIC      E) IIC  $\vee$  IVC

122. Si  $\alpha, \beta$  y  $A \in \mathbb{R}$ , además se cumple las siguientes condiciones

$$\log(\operatorname{sen} \alpha) + \sqrt[8]{\cos \beta} = 1 \dots (1)$$

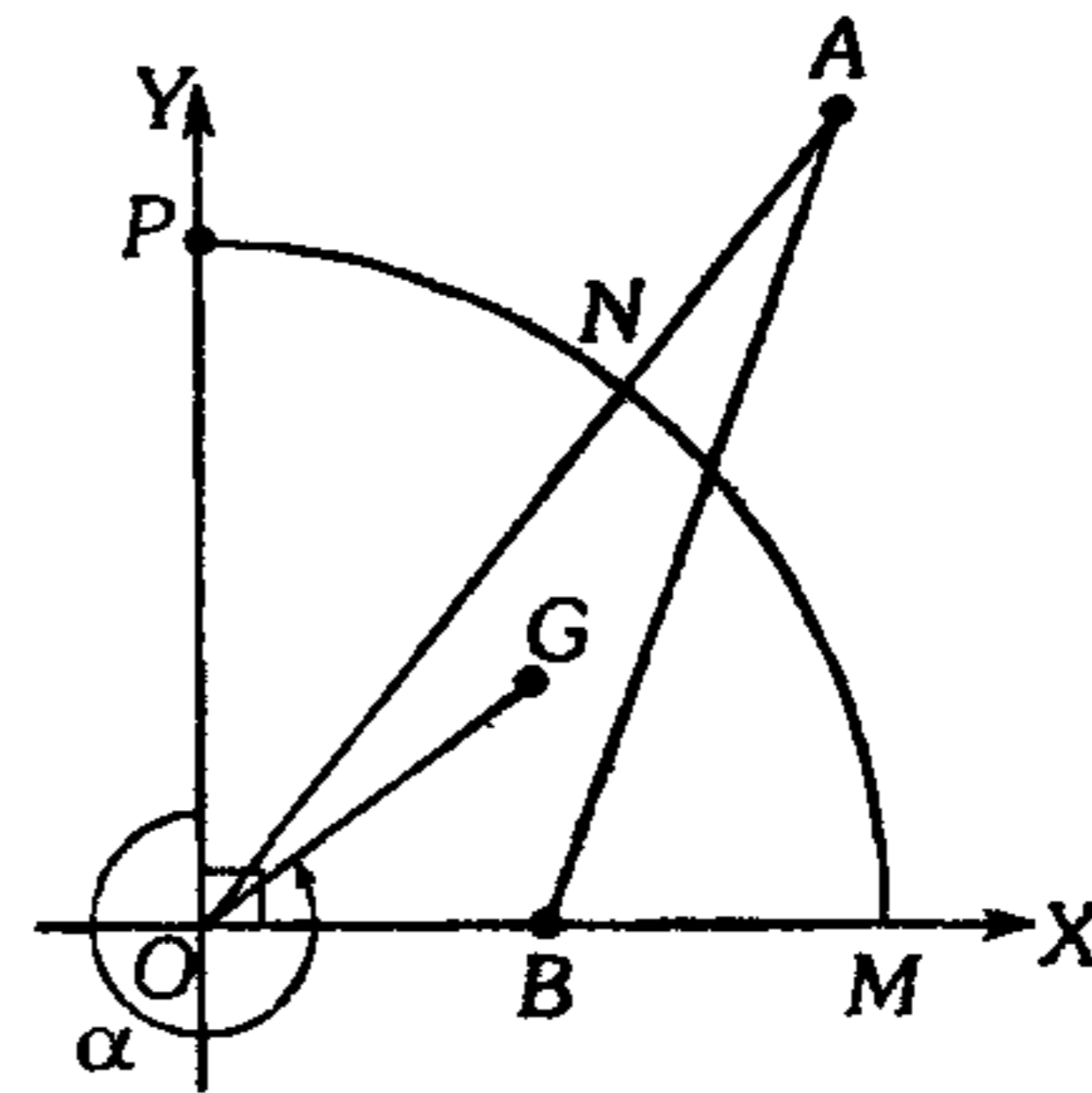
$$[A] = \operatorname{sen} \alpha \dots (2)$$

halle el valor de  $\operatorname{sen} \frac{\alpha}{3} + \cos \frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{\pi}$  siendo  $\alpha$  el

mayor valor negativo y  $\beta$  el menor valor no negativo.

- A) 0      B) -1      C) 1  
D) 2      E)  $\pi$

123. En el gráfico que mostramos a continuación,  $G$  es baricentro del triángulo  $AOB$ , la ordenada del punto  $P$  y la abscisa del punto  $A$  son iguales, según lo mencionado. Calcule el valor de  $\sqrt{3} \tan \alpha$ ;  $B$  y  $N$  son puntos medios de  $OM$  y  $OA$  respectivamente.

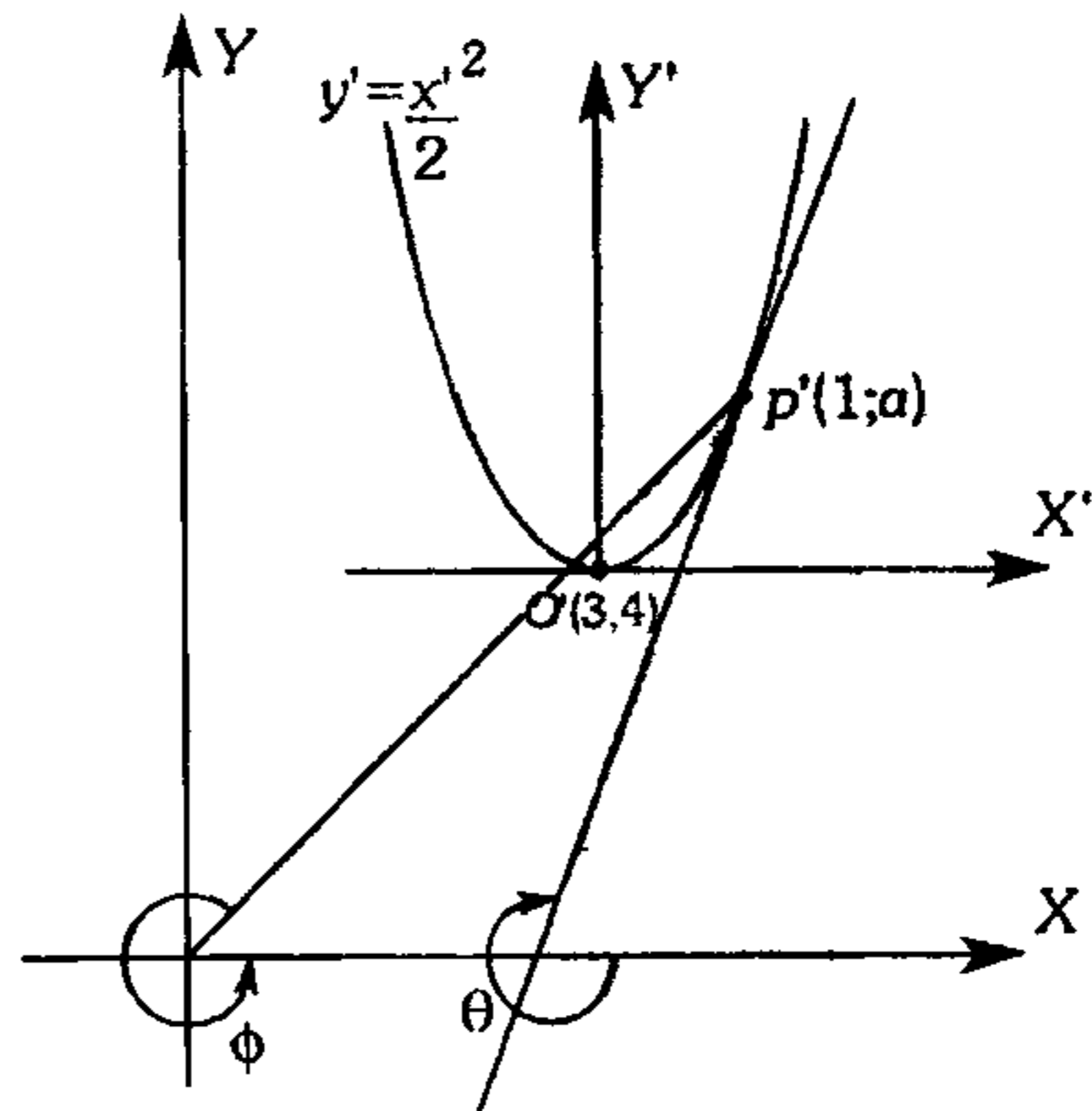


- A)  $-\frac{3}{4}$       B)  $-\frac{3}{2}$       C)  $-\frac{3}{8}$   
D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       E)  $-\frac{2}{3}$

124. Si planteamos que  $T, R, I, G$  son puntos que pertenecen a los lados finales de los ángulos en posición normal  $\alpha, \beta, \gamma, \phi$  respectivamente, además dichos puntos son la intersección entre la circunferencia  $x^2 + y^2 = 3$  y la hipérbola  $xy = 1$ , calcule  $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma + \tan \phi$ .

- A) 3      B)  $3\sqrt{2}$       C)  $6\sqrt{2}$   
D) 6      E) 4

125. De la figura calcule  $M = \tan \theta + \tan \phi$



- A) 1/8      B) 7/8      C) 1/4  
D) -1/8      E) 3/4

126. Sabiendo que  $\beta$  y  $\theta$  son ángulos cuadrantales, calcule

$$M = \sqrt{\tan \alpha \tan \beta \tan \theta + \sec \alpha \sec \beta \sec \theta + 1} + \sqrt{\tan \alpha \tan \beta \tan \theta} + \sqrt{\cot \alpha - 1} + \sqrt{1 - \cot \alpha} + \sqrt{\cot \alpha - \cos \theta - 1}$$

- A) 1            B) 2            C) 3  
D)  $\sqrt{2}$             E)  $2\sqrt{2}$

127. Sabiendo que

$$|\sin \theta| = -\sin \theta$$

$$|\cos \theta| = \cos \theta$$

$$|\cot \theta| = \cot \theta$$

calcule

$$N = \frac{|\sin \theta|}{\left| \tan \frac{\theta}{2} \right|} + \text{Ln} \left( |\cot \theta| e + \left| \tan \frac{\theta}{2} \right| e \right)$$

donde  $e = 2,71\dots$

- A) 0            B) 1            C) 2  
D) 3            E)  $\sqrt{2} + 1$

128. Si  $\alpha$  y  $\theta$  son ángulos en posición regular, positivos y menores que una vuelta, los cuales se encuentran en diferentes cuadrantes y además se cumple

$$|\tan \alpha| = -\tan \alpha \text{ y } \tan \alpha \cos \theta > 0, \alpha > \theta,$$

halle el signo de

$$Y = \frac{\tan \theta + \cos \alpha (\tan \theta - \cos \theta)}{\sec \alpha \tan^2 \theta + \sec \theta \cos \alpha}$$

- A) +            B) -            C) + ó -  
D) + y -            E) faltan datos

129. Si  $\theta$  pertenece al tercer cuadrante, halle el signo de las siguientes expresiones.

$$M = \sec \frac{\theta}{4} \tan \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{8} \text{ y}$$

$$N = \log \left( \sec \frac{\theta}{16} \right)^{\sec \theta}$$

$$\text{Si } \cos \frac{\theta}{4} > 0 \text{ y } \sec \frac{\theta}{8} < 0$$

$$\text{Además } \frac{\theta}{4} \notin \text{IC} \text{ y } \frac{\theta}{8} \notin \text{IVC}$$

- A) + ; +            B) - ; -            C) - ; +  
D) + ; -            E) (+ ó -) ; +

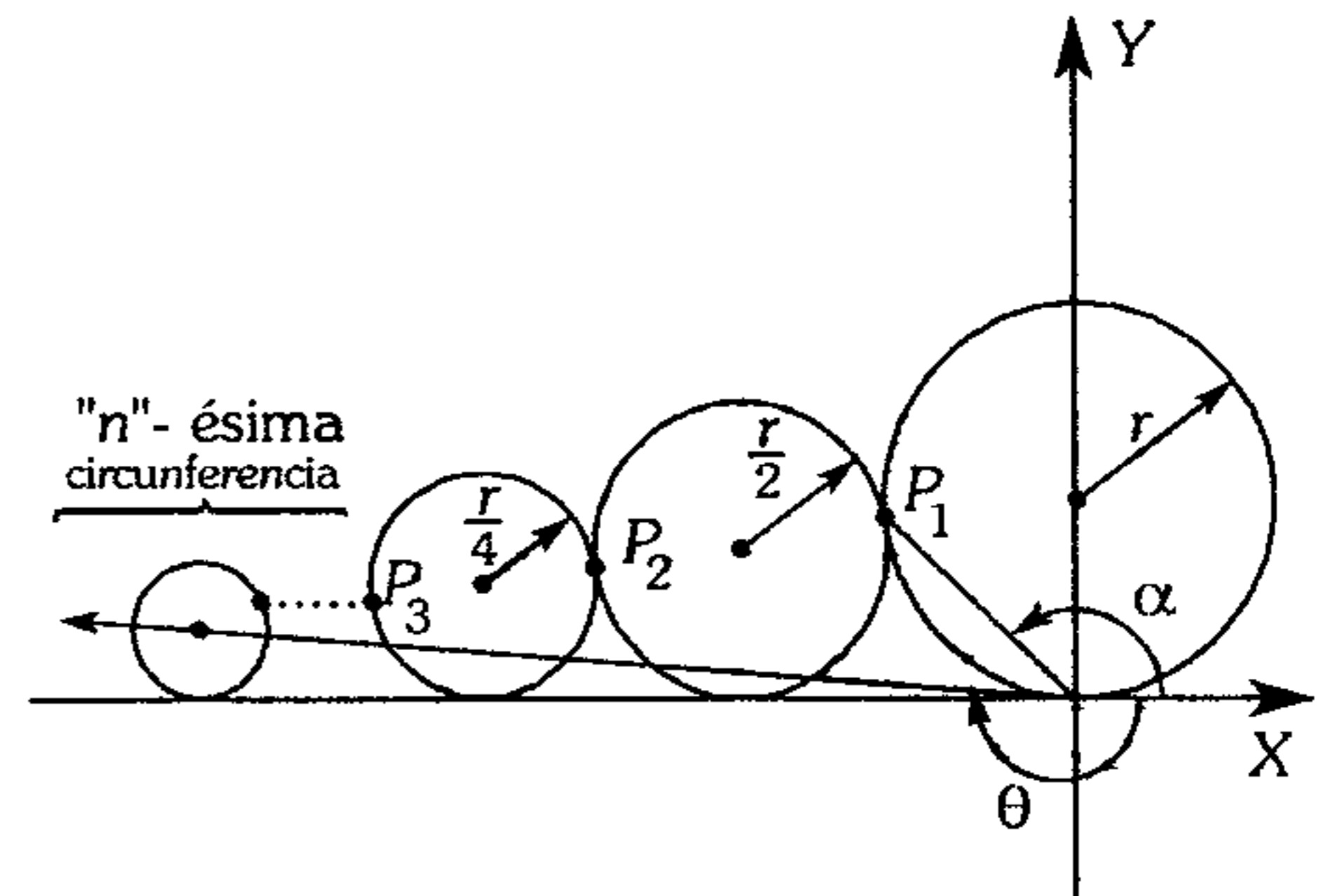
130. Si  $\phi \in \text{IIIC}$ ;  $m > 0$  y  $\sec \phi = \frac{m}{x-n}$ , entonces podemos afirmar:

- A)  $m+n < x < n$             B)  $m-n < x < n$   
C)  $m-n < x < m$   
D)  $n-m < x < m$             E)  $x < n-m$

131. Del gráfico adjunto se tiene circunferencias tangentes con centros colineales, halle

$$M = 6 \tan \theta \tan \alpha$$

$$\text{si } \ell = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-2}}$$



$P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$  son puntos de tangencia.

A)  $\frac{1 - \frac{1}{2^{n-2}} - \ell}{1 + 2\ell}$             B)  $\frac{6}{2^n(1 + \ell)}$

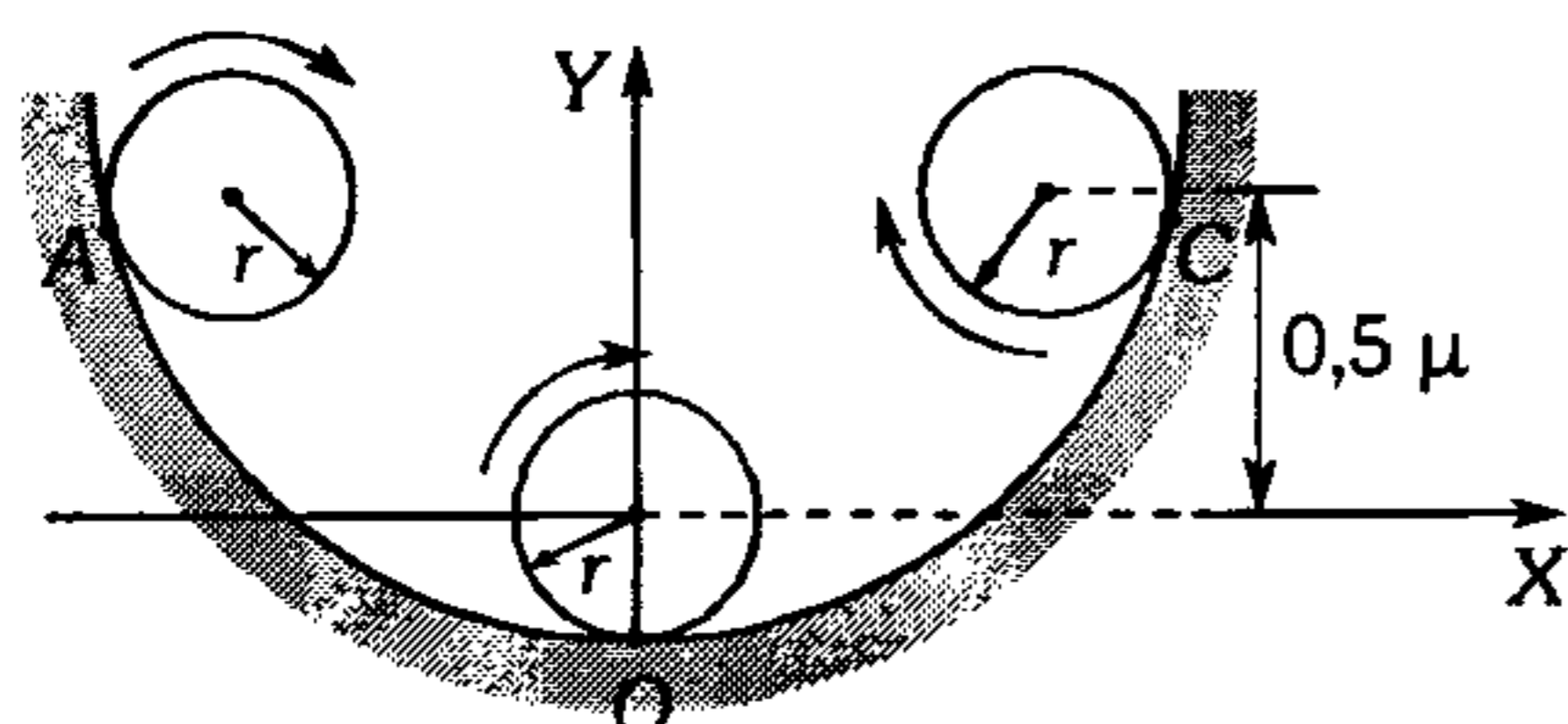
C)  $\frac{2 - \frac{1}{2^{n-1}} + \ell}{\ell + 1}$

D)  $\frac{2 - \frac{1}{2^n} + \ell}{1 - 2\ell}$             E)  $\frac{2 - \frac{1}{2^{n-2}} - \ell}{1 + 2\ell}$

132. Si la longitud que recorre el centro de una de las ruedas de radio  $(4\pi)^{-1}\mu$ , describe una curva cuya ecuación es  $y=0,5x^2$ , calcule el número de vueltas que da la rueda al recorrer la superficie AOC. Se sugiere utilizar la fórmula para el cálculo de longitud de arco, además A y C son simétricos al eje Y.

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$\int \sec x dx = \text{Ln}|\sec x + \tan x|$$



- A) 2,28      B) 4,58      C) 4,84  
D) 3,28      E) 3,28

133. A partir de la siguiente igualdad, halle los valores que toma  $b$  siendo  $k = \{0; 1; 2; \dots\}$

$$a^{2002} + \frac{1}{a^{2002}} - 2 = \frac{\cot b}{b}$$

- A)  $\left(-\pi - k\pi; -\frac{\pi}{2} - k\pi\right] \cup \left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$   
B)  $\left(-\frac{\pi}{2} - k\pi; -k\pi\right) \cup \left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$   
C)  $\left(k\pi; (2k+1)\frac{\pi}{2}\right)$   
D)  $\left(-(2k+1)\frac{\pi}{2}; -k\pi\right)$   
E)  $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi; \pi + k\pi\right)$

134. Con las condiciones siguientes sabiendo que  $E$  es un mínimo, calcule  $\text{sen } \alpha$ .  
 $E = a \text{sen } \alpha + b \text{csc } \alpha$ ,  $0 < b < a$

- A)  $\frac{\sqrt{b}}{a}$       B)  $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$       C)  $\sqrt{\frac{2a}{2}}$   
D)  $\sqrt{\frac{b}{a}}$       E)  $\frac{2b}{a}$

135. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si  $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$ , entonces  $\frac{\cos a}{\cos b} > \frac{a}{b}$

II. Si  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , entonces  $2 \log \theta + \tan \theta < 0$

III. Si  $\theta \in \text{IIC}$ , entonces  $\text{sen}(\cos \theta) < \cos(\text{sen } \theta)$

IV. Si el menor valor de  $\tan^2 \theta + k \tan \theta - 7$  es 8, entonces  $k=2$

- A) VVVF      B) VFFV      C) FFVF  
D) VFVV      E) VFVF

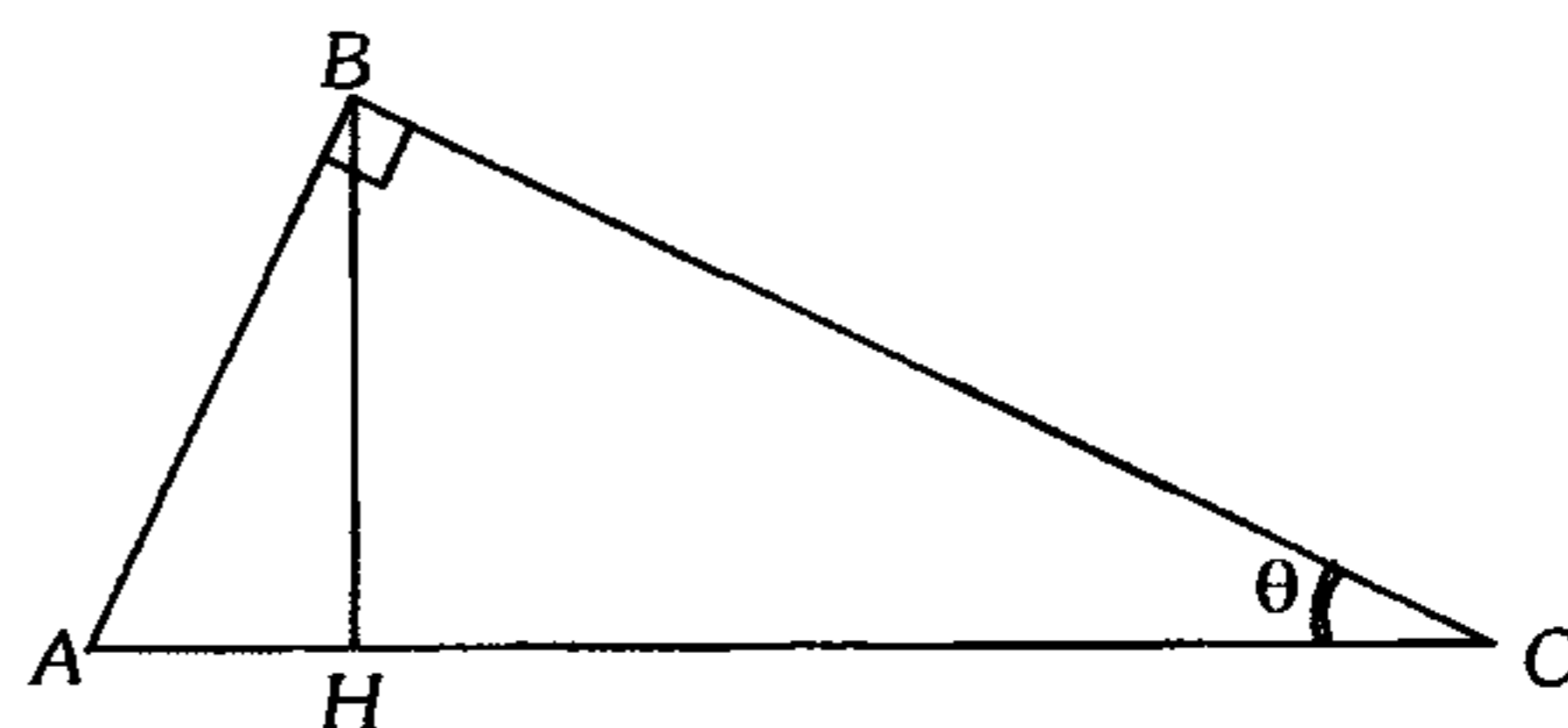
136. Diga bajo qué condiciones es posible o imposible la expresión

$$\cos \theta = \frac{a^2 + b^2 + 4ab}{(a+b)^2 - 2ab}$$

Sabiendo que  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ,  $a$  y  $b$  son dos números cualesquiera pero del mismo signo.

- A) Es imposible  
B) Siempre es posible  
C) Posible sólo si  $a > b$   
D) Imposible si  $a = b$   
E) Posible sólo si  $a < 0$ ;  $b < 0$

137. A partir de la siguiente figura



si  $BH=1$  u, halle el mínimo valor de

$$M = \sqrt{AC^2 + 1} \quad \text{si} \quad \theta = \frac{\pi \lambda}{4(\lambda^2 + 1)}$$

Además  $\lambda = \{1; 2; 3; \dots\}$

- A) 2      B) 3      C) 4  
D)  $\sqrt{6}$       E)  $\sqrt{7}$



138. Sabiendo que  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  son ángulos agudos y además

$$H = \left[ \frac{\cos^2 \alpha \cos \theta + \cos^2 \theta \sec \beta + \sec^2 \beta \cos \alpha}{\sec \beta \cos \alpha \cos \theta} + 1 \right]^2$$

entonces se verifica

- A)  $H < 4$       B)  $H \geq 4$       C)  $H \geq 8$   
 D)  $H \geq 16$       E)  $H > 16$

139. Una escalera descansa sobre un muro de 8 m de altura, y está apoyada sobre una pared que dista 27 m del muro. Determine la longitud de la escalera más corta que pueda emplearse y que cumpla estas condiciones.

- A) 46,87 m      B) 15,625 m      C) 44,15 m  
 D) 36,15 m      E) 15 m

140. La gráfica de la ecuación  $y = ax^2 + bx + c$  corta al eje X en los puntos  $(m;0)$  y  $(n;0)$  y al eje Y en el punto  $(0;p)$  donde  $p < 0$ ; de las siguientes proposiciones

I.  $m < 0 \wedge n < 0$  ó  $m > 0 \wedge n > 0$

II.  $y\left(\frac{m+n}{2}\right) > 0$

III.  $y\left(\frac{-m-n}{2}\right) < 0$

son verdaderas

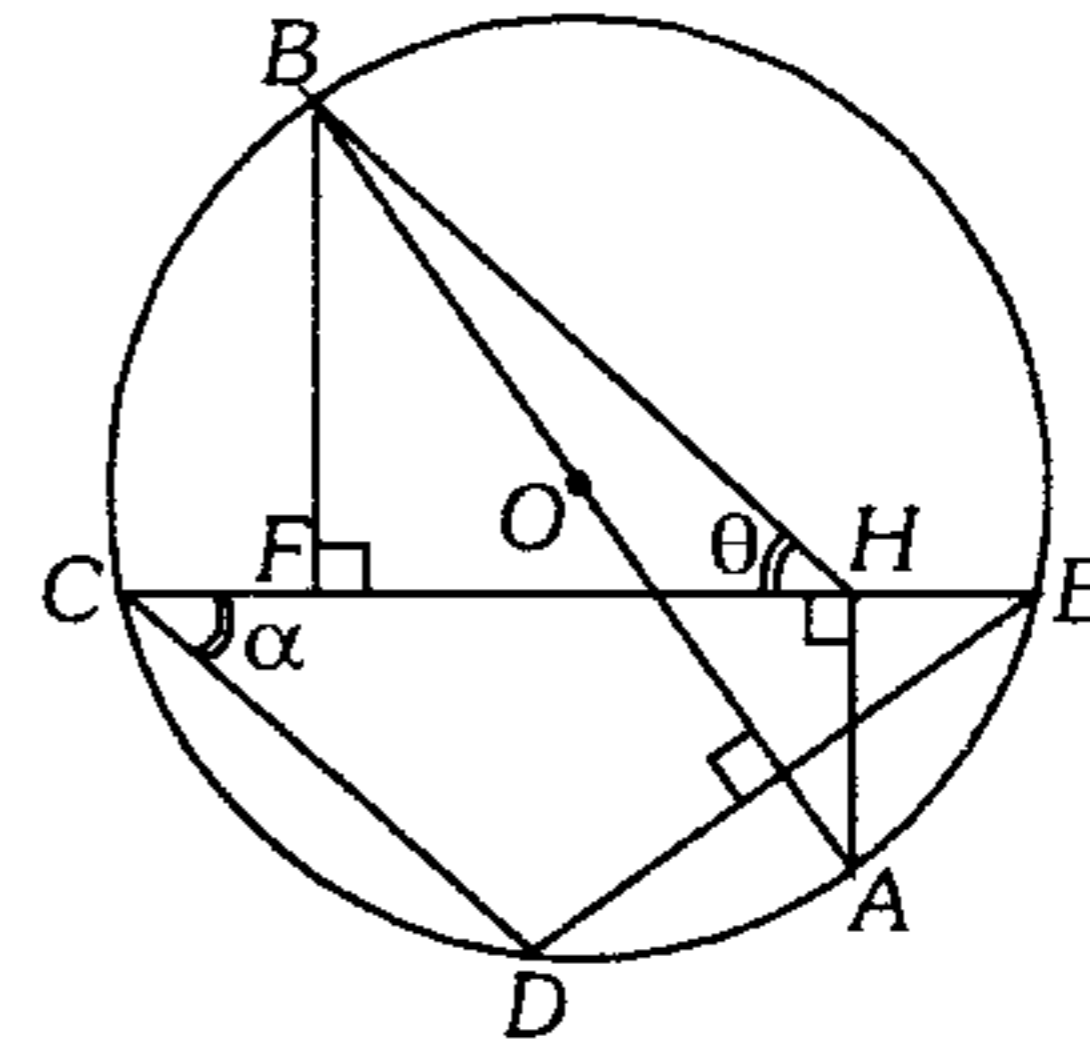
- A) solo I.  
 B) solo II.  
 C) solo III.  
 D) I y II.  
 E) todas.

141. A partir de la figura, determine el valor de

$$N = \tan \theta \cot \frac{\alpha}{2}$$

si  $CD = a$ ,  $CF = b$  y  $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$ .

(O es centro de la circunferencia)



- A) 1      B)  $\frac{a}{b}$       C)  $\frac{a+b}{a}$   
 D)  $\frac{a-b}{a}$       E)  $\frac{a+b}{b}$

142. Se tiene un triángulo rectángulo, uno de los ángulos agudos es  $\alpha$ , calcule el mínimo valor entre la relación de radios de las circunferencias circunscrita e inscrita.

- A) 1      B)  $\sqrt{2}$       C)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 D)  $1 + \sqrt{2}$       E)  $\sqrt{2}/2$

143. Halle los valores de  $n$  a partir de las siguientes condiciones.

$$\cos^2 \alpha + \cos \alpha = \sin^2 \beta + \sin \beta, \beta \in \mathbb{R} \dots (1)$$

$$\cos \alpha = \frac{[n]-1}{2} \dots (2)$$

- A)  $[-1;3]$       B)  $[-1;4]$       C)  $[-1;4)$   
 D)  $\langle -1;3 \rangle$       E)  $\langle -2;3 \rangle$

144. Supongamos que sea  $n$  un número entero mayor que uno y que el ángulo  $\alpha$  satisface a la desigualdad  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4(n-1)}$ . Indique la alternativa correcta.

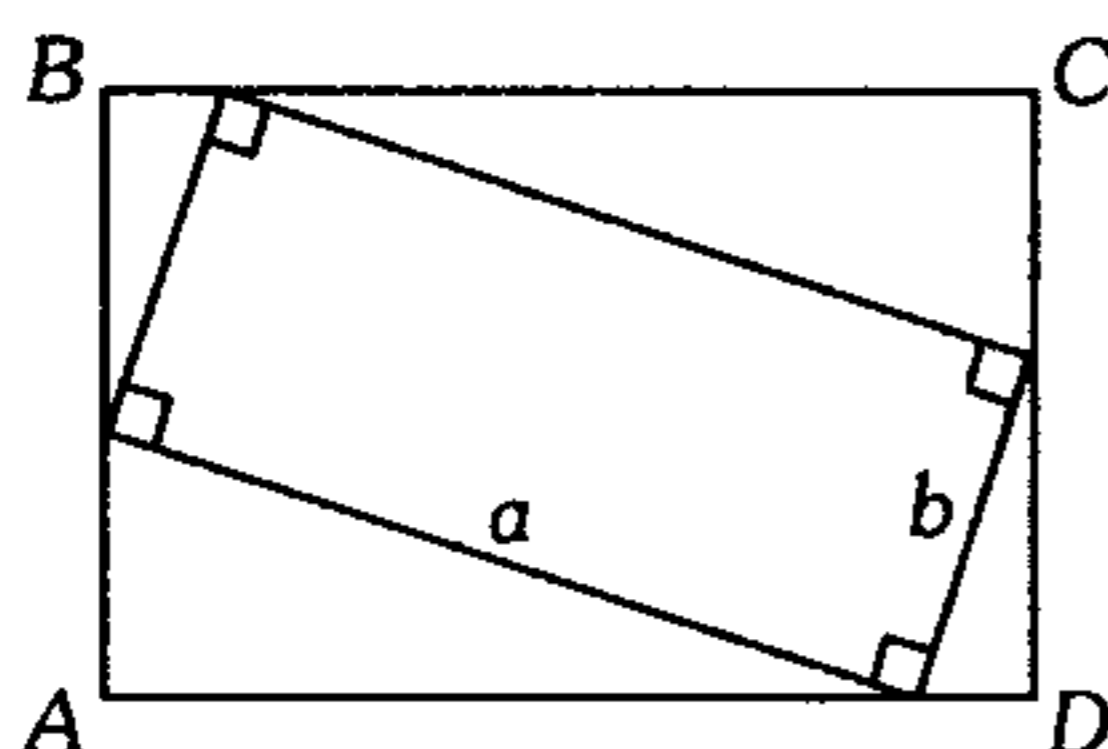
- A)  $\sin(n\alpha) > n \sin \alpha$       B)  $\sin(2n\alpha) > n$   
 C)  $\cos(n\alpha) > 2n$   
 D)  $\tan(n\alpha) > 2n \tan \alpha$       E)  $\tan(n\alpha) > n \tan \alpha$

145. A partir de la siguiente serie de  $\lceil \csc \theta \rceil$  términos siendo  $\theta$  agudo, calcule el mayor valor de  $k$ .

$$\frac{1}{\lceil \csc \theta \rceil + 1} + \frac{1}{\lceil \csc \theta \rceil + 2} + \frac{1}{\lceil \csc \theta \rceil + 3} + \dots > k$$

- A) 1            B) 1/2            C) 1/4  
D) 1/8            E) 1/16

146. El área del rectángulo  $ABCD$  es  $m^2$ , indique la alternativa correcta.



- A)  $\sqrt{ab} < m < \frac{a+b}{\sqrt{2}}$   
B)  $\sqrt{ab} \leq m < 2(\sqrt{a} + \sqrt{b})$   
C)  $\sqrt{ab} \leq m \leq 2(\sqrt{a^2 + b^2})$   
D)  $\sqrt{ab} < m < \frac{a+b}{2}$   
E)  $\sqrt{ab} < m \leq \frac{a+b}{\sqrt{2}}$

147. Si  $\alpha, \beta, \theta$  y  $\phi$  son ángulos agudos, halle el menor valor de  $K$ .

$$\frac{(\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta - 2)^2 + (\sec^2 \theta + \sec^2 \phi - 2)^2}{(\tan \alpha \tan \theta + \tan \beta \tan \phi)^2} \geq K$$

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 1/4            E) 1/2

148. Halle la suma de todos los valores de  $\theta$ ; tal que cumpla la siguiente igualdad:

$$|x_0 + 1| = x_0 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) + \cos \theta$$

donde  $x_0 < -2 \wedge 0 \leq |\theta| \leq \pi$ .

- A) 0            B)  $\pi$             C)  $5\pi/4$   
D)  $3\pi/4$             E)  $\pi/2$

149. Si  $\tan \theta + \tan \phi = 1$

siendo  $\theta$  y  $\phi \in \mathbb{R} - (2k+1)\frac{\pi}{2}$ ;  $k \in \mathbb{Z}$

calcule el mínimo valor de

$$F = (\tan \theta)^{2002} + (\tan \phi)^{2002}$$

- A)  $2^{-2000}$             B) 2            C) 1  
D)  $2^{2001}$             E)  $2^{-2001}$

150. Si  $\alpha, \beta, \theta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right]$ , calcule el menor valor de  $k$ , a partir de la desigualdad

$$\frac{(\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \theta)^2}{\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \theta} \geq k$$

- A) 8            B) 7            C) 9  
D)  $\frac{1}{2}$             E) 5

151. Siendo  $x, y, z \in \mathbb{R} - (2m+1)\frac{\pi}{2}$ ;  $m \in \mathbb{Z}$  calcule el mínimo valor de

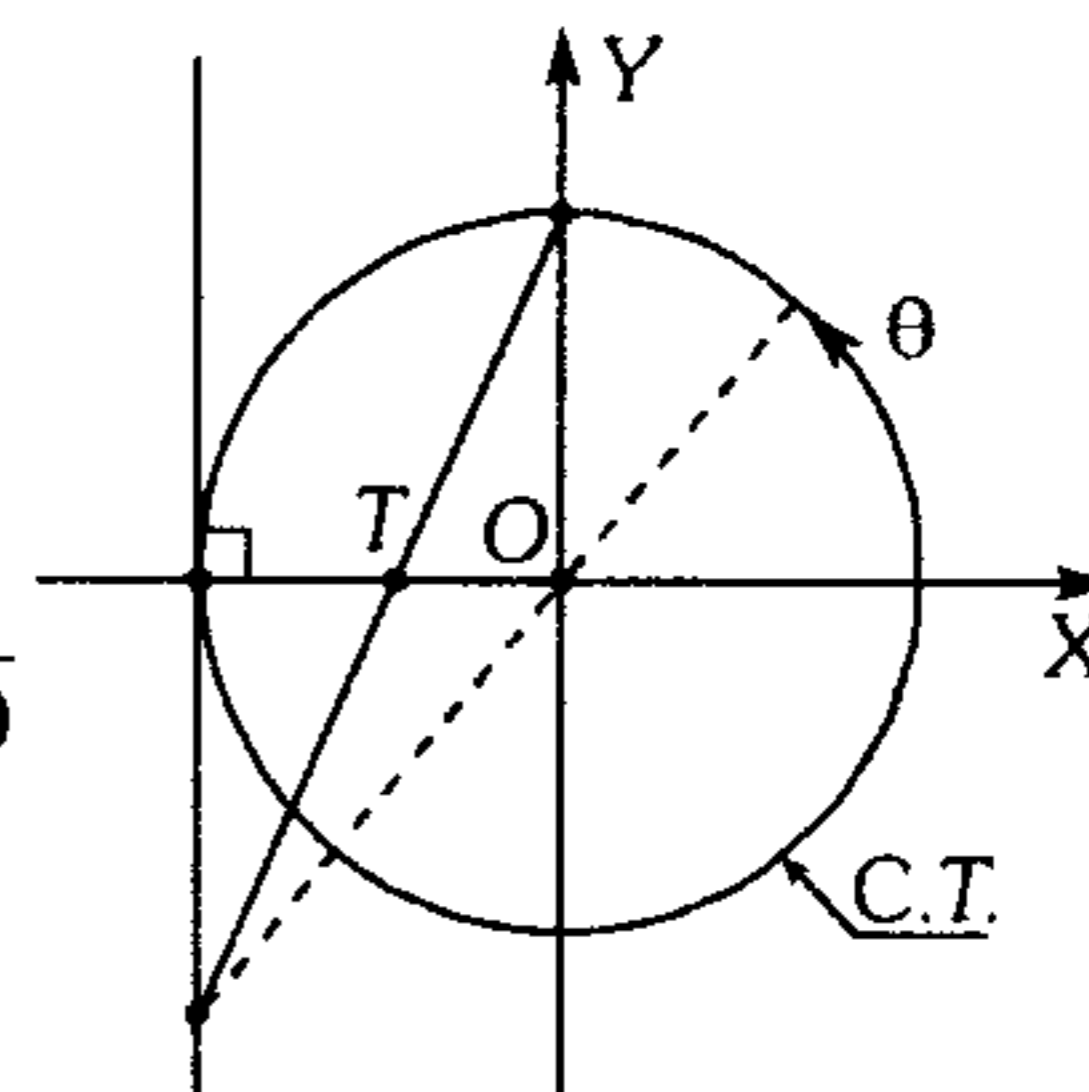
$$N = \sec^2 x + \csc^2 y + 2 \csc^2 z + 2 \tan x \cot y + 2 \cot y + 2 \tan y + 4 \cot z + 1$$

- A) 1            B) 2            C) 1/3  
D) 1/4            E) 7

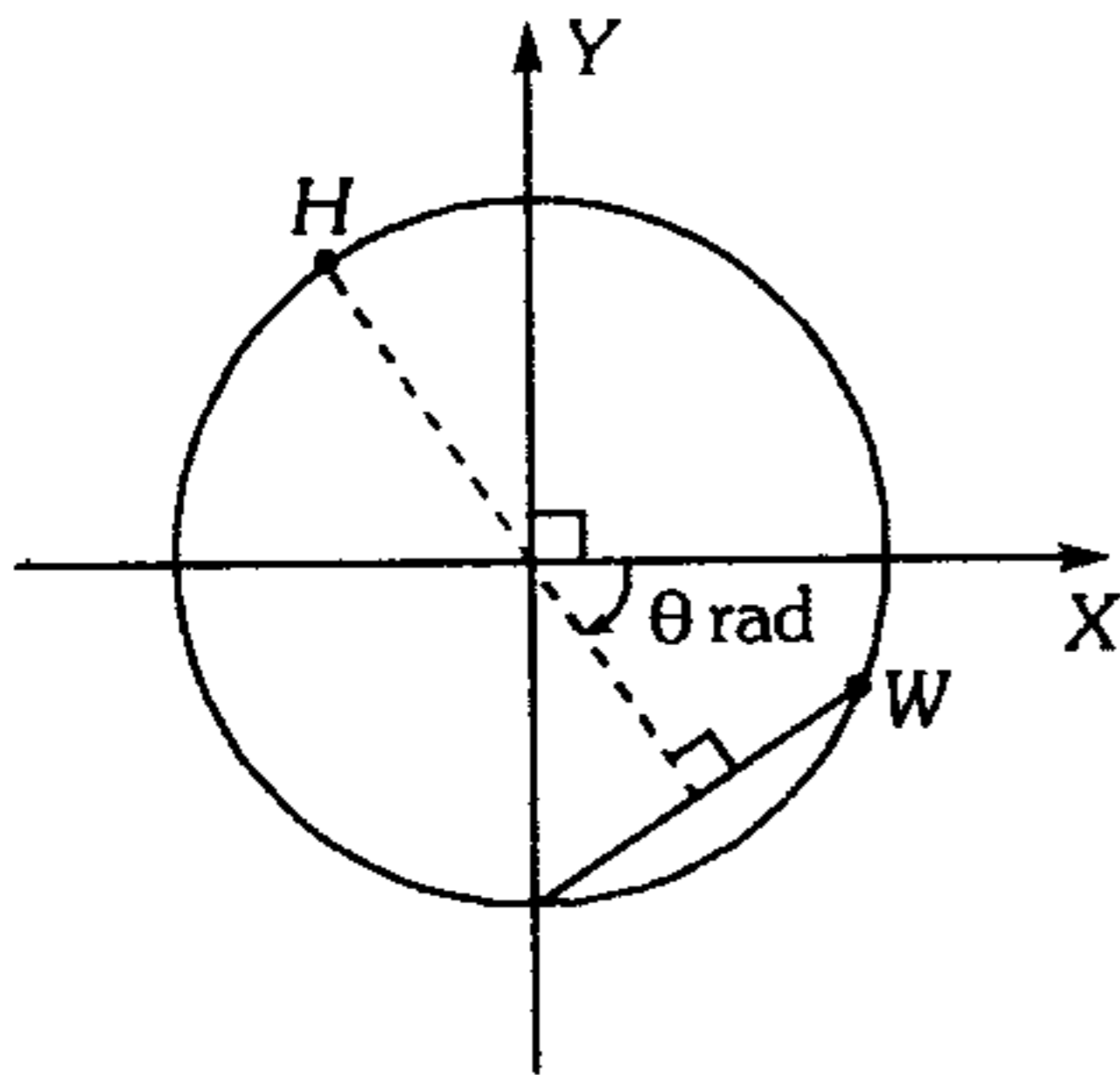
### Circunferencia Trigonométrica

152. Del gráfico mostrado, calcule  $OT$  en función de  $\theta$ .

- A)  $\frac{1}{1 + \operatorname{sen} \theta}$   
B)  $\frac{1}{1 + \cos \theta}$   
C)  $\frac{1}{\operatorname{sen} \theta + \cot \theta}$   
D)  $\frac{1}{1 + \cot \theta}$   
E)  $\frac{1}{1 + \tan \theta}$



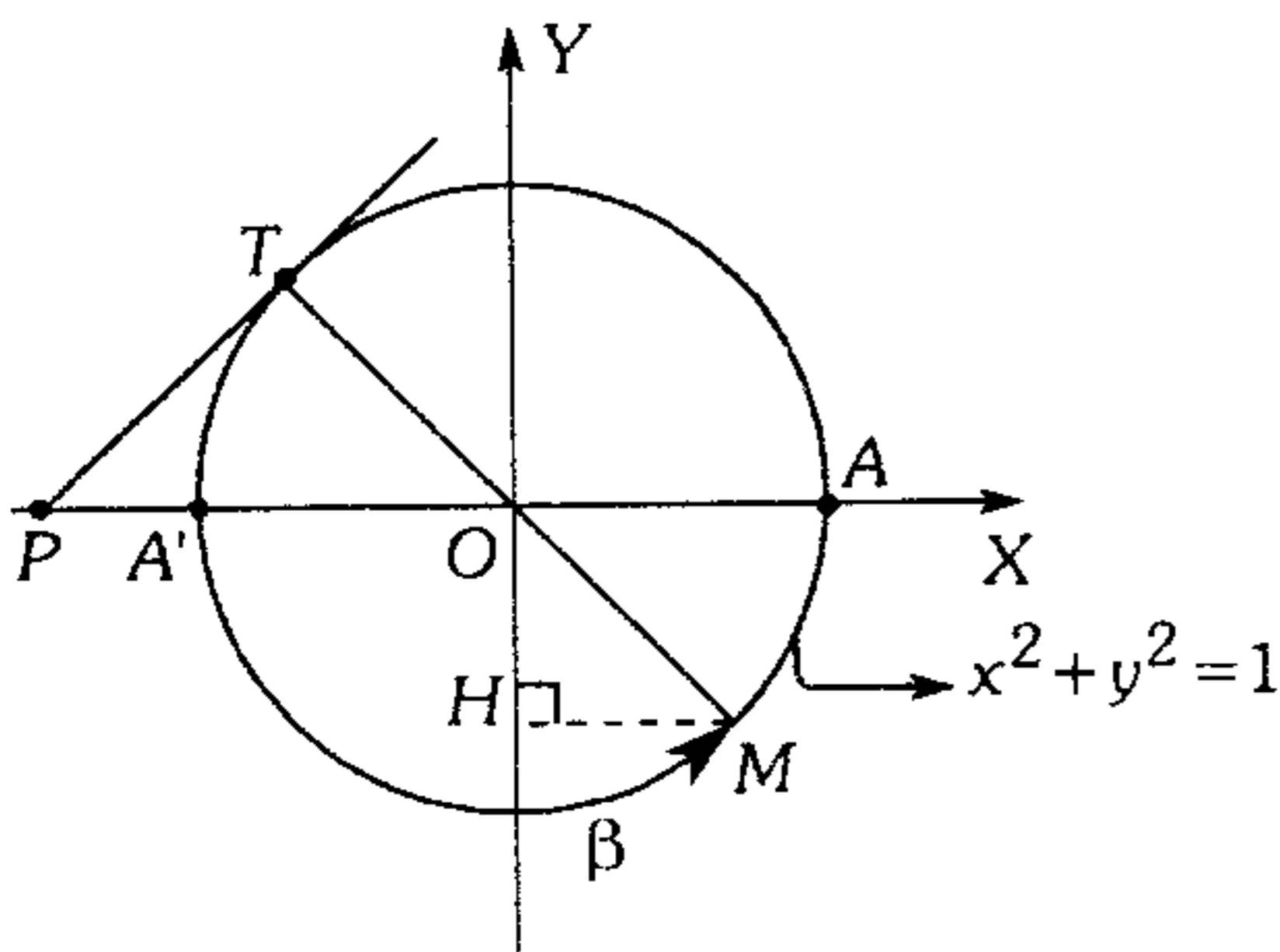
153. En la circunferencia trigonométrica, halle la distancia entre los puntos  $H$  y  $W$ .



- A)  $\text{sen}\left(\frac{\pi - 2\theta}{4}\right)$       B)  $\text{sen}\left(\frac{\pi + 2\theta}{4}\right)$   
 C)  $2\cos\left(\frac{\pi - 2\theta}{4}\right)$   
 D)  $2\text{sen}\left(\frac{\pi - 2\theta}{4}\right)$       E)  $2\text{sen}\left(\frac{\pi + 2\theta}{4}\right)$

154. Del gráfico adjunto, calcule  $\cos \beta$ .

Datos:  $PA' = HM$ ,  $AM = \beta$ ,  $T$  es punto de tangencia.



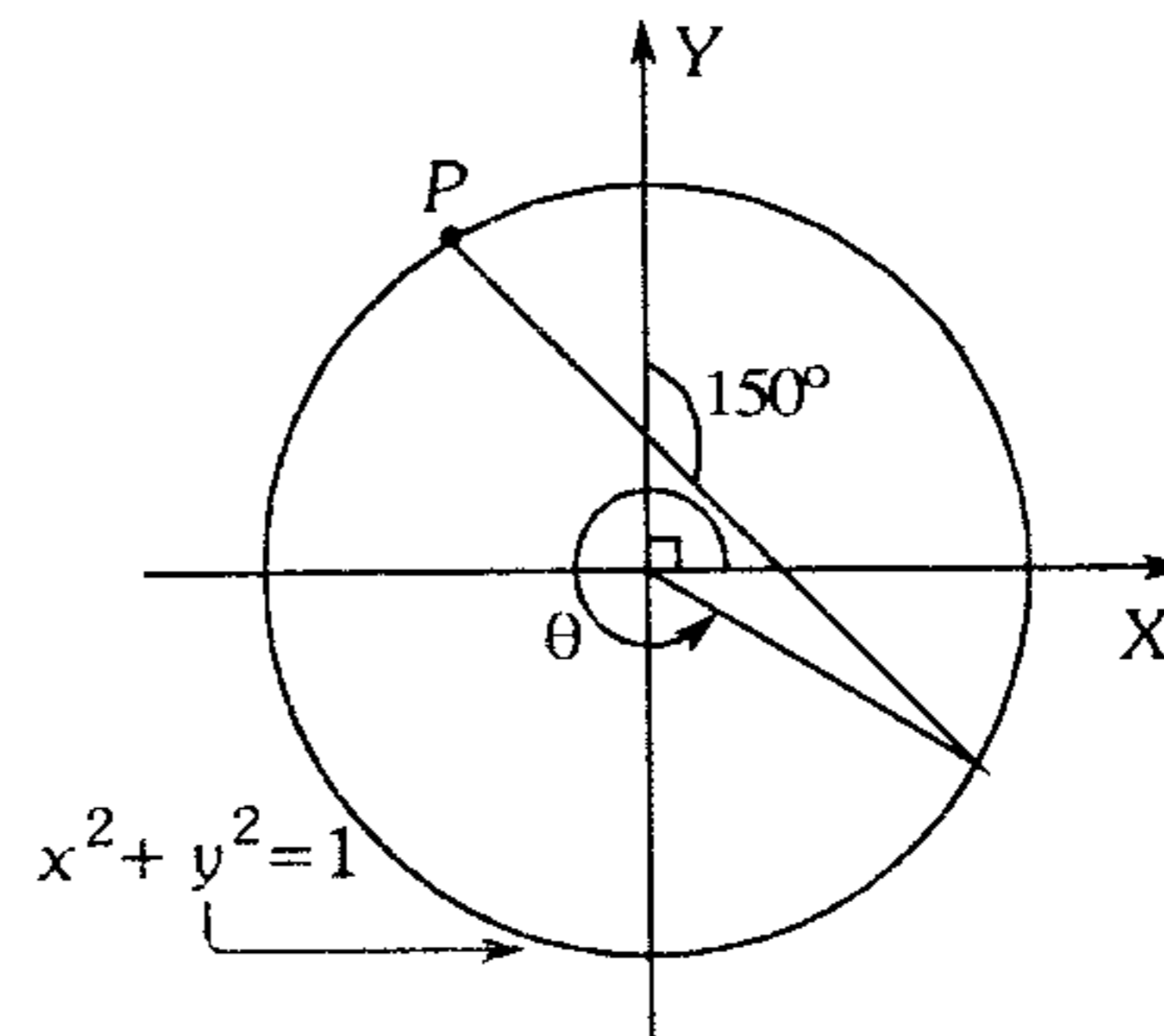
- A)  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{5} - 2}{2}$   
 C)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{3}$       E)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

155. En una circunferencia trigonométrica se ubica dos arcos positivos  $a$  y  $b$ , uno en el segundo cuadrante y otro en el tercer cuadrante respectivamente, se une los extremos de los dos arcos y el segmento trazado corta al eje de las abscisas en el punto  $(m; 0)$ . Halle  $m$  si  $(b > a)$ .

- A)  $\frac{\tan(a + b)}{(\text{sen } b - \text{sen } a)}$   
 B)  $\frac{\text{sen}(b - a)}{(\text{sen } b - \text{sen } a)}$   
 C)  $\frac{\text{sen}(b - a)}{(\text{sen } a - \text{sen } b)}$   
 D)  $\frac{\cos(a - b)}{(\cos b - \cos a)}$   
 E)  $\frac{\cos(a - b)}{(\cos a - \cos b)}$

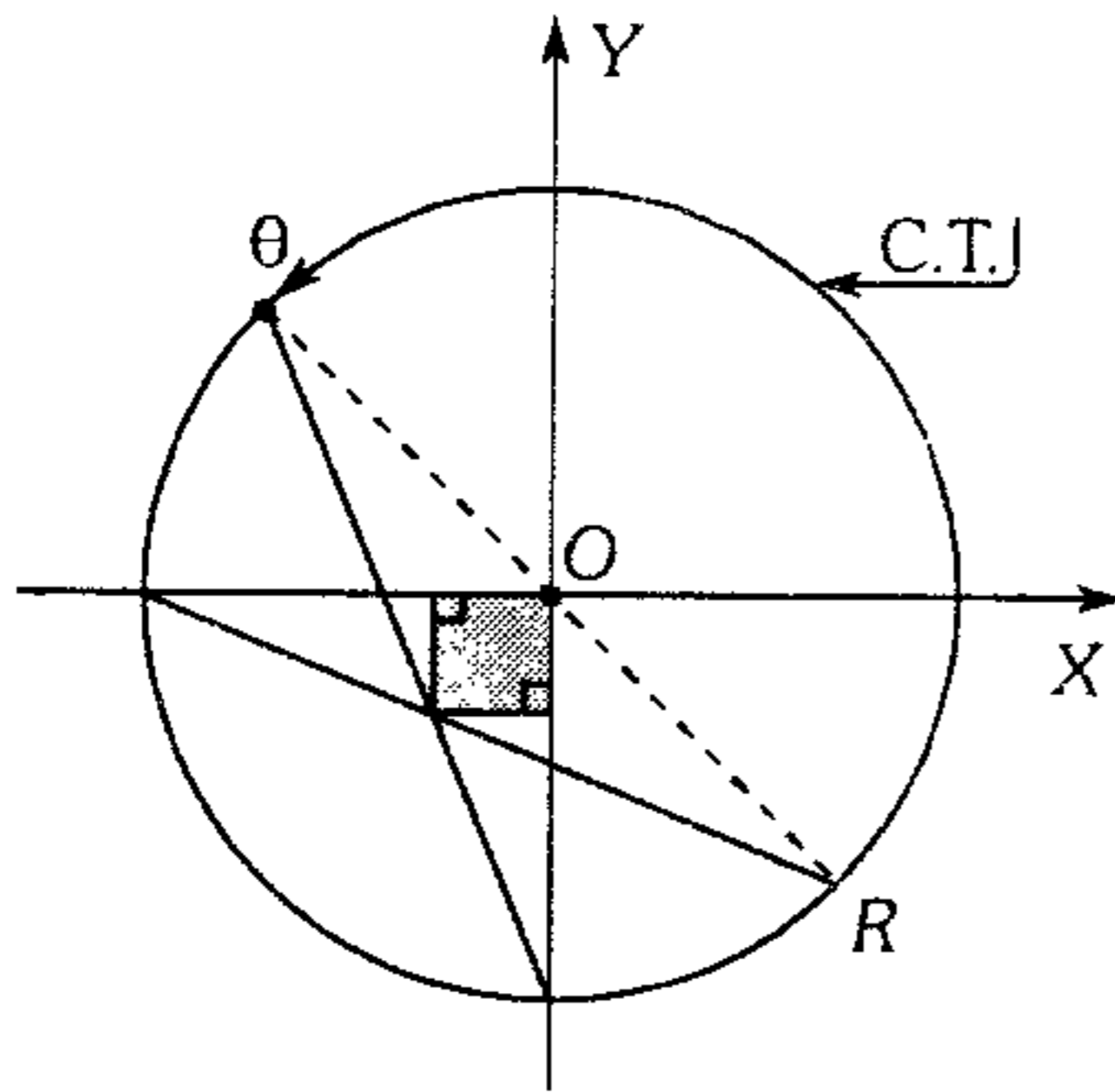
156. Si las coordenadas de  $P$  son  $(x; y)$ , halle

$$M = y + \sqrt{3}x.$$



- A)  $\text{sen } \theta + \cos \theta$   
 B)  $\text{sen } \theta + \sqrt{3} \cos \theta$   
 C)  $\text{sen } \theta - \sqrt{3} \cos \theta$   
 D)  $\sqrt{3} \text{sen } \theta + \cos \theta$   
 E)  $\sqrt{3} \text{sen } \theta - \cos \theta$

157. Determine el área de la región sombreada en términos de  $\theta$ .

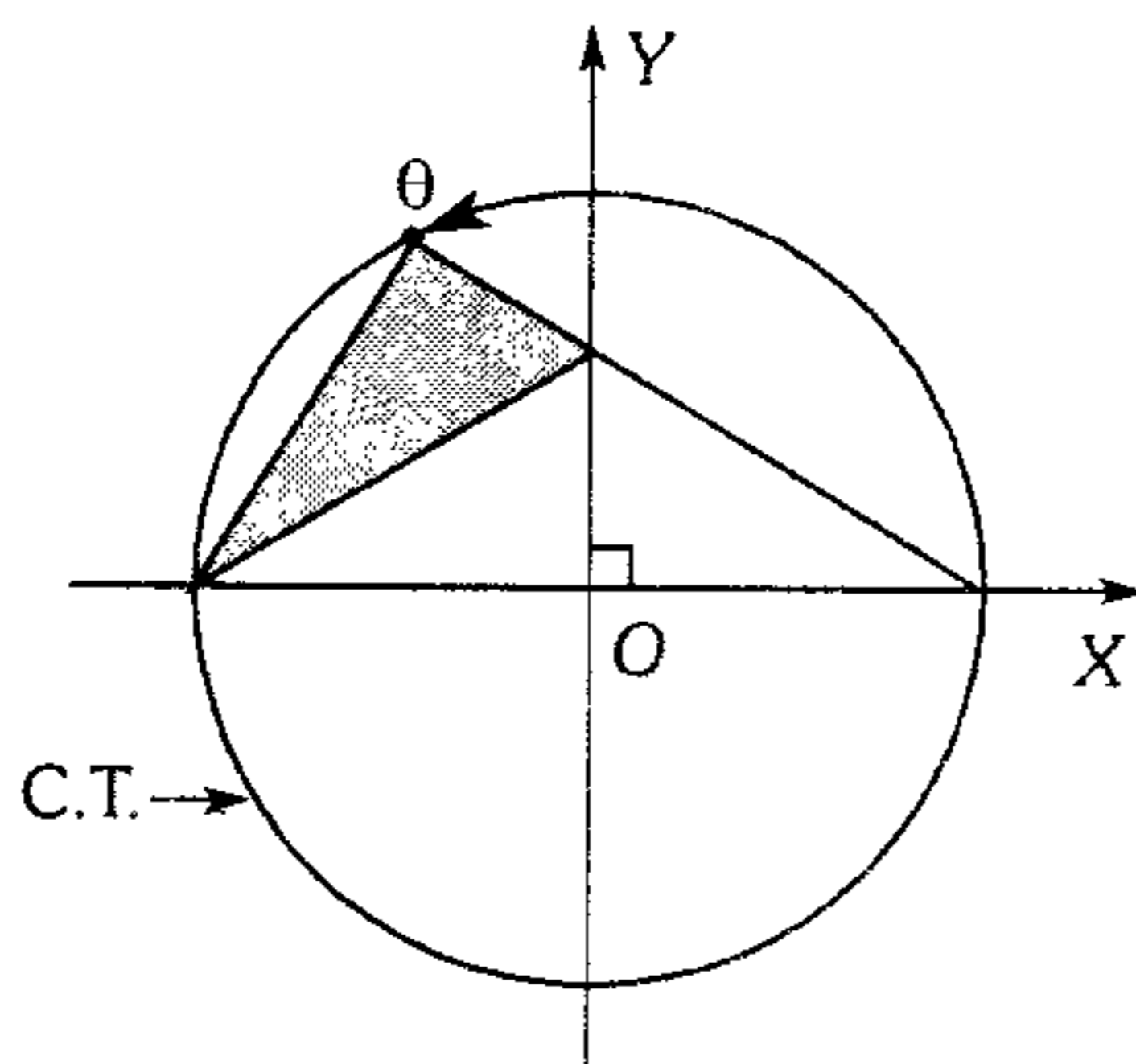


- A)  $(1 + \tan \theta - \cot \theta)^2$
- B)  $\frac{1}{2}(1 - \sin \theta - \cos \theta)^2$
- C)  $(1 + \sin \theta)(1 + \cos \theta)$
- D)  $\frac{1}{2}(1 + \sin \theta - \cos \theta)^2$
- E)  $\frac{1}{2}(1 - \sin \theta + \cos \theta)^2$

158. ¿Cuál de las alternativas tiene mayor valor?

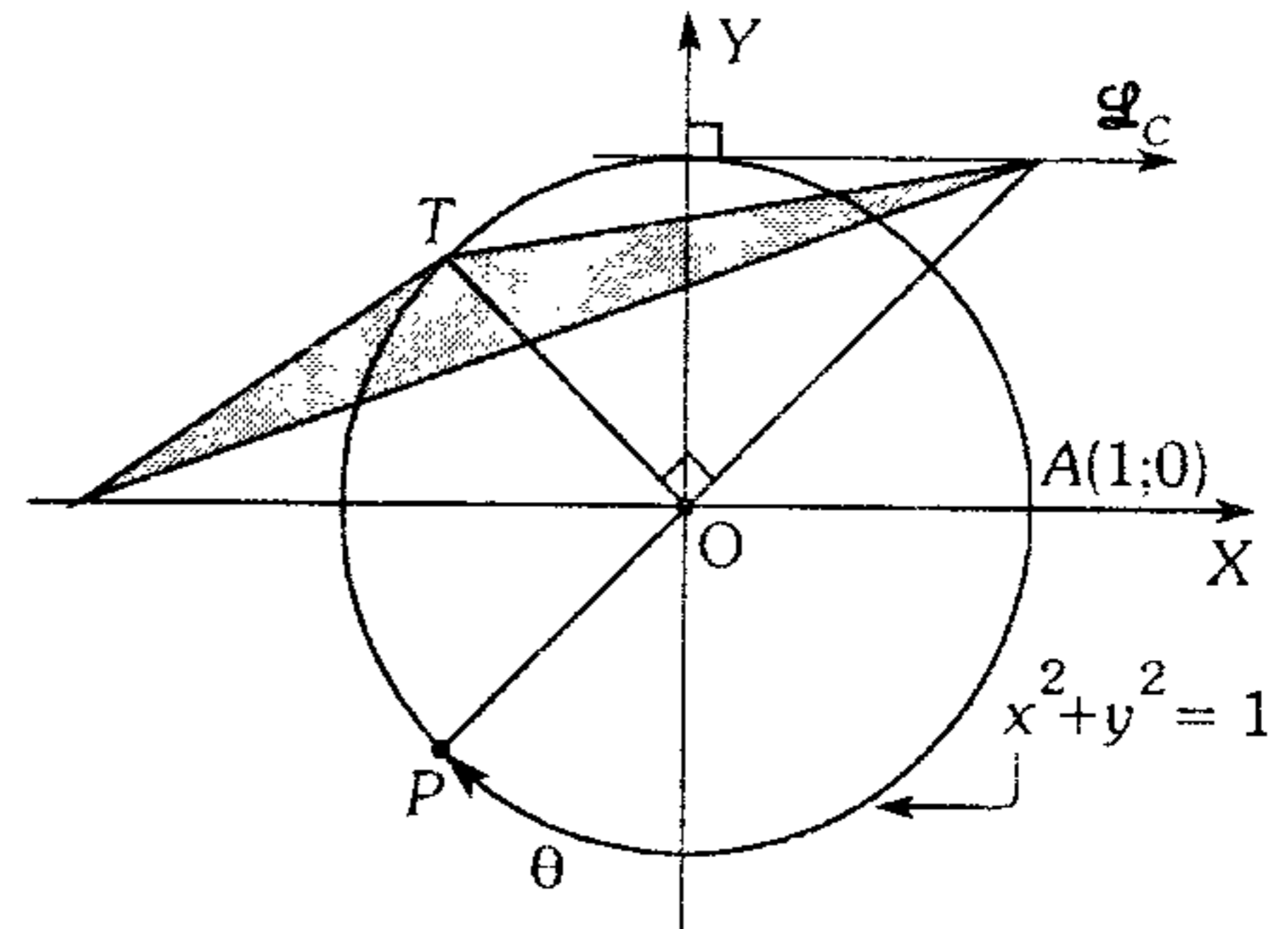
- A)  $\tan 1 - \tan 2$
- B)  $\tan 2 - \tan 3$
- C)  $\tan 3 - \tan 4$
- D)  $\tan 4 - \tan 6$
- E)  $\tan 5 - \tan 1$

159. De la figura, determine el área de la región sombreada en términos de  $\theta$ .



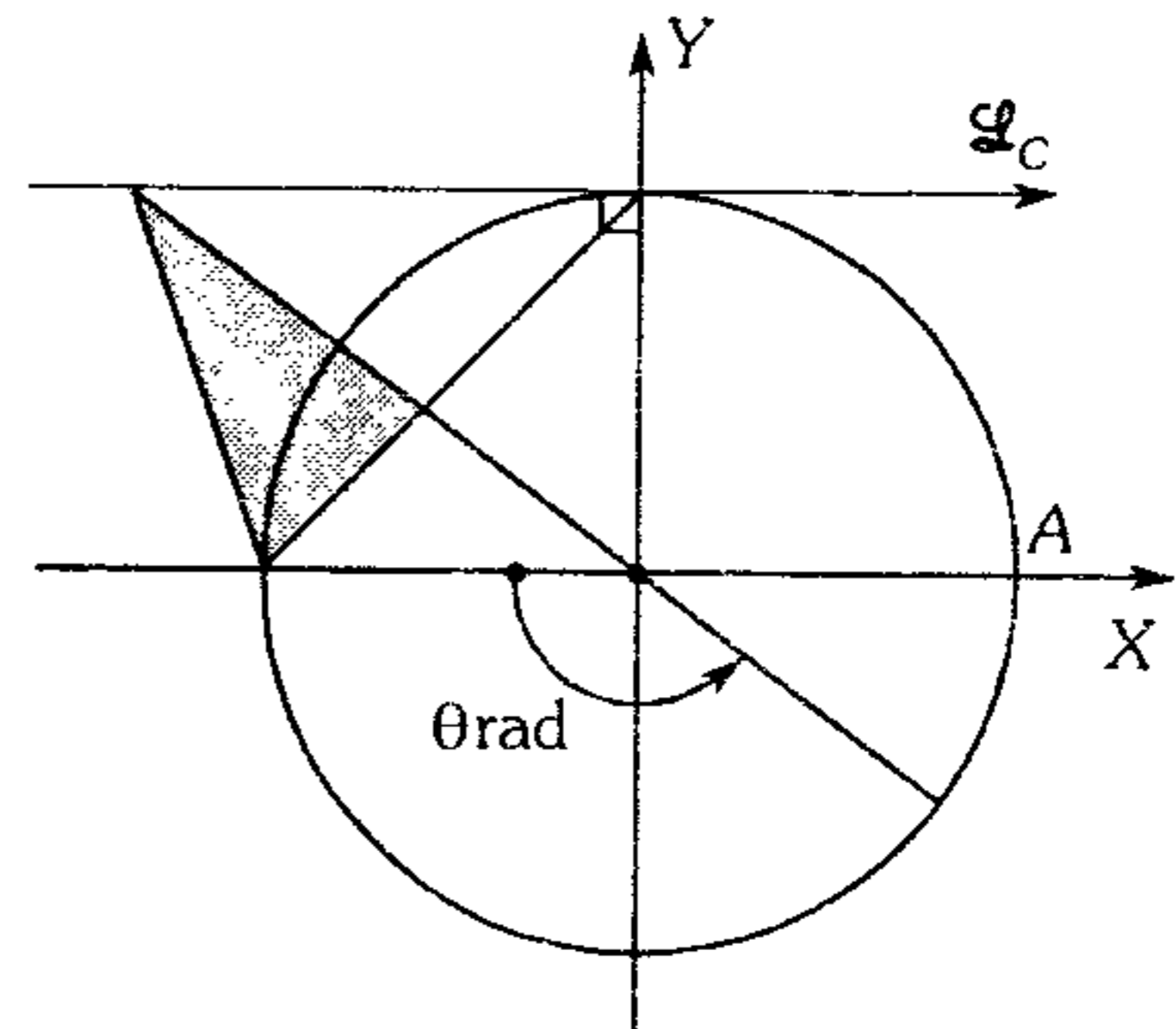
- A)  $2 \sin \theta \cot \frac{\theta}{2}$
- B)  $-\cos \theta \cot \frac{\theta}{2}$
- C)  $2 \cos 2\theta \cot \frac{\theta}{2}$
- D)  $-\cos 2\theta \cot \frac{\theta}{2}$
- E)  $-\sin 2\theta \tan \frac{\theta}{2}$

160. A partir del gráfico adjunto, halle el área de la región sombreada, si T es punto de tangencia.



- A)  $\frac{1}{2} \cot \theta$
- B)  $\cot \theta$
- C)  $\frac{1}{2} \tan \theta$
- D)  $\tan \theta$
- E)  $-\frac{1}{2} \sec \theta$

161. Calcule el área de la región sombreada, en el círculo trigonométrico mostrado.



- A)  $\frac{\cos \theta}{2(\cos \theta - \sin \theta)}$
- B)  $\frac{2 \cos \theta}{\cos \theta - 2 \sin \theta}$
- C)  $\frac{\sin \theta}{2(\sin \theta - \cos \theta)}$
- D)  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta + 2 \sin \theta}$
- E)  $\frac{-\cos \theta}{2 \sin \theta - \cos \theta}$

162. ¿Para qué valores de  $x$  sería posible la siguiente igualdad

$$(2 \cos \theta - 1)(\cos x - \operatorname{sen} x) = (\cos x + \operatorname{sen} x)$$

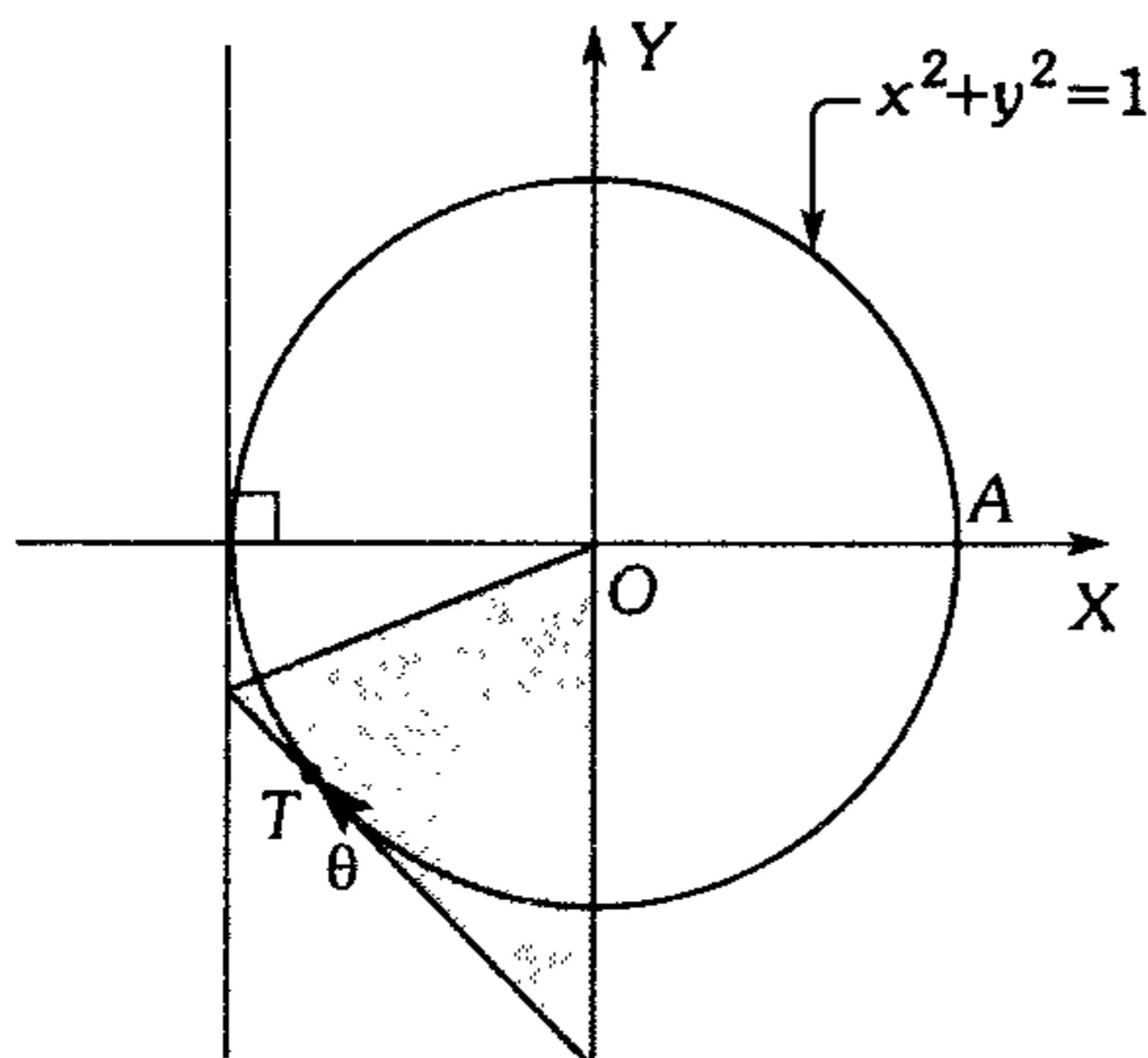
si además  $\theta \in \text{IVC}$ ?

- A)  $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$     B)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$     C)  $\left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$   
 D)  $\left\langle \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$     E)  $\left\langle \frac{3\pi}{4}; \frac{4\pi}{3} \right\rangle$

163. Halle la variación del área de la región

triangular sombreada si  $\theta \in \left\langle \frac{-5\pi}{6}; \frac{-3\pi}{4} \right\rangle$

( $T$ : punto de tangencia)



- A)  $\left\langle \frac{1}{2}; \sqrt{2} \right\rangle$     B)  $\left\langle \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{2} \right\rangle$     C)  $\langle \sqrt{2}; 1 \rangle$   
 D)  $\langle \sqrt{2}; 2 \rangle$     E)  $\left\langle \frac{\sqrt{2}}{2}; 1 \right\rangle$

164. Siendo  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

tal que  $x_1 \in \langle 0; x_2 \rangle$

$\theta_1 \in \text{IIC}; \theta_2 \in \text{IIIC}$

halle el intervalo de  $E = x_1 \operatorname{cov} \theta_1 - x_2 \operatorname{vers} \theta_2$

- A)  $\langle x_1; x_2 \rangle$     B)  $\langle 1; x_2; x_2 - x_1 \rangle$   
 C)  $\langle x_1 - x_2; -x_2 \rangle$   
 D)  $\langle x_1 + x_2; 2x_2 \rangle$     E)  $\langle x_1 - 2x_2; -x_2 \rangle$

165. ¿Qué alternativa es correcta a partir de la siguiente expresión?

$$\sec(\cos x) + \tan\left(\frac{\lfloor \operatorname{sen} x \rfloor}{2}\right)$$

- A) Su máximo valor es 2.  
 B) Es siempre positiva.  
 C) Es siempre negativa.  
 D) No tiene valor real para todo valor de  $x$ .  
 E) Los valores de la expresión son sólo números enteros.

166. De las siguientes proposiciones ¿cuántas son falsas?

I. Si  $x_1 < x_2 \Rightarrow \cos x_1 > \cos x_2$ ;  
 $\forall x_1; x_2 \in \mathbb{R}$

II. Si  $x_1 < x_2 \Rightarrow \tan x_1 > \tan x_2$ ;  
 $\forall x_1; x_2 \in \operatorname{Dom}(\tan x)$

III. Si  $x \in \left\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle - \{0\}$ ;  
 $|\cos \pi x - 1| = \cos \pi x - 1$

IV. Si  $x \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \Rightarrow |\cot x - x| = \cot x - x$

- A) 1  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4  
 E) Ninguna es falsa

167. Sean  $x$  e  $y$  dos ángulos que pertenecen al cuarto cuadrante que cumple  $\theta = \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} y$ .

Señale la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

- I.  $\theta$  puede ser cuadrantal  
 II.  $\theta$  pertenece sólo al IVC  
 III.  $-\theta$  pertenece al IIIC

- A) VFV    B) FVF    C) VVF  
 D) VFF    E) VVV

168. A partir de las siguientes condiciones

$$\operatorname{sen} x > \tan x \dots(1)$$

$$\frac{\pi}{2} < -x < \frac{3\pi}{2} \dots(2)$$

halle los valores de la siguiente expresión  $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x$ .

- A)  $[0;2]$     B)  $[-1;1]$     C)  $\langle 0;2 \rangle$   
 D)  $\langle 0;1 \rangle$     E)  $\langle -1;2 \rangle$

169. Sabiendo que  $\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{8}{3}$  obtenga los valores

del arco  $\theta$  si se sabe además que

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{2x-3}{x+2}$$

Señale un posible intervalo.

- A)  $\left[-\frac{\pi}{6}; 0\right]$     B)  $\left[\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{3}\right]$     C)  $\left\langle \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{3} \right\rangle$   
 D)  $\left\langle -\frac{\pi}{6}; \pi \right\rangle$     E)  $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

170. Halle los posibles valores de  $n$ , los cuales verifiquen las siguientes condiciones:

$$\left\lfloor \frac{1}{\operatorname{csc} x} \right\rfloor \in \left\langle -\frac{1}{3}; \log 9 \right\rangle \dots(1)$$

$$\sqrt{2n-3-\operatorname{cos} \frac{x}{2}} \geq -\sqrt{\sqrt{3} \operatorname{cos} \frac{x}{2} + 3 - 2n} \dots(2)$$

- A)  $\langle 1;2 \rangle - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$   
 B)  $[1;2] - \left\{ \pm \frac{\sqrt{2}}{4} \right\}$   
 C)  $\langle 1;2 \rangle - \left\{ \frac{6 \pm \sqrt{2}}{4} \right\}$   
 D)  $\langle 1;2 \rangle - \left\{ \frac{3}{2}; \frac{6 \pm \sqrt{2}}{4} \right\}$   
 E)  $[1;2] - \left\{ \frac{6 \pm \sqrt{2}}{4} \right\}$

171. Dado el intervalo  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$

obtenga la variación del arco  $\phi$  sabiendo que

$$\operatorname{sec} \phi \text{ es positivo, } 4 \operatorname{sen}^2 \left( \theta + \frac{\pi}{6} \right) = 1 + \operatorname{sec} \phi .$$

- A)  $\left[ 0; \frac{\pi}{3} \right]$     B)  $\left[ -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right]$   
 C)  $\left[ -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$   
 D)  $\left[ -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right]$     E)  $\left[ -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right]$

172. Siendo  $\alpha$  un arco perteneciente al tercer cuadrante, halle los valores de la siguiente expresión:

$$A = \frac{2 - 4 \operatorname{cos} \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos} \alpha + \tan 105^\circ}$$

- A)  $\langle -2; \sqrt{3} \rangle$     B)  $\langle \sqrt{3}-3; \sqrt{3}-2 \rangle$   
 C)  $\langle -1; \sqrt{3}-1 \rangle$   
 D)  $[\sqrt{3}-3; \sqrt{3}+2]$     E)  $\langle 0; 2-\sqrt{3} \rangle$

173. Calcule el menor valor de  $k$ , el cual debe verificar la siguiente desigualdad

$$k \geq \operatorname{sen}^2(\operatorname{cos} \alpha) - 2 \operatorname{cos}(\operatorname{cos} \alpha); \alpha \in \mathbb{R}_0^+$$

- A)  $-1$     B)  $-2$   
 C)  $\operatorname{sen}^2 1 - 2 \operatorname{cos} 1$   
 D)  $\operatorname{cos}^2 1 - 2 \operatorname{cos} 1$     E)  $\operatorname{sen}^2 1 + 2 \operatorname{cos} 1$

174. Si se verifica la siguiente condición:

$$\tan^3 \alpha < 9 \tan \alpha$$

halle el valor de  $\operatorname{sec} \alpha \operatorname{csc} \alpha$  si  $\tan \alpha$  toma su máximo valor entero negativo.

- A)  $-\frac{17}{4}$     B)  $-3$     C)  $-2$   
 D)  $-4$     E)  $-\frac{1}{2}$

175. A partir de la siguiente igualdad, halle  $\alpha$  si  $\tan \alpha$  es un número real.

$$\tan \alpha = \underbrace{[\operatorname{sen} x]}_{2004 \text{ veces}}$$

- A)  $\emptyset$
- B)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$
- C)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$
- D)  $k\pi - \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$
- E)  $\mathbb{R}$

176. Si  $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ , además  $\cos \theta = -0,3$  y

$$\theta \leq x \leq \frac{4\pi}{3}, \text{ calcule el mayor valor de } A \text{ y}$$

menor valor de  $B$  si

$$A \leq \cos^2 x - 2 \cos x - 4 \leq B$$

- A)  $-1,69$  y  $-1$
- B)  $-2,24$  y  $1$
- C)  $-3,31$  y  $-1$
- D)  $-3,31$  y  $1$
- E)  $-5$  y  $-1$

177. Si  $x \in \left((8k+1)\frac{\pi}{4}; (8k+3)\frac{\pi}{4}\right); k \in \mathbb{Z}$

$$\text{además } \operatorname{csc}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \operatorname{csc}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{a\sqrt{2} + 2}{2}$$

la variación de  $a$  es

- A)  $[\sqrt{2}; +\infty)$
- B)  $[\sqrt{2} + 2; +\infty)$
- C)  $[-\infty; 2 - \sqrt{2})$
- D)  $[2 - \sqrt{2}; +\infty)$
- E)  $[-\infty; \sqrt{2} - 2)$

178. Indique la verdad o falsedad en las siguientes proposiciones.

I. Si  $\frac{3\pi}{8} < x < \frac{\pi}{2} \rightarrow -1 < \cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

II. Si  $\frac{3\pi}{2} \leq x < \frac{5\pi}{2} \rightarrow 0 \leq \operatorname{sen} \frac{x}{3} < \frac{1}{2}$

III. Si  $\frac{5\pi}{4} < x \leq \frac{3\pi}{2} \rightarrow 0 \leq \cot x < 1$

IV. Si  $\cos \frac{5\pi}{7} + 1 < \operatorname{sen} \frac{15\pi}{7}$

- A) FFFF
- B) FFVV
- C) FVVF
- D) FVVV
- E) VFFV

179. Halle los valores de  $\theta$ , positivos y menores de una vuelta, para que se cumpla:

$$\cos \theta = \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\cos^4 \beta - 2 \cos^2 \beta + 2}$$

A)  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right]$

B)  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}\right]$

C)  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right]$

D)  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}\right]$

E)  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}\right]$

180. Determine el máximo valor de  $k$  si se verifica

$$k \leq \sqrt{\frac{2 \cot^2 \alpha - 1}{\cot \alpha + 1}}$$

$$\text{si } \alpha \in \left(-3\pi; -\frac{5\pi}{2}\right)$$

- A)  $\sqrt{3}$
- B)  $\sqrt{6}$
- C)  $\sqrt[4]{3}$
- D)  $\sqrt[4]{2}$
- E)  $\sqrt[4]{6}$

181. Sabiendo que  $\frac{\pi}{6} \leq |x| < \frac{\pi}{3}$ , calcule los valores

de  $y = \sqrt{3} \left| \tan \left( x + \frac{\pi}{6} \right) \right|$ .

- A)  $\langle 1; \infty \rangle$
- B)  $[1; +\infty \rangle$
- C)  $\left[ 0; \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \cup [3; \infty \rangle$
- D)  $[0; \sqrt{3}) \cup [3; +\infty \rangle$
- E)  $[0; 1) \cup [3; +\infty \rangle$

182. Si  $\frac{7\pi}{2} < x < 4\pi$  halle los valores que asume

$H$  si  $H = \frac{4\text{sen}x - 1}{\text{sen}x + 2}$ .

- A)  $\mathbb{R} - [-5; 4]$
- B)  $\mathbb{R} - \langle -5; 4 \rangle$
- C)  $\langle -\infty; -5 \rangle$
- D)  $x^2 + y^2 = 1$
- E)  $\mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$

183. Se tiene 2 números reales  $x_1$  y  $x_2$  en el recorrido

$\frac{-3\pi}{2} < x_1 < x_2 < -\pi$ , luego ¿cuáles son

proposiciones verdaderas?

- I.  $\cos x_2 < \cos x_1$
- II.  $\text{sen } x_1 < \text{sen } x_2$
- III.  $\text{sen}(-x_1) < \text{sen}(x_2)$

- A) I, II
- B) I, III
- C) II, I, III
- D) III, II
- E) Todas son falsas

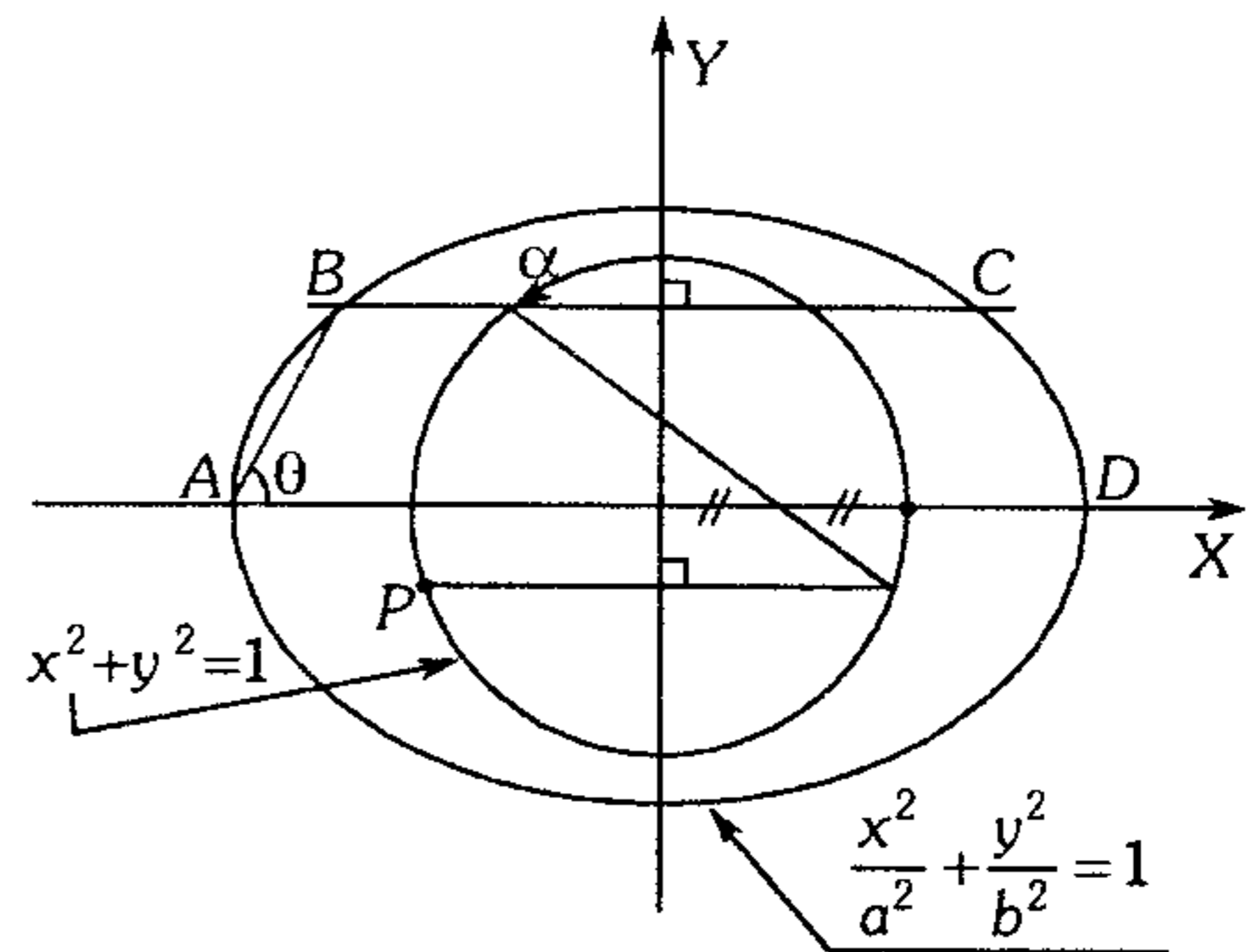
184. Siendo  $x$  un número real positivo, mayor que dos vueltas pero menor que tres vueltas, perteneciente al cuarto cuadrante, donde se verifica  $\tan x = \tan(227\pi/450)$ ; luego  $x$  vale aproximadamente

- A)  $991\pi/180$
- B)  $2991\pi/180$
- C)  $2475\pi/450$
- D)  $2477\pi/450$
- E)  $2479\pi/450$

185. En la figura adjunta calcule

$$P = \left( \frac{2\sqrt{1-n^2}-1}{n} \right) \left( \frac{2ab^2 \cos \theta}{b^2 \cos^2 \theta + a^2} \right)$$

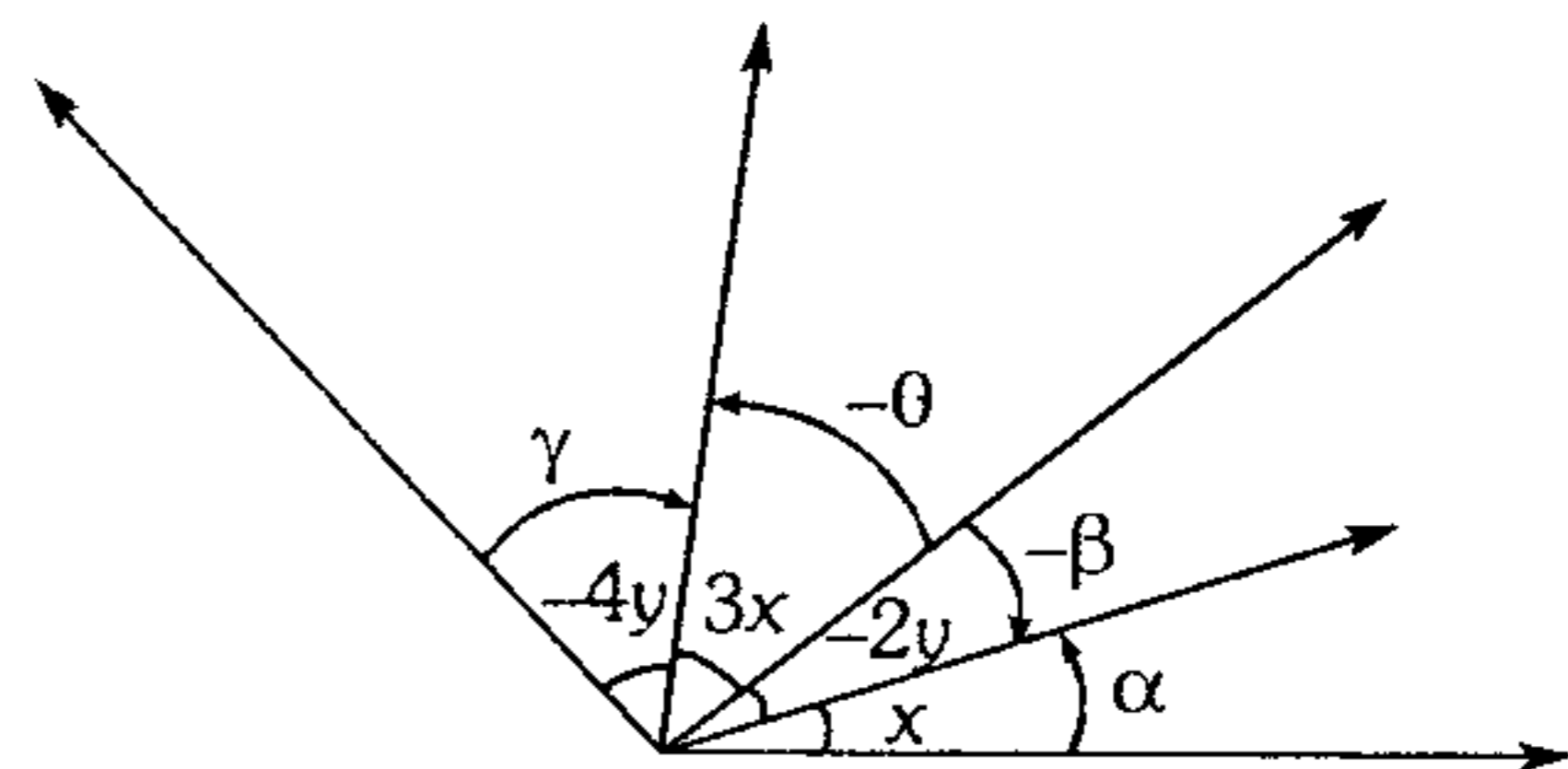
en términos de  $\alpha$ , sabiendo que la ordenada de  $P$  es  $n$ .



- A)  $1 - \cos \alpha$
- B)  $1 + 2\cos \alpha$
- C)  $1 - 2\cos \alpha$
- D)  $1 - 2\text{sen} \alpha$
- E)  $2\cos \alpha - 1$

186. En el siguiente gráfico, calcule el mínimo valor

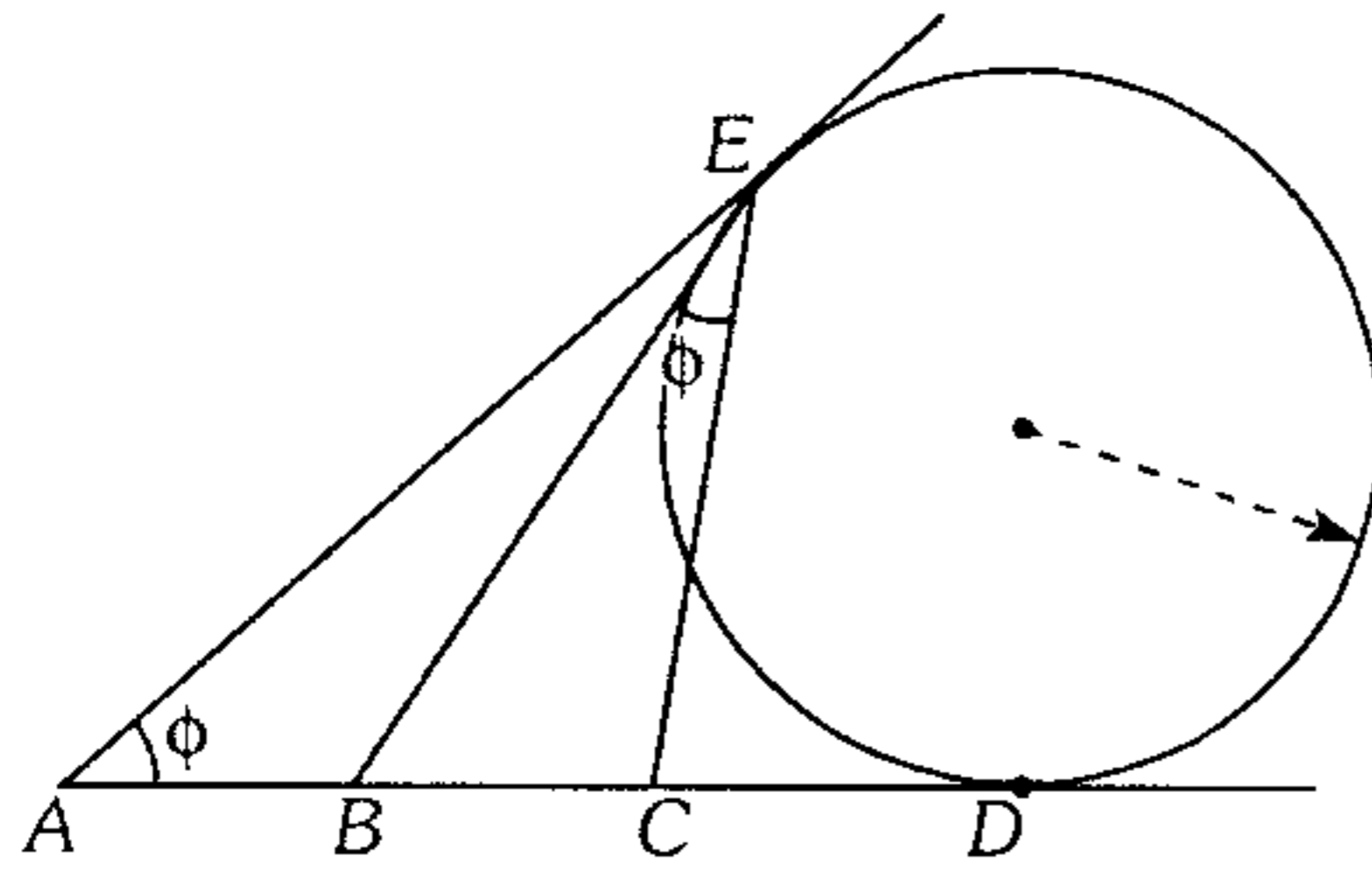
de  $N$  si  $N = \frac{3\beta}{\alpha} + \frac{8\theta}{\gamma}$



- A) -10
- B) +12
- C) -14
- D) 16
- E) 4



187. Siendo  $E$  y  $D$  puntos de tangencia; además  $B$  y  $C$  trisecan a  $AD$ , entonces  $99 \cos \phi - 36 \cos^2 \phi$  es



- A)  $\frac{1}{12}$       B)  $\frac{121}{12}$       C)  $\frac{121}{2}$   
 D)  $\frac{11}{12}$       E)  $\frac{1}{5}$

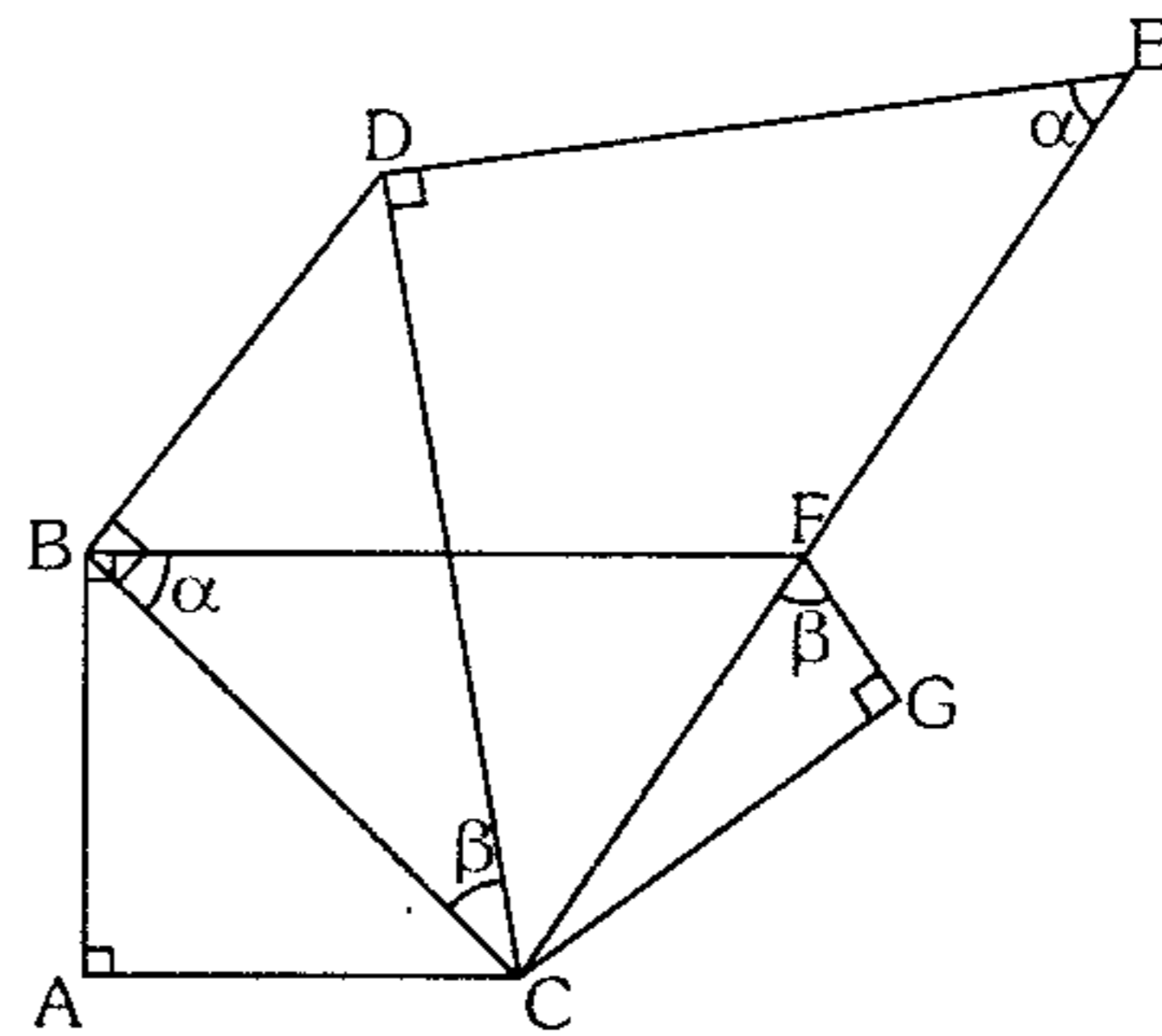
188. Halle el conjunto de valores de  $H = \sec[\sec(\sin \alpha)] + \csc[\sec(\sin \alpha)]$

- A)  $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [4\sqrt{2}; +\infty)$   
 B)  $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$   
 C)  $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$   
 D)  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$   
 E)  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

189. Dos alumnos dibujan circunferencias trigonométricas en dos sistemas de coordenadas diferentes. Para el primer alumno **A** la unidad adoptada mide 3 cm y para el alumno **B** mide 4 cm. Si ambos ubican un arco en posición normal  $\theta$  en el IVC y con los módulos de  $\tan \theta$  y  $\sec \theta$  en **A** y **B** se toman como cateto e hipotenusa de un triángulo rectángulo respectivamente, entonces la longitud del otro lado en centímetros es

- A)  $\sqrt{3 + \tan^2 \theta}$       B)  $\sqrt{4 - 3 \tan^2 \theta}$   
 C)  $\sqrt{1 - \tan^2 \theta}$   
 D)  $\sqrt{2 - \tan^2 \theta}$       E)  $\sqrt{3 - \tan^2 \theta}$

190. Halle el mínimo valor que asume la siguiente suma de segmentos  $\overline{AC} + \overline{FG} + \overline{CE}$ , si  $\overline{BC} = 1$  u.



- A) 2 u      B)  $\frac{5}{2}$  u      C) 4 u  
 D)  $\frac{7}{2}$  u      E) 3 u

### Identidades Trigonométricas Fundamentales

191. Evalúe  $\theta = 22^\circ 30'$  en la siguiente expresión

$$\frac{(1 + \sin \theta + \cos \theta)^8 (1 - \sin \theta - \cos \theta)^8}{64(1 - 2 \cos^4 \theta - 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + 4 \sin^4 \theta \cos^4 \theta + 4 \sin^2 \theta \cos^6 \theta + \cos^8 \theta)}$$

- A)  $6 + 4\sqrt{2}$       B)  $17 + 12\sqrt{2}$   
 C)  $68 + 48\sqrt{2}$   
 D)  $60 + 40\sqrt{2}$       E)  $16 + 48\sqrt{2}$

192. Sabiendo que

$$f = \frac{(\csc^2 x + \cot^2 x)(\csc^4 x + \cot^4 x) \dots (\csc^{2^n} x + \cot^{2^n} x)}{(\sec^2 x + \tan^2 x)(\sec^4 x + \tan^4 x) \dots (\sec^{2^n} x + \tan^{2^n} x)}$$

$$d = \frac{\sec^{2^{n+2}} x \tan^2 x - \tan^{2^{n+3}} x - \tan^{2^{n+2}} x}{\csc^{2^{n+2}} x \cot^2 x - \cot^{2^{n+3}} x - \cot^{2^{n+2}} x}$$

Calcule  $\sqrt[3]{fd} - \sec^2 x + 3$

- A) -1      B) 1      C) 2  
 D) 3      E) 4

193. Dados

$$A = \frac{n \operatorname{sen}^3 \theta - m \operatorname{cos}^3 \theta + 3m \operatorname{cos} \theta + 2n \operatorname{sen} \theta}{m \operatorname{cos} \theta + n \operatorname{sen} \theta}$$

$$B = \frac{n \operatorname{cos}^3 \theta - m \operatorname{sen}^3 \theta + 3m \operatorname{sen} \theta + 2n \operatorname{cos} \theta}{m \operatorname{sen} \theta + n \operatorname{cos} \theta}$$

halle el valor de  $E=A+B$ .

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

194. Simplifique

$$E = \sqrt{(1 - \operatorname{cos} x \operatorname{cos} y)^2 - \operatorname{sen}^2 x \cdot \operatorname{sen}^2 y}$$

si  $x \in \left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ ;  $y \in \left\langle 0; \frac{\pi}{4} \right\rangle$ .

- A)  $\operatorname{cos} x - \operatorname{cos} y$   
B)  $\operatorname{cos} x + \operatorname{cos} y$   
C)  $-(\operatorname{cos} x + \operatorname{cos} y)$   
D)  $\operatorname{cos} y - \operatorname{cos} x$   
E)  $\operatorname{cos} x \operatorname{cos} y$

195. La expresión  $y = 1 + \frac{2 - 2 \operatorname{cos} \theta}{\operatorname{sen} \theta + \operatorname{cos} \theta - 1}$  es equivalente a

- A)  $\operatorname{cos} \theta + \operatorname{cot} \theta$                       B)  $\operatorname{sec} \theta - \tan \theta$   
C)  $\operatorname{sec} \theta + \tan \theta$   
D)  $\operatorname{csc} \theta - \operatorname{cot} \theta$                       E)  $\operatorname{sec} \theta + \operatorname{csc} \theta$

196. Evalúe en  $c$  el valor de  $\theta = 7^\circ 30'$  sabiendo que

$$a = \frac{\operatorname{sen}^8 \theta + \operatorname{cos}^8 \theta}{1 - (2 + \sqrt{2}) \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{cos}^2 \theta} - \sqrt{2} \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{cos}^2 \theta$$

$$b = \frac{\operatorname{sen}^4 \theta + \operatorname{cos}^4 \theta}{\sqrt{2} - 2 \operatorname{sen} \theta \operatorname{cos} \theta} - \frac{\operatorname{sen}^6 \theta + \operatorname{cos}^6 \theta}{\sqrt{3} - 3 \operatorname{sen} \theta \operatorname{cos} \theta}$$

$$c = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 8a + 6b$$

- A) -1                      B) -3                      C) -4  
D) -5                      E) -6

197. Sea  $M = \sqrt{\tan x + \cot x + \sec^2 x + \operatorname{csc}^2 x} \wedge$

$N = \sqrt{\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x}$ . Si  $M, N \in \mathbf{R}$ , entonces se puede decir que

A)  $x \in \left\langle \frac{9\pi}{2}; \frac{19\pi}{4} \right\rangle$

B)  $x \in \left\langle \pi; \frac{7\pi}{4} \right\rangle$

C)  $x \in \left[ \frac{15\pi}{4}; 4\pi \right)$

D) A y C son ciertas

E) Ninguna de las anteriores son ciertas

198. Si la expresión  $\frac{\operatorname{sen}^4 x + m \operatorname{sen}^2 x + p}{\operatorname{cos}^4 x + m \operatorname{cos}^2 x + p}$  es

idéntica a  $\frac{\operatorname{cot}^2 x (\operatorname{sen}^2 x + \tan^2 x + \sec^2 x)}{\operatorname{cos}^2 x + \operatorname{cot}^2 x + \operatorname{csc}^2 x}$ .

calcule  $\left( \frac{m+p}{m-p} \right)$ .

- A) 1                      B) 3                      C) 3,2  
D) 2                      E) -3

199. Si  $\theta \in \left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$  calcule el mínimo valor de la siguiente expresión

$$N = \frac{2 + \operatorname{cot}^2 \theta}{\operatorname{sec} \theta \operatorname{csc} \theta - \operatorname{sen}^2 \theta \tan \theta}$$

- A) 1                      B)  $\sqrt[4]{2}$                       C)  $\sqrt[4]{7}$   
D) 2                      E) 7

200. Si  $x$  es un ángulo agudo y los números  $\frac{\operatorname{sen} x}{6}$ ;  $\operatorname{cot} x$ ;  $\tan x$  están en progresión geométrica, entonces  $x$  es igual a

- A)  $\frac{\pi}{6}$                       B)  $\frac{\pi}{2}$                       C)  $\frac{\pi}{4}$   
D)  $\frac{\pi}{3}$                       E)  $\frac{\pi}{5}$

201. Simplifique

$$N = \sqrt{\frac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x}} + \sqrt{\frac{1-\operatorname{sen} x}{1+\operatorname{sen} x}} + \sqrt{\frac{1+\operatorname{cos} x}{1-\operatorname{cos} x}} + \sqrt{\frac{1-\operatorname{cos} x}{1+\operatorname{cos} x}}$$

siendo  $\frac{7\pi}{6} < x < \frac{4\pi}{3}$

- A)  $2(\tan x + \cot x)$       B)  $2(\sec x - \csc x)$   
 C)  $-2(\sec x + \csc x)$   
 D)  $-\sec x \csc x$       E)  $4(\tan x + \cot x)$

202. El equivalente de

$$(2 \tan^6 x + 1)^3 + (\tan x + 1)^3 (\tan x - 1)^3 (\tan^4 x + \tan^2 x + 1)^3$$

- A)  $\tan^6 x \csc^6 x (\tan^2 x - \tan^4 x)$   
 B)  $9 \tan^6 x (\tan^6 x - \tan^3 x - 1)^2$   
 C)  $\tan^4 x (\csc x - \tan^2 x) (\tan^3 x - \cot x)$   
 D)  $\tan^8 x (\tan^2 x - \cot^2 x)$   
 E)  $9 \tan^6 x (\tan^{12} x + \tan^6 x + 1)$

203. Sabiendo que  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  ;  $\frac{3\pi}{2} < \phi < 2\pi$

simplifique

$$P = \sqrt{\frac{(1 - \cos \theta \cos \phi)^2 - (\cos \theta - \cos \phi)^2}{(1 - \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi)^2 - (\operatorname{sen} \theta - \operatorname{sen} \phi)^2}}$$

- A)  $\cot \theta \cot \phi$       B)  $\cos \theta \cos \phi$   
 C)  $\tan \theta \tan \phi$   
 D)  $\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi$       E)  $\sec \theta \sec \phi$

204. Indique el equivalente de

$$6(\sec^{10} x - \tan^{10} x) - 15(\sec^8 x + \tan^8 x) + 10(\sec^6 x - \tan^6 x)$$

- A)  $\sec^2 x$       B)  $\tan^2 x$   
 C)  $\operatorname{sen} x \tan x$   
 D) 1      E) 0

205. Sabiendo que

$$a = (\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{cos}^2 \alpha)(1 - 2 \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{cos}^2 \alpha)$$

$$b = 1 - 4 \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{cos}^2 \alpha + 2 \operatorname{sen}^4 \alpha \operatorname{cos}^4 \alpha$$

$$c = 1 - 8 \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{cos}^2 \alpha + 20 \operatorname{sen}^4 \alpha \operatorname{cos}^4 \alpha - 16 \operatorname{sen}^6 \alpha \operatorname{cos}^6 \alpha + 2 \operatorname{sen}^8 \alpha \operatorname{cos}^8 \alpha$$

evalúe  $d = \frac{2^{19}}{577}(abc)$ , si  $\alpha = 22^\circ 30'$ .

- A)  $-21\sqrt{2}$       B)  $20\sqrt{2}$       C)  $21\sqrt{2}$   
 D)  $51\sqrt{2}$       E)  $-51\sqrt{2}$

206. Si  $a \tan x + b \tan y = c$

halle el mínimo valor de  $a \sec x + b \sec y$

siendo  $x$  e  $y$  ángulos agudos,  $a$ ,  $b$  y  $c$  valores positivos.

- A)  $((a+b)^2 - c^2)^{\frac{1}{2}}$       B)  $((a+b)^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}$   
 C)  $((a+c)^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}$   
 D)  $((a+c)^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$       E)  $(c^2 - a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}$

207. Sabiendo que  $\frac{\tan \theta}{\sqrt[3]{a}} + \frac{\sqrt[3]{a}}{\tan \theta} = 2$

halle el equivalente de la siguiente expresión en términos de  $a$ .

$$F = \frac{\sqrt[6]{a^5}}{\operatorname{sen} x} + \frac{\sec x}{\sqrt[6]{a^5}}$$

- A)  $(a + a^{-1} + a^{5/3} + a^{-5/3})^2$   
 B)  $(a + a^{-1} - a^{5/3} - a^{-5/3})^{1/2}$   
 C)  $(a^2 + a^{-2} + a^{5/3} + a^{-5/3})^{1/3}$   
 D)  $(a + a^{-1} + a^{5/3} + a^{-5/3} + 2(a^{1/3} + a^{-1/3}))^{1/2}$   
 E)  $(a + a^{-1} + a^2 + a^{-2} + a^{1/3} + a^{-1/3})^{1/2}$

208. Sabiendo que  $a \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y + b \operatorname{cos} x \operatorname{cos} y = 0$  halle en términos de  $a$  y  $b$

$$P = \frac{a(\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^2 y) + b(\operatorname{cos}^2 x + \operatorname{cos}^2 y)}{(a \operatorname{sen}^2 x + b \operatorname{cos}^2 x)(a \operatorname{sen}^2 y + b \operatorname{cos}^2 y)}$$

- A)  $a+b$       B)  $a^{-1}+b^{-1}$       C)  $a^{-2}+b^{-2}$   
 D)  $a^2+b^2$       E)  $ab$

209. Si  $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5 \dots \alpha_{n-1} \in \mathbb{R} - k\pi$  y

$$\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6 \dots \alpha_{n-1} \in \mathbb{R} - (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

siendo  $k = \{\dots -1; 0; 1 \dots\}$ , además

$$(1 - \operatorname{cos} \alpha_1)(1 + \operatorname{sen} \alpha_2)(1 - \operatorname{cos} \alpha_3) \dots (1 + \operatorname{sen} \alpha_n) = \\ = \operatorname{sen} \alpha_1 \operatorname{cos} \alpha_2 \operatorname{sen} \alpha_3 \dots \operatorname{cos} \alpha_n$$

se pide reducir la siguiente expresión

$$F = (1 + \operatorname{cos} \alpha_1)(1 - \operatorname{sen} \alpha_2)(1 + \operatorname{cos} \alpha_3) \dots \\ \dots (1 - \operatorname{sen} \alpha_n) \operatorname{csc} \alpha_1 \operatorname{sec} \alpha_2 \operatorname{csc} \alpha_3 \dots \operatorname{csc} \alpha_{n-1}$$

- A)  $\operatorname{cos} \alpha_n$       B)  $\operatorname{sen} \alpha_n$       C)  $\operatorname{sen} \alpha_{n-1}$   
 D)  $\operatorname{cos} \alpha_{n-1}$       E)  $\operatorname{tan} \alpha_{n-1}$

210. Siendo  $a, b$  y  $c$  medidas de ángulos agudos,

$$\text{además } \left( \frac{\operatorname{cos} a - \operatorname{cos} c}{\operatorname{cos} b - \operatorname{cos} c} \right) \left( \frac{\operatorname{sen} b \times \operatorname{cot} a}{\operatorname{sen} a \times \operatorname{cot} b} \right) = 1$$

halle  $N = \operatorname{cot} a \operatorname{csc} b + \operatorname{cot} b \operatorname{csc} a$ .

- A)  $\operatorname{sen} c$       B)  $\operatorname{cos} c$       C)  $\operatorname{tan} c$   
 D)  $\operatorname{cot} c$       E)  $\operatorname{sec}$

211. Siendo  $\tan^2 x - 3 \tan x + 1 = 0$ ;  $x \in \left( \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right)$

calcule  $E = \operatorname{cos}^3 x - \operatorname{sen}^3 x$ .

- A)  $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$       B)  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$       C)  $-\frac{4\sqrt{3}}{9}$   
 D)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$       E)  $\frac{4}{3}$

212. Los arcos  $x_1, x_2, x_3$  verifican la ecuación  $a \operatorname{sen} x + b \operatorname{cos} x + c = 0$ .

Calcule  $\operatorname{sen}(x_1 - x_2) + \operatorname{sen}(x_2 - x_3) + \operatorname{sen}(x_3 - x_1)$

- A) 0      B)  $a+b+c$       C)  $a-b$   
 D)  $a-b+c$       E)  $a-c-b$

213. Se tiene un ángulo agudo  $\theta$  tal que

$$\operatorname{sen}^4 \alpha + \operatorname{cos}^4 \alpha + \frac{1}{4} = \operatorname{tan} \theta$$

$$\operatorname{sen}^6 \alpha + \operatorname{cos}^6 \alpha + \frac{3}{8} = \operatorname{cot} \theta ; \text{ luego el valor de}$$

$$\sum_{k=1}^n (k \operatorname{tan}^k \theta) \text{ es}$$

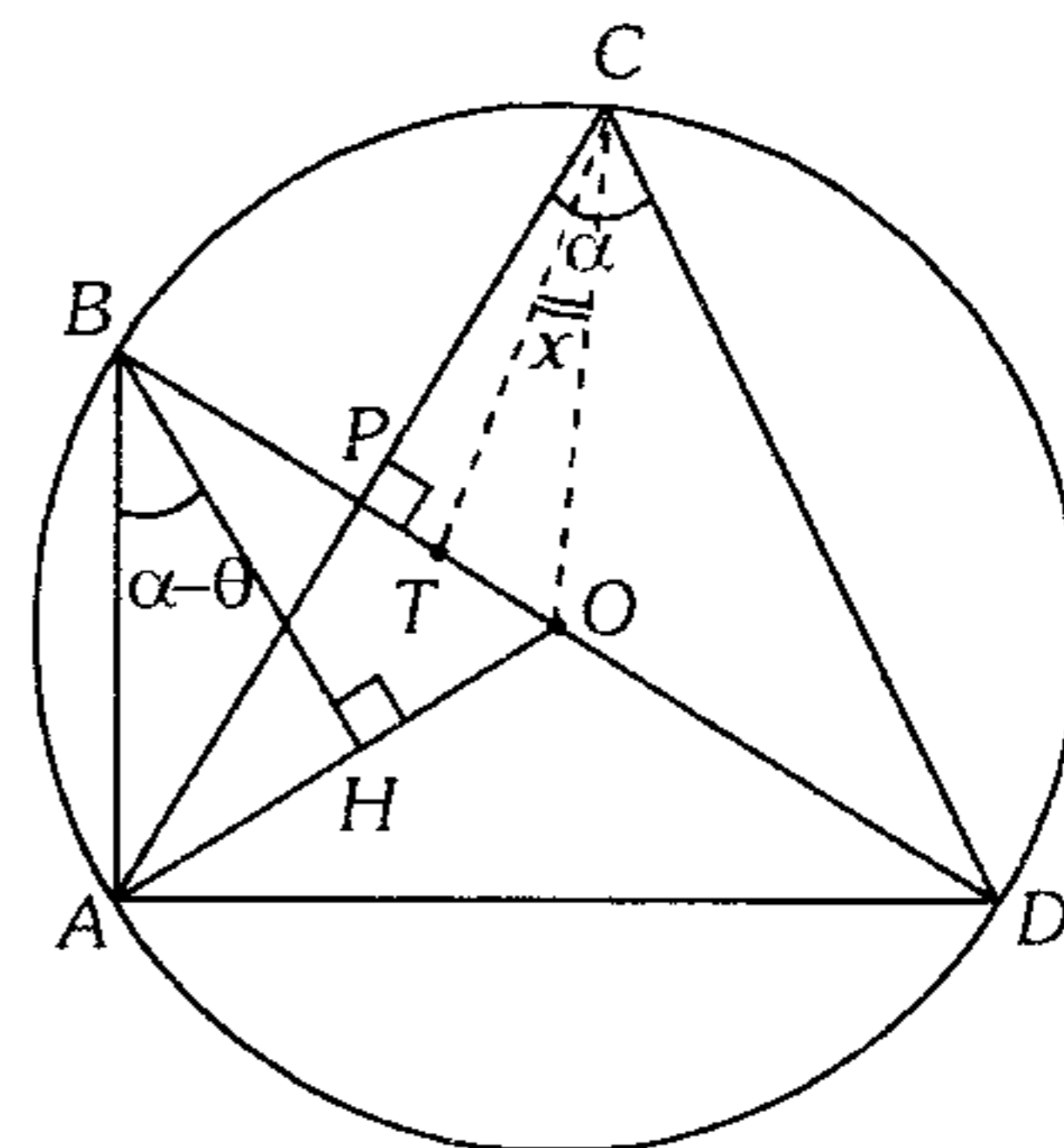
- A)  $\frac{n+1}{2}$       B)  $\frac{n}{2}$       C)  $\frac{n(n-1)}{2}$   
 D)  $\frac{2n(n+1)}{3}$       E)  $\frac{n(n+1)}{2}$

214. A partir de la siguiente figura calcule

$$N = \frac{\operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{cos}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{cos}^2 \theta + \operatorname{cos}^2 \theta + \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{tan} \theta (1 + \operatorname{cot} \theta + \operatorname{csc} \theta) (1 + \operatorname{cot} \theta - \operatorname{csc} \theta) \operatorname{cot}(\theta - \alpha)}$$

sabiendo que la suma de las distancias de  $T$  a los vértices del triángulo  $ACD$  es lo mayor posible, además  $AD=CD$ .

( $O$  es centro de la circunferencia)



- A)  $\sqrt{3}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$   
 D) 1      E)  $\frac{1}{4}$

215. Halle el mínimo valor de  $M = a \csc x - b \cot x$ , si

$$0 < b < a \text{ y } 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

- A)  $\sqrt{a^2 + b^2}$     B)  $\sqrt{a^2 - b^2}$     C)  $a^2 + b^2$   
 D)  $a^2 - b^2$     E)  $a + b$

216. Si

$$\sin \alpha (\sin^3 \alpha \cos \alpha + 1) = \frac{1}{3} \cos \alpha (\cos^3 \alpha \sin \alpha + 1)$$

calcule

$$M = \frac{\sin \alpha - \cos^7 \alpha + \cos^5 \alpha - \sin^3 \alpha}{\cos \alpha - \sin^7 \alpha + \sin^5 \alpha - \cos^3 \alpha}$$

- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 1/2    E) 1/3

217. A partir de las siguientes igualdades

$$\begin{cases} \cos x(1 - \cos x)(\tan x + \cot x) = q \left( \frac{\sin x}{1 - \cos x} \right)^{-1} \\ \csc x + \csc y = p \\ (\csc x - \cot x)(p + r - \csc y - \cot y) = q \end{cases}$$

halle el equivalente de la siguiente expresión en función de  $p$  y  $r$ .

$$F = \left( \frac{\cot y - \cot x}{\csc y \cot y - \csc x \cot x} \right)^{-1}$$

- A)  $2 \left( \frac{r^2}{p} + \frac{p}{r^2} \right)$     B)  $2 \left( \frac{p}{r} + \frac{r}{p} \right)$   
 C)  $2 \left( p - \frac{r^2}{p} \right)$   
 D)  $2 \left( p + \frac{p^2}{r} \right)$     E)  $\frac{1}{2} \left( p + \frac{r^2}{p} \right)$

218. Sabiendo que

$$A = \frac{\sin^4 x + \cos^4 y + 2 \cos^2 x \cos^2 y - 2 \cos^2 y - 3}{\sin^2 x - \cos^2 y - \sqrt{2}}$$

calcule  $(A+B)^2$ .

- A)  $1 + \sqrt{3}$     B)  $2 + 2\sqrt{3}$     C)  $7 + 4\sqrt{3}$   
 D)  $4 + 2\sqrt{3}$     E)  $5 + 4\sqrt{3}$

219. Sabiendo que

$$\sec \alpha + \sec \theta = a \quad \dots \quad (1)$$

$$\tan \alpha + \tan \theta = b \quad \dots \quad (2)$$

$$(\sec \alpha - \tan \alpha)(\sec \theta - \tan \theta) = c \quad \dots \quad (3)$$

elimine  $\alpha$  y  $\theta$ .

- A)  $\frac{a-b}{a+b} = c^2$     B)  $\frac{a-b}{a+b} = c^4$   
 C)  $\frac{a-b}{a+b} = c$   
 D)  $\frac{a-b}{a+b} = c^3$     E)  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = c^4$

220. Elimine  $\alpha$  y  $\theta$  a partir de las siguientes igualdades

$$\sin \alpha \sec \theta = a \quad \dots \quad (1)$$

$$\sin \theta \sec \alpha = b \quad \dots \quad (2)$$

$$\cos \alpha \csc \alpha = c^{-1} \quad \dots \quad (3)$$

- A)  $ab = 1 + c^2$   
 B)  $a^2 + b^2 = c^2$   
 C)  $b^2(1 - a^2) = c^2(1 - b^2)$   
 D)  $a^2(1 + b^2) = c^2(1 + a^2)$   
 E)  $a^2(1 - b^2) = c^2(1 - a^2)$

221. Elimine  $\theta$  a partir de

$$\cos \theta (\csc \theta - \sin \theta) = p \quad \dots \quad (1)$$

$$\sin \theta (\sec \theta - \cos \theta) = q \quad \dots \quad (2)$$

- A)  $p^{1/2} + q^{1/2} = (p \cdot q)^{-1/2}$   
 B)  $p^{1/2} + q^{1/2} = (p \cdot q)^{-1/4}$   
 C)  $p^{1/2} - q^{1/2} = (p \cdot q)^{-1/2}$   
 D)  $p^{-1/4} - q^{-1/4} = \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$B = \cos^2 y - \sin^2 x + 2$$

- U)  $p + q$   
 E)  $p^{1/2} - q^{1/2}$

## Identidades Trigonómicas de la Suma y Diferencia de Dos Arcos

222. El equivalente de

$$\sqrt[3]{\left(\frac{\tan^2 x - \tan^2 y}{1 - \tan^2 x \cdot \tan^2 y}\right) \left(\frac{\tan(x-y) + \tan(x+y)}{ab(a+b)}\right)}$$

para que se cumpla

$$\frac{\tan(x+y)}{b} = \frac{\tan(x-y)}{a} = c \quad \text{es}$$

- A) 0                      B) c                      C) c<sup>2</sup>  
D) c<sup>2/3</sup>                      E) c<sup>1/3</sup>

223. Dado  $\sec^2 \phi - \frac{4 - 3 \tan^2 \theta}{4 \tan^2 \theta - 3} = 1$

reduzca  $M = \frac{3 + \cos(\theta + \phi) \cdot \cos(\theta - \phi)}{3 + \sin^2 \theta + \cos^2 \phi}$

- A) 5/6                      B) 6/5                      C) 4/3  
D) 1/4                      E) 3/4

224. Calcule el valor aproximado de

$$E = 2 \tan 60^\circ + (\sqrt{3} \tan 82^\circ + 1)(\tan 56^\circ - \tan 34^\circ)$$

- A) 13                      B) 14                      C) 15  
D) 16                      E) 17

225. Si  $\alpha + \beta + \theta = 0$ , calcule

$$U = 1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \theta + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \theta$$

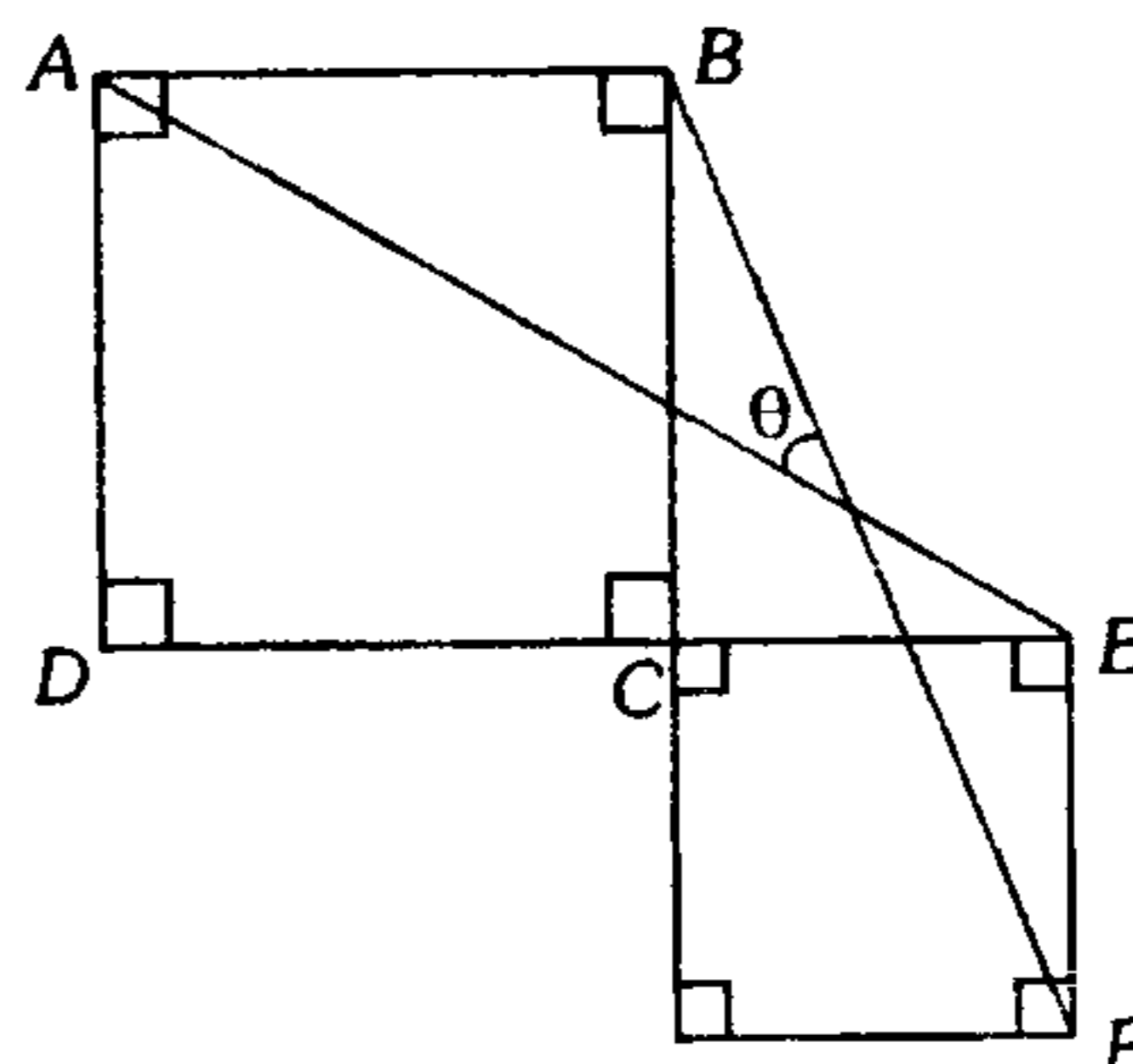
- A) 0                      B) 1                      C) -1  
D) 2                      E) -2

226. ¿Qué alternativa es correcta si  $x = \frac{\pi}{36}$ ,

$$y = \tan(\tan x + \tan 2x + \sec 2x \cdot \tan 3x)?$$

- A)  $y > \sqrt{3}$                       B)  $y > 1$   
C)  $-\sqrt{3} < y < -1$   
D)  $y < -\sqrt{3}$                       E)  $0 < y < 1$

227. Si ABCD y CEFG son cuadrados, entonces se verifica



- A)  $30^\circ < \theta < 37^\circ$   
B)  $26^\circ 30' \leq \theta \leq 37^\circ$   
C)  $\theta > 30^\circ$   
D)  $37^\circ \leq \theta < 45^\circ$   
E)  $37^\circ \leq \theta < 53^\circ$

228. Sobre un pedestal de altura  $H$ , está colocada una estatua de altura  $h$ . ¿A qué distancia del monumento se debe colocar un observador, para ver la estatua con ángulo máximo? ( $H > h$ )

- A)  $\sqrt{H(H-h)}$                       B)  $\sqrt{H(H+h)}$   
C)  $\sqrt{h(H+h)}$   
D)  $\sqrt{h(H-h)}$                       E)  $\sqrt{H \cdot h}$

229. Si  $\cos^2 C \tan(A+B) = \sin^2 C \cot(A-B)$ ;  $B \in \text{III C}$ , calcule el valor de  $y = \sqrt{\tan(A+C) \tan(A-C)}$

- A)  $\cot B$                       B)  $2 \cot B$                       C)  $2 \tan B$   
D)  $\tan B$                       E)  $\tan \frac{B}{2}$

230. Sabiendo que

$$\sin(\alpha + \beta + \theta) = \sin \alpha \sin \beta \sin \theta$$

halle el valor de  $R$

$$R = \cot \alpha \cot \beta + \cot \alpha \cot \theta + \cot \beta \cot \theta$$

- A) 6                      B) 5                      C) 4  
D) 3                      E) 2

231. Se tiene  $x_1 + x_2 = \frac{\pi}{4}$

Halle el valor de

$$E = \frac{\operatorname{sen}(x + x_1)}{\cos x \cos x_1} - \frac{\operatorname{sen}(x - x_2)}{\cos x \cos x_2} + \frac{\cos(x_1 - x_2)}{\cos x_1 \cos x_2}$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

232. Determine el valor de la siguiente expresión

$$\frac{(\sec 3^\circ - \csc 3^\circ)(\sec 6^\circ - \csc 6^\circ)(\sec 9^\circ - \csc 9^\circ) \dots (\sec 89^\circ - \csc 89^\circ)}{(\tan 3^\circ + \cot 3^\circ)(\tan 6^\circ + \cot 6^\circ)(\tan 9^\circ + \cot 9^\circ) \dots (\tan 89^\circ + \cot 89^\circ)}$$

- A)  $\tan^{89} 1^\circ$   
B)  $\sec^{89} 1^\circ - \csc^{89} 1^\circ - \csc^{89} 1^\circ$   
C)  $\sec 1^\circ - \csc 1^\circ$   
D) 0  
E) 1

233. Dado  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right)$ , calcule los valores de  $|A|$ ,

sabiendo que  $A = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)}{1 - 4 \cos^2 \alpha}$ .

- A)  $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{3} \right\rangle$     B)  $\left\langle 0; \frac{\sqrt{3}}{6} \right\rangle$     C)  $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{3}}{6} \right\rangle$   
D)  $\left\langle 0; \frac{\sqrt{3}}{3} \right\rangle$       E)  $\left\langle 0; \frac{1}{4} \right\rangle$

234. ¿Cuál debe ser el valor de  $\operatorname{sen}(\alpha + \beta + \theta)$  para que se cumpla  $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = m \cos \theta$  ;  $\cos(\alpha + \beta) = n \operatorname{sen} \theta$  ?

- A)  $\frac{1+mn}{m+n}$     B)  $\frac{1-mn}{m-n}$     C)  $\frac{1-mn}{m+n}$   
D)  $\frac{1+m+n}{mn}$       E)  $\frac{1+mn}{mn-1}$

235. Calcule el valor aproximado de la expresión E, siendo

$$E = \left[ 3 + 4 \tan\left(\frac{\pi}{36} + x\right) \right] \left[ 3 + 4 \tan\left(\frac{4\pi}{15} - x\right) \right]$$

- A) 9      B) 29      C) 25  
D) 27      E) 32

236. Siendo

$$\frac{\cos(B+C)}{\cos A} + \frac{2 \cos(A+C)}{\cos B} = \frac{3 \cos(A+B)}{\cos C}$$

calcule el valor de  $E = \frac{\tan A - \tan C}{\tan C - \tan B}$

- A) 1      B) 2      C) 1/2  
D) 1/3      E) 3

237. Calcule los valores de E, si

$$E = \sqrt{6}(\operatorname{sen} \theta - \cos \theta) - 2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}(\operatorname{sen} \theta + \cos \theta)$$

Considere  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ .

- A)  $\langle \sqrt{2}; \sqrt{6} \rangle$   
B)  $\langle -1; 1 \rangle$   
C)  $\langle \sqrt{6} - \sqrt{2}; \sqrt{6} + \sqrt{2} \rangle$   
D)  $\langle \sqrt{6} + \sqrt{2}; 4 \rangle$   
E)  $\langle \sqrt{6} - \sqrt{2}; 4 \rangle$

238. Determine el mayor valor de A y menor valor de B en la siguiente desigualdad

$$A \leq \operatorname{sen}(x+2) - \operatorname{sen} x \leq B$$

- A)  $-\operatorname{sen} 1$  y  $\operatorname{sen} 1$   
B)  $-2 \operatorname{sen} 1$  y  $2 \operatorname{sen} 1$   
C)  $-\cos 1$  y  $\cos 1$   
D)  $-2 \cos 1$  y  $2 \cos 1$   
E)  $\operatorname{sen} 1$  y  $\cos 1$

**239.** Si  $A, B$  y  $C$  son los ángulos internos del triángulo  $ABC$ , el valor de  $\tan C$  es, si se sabe

además que  $\tan B = 1, \frac{\sin A}{\sin B \cos C} = \frac{3}{2}$

- A) 1/2      B) 1/4      C) 3/4  
D) 4/3      E) 1/3

**240.** En un triángulo  $ABC$  se cumple

$$\frac{1}{3} \tan A - \frac{1}{2} \tan B = \frac{1}{6} \tan \frac{\pi}{7} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{5} \tan B - \frac{1}{4} \tan C = \frac{1}{20} \tan \frac{2\pi}{7} \dots\dots\dots (2)$$

$$-\frac{1}{6} \tan A + \tan C = \frac{1}{6} \tan \frac{3\pi}{7} \dots\dots\dots (3)$$

Calcule  $\cot^2 A \cot^2 B \cot^2 C$

- A) 1/7      B) 7      C) 49  
D) 1/49      E) 14

**241.** Siendo  $A, B$  y  $C$  ángulos internos de un triángulo, calcule el valor de

$$L = \begin{vmatrix} \sin^2 A & \cot A & 1 \\ \sin^2 B & \cot B & 1 \\ \sin^2 C & \cot C & 1 \end{vmatrix}$$

- A) 0      B) 1      C)  $\sqrt{3}$   
D) 2      E) 3

**242.** Siendo  $x + y + z = \pi k$ ,  $k$  es un número impar. además

$$(\cos x + \cos y \cos z)(\cos y + \cos x \cos z)(\cos z + \cos x \cos y) = \sin^n x \sin^m y \sin^p z$$

calcule  $m+n+p$ .

- A)  $\frac{3}{2}$       B) 3      C) 6  
D) 9      E) 4

**243.** Siendo  $A = \frac{\pi}{7}, B = \frac{2\pi}{7}, C = \frac{4\pi}{7}$

entonces el valor de  $(1 + \tan A \cot B)(1 + \tan B \cot C)(1 + \tan C \cot A)$  es

- A) -8      B) -7      C)  $-\sqrt{5}$   
D)  $-\sqrt{7}$       E) -4

**244.** Halle el valor de

$$k = \frac{\tan A \tan B \tan C - \sec A \sec B \sec C}{\tan A + \tan B + \tan C}$$

si  $A + B + C = -\frac{\pi}{2}$ .

- A) -1  
B) 1  
C)  $\cot A \cot B \tan C$   
D)  $\sin A \sin B$   
E) depende de  $A, B, C$

**245.** En un triángulo  $ABC$  halle el equivalente de

$$K = \frac{\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2}}{\tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{A}{2}}$$

- A)  $\frac{\cos A}{\cos B}$       B)  $\frac{\sin A}{\sin B}$       C)  $\sin A \cos B$   
D) 1      E)  $\cos A \sin B$

**246.** Elimine los arcos  $x, y, z$  de las siguientes ecuaciones

$$\cos(x-y) = a \dots\dots\dots (1)$$

$$\cos(y-z) = b \dots\dots\dots (2)$$

$$\cos(z-x) = c \dots\dots\dots (3)$$

- A)  $a+b+c=3abc$   
B)  $a^2+b^2+c^2 = 1-2abc$   
C)  $a^2+b^2+c^2 = 1+2abc$   
D)  $a^2 + b^2 + c^2 = 1+abc$   
E)  $a^2+b^2+c^2 = 1-abc$



247. Si  $\alpha + \beta + \theta = \gamma$ , simplifique la expresión

$$N = \frac{(1 + \tan \gamma \tan \alpha)(1 + \tan \gamma \tan \beta)(1 + \tan \gamma \tan \theta)}{1 + \tan \gamma \tan \alpha \tan \beta \tan \theta}$$

- A)  $\tan^2 \gamma$     B)  $\sec^2 \gamma$     C)  $\cot^2 \gamma$   
 D)  $\csc^2 \gamma$     E)  $1 - \tan^2 \gamma$

248. ¿Cuál o cuáles de las proposiciones son falsas?

I. Si  $a > 0 \wedge b > 0 \wedge \alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow a \operatorname{sen}^2 a + \frac{b}{\operatorname{sen}^2 a} \geq 2\sqrt{ab}$$

II.  $0 < \theta < \pi \Rightarrow \frac{\cot \theta}{4 - \cot \theta} > 2$

III. Si  $A + B + C = \pi$

$$\Rightarrow \tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} \geq 1$$

- A) I    B) II    C) III  
 D) I y III    E) I y II

249. Calcule el mayor valor de  $k$  tal que el valor máximo de  $w$  sea  $3\sqrt{11}$

$$w = \tan\left(\frac{\pi}{45}\right) \operatorname{sen} x - \sqrt{2}k \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

- A) 5    B)  $3\sqrt{2}$     C) 7  
 D) -7    E)  $4\sqrt{2}$

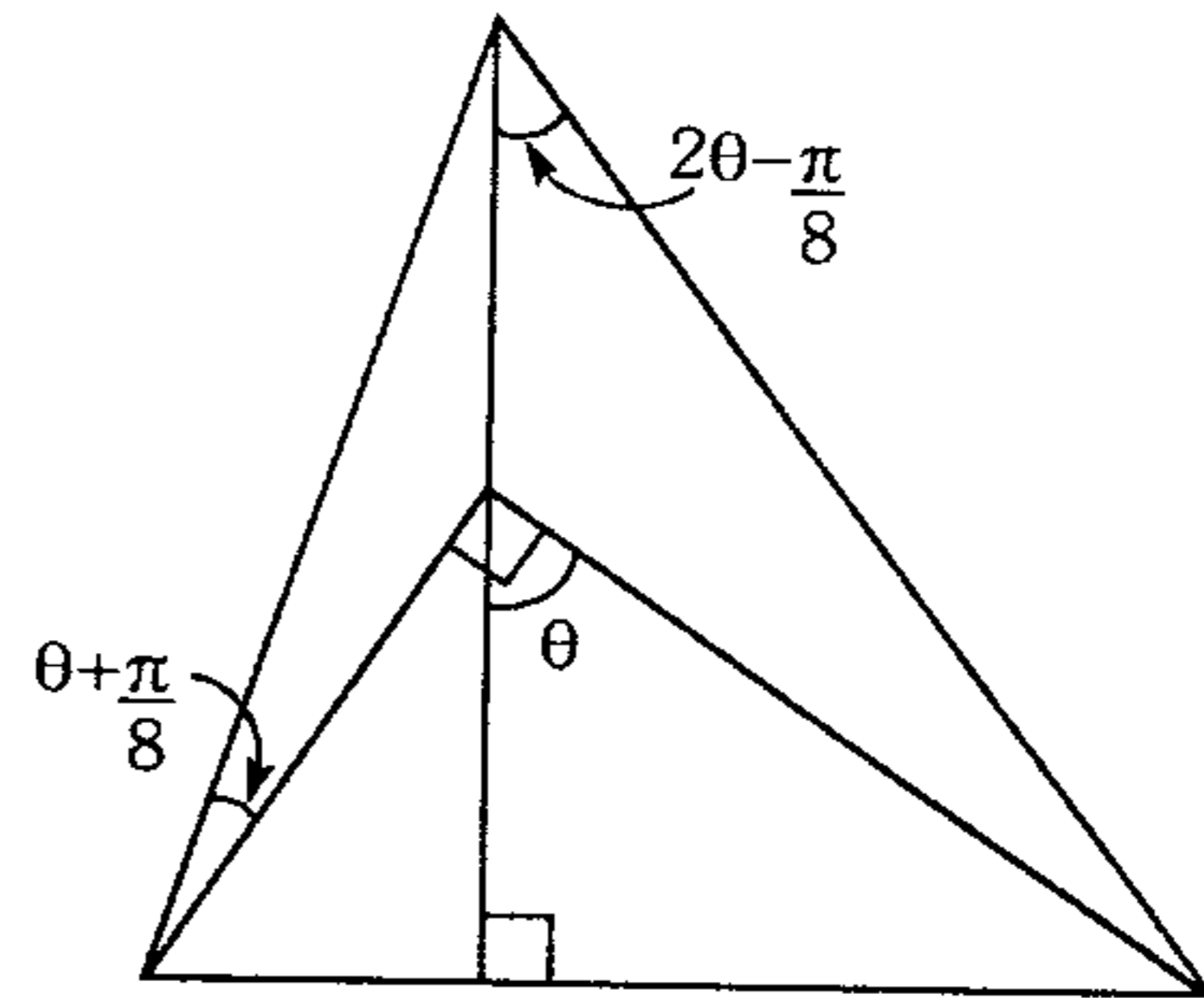
250. Si  $x + y + z = \pi$ , además

$$\frac{\operatorname{sen}(\theta + z)}{\sec(x + y)} + \frac{\operatorname{sen}(\theta - z)}{\sec(x - y)} = 0$$

determine el valor de  $\tan \theta$ , tal que  $\tan x$ ,  $\tan y$ ,  $\tan z$  son números en progresión aritmética de razón 1.

- A) 2    B) 4    C) 5  
 D) 6    E) 7

251. Del gráfico mostrado, calcule  $T = \tan \theta \tan 3\theta$ .



- A) 1    B) 4    C)  $7 - 4\sqrt{3}$   
 D)  $3 + 2\sqrt{2}$     E)  $3 - 2\sqrt{2}$

252. Si  $\frac{\operatorname{sen}(x - y)}{\operatorname{sen}(x - z)} = \frac{a}{b}$ ;  $\frac{\cos(x - y)}{\cos(x - z)} = \frac{c}{d}$

halle  $\cos(y - z)$  en términos de  $a, b, c, d$ .

- A)  $ab - ad$     B)  $\frac{ac + ab}{bd - ac}$     C)  $\frac{ac - bd}{ad - bc}$   
 D)  $\frac{ac + bd}{ad + bc}$     E)  $\frac{a - b}{a + c}$

253. Dado  $2\operatorname{sen} x \cos(x + y) - 2\cos^2 x \operatorname{sen} y = n \operatorname{sen} y$  halle los valores que toma  $\tan y$ , si  $n \in \mathbb{R}^+$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- A)  $\left[-\frac{1}{n+2}; \frac{1}{n+2}\right]$     B)  $\left\langle 0; \frac{n}{2} \right\rangle$   
 C)  $\left[\frac{-1}{n}; n+1\right)$   
 D)  $\left\langle \frac{1}{n}; \frac{1}{n+2} \right\rangle$     E)  $\left[\frac{-5}{n+1}; \frac{1}{2n}\right)$

254. Si se cumple que

$$\operatorname{sen}(x + 3\theta) = 3\operatorname{sen}(\theta - x), \text{ halle } \sqrt[3]{\tan x \cot \theta}$$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{2}$     C) 1  
 D) 3    E) 2

### Identidades trigonométricas de reducción al primer cuadrante

255. Determine el máximo valor de A, si

$$A = \left[ 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) \right] \left[ 1 + \operatorname{cos}\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) \right]$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R}$$

A)  $\frac{3-2\sqrt{3}}{2}$     B)  $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$     C)  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

D)  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$     E)  $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

256. De las siguientes proposiciones, ¿qué alternativa es incorrecta?

I.  $\tan[k\pi - (-1)^k \theta] = (-1)^{k+1} \cdot \tan \theta$

II.  $\cos\left[\frac{k\pi}{2} - \theta\right] = \cos \theta$ ; k es par

III.  $\operatorname{sen}\left[(2k+1)\frac{\pi}{2} + \theta\right] = (-1)^k \cos \theta$

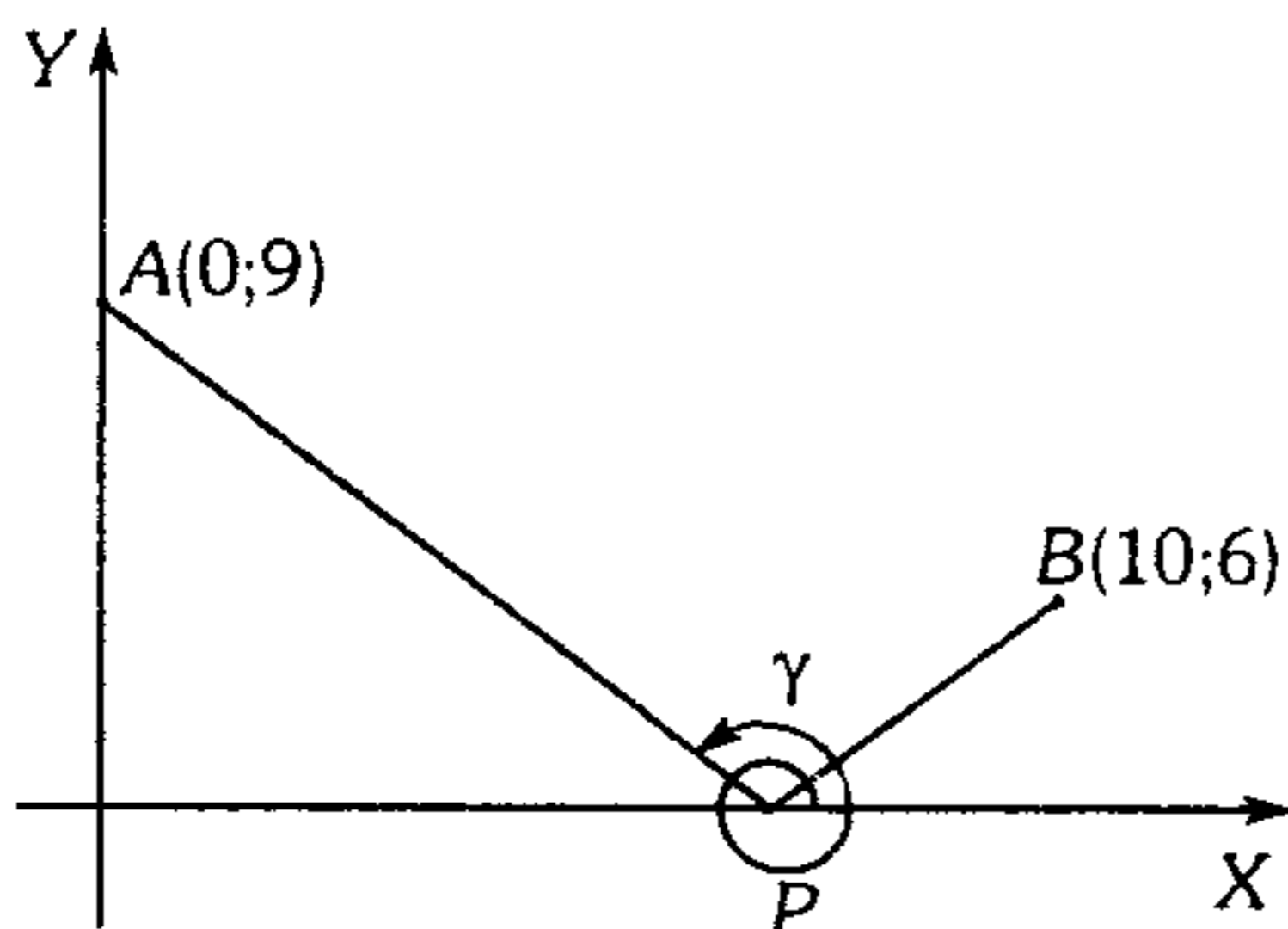
- A) solo I    B) solo II    C) solo III  
D) I y II    E) II y III

257. Calcule el valor de Y, si

$$Y = \frac{\sec^4 3x + \cos^4 5x}{\sec^2 7x + \cos^2 9x + \sqrt{2}} ; \text{ para } x = \frac{\pi}{8}$$

- A) 10,5    B) 12,5    C) 7,5  
D) 8,5    E) 13,5

258. ¿Cuál es el valor de  $\sec \gamma \csc \gamma$ , tal que la suma  $AP+PB$  sea mínima?



- A)  $-\frac{16}{5}$     B)  $-\frac{23}{6}$     C)  $-\frac{17}{6}$   
D)  $-\frac{13}{6}$     E)  $-\frac{58}{20}$

259. Calcule el valor de  $\cos(\pi + \theta)\operatorname{sen}(4\pi - \theta)$  a partir de la condición siguiente

$$\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{2001\pi}{6}\right)}{\tan\left(\frac{2002\pi}{3}\right)\operatorname{cos}\left(\frac{2003\pi}{4}\right)} = \cot \theta ; \theta \in \text{III C}$$

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     C)  $\frac{\sqrt{6}}{5}$   
D)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$     E)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

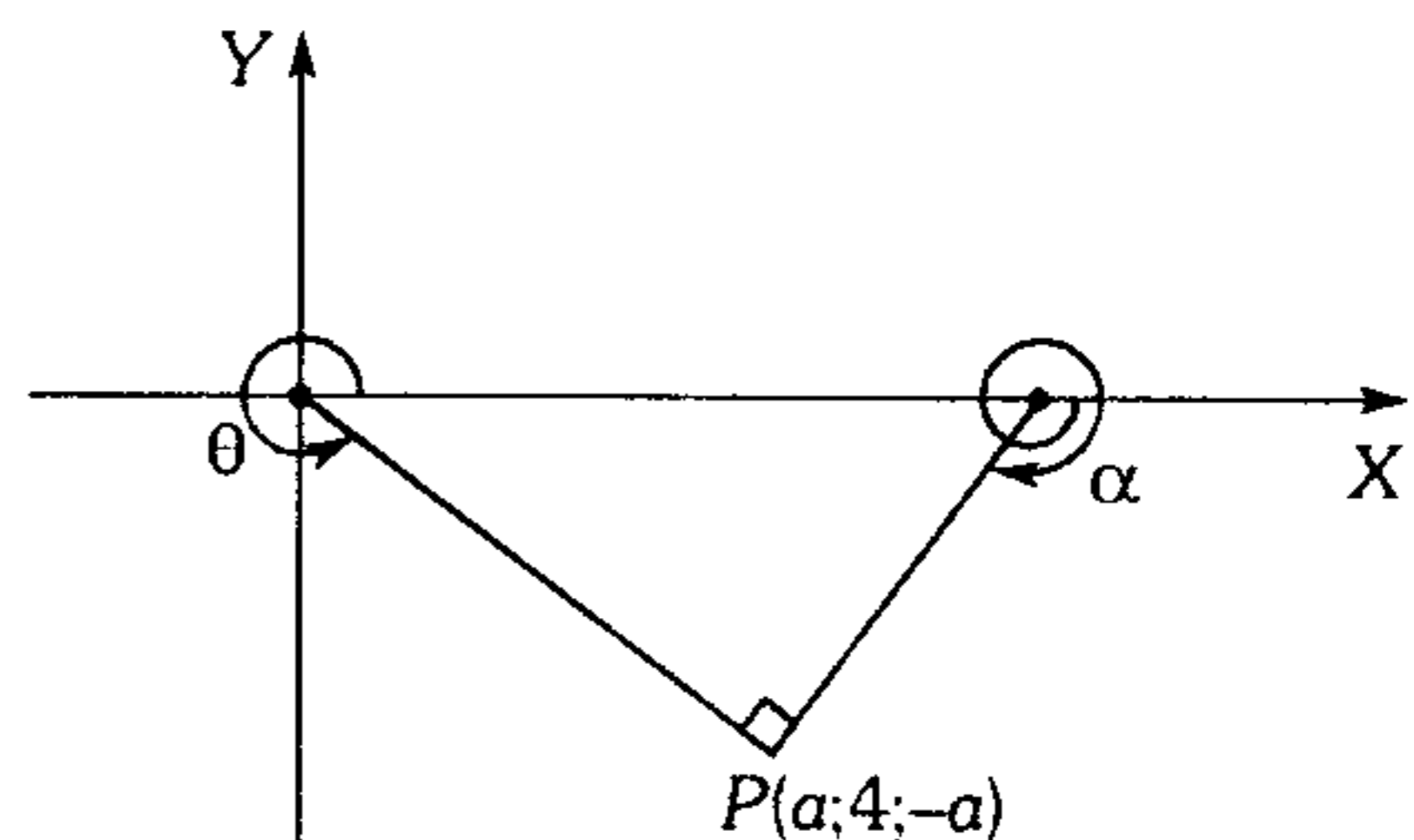
260. Halle el valor de

$$A = \frac{\operatorname{sen} 3\left(-\frac{19\pi}{2} - \theta\right) - \operatorname{cos} 3\left(-\frac{233\pi}{2} - \theta\right)}{\operatorname{sen}(61\pi - \theta) + \operatorname{sen}\left(\frac{29\pi}{2} + \theta\right)}$$

si  $\csc \theta = -2$ ,  $\theta \in \text{III C}$ .

- A)  $\frac{4-\sqrt{3}}{4}$     B)  $\frac{4+\sqrt{3}}{4}$     C)  $1-\sqrt{3}$   
D)  $\sqrt{3}-1$     E)  $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$

261. En la siguiente figura, el radio vector de P es mínimo, entonces el valor de  $\tan \alpha + \cot \theta$  es



- A) -2    B) -2,5    C) -4  
D) -4,5    E) 0

262. Si  $x$  e  $y$  suman  $270^\circ$  y además

$$\tan x = \frac{a+1}{a-2}; \quad \tan y = \frac{a+3}{a-4}$$

calcule  $E = \frac{1 - \operatorname{sen}(a\pi) + \cos(a\pi)}{1 + \operatorname{sen}(a\pi) + \cos(a\pi)}$

- A) 1                      B) 2                      C) -1  
D) 0                      E) -2

263. Si  $2\operatorname{sen}\theta + 3\cos\theta = -\sqrt{13}$ ;  $\theta \in \text{III C}$

calcule  $E = \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{605\pi}{2}\right)\cos(\theta - 903\pi)$

- A)  $\frac{2}{13}$                       B)  $\frac{3}{13}$                       C)  $\frac{4}{13}$   
D)  $\frac{5}{13}$                       E)  $\frac{9}{13}$

264. Simplifique  $\frac{A}{B}$  sabiendo que

$$A = \frac{|\operatorname{sen}(900^\circ + \alpha)| + |\cos(270^\circ + \alpha)|}{|\sec(540^\circ - \alpha)| + |\csc(630^\circ - \alpha)|}; \quad \alpha \in \text{II C}$$

$$B = \frac{\operatorname{cov}\phi \cdot \operatorname{vers}(90^\circ + \phi)}{|\tan(-\phi)| + |\cot(-\phi)|}; \quad \phi \in \text{III C}$$

además  $\alpha - \phi = 270^\circ$ .

- A)  $\cos\phi$                       B)  $\sec\phi$                       C)  $-\sec^2\phi$   
D)  $-\csc\phi$                       E)  $\sec\phi \csc\alpha$

265. En un triángulo  $ABC$ , se verifica

$$\tan(2A+B+C) + k \tan B \tan C = 0$$

Calcule  $H = \frac{1 - \tan(A+C)\tan(A+B)}{\tan(90^\circ + B) + \tan(270^\circ + C)}$

- A)  $k$                       B)  $\frac{1}{k}$                       C)  $-k$   
D)  $-\frac{1}{k}$                       E)  $k-1$

266. Halle aproximadamente el valor de la siguiente expresión.

$$R = \operatorname{sen}\left[\frac{4 \tan^2 60^\circ (\cos 9^\circ - \cos 99^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ \cos 30^\circ) + 11}{3}\right]$$

- A)  $\frac{1}{3}$                       B)  $-\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{3}{5}$   
D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       E)  $-\frac{\pi}{10}$

267. Indique si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.

I.  $\operatorname{sen}\left(n\frac{\pi}{2} + x\right) = (-1)^n \operatorname{sen} x$ ;  $\forall n \in \mathbb{Z}$  y par

II.  $\operatorname{sen}(n\pi + x) = (-1)^n \operatorname{sen} x$ ; si  $n \in \mathbb{Z}$

III.  $\cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2} + x\right] = (-1)^n \operatorname{sen} x$ ;  $\forall n \in \mathbb{Z}$

IV.  $\tan(n\pi - x) = -\tan x$ ;  $\forall n \in \mathbb{Z}$

- A) VVFF                      B) VVVV                      C) FVVF  
D) FVFF                      E) FVVV

268. Si  $\cos\left(\frac{2003\pi}{3} + \frac{x}{3}\right) = \frac{1}{5}$

calcule el valor de  $\operatorname{sen} x$ ;  $x \in \text{III C}$

- A)  $-\frac{42\sqrt{6}}{125}$                       B)  $-\frac{32\sqrt{6}}{111}$                       C)  $-\frac{49\sqrt{2}}{201}$   
D)  $-\frac{4}{5}$                       E)  $-\frac{\sqrt{2}}{14}$

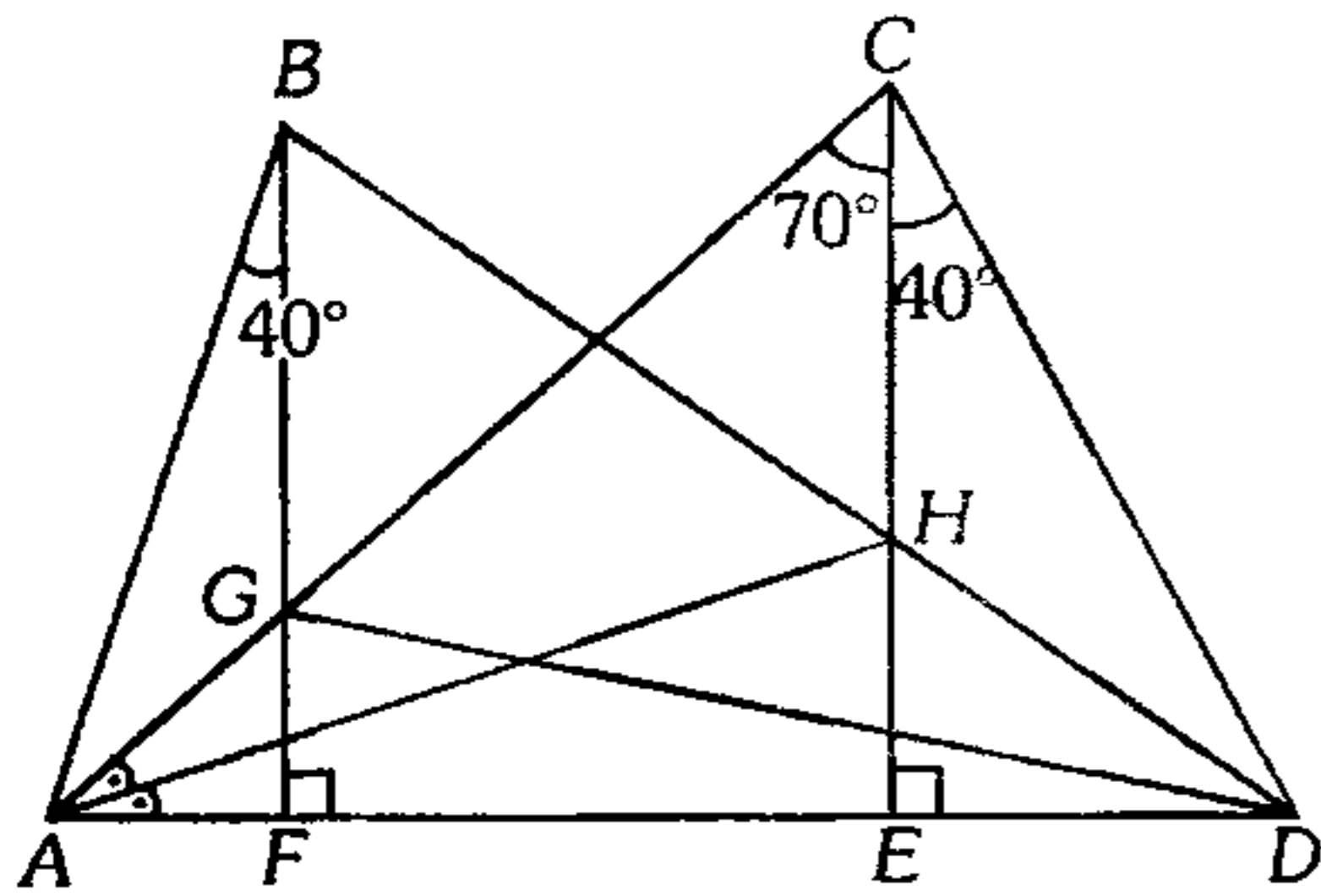
### Identidades Trigonométricas de Arco Múltiple

269. Si se cumple  $\csc 2x = \cos x + \cot 2x$

calcule  $E = (1 + \cos 2x)(3 + \cos 2x)$

- A) 3                      B) 4                      C) 5  
D) -2                      E) -1/2

270. Halle la medida del ángulo  $B\hat{G}D$  a partir del gráfico mostrado.



- A)  $100^\circ$       B)  $105^\circ$       C)  $110^\circ$   
 D)  $120^\circ$       E)  $117^\circ$

271. Si se cumple las siguientes condiciones  
 $\cos 2\theta = \cot y + \tan x$  ..... (1)  
 $\cot 2\theta = \cot x + \tan y$  ..... (2)  
 halle el valor de

$$\csc(2x - 2y) + \frac{2}{1 + \tan \theta} + \cot(2y - 2x)$$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{4}$       C) 2  
 D) 1      E) -1

272. El equivalente de la expresión

$$W = \frac{10 \tan^2 \frac{\theta}{2} - 3 \tan^4 \frac{\theta}{2} - 3}{\tan^4 \frac{\theta}{2} - 14 \tan^2 \frac{\theta}{2} + 1}$$
 es

- A)  $\frac{\sin \theta}{\sin 3\theta}$       B)  $\frac{\cos \theta}{\cos 3\theta}$       C)  $\frac{\cos 3\theta}{\cos \theta}$   
 D)  $-\frac{\tan 3\theta}{\tan \theta}$       E)  $\frac{\cot 3\theta}{\cot \theta}$

273. Simplifique la productoria

$$M = \text{Vers}(\pi + 2x) \text{Vers}(\pi + 4x) \text{Vers}(\pi + 8x) \dots \text{Vers}(\pi + 2^n x)$$

- A)  $\frac{\sin 2^n x}{\sin x}$       B)  $\frac{1}{2} \left( \frac{\sin 2^n x}{\sin x} \right)^2$   
 C)  $\frac{1}{2^n} \left( \frac{\sin 2^n x}{\sin^2 x} \right)$   
 D)  $\frac{1}{2^n} \left( \frac{\sin 2^n x}{\sin x} \right)^2$       E)  $\frac{1}{2} \left( \frac{\sin 2^n x}{\sin x} \right)$

274. Si  $\sum_{k=1}^4 \left( \frac{\csc k\theta}{\csc 3k\theta} \right)$  es equivalente a la expresión

$$A + B \frac{\sin D\theta}{\sin \theta}, \text{ evalúe } M = A + B + D.$$

- A) 12      B) 14      C) 13  
 D) 15      E) 16

275. Halle la suma de  $n$  términos de la serie

$$S = \cos 2x \csc 3x + \cos 6x \csc 9x + \cos 18x \csc 27x \dots$$

- A)  $\frac{1}{2} (\csc x - \csc 3^n x)$   
 B)  $\frac{1}{2} (\csc 3^n x - \csc x)$   
 C)  $\frac{1}{2} (\csc 3^{n+1} x - \csc x)$   
 D)  $\frac{1}{2} (\sin x - \sin 3^n x)$   
 E)  $\frac{1}{2} (\csc 3^{n-1} x - \csc x)$

276. Reduzca el producto de los  $n$  primeros términos de

$$R = (1 - \tan^2 x)(1 - \tan^2 2x)(1 - \tan^2 4x) \dots$$

- A)  $\tan 2^n \cot x$       B)  $\frac{\tan 2^n x}{2^n \tan x}$   
 C)  $\frac{2^n \tan x}{\tan 2^n x}$   
 D)  $\frac{2^n \tan x}{\cot 2^n x}$       E)  $\frac{2^n \tan 2^n x}{\tan x}$

277. Calcule el valor de  $k$  en la igualdad

$$\sin^8 \frac{\pi}{8} + |k| \sin^8 \frac{3\pi}{8} = \frac{17}{32}$$

- A)  $\pm\sqrt{2}$       B)  $\pm 1$       C)  $\pm \frac{1}{4}$   
 D)  $\pm \frac{1}{8}$       E)  $\pm 2$

**284.** Calcule el valor de la siguiente expresión

$$Y = \cos^4 \frac{23\pi}{16} + \cos^4 \frac{21\pi}{16} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi\beta}{32}$$

$$\text{siendo } \beta = \csc\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \sec\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$$

$$\text{además } \sec \alpha = \cot \frac{7\pi}{6}$$

- A) 0,50      B) 0,75      C) 0,4  
D) 0,6      E) 0,85

**285.** Siendo  $\frac{\sin 3\alpha}{\sec \alpha - \cos \alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\csc \alpha - \sin \alpha} = k$

exprese  $\cos 4\alpha$  en términos de  $k$ .

- A)  $\frac{k^2 - 36}{k^2 + 36}$       B)  $\frac{36 - k^2}{36 + k^2}$       C)  $\frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$   
D)  $\frac{k + 36}{k - 36}$       E)  $\frac{2k + 1}{2k - 1}$

**286.** A partir de la siguiente condición  $\sin^2 \beta = \cos 2\alpha$ , halle el valor de la expresión siguiente

$$\frac{(\tan 3\beta \cot \beta - 1)(8\sin^2 \alpha - 3)}{2 \tan^2 \beta - \cot^2 \alpha}$$

- A) 3      B) -3      C) 4  
D) 2      E) -2

**287.** Si  $3\alpha \in \text{IIIC}$ , además se verifica la siguiente condición  $\tan^3 3\alpha + \cot^3 3\alpha \geq 2 \csc^3 6\alpha$ , halle los valores de la siguiente expresión

$$R = \sin\left(\frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}\right) + \cos\left(\frac{(2 \cos 2\alpha + 1) \tan \alpha}{(2 \cos 2\alpha - 1)}\right)$$

- A)  $\langle 0; 1 \rangle$       B)  $[0; \sqrt{2}]$   
C)  $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$   
D)  $\left\langle 0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$       E)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

**288.** Si  $\alpha \in \text{IC}$ , halle los valores de la siguiente expresión

$$R = \frac{3 + \cos 4\alpha}{3 - \cos 4\alpha + 4 \sin 2\alpha}$$

- A)  $\left[\frac{1}{2}; \infty^+\right)$       B)  $\left[\frac{7}{25}; \frac{17}{7}\right]$   
C)  $\left\langle \frac{1}{4}; 2 \right\rangle$   
D)  $\mathbb{R}^+ - \langle 0; 1 \rangle$       E)  $\left[\frac{1}{4}; \infty^+\right)$

**289.** Determine el valor de la siguiente expresión

$$M = \frac{\cot 7^\circ \sin 76^\circ + 2 \sin^2 83^\circ \tan 194^\circ}{\sec 346^\circ \cot 187^\circ}$$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{\pi + \sqrt{2}}{4}$       C)  $\frac{\pi + \sqrt{3}}{2002}$   
D) 1      E)  $\frac{\pi}{4} + 1$

**290.** Evalúe  $f\left(\frac{\pi}{14}\right)$  sabiendo que

$$f(x) = 7 \tan^6 x - 35 \tan^4 x + 21 \tan^2 x$$

- A) 1      B) 2      C) 4  
D) 7      E) 14

**291.** Si  $\tan\left(\frac{2003\pi}{2} - \theta\right) - \tan(2002\pi + \theta) = n$

el valor de  $\sec 4\theta$  en términos de  $n$ .

- A)  $\frac{n^2 - 4}{n^2 + 4}$       B)  $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$   
C)  $\frac{n^2 - 2}{n^2 + 2}$   
D)  $\frac{n^2 + 2}{n^2 - 2}$       E)  $\frac{n^2 + 4}{n^2 - 4}$

292. Calcule  $x$  tal que  $x \in (0; 60^\circ)$ , si además

$$\tan x = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} 2002^\circ}{1 - \operatorname{sen} 2002^\circ}}$$

- A)  $22^\circ$       B)  $24^\circ$       C)  $32^\circ$   
 D)  $34^\circ$       E)  $42^\circ$

293. Sea la ecuación  $a \operatorname{sen} \frac{x}{2} - b \cos \frac{x}{2} + c = 0$ , calcule la relación entre  $a$ ,  $b$  y  $c$ , tal que el valor de  $\tan \frac{x}{4}$  es único.

- A)  $a+b=c$     B)  $a^2-b^2=c^2$     C)  $a^2+b^2=c^2$   
 D)  $a^2+c^2=b^2$     E)  $a+c=b$

294. Calcule el menor valor positivo de  $\theta$ , sabiendo que

$$2 \cos \left( \frac{\theta}{3} \right) = \sqrt{\underbrace{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}_{9 \text{ radicales}}}$$

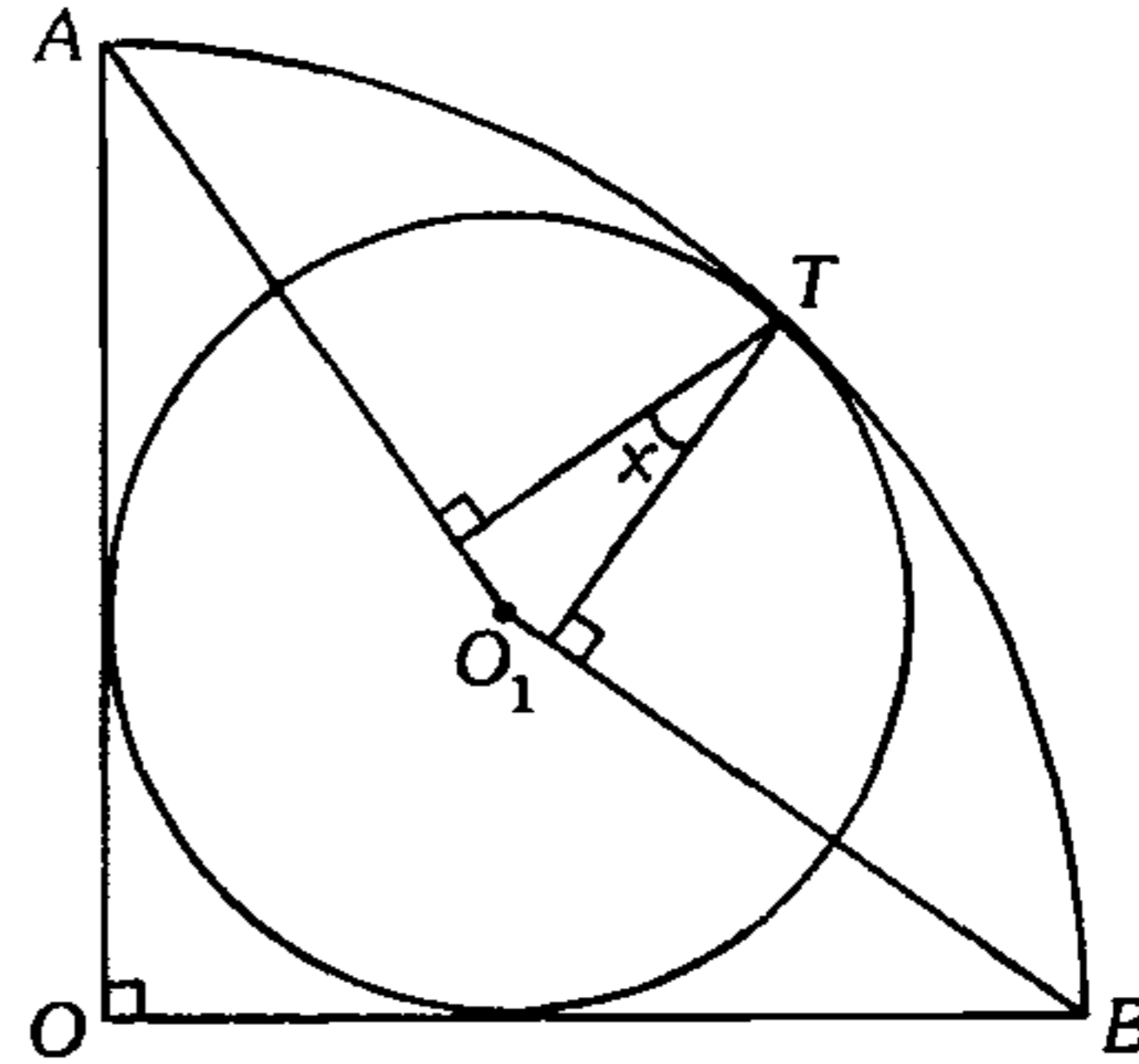
- A)  $\frac{83\pi}{512}$       B)  $\frac{769\pi}{512}$       C)  $\frac{\pi}{256}$   
 D)  $\frac{\pi}{1024}$       E)  $\frac{767\pi}{512}$

295. Se tiene un triángulo  $ABC$  ( $C=90^\circ$ ), sobre  $\overline{AC}$  se toma un punto  $D$  tal que se verifica  $m\angle BAD = \alpha$ ,  $m\angle CBD = 90^\circ - 2\alpha$ ,  $AB=2$ ,  $DC = \operatorname{sen} \alpha$ . Halle el valor del siguiente cociente

$$\frac{\tan^2 \alpha}{1 - \tan^4 \alpha}$$

- A)  $\sqrt{5}$       B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       C)  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt{5}}{7}$

296. En la figura mostrada  $O$  es centro del cuarto de circunferencia,  $T$  punto de tangencia y  $O_1$  centro de la circunferencia inscrita. Calcule  $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 3x$ .



- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{7}{9}$       C)  $\frac{14}{27}$   
 D)  $\frac{23}{27}$       E)  $\frac{32}{27}$

297. A partir de la siguiente condición  $\cot^2 \alpha = \cot(\alpha - \beta) \cot(\alpha - \phi)$  exprese  $\tan 2\alpha$  en términos de  $\beta$  y  $\phi$ .

- A)  $\frac{2 \tan \beta}{\tan \beta + \tan \phi}$       B)  $\frac{\tan \beta + \tan \phi}{1 - \tan \beta + \tan^2 \phi}$   
 C)  $\frac{2 \tan \beta \tan \phi}{\tan \beta + \tan \phi}$   
 D)  $\frac{4 \tan \phi}{\cot \beta + \cot \phi}$       E)  $\frac{2 \tan \phi}{\tan \beta - \tan \phi}$

298. Si las expresiones

$$\operatorname{sen}^6 \alpha + \operatorname{sen}^6 \left( \frac{7\pi}{6} + \alpha \right) + \operatorname{sen}^6 \left( \alpha - \frac{\pi}{6} \right)$$

$A + B \cos 2\alpha + C \cos 6\alpha$  son idénticas, halle el valor de  $A - B + C$ .

- A)  $\frac{52}{17}$       B)  $\frac{53}{32}$       C)  $\frac{61}{32}$   
 D)  $\frac{47}{14}$       E)  $\frac{11}{9}$

278. Dadas las condiciones

$$x = a \cos \theta + b \cos 2\theta$$

$$y = a \sin \theta + b \sin 2\theta$$

halle  $\cos \theta$  en términos de  $x, y, a \wedge b$ .

- A)  $\frac{x^2 - y^2 - a^2 + b^2}{ab}$   
 B)  $\frac{x^2 + y^2 + a^2 + b^2}{2ab}$   
 C)  $\frac{(x^2 + y^2) - (a^2 + b^2)}{2ab}$   
 D)  $\frac{(x^2 + y^2) - (a^2 + b^2)}{ab}$   
 E)  $\frac{(x^2 + a^2) - (y^2 + b^2)}{2ab}$

279. Simplifique

$$N = \frac{1 + \cot 65^\circ}{1 - \cot 65^\circ} - \frac{1 - \tan 25^\circ}{1 + \tan 25^\circ} - \frac{1 + \tan 5^\circ}{1 - \cot 85^\circ}$$

- A)  $\tan 10^\circ$     B)  $\tan 20^\circ$     C)  $\tan 30^\circ$   
 D)  $\tan 40^\circ$     E)  $\tan 50^\circ$

280. Halle el equivalente de la expresión

$$M = \underbrace{(2 \cos \alpha - 1)(2 \cos 2\alpha - 1)(2 \cos 4\alpha - 1) \dots}_{\left(\frac{m-1}{2}\right) \text{ términos}}$$

- A)  $\frac{2 \cos 2^{\frac{m+1}{2}} \alpha + 1}{2 \cos \alpha + 1}$   
 B)  $\frac{2 \cos 2^{m+1} \alpha + 1}{2 \cos \alpha - 1}$   
 C)  $\frac{2 \sin 2^{\frac{m-1}{2}} \alpha + 1}{2 \sin \alpha + 1}$   
 D)  $\cos 2^{\frac{m-1}{2}} \alpha$   
 E)  $\frac{2 \cos 2^{\frac{m-1}{2}} \alpha + 1}{2 \cos \alpha + 1}$

281. Exprese el siguiente cociente

$$\frac{n \tan \beta + m}{m \tan \beta - n}$$

en términos de  $\beta$ , sabiendo que se cumple la siguiente condición

$$m \cos 3\beta + n \sin 3\beta = \left\| \sin \frac{\pi}{2002} \right\|$$

- A)  $\tan \beta$     B)  $\tan 2\beta$     C)  $\tan 3\beta$   
 D)  $\tan 4\beta$     E)  $\cot 4\beta$

282. Dada la siguiente expresión

$$\frac{\sqrt{1 - \sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)} + 1}{\sqrt{1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)} - 1}$$

indique cuál de las siguientes alternativas es su equivalente.

- A)  $\cot\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{32}\right)$     B)  $\tan\left(\frac{7\pi}{32} + \frac{x}{4}\right)$   
 C)  $-\tan\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{32}\right)$   
 D)  $\tan\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{32}\right)$     E)  $-\cot\left(\frac{7\pi}{32} + \frac{x}{4}\right)$

283. Dada la siguiente expresión

$$\cot \frac{x}{2} \tan x - \sec^2 x + \tan^2 x - \csc^2 \frac{x}{2} = -1$$

calcule el valor de

$$R = \frac{\tan \frac{x}{4} \left( \sin^2 \frac{x}{21} + \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{21} \right) \cot x}{\sec \frac{x}{2} \left( 2 + \cos x - 2 \cos^2 \frac{x}{2} \right)}$$

- A)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$     B)  $\frac{2+\sqrt{6}}{3}$     C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{3}{4}$     E)  $-\frac{1}{2}$

299. A partir de la siguiente proporción geométrica

$$\frac{\csc \alpha}{np} = \frac{\csc 2\alpha}{mp} = \frac{\csc 3\alpha}{mn}$$

exprese  $\sin^2 \alpha + \cos \alpha$  en términos de  $m, n$  y  $p$ .

- A)  $\frac{4n+3m+p}{2p}$       B)  $\frac{2m+n-p}{4n+p}$   
 C)  $\frac{3m+2n-p}{4m}$   
 D)  $\frac{3n+2m+p}{4m}$       E)  $\frac{4p+2n+m}{4n}$

300. Si  $\alpha$  y  $\beta \in \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$ , además se verifica la siguiente condición

$$|\tan 2\alpha| = 2 \left( \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{4} \right) + \cos \frac{\beta}{4} \csc \beta$$

halle los valores de  $R = \tan^2 \alpha + \frac{2}{3} |\tan \alpha|$ .

- A)  $\left(0; \frac{5}{3}\right)$       B)  $\left(1; \frac{4}{3}\right)$       C)  $\left[1; \frac{4}{3}\right]$   
 D)  $\left[\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$       E)  $\left[1; \frac{5}{3}\right)$

301. Halle el valor de la siguiente expresión

$$S = \tan^2 \frac{\pi}{36} + \tan^2 \frac{2\pi}{9} + \tan^2 \frac{17\pi}{36} + \tan^2 \frac{5\pi}{18} - 4 \tan^2 \frac{4\pi}{9} - 4 \tan^2 \frac{\pi}{18}$$

- A)  $\sqrt{2}$       B) 4      C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $\sqrt{5}$       E) 3

302. Halle la relación que deben cumplir los coeficientes  $a, b$  y  $c$  de la siguiente ecuación  $a \cos 2\alpha + b \cos 4\alpha + c \cos 6\alpha + b = 0$  para que en la ecuación el  $\cos 2\alpha$  tenga un solo valor diferente de cero.

- A)  $a = 3c$       B)  $b + 4c(3c - a) = 0$   
 C)  $a = b - c$   
 D)  $a = 3c + a^2 + b$       E)  $a^2 + b^2 + 2c = 0$

303. Halle el valor de la siguiente expresión

$$\sin^4 \alpha + \sin^4 9\alpha + \sin^4 10\alpha$$

para cuando  $\alpha$  toma el valor de  $\frac{\pi}{7}$ .

- A)  $\frac{12}{17}$       B)  $\frac{13}{16}$       C)  $\frac{7}{15}$   
 D)  $\frac{5}{13}$       E)  $\frac{21}{16}$

304. Halle los valores positivos de la siguiente expresión

$$\sin 9\alpha \sin^3 3\alpha - \cos 9\alpha \cos^3 3\alpha ; \alpha \in \mathbb{R}$$

- A)  $[2; 4]$       B)  $[2; \infty^+)$   
 C)  $\left(0; \frac{1}{8}\right]$   
 D)  $[4; 4^{2002}]$       E)  $\left(0; \frac{1}{2}\right]$

305. A partir de la siguiente condición

$$\cos 4x + 12 = 4 \cos 2x + 8 \cos^2 x + \cos y$$

halle el valor de  $F = \sec \left( 2x + \frac{y}{2} \right) ; k \in \mathbb{Z}$

- A) 1      B)  $(-1)^{k+1}$       C) -1  
 D)  $2(-1)^k$       E)  $\pm 2$

306. Sabiendo que

$$\cos 10^\circ = \frac{7\sqrt{5+\sqrt{5}}}{20} + k \left( \frac{\sqrt{5}-1}{20} \right)$$

calcule  $k$ .

- A)  $\tan \frac{\pi}{4}$       B)  $\cot \frac{\pi}{4}$   
 C)  $\sin^2 \frac{\pi}{4}$   
 D)  $\cos \frac{\pi}{4}$       E)  $\sec \frac{\pi}{4}$



307. Sabiendo que

$$\operatorname{sen}^3 \alpha + \operatorname{cos}^3 \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8} \operatorname{cos} \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)$$

calcule  $F = \frac{\operatorname{cos} \left( \frac{9\pi}{4} - 3\alpha \right)}{\operatorname{sen} \left( \frac{9\pi}{4} - \alpha \right)}$

- A) 2                      B) -1                      C) -5  
D)  $-\frac{7}{2}$                       E)  $\frac{7}{2}$

308. Halle todos los valores de  $b$  para los cuales es soluble la ecuación  $\operatorname{sen}^4 x - 2\operatorname{cos}^2 x + b^2 = 0$

- A)  $[-1; 1]$                       B)  $\left[ -\frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{\sqrt{10}}{2} \right]$   
C)  $[-2; 2]$   
D)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$                       E)  $\left[ -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$

### Identidades Transformaciones Trigonométricas

309. Halle el valor de la siguiente expresión

$$0,5\operatorname{csc}10^\circ - \operatorname{sen}70^\circ - 2\operatorname{sen}75^\circ \operatorname{cos}35^\circ + \operatorname{sen}40^\circ$$

- A) 1                      B) -1                      C) 0  
D)  $\operatorname{sen}4^\circ$                       E)  $\operatorname{cos}9^\circ$

310. Halle el valor de la siguiente expresión

$$R = \operatorname{cos}^{11} \frac{\pi}{9} + \operatorname{cos}^{11} \frac{5\pi}{9} + \operatorname{cos}^{11} \frac{7\pi}{9}$$

- A)  $\frac{1023}{1024}$                       B)  $\frac{1023}{2048}$   
C)  $\frac{255}{256}$   
D)  $\frac{17}{2002}$                       E)  $\frac{231}{512}$

311. Halle el valor de la siguiente expresión

$$R = \frac{8\operatorname{sen}^2 10^\circ + \operatorname{csc} 10^\circ}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 50^\circ \operatorname{sen}^2 10^\circ + \operatorname{sen}^2 10^\circ \operatorname{sen}^2 70^\circ + \operatorname{sen}^2 50^\circ \operatorname{sen}^2 70^\circ}}$$

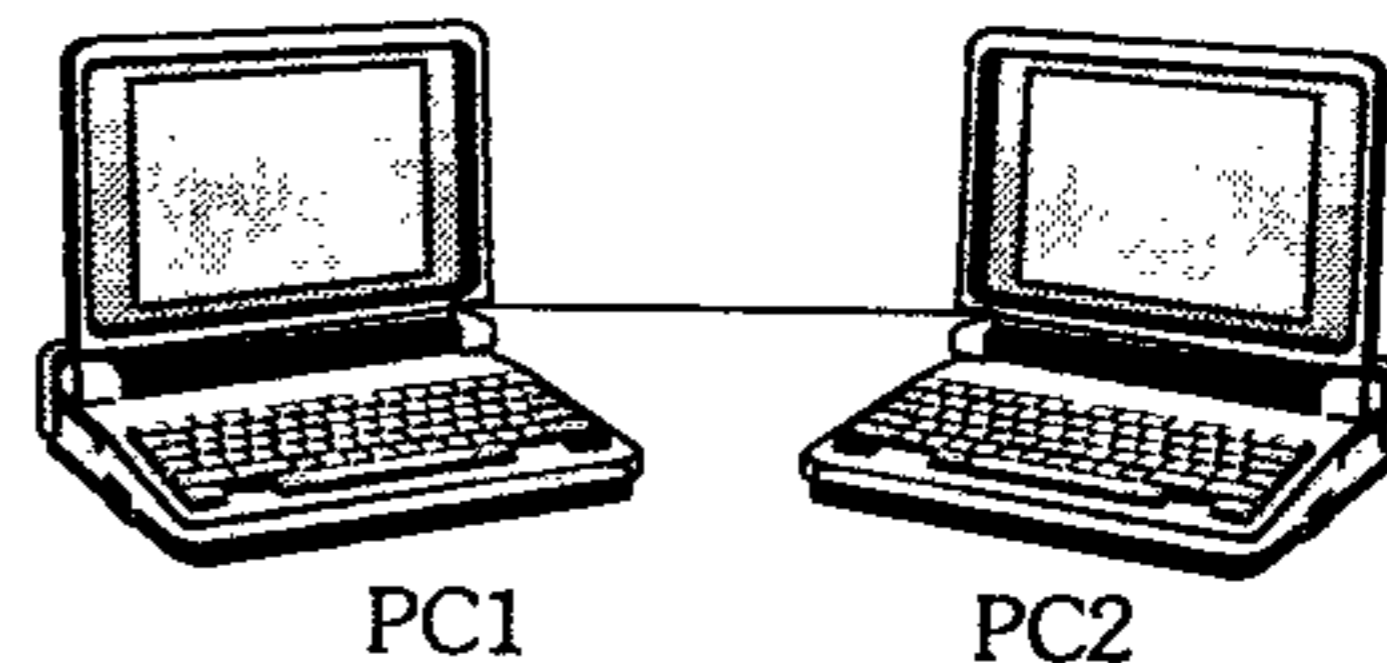
- A) 4                      B) 6                      C) 3  
D) 2                      E) 8

312. Halle una ecuación adecuada de variable  $x$ , cuyas raíces son

$$\operatorname{sen} \frac{\pi}{18}, \operatorname{sen} \frac{13\pi}{18}, \operatorname{sen} \frac{25\pi}{18}$$

- A)  $4x^3 - 6x^2 + 2 = 0$   
B)  $8x^3 + 6x^2 - 3x + 1 = 0$   
C)  $8x^3 - 6x^2 + 1 = 0$   
D)  $8x^3 - 6x + 1 = 0$   
E)  $6x^3 - 8x + 1 = 0$

313. Se tiene dos PCs conectadas en red.



Si usted digitase  $\operatorname{sen} 2x$  en la PC1, en la pantalla de la PC2 se leerá  $\operatorname{sen} 2x$ , si escribiese en la PC1 lo observado en la pantalla de la PC2, se comprobará que en la pantalla de la PC2 está la misma función trigonométrica con un argumento respecto al anterior aumentado en  $2x$  y su coeficiente respecto al anterior reducido a la mitad; si nuevamente escribimos esto último en la PC1, verificaremos que en la pantalla de la PC2 ocurre lo mismo, el argumento aumenta en  $2x$  y el coeficiente se reduce a la mitad; si repetimos esta secuencia ilimitadamente, halle la suma de todas las expresiones que se vieron en la pantalla de la PC2, cuando  $x$  toma el valor de  $30^\circ$ .

- A)  $4 \cot^2 60^\circ$                       B)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$                       C)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
D)  $\operatorname{sen} 30^\circ + \operatorname{cos} 30^\circ$                       E) 0,96

**314.** Siendo  $A, B$  y  $C$  los ángulos internos de un triángulo  $ABC$  tal que  $M = \text{sen}^2 A + \text{sen}^2 B + \text{sen}^2 C$ , a continuación analice la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

- I. Si  $M=2$ ; es un triángulo rectángulo.
- II. Si  $M>2$ ; es un triángulo acutángulo.
- III. Si  $M<2$ ; es un triángulo obtusángulo.

- A) VFF      B) VVV      C) VVF
- D) VFV      E) FVV

**315.** Sea el triángulo  $ABC$

donde  $\text{sen} \frac{A}{2} \text{sen} \frac{B}{2} \text{sen} \frac{C}{2} \leq k$ , halle  $k$  mínimo.

- A)  $\frac{3}{8}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{1}{8}$       E)  $\frac{1}{16}$

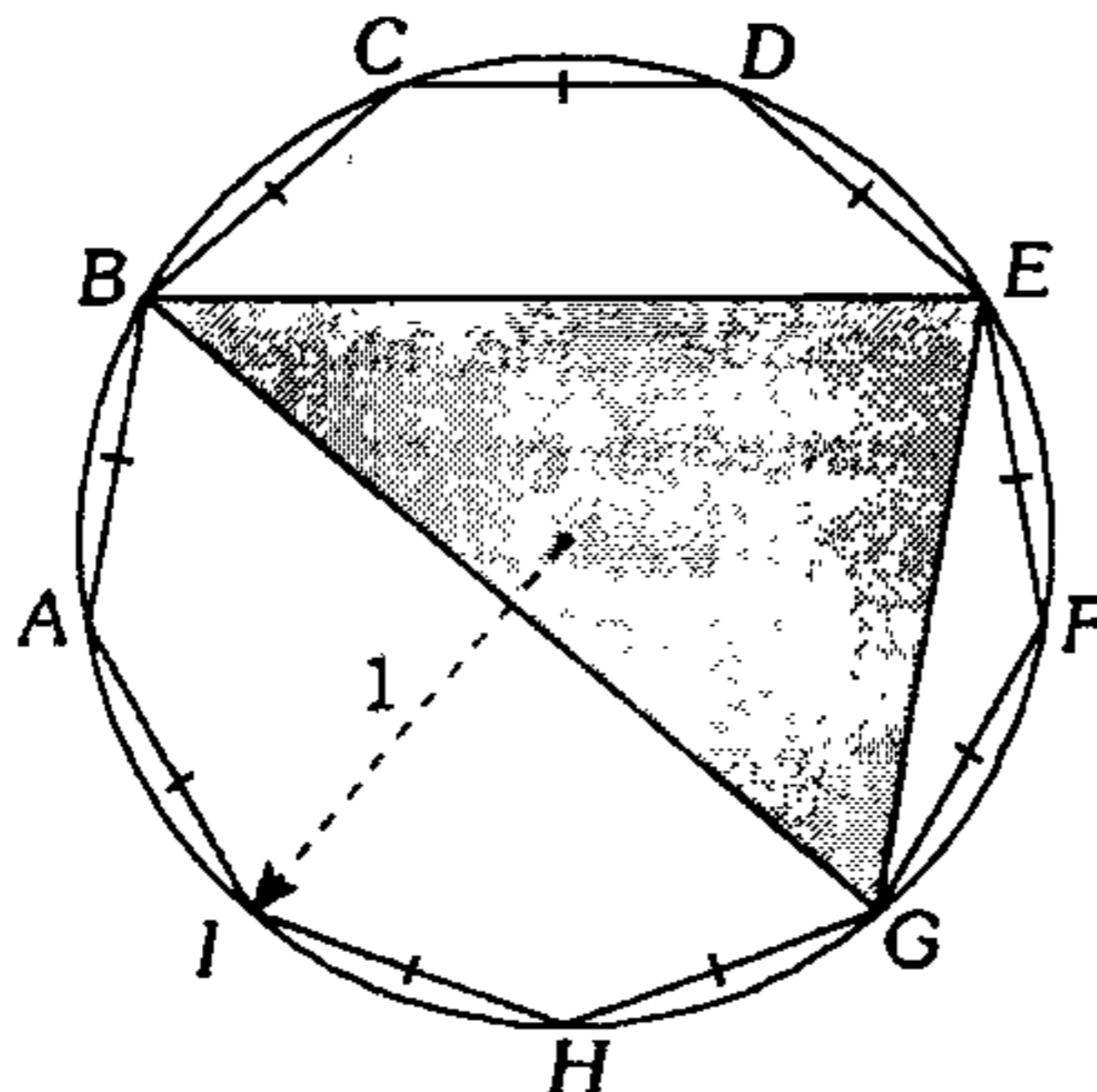
**316.** Si  $A, B$  y  $C$  son los ángulos internos de un triángulo  $ABC$ , halle un equivalente para la siguiente expresión

$$\cos \frac{3A}{2} \cos \frac{3B}{2} \cos \frac{3C}{2} + 3 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

- A)  $\text{sen}^3 A + \text{sen}^3 B + \text{sen}^3 C$
- B)  $\text{sen}^3 3A + \text{sen}^3 3B + \text{sen}^3 3C$
- C)  $\text{sen}^2 A + \text{sen}^2 B + \text{sen}^2 C$
- D)  $\cos^3 A + \cos^3 B + \cos^3 C$
- E)  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C$

**317.** Siendo  $S$  el área de la región sombreada, calcule  $F = (8 \text{sen} 20^\circ) S$ .

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



**318.** Exprese la siguiente suma

$$16 \text{sen}^7 \alpha - 24 \text{sen}^5 \alpha + 8 \text{sen}^3 \alpha$$

como producto de razones trigonométricas.

- A)  $\text{sen} 3\alpha \text{sen} 5\alpha \text{sen} 7\alpha$
- B)  $\text{sen} \alpha \text{sen} 2\alpha \text{sen} 3\alpha$
- C)  $\text{sen} 2\alpha \text{sen} 4\alpha \text{sen} 6\alpha$
- D)  $\text{sen} \alpha \text{sen} 3\alpha \text{sen} 5\alpha$
- E)  $\text{sen} \alpha \text{sen} 2\alpha \text{sen} 4\alpha$

**319.** Siendo  $x + y + z = k\pi$ ;  $\forall k \in \mathbb{Z}$ ;  $k$  es par, donde

$$\cos x \text{sen}(y+z) + \cos y \text{sen}(x+z) + \cos z \text{sen}(x+y) = a \text{sen} x \text{sen} y \text{sen} z$$

Calcule el valor de  $-a$ .

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $-2$       C) 1
- D) 2      E)  $\cos x \cos y \cos z$

**320.** Halle el valor de  $\alpha$  a partir de la siguiente condición

$$\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3} \cos 80^\circ (4 \cos 10^\circ - 1)}{4 \text{sen} 70^\circ + 1}$$

sabiendo que  $\alpha \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ .

- A)  $-\frac{8\pi}{11}$       B)  $-\frac{8\pi}{9}$       C)  $-\frac{5\pi}{6}$
- D)  $-\frac{2\pi}{3}$       E)  $-\frac{5\pi}{7}$

**321.** ¿En qué tipo de triángulo  $ABC$  se cumple la siguiente condición?

$$(\cot A + \cot B + \cot C) \text{sen} A \text{sen} B \text{sen} C = -\tan A$$

- A) triángulo rectángulo
- B) triángulo equilátero
- C) triángulo acutángulo
- D) triángulo isósceles
- E) triángulo obtusángulo

322. Sabiendo que en un triángulo  $ABC$  se cumple

$$\frac{3 \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 3x}{2 \operatorname{sen}(A - x)} = \cos(A + 2x) + \cos(B - C)$$

halle

$$F = \sqrt{\cot^2 A + \cot^2 B + \cot^2 C + 3}$$

- A)  $\operatorname{sen} x$       B)  $\cos x$       C)  $\cot x$   
 D)  $\operatorname{csc} x$       E)  $\sec x$

323. Si los valores recíprocos de las siguientes razones trigonométricas  $\cot \beta$ ,  $\cot 2\beta$  y  $\cot 3\beta$ , en ese orden, están en progresión aritmética, halle la diferencia entre el menor y mayor valor de  $\beta$ , sabiendo además que  $\beta \in (0; \pi)$ .

- A)  $\frac{5\pi}{6}$       B)  $-\frac{5\pi}{6}$       C)  $-\pi$   
 D)  $\pm \frac{5\pi}{6}$       E)  $\frac{\pi}{6}$

324. Halle el valor de la siguiente expresión

$$F = \frac{\sqrt{\left(1 + \operatorname{sen} \frac{\pi}{9}\right) \left(1 + \operatorname{sen} \frac{2\pi}{9}\right)}}{2 \cos \frac{\pi}{18} + 1}$$

- A)  $\operatorname{csc} \frac{\pi}{3}$       B)  $\operatorname{sen} \frac{\pi}{6}$       C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $\operatorname{csc} \frac{\pi}{4}$       E)  $\sqrt{2}$

325. Halle el valor de la siguiente expresión

$$R = \sec \frac{\pi}{9} - \sec \frac{4\pi}{9} + \sec \frac{7\pi}{9}$$

- A)  $-4$       B)  $-8\sqrt{2}$       C)  $-2\sqrt{3}$   
 D)  $-5$       E)  $-6$

326. Halle el valor de la siguiente expresión

$$R = \cot \frac{5\pi}{14} \cot \frac{3\pi}{14} - \cot \frac{3\pi}{14} \cot \frac{\pi}{14} - \cot \frac{5\pi}{14} \cot \frac{\pi}{14}$$

- A)  $-4$       B)  $-3$       C)  $5$   
 D)  $6$       E)  $-7$

327. Calcule el valor de la siguiente expresión

$$A = \frac{\sum_{k=1}^{2n+1} \operatorname{sen} \frac{k\pi}{n}}{\sum_{k=1}^{2n-1} \cos \frac{k\pi}{n}}$$

- A)  $-\operatorname{sen} \frac{\pi}{n}$       B)  $\operatorname{sen} \frac{\pi}{n}$       C)  $\cos \frac{\pi}{n}$   
 D)  $-\cos \frac{\pi}{n}$       E)  $-\tan \frac{\pi}{n}$

328. Desde el centro de una semicircunferencia de radio  $r$  se traza perpendiculares a las cuerdas que se generan con el extremo  $A$  del diámetro  $AB$  con cada punto de la semicircunferencia si este se divide en  $n$  partes iguales. Calcule la suma de cuadrados de estas perpendiculares.

- A)  $r^2(n-1)$       B)  $\frac{r^2 n}{2}$       C)  $r^2(n+1)$   
 D)  $\frac{r^2}{2}(n-1)$       E)  $\frac{r^2}{2}(n+1)$

329. Si se sabe  $\alpha \neq \beta \neq \theta \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ , ¿cuál de las siguientes relaciones se debe cumplir para que la expresión sea máxima?

$$F = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta) \cos \beta - \operatorname{sen}(\alpha + \theta) \cos \theta}{\cos(\alpha + \beta + \theta)}$$

- A)  $\alpha - \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$   
 B)  $\beta - \alpha = (4n+1)\frac{\pi}{2}$   
 C)  $\beta - \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2}$   
 D)  $\alpha + \theta = 2n\pi$   
 E)  $\alpha + \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

**330.** Si se cumple  $A+B+C=180^\circ$ , factorice

$$N = \operatorname{sen}^3 A \cos(B-C) + \operatorname{sen}^3 B \cos(C-A) + \operatorname{sen}^3 C \cos(A-B)$$

- A)  $3\operatorname{sen}A\operatorname{sen}B\operatorname{sen}C$
- B)  $3\cos A \cos B \cos C$
- C)  $3\tan A \tan B \tan C$
- D)  $3\operatorname{csc}A \operatorname{csc}B \operatorname{csc}C$
- E)  $2\cos A \cos B \cos C$

**331.** Sabiendo que  $\theta = \frac{\pi}{25}$ , evalúe

$$F = \sqrt{\prod_{k=1}^{12} \frac{1 + \tan^2(2k-1)\theta}{1 - \operatorname{sen}^2 2k\theta}}$$

- A)  $2^{21}$
- B)  $2^{22}$
- C)  $2^{24}$
- D)  $2^{28}$
- E)  $2^{12}$

**332.** Calcule el valor de

$$N = \cos x - \cos 2x + \cos 3x - \cos 4x + \dots + \cos 91x$$

sabiendo que  $91x = \pi$

- A) 0
- B) -1
- C)  $-\frac{1}{2}$
- D) 1
- E)  $\frac{1}{2}$

**333.** Determine el valor de

$$A = \operatorname{csc}^2 x + \operatorname{csc}^2(60^\circ - x) + \operatorname{csc}^2(60^\circ + x)$$

- A)  $6\operatorname{csc}^2 3x$
- B)  $9\operatorname{csc}^2 3x$
- C)  $12\operatorname{csc}^2 3x$
- D)  $15\operatorname{csc}^2 3x$
- E)  $18\operatorname{csc}^2 3x$

**334.** Siendo  $\sec 20^\circ = n$  el valor de

$$K = \frac{1 + 4 \cos 20^\circ}{1 - 4 \operatorname{sen} 10^\circ}$$
 es igual a

- A)  $1/n$
- B)  $n$
- C)  $1/n-1$
- D)  $1/n+1$
- E)  $n-1$

**335.** Halle el valor de la siguiente sumatoria

$$S = \sum_{k=1}^4 \cos \left( \arccos \left( \cos^4 \frac{k\pi}{9} \right) \right)$$

- A)  $\frac{15}{17}$
- B)  $\frac{17}{18}$
- C)  $\frac{4}{9}$
- D)  $\frac{19}{16}$
- E)  $\frac{5}{3}$

**336.** En un triángulo  $ABC$ , se cumple

$$\cos A + \cos B = 4 \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2}$$

entonces el valor de  $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2}$  es

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{2}{3}$
- C)  $\frac{1}{3}$
- D)  $\frac{3}{4}$
- E)  $\frac{4}{3}$

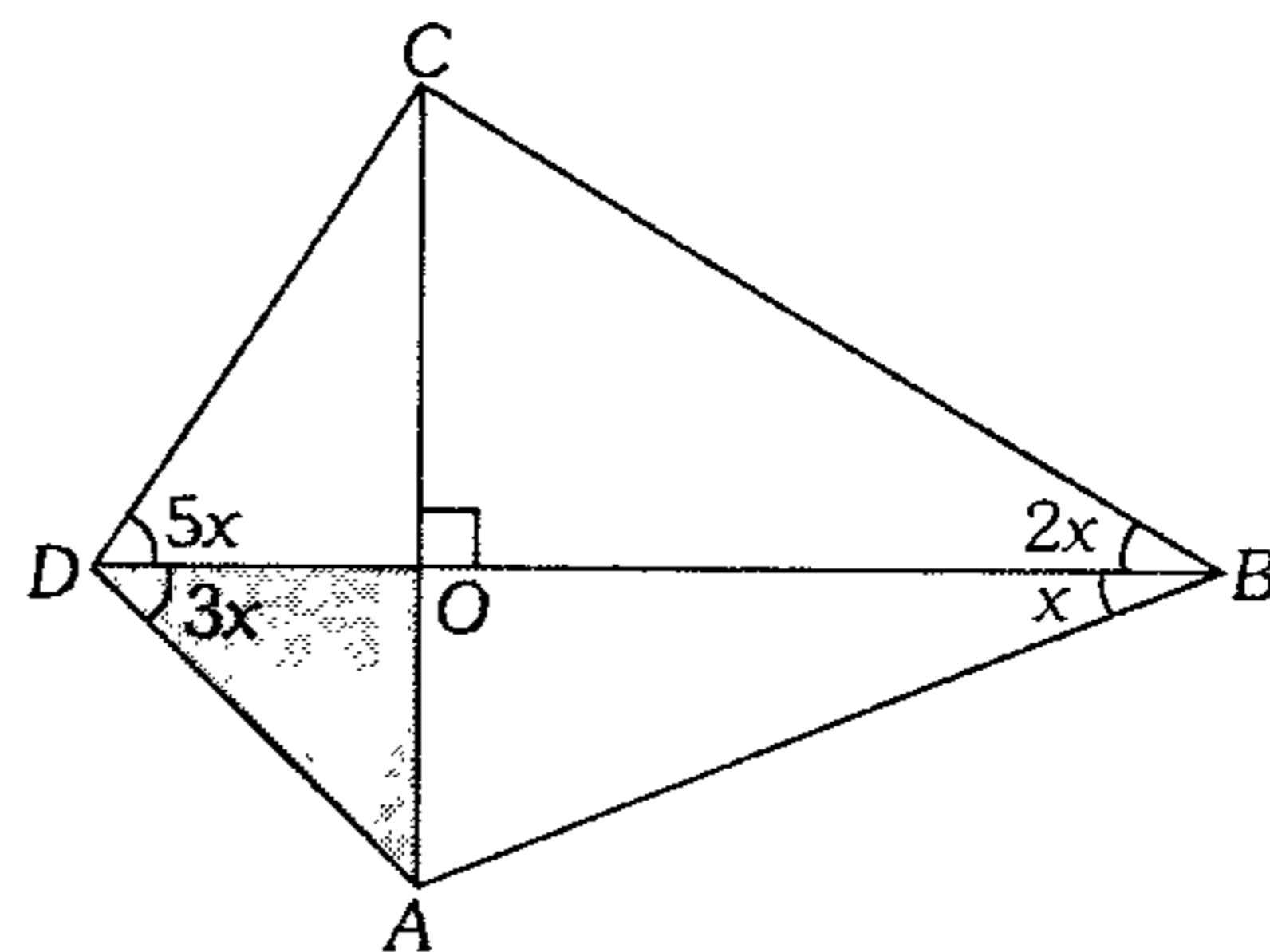
**337.** Calcule el valor de

$$W = \cos^4 x + \cos^4 2x + \cos^4 3x;$$

sabiendo que  $x = \frac{\pi}{7}$ .

- A)  $\frac{1}{16}$
- B)  $\frac{3}{8}$
- C)  $\frac{9}{16}$
- D)  $\frac{13}{16}$
- E)  $\frac{15}{16}$

**338.** Halle el área de la región sombreada si  $\overline{OA} = 2$ .



- A)  $2\sqrt{3}\mu^2$
- B)  $3\mu^2$
- C)  $\sqrt{2}\mu^2$
- D)  $4\mu^2$
- E)  $\sqrt{6}\mu^2$

## Resolución de Triángulos Oblicuángulos

339. Dos lados de un triángulo son iguales a  $a$  y  $b$  ( $a > b$ ). Calcule el tercer lado, si se sabe que  $a + ha \leq b + hb$ , donde  $ha$  y  $hb$  son las alturas bajadas sobre los lados correspondientes.

- A)  $a+b$       B)  $\sqrt{a^2 - b^2}$       C)  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
 D)  $\sqrt{ab}$       E)  $a(a+b)$

340. Dado el triángulo  $ABC$  tal que  $a \operatorname{sen}(A+B) = b \operatorname{sen}(A+C)$

entonces  $\frac{a \cos B - b \cos C}{b \operatorname{sen} C - a \operatorname{sen} B}$  será

- A)  $\tan A$       B)  $\cot A$       C)  $\tan(B+C)$   
 D)  $\cot(B+C)$       E)  $\tan(B-C)$

341. Sea el triángulo  $ABC$  de lados  $AB=AC$  y  $BC = \sqrt{2}$ . Si la bisectriz del ángulo  $B$  corta al lado opuesto en  $D$  y  $BD=1$ , entonces  $\cos(A-B)$  será

- A)  $-1$       B)  $1$       C)  $0$   
 D)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$       E)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

342. En un triángulo  $ABC$  calcule el valor de  $a \sec \theta$  si  $(b+c) \operatorname{sen} \theta = 2\sqrt{bc} \cos \frac{A}{2}$

- A)  $\operatorname{sen} \frac{A}{2}$       B)  $\operatorname{sen} A$       C)  $\cos \frac{A}{2}$   
 D)  $b-c$       E)  $b+c$

343. En un triángulo  $ABC$  se cumple  $\frac{\operatorname{sen} 2A}{\cos B \cos C} = \frac{2 \operatorname{sen}(x-A)}{\cos x}$   
 Halle el equivalente de  $K = \tan A \tan B \tan C \cot x$

- A)  $1$       B)  $2$       C)  $3$   
 D)  $\tan x$       E)  $\tan^3 x$

344. En un triángulo  $ABC$  de lados  $a, b$  y  $c$ , calcule  $\tan \theta$ , si se cumple

$$\log(\sec \theta) = \log c - \log(a-b) - \log\left(\cos \frac{C}{2}\right); \theta \in \mathbb{IC}$$

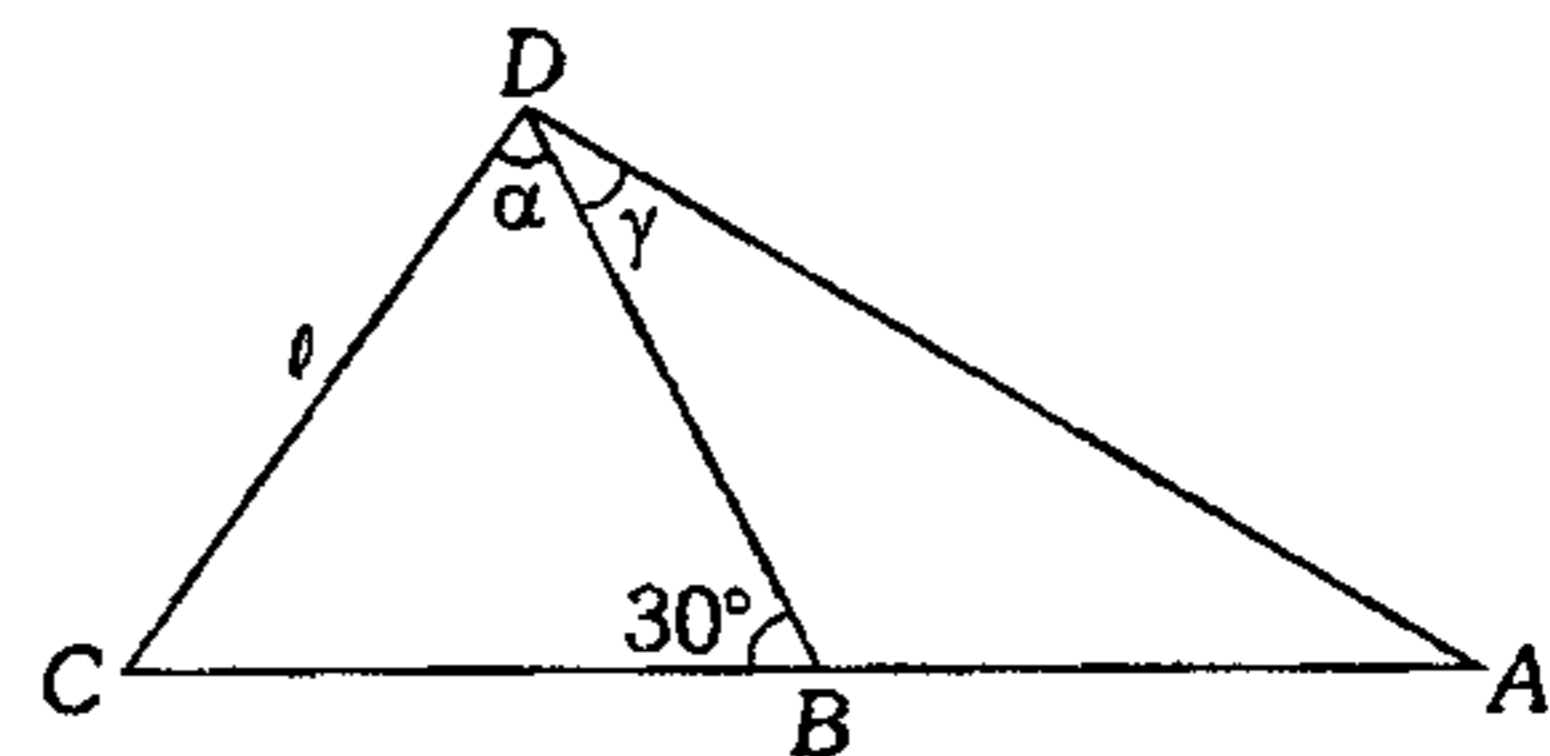
- A)  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \tan C$       B)  $\frac{a+b}{a-b} \cot \frac{C}{2}$   
 C)  $\frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$   
 D)  $\frac{a-b}{a+b} \tan \frac{C}{2}$       E)  $\frac{a+b}{a-b} \tan \frac{C}{2}$

345. Resuelva el triángulo  $ABC$ , de circunradio  $R$ , teniendo además  $A=18^\circ$ ,  $\operatorname{sen} B - \operatorname{sen} A = \frac{1}{R}$

$$\text{y } \operatorname{sen} B \operatorname{sen} A = \frac{1}{R^2}.$$

- A)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{5} + 1$ ;  $c = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$   
 B)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{5} + 1$ ;  $c = 4$   
 C)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ ;  $c = 4$   
 D)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{5} + 1$ ;  $c = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$   
 E)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$ ;  $c = 4$

346. Para medir  $AB$ , se da  $\ell$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ . Calcule dicho lado a partir del gráfico.



- A)  $\frac{\ell \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(\gamma + 30^\circ)}$   
 B)  $\frac{2\ell \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(\gamma + 30^\circ)}$   
 C)  $\frac{2\ell \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(\gamma - 30^\circ)}$   
 D)  $\frac{2\ell \operatorname{sen} \gamma}{\operatorname{sen}(\alpha - \gamma)}$   
 E)  $\frac{2\ell \operatorname{sen} \gamma \operatorname{sen}(30^\circ + \alpha)}{\operatorname{sen}(30^\circ - \gamma)}$

## Resolución de Triángulos Oblicuángulos

339. Dos lados de un triángulo son iguales a  $a$  y  $b$  ( $a > b$ ). Calcule el tercer lado, si se sabe que  $a + ha \leq b + hb$ , donde  $ha$  y  $hb$  son las alturas bajadas sobre los lados correspondientes.

- A)  $a+b$       B)  $\sqrt{a^2 - b^2}$       C)  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
 D)  $\sqrt{ab}$       E)  $a(a+b)$

340. Dado el triángulo  $ABC$  tal que  $a \sin(A+B) = b \sin(A+C)$

entonces  $\frac{a \cos B - b \cos C}{b \sin C - a \sin B}$  será

- A)  $\tan A$       B)  $\cot A$       C)  $\tan(B+C)$   
 D)  $\cot(B+C)$       E)  $\tan(B-C)$

341. Sea el triángulo  $ABC$  de lados  $AB=AC$  y  $BC = \sqrt{2}$ . Si la bisectriz del ángulo  $B$  corta al lado opuesto en  $D$  y  $BD=1$ , entonces  $\cos(A-B)$  será

- A)  $-1$       B)  $1$       C)  $0$   
 D)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$       E)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

342. En un triángulo  $ABC$  calcule el valor de  $a \sec \theta$

si  $(b+c) \sin \theta = 2\sqrt{bc} \cos \frac{A}{2}$

- A)  $\sin \frac{A}{2}$       B)  $\sin A$       C)  $\cos \frac{A}{2}$   
 D)  $b-c$       E)  $b+c$

343. En un triángulo  $ABC$  se cumple

$$\frac{\sin 2A}{\cos B \cos C} = \frac{2 \sin(x-A)}{\cos x}$$

Halle el equivalente de

$$K = \tan A \tan B \tan C \cot x$$

- A)  $1$       B)  $2$       C)  $3$   
 D)  $\tan x$       E)  $\tan^3 x$

344. En un triángulo  $ABC$  de lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , calcule  $\tan \theta$ , si se cumple

$$\log(\sec \theta) = \log c - \log(a-b) - \log\left(\cos \frac{C}{2}\right); \theta \in \text{IC}$$

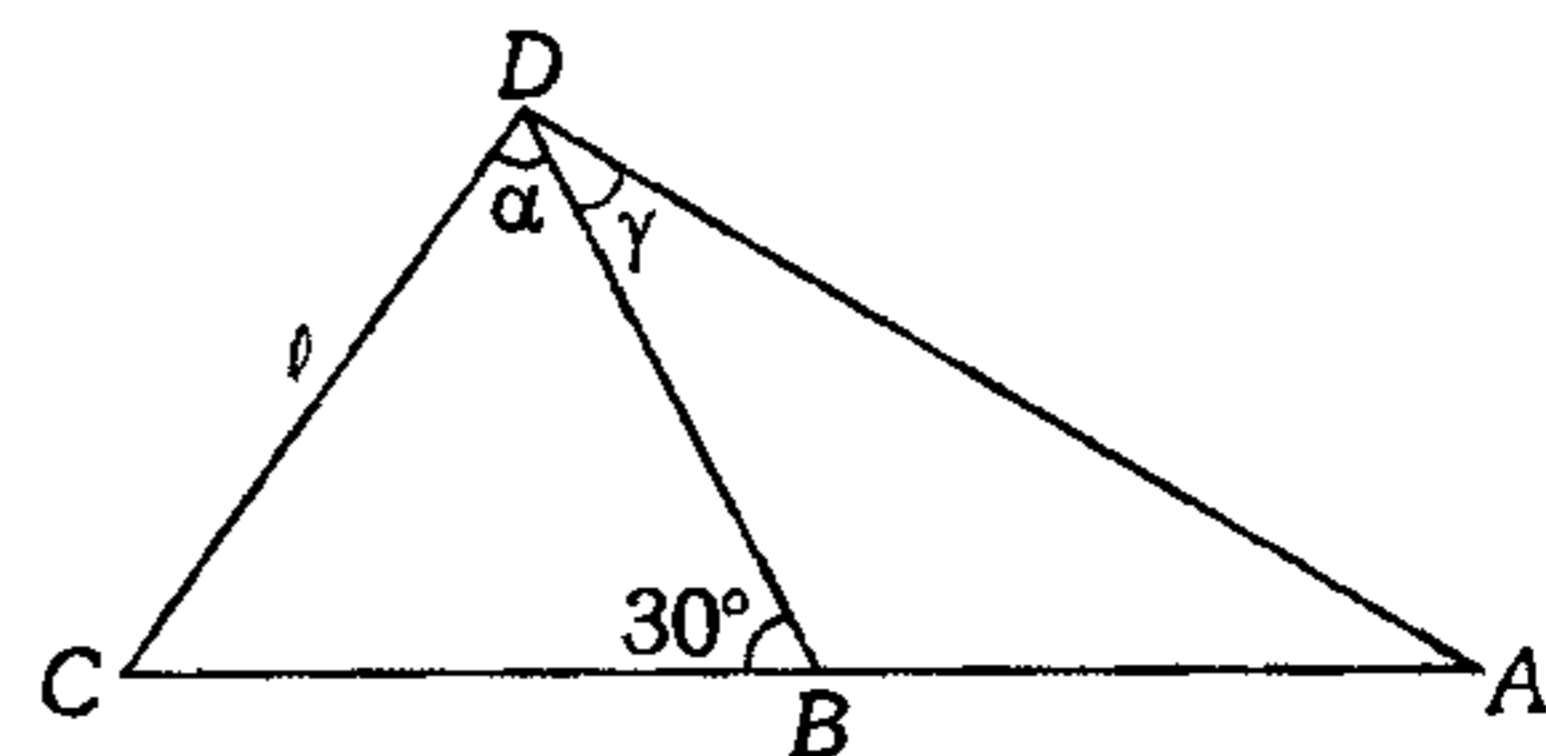
- A)  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \tan C$       B)  $\frac{a+b}{a-b} \cot \frac{C}{2}$   
 C)  $\frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$   
 D)  $\frac{a-b}{a+b} \tan \frac{C}{2}$       E)  $\frac{a+b}{a-b} \tan \frac{C}{2}$

345. Resuelva el triángulo  $ABC$ , de circunradio  $R$ , teniendo además  $A=18^\circ$ ,  $\sin B - \sin A = \frac{1}{R}$

$$\text{y } \sin B \sin A = \frac{1}{R^2}.$$

- A)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{5} + 1$ ;  $c = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$   
 B)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{5} + 1$ ;  $c = 4$   
 C)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ ;  $c = 4$   
 D)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{5} + 1$ ;  $c = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$   
 E)  $a = \sqrt{5} - 1$ ;  $b = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$ ;  $c = 4$

346. Para medir  $AB$ , se da  $l$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ . Calcule dicho lado a partir del gráfico.



- A)  $\frac{l \sin \alpha}{\sin(\gamma + 30^\circ)}$   
 B)  $\frac{2l \sin \alpha}{\sin(\gamma + 30^\circ)}$   
 C)  $\frac{2l \sin \alpha}{\sin(\gamma - 30^\circ)}$   
 D)  $\frac{2l \sin \gamma}{\sin(\alpha - \gamma)}$   
 E)  $\frac{2l \sin \gamma \sin(30^\circ + \alpha)}{\sin(30^\circ - \gamma)}$

347. En un triángulo  $ABC$  al reducir la expresión

$$M = \frac{b \cos B + c \cos C - a}{b \sin B - c \sin C}$$

se obtiene

- A)  $a \cos\left(\frac{B-C}{2}\right)$       B)  $2 \tan(B-C)$   
 C)  $-2 \tan\left(\frac{B-C}{2}\right)$   
 D)  $-\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)$       E)  $\cot\left(\frac{B+C}{2}\right)$

348. Dado el cuadrilátero  $ABCD$ , si su perímetro más su diagonal  $\overline{AC}$  es igual a  $2Rt$  y además si el triángulo  $ADC$  formado al unir  $\overline{AC}$  es equilátero, halle

$$K = \cos\left(\frac{A-C}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{B}{2}\right) + 3 \cos \frac{\pi}{3} \sin B$$

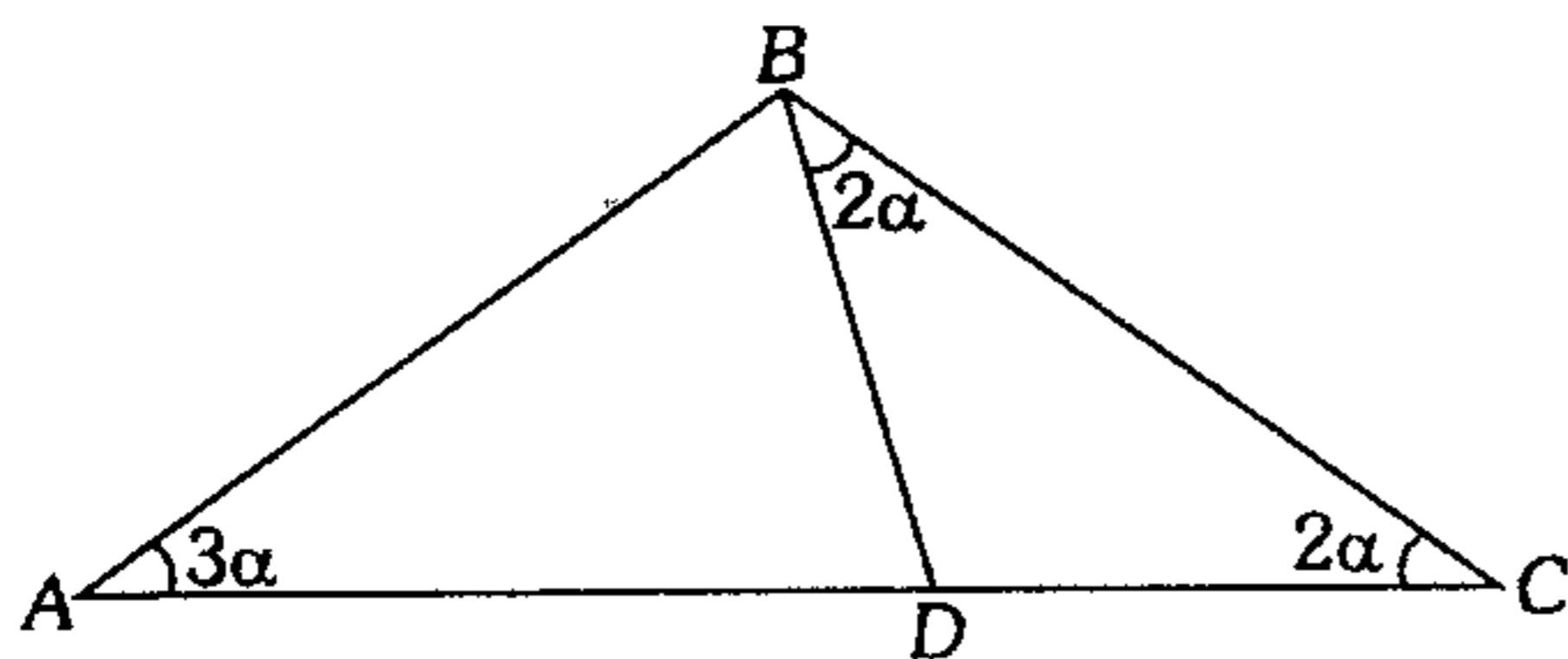
en término de  $t$ . ( $R$ : circunradio del triángulo  $ABC$ ).

- A)  $t$       B)  $\frac{t}{2}$       C)  $t-1$   
 D)  $\frac{t^2}{2}$       E)  $t+1$

349. Del gráfico, calcule el valor de

$$K = \sec 2\alpha \cdot \sin 4\alpha (\cot 3\alpha + \cot 4\alpha).$$

Dado  $\overline{AD} = \overline{BC}$ .



- A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C) 2  
 D)  $\sqrt{3}$       E)  $\sqrt{2}$

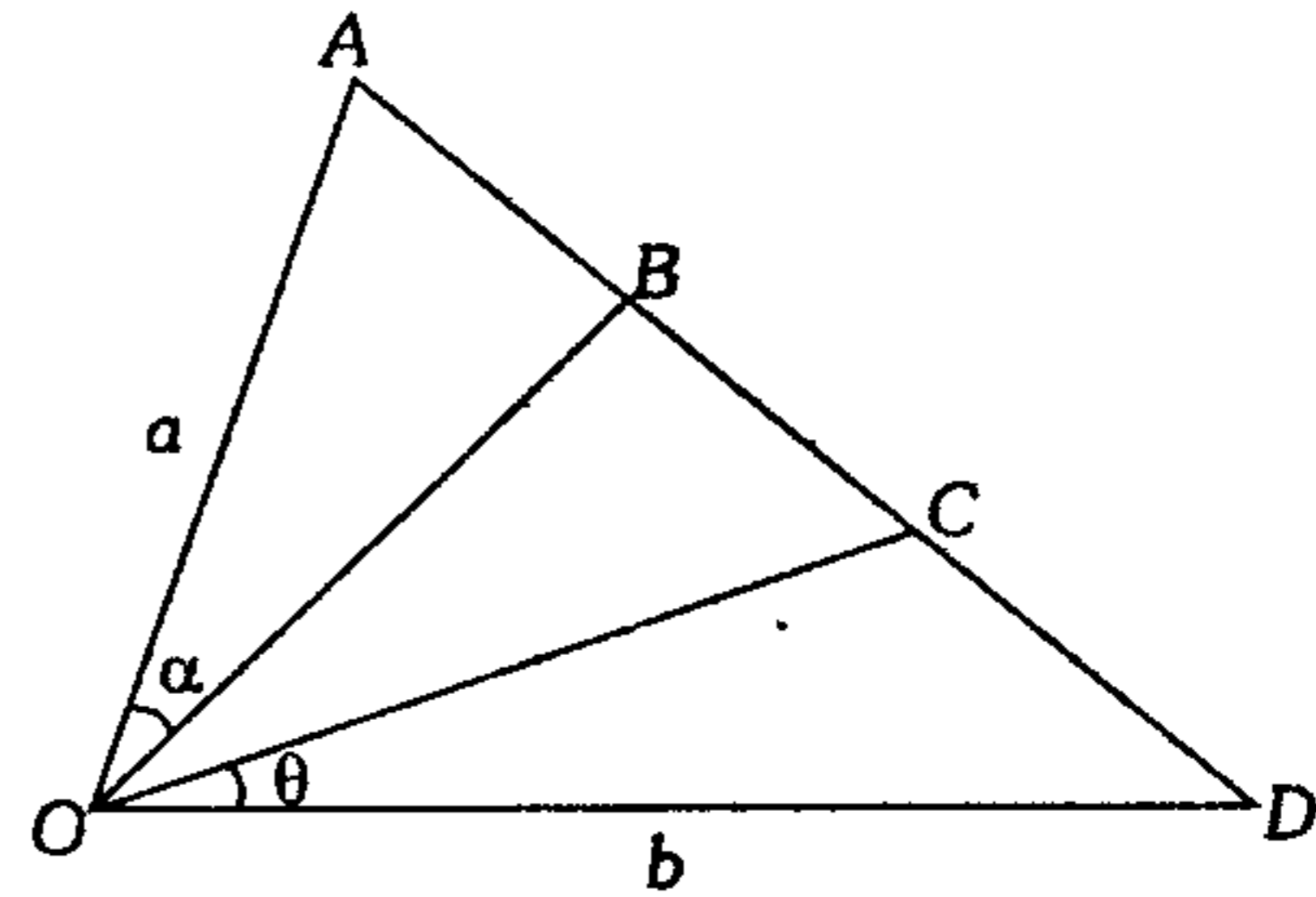
350. Si  $a, b$  y  $c$  son los lados de un triángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , entonces

$$Q = \frac{\sin 3B}{b} + \frac{\sin 3C}{c} + \frac{\sin 3A}{a}$$

es igual a

- A)  $\frac{1}{a}$       B)  $\frac{1}{b}$       C)  $\frac{1}{c}$   
 D)  $\frac{1}{b+c}$       E)  $\frac{1}{|b-c|}$

351. En la figura  $2\overline{OB} = 3\overline{OC}$ , luego el valor de  $\frac{4AB}{CD}$  es



- A)  $\frac{3a}{b} \sin \alpha \cos \theta$       B)  $\frac{6a}{b} \sin \alpha \csc \theta$   
 C)  $\frac{a}{b} \sin \theta \csc \alpha$   
 D)  $\frac{a}{b} \sin \alpha \csc \theta$       E)  $a \sin \alpha \sin \theta$

352. En un  $\Delta ABC$ , inscrito en la circunferencia trigonométrica se cumple

$$a \cot A = 2 \cos x \sin y \dots\dots\dots (1)$$

$$b \cot B = 2 \cos y \sin z \dots\dots\dots (2)$$

$$c \cot C = 2 \cos z \sin x \dots\dots\dots (3)$$

Calcule  $W = \tan x \tan y \tan z$

- A) 1      B)  $\pm 1$       C) 2  
 D)  $\sqrt{2}$       E)  $\pm 2$

353. Los lados de un triángulo  $ABC$  se encuentran en progresión aritmética ( $a > b > c$ ).

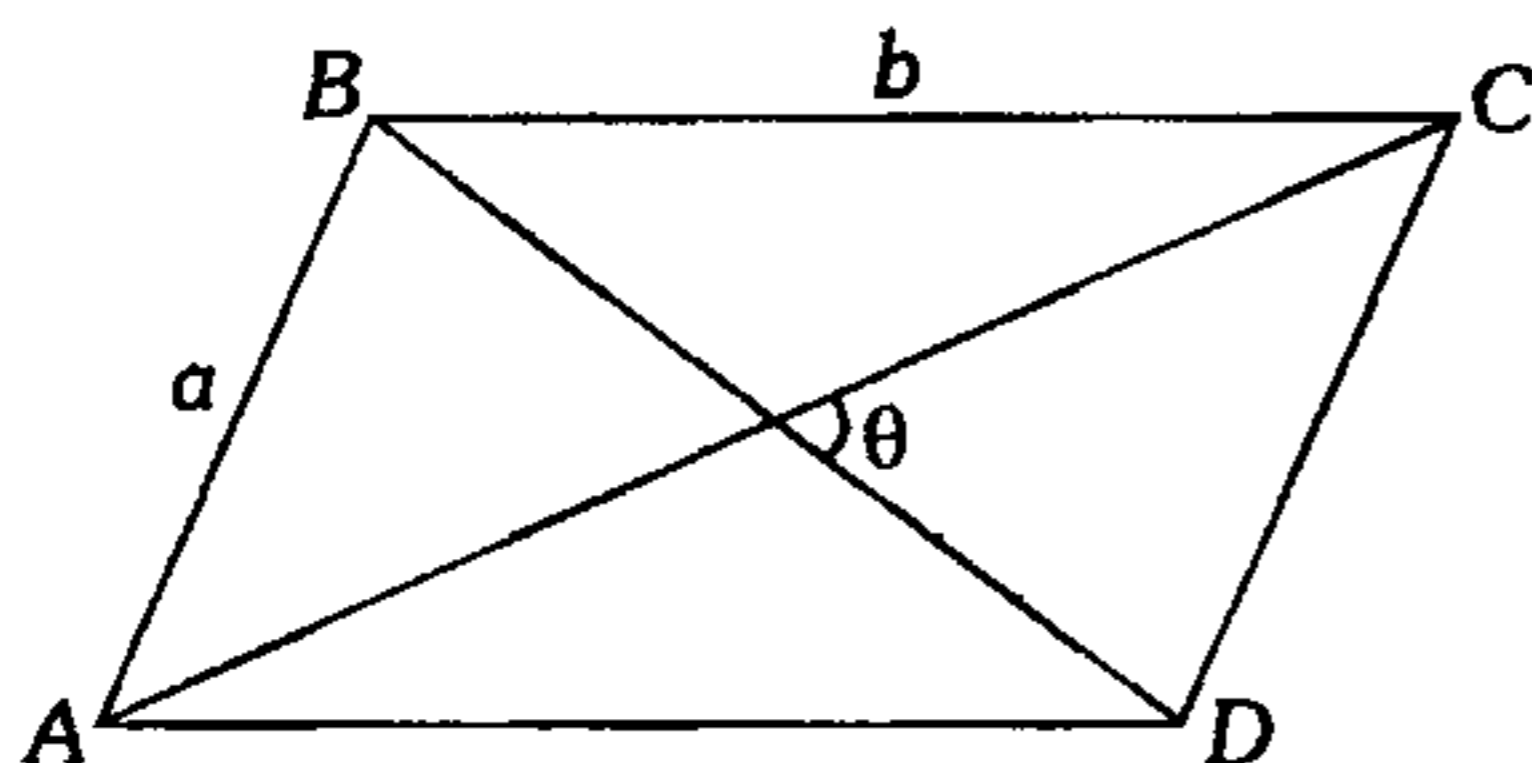
Calcule  $K = \frac{\cos A + \cos C}{\text{Vers}A \cdot \text{Vers}C}$

- A) 1            B) 2            C) 4  
D)  $\sqrt{2}$             E)  $\pm 2$

354. Determine los ángulos de un triángulo cuyos lados son proporcionales a  $\cos \frac{A}{2}$ ;  $\cos \frac{B}{2}$ ;  $\cos \frac{C}{2}$  sabiendo que  $A, B$  y  $C$  son ángulos de un determinado triángulo.

- A)  $90^\circ - \frac{A}{2}$ ;  $90^\circ - \frac{B}{2}$ ;  $90^\circ - \frac{C}{2}$   
B)  $90^\circ + \frac{A}{2}$ ;  $90^\circ + \frac{B}{2}$ ;  $90^\circ + \frac{C}{2}$   
C)  $180^\circ - 2A$ ;  $180^\circ - 2B$ ;  $180^\circ - 2C$   
D)  $90^\circ - A$ ;  $90^\circ - B$ ;  $180^\circ - C$   
E)  $30^\circ + \frac{A}{2}$ ;  $30^\circ + \frac{B}{2}$ ;  $30^\circ + \frac{C}{2}$

355. En la figura mostrada  $ABCD$  es un paralelogramo, determine la altura de éste respecto a  $AD$ , si  $\theta = \arctan 2$ .



- A)  $\frac{b^2 - a^2}{2a}$     B)  $\frac{b^2 + a^2}{2b}$     C)  $\frac{b^2 - a^2}{b}$   
D)  $\frac{b^2 - a^2}{a}$             E)  $\frac{b^2 + a^2}{b}$

356. El área de un triángulo  $ABC$  es  $90\sqrt{3}m^2$  y los senos de los ángulos  $A, B$  y  $C$  son proporcionales a los números 5, 6 y 7 respectivamente. Determine la medida del ángulo  $B$  y del lado opuesto a este ángulo.

- A)  $b = 6\sqrt{6\sqrt{2}}$ ;  $B = \arccos\left(\frac{13}{21}\right)$   
B)  $b = 6\sqrt{5\sqrt{2}}$ ;  $B = \arccos\left(\frac{11}{15}\right)$   
C)  $b = 3\sqrt{30\sqrt{2}}$ ;  $B = \arccos\left(\frac{19}{35}\right)$   
D)  $b = 6\sqrt{7\sqrt{2}}$ ;  $B = \arccos\left(\frac{19}{35}\right)$   
E)  $b = 3\sqrt{34\sqrt{2}}$ ;  $B = \arccos\left(\frac{17}{35}\right)$

357. Calcule los ángulos de un triángulo  $ABC$ , si  
 $(ab\cos C + a\cos B + b\cos A) = 2a^2 - bc$  ..... (2)  
 $B - C = 60^\circ$  ..... (3)

- A)  $90^\circ, 75^\circ, 15^\circ$             B)  $110^\circ, 50^\circ, 20^\circ$   
C)  $60^\circ, 75^\circ, 45^\circ$   
D)  $60^\circ, 90^\circ, 30^\circ$             E)  $105^\circ, 45^\circ, 60^\circ$

358. Un  $\Delta ABC$  está inscrito en la circunferencia trigonométrica y los arcos determinados en la C.T. están en progresión geométrica de razón 2.

Calcule el valor de  $\frac{a}{\cos A} + \frac{b}{\cos B} + \frac{c}{\cos C}$ .

- A)  $-\sqrt{7}$             B)  $-2\sqrt{7}$             C)  $\sqrt{7}$   
D)  $2\sqrt{7}$             E)  $3\sqrt{7}$

359. En un triángulo  $ABC$  se dan los ángulos  $A = \frac{\pi}{7}$ ;  $B = \frac{2\pi}{7}$ ;  $C = \frac{4\pi}{7}$ . Calcule el equivalente de  $b^{-1} + c^{-1}$ .

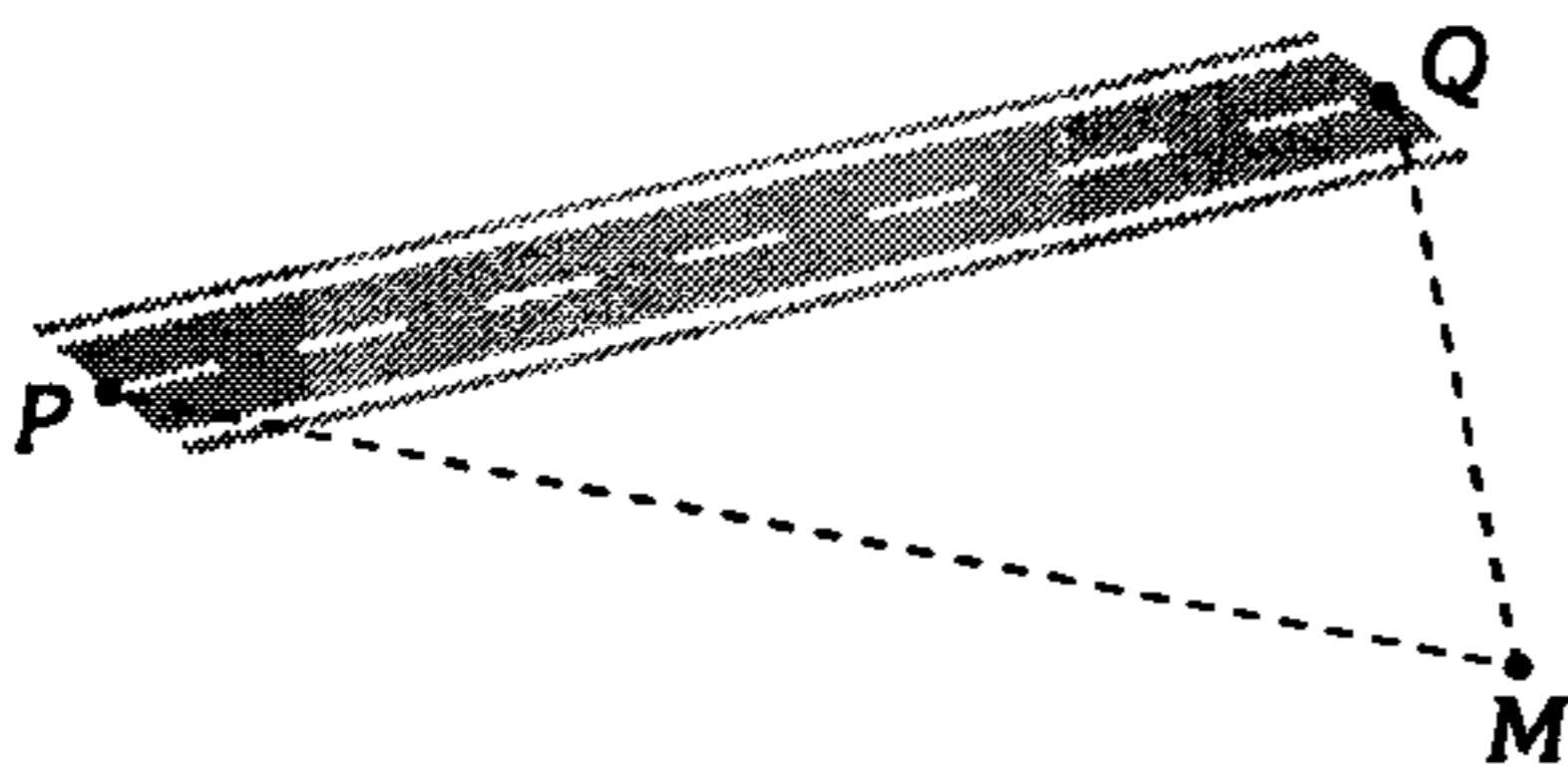
- A)  $2a^{-1}$             B)  $a^{-1}$             C)  $\frac{1}{2} a^{-1}$   
D)  $\frac{a}{b+c}$             E)  $\frac{a}{c-b}$



**360.** Calcule la longitud de la bisectriz externa del ángulo  $A$  de un triángulo  $ABC$ , sabiendo que  $b-c=10$  y  $bc(p-b)(p-c)=100$ .

- A) 1            B) 2            C) 3  
D)  $\sqrt{2}$             E)  $\sqrt{3}$

**361.** En el esquema mostrado,  $PQ$  representa un tramo de una carretera rectilínea. Una persona se encuentra en el punto  $M$ , observa  $PQ$  bajo un ángulo igual a  $\theta$ . Halle la distancia mínima que debe recorrer la persona para llegar a la carretera, si se encuentra a una distancia  $a$  y  $b$  de los extremos  $P$  y  $Q$ , respectivamente.



- A)  $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos \theta$   
B)  $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \operatorname{sen} \theta$   
C)  $\frac{ab \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}}$   
D)  $\frac{ab \cos \theta}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}}$   
E)  $\frac{ab \tan \theta}{\sqrt{a^2 + b^2 - ab \cos \theta}}$

**362.** Dado un triángulo isósceles con ángulo en el vértice de  $2\theta$  y base  $b$ , se traza rectas paralelas por los vértices de éste a los lados del triángulo pedal formándose un triángulo  $MNP$ . Calcule el área de la región triangular  $MNP$ .

- A)  $\frac{b^2}{2} \cot^2 \theta \operatorname{csc} 4\theta$   
B)  $\frac{b^2}{4} \cot^2 \theta \operatorname{sec} 2\theta$   
C)  $\frac{b^2}{4} \cot^2 \theta \operatorname{csc} 2\theta$   
D)  $\frac{b^2}{4} \tan^2 \theta \tan 2\theta$   
E)  $\frac{b^2}{2} \tan^2 \theta \operatorname{sec} 2\theta$

**363.** Si  $A'B'C'$  es el triángulo pedal y el ortocentro de un triángulo  $ABC$  es  $O$ , entonces el valor

de  $\frac{a}{OA'} + \frac{b}{OB'} + \frac{c}{OC'}$  es

- A)  $4 \tan A \tan B \tan C$   
B)  $2 \cot A \cot B \cot C$   
C)  $2 \tan A \tan B \tan C$   
D)  $4 \cot A \cot B \cot C$   
E)  $2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C$

**364.** Determine la distancia entre los excentros relativo a los lados  $a$  y  $c$  de un triángulo  $ABC$  en función del circunradio  $R$  y ángulo  $B$ .

- A)  $4R \operatorname{sen} \frac{B}{2}$     B)  $4R \cot \frac{B}{2}$     C)  $4R \operatorname{sen}^2 \frac{B}{2}$   
D)  $4R \cos \frac{B}{2}$                     E)  $4R \operatorname{sen} 2B$

**365.** Siendo  $r_a, r_b$  y  $r_c$  exradios relativos a los lados  $a, b$  y  $c$  de un triángulo  $ABC$ , tal que

$$\frac{r_a}{\cot \frac{A}{2}} + \frac{r_b}{\cot \frac{B}{2}} + \frac{r_c}{\cot \frac{C}{2}} = 2p;$$

donde  $2p$  es

perímetro del  $\Delta ABC$ . Calcule el valor de

$$L = \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}$$

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E)  $\sqrt{2}$

366. En el triángulo  $ABC$ , de incentro  $I$  y excentro  $E$  relativo al lado  $BC$ ,  $IE = k a$  y  $BC = a$ , luego se cumple

- A)  $k = a$                       B)  $k > a$   
 C)  $k \geq a$   
 D)  $k < a$                       E)  $k \leq a$

367. En un triángulo  $ABC$  isósceles  $m\angle B = m\angle C$ , determine la distancia entre el incentro y circuncentro sabiendo que el inradio es  $r$  y circunradio  $R$ . ( $A < 90^\circ$ )

- A)  $R - r \sec \frac{A}{2}$   
 B)  $R + r \cos \frac{A}{2}$   
 C)  $r \csc \frac{A}{2} - R$   
 D)  $R + r \sin \frac{A}{2}$   
 E)  $R - r \csc \frac{A}{2}$

368. Al prolongar las alturas de un triángulo  $ABC$  relativas a los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , intersectan a la circunferencia de radio  $R$  que circunscribe a dicho triángulo en los puntos  $L$ ,  $M$  y  $N$ . Calcule el perímetro del triángulo  $LMN$ .

- A)  $8R \cos A \cos B \cos C$   
 B)  $8R \sin A \sin B \sin C$   
 C)  $4R \cos A \cos B \cos C$   
 D)  $4R \sin A \sin B \sin C$   
 E)  $4R \sin 2A \sin 2B \sin 2C$

369. Sea  $ABCD$  un cuadrilátero inscrito en una circunferencia de radio  $R$ , calcule  $R$  dados los lados  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  y  $m\angle A$ .

- A)  $\sqrt{\frac{(ab + dc)(ac + bd)}{2(bc - ad) \tan^2 A}}$   
 B)  $\sqrt{\frac{(ab - dc)(ac - bd)}{2(bc - ad) \cos^2 A}}$   
 C)  $\sqrt{\frac{(ab - dc)(ac - bd)}{2(bc - ad) \sin^2 A}}$   
 D)  $\sqrt{\frac{(ab + dc)(ac + bd)}{2(bc + ad) \sin^2 A}}$   
 E)  $\sqrt{\frac{(ac + bd)(ab + dc)}{4(bc + ad) \sin^2 A}}$

370. En un triángulo  $ABC$ , halle  $\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$  en función de  $S$ , si  $S$  es el área de la región triangular mencionada, siendo además  $a + b + c = 9$  y  $abc = 24$ .

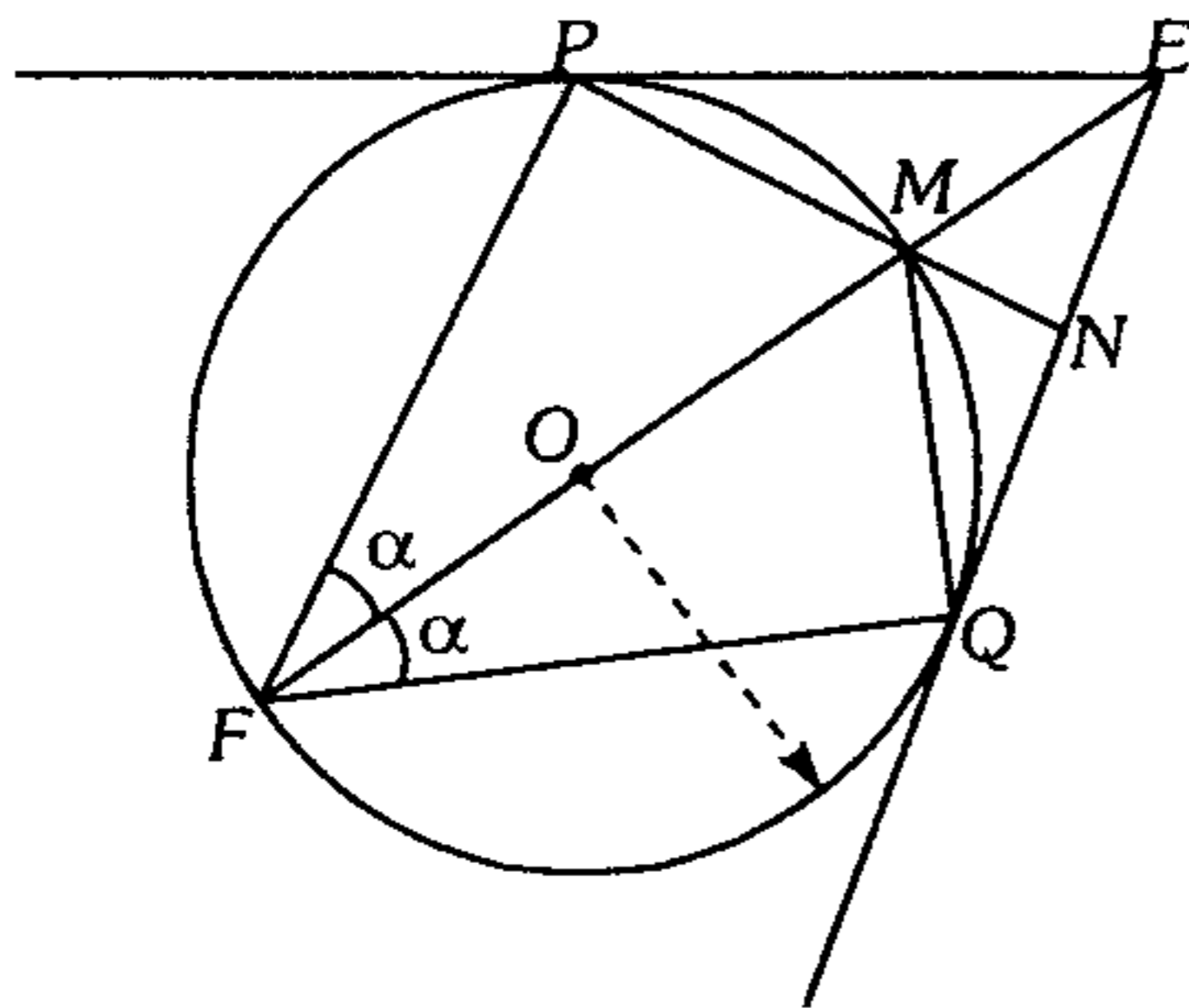
- A)  $\frac{S}{8}$                       B)  $\frac{3S}{8}$                       C)  $\frac{3S}{16}$   
 D)  $\frac{5S}{16}$                       E)  $\frac{7S}{16}$

371. En un triángulo  $ABC$  de lados  $a$ ,  $b$  y  $c$  respectivamente, determine  $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)$  si  $A$  es un ángulo obtuso y además  $c \cdot \cos \alpha + b = a$ .

- A)  $\frac{(a-b) \tan \alpha}{2\sqrt{ab}}$                       B)  $\frac{b \sin \alpha}{2\sqrt{ac}}$   
 C)  $\frac{(a+b) \sec \alpha}{2\sqrt{ab}}$   
 D)  $\frac{(a+b) \tan \alpha}{2\sqrt{ab}}$                       E)  $\frac{c \sin \alpha}{2\sqrt{ab}}$

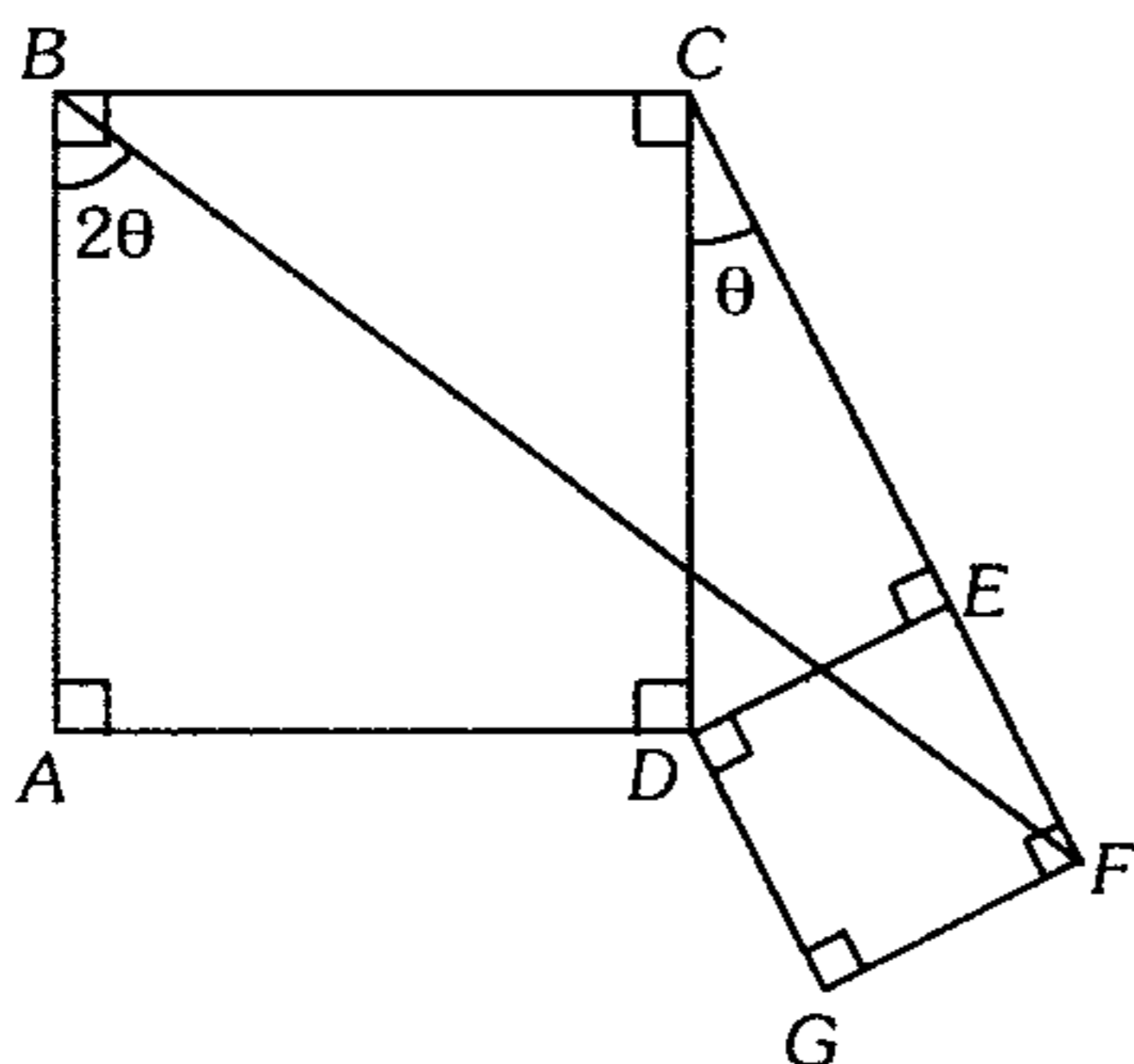
**372.** Del gráfico, determine la relación de áreas de los cuadriláteros  $PEQM$  y  $FPMQ$  en términos de  $\alpha$ .

Considere  $P$  y  $Q$  puntos de tangencia,  $O$  es centro de la circunferencia.



- A)  $\tan 2\alpha \tan \alpha$       B)  $\frac{1}{2} \tan 2\alpha \tan \alpha$   
 C)  $\frac{1}{4} \tan 2\alpha \tan \alpha$   
 D)  $2 \tan 2\alpha \tan \alpha$       E)  $4 \tan 2\alpha \tan \alpha$

**373.** Del gráfico, calcule  $\tan \theta$  siendo  $ABCD$  y  $DEFG$  cuadrados.



- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{5}$       C)  $\frac{1}{4}$   
 D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$

**374.** Teorema de Bretschneider (Teorema de los cosenos para el cuadrilátero), sean  $a, b, c$  y  $d$  los lados sucesivos de un cuadrilátero;  $m$  y  $n$  sus diagonales;  $A$  y  $C$  dos ángulos opuestos, halle el equivalente de  $m^2 n^2$ .

- A)  $a^2 c^2 + b^2 d^2 - 2abcd \cos(A - C)$   
 B)  $a^2 c^2 + b^2 d^2 - 2abcd \cos(A + C)$   
 C)  $a^2 c^2 - b^2 d^2 - 4abcd \cos(A + C)$   
 D)  $a^2 + c^2 + b^2 d^2 - 4abcd \cos(A - C)$   
 E)  $a^2 c^2 + b^2 d^2 + 2abcd \cos(A - C)$

**375.** Se tiene  $I = A \operatorname{sen}\left(3t + \frac{\pi}{5}\right)$

( $I$  representa la intensidad de la corriente alterna).

Para  $t = \frac{\pi}{10}$  s, se tiene una corriente máxima

de  $\sqrt{3}$  amp. Halle la corriente ( $I$ ) que se obtiene para un tiempo  $t$  igual a  $\frac{2\pi}{45}$  s.

- A) 1,57 amp      B) 1,2 amp      C) 1,6 amp  
 D) 1,65 amp      E) 1,5 amp

**376.** Sea  $f(x) = \begin{cases} 1 & ; \operatorname{csc} x > \tan x \\ -1 & ; \tan x > \operatorname{csc} x \end{cases}$

Evalúe

$$f\left(\frac{19\pi}{20}\right) + f\left(\frac{391\pi}{20}\right) + f\left(-\frac{9\pi}{20}\right) f\left(-\frac{19\pi}{20}\right)$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
 D) -1      E) -2

**377.** Sean las funciones

$$F(x) = (1 - \operatorname{sen} x)(1 - \operatorname{cos} x)(1 + \operatorname{sec} x)(1 + \operatorname{csc} x)(\operatorname{sec}^2 x)$$

$\operatorname{Dom} F = A$  el mayor dominio posible

$g(x) = \tan x$ ,  $\operatorname{Dom} g = B$ , el mayor dominio posible.

Señale el valor de verdad de las siguientes afirmaciones.

I.  $F(x) = g(x)$ ;  $\forall x \in A$

II.  $F(x) = g(x)$ ;  $\forall x \in B$

III.  $A = B$

- A) FFF      B) VFF      C) FVV  
 D) VFF      E) FVF

378. Cumpléndose

$$\tan \alpha \sec \beta = \tan \alpha \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\sen \alpha \tan \beta = \tan b \quad \dots\dots\dots (2)$$

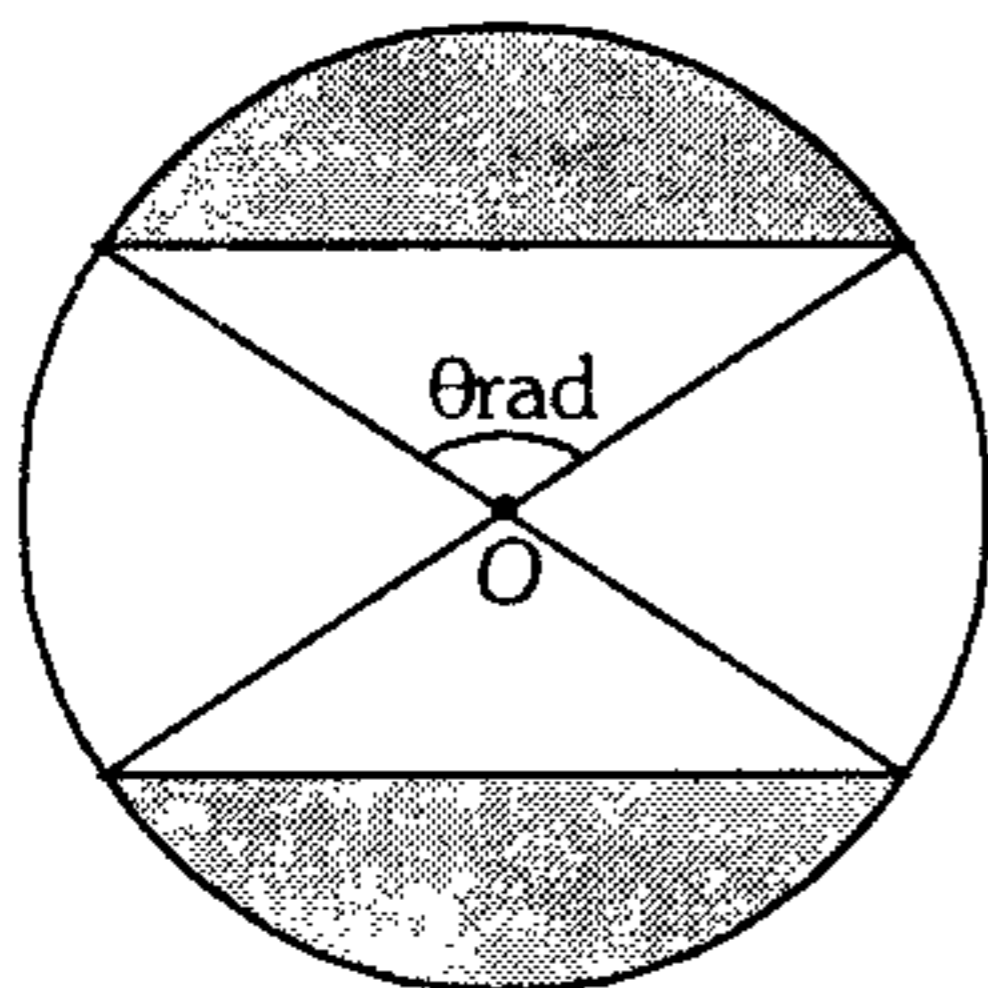
$$\cot^2 \frac{\alpha}{2} = \cot x \cot y \quad \dots\dots\dots (3)$$

$b \in \text{IIC}; a \in \text{IIIC}$

halle  $xy$ .

- A)  $\frac{a^2+b^2}{4}$     B)  $\frac{a^2-b^2}{4}$     C)  $\frac{b^2-a^2}{4}$   
 D)  $\frac{ab}{4}$     E)  $\frac{a^2-b^2}{2}$

379. Si el área sombreada es igual a la no sombreada calcule  $\csc\left(\frac{\theta - \sen \theta}{2}\right)$ .



- A)  $\sqrt{2}$     B) 1,5    C) 2  
 D) 2,5    E)  $2\sqrt{3}$

380. Un avión que viaja en la dirección SN es observado con un ángulo de depresión  $\alpha$  y en la dirección  $S(90^\circ - \alpha)E$ . En ese instante comienza a ascender en una trayectoria circular, siguiendo la dirección SN. Calcule  $\cot \alpha - \sec \alpha$  para que al tomar la vertical sea observado con el mismo ángulo de elevación  $\alpha$  en la dirección NE.

- A)  $1 - \sqrt{2}$     B)  $\sqrt{2} - 1$     C)  $1 + \sqrt{2}$   
 D)  $2 + \sqrt{2}$     E)  $2 - \sqrt{2}$

381. En una semicircunferencia de diámetro  $AB=d$ , se tiene una cuerda  $CD$ . Sean  $E$  y  $F$  los pies de las perpendiculares bajadas desde los puntos  $A$  y  $B$  sobre la recta  $CD$ . Siendo la medida de los arcos  $AC$  y  $BD$   $2\alpha$  y  $2\beta$  respectivamente, entonces el área de la región cuadrangular  $AEFB$  es

- A)  $d^2 \sen(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$   
 B)  $\frac{d^2}{2} \sen(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta)$   
 C)  $\frac{d^2}{2} \sen(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta)$   
 D)  $d^2 \sen(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta)$   
 E)  $\frac{d^2}{4} \sen(\alpha + \beta)$

382. Determine el conjunto de valores de  $M$ , siendo

$$M = \frac{\cos 2x + 2}{1 + 3 \sen 2x + \cos 2x}$$

- A)  $\langle -\infty; 1 \rangle - \left\{ \frac{3}{4} \right\}$   
 B)  $\left\langle -\infty; -\frac{2\sqrt{7}-1}{9} \right\rangle$   
 C)  $\left\langle -\infty; \frac{-2\sqrt{7}-1}{9} \right\rangle \cup \left[ \frac{2\sqrt{7}-1}{9}; \infty \right) - \left\{ \frac{3}{4} \right\}$   
 D)  $\left\langle \frac{2\sqrt{7}+1}{9}; \infty \right\rangle$   
 E)  $\left\langle \frac{-2\sqrt{7}-1}{9}; 1 \right\rangle - \left\{ \frac{3}{4} \right\}$

383. Se tiene un cuadrilátero  $ABCD$ , en el cual las diagonales se cortan en  $P$ . Si  $\overline{AP} = \overline{PD}$ ,  $\overline{AD} = \overline{BD}$ ;  $\frac{m\angle ADB}{2} = \frac{m\angle DBC}{3}$ , además  $\overline{AB} = 2u$ , halle el área del cuadrilátero  $ABCD$ .

- A)  $8(\sqrt{5}-1)u^2$     B)  $(16\sqrt{2}-2\sqrt{5})u^2$   
 C)  $6+3\sqrt{3}$   
 D)  $4(3\sqrt{5}+\sqrt{3})u^2$     E)  $8(3\sqrt{3}+5)u^2$

**384.** Se traza por un punto de una circunferencia dos cuerdas cuyas longitudes son  $a$  y  $b$ . Además, el área del triángulo formado al unir sus extremos es  $s$ . Calcule el radio de la circunferencia en términos de  $a$ ,  $b$  y  $s$ .

A)  $\frac{ab\sqrt{a^2 + b^2 \pm 2\sqrt{a^2b^2 - 4s^2}}}{4s}$

B)  $\frac{2ab\sqrt{a^2 + b^2 + \sqrt{ab - 4s^2}}}{4s}$

C)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\sqrt{a^2b^2 - 4s^2}}}{2s}$

D)  $\frac{ab\sqrt{a^2 + b^2 \pm \sqrt{ab - 4s^2}}}{4s}$

E)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 \pm \sqrt{2ab - s}}}{2s}$

**385.** Si  $\alpha + \theta + \beta = \frac{\pi}{4}$ , calcule

$$G = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)}{\cos \alpha \cos \beta \cos \theta + \sin \alpha \sin \beta \sin \theta}$$

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       E)  $2\sqrt{2}$

**386.** Siendo  $\cos b - \cos a = \cos a \cos b$  determine

$$\sin\left(\frac{a+b}{2}\right) + \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

- A) 0      B) 1      C) 2  
 D) 3      E)  $\pm 1$

**387.** Dado un cuadrilátero convexo  $ABCD$  cuya área está representada por  $S$ , halle el ángulo formado por las diagonales del cuadrilátero en función de los lados  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  y  $S$ .

A)  $\arcsen\left(\frac{S}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}\right)$

B)  $\arccos\left(\frac{4S}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}\right)$

C)  $\arctan\left(\frac{4S}{a^2 + b^2 - c^2 - d^2}\right)$

D)  $\arcsen\left(\frac{4S}{b^2 + d^2 - a^2 - c^2}\right)$

E)  $\arctan\left(\frac{4S}{b^2 + d^2 - a^2 - c^2}\right)$

**388.** Desde un punto de una circunferencia se traza perpendiculares a los lados de un polígono regular circunscrito de  $n$  lados. Halle la suma de cubos de las perpendiculares, siendo  $R$  el radio de la circunferencia. ( $m > 3$ )

A)  $\frac{3nR^3}{2}$       B)  $\frac{5nR^3}{2}$       C)  $3nR^3$

D)  $4nR^3$       E)  $\frac{5nR^3}{3}$

**389.** Si se cumple

$$\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 = \sqrt{a - \frac{5}{2}} - 1 \quad \dots (1)$$

$$\cos \alpha_2 \sin \alpha_3 = \sqrt{a + \frac{5}{2}} - 2 \quad \dots (2)$$

$$\sin \alpha_3 \cos \alpha_4 = \sqrt{a^2 - \frac{25}{4}} - 7 \quad \dots (3)$$

determine el máximo valor de

$$\cos \alpha_3 \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_3} + \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_4} \sin \alpha_3$$

- A) 1      B) 2      C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $-\frac{1}{2}$       E) -1

390. Definimos

$$f(\alpha) = \tan \alpha + \tan 2\alpha + \tan 2\alpha \tan 3\alpha \cot \alpha$$

reduzca la siguiente expresión

$$E = \frac{\tan 8^\circ - \tan 4^\circ \tan 8^\circ \cot 2^\circ - \tan 2^\circ + \tan 8^\circ \tan 2^\circ \cot 4^\circ}{\cos 6^\circ \cot^2 30^\circ f(2^\circ)}$$

- A)  $\sec 10^\circ$     B)  $\sec 72^\circ$     C)  $\tan 10^\circ$   
 D)  $\csc 20^\circ$     E)  $-\sec 8^\circ$

391. Halle el equivalente de

$$F = 4 \cos 20^\circ [\cos 20^\circ (2 \cos 20^\circ - 2 \cos 40^\circ + 1) + 8 \sin 20^\circ - 1]$$

- A)  $1 + 16 \cos 20^\circ$   
 B)  $1 - 8 \cos 40^\circ$   
 C)  $1 + 8 \cos 20^\circ$   
 D)  $1 - 8 \sin 20^\circ$   
 E)  $1 + 16 \sin 40^\circ$

392. Se define

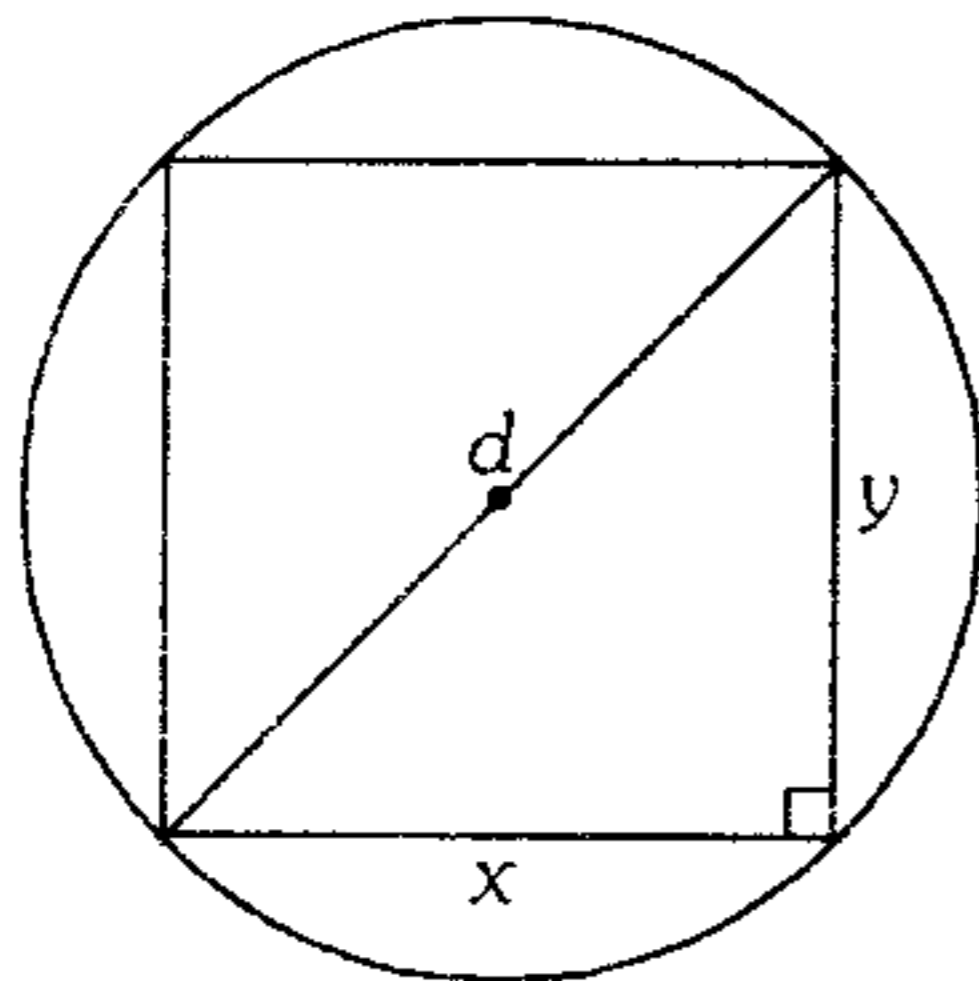
$$f(x) = \cos^4 \frac{nx}{2} - \sin^4 \frac{nx}{2}$$

Dicha función es decreciente entre  $k\pi$  y

$k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Encuentre el valor de  $n$  (positivo).

- A) 3    B) 4    C) 2  
 D) 6    E) 1

393. Halle las dimensiones de la viga de máxima resistencia que se puede sacar de un tronco, si sabemos que la resistencia de la viga es proporcional al producto de su ancho por el cuadrado de su altura.



A)  $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$  ;  $y = d \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

B)  $x = \frac{d}{\sqrt{2}}$  ;  $y = \frac{d}{\sqrt{2}}$

C)  $x = \frac{d\sqrt{2}}{4}$  ;  $y = d \frac{\sqrt{2}}{3}$

D)  $x = d \frac{\sqrt{2}}{3}$  ;  $y = d \frac{\sqrt{2}}{6}$

E)  $x = d \frac{\sqrt{5}}{9}$  ;  $y = d \frac{\sqrt{2}}{9}$

394. Acerca de la función  $f$ , definida por

$$f(x) = \sin\left(\cos x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\cos x + \frac{\pi}{4}\right)$$

analice las proposiciones

I. El menor valor de  $f$  es  $-\sqrt{2}$ .

II. Su periodo es  $2\pi$ .

III.  $f(x)$  es función par.

IV.  $f$  es creciente en  $\left\langle 21\pi; \frac{43\pi}{2} \right\rangle$

- A) VVVV    B) VVVF    C) VVFF  
 D) VFFF    E) FFVV

395. ¿Para qué valores de  $x$  comprendidos en el

intervalo  $-\frac{\pi}{2}$  a  $\pi$  se cumple la condición

$$f(x) \geq 0, \text{ siendo } f(x) = 4 \cos^2 \frac{x}{2} - \tan 2x - 2?$$

A)  $\left\langle -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{6} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$

B)  $\left\langle 0; \frac{\pi}{6} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

C)  $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left[ \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{6} \right]$

D)  $\left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left[ \frac{3\pi}{4}; \pi \right]$

E)  $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle \cup \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4} \right]$

396. Sea la función  $f$  definida por

$$f(x) = (\tan x + \cot x)(\sin |x| + \sin x)$$

$$\text{siendo } x \in \left[-\frac{\pi}{4}; 0\right) \cup \left(0; \frac{\pi}{4}\right]$$

Determine el rango de  $f$ .

A)  $\langle 2; 2\sqrt{2} \rangle \cup \{0\}$

B)  $\langle 2; 2\sqrt{2} \rangle$

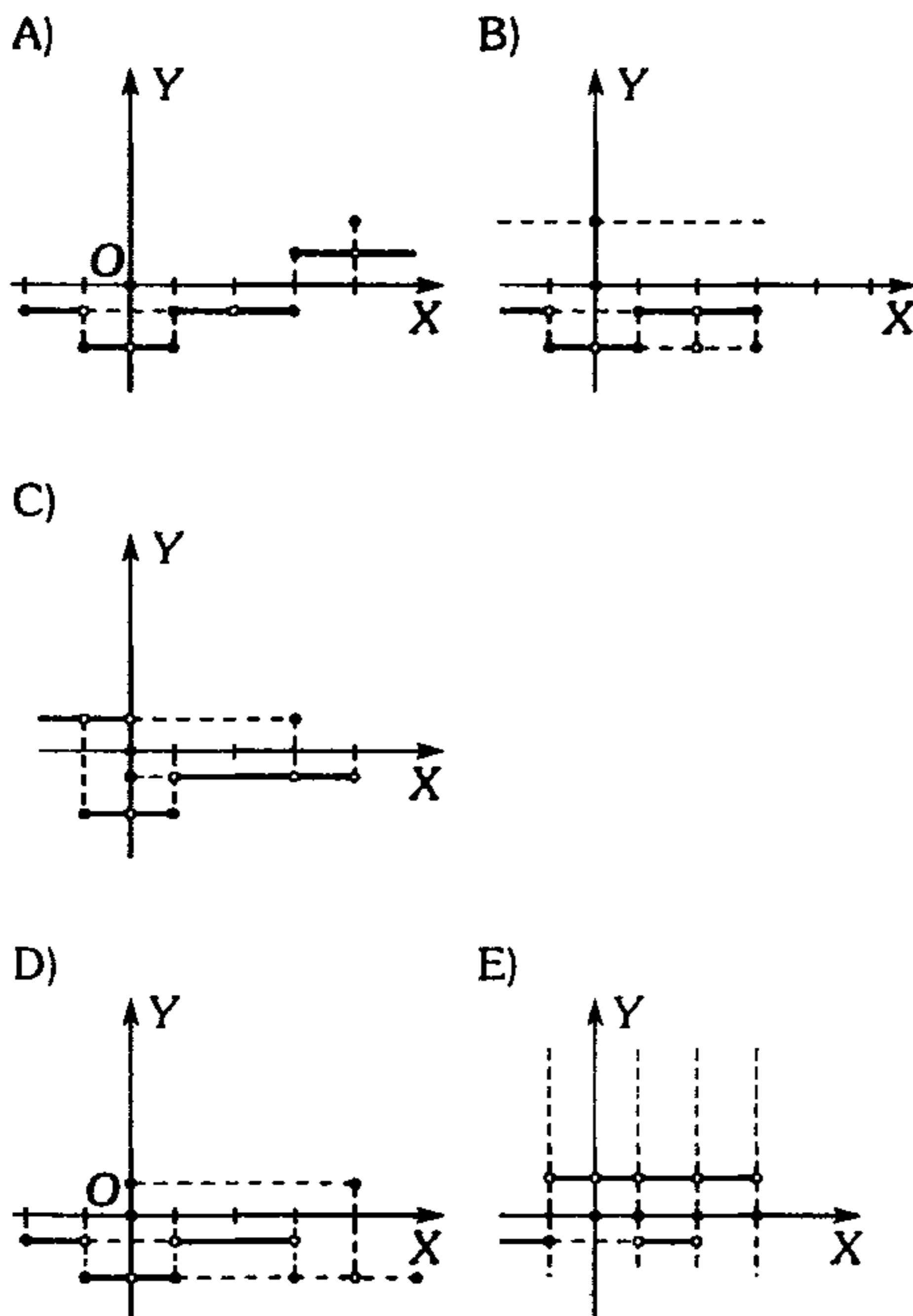
C)  $[2; 2\sqrt{2}] \cup \{0\}$

D)  $\langle 2; 4 \rangle \cup \{0\}$

E)  $[2; 4)$

397. Esboce la gráfica de la función  $f$  definida por la regla de correspondencia.

$$f(x) = \tan \left| \left[ \cos(\pi x) + 1 \right] - 3 \right|$$



398. Dadas las funciones  $f$  y  $g$  tal que

$$f(x) = \log_{\left(\frac{2\cos x}{\sqrt{3}}\right)} \sqrt{1 + 2\cos 2x}$$

$$g(x) = 1$$

¿Para qué valores de  $x$  se cumple

$$f(x) < g(x); \forall k \in \mathbb{Z} ?$$

A)  $\left\langle -\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{1}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{1}{4} + k\pi \right\rangle$

B)  $\left\langle -\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{1}{3} + k\pi; \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{1}{3} + k\pi \right\rangle$

C)  $\left\langle -\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\rangle$

D)  $\left\langle (4k+1)\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{1}{3}; (2k+1)\pi + \arccos \frac{1}{4} \right\rangle$

E)  $\langle 2k\pi; (2k+1)\pi \rangle$

399. Dadas las funciones con regla de correspondencia

$$f(x) = \frac{c}{x}, \quad c > 4 \quad \text{y} \quad g(x) = 2\sin \frac{x}{2}$$

Si la recta tangente a la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(4\pi; 0)$ ,  $(0 \leq x \leq 4\pi)$ , determine el área comprendida entre dicha recta y  $g$ .

A)  $4(c-2)u^2$     B)  $3cu^2$     C)  $4cu^2$

D)  $2(c-2)u^2$     E)  $2u^2$

400. Sea  $f$  una función de variable real, halle el dominio y rango ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$f(x) = \left[ \sin x \csc x \right] + \left[ \cos x \sec x \right]$$

A)  $\mathbb{R} - k\pi; \{2\}$

B)  $\mathbb{R} - \frac{k\pi}{2}; \{-1; 0; 1\}$

C)  $\mathbb{R} - \frac{k\pi}{4}; \{-2\}$

D)  $\mathbb{R} - \frac{k\pi}{2}; \{2\}$

E)  $\mathbb{R} - k\pi; [-1; 1]$

401. Halle el campo de variación de la función

$$f(x) = \cos 2x - \sqrt{1 - \sin 2x}(\sin x + \cos x)$$

$$\text{si } x \in \left\langle 0; \frac{3\pi}{4} \right\rangle$$

- A)  $\langle -2; 2 \rangle$                       B)  $[-2; 0]$   
 C)  $\langle -2; 2 \rangle - \{0\}$   
 D)  $\langle -1; 1 \rangle$                       E)  $[-1; 2]$

402. Halle los valores de  $x$  en el intervalo  $\langle 4\pi; 5\pi \rangle$

para los cuales la función  $f$  está definida por la siguiente regla de correspondencia

$$f(x) = \sqrt{4\sin^2 x - 1} \cdot \log_{\sin x} \left( \frac{x-5}{2x-1} \right)$$

- A)  $\left[ \frac{25\pi}{6}; \frac{29\pi}{6} \right] - \left\{ \frac{14\pi}{3} \right\}$   
 B)  $\left[ \frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3} \right]$   
 C)  $\left[ \frac{25\pi}{6}; \frac{29\pi}{6} \right] - \left\{ \frac{9\pi}{2} \right\}$   
 D)  $\left[ \frac{17\pi}{4}; \frac{29\pi}{4} \right] - \left\{ \frac{9\pi}{2} \right\}$   
 E)  $\left[ \frac{17\pi}{4}; \frac{9\pi}{2} \right]$

403. Acerca de la función

$$f(x) = \sin 2x |\tan x| + x$$

se puede afirmar

- I. Es una función impar.  
 II. Es discontinua en

$$x = (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

- III. Si  $x \in \left[ \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right] \Rightarrow f(x) = x$  no presenta ninguna solución.

IV. Si  $x \in \left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle \Rightarrow f$  es creciente.

V. Es periódica ( $T = \pi$ ).

VI.  $f(x_0)$  se aproxima a  $\left( \frac{\pi}{2} - 2 \right)$ , cuando  $x_0$

toma valores, próximos y mayores  $A = \frac{\pi}{2}$ .

- A) VVFFVW    B) VVFWVW    C) VVVVFW  
 D) VVFFVW    E) VVFFFV

404. ¿Qué valores de  $x$  del conjunto de los números reales, hacen posible que  $f$  sea una función?

Dé como respuesta para  $0 \leq x \leq 2\pi$ , si

$$f(x) = \log \left( \sin \frac{x}{2} - \cos 2x \right).$$

- A)  $\left\langle 0; \frac{\pi}{5} \right\rangle \cup \left\langle \frac{9\pi}{5}; 2\pi \right]$   
 B)  $\left\langle \frac{\pi}{5}; \frac{9\pi}{5} \right\rangle$   
 C)  $\left[ \frac{\pi}{5}; \frac{9\pi}{5} \right]$   
 D)  $\left[ 0; \frac{\pi}{5} \right] \cup \left[ \frac{9\pi}{5}; 2\pi \right]$   
 E)  $\left\langle \frac{\pi}{5}; \frac{9\pi}{5} \right\rangle - \{\pi\}$

405. Dada la función  $f$  con

$$f(x) = \sqrt{\sec^2 \left( \frac{x-\pi}{4} \right) + \csc^2 \left( \frac{x-\pi}{4} \right)}$$

y  $g$  con  $g(x) = 2\pi x$ . ¿En cuántos puntos se intersectan  $f$  y  $g$  en  $x \in \langle 2003\pi; 2009\pi \rangle$ ?

- A) 4                      B) 6                      C) 5  
 D) 12                      E) 16



406. El rango de la función

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sen} x$$

es  $\left[-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ , entonces un intervalo de su dominio será

- A)  $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{17\pi}{12}\right]$       B)  $\left[\frac{19\pi}{12}; \frac{23\pi}{12}\right]$   
 C)  $\left[-\frac{\pi}{12}; \frac{23\pi}{12}\right]$   
 D)  $\left\langle \frac{17\pi}{12}; \frac{7\pi}{4} \right\rangle$       E)  $\left[\frac{47\pi}{12}; \frac{67\pi}{12}\right]$

407. Si los puntos  $A\left(x_1; \frac{1}{2}\right)$  y  $B(x_2; -1)$  pertenecen al gráfico de la función siguiente

$$f(x) = \operatorname{sen}^4 x - \cos^4 x; \text{ además } x_1 \in \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle,$$

$$x_2 \in \left\langle \frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} \right\rangle, \text{ calcule}$$

$$J = \tan x_1 + \tan x_2 + \tan x_1 \tan x_2$$

- A) 1      B) 0      C)  $\sqrt{3}$   
 D)  $-\sqrt{3}$       E)  $\sqrt{\frac{3}{3}}$

408. Calcule el mayor valor que admite la función  $f$  con regla de correspondencia

$$f(t) = y \operatorname{sen} t \cos 2t \cos t + x \operatorname{sen}^2 t \cos^2 t$$

- A)  $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{8}$       B)  $\frac{\sqrt{x^2 + y^2} + 2}{4}$   
 C)  $\frac{\sqrt{x^2 + 4y^2} + x}{8}$   
 D)  $\frac{\sqrt{x^2 + 2y^2} - x}{8}$       E)  $\frac{\sqrt{x^2 + xy + y^2}}{8}$

409. Sea la función  $f(x)$  definida por la siguiente regla

$$f(x) = \left| \frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} \right| + \left| \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} \right|$$

Las proposiciones verdaderas son

I. Tiene período igual a  $\pi$ .

II. Es creciente en  $\left\langle \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right\rangle$

III. Es decreciente en  $\langle 6, 3; 7 \rangle$

- A) I      B) I y II      C) II y III  
 D) I, II y III      E) III

### Funciones Trigonómicas

410. Halle el rango de la función  $f$ , cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = \operatorname{Vers} 2x \cdot \operatorname{Cov} 2x$$

- A)  $[0; \sqrt{2}]$       B)  $\left[\frac{3}{8}; \frac{3 + \sqrt{2}}{8}\right]$   
 C)  $\left[\frac{3}{8}; \frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right]$   
 D)  $\left[0; \frac{3}{2} + \sqrt{2}\right]$       E)  $\left[\sqrt{2}; \frac{3}{2} + \sqrt{2}\right]$

411. Determine el rango de la siguiente función

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}^5 x + \cos^5 x}{\operatorname{sen} x + \cos x}$$

- A)  $\left[\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right]$       B)  $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{5}{4} \right\rangle$   
 C)  $\left[\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$   
 D)  $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{5}{4} \right\rangle$       E)  $\left[0; \frac{5}{4}\right]$

412. Si  $0 < x_1 < x_2 < x_3 \dots x_n < \frac{\pi}{2}$ , halle los

valores extremos de la expresión  $(f+g)$ .

$$f = \operatorname{sen} x_1 + \operatorname{sen} x_2 + \operatorname{sen} x_3 + \dots + \operatorname{sen} x_n$$

$$g = \operatorname{cos} x_1 + \operatorname{cos} x_2 + \operatorname{cos} x_3 + \dots + \operatorname{cos} x_n$$

A)  $[n; n\sqrt{2}]$

B)  $\langle n; \sqrt{2}n \rangle$

C)  $[n; \sqrt{2}n]$

D)  $\langle n; n\sqrt{2} \rangle$

E)  $\langle n-\sqrt{2}; n+\sqrt{2} \rangle$

413. Halle el rango de la siguiente función, cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = \frac{0,5 \operatorname{sen} 2x}{\sqrt{2} \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{cos} \pi}$$

A)  $\left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}; \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right] - \{1\}$

B)  $\left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right] - \{1\}$

C)  $[\sqrt{2}-1; \sqrt{2}+1]$

D)  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

E)  $\left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right] - \{0\}$

414. Sean las funciones

$$f(x) = \begin{cases} -\pi \operatorname{sen} x & ; x < 0 \\ \operatorname{sen} x & ; 0 \leq x \end{cases}$$

$$g(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sec} x$$

Resuelva  $f(x) - g(x) = 0; \forall x \in [-\pi; \pi]$

Dé como respuesta el número de soluciones.

A) 1                      B) 2                      C) 3

D) 4                      E) 5

415. Determine los puntos de discontinuidad y el rango de la función  $f$ , definida por la regla de correspondencia.

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}^6 |x| + \operatorname{cos}^6 |x|}{\operatorname{cos}^4 2|x| - \operatorname{sen}^4 2|x|}; k \in \mathbb{Z}$$

A)  $x = (4k+1)\frac{\pi}{16}; \mathbb{R}f = \mathbb{R} - \left\langle -\frac{1}{3}; \frac{3}{4} \right\rangle$

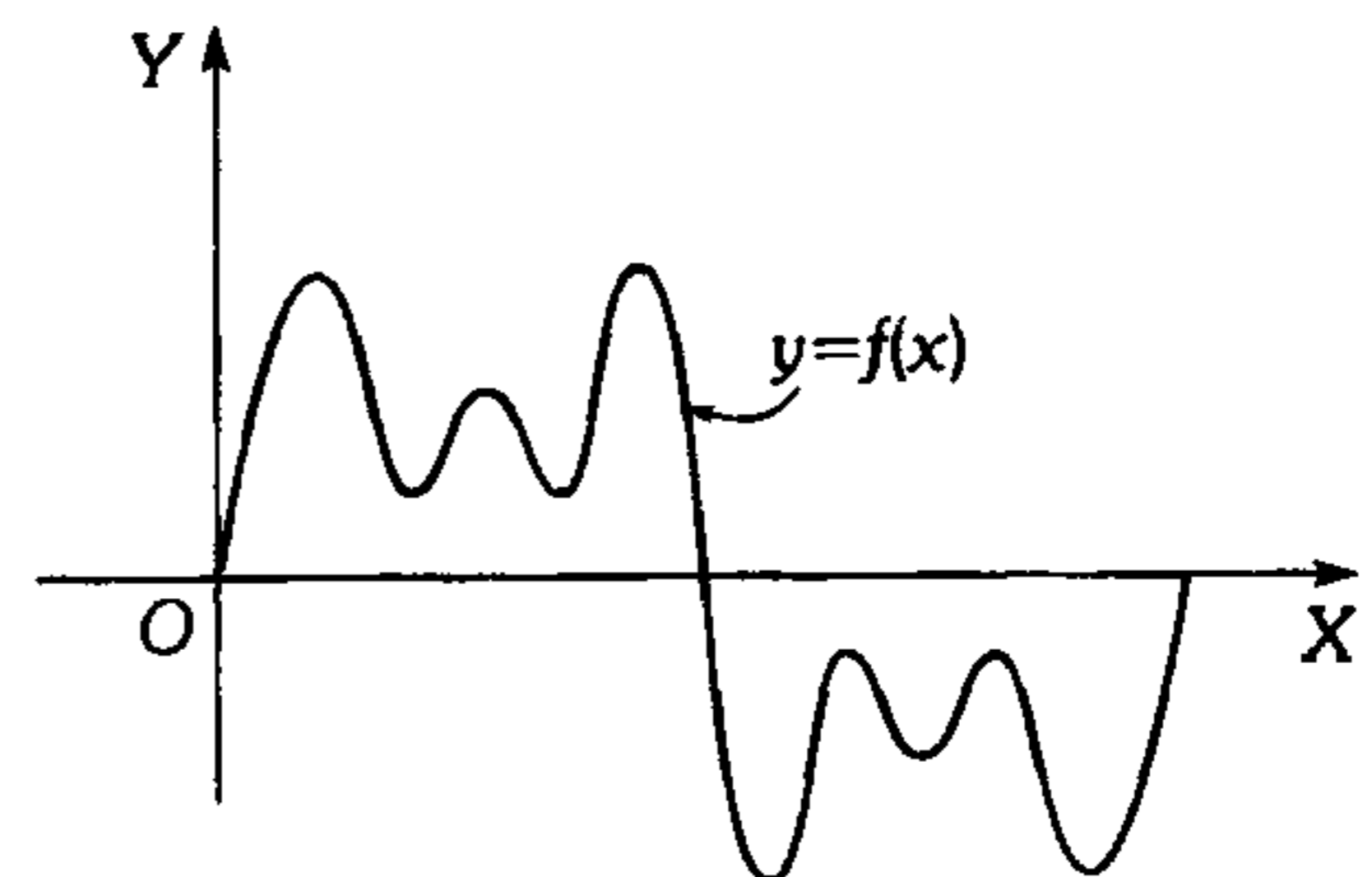
B)  $x = (4k+3)\frac{\pi}{8}; \mathbb{R}f = \mathbb{R} - \left\langle 0; \frac{1}{8} \right\rangle$

C)  $x = (k-1)\frac{\pi}{8}; \mathbb{R}f = \mathbb{R} - \left\langle -\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right\rangle$

D)  $x = \frac{k\pi}{16}; \mathbb{R}f = \mathbb{R} - \left\langle -\frac{1}{8}; \frac{1}{2} \right\rangle$

E)  $x = (2k-1)\frac{\pi}{8}; \mathbb{R}f = \mathbb{R} - \left\langle -\frac{1}{4}; 1 \right\rangle$

416. La gráfica mostrada corresponde a



A)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 5x$

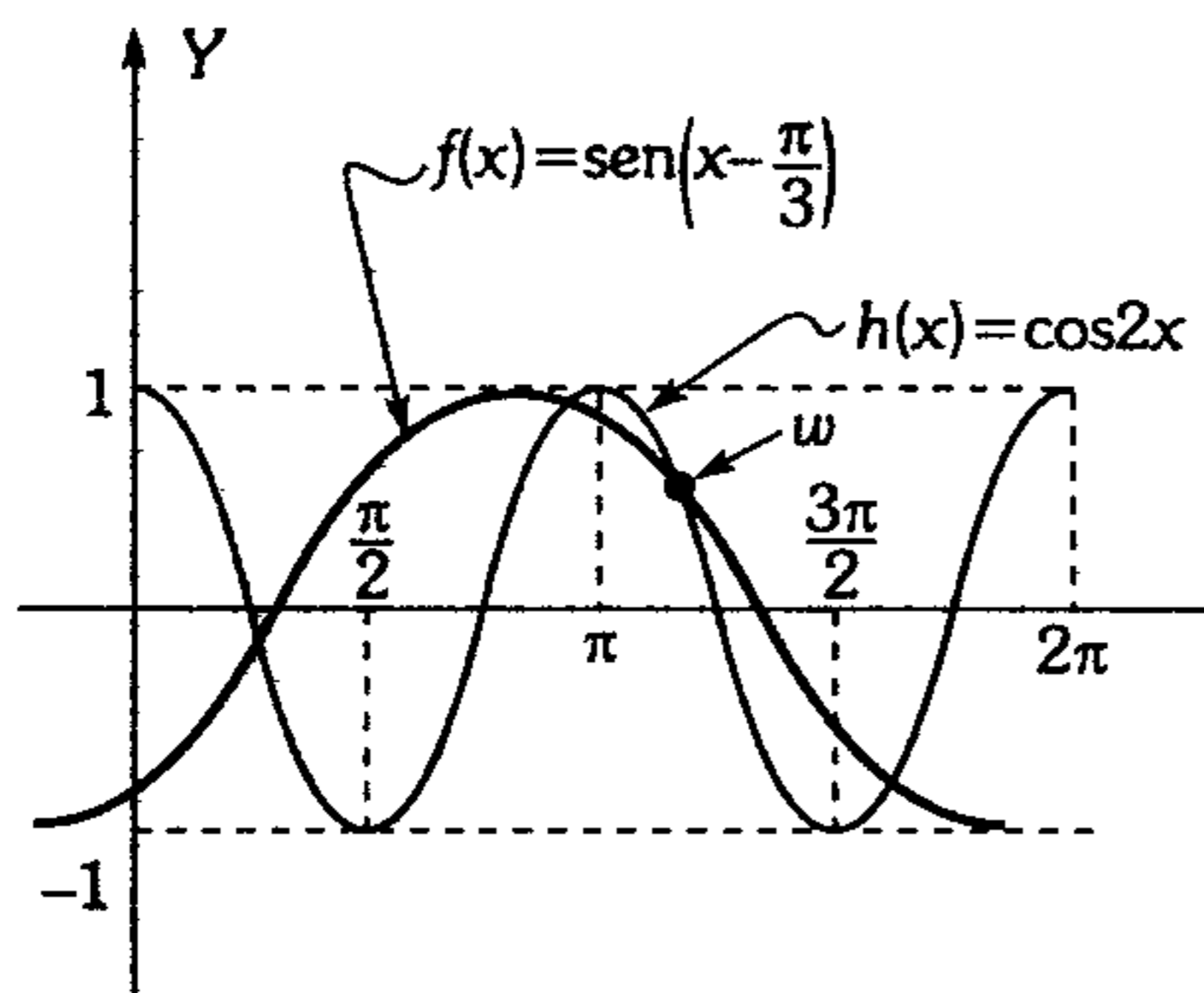
B)  $f(x) = \operatorname{sen} x + 3 \operatorname{sen} 3x + 5 \operatorname{sen} 5x$

C)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \frac{1}{3} \operatorname{sen} 3x + \frac{1}{5} \operatorname{sen} 5x$

D)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} \frac{x}{3} + \operatorname{sen} \frac{x}{5}$

E)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x$

417. Halle las coordenadas del punto  $w$  a partir del gráfico adjunto.

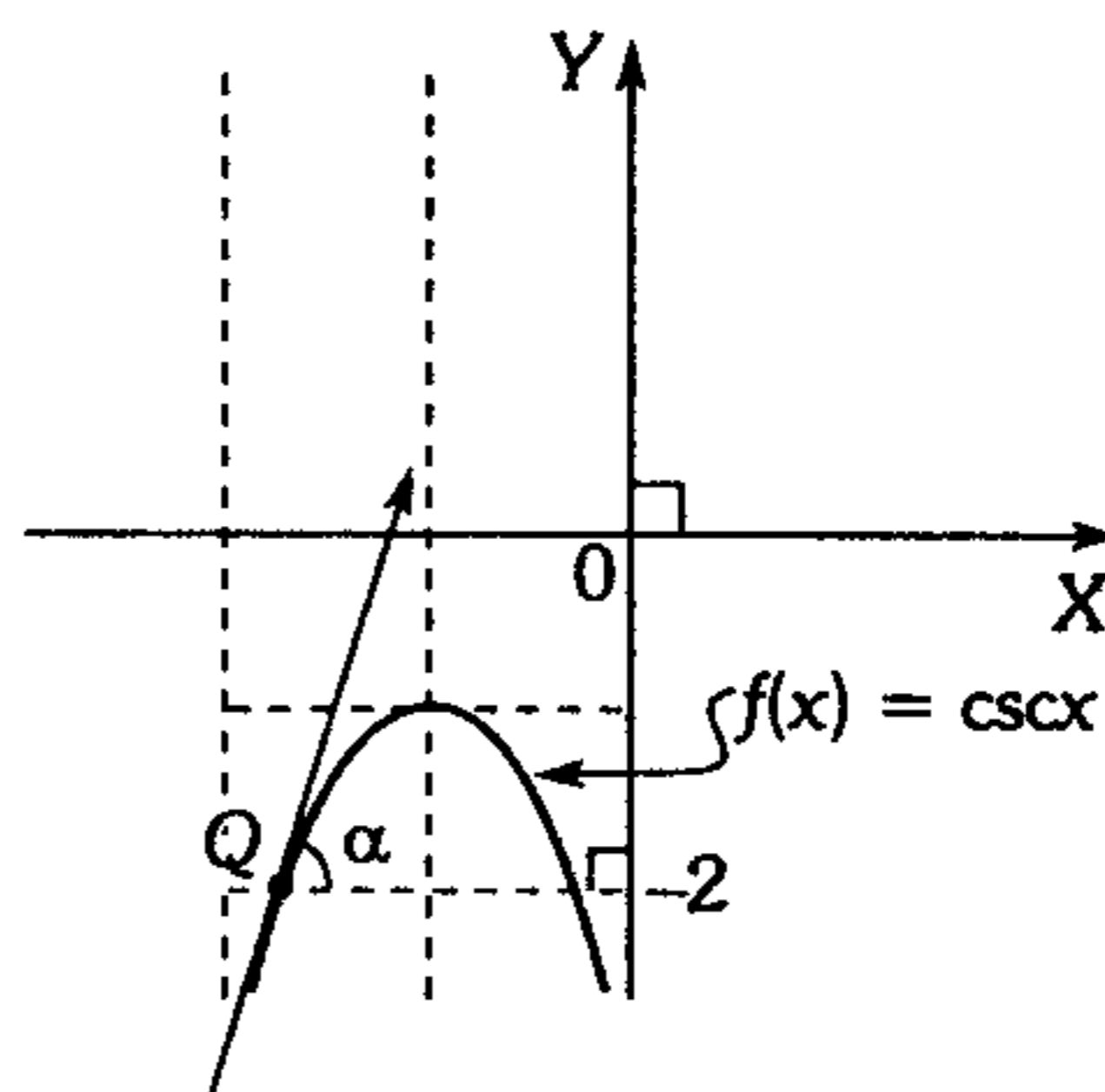


- A)  $(\frac{1}{2}; \frac{7\pi}{6})$       B)  $(\frac{7\pi}{6}; \frac{1}{2})$   
 C)  $(\frac{4\pi}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2})$   
 D)  $(\frac{29\pi}{18}; \frac{1}{2})$       E)  $(\frac{11\pi}{12}; \frac{\sqrt{3}}{2})$

418. Grafique  $f(x) = \cos x - \frac{1}{2} \cos 2x$

- A)      B)   
 C)      D)   
 E)

419. Del gráfico adjunto,  $Q$  es punto de tangencia. Halle  $\alpha$ .



- A)  $\arctan(\frac{2\sqrt{3}}{3})$       B)  $\arctan(2\sqrt{3})$   
 C)  $\arccos(\frac{\sqrt{3}}{4})$   
 D)  $\arcsen(\frac{\sqrt{3}}{6})$       E)  $\frac{\pi}{3}$

420. Grafique la siguiente función cuya regla de correspondencia es

$$H(x) = \frac{\csc x + 2 \csc 2x}{\sec x \cot \frac{x}{2}}$$

- A)      B)   
 C)      D)   
 E)

421. Siendo  $T_1$  y  $T_2$  los períodos de  $f(x)$  y  $g(x)$  respectivamente, donde

$$f(x) = \tan 2x - 4 \tan 3x$$

$$g(x) = \text{sen}(\pi \text{sen} 2x)$$

Luego  $T_2 - T_1$  es

- A)  $\frac{\pi}{2}$                       B) 0  
C)  $-\pi$   
D)  $-\frac{\pi}{2}$                       E)  $\frac{\pi}{4}$
422. Halle el período de la siguiente  $R$  cuya regla de correspondencia es

$$R(x) = \text{sen } x \text{ sen } 2x \text{ sen } 3x \text{ sen } 4x \text{ sen } 5x \dots \text{ sen } 2003x$$

- A)  $\frac{\pi}{2003}$                       B)  $\frac{2\pi}{2003}$   
C)  $\pi$   
D)  $2\pi$                       E)  $\frac{\pi}{2002}$
423. Si  $P(x_1; y_1); Q(x_2; y_2)$  son los puntos que pertenecen a la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x}{|x|} + \cos\left(\frac{x^2}{|x|}\right)$$

tal que  $y_1$  e  $y_2$  son mínimos en los intervalos  $\langle -2\pi; 0 \rangle \wedge \langle 0; 2\pi \rangle$  respectivamente, halle la distancia del punto  $P$  al punto  $Q$ .

- A)  $4\pi$                       B)  $\sqrt{2\pi^2 + 1}$   
C)  $\sqrt{\pi^2 + 1}$   
D)  $2\pi - 1$                       E)  $2\sqrt{\pi^2 + 1}$

## Funciones Trigonométricas Inversas

424. Sean

$$f(x) = \sec\left(x - \frac{\pi}{8}\right), \text{ tal que } 0 \leq x < \frac{5\pi}{8}$$

$$h(x) = 2 \csc 2x - \tan x, \text{ tal que } \frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

$$g(x) = -\text{sen}\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right), \text{ tal que } \frac{-1}{2} < x \leq \frac{1}{4}$$

entonces son funciones univalentes

- A) solo I.                      B) solo II.  
C) solo III.  
D) solo I y II.                      E) solo II y III.
425. ¿Cuál o cuáles de las funciones son pares?

I.  $y = \arccos \frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}$

II.  $y = \arcsen(2x^2)$

III.  $y = \cos(\arccos x)$

- A) solo III                      B) solo II y III  
C) solo I y II  
D) solo II                      E) solo I
426. Si  $g$  es la función inversa de  $f(x) = -\text{sen } x$  ;

$$x \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ entonces}$$

- A)  $g(x) = \arcsen x ; x \in [-1; 1]$   
B)  $g(x) = -\arccos x ; x \in [-1; 1]$   
C)  $g(x) = \frac{\pi}{2} + \arccos x ; x \in [-1; 1]$   
D)  $g(x) = \arccos x - \frac{\pi}{2} ; x \in [-1; 1]$   
E)  $g(x) = \frac{\pi}{2} - \arcsen x ; x \in [-1; 1]$

427. Calcule

$$K = \cos(5 \operatorname{arcsec}(\sqrt{5} + 1) - 2 \operatorname{arccsc}(\sqrt{5} - 1))$$

- A)  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$                       B)  $\frac{1-\sqrt{5}}{4}$   
 C)  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$                       E)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

428. El equivalente de  $3 \arctan \frac{1}{3}$  es

- A)  $\frac{\pi}{4}$                               B)  $\arctan 3$   
 C)  $\arctan \frac{9}{13}$   
 D)  $\arctan \frac{13}{9}$                       E)  $\arctan \frac{23}{27}$

429. El valor de  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arccsc} 4\right)$

- A)  $\pm \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{4}$                       B)  $-\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{4}$   
 C)  $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{4}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{4}$                       E)  $-\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{4}$

430. El equivalente de  $\pi - \operatorname{arcsen} \sqrt{1-x^2}$ , si  $-1 \leq x \leq 0$  es

- A)  $\operatorname{arcsen} x$                       B)  $\operatorname{arccos} x$   
 C)  $\frac{\pi}{2}$   
 D)  $-\operatorname{arcsen} x$                       E)  $-\operatorname{arccos} x$

431. Calcule el  $\operatorname{arccos}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{-2\pi}{7}\right)\right)$

- A)  $\frac{2\pi}{7}$                       B)  $\frac{-2\pi}{7}$                       C)  $\frac{\pi}{14}$   
 D)  $\frac{11\pi}{14}$                       E)  $\frac{3\pi}{14}$

432. Simplifique la siguiente expresión

$$S = \operatorname{arc sen} x + 2 \operatorname{arccos} x + 3 \operatorname{arc sen} x + 4 \operatorname{arccos} x + \dots + n \text{ términos}$$

- A)  $\frac{\pi}{2} n^2 + n \operatorname{arcsen} x$   
 B)  $\pi n^2 + n \operatorname{arcsen} x$   
 C)  $\frac{\pi}{2} n^2 + n \operatorname{arccos} x$   
 D)  $\pi n^2 + n \operatorname{arccos} x$   
 E)  $\pi n^2 - n \operatorname{arcsen} x$

433. Reduzca

$$Q = \frac{2 \operatorname{arc tan}\left(\frac{1}{5}\right) + 2 \operatorname{arc tan}\left(\frac{1}{8}\right)}{\operatorname{arc sen}\left(\frac{3}{5}\right)}$$

- A) 5                      B) 4                      C) 3  
 D) 2                      E) 1

434. Dados los arcos

$$\alpha = \operatorname{arc tan}\left(\frac{2 \cos 6^\circ}{\operatorname{sen} 12^\circ} + \frac{1 + \cos 12^\circ}{\operatorname{sen} 12^\circ}\right)$$

$$\beta = \operatorname{arc cot}\left(\frac{2 \cos 12^\circ}{\operatorname{sen} 24^\circ} - \frac{1 + \cos 24^\circ}{\operatorname{sen} 24^\circ}\right)$$

Calcule  $\tan(\alpha - \beta)$

- A)  $\tan 1^\circ$                       B)  $\tan 2^\circ$                       C)  $\tan 3^\circ$   
 D)  $\tan 6^\circ$                       E)  $\tan 9^\circ$

435. Si  $y = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\cos x}}\right) - \operatorname{arc\,cot}\left(\frac{1}{\sqrt{\cos x}}\right)$ ,

halle  $\operatorname{sen} y$ .

- A)  $\operatorname{sen} \frac{x}{2}$     B)  $\cos \frac{x}{2}$     C)  $\operatorname{sen}^2 \frac{x}{2}$   
 D)  $\tan^2 \frac{x}{2}$     E)  $\sec \frac{x}{2}$

436. Calcule la suma del máximo y mínimo de

$$W = -\left|\frac{3}{2}\operatorname{sen} x\right| - \cos^2 x. \text{ Considere}$$

$$\pi + \arccos \frac{\sqrt{5}}{3} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}.$$

- A)  $-\frac{49}{16}$     B)  $-\frac{25}{16}$     C)  $-\frac{2\sqrt{5}}{3}$   
 D)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$     E)  $-\frac{9}{4}$

437. Diga la veracidad o falsedad con respecto a

$$\text{la función } f(x) = \frac{2\operatorname{sen} x - 3\cos x}{3\operatorname{sen} x + 2\cos x}$$

I. Es positiva para

$$x \in \left\langle \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arccos \frac{5}{13}; \pi - \frac{1}{2}\arccos \frac{5}{13} \right\rangle$$

II. Es negativa para

$$x \in \left\langle -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arccos \frac{5}{13}; -\frac{1}{2}\arccos \frac{5}{13} \right\rangle$$

III.  $f$  es nula;  $\forall x = k\pi + \operatorname{arc\,tan} \frac{3}{2}$

IV. Es una función univalente si

$$x \in \left[ 0; \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arccos \frac{5}{13} \right]$$

- A) VVVV    B) VVFF    C) VFVV  
 D) FVFF    E) VFFV

438. Halle el rango de la siguiente función

$$\operatorname{arc\,cos}\left(-\frac{1}{2}\right) \geq \theta \geq \operatorname{arc\,sen}\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{donde } f(\theta) = \frac{1 - 2\operatorname{sen}\theta}{1 + 3\operatorname{sen}\theta}$$

- A)  $\left[\frac{1}{6}; \frac{14}{9}\right]$     E)  $\left[-\frac{1}{6}; 1\right]$     C)  $\left[-\frac{1}{4}; 6\right]$   
 D)  $\left[-\frac{3}{5}; 1\right]$     E)  $\left[0; \frac{14}{9}\right]$

439. Se define la siguiente función

$$f(x) = \sqrt{\operatorname{arc\,tan}^2 x - 4\operatorname{arc\,tan} x + 3}$$

Halle el dominio de dicha función.

- A)  $\langle -\infty; \tan 1 \rangle$     B)  $[\tan 1; +\infty)$   
 C)  $\mathbb{R}$   
 D)  $[-\tan 1; \tan 1]$     E)  $\langle 0; \tan 1 \rangle$

440. Halle el campo de definición de la función

$$V(x) = \frac{\sqrt{4x^2}}{\operatorname{arc\,sen}(2-x)} + \operatorname{arc\,tan} 2x$$

- A)  $[1; 2)$     B)  $\langle 1; 2]$     C)  $[1; 2]$   
 D)  $[1; 3] - \{2\}$     E)  $\langle 1; 3 \rangle - \{2\}$

441. Respecto a la función  $f$  definida por

$$f(x) = \log \left[ \operatorname{arc\,cos} \left( \frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \right]$$

señale la validez o falsedad de las siguientes proposiciones:

- I.  $\operatorname{Dom} f \in \langle 0; +\infty \rangle$   
 II.  $\operatorname{Ran} f \in [0; \pi)$   
 III.  $f(x) < 0; 0 < x < \operatorname{arc\,tan} \frac{1}{2}$   
 IV.  $\frac{\pi}{2} \leq f(x) < \pi; 0 < x < 1$

- A) VVFF    B) VFVF    C) VVVV  
 D) FVFF    E) FFFF

442. Sabiendo que el área de una región sombreada (S), de la figura 1, se calcula por la expresión  $\mu \arctan \mu - \text{Ln} \sqrt{1 + \mu^2}$

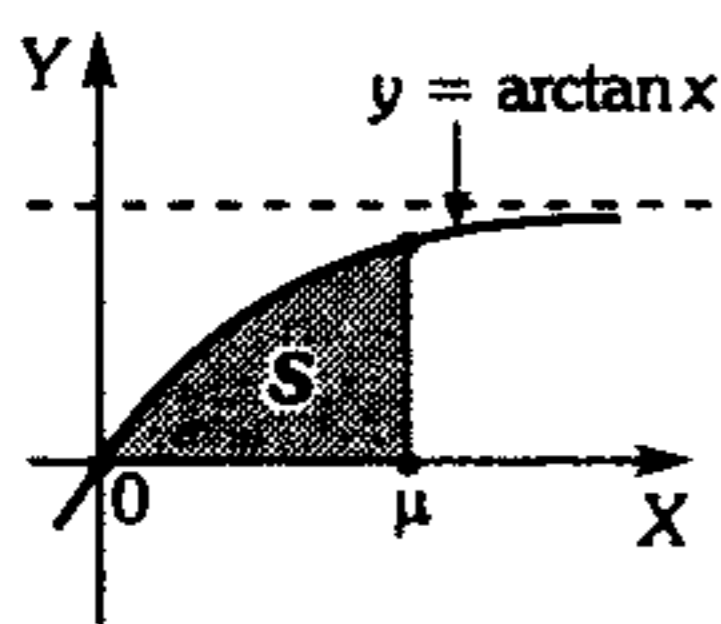


Figura 1

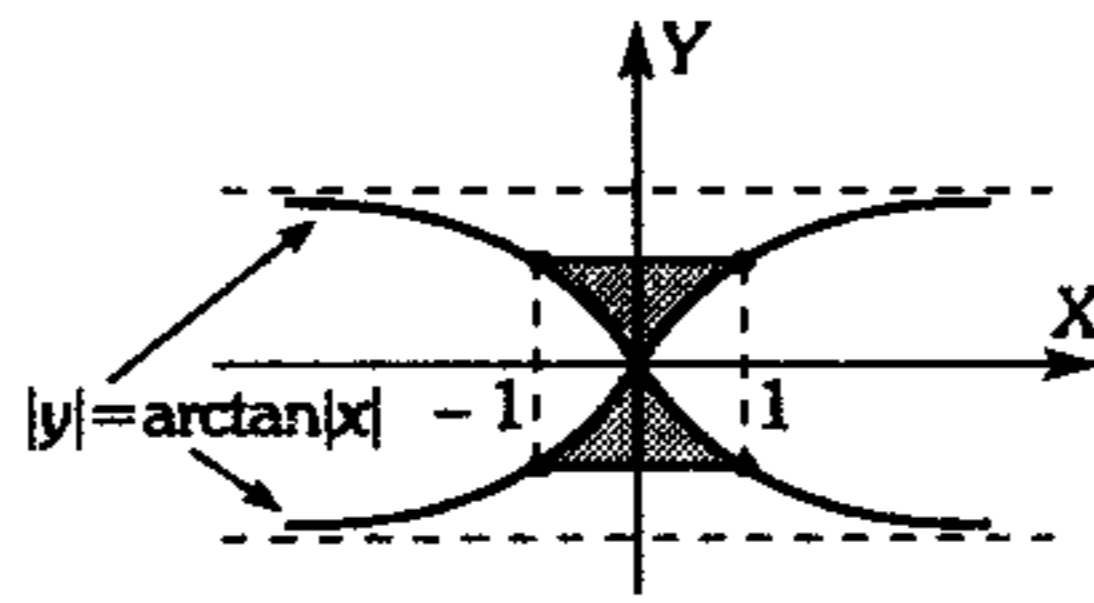


Figura 2

calcule el área de la región sombreada de la figura 2.

- A)  $\text{Ln} \sqrt{2}$                       B)  $\frac{\pi}{2} - \text{Ln} \sqrt{2}$   
 C)  $\pi - 2 \text{Ln} \sqrt{2}$   
 D)  $2 \text{Ln} \sqrt{2}$                       E)  $4 \text{Ln} \sqrt{2}$
443. Halle el conjunto de los valores de la función  $f(x) = \cos^2(\arcsen x) + \text{sen}^2(\arccos x)$

- A)  $[0; 1]$     B)  $[1; 2]$     C)  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$   
 D)  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$     E)  $[0; 2]$

444. Halle el rango de la función  $f(x) = |2 \arcsen x| + 4 \arccos x$

- A)  $[-5\pi; -\pi]$     B)  $[0; \pi]$     C)  $[0; 5\pi]$   
 D)  $[\pi; 6\pi]$     E)  $[\pi; 5\pi]$

445. Calcule las coordenadas del punto, tal que el gráfico de  $f$  intercepta al eje X.

$$f(x) = \frac{\pi}{2} + \arccos(2x) - \arcsen(x^2 - 1)$$

- A)  $(1 - \sqrt{2}; 0)$   
 B)  $(1 + \sqrt{2}; 0)$   
 C)  $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$   
 D)  $(1; 0)$   
 E)  $(1 - \sqrt{2}; 0)$  y  $(1 + \sqrt{2}; 0)$

446. De las siguientes proposiciones, indique cuántas son correctas.

- I. Si  $\arccos x_1 < \arccos x_2 \Rightarrow x_1 < x_2$   
 II.  $\arcsen\left(\frac{\pi}{2}\right) + \arccos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$   
 III.  $\arcsen(\text{sen} x) = \text{sen}(\arcsen x), \forall x \in \mathbf{R}$   
 IV. Si  $x_1 < x_2 \rightarrow \text{arccsc} x_1 > \text{arccsc} x_2$   
 $\forall x_1; x_2 \in [1; +\infty)$

- A) Ninguna es correcta  
 B) 1  
 C) 2  
 D) 3  
 E) Todas

447. Determine la suma de cuadrados de las soluciones de la ecuación

$$\arcsen\left(\frac{x}{2}\right) + \text{arccot} x = \frac{\pi}{2}$$

- A) 0                      B) 3                      C) 6  
 D) 2                      E) 4

448. Si  $\arcsen x < \arcsen y < \arcsen z$  diga la validez o falsedad de las siguientes proposiciones.

- I.  $x < y < z$   
 II.  $\text{sen} x < \text{sen} y < \text{sen} z$   
 III.  $\arctan x < \arctan y < \arctan z$   
 IV.  $\tan z < \tan y < \tan x$

- A) VVFF    B) VFVF    C) VVVF  
 D) FVVF    E) VFFV

449. ¿Cuánto vale el área de la región comprendida por la inecuación siguiente?

$$\arccos \frac{x}{5} \leq y \leq 3\pi + \arcsen\left(\frac{x}{5}\right)$$

- A)  $12,5\pi u^2$     B)  $15\pi u^2$     C)  $25\pi u^2$   
 D)  $18\pi u^2$     E)  $4\pi u^2$

450. Resuelva

$$\arctan x + \arctan(1-x) = 2 \arctan \sqrt{x-x^2}$$

- A)  $\pm \frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $-\frac{1}{2}$   
 D) 1              E) -1

451. Resuelva

$$\left| \arccos \left( -x \cos^3 \frac{\pi}{3} \right) \right| \geq \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}$$

- A)  $-4\sqrt{3} \leq x \leq 8$   
 B)  $-8 \leq x \leq 8$   
 C)  $4\sqrt{3} \leq x \leq 8$   
 D)  $-4\sqrt{3} \leq x \leq 4\sqrt{3}$   
 E)  $4\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3}$

452. Calcule el número de soluciones de la ecuación

$$\left| \operatorname{arc} \csc \frac{x}{2} \right| = \sqrt{x^2} - 2$$

- A) 3              B) 2              C) 1  
 D) 4              E) cero

453. La expresión equivalente de

$$E = \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}} \text{ es}$$

- A)  $\operatorname{sen} \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \right)$   
 B)  $\operatorname{cos} \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \right)$   
 C)  $\operatorname{tan} \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \right)$   
 D)  $\operatorname{cot} \left( \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \right)$   
 E) Hay dos respuestas.

454. Calcule

$$\frac{\arccos(1 - 8 \cos^2 x + 8 \cos^4 x)}{x}$$

- A) 1              B) 2              C)  $\frac{1}{2}$   
 D) 4              E) 8

455. Halle el valor de

$$k = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left( \operatorname{sen} \frac{33\pi}{7} \right) + \arccos \left( \operatorname{cos} \frac{46\pi}{7} \right)$$

- A)  $\frac{2\pi}{7}$               B)  $\frac{3\pi}{7}$               C)  $\frac{4\pi}{7}$   
 D)  $\frac{5\pi}{7}$               E)  $\frac{6\pi}{7}$

456. Determine el valor de

$$\alpha = 24 \operatorname{arc} \operatorname{tan} \frac{1}{8} + 8 \operatorname{arc} \operatorname{tan} \frac{1}{57} + 4 \operatorname{arc} \operatorname{tan} \frac{1}{239}$$

- A)  $\frac{\pi}{2}$               B)  $\frac{3\pi}{4}$               C)  $\pi$   
 D)  $\frac{3\pi}{2}$               E)  $2\pi$

457. Halle el rango de la siguiente función

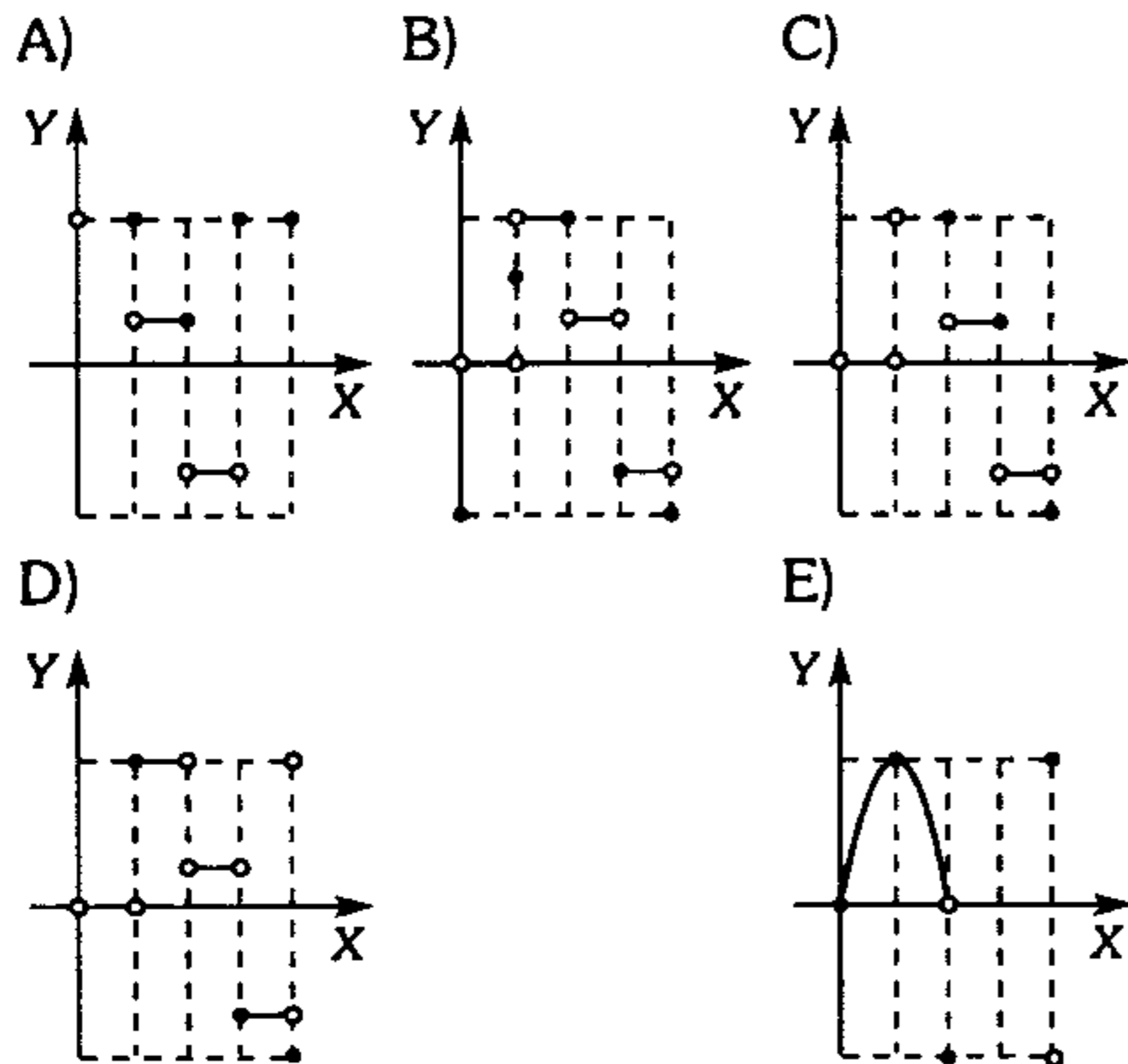
$$g(x) = \operatorname{tan}^4(\operatorname{sen} x - \operatorname{csc} x) - \operatorname{cot}^4(\operatorname{sen} x - \operatorname{csc} x)$$

- A)  $\operatorname{Rang} \in [2; +\infty)$   
 B)  $\operatorname{Rang} \in \langle 2; +\infty)$   
 C)  $\operatorname{Rang} \in [4; +\infty)$   
 D)  $\operatorname{Rang} \in \langle 4; +\infty)$   
 E)  $\operatorname{Rang} \in \langle -\infty; +\infty)$



458. Grafique la función

$$f(x) = 3[\text{sen } x] - 4[\text{cos } x]$$



459. Halle el dominio máximo de la función

$$F(x) = \frac{\sqrt{2} \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\text{sen } x} + \sqrt{\text{cos } x}}$$

si además  $k \in \mathbb{Z}$ .

- A)  $\left\langle 2k\pi; (4k+1)\frac{\pi}{2} \right\rangle$
- B)  $\left[ 2k\pi; (4k+1)\frac{\pi}{2} \right)$
- C)  $\left\langle 2k\pi; (4k-1)\frac{\pi}{2} \right\rangle$
- D)  $\left\langle 2k\pi; (4k+1)\frac{\pi}{2} \right\rangle$
- E)  $\left[ 2k\pi; (4k+1)\frac{\pi}{2} \right]$

460. Determine el rango de la función

$$h(x) = \frac{\text{sen } 3x}{\text{tan } x + 2\text{sen } x}$$

- A)  $\left[ \frac{1}{8}; 3 \right] - \{1\}$
- B)  $\left[ -\frac{1}{8}; 3 \right) - \{1\}$

C)  $\left\langle -\frac{1}{8}; 3 \right\rangle - \{0; 1\}$

D)  $\left[ -\frac{1}{8}; 3 \right] - \{0, 1\}$

E)  $\left\langle -\frac{1}{8}; 3 \right\rangle - \{0; 1\}$

461. Halle el conjunto de valores de la función

$$V(x) = \frac{2\text{sen } x}{\sqrt{3}\text{sen } x + \text{cos } x}$$

Considere  $0 < x \leq \frac{\pi}{3}$

- A)  $\left[ \frac{2\sqrt{3}}{3}; +\infty \right)$
- B)  $\left[ \frac{2\sqrt{3}}{3}; +\infty \right) - \{\sqrt{3}\}$
- C)  $\left[ 0; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
- D)  $\left\langle \frac{2\sqrt{3}}{3}; +\infty \right\rangle - \{\sqrt{3}\}$
- E)  $\left\langle 0; \frac{\sqrt{3}}{2} \right\rangle$

462. Sea la función definida de la siguiente

manera, en el intervalo  $-\frac{3}{2} \leq x \leq 0$ ;  $f(x) = -x$ ;

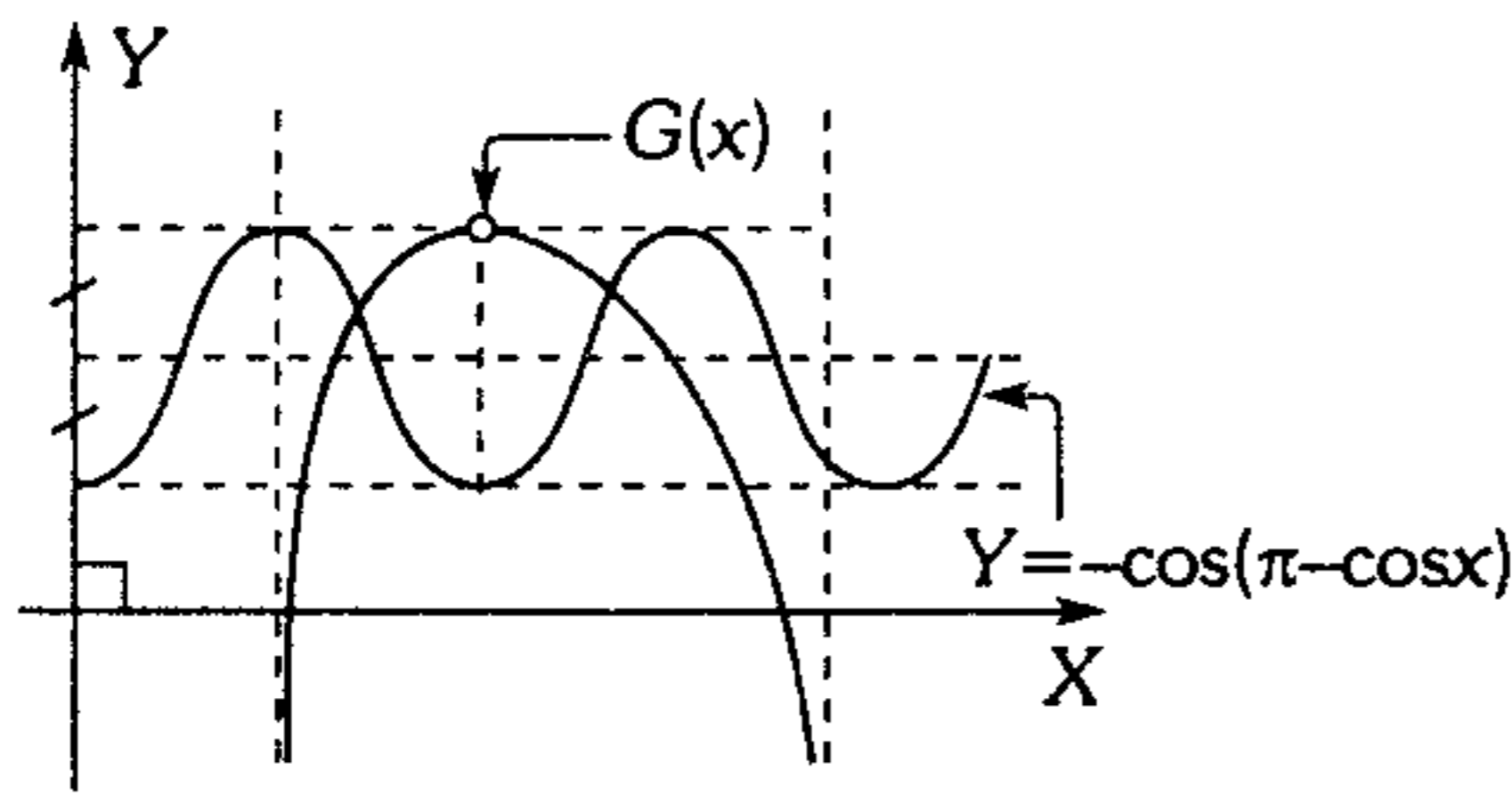
y en el intervalo  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ ;  $f(x)$  se define

como  $f(x) = x$ ; además  $f(x)$  tiene un período igual a 3.

Calcule  $f\left(\cot \frac{2\pi}{45}\right) + f\left(4\text{sen} \frac{\pi}{6}\right)$ .

- A) 0
- B) 2
- C) 9
- D) -9
- E) 5

463. De la figura, halle el dominio y rango respectivamente de  $G(x)$ .



- A)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle - \{\pi\}; \langle -\infty; 1 \rangle$
- B)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle - \{\pi\}; \langle -\infty; 1 \rangle$
- C)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle; \langle -\infty; 1 \rangle$
- D)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle; \langle -\infty; 1 \rangle$
- E)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; 2\pi \right\rangle; \langle -\infty; 1 \rangle$

464. El punto  $A = (\alpha; k^2 - k + 1)$  pertenece a la función  $y = \tan x$ , y  $B = (\beta; k^2 + k - 1)$  pertenece a la función cotangente.

Si  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ , calcule  $F = \sec[k(\alpha - \beta)]$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ .

- A)  $\pm 1$       B)  $-\sqrt{3}$       C)  $\pm\sqrt{2}$
- D)  $\pm 2$       E)  $\pm\frac{5}{3}$

465. Dado

$$\sin^3 x + \cos^3 x = A \sin f(x) + B \sin 3f(x)$$

halle  $A^2 \cdot f\left(\frac{\pi}{3}\right) + B^2 \cdot f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

- A)  $\frac{11\pi}{24}$       B)  $\frac{13\pi}{24}$       C)  $\frac{15\pi}{24}$
- D)  $\frac{17\pi}{24}$       E)  $\frac{10\pi}{24}$

## Ecuaciones Trigonómicas

466. Resuelva  $2\sin(\cos 2x) = 1, n \in \mathbb{Z}$ .

- A)  $2n\pi \pm \arccos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- B)  $n\pi \pm \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- C)  $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$
- D)  $3n\pi \pm \arccos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- E)  $\pm \arccos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

467. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$\cos x = \frac{x}{127} ?$$

- A) 50      B) 60      C) 70
- D) 80      E) 90

468. Al resolver la ecuación  $x^3 - 3x - 1 = 0$  se obtiene como raíces  $x_1; x_2; x_3$ . Calcule el

valor de  $\sum_{k=1}^3 \arcsen\left(\frac{1}{2}x_k\right)$

- A)  $-\frac{\pi}{9}$       B)  $\frac{\pi}{10}$       C)  $\frac{\pi}{18}$
- D)  $\frac{13\pi}{9}$       E)  $\frac{26\pi}{9}$

469. Dada la siguiente ecuación trigonométrica  $\sin 4x - \cos 4x + 6\sin x = \sin 2x + \cos 2x + 6\cos x$  cuyas soluciones son

$$-\pi < x_1 < x_2 \dots < x_n < \frac{13\pi}{2}, \text{ determine el}$$

valor de  $F = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) - \pi}{x_6 + \pi}$

- A) 12      B) 4      C) 16
- D) 8      E) 20

**470.** Resuelva la ecuación

$$\tan^4 x = 800 \cos^2 x + 35 \operatorname{sen}^2 x.$$

Calcule la suma de soluciones para

$$x \in [0; 2\pi].$$

- A)  $\pi$       B)  $2\pi$       C)  $3\pi$   
 D)  $4\pi$       E)  $5\pi$

**471.** Resuelva

$$\sqrt{2}(\operatorname{sen} x + \cos x) = \tan x + \cot x$$

- A)  $\frac{k\pi}{8} \pm \frac{\pi}{4}$       B)  $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$   
 C)  $4k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{4}$   
 D)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$       E)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

**472.** Resuelva la ecuación

$$\operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} x = \cos 3x + \cos 2x + \cos x$$

Un conjunto solución es ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- A)  $\pi k + \frac{\pi}{8}$       B)  $\frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{8}$       C)  $2\pi k \pm \frac{\pi}{4}$   
 D)  $\pi k + \frac{\pi}{4}$       E)  $2\pi k + \frac{\pi}{8}$

**473.** Si  $x_1; x_2$  son las raíces de la ecuación

$$x^2 \operatorname{sen} 3\phi \operatorname{sen} 5\phi + 1 = \frac{8 \operatorname{sen} \phi (1 - \tan^2 \phi)}{\sec^4 \phi} \cdot x$$

halle un conjunto para  $\phi$  que verifique la

$$\text{siguiente igualdad } x_1^{-2} - x_2^{-2} = 1; k \in \mathbb{Z}.$$

- A)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$       B)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{16}$   
 C)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$   
 D)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$       E)  $\frac{k\pi}{32} + \frac{\pi}{16}$

**474.** Resuelva

$$\cos^7(x - 10\pi) + \operatorname{sen}^4(x - 31\pi) = 1; (k \in \mathbb{Z})$$

- A)  $(4k+1)\frac{\pi}{2}$   
 B)  $\{2\pi k\} \cup \left\{ \pi k + \frac{\pi}{2} \right\}$   
 C)  $\frac{\pi k}{2}$   
 D)  $\{\pi k\} \cup \left\{ \pi k + \frac{\pi}{2} \right\}$   
 E)  $\pi k$

**475.** De la ecuación trigonométrica

$$\operatorname{sen}^4 x + \operatorname{sen}^4(x + 45^\circ) = \frac{1}{4}$$

indique la suma de sus tres menores soluciones positivas.

- A)  $270^\circ$       B)  $540^\circ$       C)  $630^\circ$   
 D)  $720^\circ$       E)  $810^\circ$

**476.** Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica

$$\frac{6}{\cot x - \tan x} + 4 \left( \frac{\tan^2 x - 3}{\cot x - 3 \tan x} \right) = \tan^2 3x \tan 2x$$

siendo  $k \in \mathbb{Z}$ .

- A)  $2k\pi \pm \arccos \frac{1}{4}$   
 B)  $k\pi \pm \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{3}$   
 C)  $k\pi \pm \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{4}$   
 D)  $k\pi \pm \operatorname{arc} \operatorname{sec} 3$   
 E)  $k\pi \pm \operatorname{arc} \cot \frac{\sqrt{15}}{3}$

477 Halle la solución del sistema.....

$$\operatorname{sen}(\alpha + x) + \operatorname{sen}(\alpha + \gamma) + \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$\operatorname{cos}(\alpha + x) + \operatorname{cos}(\alpha + \gamma) + \operatorname{cos} \alpha = 0$$

siendo  $\alpha$  una constante,  $n$  y  $k \in \mathbb{Z}$ .

A)  $(2n\pi; 2k\pi)$

B)  $(n\pi; k\pi)$

C)  $\left(\frac{\pi}{3}; 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}\right)$

D)  $\left(2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right)$

E)  $\left(2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}; 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}\right)$

478. Resuelva el sistema

$$x - y = \frac{\pi}{20} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tan y = \frac{(b-a)}{(b+a)} + \frac{2a}{(a-b)} - 1 \quad \dots\dots (2)$$

$$\tan x = \frac{a}{b} \quad \dots\dots\dots (3)$$

A)  $\frac{\pi}{40}; \frac{\pi}{40}$

B)  $\frac{3\pi}{20}; \frac{\pi}{10}$

C)  $\frac{3\pi}{10}; \frac{\pi}{4}$

D)  $-\frac{3\pi}{10}; \frac{\pi}{4}$

E)  $\frac{3\pi}{10}; \frac{\pi}{8}$

479. Calcule las soluciones del sistema que satisfacen las condiciones

$$\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{cos}^2 y = a; -\frac{1}{2} < a < 0, \quad x + y = \frac{2\pi}{3}$$

además  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{7\pi}{6}; \quad -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{6}$

A)  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \arccos 2a; \quad y = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \arccos 2a$

B)  $x = \frac{4\pi}{3} - \frac{1}{2} \arccos 2a; \quad y = -\frac{2\pi}{3} + \frac{5}{2} \arccos 2a$

C)  $x = \frac{\pi}{3} + \arccos a; \quad y = \frac{\pi}{3} - \arccos a$

D)  $x = \frac{7\pi}{6} - \arccos a; \quad y = \frac{\pi}{6} - \arccos a$

E)  $x = \frac{7\pi}{6} + \arccos \frac{a}{2}; \quad y = \frac{\pi}{6} + \arccos \frac{a}{2}$

480. Resuelva el sistema de ecuaciones tal que

$$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = m$$

$$\operatorname{cos} x + \operatorname{cos} y = \sqrt{3} m$$

sabiendo además que  $0 < x + y < \frac{\pi}{2}$

A)  $x = \arccos(2m^2 - 1)$

$y = \arccos(2m^2 - 1)$

B)  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \arccos(2m^2 - 1)$

$y = \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \arccos(2m^2 - 1)$

C)  $x = \frac{\pi}{6} + \arccos(2m^2 - 1)$

$y = \frac{\pi}{6} - \arccos(2m^2 - 1)$

D)  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arccos(m^2 - 1)$

$y = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arccos(m^2 - 1)$

E)  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arccos(m^2 - 1)$

$y = \frac{\pi}{12} - \frac{1}{2} \arccos(m^2 - 1)$

**481.** Siendo  $\alpha$  y  $\beta$  las variables angulares resuelva el siguiente sistema

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{20} \dots\dots\dots (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \dots\dots\dots (2)$$

$$\tan \beta = \frac{b-a}{b+a} \dots\dots\dots (3)$$

A)  $\frac{3\pi}{20} + \frac{k\pi}{2}$  ;  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{10}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

B)  $\frac{\pi}{40} + \frac{k\pi}{2}$  ;  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{20}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

C)  $\frac{3\pi}{20} + \frac{k\pi}{2}$  ;  $\frac{k\pi}{2} - \frac{2\pi}{20}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

D)  $k\pi - \frac{\pi}{10}$  ;  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{5}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

E)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$  ;  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{10}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

**482.** Resuelva la siguiente ecuación

$$\tan\left(\frac{2002\pi}{3}\right) \left(\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}\right) = \left(\frac{1-\tan 25^\circ}{1+\tan 25^\circ}\right) \left(\frac{1+\tan 35^\circ}{1-\tan 35^\circ}\right)$$

A)  $k\pi + \frac{\pi}{36}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$       B)  $k\pi + \frac{\pi}{5}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

C)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{18}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

D)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{45}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$       E)  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{9}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

**483.** Al resolver la ecuación

$$\log_{\frac{1}{8}\sec^2 x}(\sen x) = \frac{1}{2} \quad ; \quad 0 < x < \pi$$

¿cuál es la diferencia entre el mayor y menor valor de  $x$ ?

A)  $\frac{\pi}{4}$       B)  $\frac{\pi}{2}$       C)  $\frac{3\pi}{4}$

D)  $\frac{\pi}{6}$       E)  $\frac{2\pi}{3}$

**484.** Determine la suma de soluciones, en la siguiente ecuación

$$\cos(3\arcsen x - \arccos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

A)  $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

B)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

D)  $\frac{1+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

E)  $\frac{1-\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

**485.** Al resolver la ecuación trigonométrica

$$4^{1-\cos 5x} + 2^{1+2\cos 5x} = 9$$

indique la menor solución positiva.

A)  $\frac{4\pi}{15}$

B)  $\frac{2\pi}{15}$

C)  $\frac{\pi}{15}$

D)  $\frac{\pi}{5}$

E)  $\frac{2\pi}{5}$

**486.** Resuelva

$$\arcsen[\cos(\arcsen x)] + \arccos[\sen(\arccos x)] = \frac{\pi}{2} \cos 2x$$

Halle la suma de las dos primeras soluciones positivas.

A)  $\pi$

B)  $2\pi$

C)  $3\pi$

D)  $4\pi$

E)  $6\pi$

**487.** Al resolver se tiene por soluciones a

$$3x(1-x) - x^3 = \sqrt{2}(1-3x^2) - 1$$

A)  $\{\tan 7^\circ ; \tan 67^\circ ; \tan 127^\circ\}$

B)  $\{\tan 5^\circ ; \tan 65^\circ ; \tan 125^\circ\}$

C)  $\{\tan 7^\circ 30' ; \tan 67^\circ 30' ; \tan 127^\circ 30'\}$

D)  $\{\tan 5^\circ 30' ; \tan 65^\circ 30' ; \tan 125^\circ 30'\}$

E)  $\{\sen 5^\circ ; \sen 65^\circ ; \sen 125^\circ\}$

488. Halle el valor de  $\alpha$  aproximadamente, a partir de la siguiente ecuación

$$\operatorname{sen} \frac{3\alpha}{2} = \frac{\arctan \left( \frac{\operatorname{sen} (4k+1) \frac{\pi}{2}}{4 \lfloor \operatorname{sen} \alpha + 1 \rfloor} \right)}{\operatorname{arc} \cot(1,875)}$$

donde  $k \in \mathbb{Z}_0^-$  y  $\operatorname{arcsen} \left( \frac{1}{5} \right) < \alpha < \frac{\pi}{6}$

- A)  $\frac{\pi}{10}$
- B)  $\frac{\pi}{15}$
- C)  $\frac{\pi}{18}$
- D)  $\frac{\pi}{9}$

E) No existe valor alguno para  $\alpha$

489. Dada la ecuación

$$\operatorname{csc}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{4} \right) = 16 \tan \frac{\theta}{2} - \operatorname{sec}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{4} \right)$$

indique la solución general.

- A)  $k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z}$
- B)  $k\pi - \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z}$
- C)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{12}; k \in \mathbb{Z}$
- D)  $(2k+1) \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$
- E)  $(4k+1) \frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$

490. Resuelva la siguiente ecuación

$$\operatorname{arc} \operatorname{sec}(\sqrt{x}) = \operatorname{arc} \tan \left( \sqrt{\frac{2x-2}{2x+1}} \right)$$

y dé como respuesta la suma de soluciones.

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 1
- E) 2,5

491. Indique la solución general de  $y$  a partir de la siguiente ecuación

$$2 \operatorname{sen} y - 3 = \frac{2 \operatorname{arc} \cos x - \frac{\pi}{4}}{\frac{3\pi}{4} - \operatorname{arc} \operatorname{sen} x}; k \in \mathbb{Z}$$

- A)  $(2k+1) \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$
- B)  $(4k-2003) \frac{\pi}{2}$
- C)  $(4k+1) \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$
- D)  $(k+2002) \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$
- E)  $\frac{k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$

492. Halle la solución general para  $\beta$  si es un número real perteneciente al tercer cuadrante, además se verifica  $2 \operatorname{sen}^2 \alpha = \tan \beta + 1 - \sqrt{2}$

- A)  $\left[ \frac{9\pi}{8} + 2k\pi; \frac{11\pi}{8} + 2k\pi \right]$
- B)  $\left\langle \frac{9\pi}{8} + 2k\pi; \frac{11\pi}{8} + 2k\pi \right\rangle$
- C)  $\left\langle 2k\pi + \frac{3\pi}{4}; 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \right\rangle$
- D)  $\left[ (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6}; (2k+1)\pi + \frac{\pi}{3} \right]$
- E)  $\left\langle (2k+1)\pi + \frac{\pi}{8}; (2k+1)\pi + \frac{\pi}{4} \right\rangle$

493. Resuelva la ecuación siguiente

$$\cos^{2002} \left( \frac{x}{3} + \frac{\pi}{6} \right) - \operatorname{sen}^{2002} \left( \frac{x}{3} + \frac{\pi}{6} \right) = 1$$

- A)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$
- B)  $2k\pi - \frac{\pi}{3}$
- C)  $3k\pi - \frac{\pi}{2}$
- D)  $3k\pi - \frac{\pi}{3}$
- E)  $3k\pi - \frac{\pi}{6}$

**494.** La ecuación cuyas raíces son  $\tan 20^\circ$ ,  $\tan 80^\circ$  y  $\tan 140^\circ$  es

- A)  $x^3 + x^2\sqrt{3} - 3x + \sqrt{2} = 0$
- B)  $x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 3x - \sqrt{3} = 0$
- C)  $x^3 + \sqrt{3}x^2 + 3x + \sqrt{3} = 0$
- D)  $x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 3x + \sqrt{3} = 0$
- E)  $x^3 + 3\sqrt{3}x^2 + 3x + \sqrt{3} = 0$

**495.** Resuelva la desigualdad

$$\sin^5 x \cos x - \cos^5 x \sin x \geq -\frac{m}{4}; -1 < m < 0$$

si  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A)  $[\arcsen m; -\arcsen m]$
- B)  $\left[\frac{1}{4}\arcsen m; \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\arcsen m\right]$
- C)  $\left[\frac{1}{4}\arcsen(m); \frac{3\pi}{4} - \frac{1}{4}\arcsen(m)\right]$
- D)  $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\arcsen m; \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}\arcsen m\right]$
- E)  $\left[\frac{\pi}{4} - \arcsen m; \frac{\pi}{4} + \arcsen m\right]$

**496.** Indique para qué valores de  $x$  es válida la igualdad siguiente

$$\sin^2 x \cos^4 x + \cos^2 x \sin^4 x > a \text{ si } 0 < a < \frac{1}{2}$$

$$\forall k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$$

- A)  $\left\langle \frac{k\pi}{2} + \frac{1}{4}\arccos(2a); \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\arccos 2a \right\rangle$
- B)  $\left\langle \frac{k\pi}{2} + \frac{1}{4}\arccos(1-2a); \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\arccos(1-2a) \right\rangle$

C)  $\left\langle k\pi + \frac{1}{4}\arccos(1-8a); \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \arccos(1-8a) \right\rangle$

D)  $\left\langle k\pi - \frac{1}{2}\arccos(2a); k\pi + \frac{1}{2}\arccos(2a) \right\rangle$

E)  $\left\langle \frac{k\pi}{2} - \frac{1}{2}\arccos(1-8a); \frac{k\pi}{2} + \frac{1}{2}\arccos(1-8a) \right\rangle$

**497.** Resuelva la inecuación  $\tan 2x + \tan x > 0$

si  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ .

- A)  $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle 0; \frac{\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$
- B)  $\left\langle -\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{12} \right\rangle \cup \left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle$
- C)  $\left[ -\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{4} \right] \cup \left\langle 0; \frac{\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$
- D)  $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right\rangle$
- E)  $\left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right\rangle - \{0\}$

**498.** Resuelva  $a \sin x - b \cos x < 0$ ;  $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle$  además  $ab > 0$ .

- A)  $\left\langle \frac{a}{b}; \frac{b}{a} \right\rangle$
- B)  $\left\langle \arctan \frac{a}{b} + \pi; 2\pi \right\rangle$
- C)  $\left\langle \arctan \frac{b}{a}; 2\pi - \arctan \frac{b}{a} \right\rangle$
- D)  $\left\langle \pi; \pi + \arctan \frac{b}{a} \right\rangle \cup \left\langle 2\pi - \arctan \frac{b}{a}; 2\pi \right\rangle$
- E)  $\left\langle \pi + \arctan \frac{b}{a}; 2\pi \right\rangle$

499. Resuelva la inecuación

$$\frac{1 + \tan x}{1 + \sec x} + \frac{1 - \tan x}{1 - \sec x} \geq -2$$

donde  $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

- A)  $x \in \left[ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right] - \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$   
 B)  $x \in \left[ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \right] - \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$   
 C)  $x \in \left[ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right] - \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$   
 D)  $x \in \left[ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \right] - \left\{ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right\}$   
 E)  $x \in \left[ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \right] - \{ \pi + 2k\pi \}$

500. En la siguiente ecuación

$$\left[ \frac{\text{ADUNI}}{2002} \right]^{\sin\left(\alpha + 2001\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha - 2003\frac{\pi}{2}\right)} = \left[ \frac{\text{VALLEJO}}{2003} \right]^{\cos(2002\pi + \alpha) + \sin\left(\alpha - 2003\frac{\pi}{2}\right)}$$

indique la solución general ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- A)  $\frac{k\pi}{4}$   
 B)  $(k + 2003)\frac{\pi}{8}$   
 C)  $(2k + 2001)\frac{\pi}{2}$   
 D)  $\frac{k\pi}{2}$   
 E)  $(2k + 1)\pi \pm \frac{\pi}{7}$

501. Resuelva la siguiente ecuación respecto de  $\alpha$ , si  $\beta$  puede asumir cualquier valor real admisible en

$$\frac{2}{\tan(\alpha + 2002\pi) + \cot(\alpha + 2003\pi)} = \cos\left(\arctan\left(\frac{1}{\csc\beta}\right)\right)$$

donde  $k \in \mathbb{Z}$ .

- A)  $\left\langle \frac{k\pi}{2}; (2k + 1)\frac{\pi}{4} \right\rangle$   
 B)  $\left\langle (4k + 1)\frac{\pi}{2}; (2k + 1)\pi \right\rangle$   
 C)  $\left[ k\pi + \frac{\pi}{8}; k\pi + \frac{2\pi}{9} \right] - \left\{ (4k + 1)\frac{\pi}{8} \right\}$   
 D)  $\left[ k\pi + \frac{\pi}{9}; k\pi + \frac{2\pi}{9} \right] - \left\{ (4k + 1)\frac{\pi}{9} \right\}$   
 E)  $\left[ \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}; \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8} \right] - \left\{ (2k + 1)\frac{\pi}{4} \right\}$

502. Resuelva la siguiente ecuación

$$\left| \sin\left(\sin\frac{x}{2002} - \cos\frac{x}{2002}\right) - \cos\left(\cos\frac{x}{2002} - \sin\frac{x}{2002}\right) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin\left(2003\frac{\pi}{2}\right) = \left[ \log^2_{|\tan\alpha + \cot\alpha|} (\tan 2\beta \cot\beta) \right]$$

e indique la solución general para  $\beta$ .

- A)  $(4k + 1)\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$   
 B)  $k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$   
 C)  $k\pi + \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$   
 D)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{1001}; k \in \mathbb{Z}$   
 E)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z}$



503. Para qué valores de  $x$  es válida la siguiente inecuación  $f(x) \geq g(x)$ , si  $x \in [0; 2\pi]$

$$f(x) = \sqrt{1 + \cos 2x} + \sqrt{1 - \cos 2x} \quad y$$

$$g(x) = \sqrt{1 - \sin 2x}$$

- A)  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$   
 B)  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2} \arcsen \frac{1}{3}; \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsen \frac{1}{3}\right]$   
 C)  $x \in [0; \pi] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$   
 D)  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$   
 E)  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \cup \left[\frac{1}{2} \arcsen \frac{1}{3}; \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsen \frac{1}{3}\right]$

504. Resuelva la inecuación definida en  $\text{sen } x > \cos x > \tan x$

- A)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} - \arcsen \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right\rangle$   
 B)  $\left\langle \arcsen \frac{\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$   
 C)  $\left\langle \arcsen \frac{\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$   
 D)  $\left\langle \pi - \arcsen \frac{\sqrt{5}-1}{2}; \pi \right\rangle$   
 E)  $\left\langle \frac{\pi}{2}; \pi - \arcsen \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right\rangle$

505. Sean las funciones definidas por

$$f(x) = \text{sen } x + |\text{sen } x|; \quad \text{si } x \in \langle 0; 2\pi \rangle \quad y$$

$$g(x) = \begin{cases} |\cos x|; & \text{si } x \in \langle 0; \pi \rangle \\ |\tan x| - 1; & \text{si } x \in \langle \pi; 2\pi \rangle \end{cases}$$

entonces la inecuación  $f(x) \geq g(x)$  es válida en el intervalo

- A)  $\left[\arctan \frac{1}{2}; \pi - \arctan \frac{1}{2}\right] \cup \langle \pi; 2\pi \rangle - \left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$   
 B)  $\left[0; \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right] - \left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$   
 C)  $\left[\arctan \frac{1}{2}; \pi - \arctan \frac{1}{2}\right] \cup \langle \pi; 2\pi \rangle - \left\langle \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\rangle$   
 D)  $\left[0; \pi - \arctan \frac{1}{2}\right] \cup \langle \pi; 2\pi \rangle - \left\langle \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\rangle$   
 E)  $\left[\arctan \frac{1}{2}; \pi - \arctan \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right] - \left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$

506. Resuelva la siguiente inecuación

$$|\arcsen x| > |\arccos x| > |\arctan x|$$

- A)  $\left\langle \frac{\sqrt{2}}{2}; 1 \right\rangle$       B)  $\left\langle \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right\rangle$   
 C)  $\left\langle \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2} \right\rangle$   
 D)  $\left\langle \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}; 1 \right\rangle$       E)  $\left\langle \frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{2} \right\rangle$

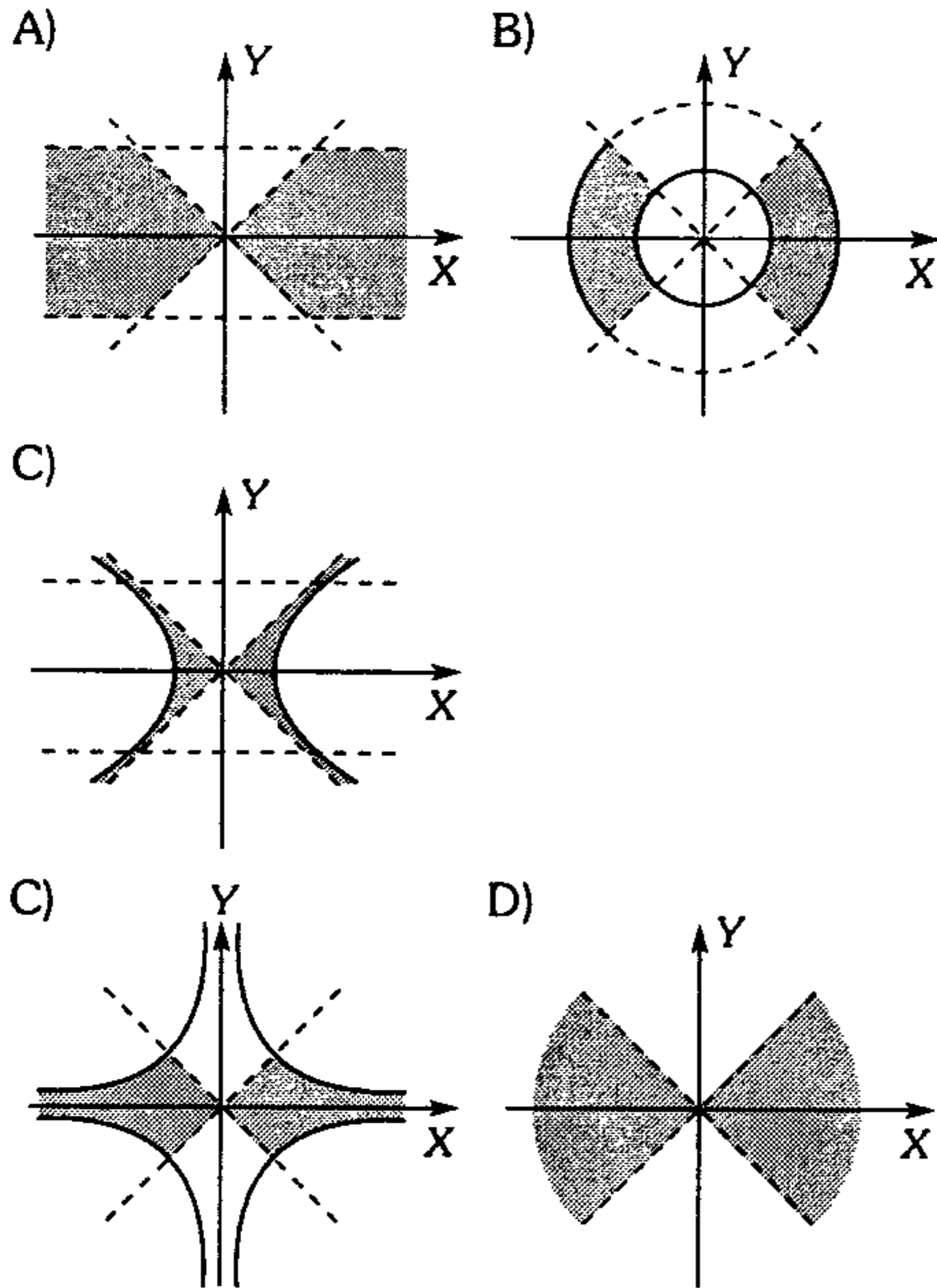
507. Determine los números complejos expresados en forma trigonométrica que verifica

$$e^{z^3 i} - i^{2003} = 0$$

- A)  $\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \text{cis}\left(\frac{4k\pi}{3}\right); k = 0; 1; 2$   
 B)  $\left(\frac{5\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \text{cis}\left(\frac{k-\pi}{6}\right); k = 0; 1; 2$   
 C)  $\left(\frac{3\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \text{cis}\left(\frac{2k\pi}{3}\right); k = 0; 1; 2$   
 D)  $\left(\frac{2\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \text{cis}\left(\frac{k\pi}{3}\right); k = 0; 1; 2$   
 E)  $\left(\frac{2\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \text{cis}\left(\frac{2k\pi}{3}\right); k = 0; 1; 2$

508. Represente geoméricamente la región que determine el siguiente conjunto de números complejos

$$\{z \in \mathbb{C} / 1 \leq e^{\operatorname{Re}(\operatorname{Ln}(z))} \leq 2 \wedge |\tan(\operatorname{Im}(\operatorname{Ln}(z)))| \leq 1\}$$



509. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda en cada proposición.

I. Si  $e^{iz} = i + 1 \rightarrow$

$$\operatorname{Re}(z) = (8n + 1)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z} \wedge \operatorname{Im}(z) = -\operatorname{Ln}\sqrt{2}$$

II.  $\log(i) = \frac{\pi i}{2}$

III. Si  $z \in \mathbb{C} \rightarrow \operatorname{Ln}(|e^z|) = \operatorname{Re}(z)$

- A) FFV      B) VVF      C) VFV  
D) FVV      E) VVV

510. Reduzca la expresión

$$K = \frac{(1 + i\sqrt{3})^{2002} (\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta)^3}{(1 - i)^{2004} (\cos\theta - i\operatorname{sen}\theta)^2 e^{i\left(5\theta + \frac{\pi}{3}\right)}}$$

- A)  $2^{1002}$       B)  $2^{1000}$       C)  $2^{2002}$   
D)  $2^{2000}$       E)  $2^{2004}$

511. Reduzca

$$M = \cos \left( \operatorname{Ln} \left[ \frac{\arccos \left\{ \frac{\arg(z^{\cos z})}{\arg z \cdot \cos(\operatorname{Re}(z))} \right\}}{\operatorname{Im}(z)} \right]^{\frac{9}{2}} \right)$$

siendo  $z = x + iy$

- A) -1      B) 0      C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
D) 1      E) 2

512. El equivalente de la siguiente expresión

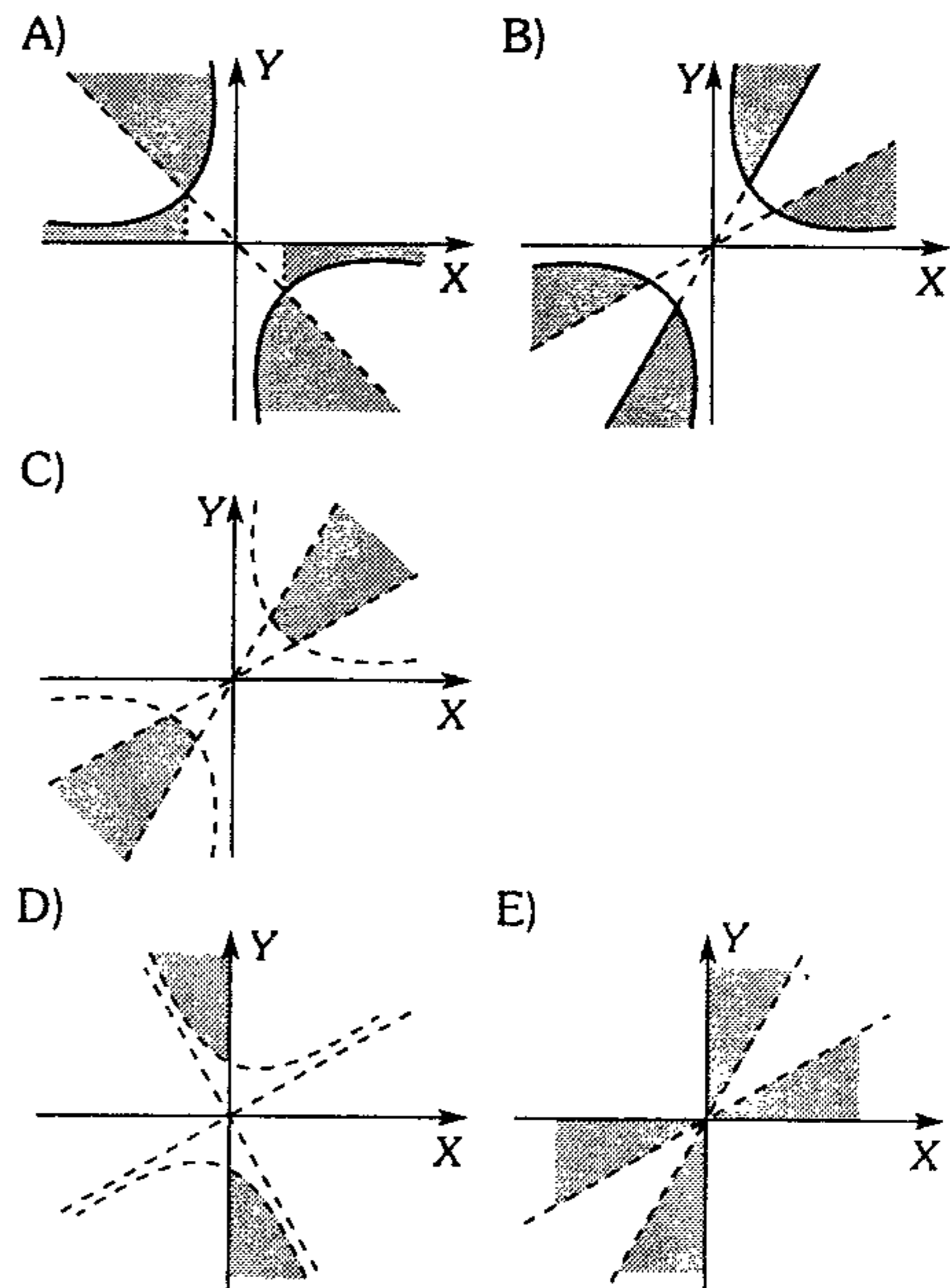
$$\frac{2\operatorname{sen}i}{i\operatorname{cos}i + \operatorname{sen}i} \text{ es}$$

- A)  $1 - e^2$       B)  $e^2$       C)  $1 - e^{-2}$   
D)  $1 + e$       E) 1

513. Grafique el conjunto de números complejos que verifican

$$R = \left\{ z = x + iy / \operatorname{Re}(z)\operatorname{Im}(z) \geq 1 ; \right.$$

$$\left. \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \leq \arg(z) < \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$



514. Sabiendo que  $z \in \mathbb{C}$  y  $|\alpha| < \frac{\pi}{2}$ , además

$$z = \operatorname{sen} \alpha + i \operatorname{cos} \alpha, \text{ calcule } \frac{|1 - \bar{z}|}{|1 + z|}.$$

A)  $-\tan \frac{\alpha}{2}$

B)  $-\tan \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$

C)  $\tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$

D)  $\cot \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$

E)  $\cot \frac{\alpha}{2}$

515. Reduzca la siguiente expresión para  $n \in \mathbb{Z}$ .

$$E = \frac{(1 + i \tan x)^n + (1 - i \tan x)^n}{(1 + i \cot x)^n + (1 - i \cot x)^n}$$

A)  $\tan^n x$

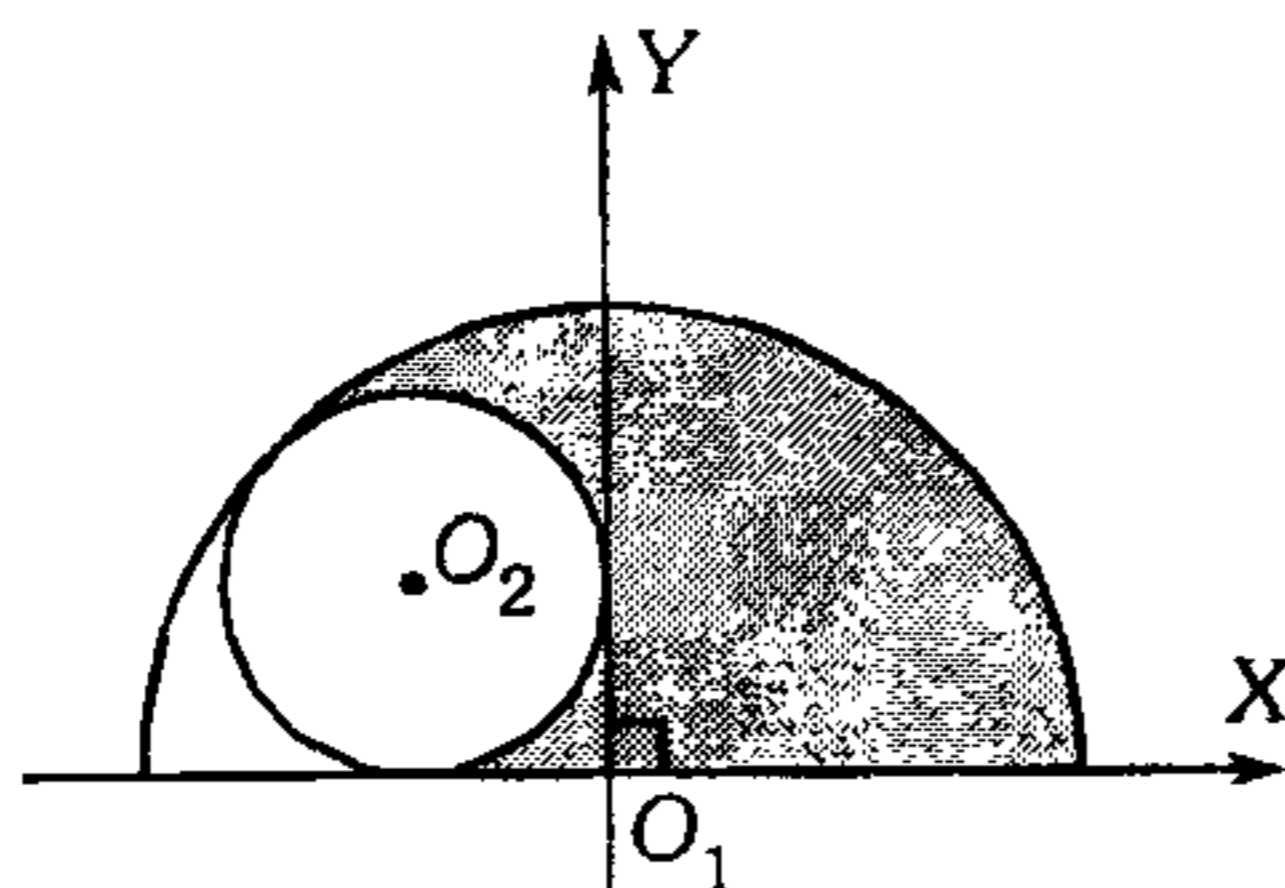
B)  $(-1)^{n+1} \tan^n x$

C)  $\tan nx$

D)  $(-1)^n \cot^n x$

E)  $n \tan x$

516. ¿A qué conjunto de números complejos  $w$  corresponde la región sombreada?  $O_1, O_2$  son centros.  $O_2(-1; 1)$



A)  $w = \left\{ z = re^{i\theta}; \in \mathbb{C} / |z| \leq \sqrt{2} \wedge |z+1+i| \geq 1; 0 \leq \arg z \leq \frac{2\pi}{3} \right\}$

B)  $w = \left\{ z = re^{i\theta}; \in \mathbb{C} / |z| \leq \sqrt{2} \wedge |z+i-1| \geq 1 \right\}$

C)  $w = \left\{ z = re^{i\theta}; \in \mathbb{C} / |z| \leq \sqrt{2} \wedge |z+i+1| \geq 1 \right\}$

D)  $w = \left\{ z = re^{i\theta}; \in \mathbb{C} / |z| - 1 \leq \sqrt{2} \wedge |z+1-i| \geq 1; 0 \leq \arg(z+1) \leq \frac{5\pi}{8} \right\}$

E)  $w = \left\{ z = re^{i\theta}; \in \mathbb{C} / |z| - 1 \geq \sqrt{2} \wedge |z+1-i| \leq 1; 0 \leq \arg(z+1) \leq \frac{5\pi}{8} \right\}$

### Números Complejos

517. El módulo de  $z = \operatorname{cos} x + i \operatorname{sen} y$  es igual a 1, donde  $\operatorname{cos} x = \operatorname{Re}(z) \wedge \operatorname{sen} y = \operatorname{Im}(z)$ . Indique la proposición incorrecta.

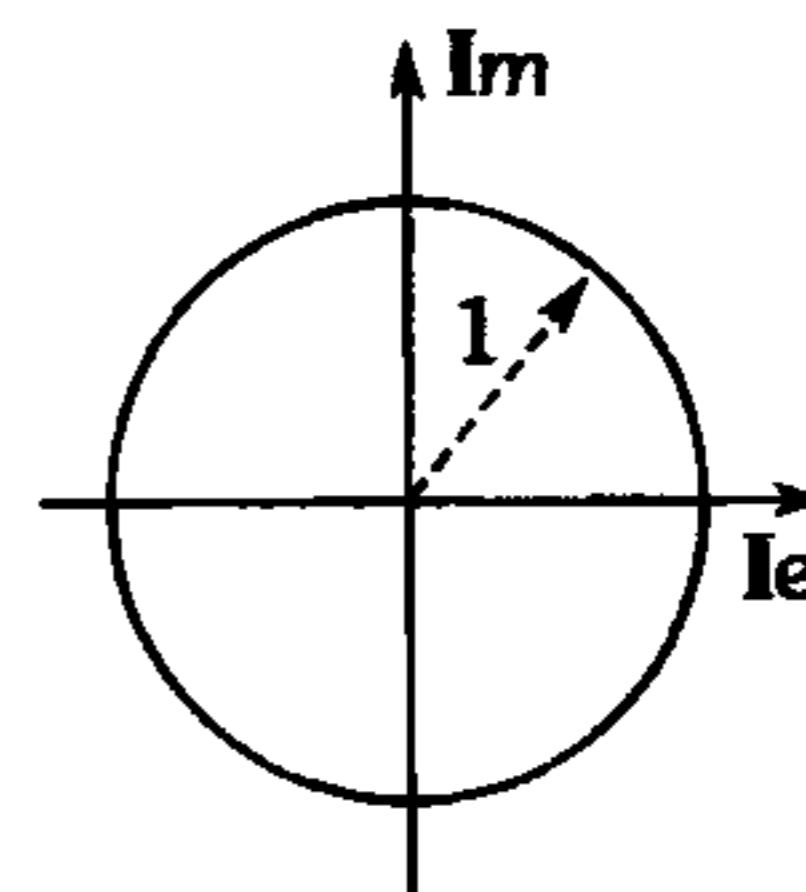
A)  $\operatorname{sen}(x+y)$  puede ser igual a 1.

B)  $x$  e  $y$  pueden ser coterminales.

C)  $\operatorname{cos}(y-x)$  puede ser igual a 1.

D)  $\operatorname{sen}(y-x)$  solamente es igual a 1.

E) La gráfica de  $z$  es



518. Siendo  $z = \cot \left( \frac{\pi}{4} - i \ln 2 \right)$

calcule  $F = |z| + 17z - 15i$

A) 7

B) 8

C) 9

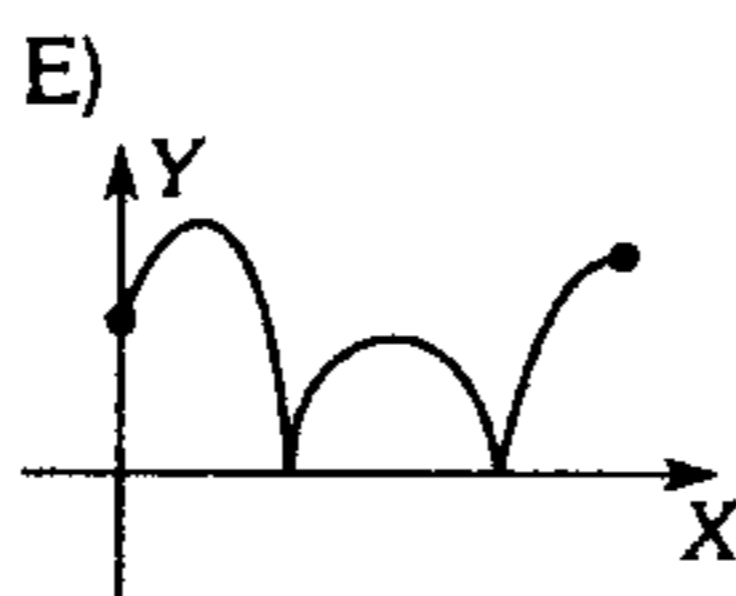
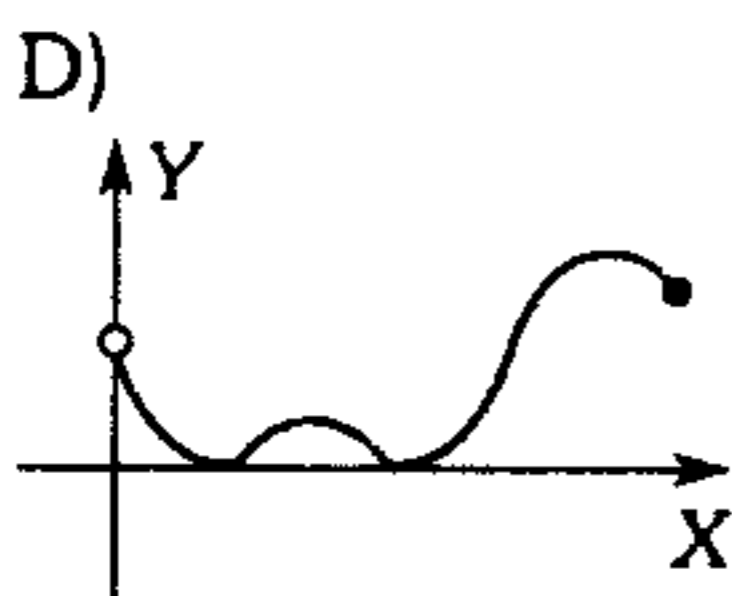
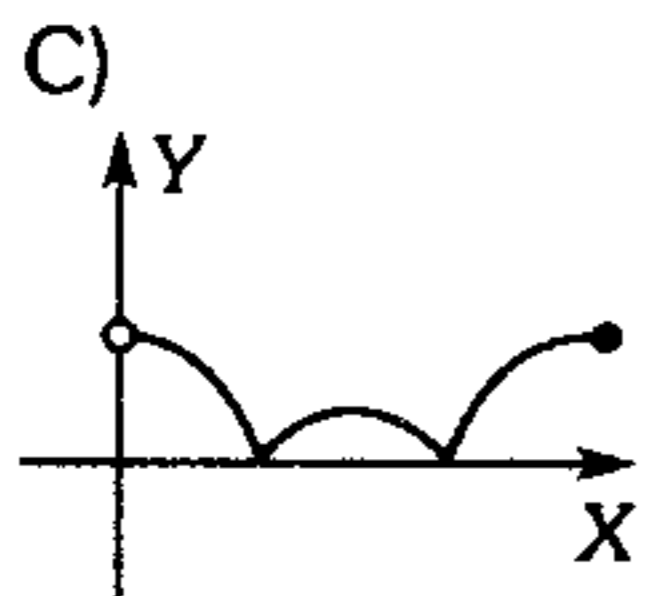
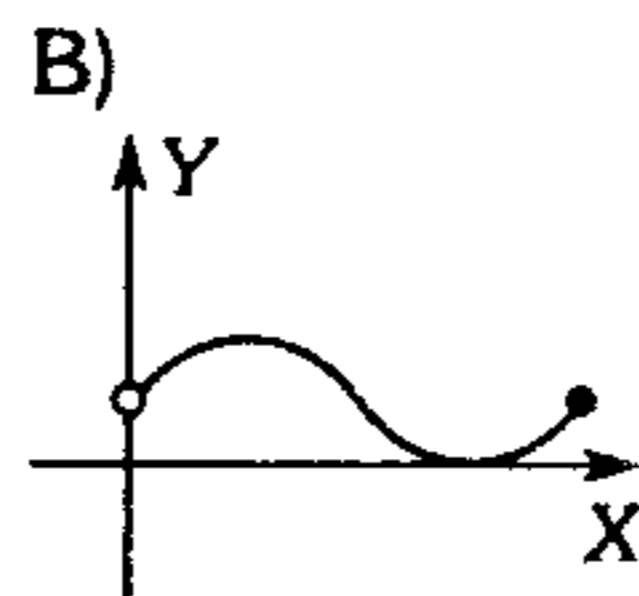
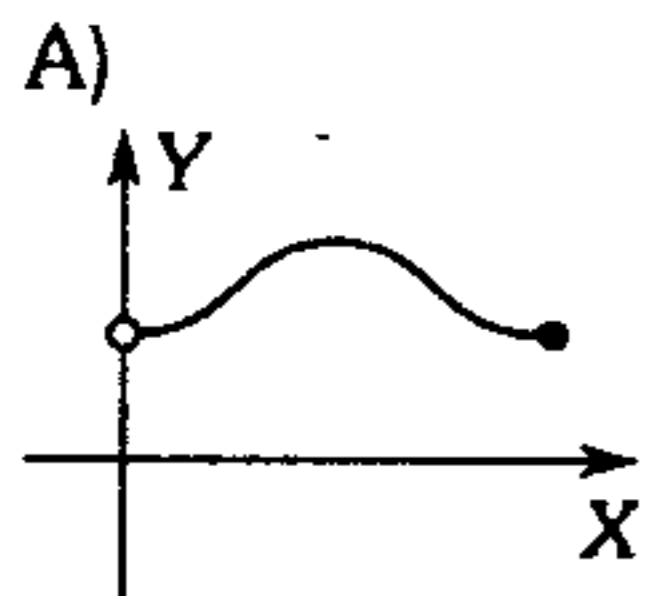
D) 10

E) 11

519. Siendo  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ , además  $x$  es el ángulo comprendido entre los módulos de  $z_1$  y  $z_2$ , grafique

$$f(x) = \left| \frac{\operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) + \operatorname{Im}(z_1 \bar{z}_2) + 1}{|z_1 \bar{z}_2|} \right|,$$

$$0 < x \leq 2\pi$$



520. Siendo  $z \in \mathbb{C}$ , halle el equivalente de  $f(z) = \arccos z$ .

A)  $\operatorname{Ln}\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)$

B)  $i \operatorname{Ln}\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$

C)  $\operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 + 1})$

D)  $\operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 - 1})$

E)  $\pm i \operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 - 1})$

521. Halle la parte real del número complejo

$$w = e^{i\theta} - e^{2i\theta} + e^{3i\theta}$$

A)  $\cos 2\theta \cos 3\frac{\theta}{2} \sec \frac{\theta}{2}$

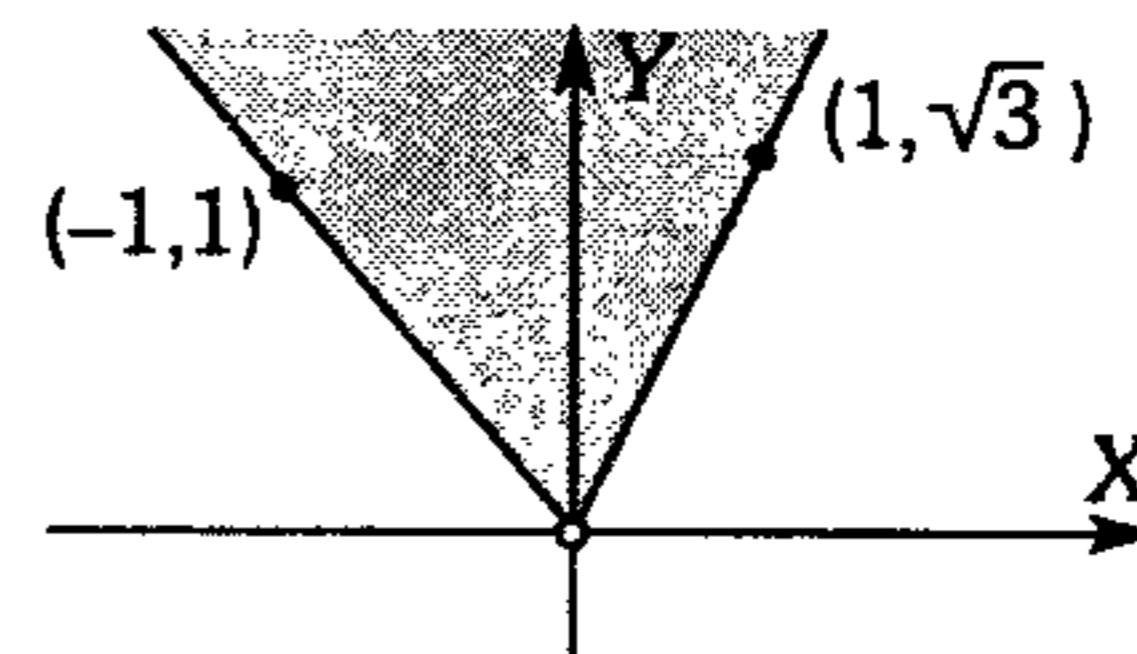
B)  $\cos 2\theta \cos 3\frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$

C)  $2 \cos \theta \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}$

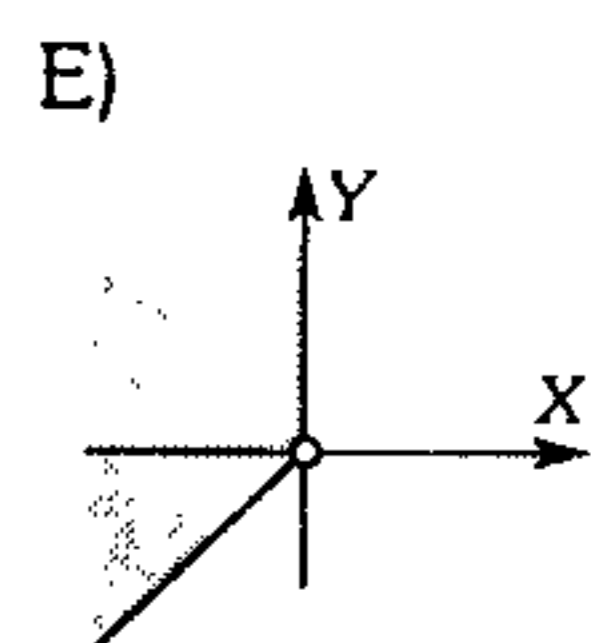
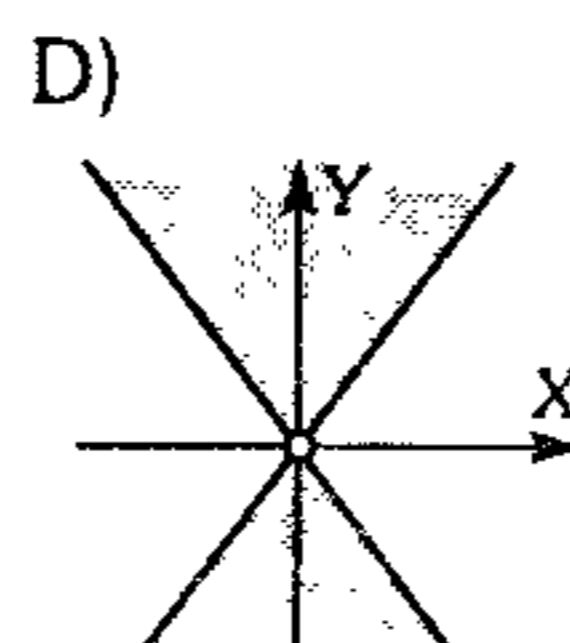
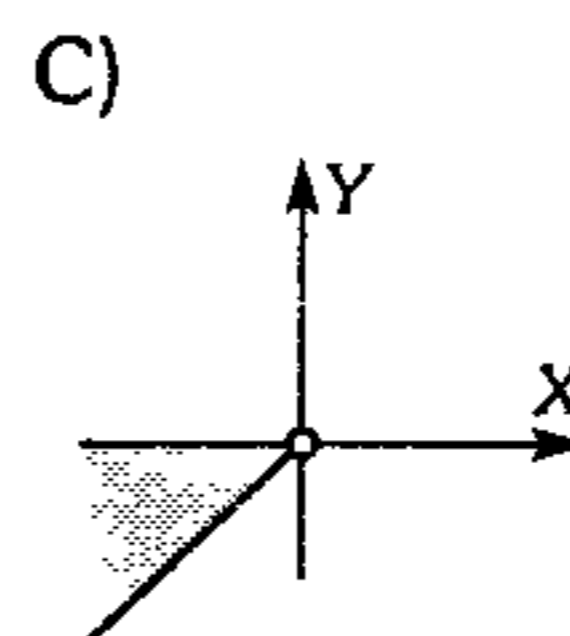
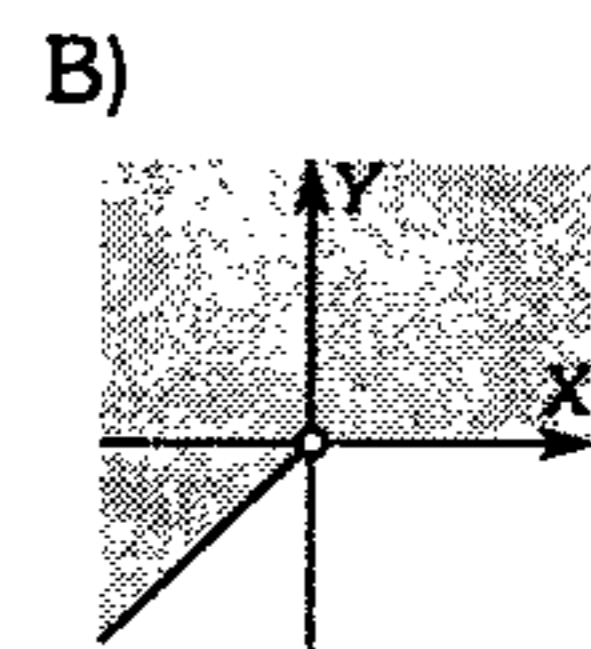
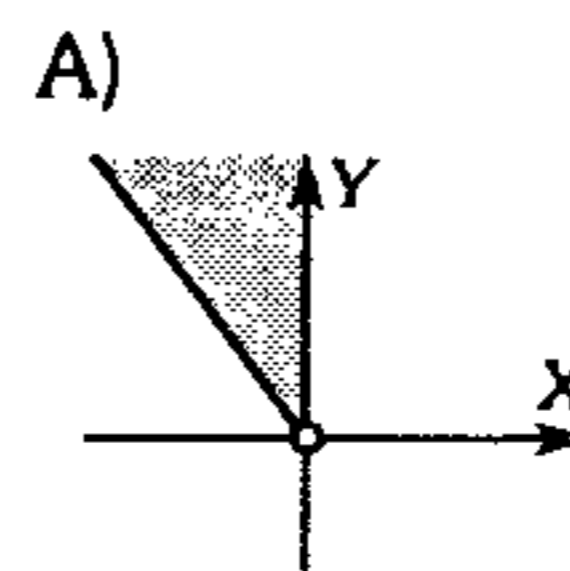
D)  $2 \cos 2\theta \cos 3\frac{\theta}{2} \sec \frac{\theta}{2}$

E)  $2 \operatorname{sen} 2\theta \operatorname{sen} 3\frac{\theta}{2} \sec \frac{\theta}{2}$

522. La región descrita por  $\operatorname{arg} z$ , donde  $z = x + iy$ , es



entonces la región descrita por  $\operatorname{arg}(z^{3/2})$  es



523. Al resolver la siguiente ecuación trigonométrica, indique un conjunto solución

$$(\cos x + i \operatorname{sen} x)(\cos 2x + i \operatorname{sen} 2x)$$

$$(\cos 3x + i \operatorname{sen} 3x) \dots (\cos nx + i \operatorname{sen} nx) = 1$$

siendo  $k = \dots -1; 0; 1, 2$

A)  $\frac{4k}{n(n+1)}$

B)  $\frac{4k\pi}{n(n+1)}$

C)  $\frac{1}{n(n+1)}$

D)  $\frac{n(n+1)}{2k}$

E)  $\frac{n(n+1)}{2k} \pi$

524. Mediante la ecuación  $x^{2n} + x^n + 1 = 0$ , reduzca

$$F = \cos \frac{\pi}{3n} \cos \frac{4\pi}{3n} \cos \frac{7\pi}{3n} \dots \cos \frac{(3n-2)\pi}{3n}$$

A)  $\frac{1}{2^n}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{2^{n+1}}$

C)  $\frac{1}{2^{n-1}}$

D)  $\frac{\sqrt{3}}{2^n}$

E)  $\frac{\sqrt{3}}{2^{n-1}}$

525. Sabiendo que

$$z_1 = \operatorname{Ln} i^{i^2}; z_2 = x + iy; z_3 = i^i$$

señale la proposición correcta

I.  $\operatorname{sen} z_1 = 1$

II.  $\operatorname{cos} z_1 = 0$

III.  $\operatorname{Im}(e^{z_2^2}) = e^{x^2-y^2} \operatorname{sen} 2xy$

IV.  $|z_3| = e^{\frac{\pi}{2}}$

V.  $\operatorname{Re}(z_2) = e^x \operatorname{sen} y$

A) I y II

B) I, II y III

C) I, II, IV y V

D) I, II y V

E) todas son correctas

526. Halle el equivalente de

$$F = \operatorname{cosh}(x) \operatorname{cosh}(y) + \operatorname{senh}(x) \operatorname{senh}(y)$$

A)  $\cos(x+y)$

B)  $\operatorname{cosh}(x-y)$

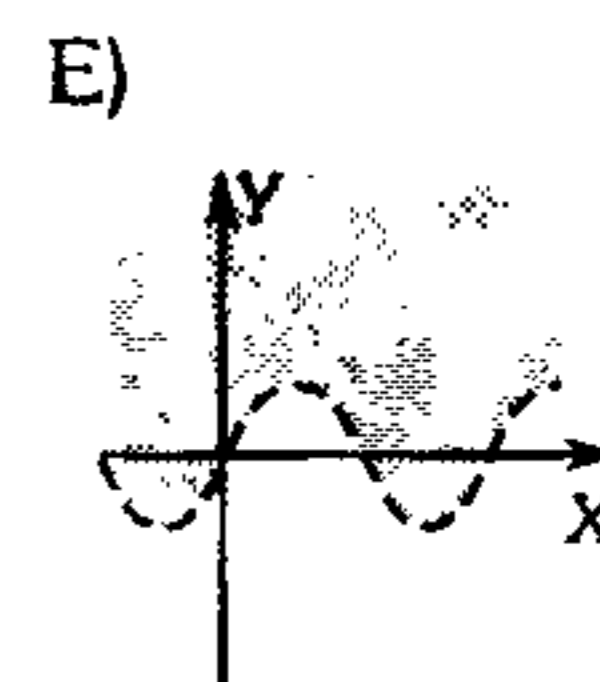
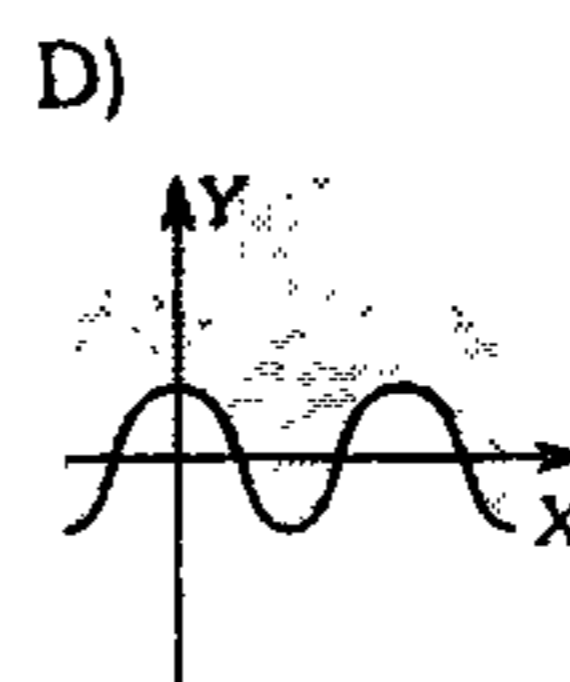
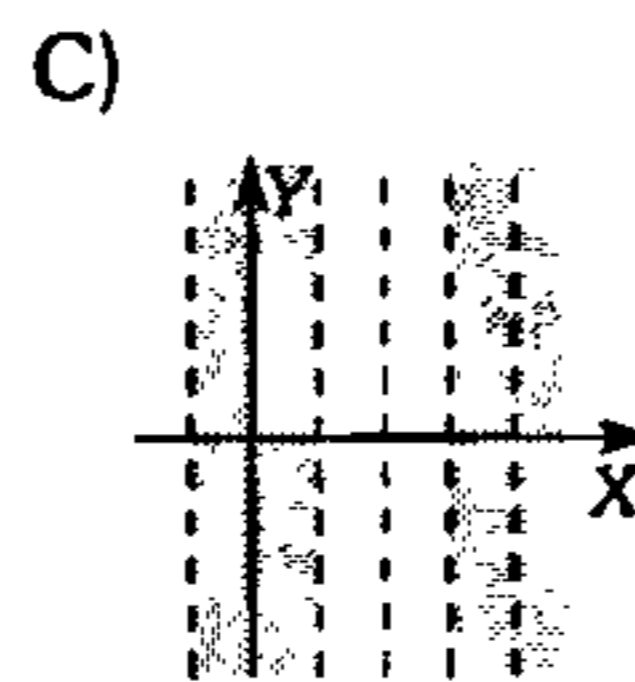
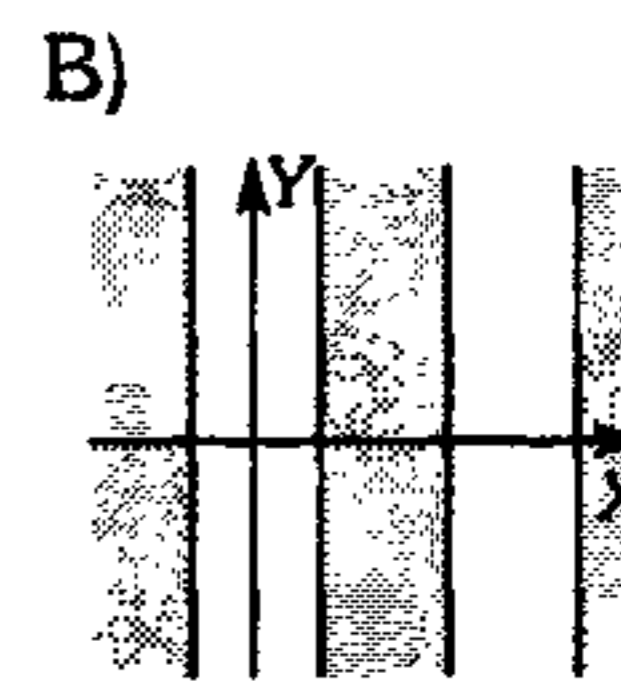
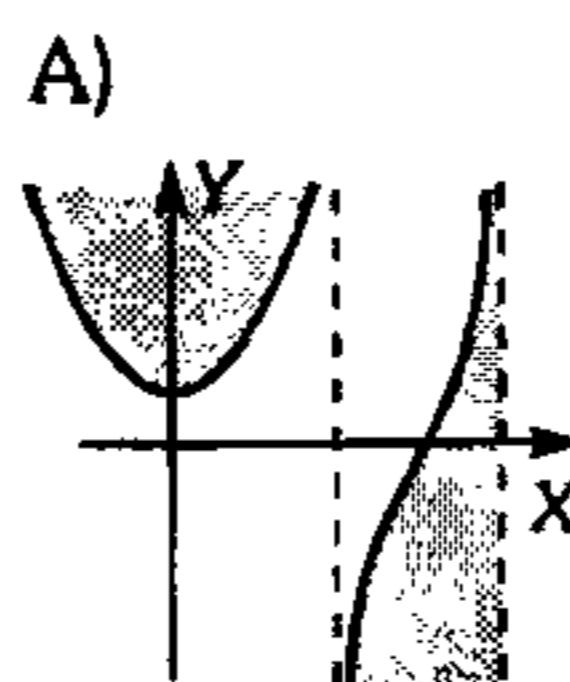
C)  $\operatorname{senh}(x+y)$

D)  $\operatorname{senh}(x-y)$

E)  $\operatorname{cosh}(x+y)$

527. Grafique el conjunto de números complejos que verifican el conjunto  $R$  si

$$R = \{ z = x + yi / \arg(e^{i \operatorname{cos} z}) > 0 \}$$



528. Determine el argumento del número complejo  $z = x + iy$  si se verifica:

$$\cosh x + i \operatorname{sen} xi = 2$$

$$\operatorname{sen} yi + i \cosh y = 2i$$

A)  $2k\pi + \frac{3\pi}{4}$

B)  $2k\pi + \operatorname{arc} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{4}\right)$

C)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

D)  $2k\pi + \frac{\pi}{6}$

E)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$

529. Determine los valores de  $\operatorname{Ln} z$  si  $z = x + iy$ ; que verifica la condición

$$(1 - i)\operatorname{sen}(\operatorname{Ln} z) = \cos(\operatorname{Ln} z) - 1$$

A)  $-i \operatorname{Ln}\left(\frac{-i \pm \sqrt{2 - 2i}}{1 - 2i}\right)$

B)  $i \operatorname{Ln}\left(\frac{i + \sqrt{1 - 2i}}{1 - i}\right)$

C)  $i \operatorname{Ln}(2^i - 1)$  ó  $0$

D)  $i \operatorname{Ln}\left(\frac{i + \sqrt{2 - i}}{1 - i}\right)$

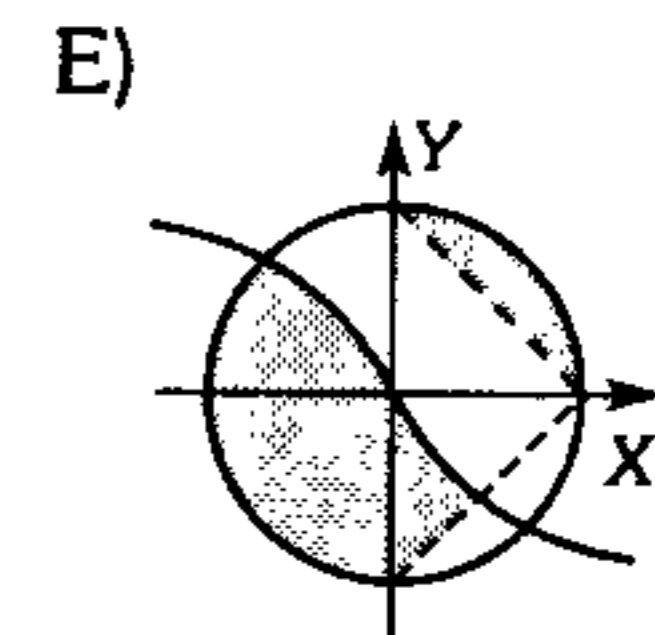
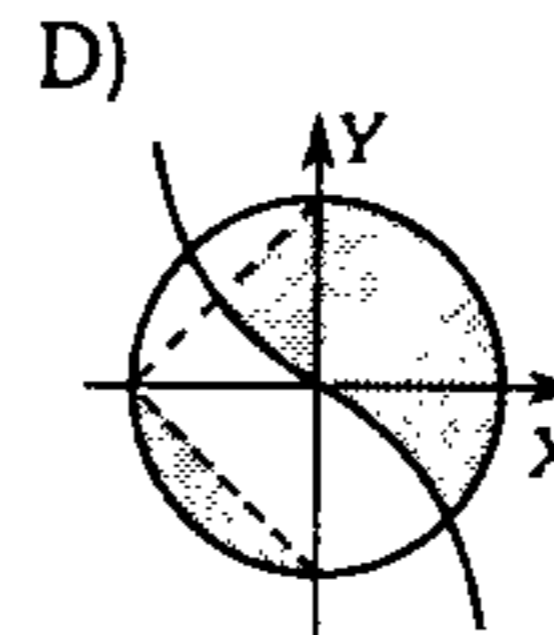
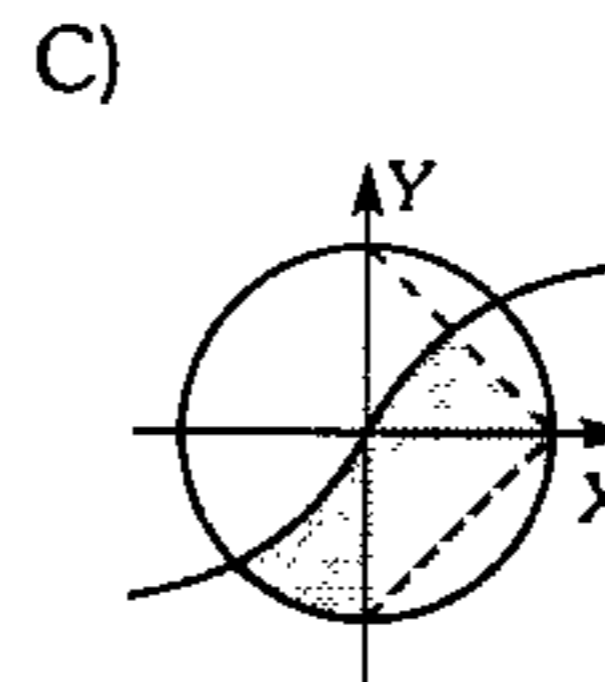
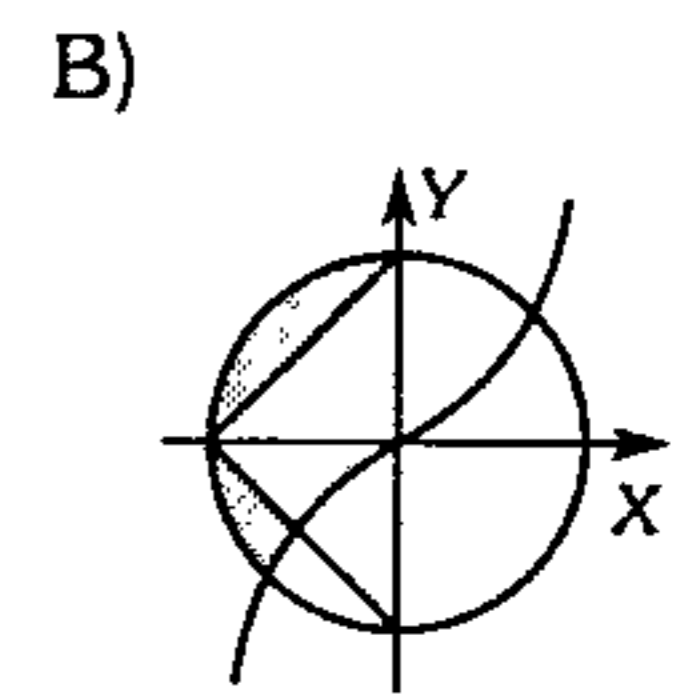
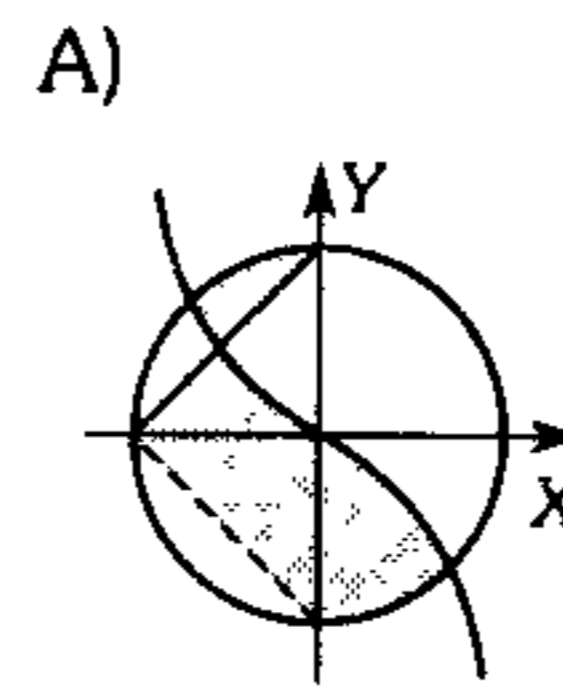
E)  $\operatorname{Ln}\left(\frac{\sqrt{1 + 2i} - i}{1 + i}\right)$

530. Identifique la gráfica de la siguiente expresión

$$R = \{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Im}(z) - \operatorname{Re}^3(z) \geq 0 ; |z| \leq k ;$$

$$\frac{\pi}{4} \leq |\arg(z + k)| \leq \pi\}$$

Además  $k \in \mathbb{R}^+$ .



531. Determine el conjunto de números complejos  $z$  tal que se verifica  $k \in \mathbb{Z}$ ;

$$1 - \cosh(2iz) = i(\operatorname{sen} 2z + 2 \operatorname{sen} z)$$

A)  $k\pi$

B)  $k\pi + \operatorname{Ln} 2$

C)  $\frac{k\pi}{2} + \operatorname{Ln}(4)$

D)  $\frac{k\pi}{2} + \operatorname{Ln} 2$

E)  $2k\pi - \operatorname{Ln} 2$

532. Determine los valores que toma la expresión

$$K = 2 \operatorname{sen}(\cos(xi)) - \cos^2(\cos(xi)), \text{ si}$$

$$x \in \langle -1; \ln 10 \rangle \text{ y } i = \sqrt{-1}$$

A)  $[0; 2]$

B)  $[-2; 2]$

C)  $[-1; 1]$

D)  $[-4; 4]$

E)  $[0; 4]$

533. Sean los números complejos  $z$  y  $w / z = e^{i\theta}$  y

$$w = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + \dots + z^n.$$

Halle el equivalente de

$$M = \sum_{n=1}^n (w + \bar{w})$$

- A)  $\csc^2 \theta ((n+1)\text{sen} \theta - \text{sen} n\theta)$
- B)  $\frac{1}{2} \text{sen}^2 \theta (\csc n\theta - (n+1)\csc \theta)$
- C)  $\frac{1}{2} \csc^2 \theta (\text{sen} \theta - n \text{sen} \theta)$
- D)  $2 \csc \theta (n \text{sen} \theta - \text{sen} n\theta)$
- E)  $\csc^2 \frac{\theta}{2} \text{sen} \left( \frac{n\theta}{2} \right) \text{sen} (n+2)\theta + n$

534. Resuelva la siguiente ecuación si  $z \in \mathbb{C}$

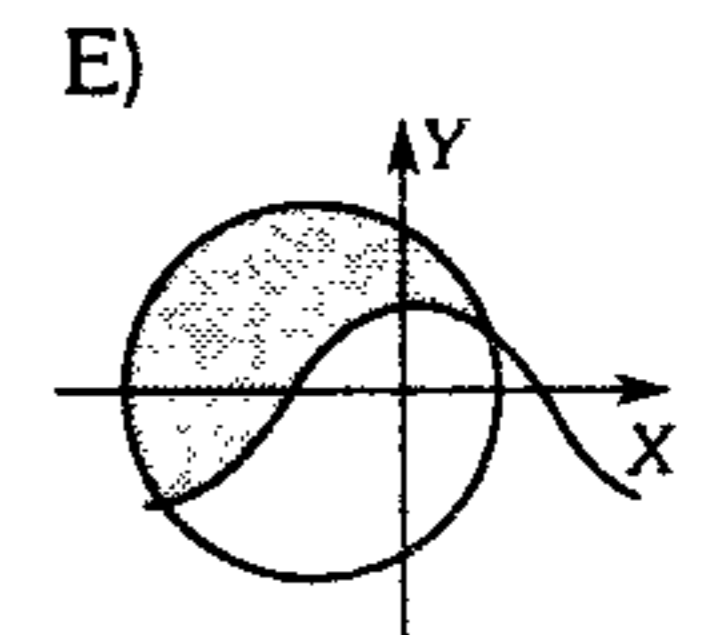
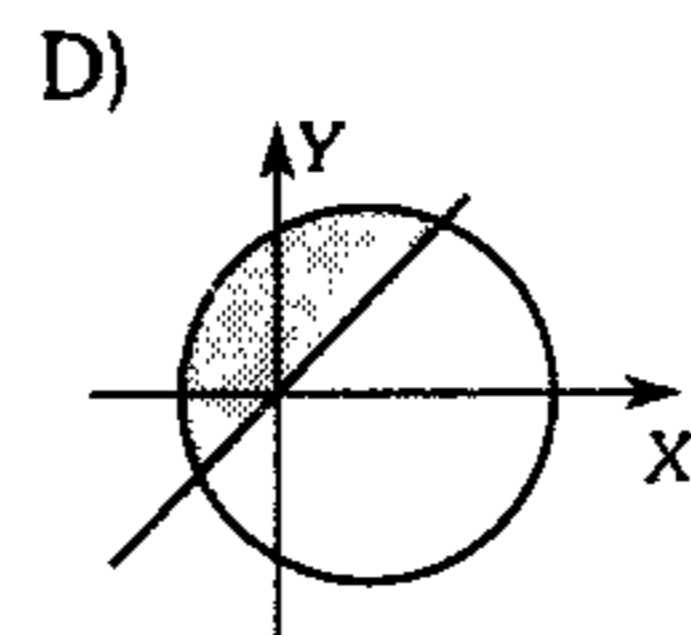
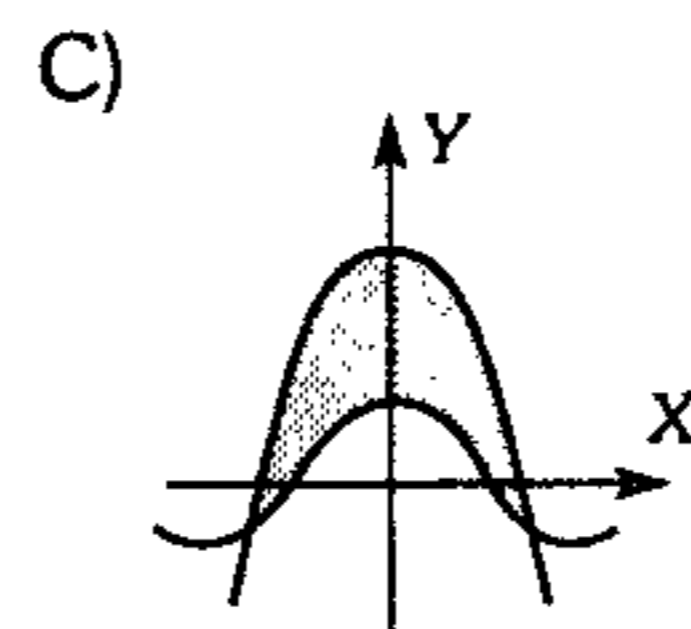
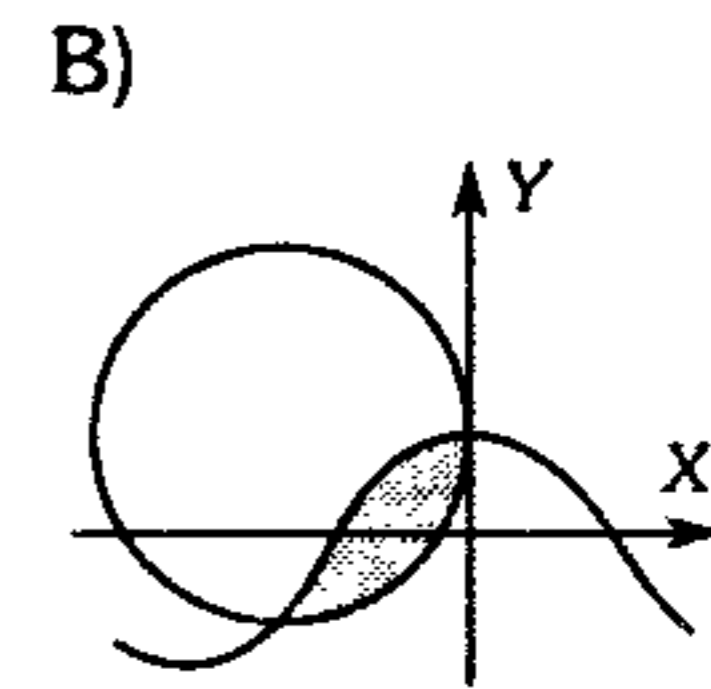
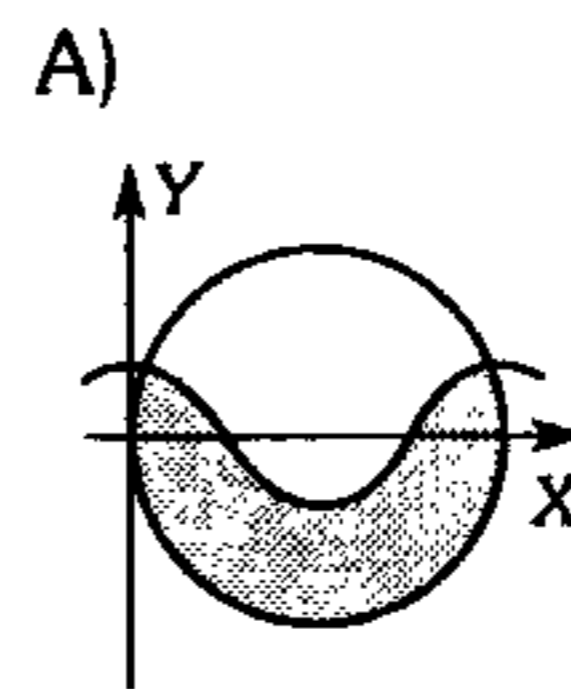
$$1^{ze} = 2e$$

siendo  $e$  base de los logaritmos neperianos ;  
 $n; k \in \mathbb{Z}$

- A)  $-\left( \frac{2n\pi - \text{Ln} 2}{k\pi e} \right) i$
- B)  $-\left( \frac{2n\pi - \text{Ln} 2}{2k\pi} \right) i$
- C)  $\frac{-(2n\pi + \text{Ln} 2 + 1)i}{2k\pi e}$
- D)  $\frac{-(2n\pi - 1)i}{2k\pi}$
- E)  $\left( \frac{1 - \text{Ln} 2 - 2n\pi}{2k\pi e} \right) i$

535. Grafique

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} / \text{Re} \left( \frac{z-2+i}{z+1-i} \right) \leq 0 \wedge \text{Im}(z) \geq \text{Re}(z) \right\}$$



536. Sabiendo que  $z \in \mathbb{C}$ , halle el equivalente de

$$f(z) = \text{Ln} z ; k = \{ \dots -1; 0; 1 \dots \}; z \neq 0$$

- A)  $\text{Ln}|z| + i(\arg z + k\pi)$
- B)  $\text{Ln}|z| + i$
- C)  $\text{Ln}|z| + i \arg \frac{z}{2}$
- D)  $\text{Ln}|z| + i(2 \arg z)$
- E)  $\text{Ln}|z| + i(\arg z + 2k\pi)$

537. Calcule el valor de

$$F = \text{sen}^2(i \text{Ln} \sqrt{-i}) + \text{sen}^2(i \text{Ln} \sqrt{i}) + \cos^2(3i \text{Ln} \sqrt{i})$$

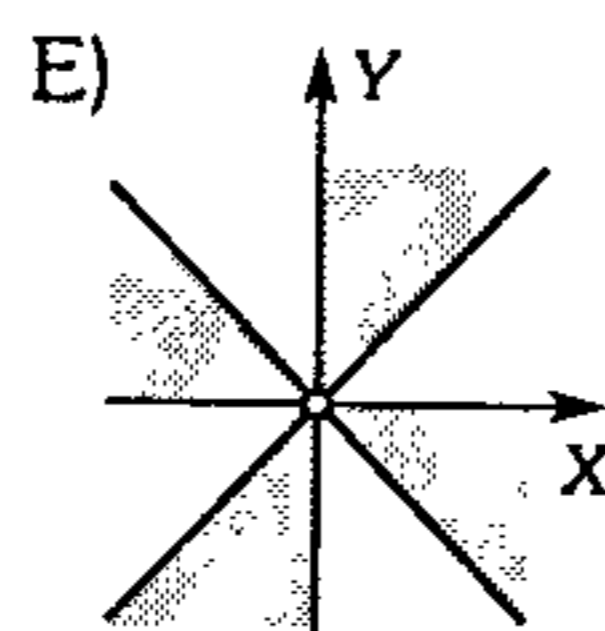
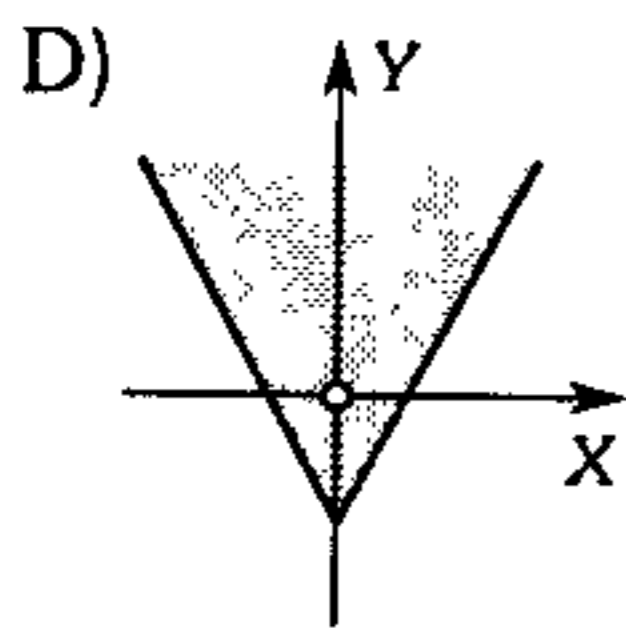
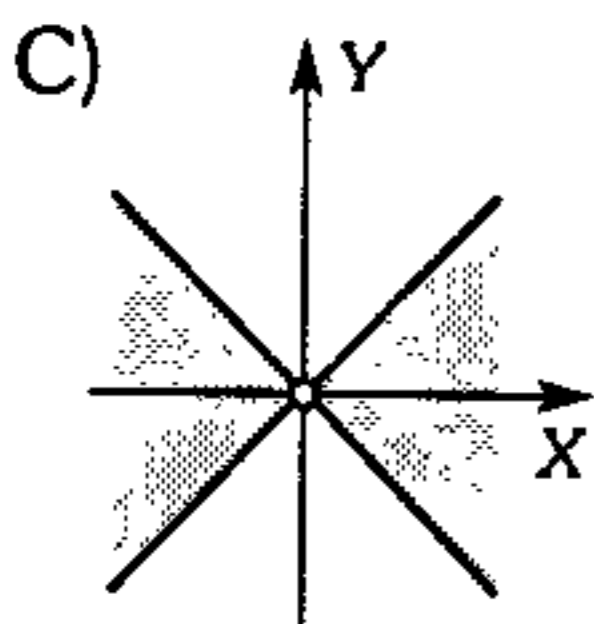
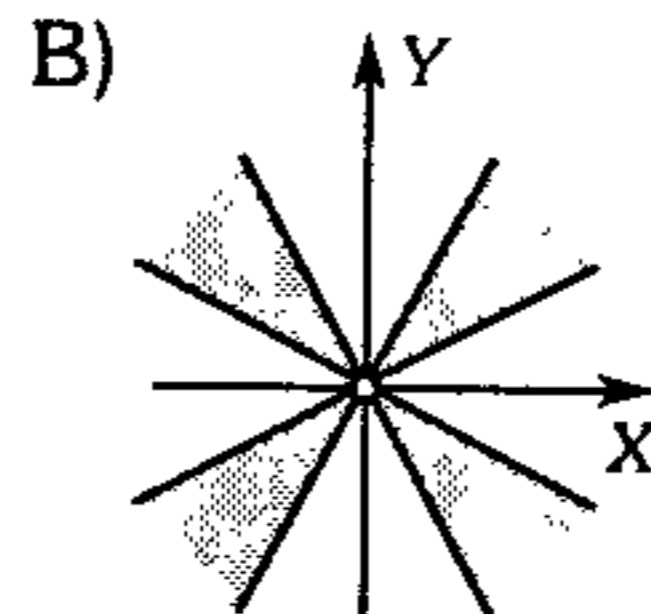
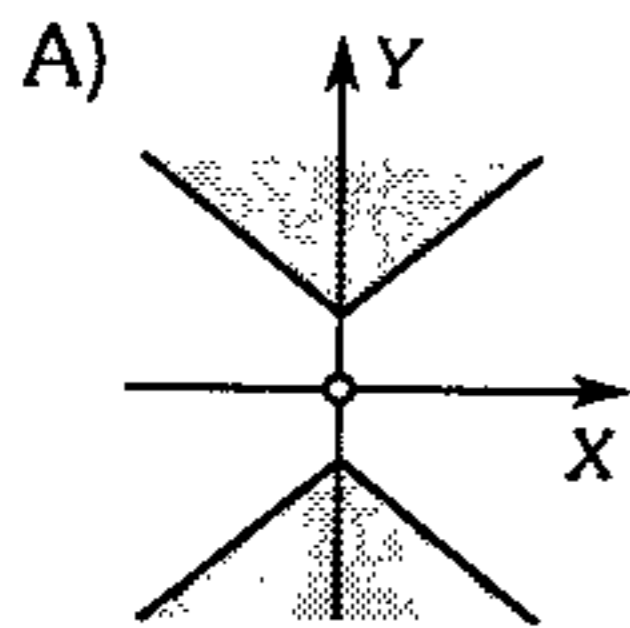
- A)  $\frac{3}{2}$       B)  $\frac{7}{4}$       C)  $\frac{5}{2}$
- D)  $-\frac{1}{4}$       E)  $\frac{9}{2}$

538. Sabiendo que

$$z = r(\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta); 0 < \theta < 2\pi$$

grafique

$$\operatorname{Im}(z^4) \leq 0; z \neq 0$$



539. Sabiendo que  $z = re^{i\alpha}; \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ,

además

$$e^z = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z^k}{k!}\right) \quad y$$

$$r \operatorname{sen} \alpha + \frac{r^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{2!} + \frac{r^3 \operatorname{sen} 3\alpha}{3!} = e^\theta \operatorname{sen} \phi$$

halle  $F = \arctan\left(\frac{\phi}{\theta}\right)$

A)  $\alpha$

B)  $2\alpha$

C)  $3\alpha$

D)  $\frac{\alpha}{2}$

E)  $4\alpha$

540. Si  $\theta \in [0; 2\pi]$  y  $n \in \mathbb{N}$

$$\left(\frac{1 + \operatorname{sen}\theta + i\cos\theta}{1 + \operatorname{sen}\theta - i\cos\theta}\right)^n = \cos x + i\operatorname{sen} x$$

halle  $F = \cot\left(\frac{x}{n}\right) - \tan\left(\frac{x}{n}\right)$

A)  $2\operatorname{csc} 2\theta$

B)  $\tan 2\theta$

C)  $\cot 2\theta$

D)  $-2\cot 2\theta$

E)  $\sec 2\theta$

541. Si  $n \in \mathbb{Z}^+$ , simplifique

$$S = \binom{n}{0} \cos n\theta + \binom{n}{1} \cos(n-2)\theta + \binom{n}{2} \cos(n-4)\theta \dots \binom{n}{n}$$

A)  $2^n \cos^n \frac{\theta}{2} \cos \frac{n\theta}{2}$

B)  $2^n \operatorname{sen}^n \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{n\theta}{2}$

C)  $2^n \cos^n \theta$

D)  $2^n \cos^n \theta \operatorname{sen}^n \frac{\theta}{2}$

E)  $2^n \tan \frac{n\theta}{2}$

542. Simplifique

$$F = \frac{(\cos 2a - i\operatorname{sen} 2a)(\cos b + i\operatorname{sen} b)^2}{\cos(a+b) + i\operatorname{sen}(a+b)}$$

$$+ \frac{(\cos 2a + i\operatorname{sen} 2a)(\cos b - i\operatorname{sen} b)^2}{\cos(a+b) - i\operatorname{sen}(a+b)}$$

A)  $2\operatorname{sen}(a+b)$

B)  $2\cos(a+b)$

C)  $2\cos(2a+2b)$

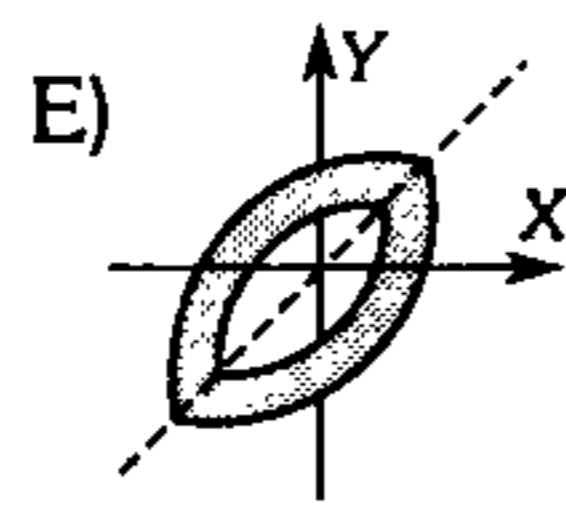
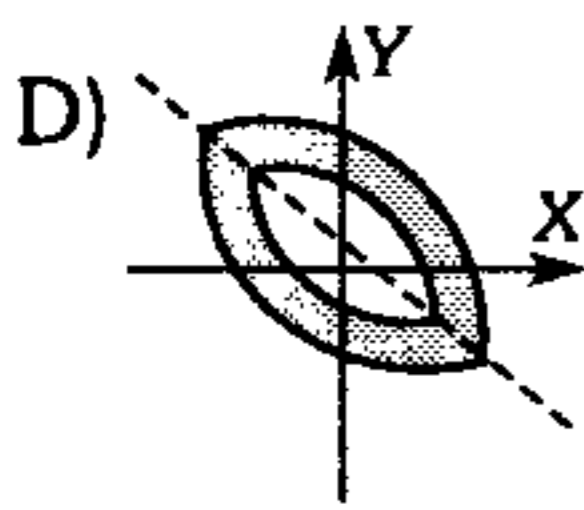
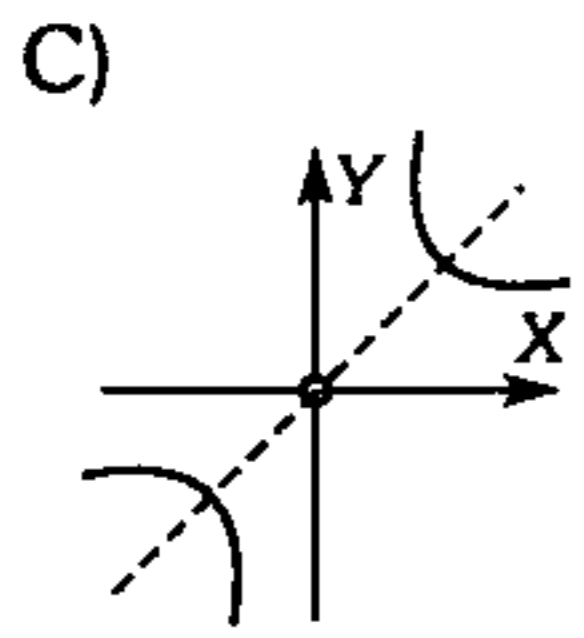
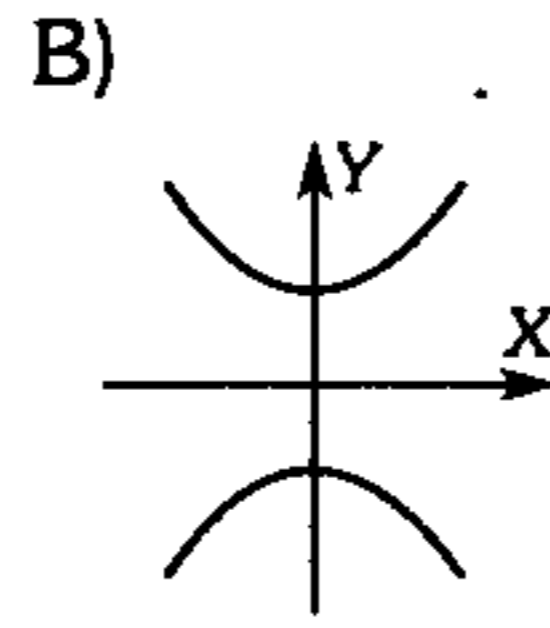
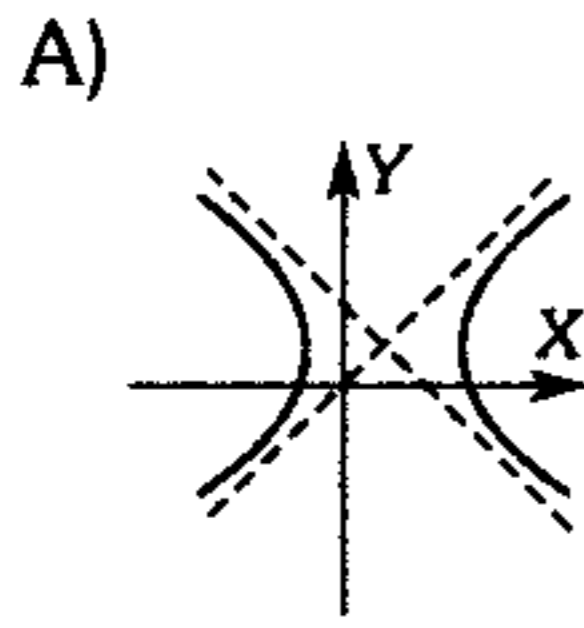
D)  $2\operatorname{sen}(b-3a)$

E)  $2\cos(b-3a)$



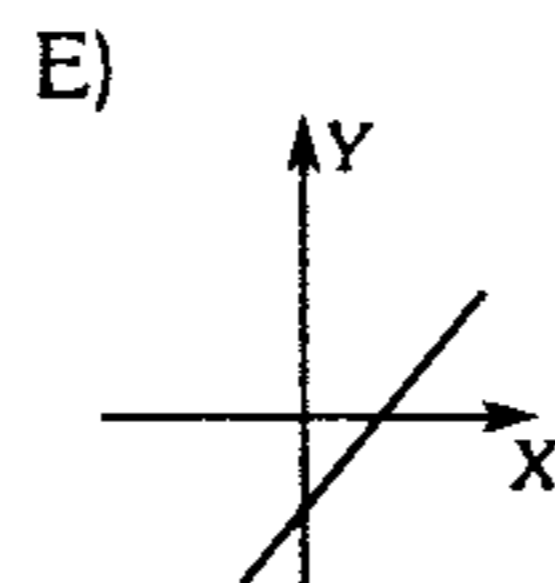
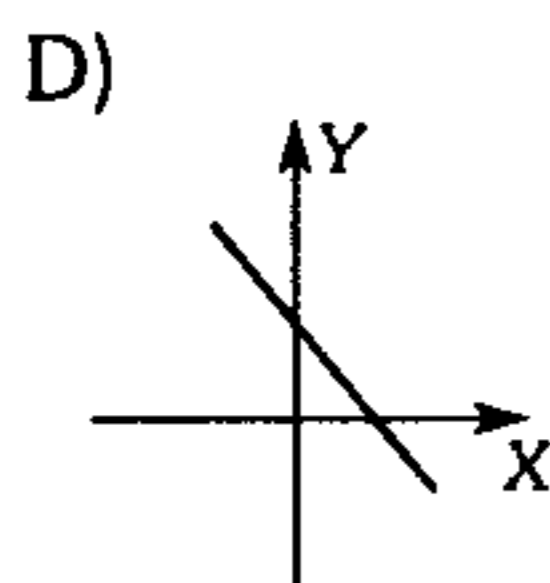
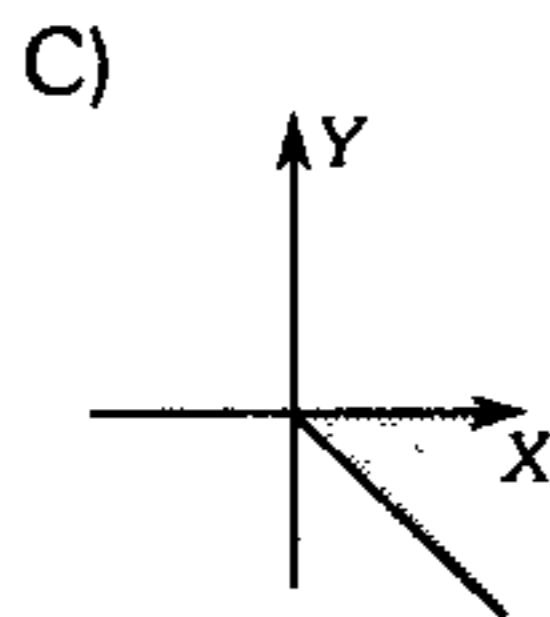
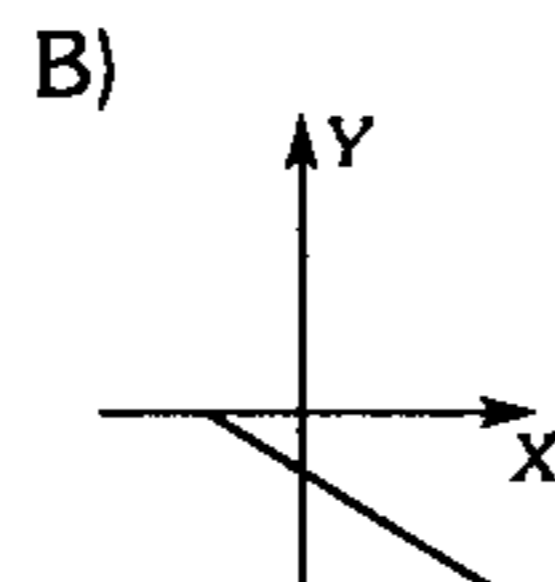
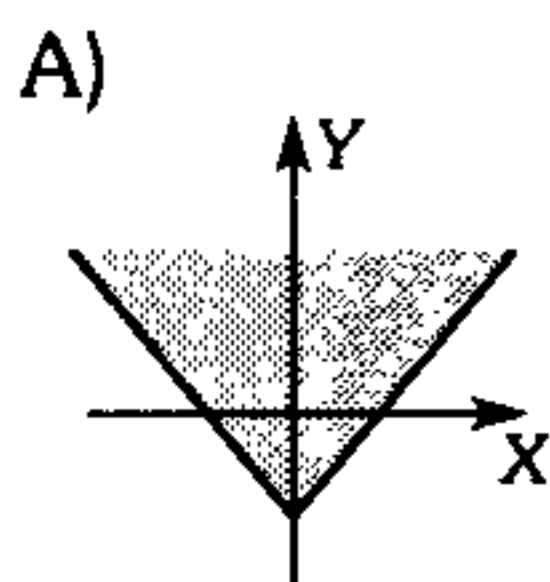
543. Grafique

$$A = \{z \in \mathbb{C} / a \leq |z - 1 + i| + |z + 2 - 3i| \leq 12\}$$



544. Grafique

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} / \arg\left(\frac{z - 2 + i}{i}\right) = \frac{5\pi}{4} \right\}$$



## Límites y Derivadas Trigonométricas

545. Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x \operatorname{sen} y - y \operatorname{sen} x}{y \cos x - x \cos y} = -\tan y$  calcule  $y$ .

- A) -1      B) 2      C) 1  
D)  $\frac{1}{2}$       E) -2

546. Por un punto  $P$  de coordenadas  $(a; b)$  se hace pasar una recta que corta en los ejes coordenados segmentos  $OA$  y  $OB$ , calcule las longitudes de  $OA$  y  $OB$  cuando el área del triángulo  $AOB$  es mínima.

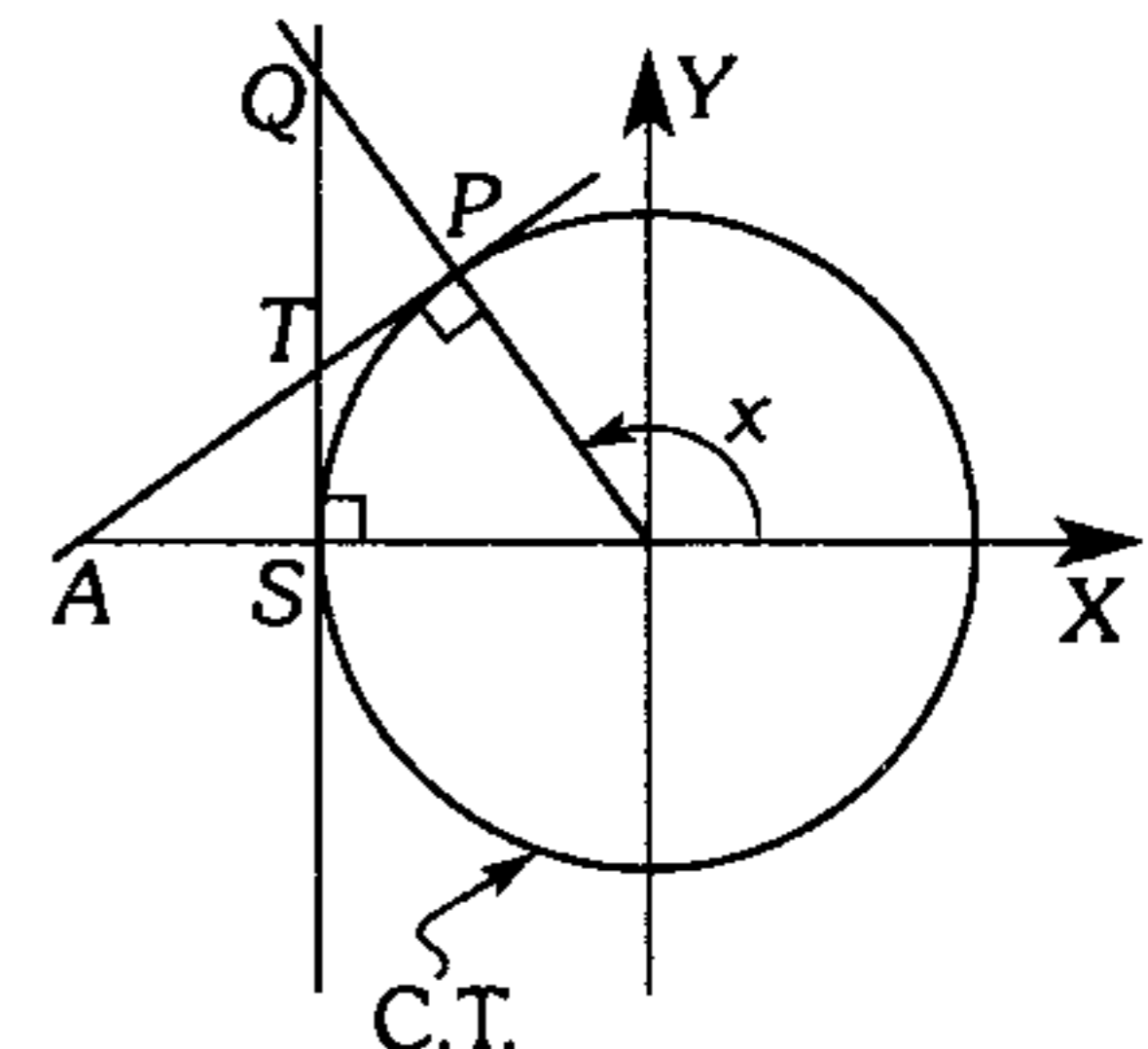
- A)  $OA = \frac{2a}{3}$  y  $OB = \frac{2b}{3}$   
B)  $OA = a^2$  y  $OB = b^2$   
C)  $OA = 4a$  y  $OB = 4b$   
D)  $OA = 2a$  y  $OB = 2b$   
E)  $OA = 3a$  y  $OB = 3b$

547. Halle el rango de  $f(x; y) = \operatorname{sen}(xy)$  en la región encerrada por  $0 \leq x \leq \pi$  y  $0 \leq y \leq 1$ .

- A)  $\langle 0; 1 \rangle$       B)  $[0; 1]$       C)  $[-1; 1]$   
D)  $[-1; 0]$       E)  $\langle -1; 1 \rangle$

548. En la figura mostrada calcule  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\overline{QT}^2}{\overline{AS}}$

- A) 1  
B)  $\frac{1}{2}$   
C) 2  
D)  $\frac{3}{2}$   
E)  $\frac{2}{3}$



549. Calcule el siguiente límite

$$K = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sec 2x \tan x + 2 \tan x}{\cos x + \cos 2x}$$

- A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     B)  $-\frac{1}{2}$     C)  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
 D)  $-\frac{3}{2}$     E)  $-\frac{8\sqrt{3}}{3}$

550. Determine el valor del siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(2\pi x) + \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) + \tan\left(\frac{\pi x}{8}\right)}{x^2 + 4x - 12}$$

- A)  $\frac{5\pi}{4}$     B)  $\frac{5\pi}{32}$     C)  $\frac{3\pi}{32}$   
 D)  $\frac{9\pi}{32}$     E)  $\frac{3\pi}{4}$

551. Siendo  $f(x) = \operatorname{sen}[3(2^n x)]$  y  $g(x) = 3x - 2\pi$ ,

determine  $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} \frac{f(x)}{g(x)}$

- A)  $2^{n+1}$     B)  $2^n$     C)  $2^{n-1}$   
 D)  $n$     E)  $2$

552. Siendo la función  $f$  definida por

$$f(x) = \frac{e^{\operatorname{sen} x} - 1}{\lfloor \operatorname{sen} x \rfloor + \operatorname{sen} x}$$

entonces el valor  $f$ , cuando  $x$  está muy próximo a cero será

- A)  $e$     B)  $0$     C)  $1$   
 D)  $e^2$     E)  $e^{-1}$

553. Calcule  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec 2x + \operatorname{sen} x}{\tan 2x + \cos x}$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $1$     C)  $0$   
 D)  $2$     E)  $4$

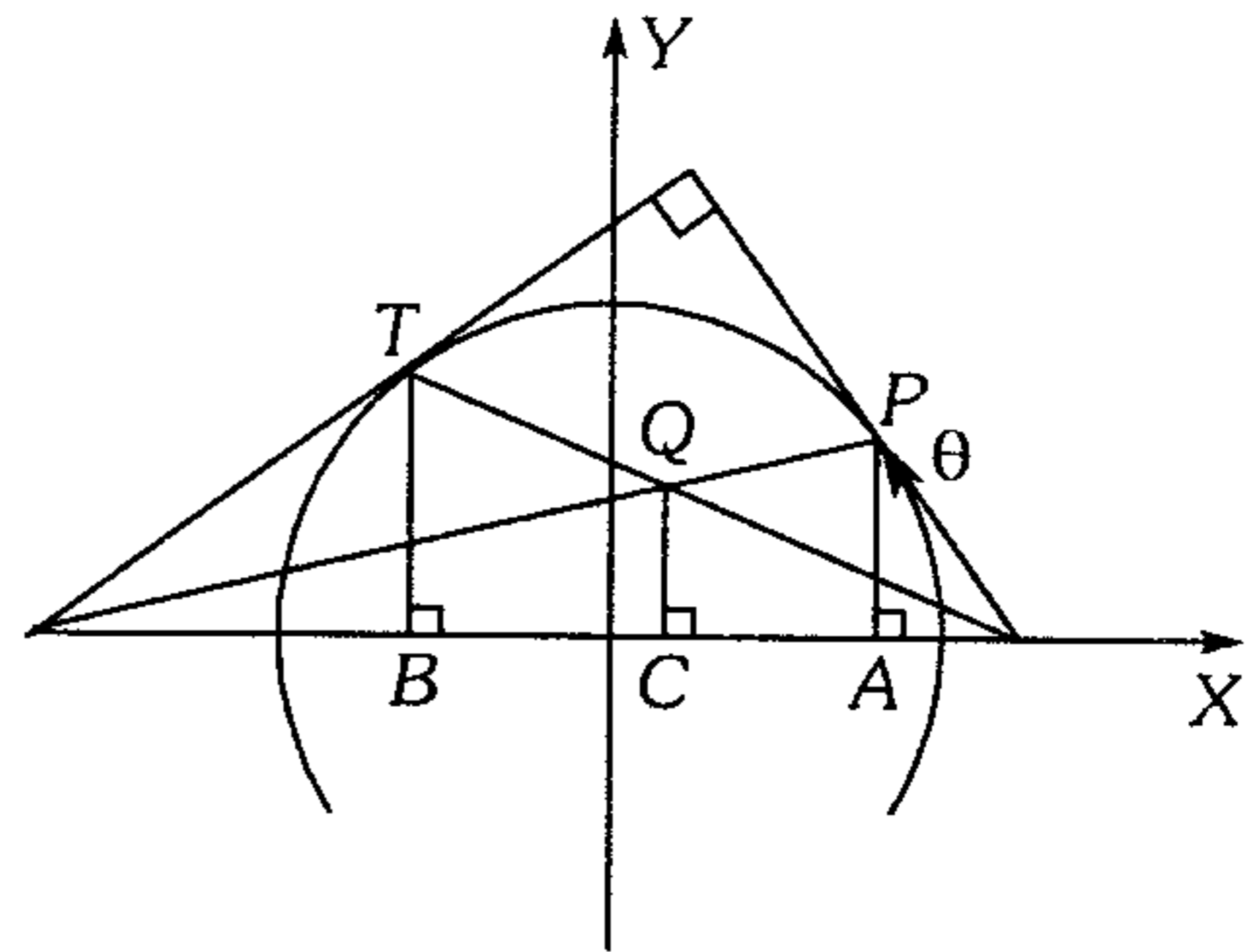
554. Si  $a, b \in \mathbb{R}$  determine el límite siguiente si existe

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b \operatorname{sen} 2x + a \cos(x^2)}{1 + x^2}$$

- A)  $\nexists$     B)  $1$     C)  $2$   
 D)  $0$     E)  $-3$

555. En la figura mostrada, calcule

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{3\overline{QC} - \sqrt{2}}{PA - TB}$$



- A)  $2$     B)  $1$     C)  $0$   
 D)  $-1$     E)  $4$

556. Calcule el verdadero valor de la siguiente diferencia, cuando  $x$  se aproxima a cero.

$$\frac{2}{\operatorname{sen}^2 x} - \frac{1}{1 - \cos x}$$

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $0$     C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $1$     E)  $2$

557. Halle el valor del siguiente límite  $L$ , si

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^4}{1 - \cos(1 - \cos x)} \right)$$

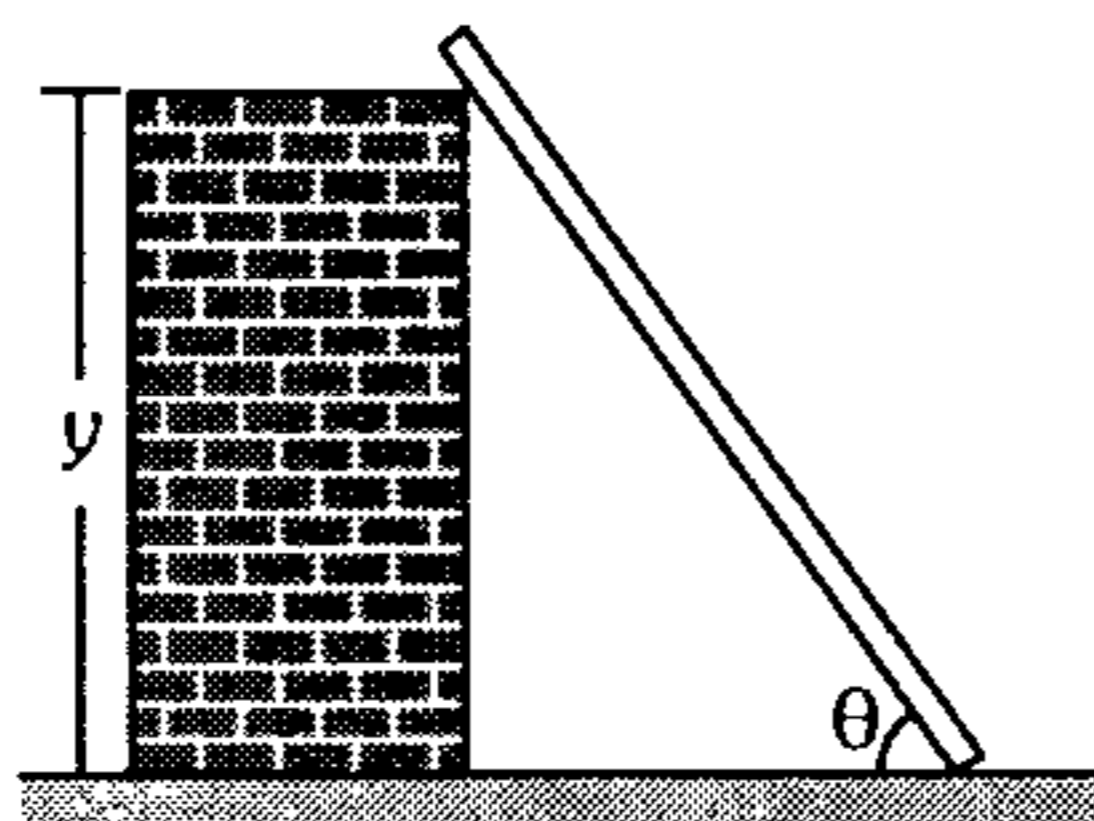
- A)  $2$     B)  $6$     C)  $10$   
 D)  $8$     E)  $2\ 048$

558. Siendo  $f(x) = -12 \cos \frac{x}{3}$ , halle el punto de intersección entre el eje de ordenadas y la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $(\pi; b)$ .

- A)  $(0; -2\sqrt{3}\pi)$       B)  $(0; -2\sqrt{3}\pi - 6)$   
 C)  $(0; -6\pi)$   
 D)  $(0; -\sqrt{2}\pi)$       E)  $(0; -\sqrt{3}\pi - 6)$

559. Una escalera de 8 m de largo está apoyada contra un muro vertical. Si su base es empujada horizontalmente lejos de la pared a  $\frac{1}{4}$  m/s, ¿con qué rapidez resbalará la parte superior de la escalera cuando  $\theta = \frac{\pi}{6}$  rad?

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  m/s  
 B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  m/s  
 C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 D)  $\frac{1}{3}$  m/s  
 E) 1 m/s



560. Calcule el valor aproximado de  $\text{sen}30^\circ45'$ .

Considere  $\frac{\pi\sqrt{3}}{240} = 0,022$

- A) 0,501      B) 0,502      C) 0,509  
 D) 0,511      E) 0,522

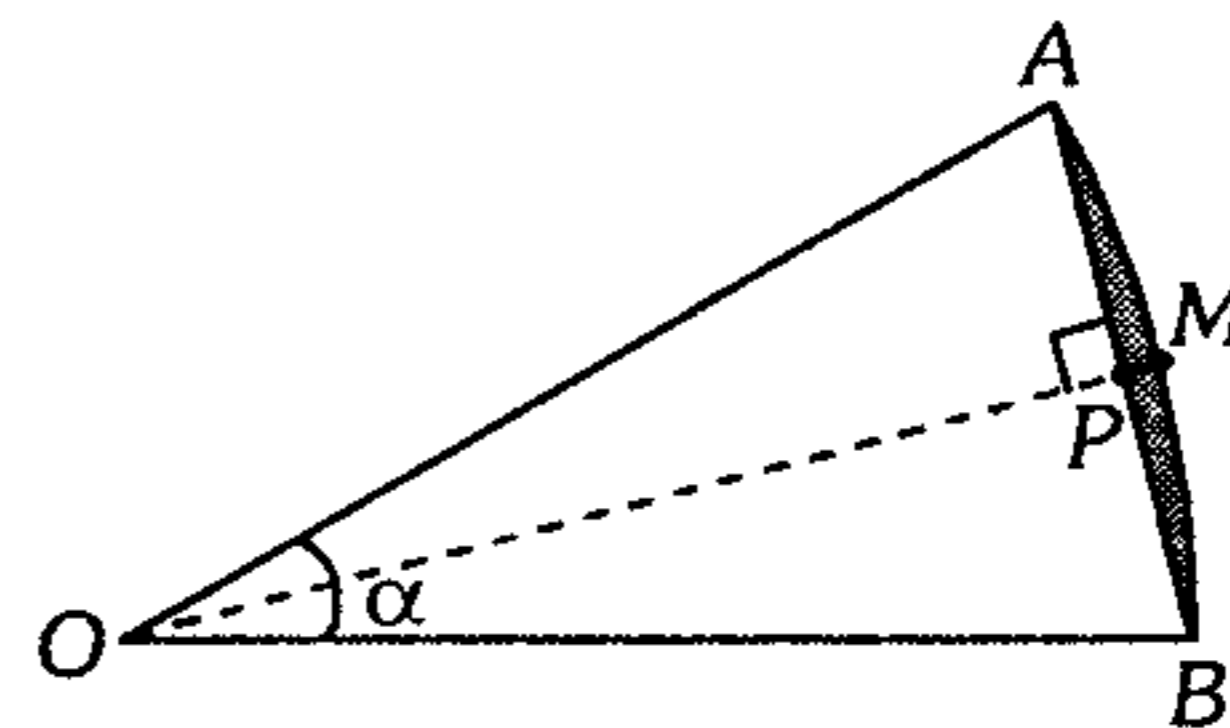
561. Calcule  $a+b$ , a partir de la siguiente función

$$f(x) = \frac{\text{sen}3x + ax + bx^3}{x^3}$$

tal que si  $x$  está muy próximo a 0 entonces también  $f$  está muy próximo a 0.

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $-\frac{3}{2}$       C)  $-\frac{9}{2}$   
 D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{9}{2}$

562. En la figura mostrada,  $S$  representa el área de la región sombreada; además  $AOB$  es un sector circular con centro en  $O$ ;  $AB=b$  y  $PM=h$ . Calcule  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left( \frac{S}{bh} \right)$



- A) 1      B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{3}{2}$   
 D)  $\frac{3}{4}$       E)  $\frac{4}{3}$

563. Halle el valor aproximado de la siguiente suma

$$M = \text{sen} \frac{1^\circ}{2002} + \text{sen} \frac{2^\circ}{2002} + \text{sen} \frac{3^\circ}{2002} + \dots + \text{sen} \frac{4^\circ}{2002} + \text{sen} \frac{5^\circ}{2002} + \text{sen} \frac{6^\circ}{2002}$$

- A)  $\frac{1}{25\,387}$       B)  $\frac{1}{10\,478}$       C)  $\frac{1}{4\,875}$   
 D)  $\frac{1}{12\,774}$       E)  $\frac{1}{5\,460}$

564. Si los catetos de un triángulo  $ABC$  ( $B=90^\circ$ ), miden  $2\text{sen}(60^\circ - \alpha)\text{sen}(60^\circ - \alpha)$  y

$5(2\cos 2\alpha + 1)$ , siendo  $\alpha$  la medida del menor ángulo de dicho triángulo, halle la medida del mayor ángulo agudo aproximadamente.

- A)  $81,27^\circ$       B)  $86,75^\circ$       C)  $84,86^\circ$   
 D)  $85,25^\circ$       E)  $84,27^\circ$

565. Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{\text{sen}(\text{sen } x + \cos x - 1)}{\text{sen}(\cos x)} \right)$$

- A) 1      B) -1      C)  $\frac{1}{2}$   
 D) 2      E) 0

566. Halle el mayor ángulo formado por la gráfica de la función  $f(x) = \tan x + 2003$  y el eje de abscisas.

- A)  $\frac{3\pi}{4} + \arctan[(1001)^2 + 1]$
- B)  $\frac{\pi}{2} + \arctan(2003)$
- C)  $\frac{\pi}{2} + \operatorname{arccot}(2002)$
- D)  $\pi - \arctan[(2003)^2 + 1]$
- E)  $\pi - \arctan((2002)^3 + 1)$

567. Halle el siguiente límite  $L$

$$L = \lim_{\alpha \rightarrow 6\pi} \left( \frac{1}{2} \tan \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{3} \cot \frac{\alpha}{6} \right)$$

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C) 0
- D) 2      E) -2

568. Halle  $\alpha$  en el intervalo  $(-\pi; 0)$  si se verifica la siguiente igualdad

$$25 \tan \alpha = \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\arctan(2x) + \arctan\left(\frac{3x}{1+10x^2}\right)}{\operatorname{arcsen} \frac{x}{5}} \right]$$

- A)  $-\frac{2\pi}{3}$       B)  $-\frac{3\pi}{4}$       C)  $-\frac{5\pi}{6}$
- D)  $-\frac{2\pi}{7}$       E)  $-\frac{5\pi}{12}$

569. Dada la función  $f$  definida por la regla de correspondencia siguiente

$$f(\lambda) = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$$

halle un equivalente de  $\left[ \frac{1}{f'(x)} \right]'$ .

- A)  $\operatorname{sen} 2x$       B)  $\cos 2x$       C)  $-\tan 2x$
- D)  $\sec 2x$       E)  $\csc 2x$

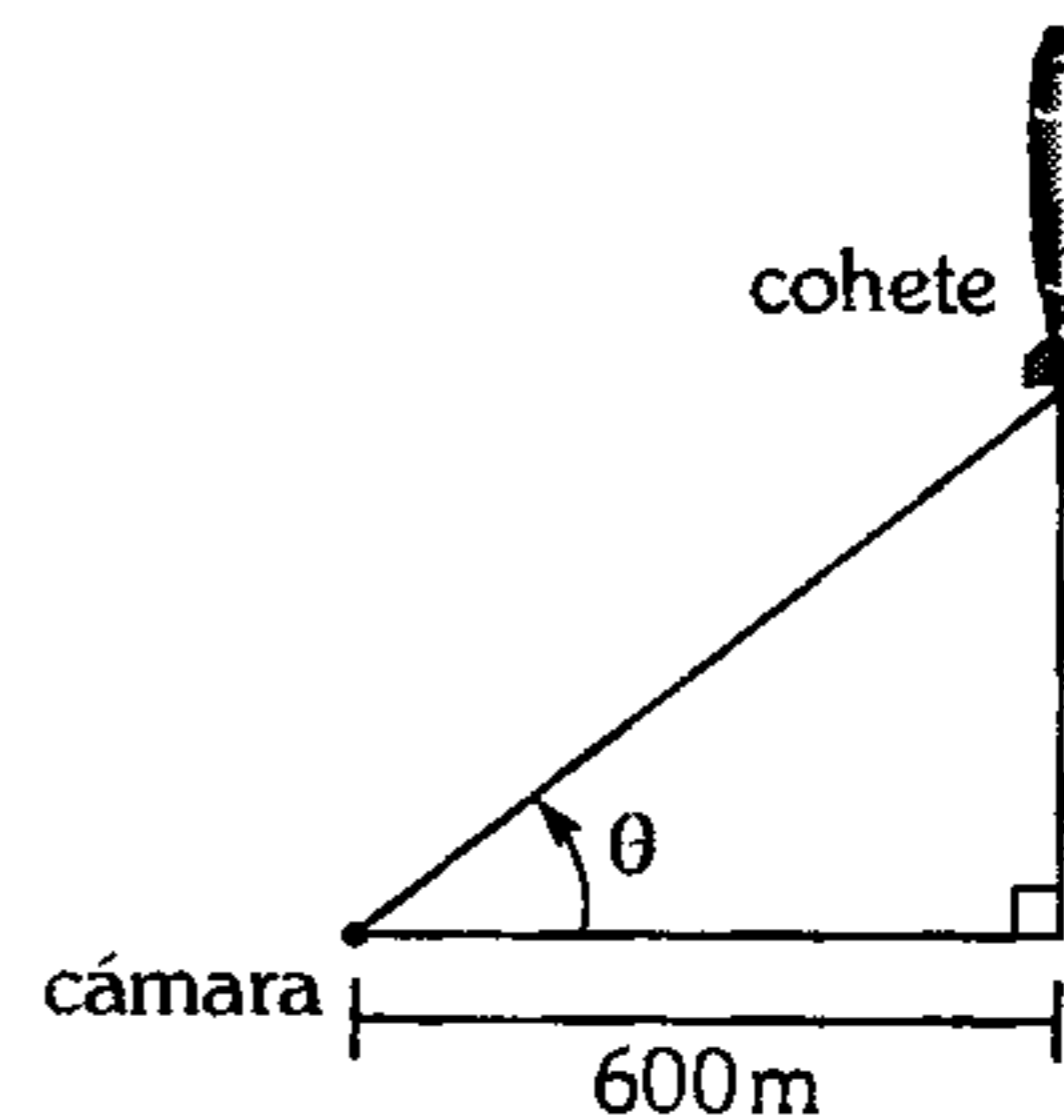
570. Sea  $f$  una función cuya regla de correspondencia está definida por  $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{3} \cos^3 x$ .

Indique las proposiciones verdaderas.

- I. Si  $x \in \left( 0; \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow f$  es creciente.
- II. Si  $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \rightarrow f$  es mínimo
- III. Si  $x \in \left( \frac{\pi}{2}; \pi \right) \rightarrow f$  es decreciente.

- A) solo I      B) solo II      C) solo III
- D) solo I y II      E) solo I y III

571. Si el cohete ilustrado en la figura, asciende verticalmente a 500 m/s cuando está a 800 m de altura, ¿con qué rapidez  $\frac{d\theta}{dt}$  cambiará el ángulo de elevación de la cámara en ese instante?



- A) 0,1 rad/s      B) 0,2 rad/s      C) 0,3 rad/s
- D) 0,4 rad/s      E) 0,5 rad/s

572. Calcule la menor distancia entre dos ciudades A y B, cuyas coordenadas geográficas son (latitud  $30^\circ$  Norte; longitud  $80^\circ$  Oeste) y (latitud  $45^\circ$  Sur; longitud  $40^\circ$  Este) respectivamente.

Considere  $\cos 48,72^\circ = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{8}$

- A)  $48,72^\circ$       B)  $60^\circ 28'$       C)  $120^\circ$
- D)  $138,72^\circ$       E)  $131,28^\circ$

573. Dado un triángulo esférico ABC, con lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , tal que  $a+b+c=180^\circ$ , calcule el valor de  $K = (1 - \cos A) \tan b \tan c$ .

- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 1/2           E) 4

574. En un triángulo esférico ABC el equivalente de  $\text{sen}b \text{sen}c - \text{sen}B \text{sen}C + \text{cos}b \text{cos}c \text{cos}A$ , será

- A)  $\text{cos}A \text{cos}B \text{cos}C$             B)  $-\text{cos}A \text{cos}B \text{cos}C$   
C)  $\text{cos}a \text{cos}b \text{cos}c$   
D)  $-\text{cos}a \text{cos}b \text{cos}c$             E)  $\text{sen}A \text{sen}B \text{sen}C$

575. Se tiene dos ciudades A y B cuyas coordenadas geográficas son (latitud  $30^\circ\text{S}$ , longitud  $105^\circ\text{O}$ ). Halle la menor distancia entre A y B.

Considere  $\arccos\left(\frac{3\sqrt{3}}{8}\right) = 49^\circ 29' 40''$ , radio terrestre igual a 6 300 km.

- A) 14 850,3 km            B) 14 650,3 km  
C) 14 650,8 km  
D) 14 358,4 km            E) 14 350,3 km

576. Dado un triángulo esférico ABC, analice la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones.

- I.  $\text{cos}A + \text{cos}B \text{cos}C = \text{sen}B \text{sen}C \text{cos}a$   
II.  $\text{cos}a = \text{cos}b \text{cos}c + \text{sen}b \text{sen}c \text{cos}A$   
III.  $\frac{\text{sen}A}{\text{sen}a} = \frac{\text{sen}B}{\text{sen}b} = \frac{\text{sen}C}{\text{sen}c}$

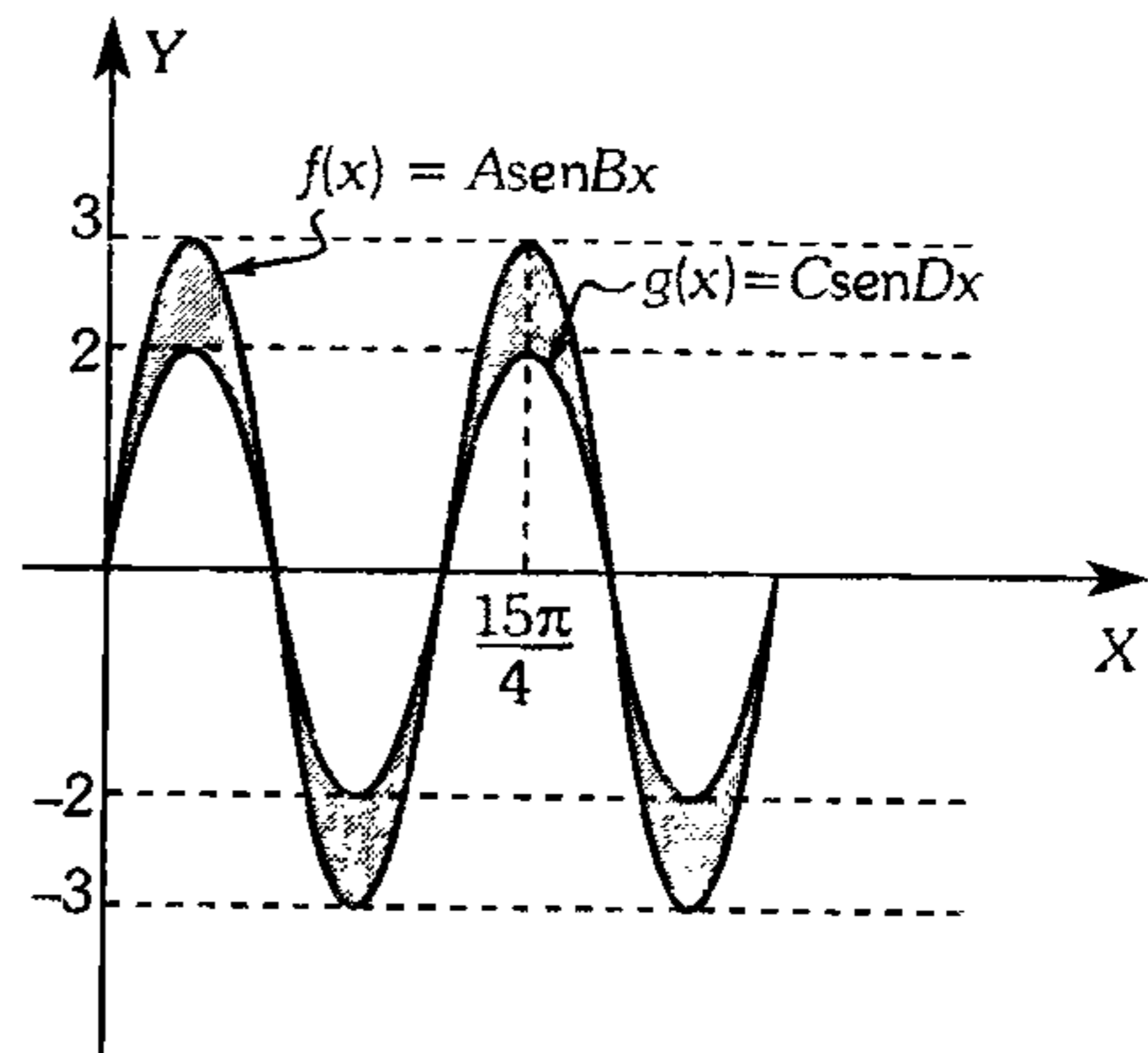
- A) FVV            B) FFV            C) FVF  
D) VVV            E) VFF

577. Dado un triángulo esférico ABC de lados  $a$ ,  $b$ ,  $c$  siendo  $p$  semiperímetro y  $S$  el exceso esférico, indique el equivalente de

$$F = \tan \frac{p}{2} \tan \left( \frac{p-a}{2} \right) \tan \left( \frac{p-b}{2} \right) \tan \left( \frac{p-c}{2} \right)$$

- A)  $\tan S$             B)  $\tan \frac{S}{2}$             C)  $\tan^2 \frac{S}{2}$   
D)  $\tan^2 S$             E)  $\tan^2 \frac{S}{4}$

578. A partir del gráfico mostrado. halle el área de la región sombreada



- A)  $4 u^2$             B)  $6 u^2$             C)  $8 u^2$   
D)  $9 u^2$             E)  $12 u^2$

579. La velocidad de un cuerpo que es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial  $V_0$ , considerando la resistencia del

aire se expresa  $V(t) = k \tan \left( \arctan \frac{V_0}{k} - \frac{gt}{k} \right)$

donde  $t$  es el tiempo transcurrido,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $k$  es constante. Halle la máxima altura a la que se eleva el cuerpo.

- A)  $\frac{k^2}{4g} \text{Ln} \left( 2 - \frac{V_0^2}{k^2} \right)$   
B)  $\frac{k^2}{3g} \left( \text{Ln} \left( \frac{k^2}{V_0^2} \right) \right)$   
C)  $\frac{k^2}{g} \text{Ln} \left( \frac{V_0^2}{k^2} \right)$   
D)  $\frac{k^2}{2g} \text{Ln} \left( 1 + \frac{V_0^2}{k^2} \right)$   
E)  $\frac{kg}{V_0} \text{Ln} \left( 1 - \frac{k^2}{V_0^2} \right)$

580. Evalúe la integral  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{\sec x}}{\sqrt{\sec x} + \sqrt{\csc x}} dx$

- A)  $\frac{\pi}{4}$       B)  $\frac{\pi}{3}$       C)  $\frac{2\pi}{3}$   
 D)  $\frac{\pi}{6}$       E)  $\frac{2\pi}{6}$

581. Halle la longitud de la elipse  $\left(\frac{x^2}{a^2}\right) + \left(\frac{y^2}{b^2}\right) = 1$

siendo  $e=4a$ ;  $e$ : excentricidad;  $x = a \operatorname{sen} \theta$ .

- A)  $\frac{\pi ab}{4}$   
 B)  $\frac{\pi ab}{2}$   
 C)  $4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + e \operatorname{sen} \theta} d\theta$   
 D)  $4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \theta} d\theta$   
 E)  $4b \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta} d\theta$

582. Dada la función  $f$  definida con regla de correspondencia  $f(x) = \operatorname{sen}^7 2x$ , determine el valor de  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ .

- A)  $\frac{8}{35}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{16}$   
 D)  $\frac{8}{15}$       E)  $\frac{4}{21}$

583. Siendo  $\gamma$  el volumen del sólido  $R$  limitada superiormente por  $z = 1 - x^2 - y^2$  e inferiormente por el plano  $z = 1 - y$ , calcule  $\operatorname{sen} \gamma$ .

- A)  $\frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$   
 B)  $\frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$

C)  $\frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}}$

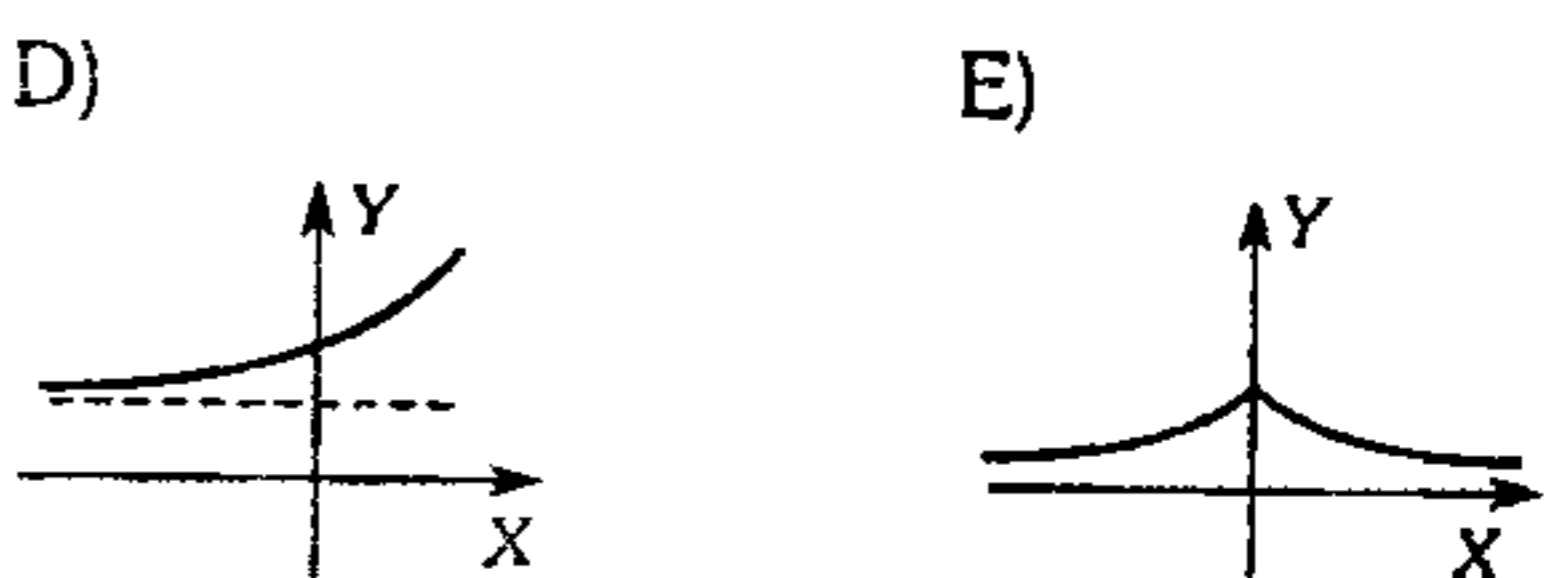
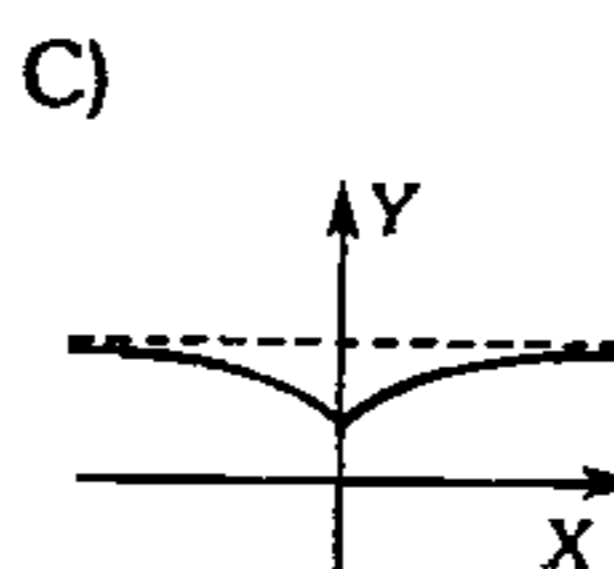
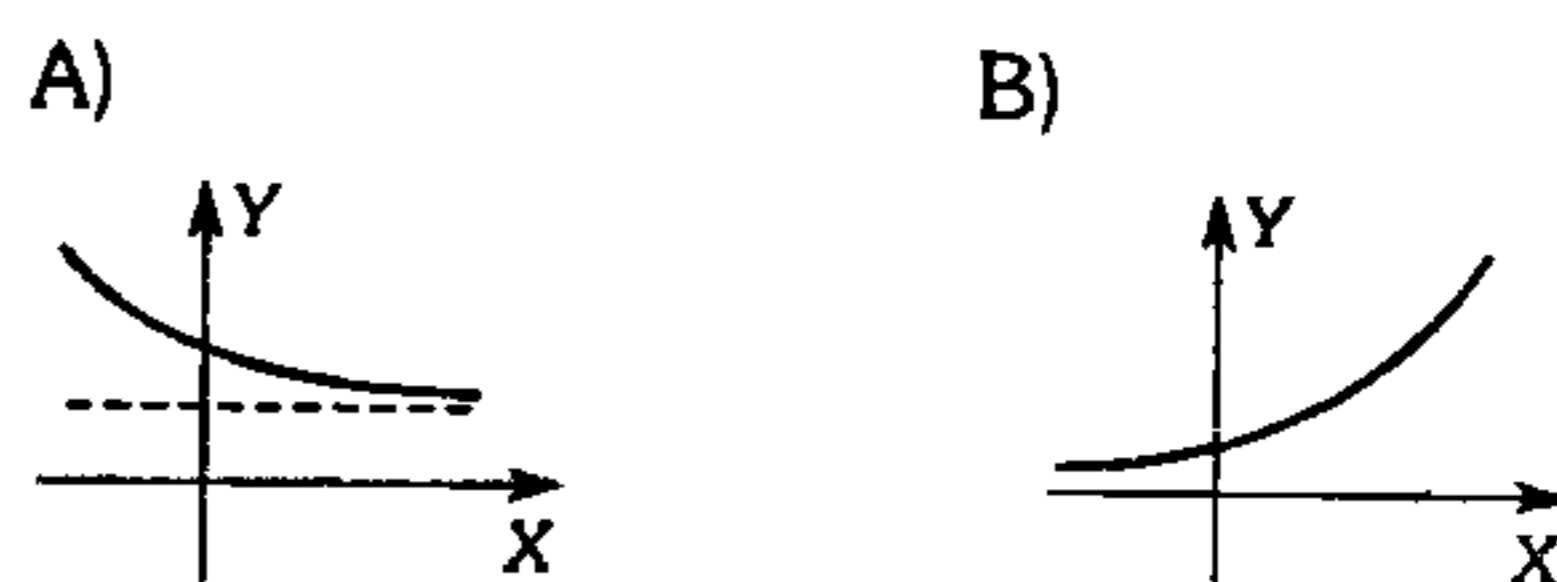
D)  $\frac{1}{2} \sqrt{4 - \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{2}}}}$

E)  $\frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$

### Funciones Trigonométricas y Coordenadas Polares

584. Obtenga la gráfica de  $f$  definida con regla de correspondencia

$$f(x) = \cosh x (\operatorname{sen} hx + \cosh x)$$



585. Determine el rango de la función  $f$  definida con regla de correspondencia

$$f(x) = \cos[\pi \cosh x] - \operatorname{sen}[\pi \cosh x] \text{ si}$$

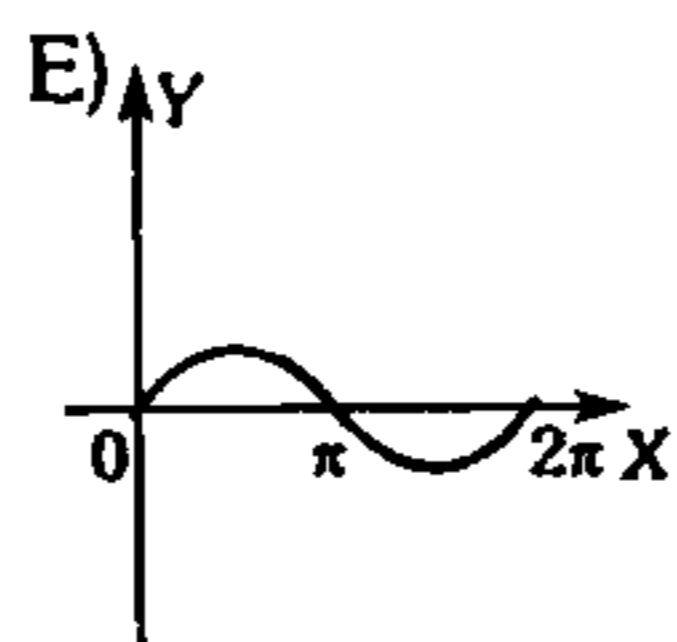
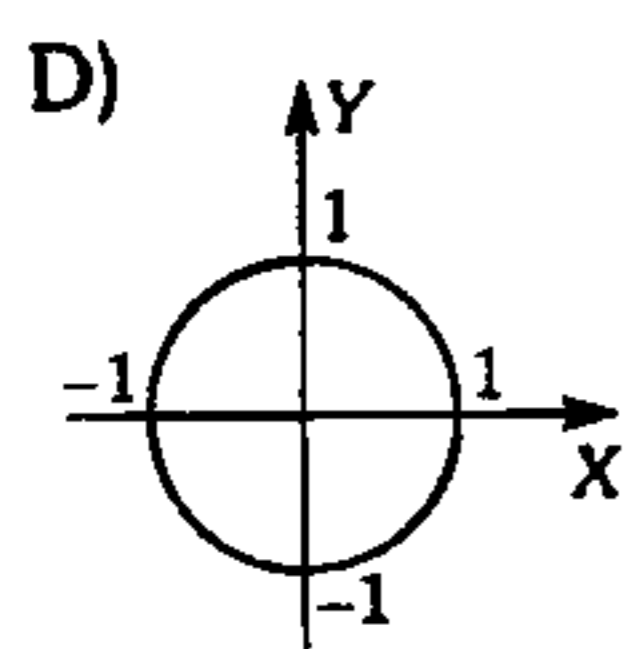
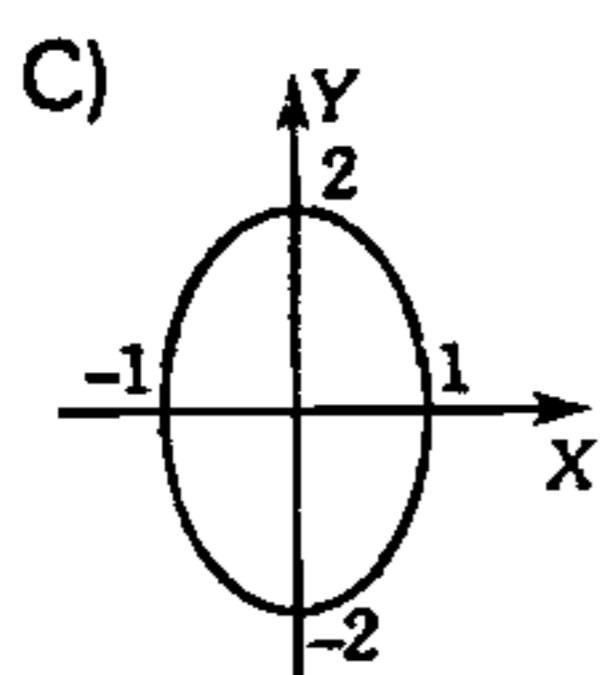
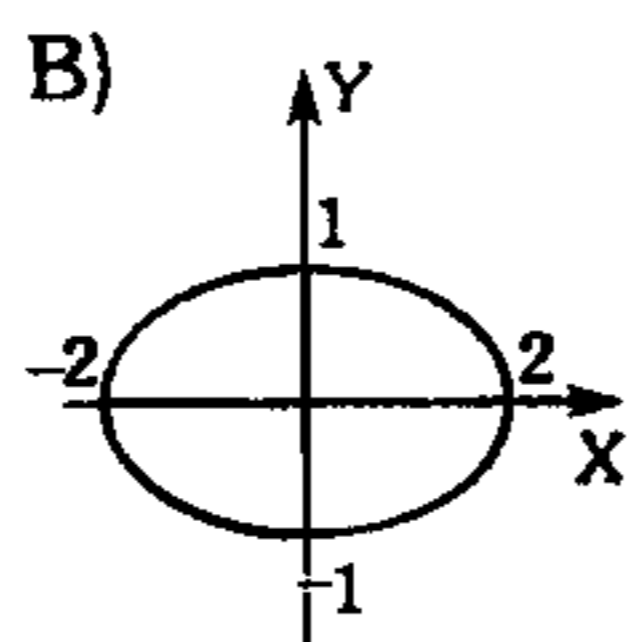
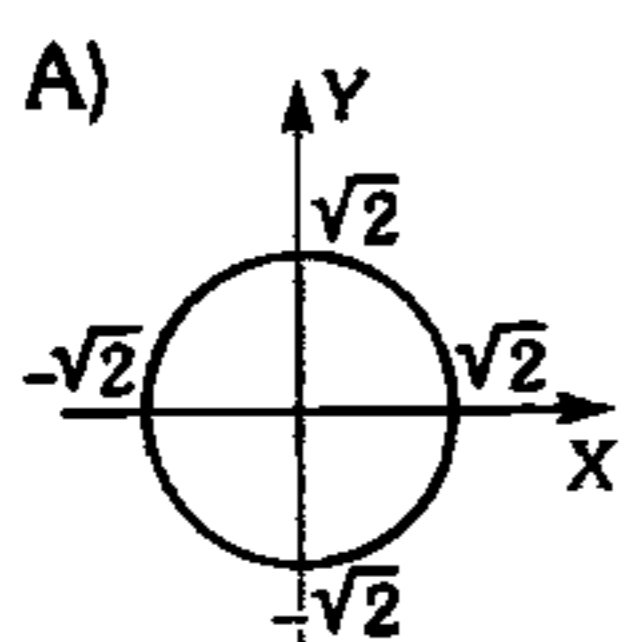
$$\operatorname{Dom} f \in [0; \operatorname{Ln} 2]$$

- A)  $\langle -\sqrt{2}; \sqrt{2} \rangle$       B)  $[-\sqrt{2}; 1]$   
 C)  $\langle -1; \sqrt{2} \rangle$   
 D)  $[-\operatorname{Ln} 2; \operatorname{Ln} \sqrt{2}]$       E)  $[-1; 1]$

586. Grafique la curva definida por las ecuaciones paramétricas dadas

$$x = \sin t + \cos t \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$y = \sin t - \cos t \quad \dots\dots\dots (2)$$



587. Halle la ecuación polar de una circunferencia de radio  $n$  y centro  $(n; \alpha)$ .

- A)  $r = 2n \cos(\theta - \alpha)$
- B)  $r = 4n \cos(\theta + 2\alpha)$
- C)  $r = n \cos(\theta + \alpha)$
- D)  $r = n^2 \cos(\theta + \alpha)$
- E)  $r = 2n \sin(\alpha + \theta)$

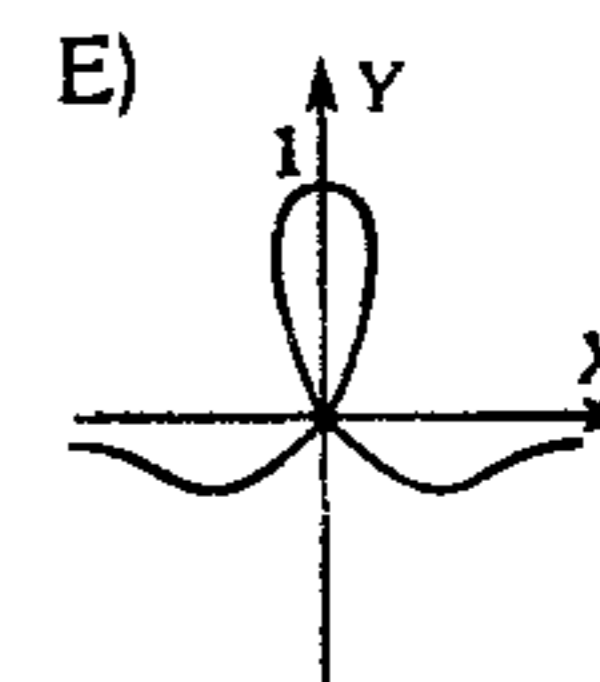
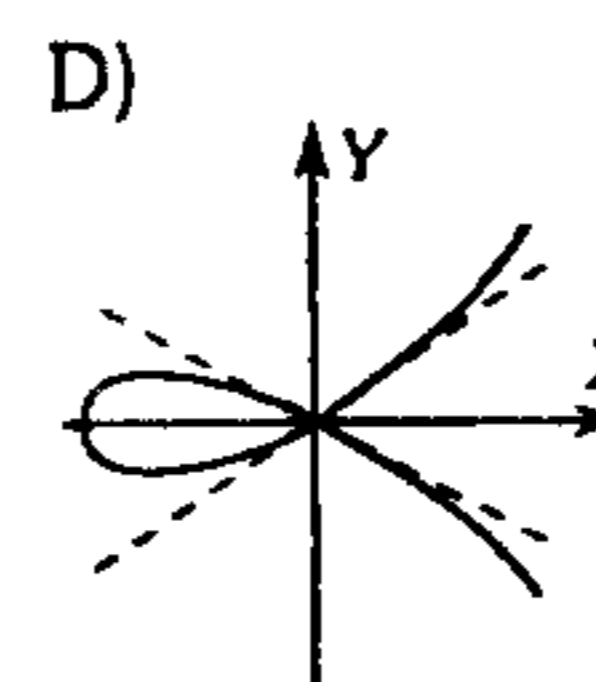
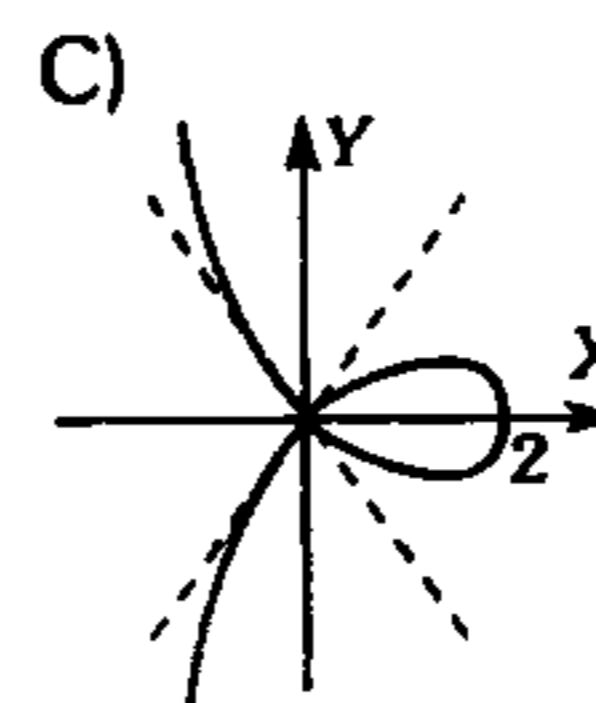
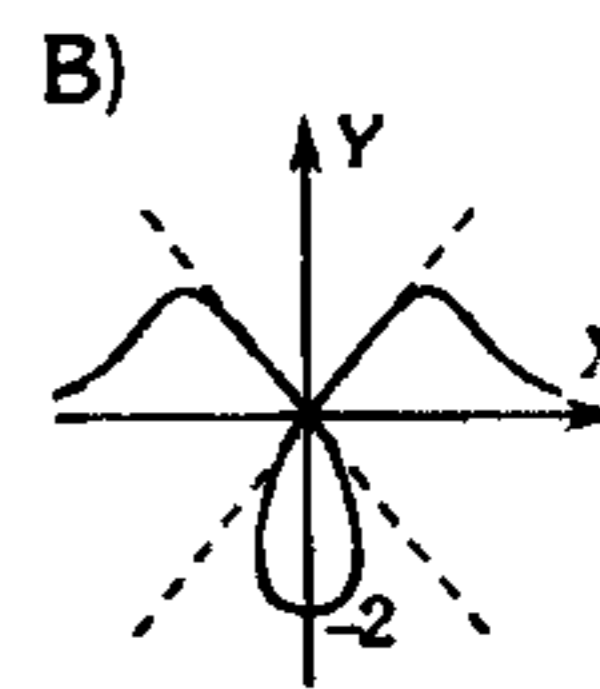
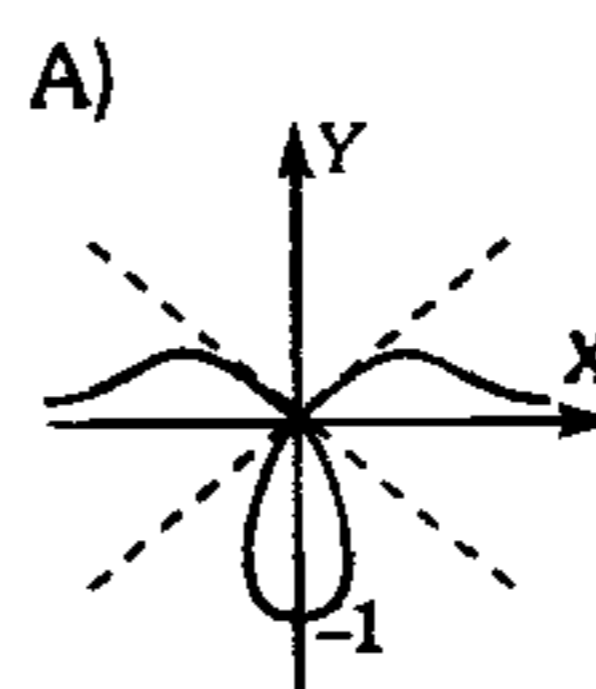
588. Halle la ecuación polar para la siguiente ecuación cartesiana  $(x^2 + y^2)^4 = y^2 - x^2$

- A)  $r^6 = \sin 2\theta$
- B)  $r^6 = -\sin 2\theta$
- C)  $r^4 = -\sin 2\theta$
- D)  $r^6 = -\cos 2\theta$
- E)  $r^4 = \cos 2\theta$

589. Se tiene las ecuaciones polares  $r_1 = a \cos \theta$  y  $r_2 = b \sin \theta$ , luego en el punto de intersección de sus gráficas el ángulo que forman sus rectas tangentes es

- A)  $90^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $37^\circ$

590. La gráfica que corresponde a la ecuación polar es  $r = \csc \theta - 2$ , se llama conoide y es



591. Dada la ecuación en coordenadas polares

$$r = \frac{4 \csc \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{\theta}{2}}$$

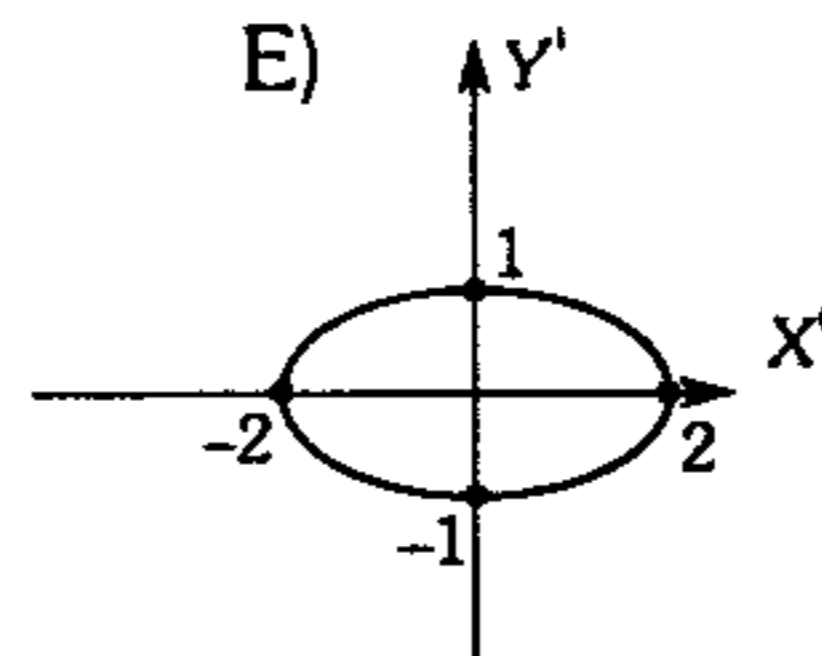
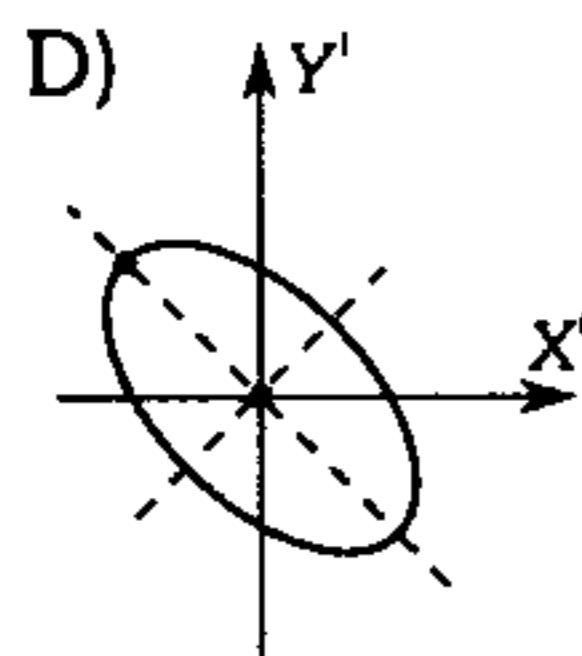
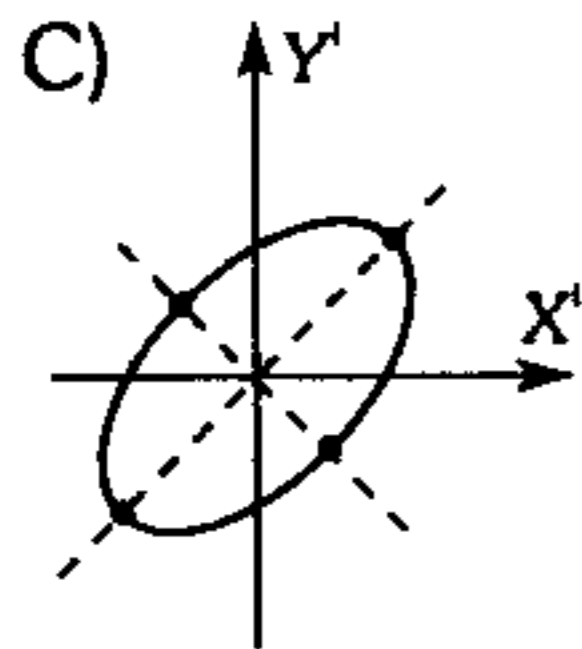
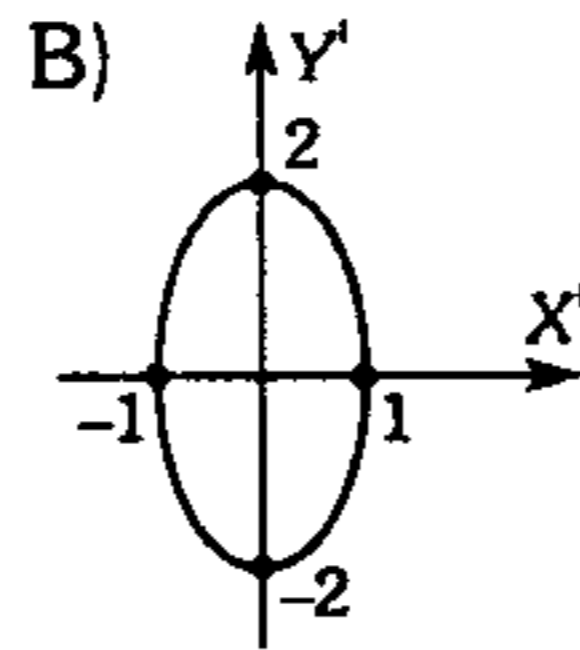
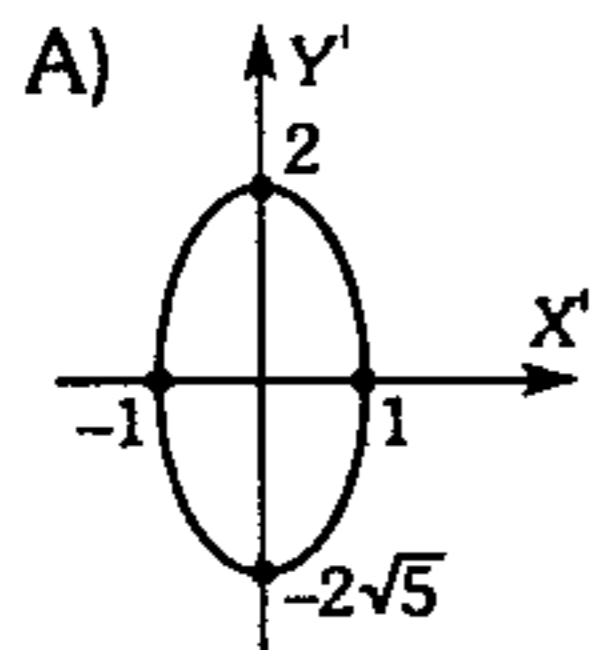
indique qué gráfica es.

- A) Una elipse
- B) Una parábola
- C) Una circunferencia
- D) Una hipérbola
- E) Dos rectas que se cortan

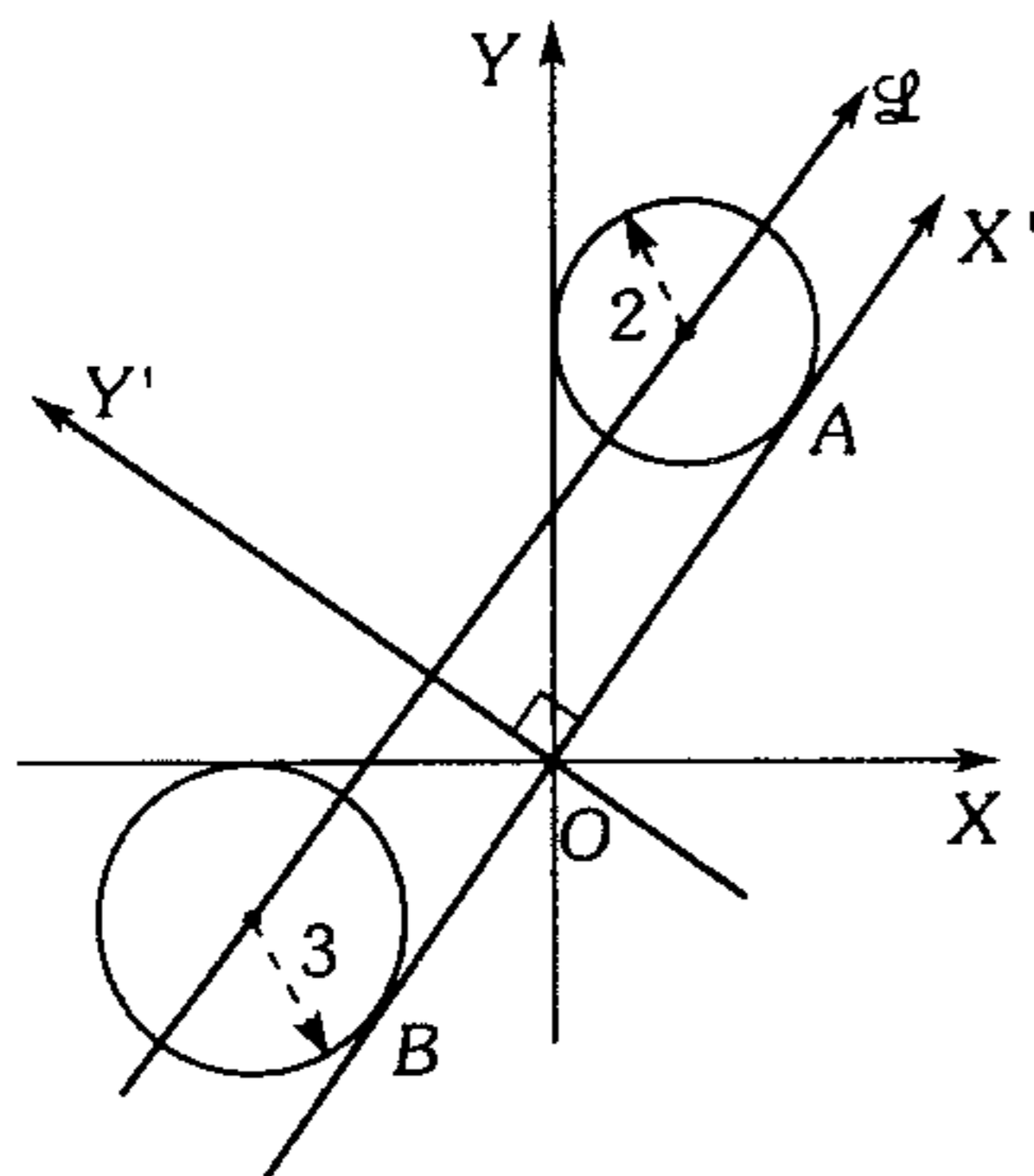
## Rotación y Traslación de Ejes Coordinados

592. Construya el gráfico de una cónica representado en el sistema  $X'Y'$ , obtenido por rotación tal que elimine el término  $XY$ .

$$7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 - 16 = 0$$



593. De la figura, determine la ecuación de la recta  $\ell$  en el sistema  $X'Y'$  si  $OA=OB$ .



- A)  $12y' + x' - 30 = 0$
- B)  $12x' + y' - 20 = 0$
- C)  $12x' + 2y' - 10 = 0$
- D)  $12y' - x' - 10 = 0$
- E)  $12x' + 12y' - 5 = 0$

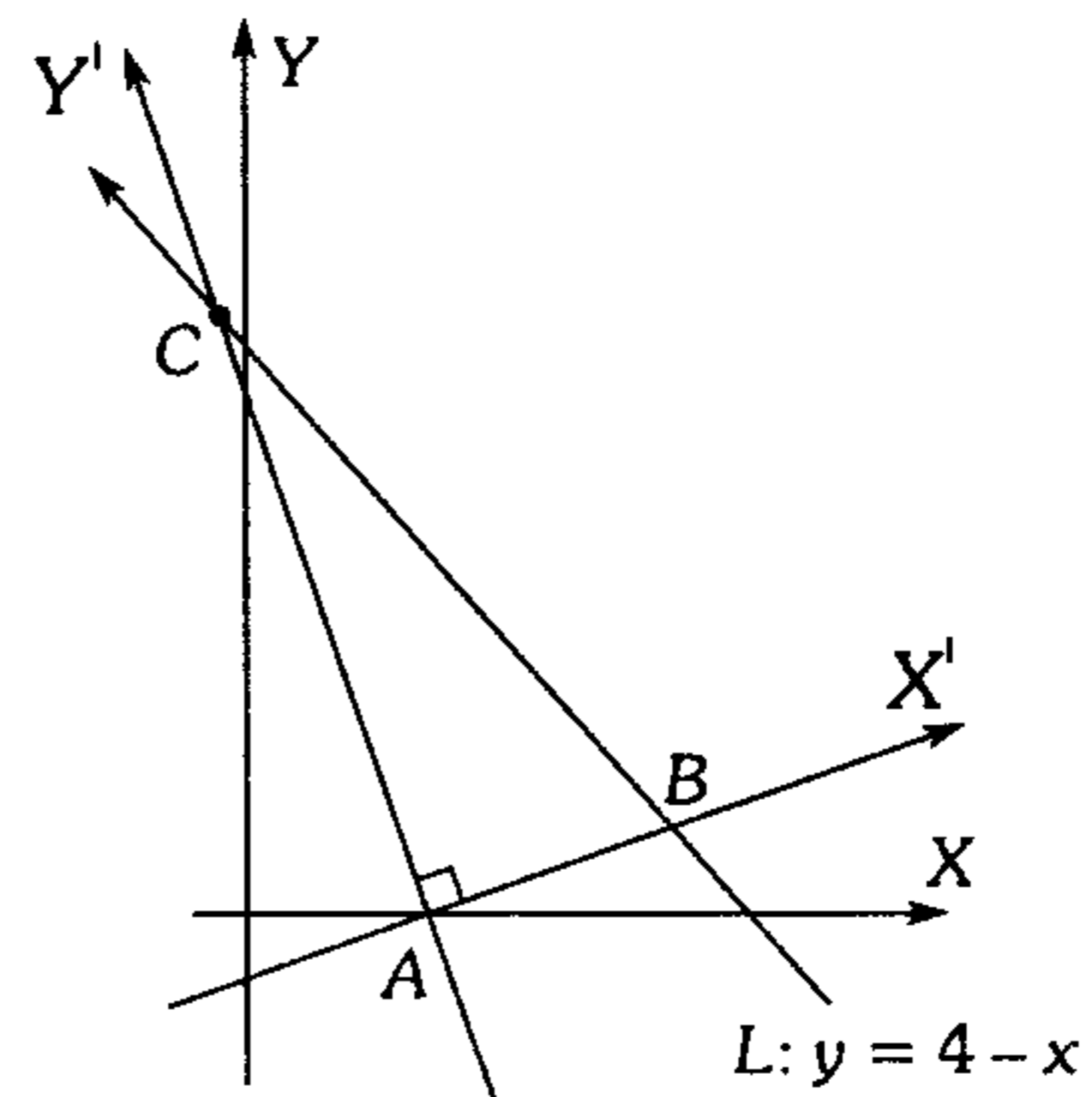
594. Luego de transformar la ecuación

$$3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + m = 0$$

en  $3(x')^2 + 2(y')^2 = 6$ , en un sistema que se obtuvo por traslación hasta el punto  $O'(a; b)$ ; entonces el valor de  $a + b + m$  es

- A) 6                      B) -6                      C) 7
- D) 8                        E) -5

595. Determine la ecuación de la recta  $L$  en el sistema  $X'Y'$  tal que el área del triángulo  $ABC$  es el menor posible. Además  $A$  tiene coordenadas  $(2;0)$



- A)  $\sqrt{5}y' = 2 - x'$
- B)  $y' = 4 - \sqrt{3}x'$
- C)  $y' = 2 - \sqrt{3}x'$
- D)  $y' = 3 - \sqrt{2}x'$
- E)  $y' = 2 - x'$



596. Dada la ecuación

$$153x^2 - 192xy + 97y^2 - 30x - 40y - 2003 = 0 ;$$

si luego de rotar los ejes en sentido horario un

arco  $\theta$   $\left( \theta = \arcsen\left(\frac{4}{5}\right) \right)$  se obtiene que la

nueva ecuación también es de segundo grado. Halle el discriminante de esta última ecuación.

- A) 11 525    B) -22 500    C) -12 774  
D) 22 500    E) -25 387

597. Si  $\theta$  es el ángulo formado entre los planos

$$x - 2y + z = 0 \quad \text{y} \quad 2x + 3y - 2z = 0$$

calcule  $\sen^2\theta$ .

- A)  $\frac{33}{26}$     B)  $\frac{35}{107}$     C)  $\frac{31}{46}$   
D)  $\frac{33}{51}$     E)  $\frac{36}{101}$

598. Se tiene un cuadrado  $ABCD$ , tal que  $A(-10; 6)$ ,  $C(-3; 5)$  tal que la ordenada de  $B$  es mayor que la ordenada de  $D$ . Dicho cuadrado gira alrededor de su centro  $37^\circ$  en sentido antihorario, los puntos de intersección del cuadrado con la posición inicial de  $AB$  son  $P$  y  $Q$ . Si el origen del sistema  $XY$  se traslada al punto  $P$  se genera el sistema  $X'Y'$ , determine las coordenadas de  $Q$  en este nuevo sistema.

- A)  $\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{4}\right)$  ó  $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{5}{4}\right)$   
B)  $\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{3}\right)$  ó  $\left(-\frac{5}{4}; -\frac{5}{3}\right)$

C)  $\left(-\frac{7}{6}; \frac{7}{5}\right)$  ó  $\left(-\frac{7}{6}; -\frac{7}{5}\right)$

D)  $\left(-\frac{6}{5}; -\frac{3}{2}\right)$  ó  $\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{2}\right)$

E)  $\left(\frac{4}{3}; 2\right)$  ó  $\left(-\frac{4}{3}; -2\right)$

599. Calcule las ecuaciones de la recta tangente y la normal a la cónica en el punto  $(1; 2)$ ; tal

$$\text{que } x^2 - 2xy + y^2 + 4x - y - 3 = 0$$

A)  $x + y - 2 = 0$   
 $x - y + 3 = 0$

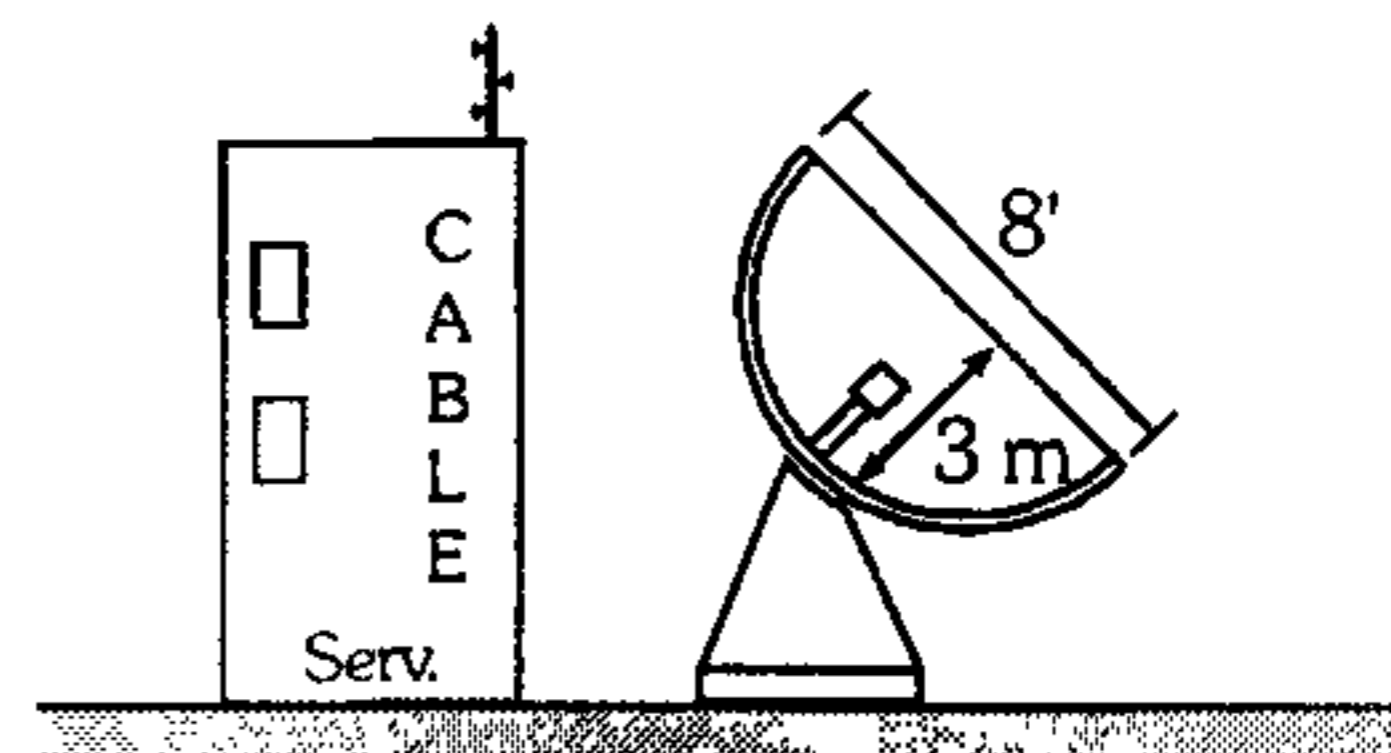
B)  $3x + y - 4 = 0$   
 $x - 3y + 7 = 0$

C)  $2x + y - 4 = 0$   
 $x - 2y + 3 = 0$

D)  $x + 2y + 1 = 0$   
 $x - 2y - 1 = 0$

E)  $2x + y - 3 = 0$   
 $x - 2y + 2 = 0$

600. Una antena parabólica tiene la forma de un paraboloides de revolución. Las señales que emanan de un satélite llegan a la superficie de la antena y se reflejan hacia el punto donde está localizado el receptor. Si la antena tiene 8 pies de apertura y 3 pies de profundidad en su centro. ¿En qué posición debe colocarse el receptor?



# Trigonometría

## CLAVES

1 C	21 B	41 C	61 B	81 A	101 B
2 D	22 E	42 E	62 B	82 D	102 A
3 B	23 A	43 A	63 E	83 C	103 B
4 E	24 E	44 D	64 C	84 C	104 C
5 B	25 E	45 E	65 E	85 E	105 C
6 D	26 B	46 B	66 C	86 D	106 C
7 D	27 C	47 B	67 D	87 D	107 C
8 A	28 A	48 B	68 B	88 C	108 E
9 B	29 B	49 A	69 A	89 B	109 E
10 B	30 E	50 C	70 D	90 A	110 E
11 E	31 D	51 C	71 A	91 A	111 C
12 E	32 B	52 C	72 E	92 C	112 D
13 E	33 B	53 D	73 C	93 A	113 A
14 D	34 C	54 E	74 B	94 C	114 E
15 B	35 D	55 A	75 C	95 D	115 E
16 A	36 B	56 E	76 A	96 E	116 B
17 B	37 D	57 D	77 B	97 E	117 C
18 D	38 C	58 A	78 E	98 A	118 E
19 A	39 E	59 A	79 C	99 B	119 C
20 D	40 B	60 E	80 A	100 B	120 A

# CLAVES



121 E	141 C	161 A	181 E	201 C	221 A
122 A	142 D	162 B	182 D	202 E	222 B
123 B	143 C	163 E	183 B	203 C	223 E
124 D	144 E	164 E	184 D	204 D	224 B
125 D	145 B	165 C	185 C	205 E	225 A
126 B	146 E	166 D	186 B	206 B	226 E
127 C	147 B	167 D	187 C	207 D	227 D
128 B	148 A	168 E	188 B	208 B	228 B
129 B	149 E	169 A	189 E	209 A	229 D
130 E	150 C	170 D	190 E	210 D	230 E
131 B	151 E	171 B	191 C	211 C	231 C
131 A	152 E	172 B	192 C	212 A	232 D
133 C	153 D	173 C	193 E	213 E	233 C
134 D	154 E	174 A	194 D	214 C	234 A
135 E	155 B	175 B	195 C	215 B	235 C
136 A	156 B	176 C	196 C	216 C	236 B
137 B	157 E	177 A	197 A	217 E	237 E
138 E	158 A	178 B	198 B	218 C	238 B
139 A	159 B	179 B	199 D	219 C	239 A
140 C	160 A	180 E	200 D	220 E	240 A

# CLAVES

241 A	261 E	281 B	301 B	321 E	341 A
242 C	262 D	282 A	302 B	322 C	342 E
243 A	263 E	283 A	303 E	323 E	343 A
244 B	264 E	284 B	304 C	324 B	344 C
245 B	265 B	285 A	305 B	325 E	345 A
246 C	266 B	286 E	306 D	326 E	346 E
247 B	267 E	287 E	307 B	327 A	347 D
248 B	268 A	288 C	308 D	328 D	348 B
249 C	269 B	289 D	309 A	329 C	349 C
250 D	270 A	290 A	310 E	330 A	350 B
251 A	271 D	291 E	311 E	331 C	351 B
252 D	272 D	292 D	312 D	332 A	352 B
253 A	273 D	293 C	313 C	333 B	353 C
254 C	274 C	294 E	314 B	334 C	354 A
255 B	275 A	295 B	315 D	335 D	355 C
256 B	276 C	296 E	316 A	336 C	356 C
257 E	277 B	297 C	317 C	337 D	357 D
258 D	278 C	298 C	318 E	338 A	358 B
259 C	279 E	299 C	319 B	339 C	359 A
260 C	280 E	300 E	320 B	340 B	360 B

# CLAVES

361 C

381 B

401 B

421 B

441 E

461 E

362 A

382 C

402 C

422 C

442 E

462 B

363 C

383 C

403 D

423 E

443 E

463 A

364 D

384 A

404 E

424 D

444 E

464 A

365 D

385 B

405 B

425 D

445 A

465 D

366 B

386 E

406 E

426 D

446 A

466 B

367 C

387 E

407 C

427 A

447 B

467 D

368 B

388 B

408 C

428 D

448 C

468 C

369 E

389 A

409 D

429 C

449 C

469 B

370 B

390 E

410 D

430 B

450 B

470 D

371 E

391 E

411 A

431 D

451 A

471 E

372 D

392 C

412 D

432 C

452 B

472 B

373 E

393 A

413 A

433 E

453 C

473 C

374 B

394 E

414 B

434 C

454 D

474 B

375 A

395 A

415 E

435 D

455 E

475 C

376 B

396 A

416 C

436 A

456 C

476 E

377 B

397 B

417 B

437 A

457 E

477 E

378 C

398 A

418 B

438 C

458 B

478 B

379 A

399 E

419 B

439 A

459 E

479 A

380 B

400 D

420 C

440 D

460 B

480 B

# CLAVES

481 A	501 E	521 A	541 A	561 B	581 D
482 A	502 E	522 E	542 E	562 B	582 A
483 C	503 E	523 B	543 D	563 E	583 E
484 E	504 E	524 D	544 D	564 E	584 D
485 D	505 C	525 B	545 C	565 A	585 B
486 A	506 E	526 E	546 D	566 D	586 A
487 C	507 C	527 C	547 B	567 C	587 A
488 D	508 B	528 A	548 B	568 B	588 D
489 A	509 C	529 A	549 E	569 B	589 A
490 D	510 B	530 B	550 D	570 E	590 A
491 B	511 D	531 A	551 B	571 C	591 D
492 A	512 C	532 B	552 C	572 E	592 E
493 C	513 C	533 E	553 C	573 B	593 A
494 D	514 C	534 C	554 D	574 B	594 C
495 C	515 B	535 D	555 C	575 E	595 E
496 E	516 D	536 E	556 C	576 D	596 B
497 A	517 D	537 A	557 D	577 E	597 D
498 E	518 C	538 E	558 B	578 E	598 E
499 C	519 E	539 A	559 A	579 D	599 C
500 D	520 E	540 D	560 D	580 D	600 E

# FÍSICA



## Análisis Dimensional y Ecuaciones Dimensionales

1. Si la ecuación de estado para algunos gases reales es:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \frac{k}{273}; \text{ determine } [a]/[b]:$$

P: presión, V: volumen, k: temperatura

- A)  $ML^5T^{-2}$     B)  $M^2L^5T^2$     C)  $ML^2T^3$   
D)  $MLT$     E)  $ML^2T^{-2}$

2. En  $b = \frac{\frac{1}{2}mV^2}{\frac{3}{2}kT}$

halle la ecuación dimensional de k, si b es adimensional, m: masa; V: rapidez, T: temperatura.

- A)  $MLT^2\theta$     B)  $ML^2T^{-2}\theta^{-1}$     C)  $MLT^{-1}\theta^{-1}$   
D)  $ML^{-1}T^2\theta$     E)  $ML^2T^2\theta^{-2}$

3. La ecuación de una onda mecánica amortiguada está dada por la siguiente expresión:  $\vec{y} = ae^{bt} \text{sen}(ct + \alpha)$  donde t es tiempo;  $\vec{y}$  es posición, e es base de logaritmos neperianos, A es un ángulo, determine la magnitud que posee la siguiente

ecuación dimensional:  $\frac{[a][b]^2}{[c]}$ .

- A) velocidad    B) aceleración  
C) tiempo  
D) frecuencia    E) longitud

4. Cuando un cuerpo se mueve dentro de un fluido, su rapidez varía de acuerdo a la siguiente expresión:

$$v = \frac{F}{kn} \left[ 1 - e^{-\frac{(kn)t}{A}} \right]$$

Donde: v: rapidez, F: fuerza, t: tiempo

Determine la ecuación dimensional de  $[knA]$ .

- A)  $MT$     B)  $M^{-1}T^2$     C)  $M$   
D)  $M^2T^{-1}$     E)  $MT^{-2}$

5. Los líquidos ofrecen resistencia al movimiento de los cuerpos (viscosidad), la fuerza debido a la viscosidad es proporcional a la rapidez del cuerpo ( $F_{\text{visc.}} = KV$ ), donde para el caso de un cuerpo en forma de esfera  $K = 6\pi R\eta$ ; R: radio. Determine [n].

- A)  $MT^{-1}L^{-1}$     B)  $MT^{-2}L^{-1}$     C)  $M^{-1}TL^{-1}$   
D)  $MT^{-2}L^{-2}$     E)  $MT^{-2}L$

6. Si la ecuación es dimensionalmente correcta:

$$E = \frac{\rho \cdot f \log \sqrt{\mu}}{(M\sqrt{a} - KV)^{\csc 30^\circ}}$$

Donde:

- $\mu$  : coeficiente de fricción  
M : momento de una fuerza  
f : frecuencia de oscilación  
 $\rho$  : densidad  
a : aceleración  
V : rapidez

Entonces la ecuación dimensional de E es

- A)  $L^{-8}MT^{-3}$     B)  $L^{-8}M^{-1}T^5$     C)  $L^{-8}M^{-1}T^3$   
D)  $L^{-6}MT^2$     E)  $L^{-5}MT^3$

7. Determine la ecuación dimensional de Z, para que la expresión de P sea dimensionalmente correcta.

$$P = EV^n \text{sen} \theta + XgV_0 - VSy$$

Siendo:

- P : presión  
g : aceleración de la gravedad  
E : energía mecánica  
 $V_0$  : Velocidad inicial  
V : volumen  
S : superficie  
 $R = Z - X^n \cdot V^{2n}$

- A)  $M^{-3}L^9T^3$     B)  $M^{-1}L^3T^3$     C)  $M^{-2}L^3T^3$   
D)  $M^3L^{-9}T^{-3}$     E)  $M^{-1}L^{-3}T^{-1}$



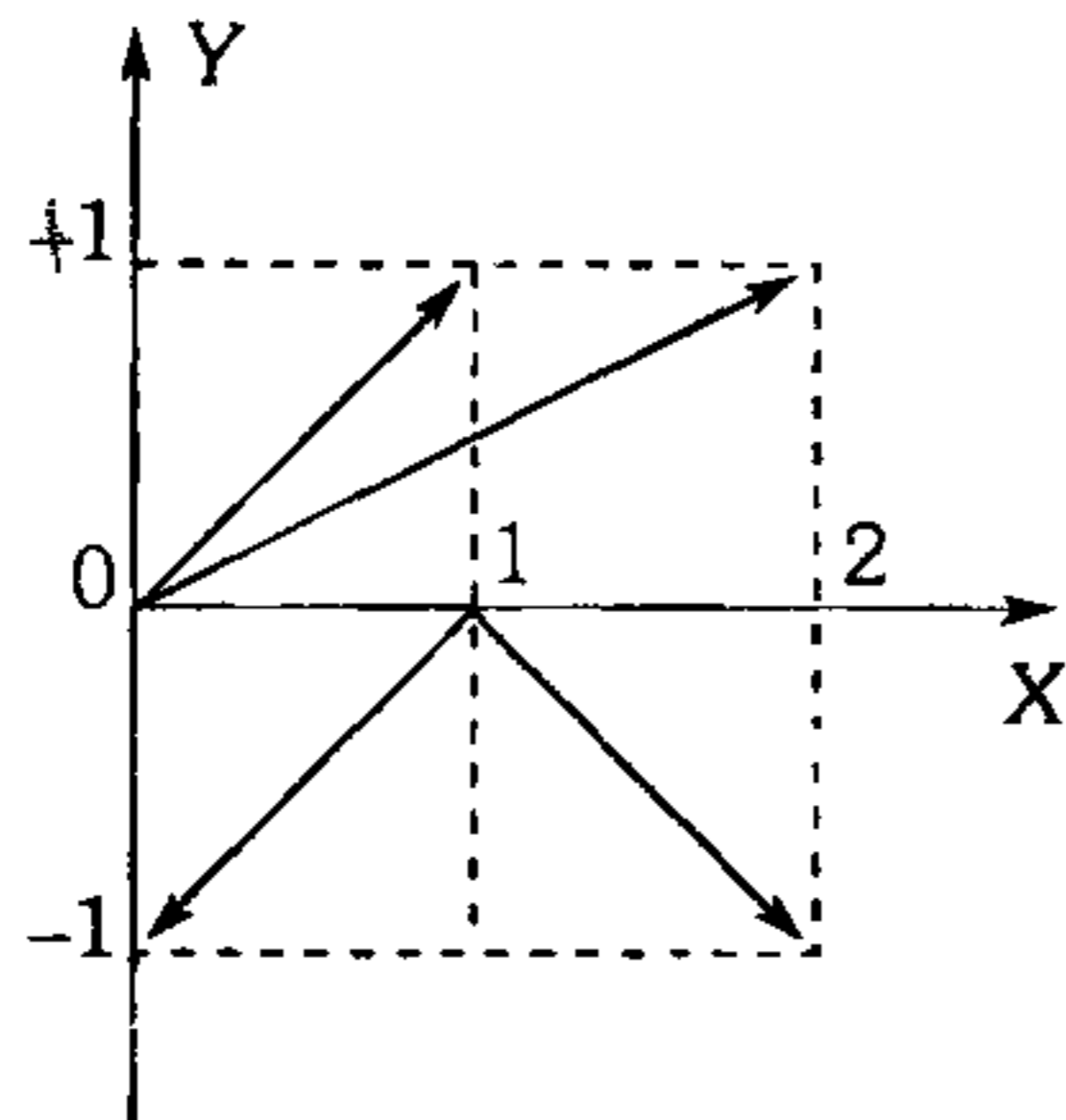
8. La magnitud  $y$  tiene por unidades  $\text{kg m}^3 \text{s}^{-2}$ . Si  $h$  es la constante de Planck y  $c$  es la rapidez de la luz, ¿cuál de las siguientes alternativas es una ecuación dimensionalmente correcta?

- A)  $y=hc$       B)  $y=hc^2$       C)  $y=hc^{-1}$   
 D)  $y=h^2c$       E)  $y=h^{-1}c^2$

**Vectores**

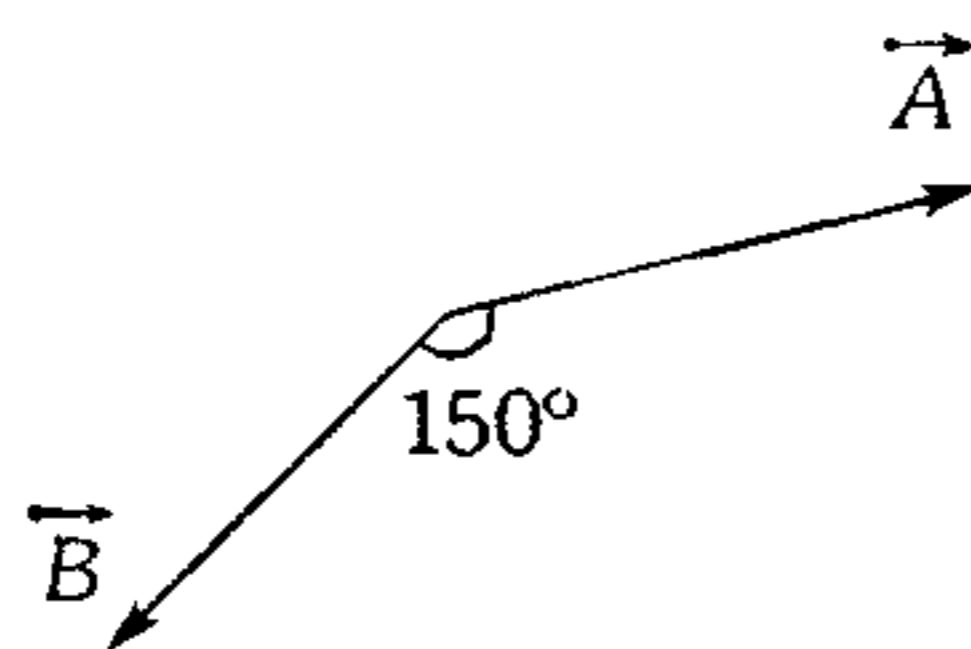
9. En el sistema vectorial mostrado; determine el módulo del vector resultante.

- A) 0  
 B)  $1\mu$   
 C)  $2\mu$   
 D)  $3\mu$   
 E)  $4\mu$

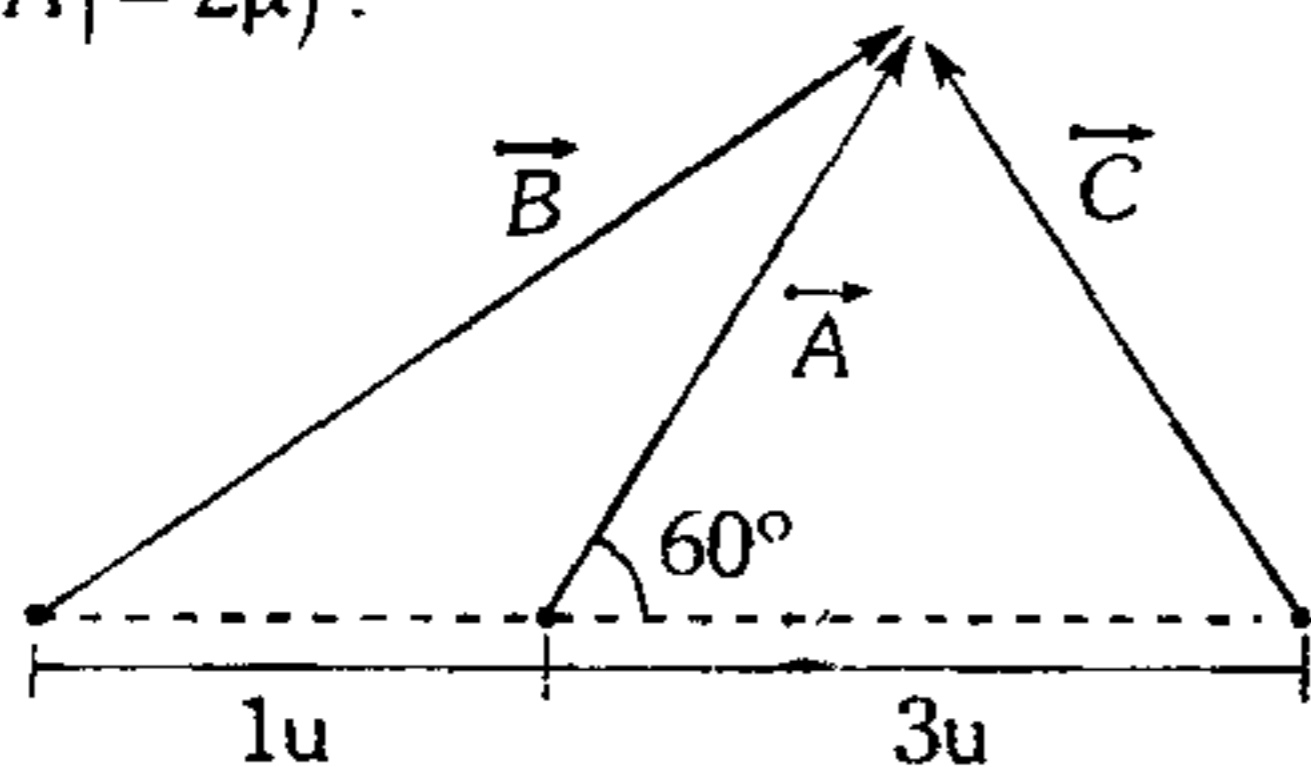


10. Determine el menor módulo que podría tener la resultante de los dos vectores mostrados ( $|\vec{A}| = 4\mu$ ).

- A)  $1\mu$   
 B)  $\sqrt{3}\mu$   
 C)  $\sqrt{5}\mu$   
 D)  $2\mu$   
 E)  $2\sqrt{3}\mu$

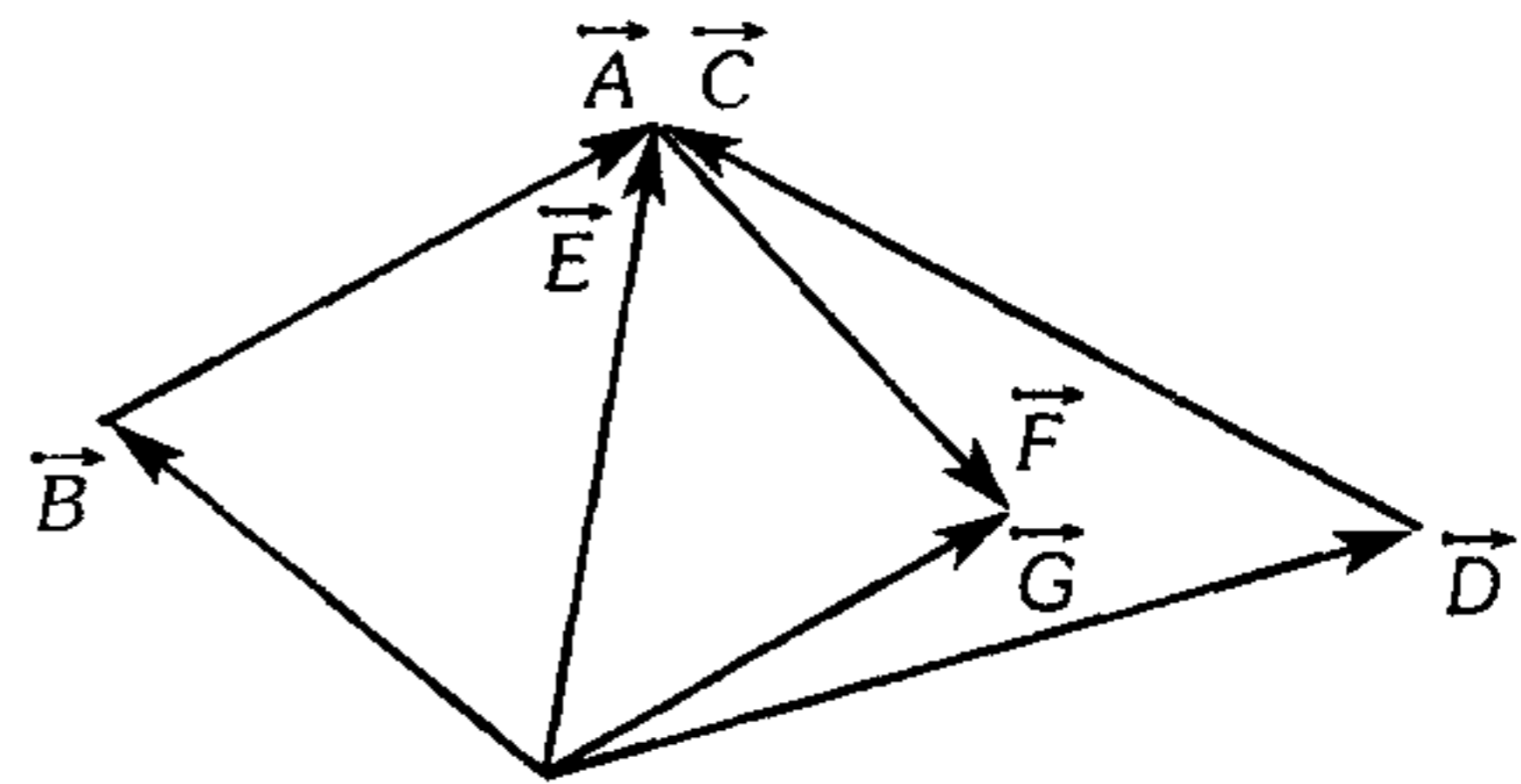


11. De acuerdo al gráfico, determine el módulo de la resultante de los vectores mostrados ( $|\vec{A}| = 2\mu$ ).



- A)  $1\mu$       B)  $\sqrt{2}$       C)  $\sqrt{3}\mu$   
 D)  $2\sqrt{7}\mu$       E)  $2\sqrt{3}\mu$

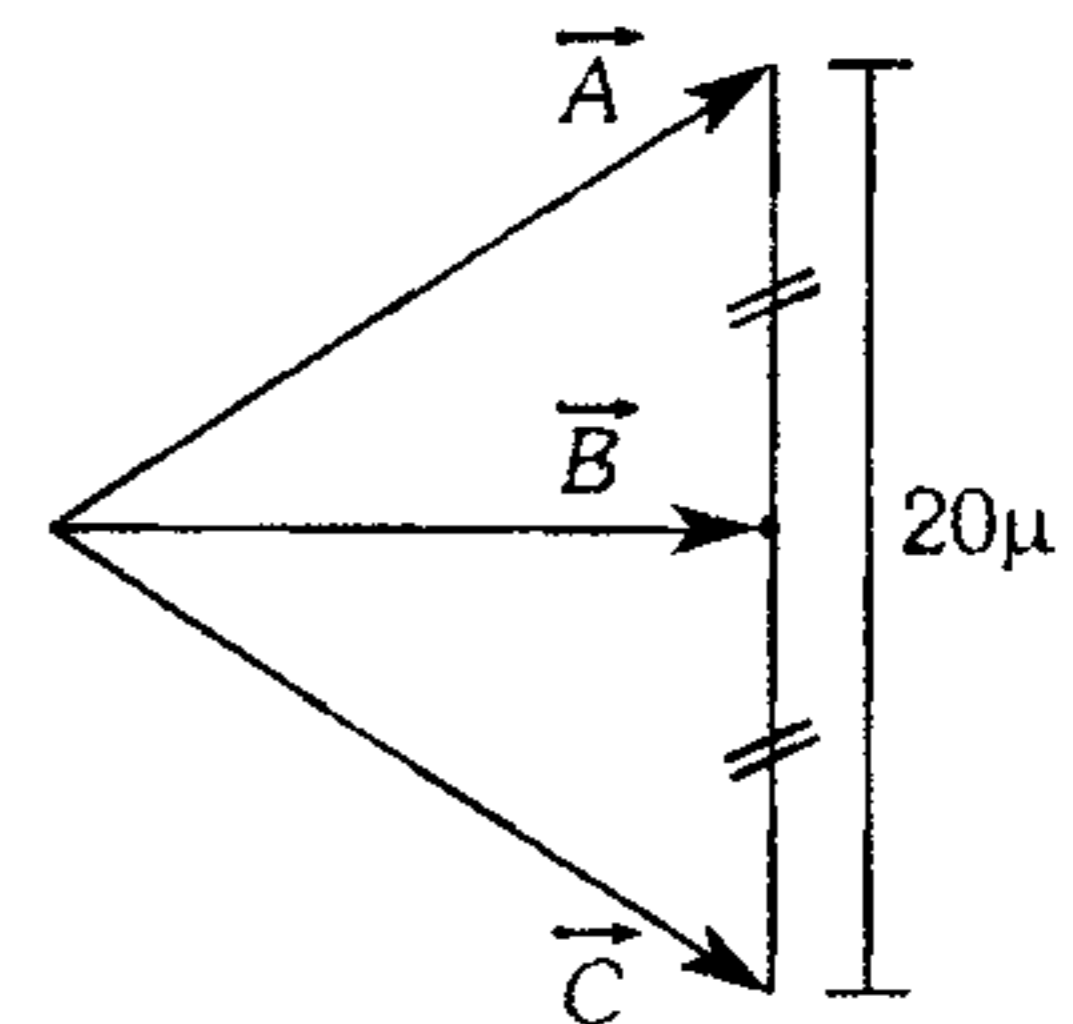
12. Determine la resultante de los vectores que se muestran en la figura.



- A)  $\vec{E} + \vec{F}$       B)  $2\vec{G}$       C)  $2\vec{E}$   
 D)  $4\vec{E} + \vec{F}$       E)  $2\vec{E} + 2\vec{G}$

13. Determine el módulo de la resultante del sistema de vectores mostrados ( $|\vec{A}| = |\vec{C}| = 26\mu$ ).

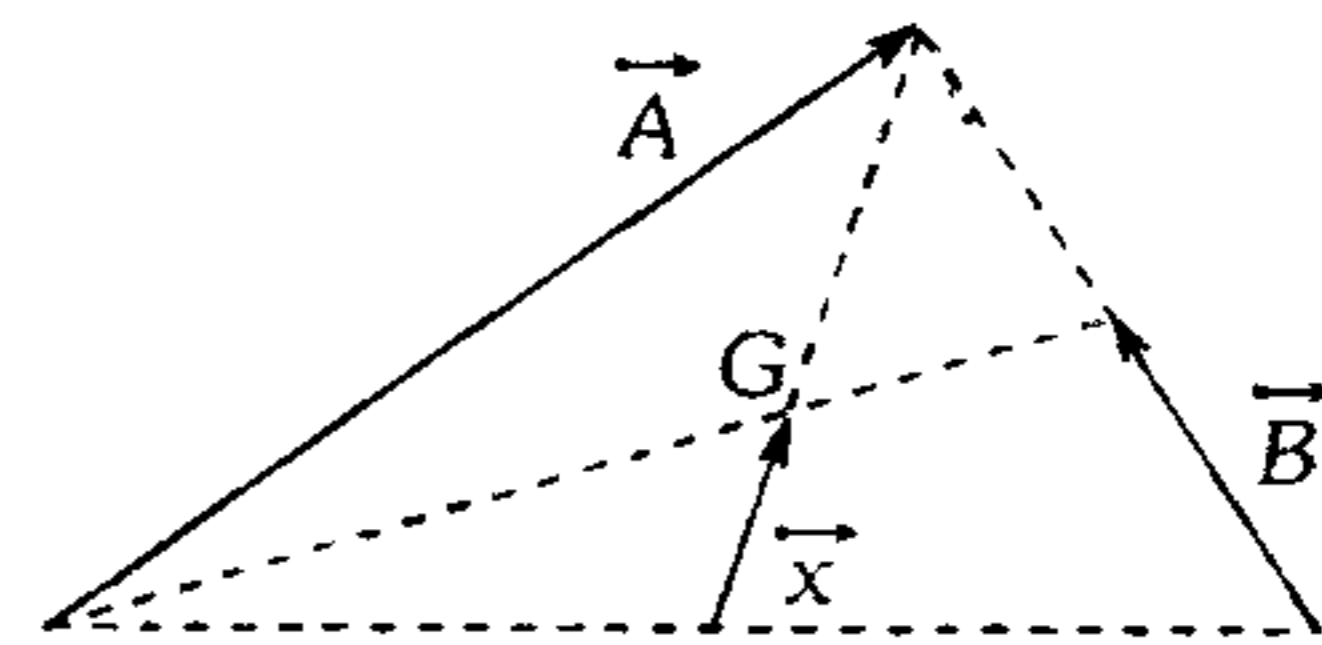
- A)  $24\mu$   
 B)  $48\mu$   
 C)  $72\mu$   
 D)  $80\mu$   
 E)  $84\mu$



14. Se tiene dos vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ , donde se cumple  $|\vec{A} + \vec{B}| = 2|\vec{A} - \vec{B}|$ ,  $|\vec{A}| = |\vec{B}|$ . Determine el ángulo que forman ambos vectores.

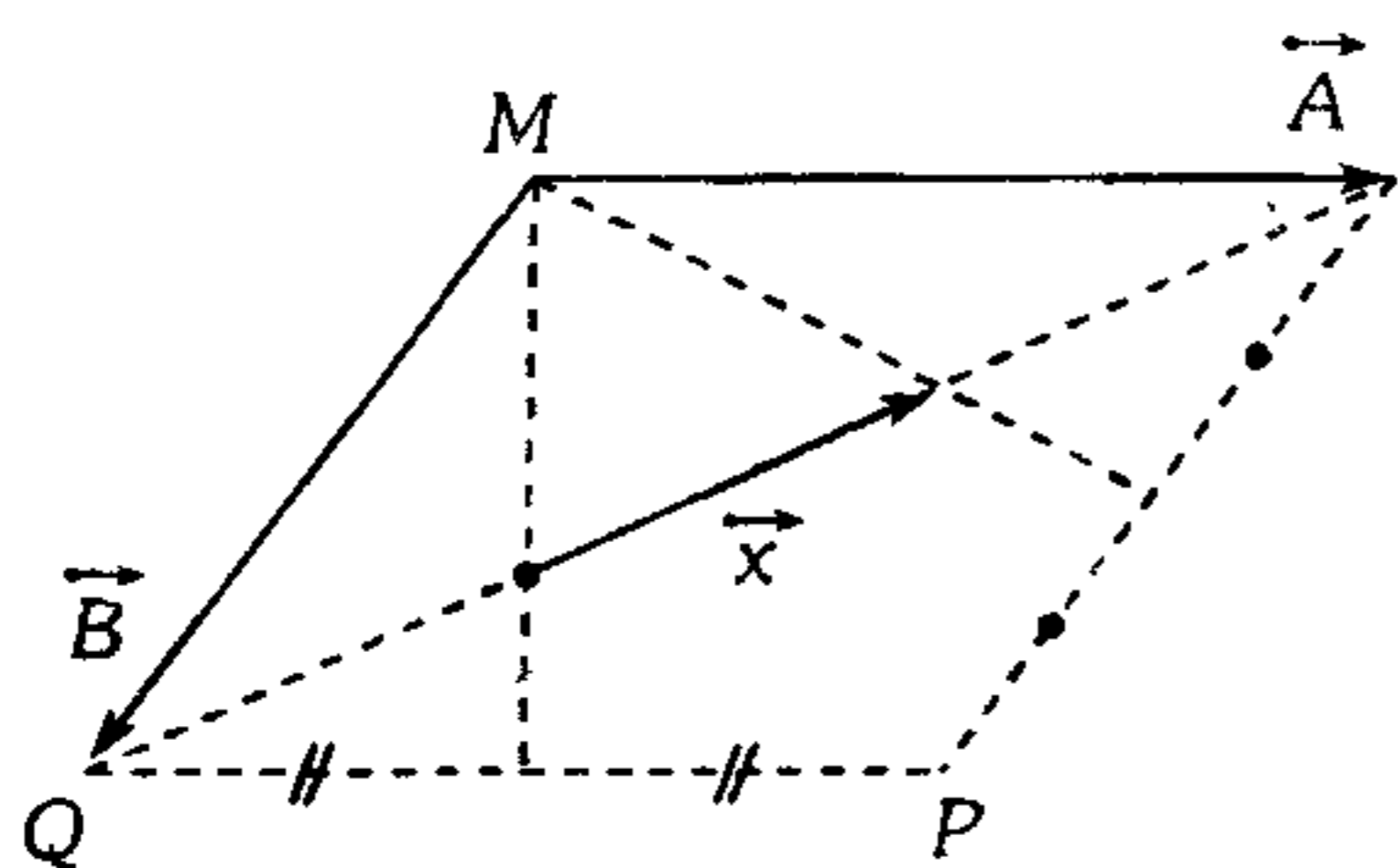
- A)  $150^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $60^\circ$   
 D)  $120^\circ$       E)  $53^\circ$

15. En el siguiente sistema de vectores  $\vec{x} = m\vec{A} + n\vec{B}$ . Luego  $m+n$  es igual a (G: baricentro).



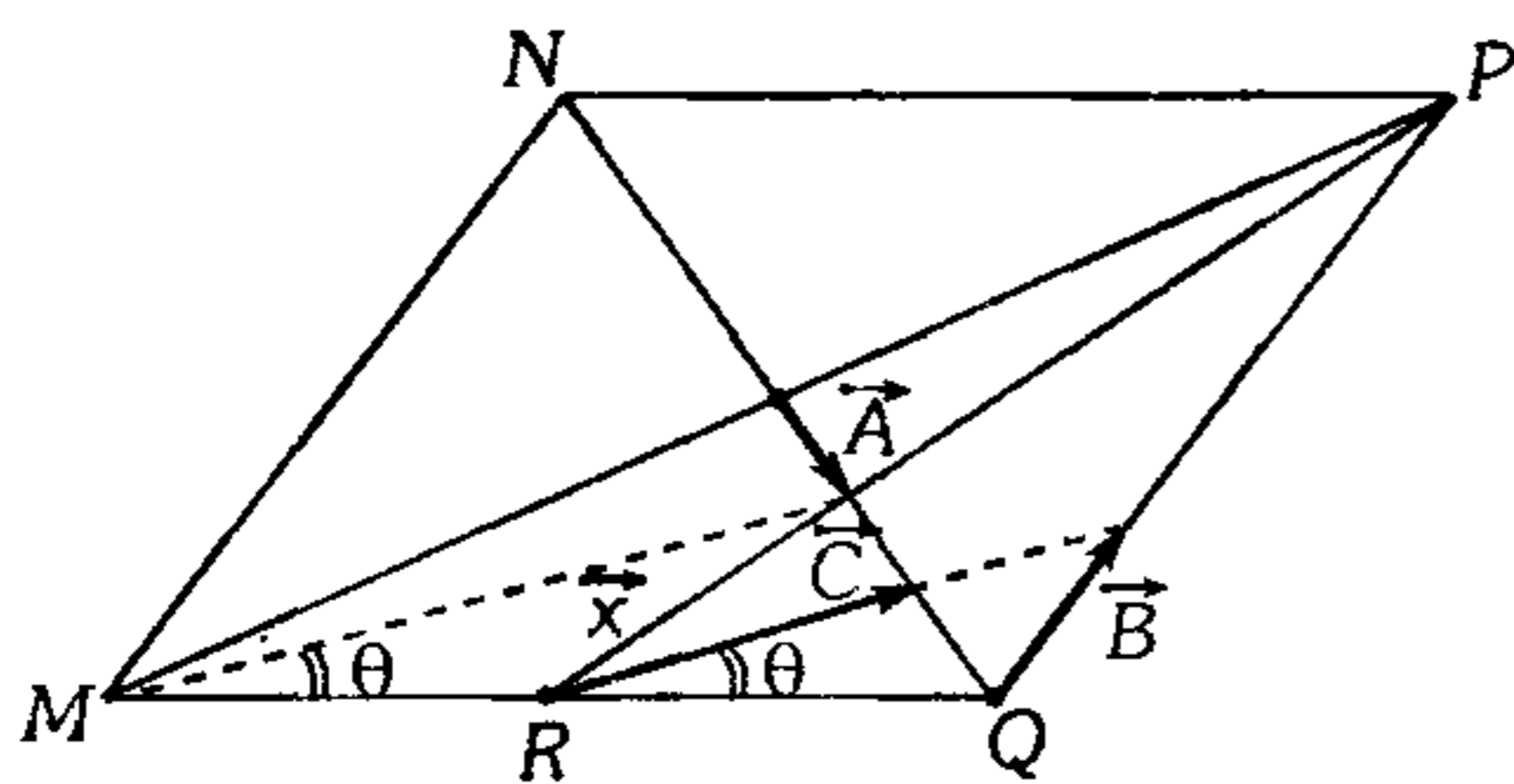
- A) 0,5      B) 0,4      C)  $\frac{1}{6}$   
 D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{1}{3}$

16. Exprese el vector  $\vec{x}$  en función de los vectores  $A$  y  $B$  ( $MNPQ$  es un paralelogramo).



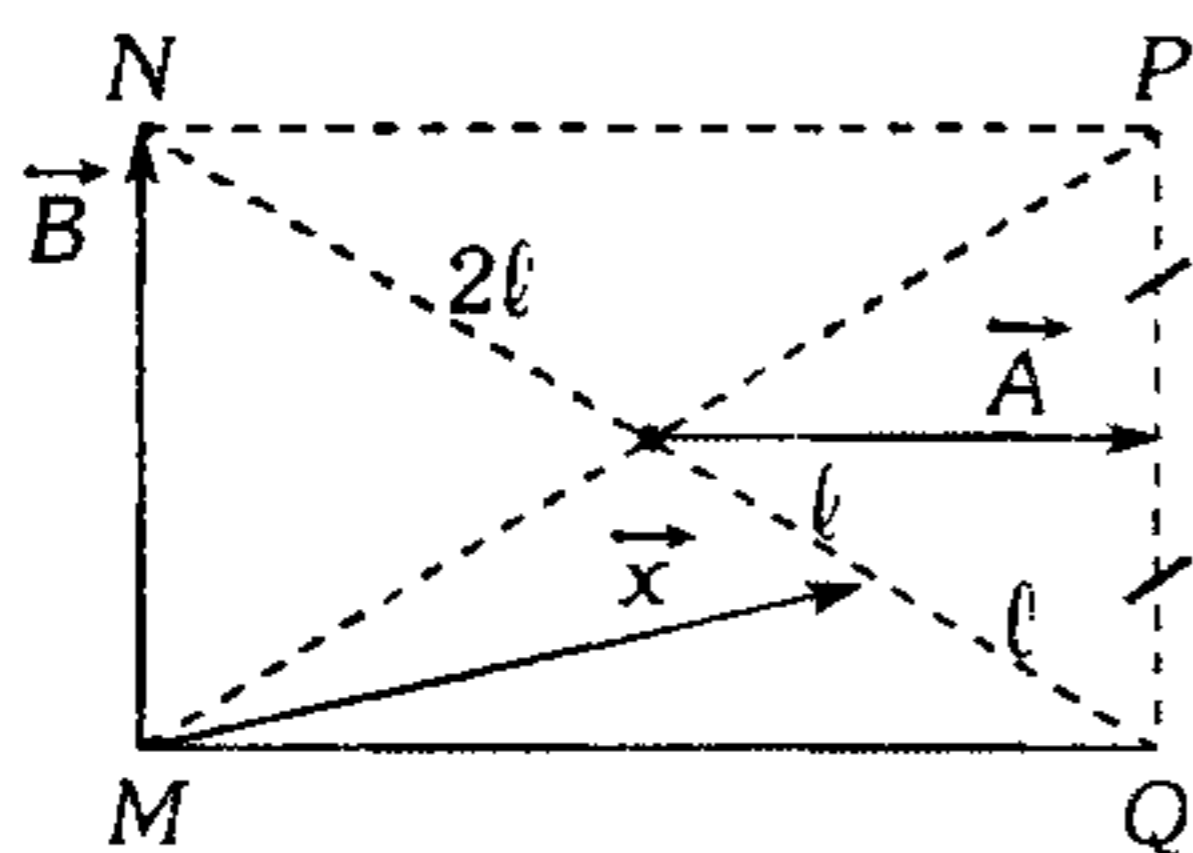
- A)  $\vec{A} - \vec{B}$     B)  $\frac{\vec{B} - \vec{A}}{6}$     C)  $\frac{\vec{A} - \vec{B}}{3}$   
 D)  $\frac{\vec{A} - \vec{B}}{2}$     E)  $\frac{2}{3}(\vec{A} - \vec{B})$

17.  $MNPQ$  es un paralelogramo,  $R$  es punto medio, se cumple que  $m\vec{A} + n\vec{B} = \vec{C}$ , halle  $m+n$ .



- A) 2    B) 3    C) 4  
 D) 3/2    E) 0

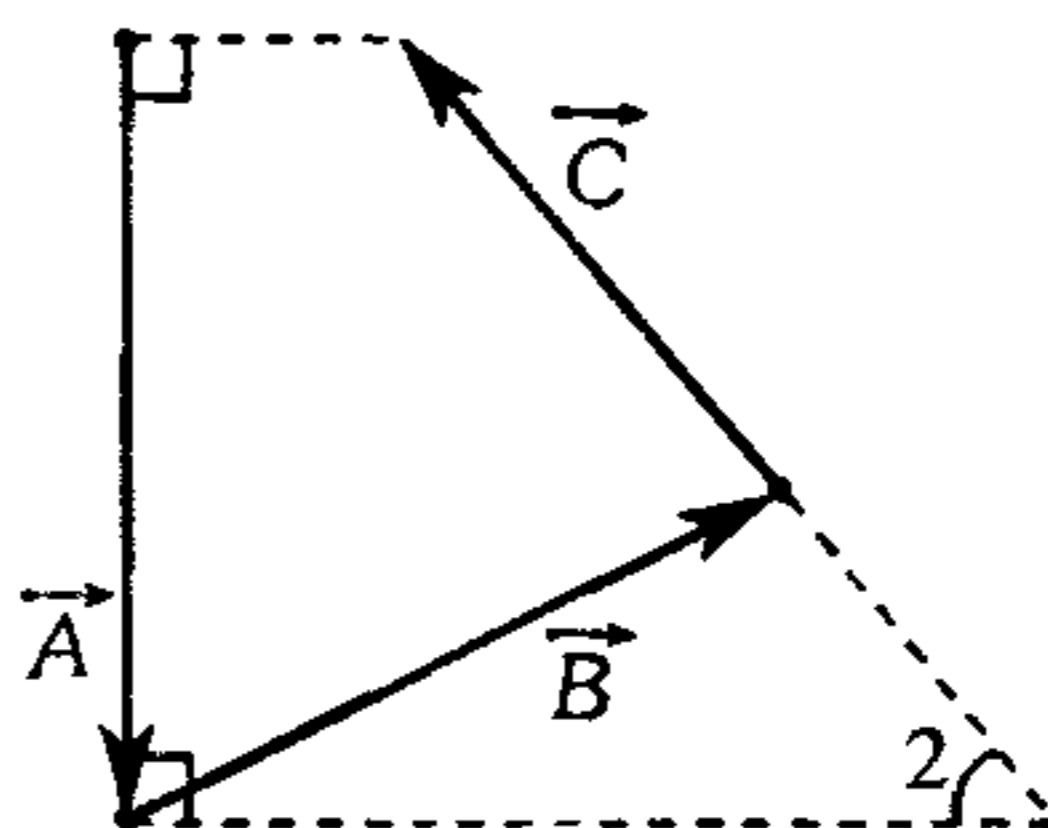
18. Dados los vectores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{X}$ ; determine  $\vec{X}$  en función de  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  ( $MNPQ$  es un rectángulo).



- A)  $\vec{X} = \frac{3}{2}\vec{A} + \frac{\vec{B}}{4}$     B)  $\vec{X} = \frac{\vec{A}}{4} + \frac{3\vec{B}}{4}$   
 C)  $\vec{X} = \frac{\vec{B}}{2} + \vec{A}$   
 D)  $\vec{X} = \vec{A} + \vec{B}$     E)  $\vec{X} = \frac{\vec{A}}{3} + 2\vec{B}$

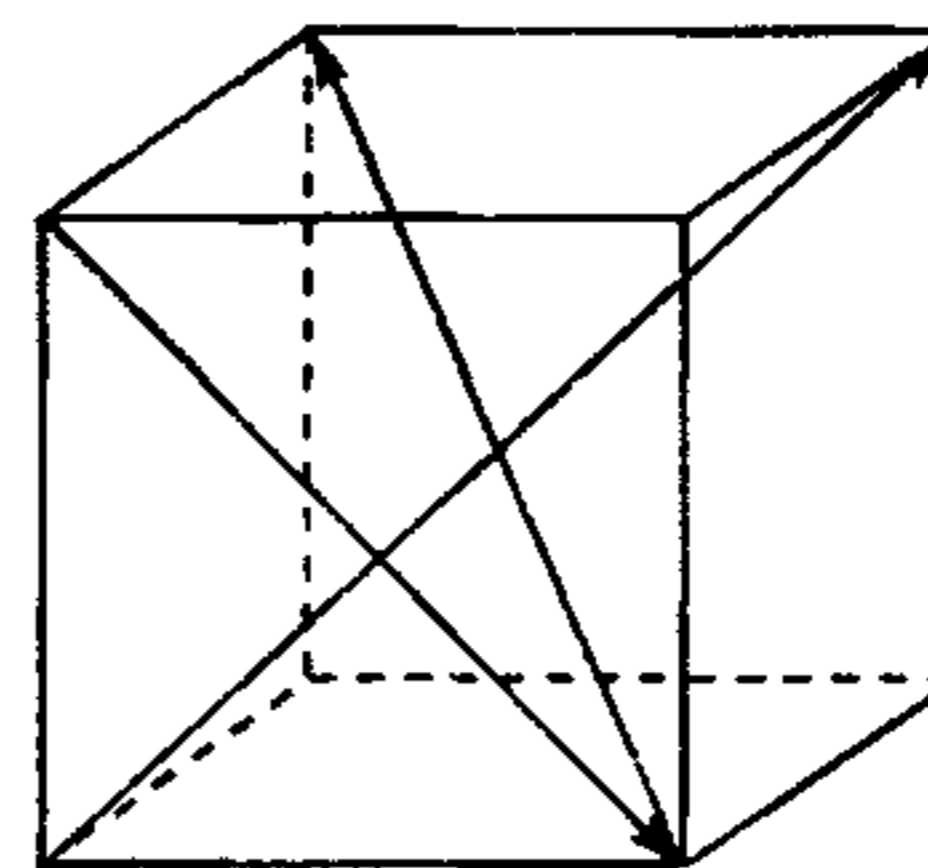
19. El gráfico nos muestra tres vectores coplanares, sabiendo que la dirección del vector  $\vec{C}$  está definida ( $45^\circ < \theta < 90^\circ$ ) y que  $|\vec{A}| = |\vec{B}| = a$ ; determine el módulo de la mayor resultante horizontal que podemos obtener.

- A)  $a \tan \theta$   
 B)  $a \cot \theta$   
 C)  $\frac{a(1 + \sin \theta)}{\cos \theta}$   
 D)  $\frac{a(1 + \cos \theta)}{1 + \sin \theta}$   
 E)  $a \tan \frac{\theta}{2}$

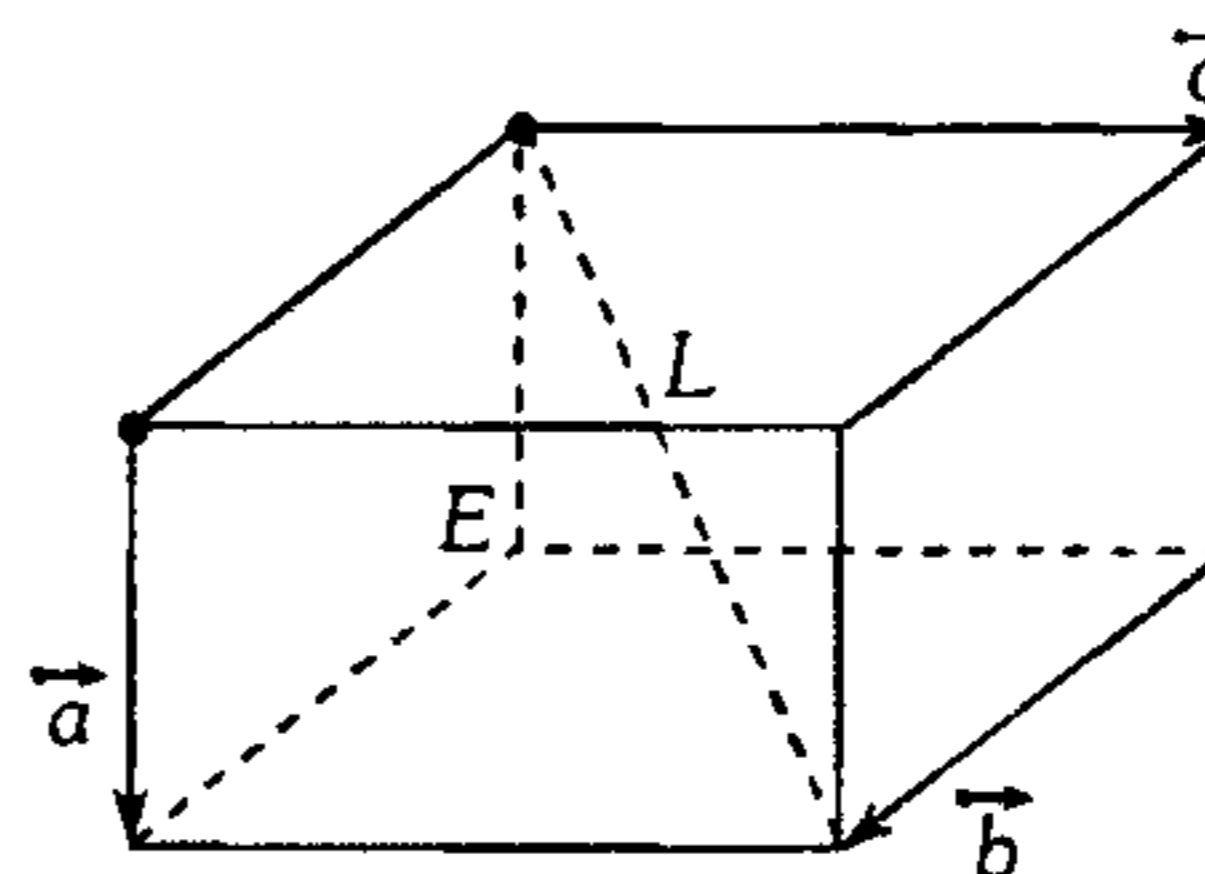


20. Determine el módulo del vector resultante del siguiente sistema de vectores. El cubo tiene una arista de longitud  $1\mu$ .

- A)  $\sqrt{3}\mu$   
 B)  $2\mu$   
 C)  $\sqrt{5}\mu$   
 D)  $\sqrt{6}\mu$   
 E)  $\sqrt{7}\mu$



21. Se muestra un conjunto de vectores que se encuentran en las aristas de un paralelepípedo. Si desde el punto  $\hat{E}$  se traza otro vector, de tal manera que su extremo se encuentre en un punto contenido en la recta  $\vec{L}$ , determine el módulo de este último vector sabiendo que tiene el menor módulo.



- A)  $a+b+c$     B)  $a^2+b^2-c^2$   
 C)  $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$   
 D)  $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$     E)  $\frac{a\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

22. Determine la medida del ángulo que forman los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ .

$$\vec{A} = (1; 0; 2)$$

$$\vec{B} = (0; 2; 1)$$

A)  $\arccos\left[\frac{1}{5}\right]$       B)  $\arccos\left[\frac{2}{5}\right]$

C)  $\arccos\left[\frac{3}{5}\right]$

D)  $\arccos\left[\frac{4}{5}\right]$       E)  $\arccos\left[\frac{2}{3}\right]$

### Cinemática

#### M.R.U.

23. Por una ventana abierta, a la habitación entra volando un escarabajo. La distancia entre el escarabajo y el techo cambia con una rapidez de 1 m/s; entre aquél y la pared de fondo, 2 m/s; y entre el mismo y la pared lateral, 2 m/s. Calcule el valor de la rapidez de vuelo del escarabajo.

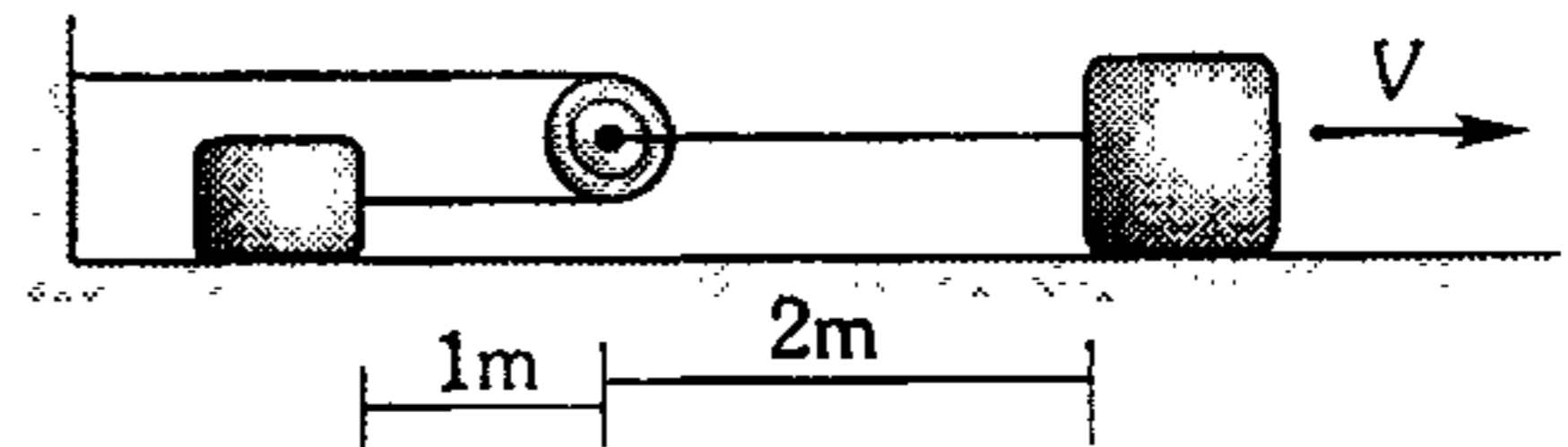
A)  $\sqrt{6}$  m/s    B)  $\sqrt{5}$  m/s    C) 3 m/s  
D) 5 m/s            E)  $\sqrt{7}$  m/s

24. Un punto A dista 140 km de un punto B. Dos móviles pasan a la vez por A, y se dirigen hacia B con rapidez de 30 km/h y 40 km/h. Cuando llegan a B emprenden un retorno manteniendo la misma rapidez, y al llegar a A vuelven hacia B, y así sucesivamente. Determine al cabo de qué tiempo ambos móviles se vuelven a encontrar en A para repetir el ciclo de movimientos.

A) 7 h            B) 14 h            C) 21 h  
D) 24 h            E) 28 h

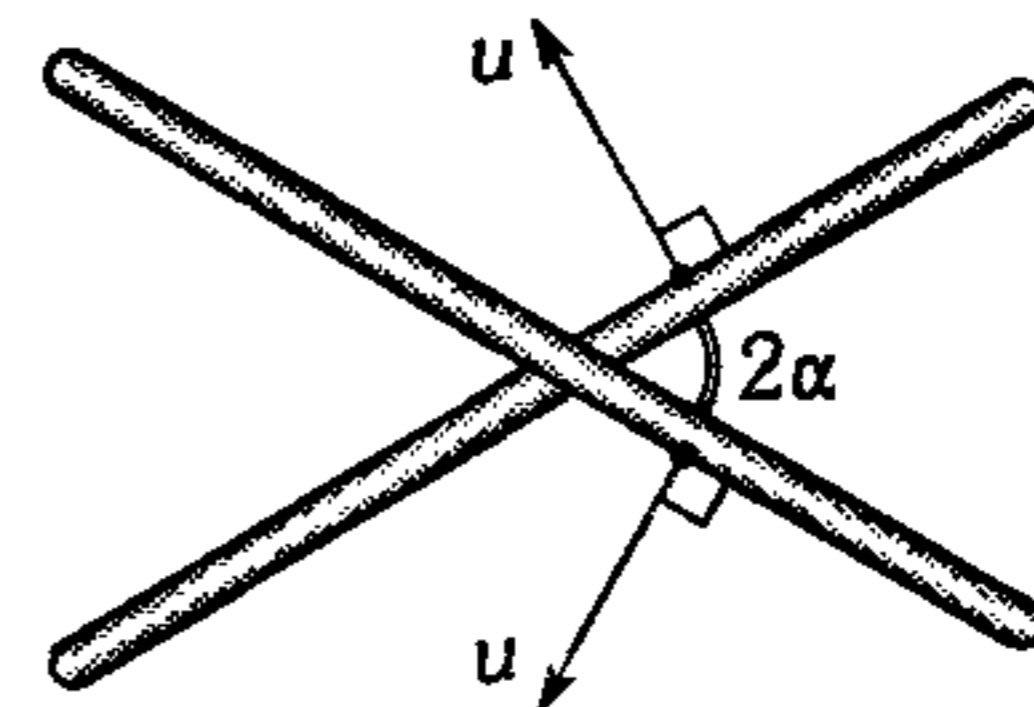
25. El gráfico nos muestra la vista superior de un sistema constituido por dos bloques y una polea que desarrollan M.R.U. A partir del instante mostrado ¿qué tiempo debe transcurrir para que los bloques estén separados 2 m?

( $V=1$  m/s)



A) 0,25 s    B) 9,5 s    C) 0,75 s  
D) 1 s            E) 2 s

26. Dos barras se cruzan bajo el ángulo  $2\alpha$  y se mueven perpendicularmente a sí mismas con igual rapidez. ¿Cuál será la rapidez del punto de cruce de las barras?

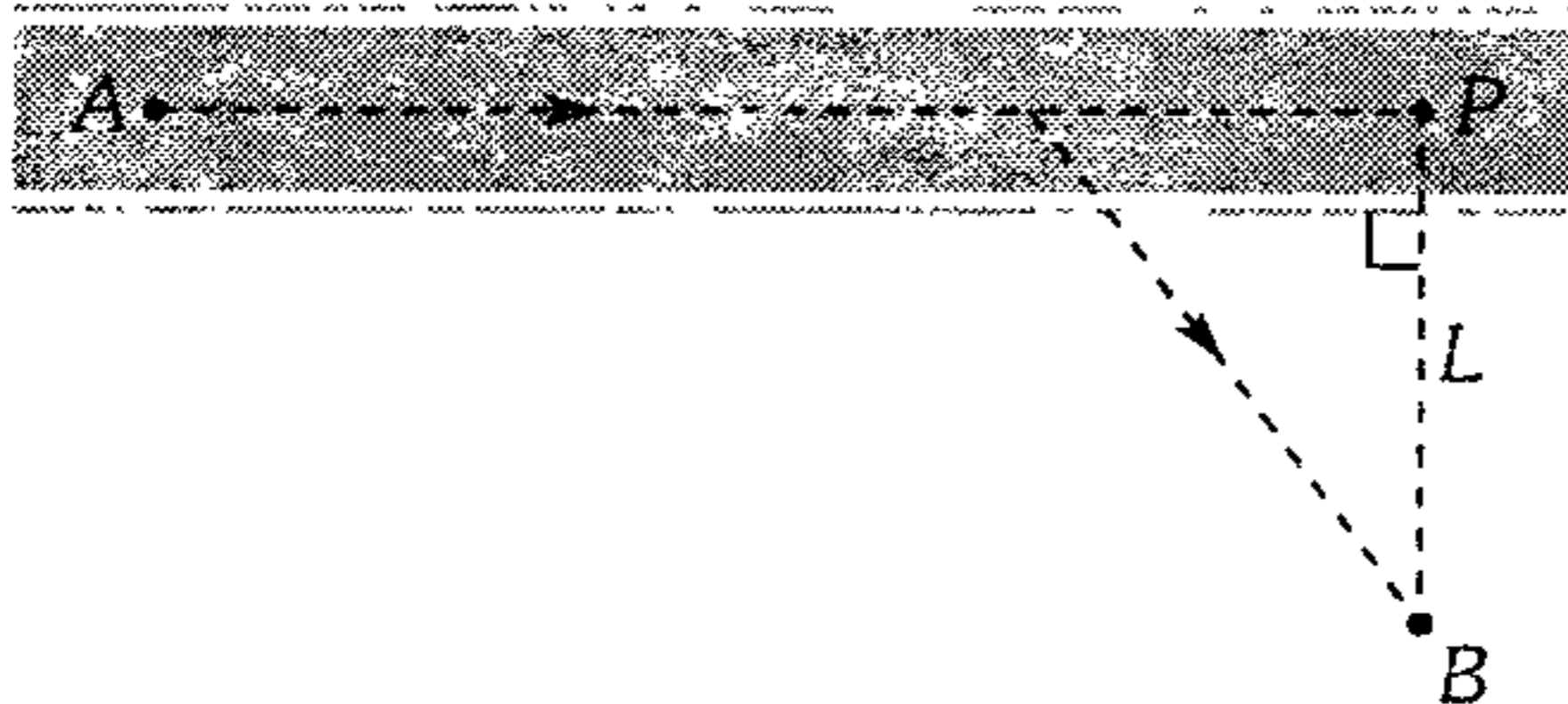


A)  $u \sin \alpha$             B)  $u \cos \alpha$   
C)  $u \tan \alpha$   
D)  $u \sec \alpha$             E)  $u \csc \alpha$

27. Se sabe que cuando las ruedas delanteras de un tren pasan de un riel a otro producen un golpe característico. Si el número de estos golpes (sin considerar el primero) que se escuchan en 18 s expresa la rapidez del tren en km/h; determine la longitud de cada riel.

A) 5 m            B) 7,5 m            C) 10 m  
D) 12,5 m            E) 12 m

28. Desde la posición  $A$  en la carretera, se debe llegar a la posición  $B$  en el campo, en el menor tiempo posible. Se sabe que la rapidez del auto en el campo es  $n$  veces menor que su rapidez por la carretera; ¿a qué distancia de  $P$  hay que abandonar la carretera?



- A)  $\frac{L}{\sqrt{n^2 - 1}}$     B)  $\frac{L}{n}$     C)  $\frac{Ln}{(n^2 + 1)}$   
 D)  $\frac{L}{\sqrt{n^2 + 1}}$     E)  $\frac{L(n+1)}{(n-1)}$

29. Unos futbolistas corren formando una columna de 6 m de largo durante el entrenamiento, moviéndose cada uno de ellos a razón de 2 m/s. Al encuentro de la columna corre el entrenador con 1 m/s. Cada uno de los futbolistas, al encontrarse con el entrenador da la vuelta y corre hacia atrás con la misma rapidez de 2 m/s. ¿Qué longitud tendrá la columna cuando todos los futbolistas den la vuelta?

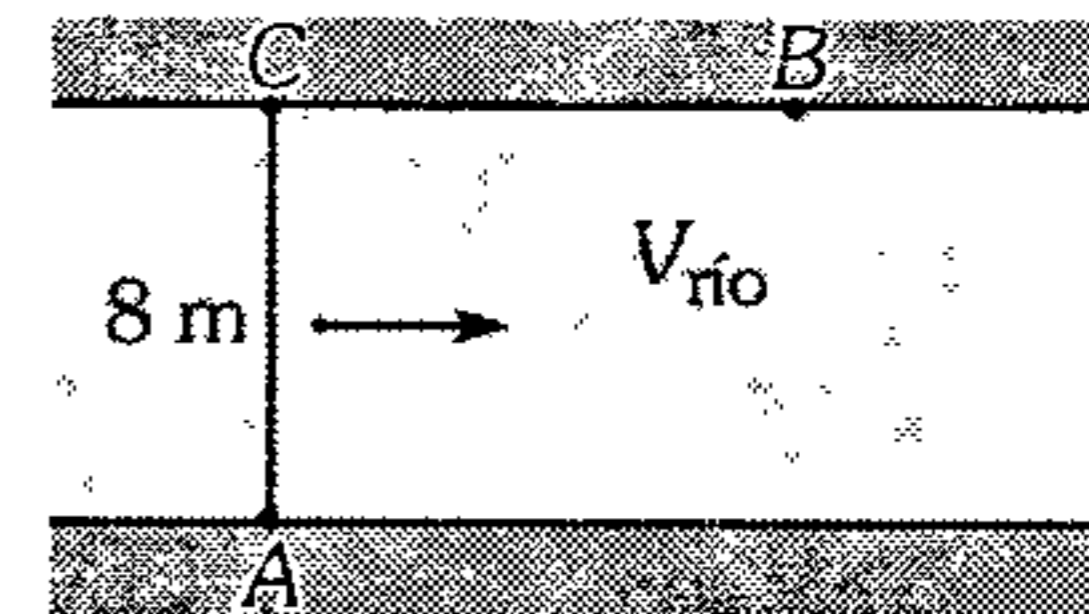
- A) 6 m    B) 5 m    C) 4 m  
 D) 3 m    E) 2 m

30. Una lancha desde la orilla de un río trata de cruzar hasta la orilla opuesta. En la otra orilla en las cercanías del lugar hay un bote abandonado que está siendo arrastrado por la corriente. El conductor de la lancha observa que el bote avanza en dirección contraria y perpendicular a la ribera del río a razón de 3 m/s. ¿Cuánto tarda la lancha en cruzar el río de 36 m de ancho?

- A) 12 s    B) 9 s    C) 8 s  
 D) 10 s    E) 7,5 s

31. Un hombre debe salir en un bote del punto  $A$  al punto  $B$  que se encuentra en la orilla opuesta del río, cuyo ancho es 8 m. La distancia  $CB$  es 6 m. ¿Con qué velocidad mínima respecto al agua debe moverse el bote para llegar al punto  $B$ ? La rapidez de la corriente del río es 15 m/s.

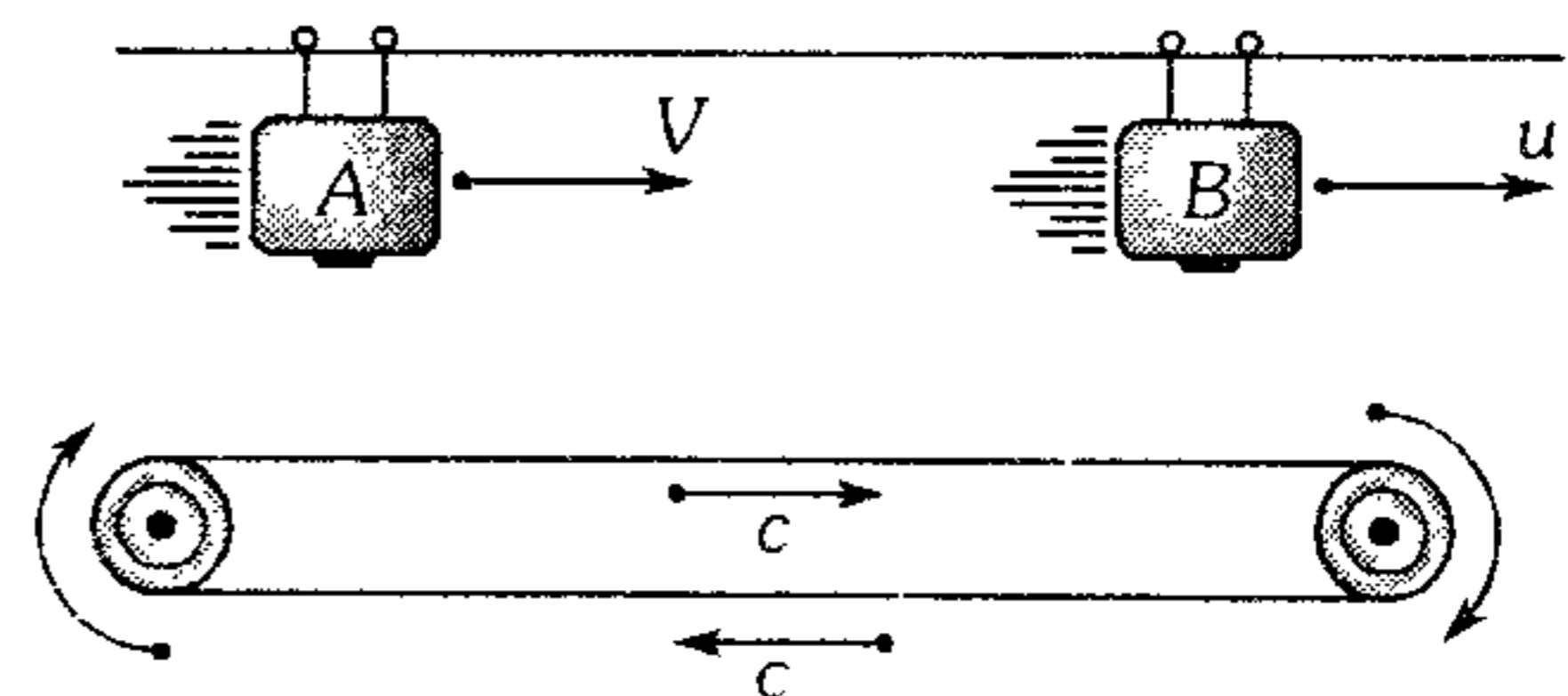
- A) 6 m/s  
 B) 9 m/s  
 C) 12 m/s  
 D) 10 m/s  
 E) 5 m/s



32. Un bote navega con rapidez de 3 m/s respecto a las aguas de un río, que a su vez se desplaza a razón de 6 m/s. ¿Qué ángulo debe mantener el bote respecto a la corriente para que ésta lo arrastre lo menos posible?

- A) 15°    B) 30°    C) 45°  
 D) 60°    E) 50°

33. La cinta transportadora que se muestra se mueve con rapidez constante  $c$  y sobre ella se encuentra un dispositivo (A) que arroja  $n$  bolas por segundo, las cuales se pegan a la cinta. Un contador (B) que también se encuentra sobre la cinta, registra sólo las bolas que pasan por debajo de él. ¿Cuántas bolas registra el contador por segundo? ( $V$  y  $u$  son menores que  $c$ ).



- A)  $\left[\frac{c-u}{c-v}\right]n$     B)  $\left[\frac{c-v}{c-u}\right]n$   
 C)  $\left[\frac{c-2v}{c-2u}\right]\left(\frac{n}{2}\right)$   
 D)  $\left[\frac{c-u-v}{c+u+v}\right]^n$     E)  $\left[\frac{u-v}{c}\right]^n$

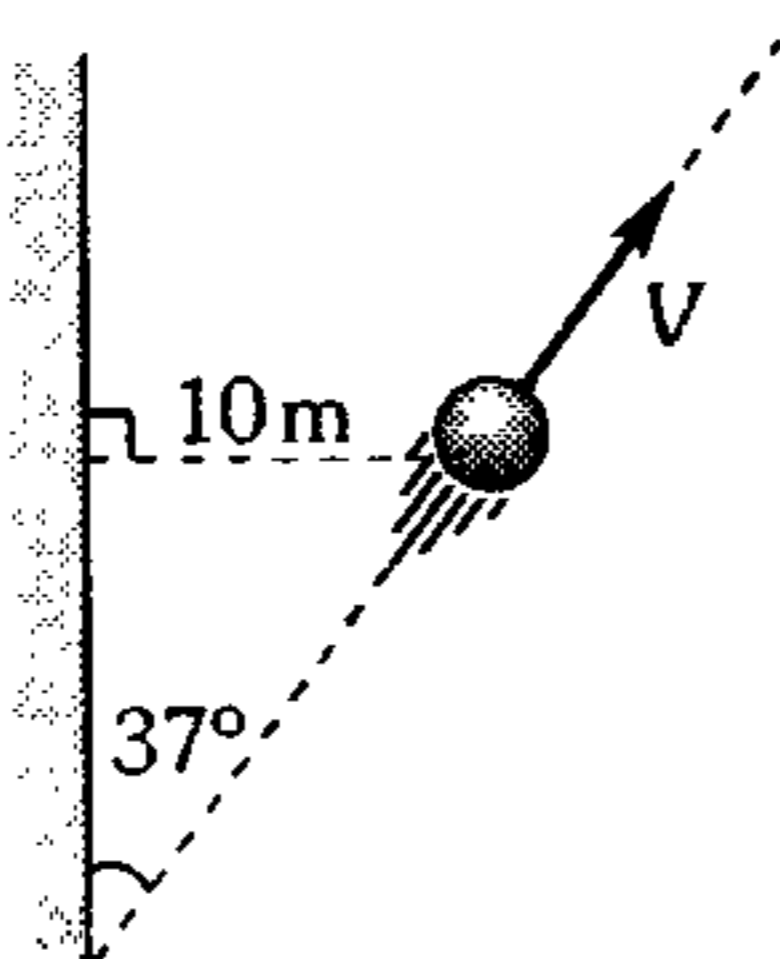
34. Un ómnibus se desplaza desarrollando M.R.U. con rapidez  $V$ ; de pronto se toca el claxon durante  $t$  segundos en forma continua. Determine en qué relación están los tiempos durante el cual escucha el sonido una persona que se encuentra detrás del ómnibus y otra que se encuentra delante. (Ambas están paradas junto a la pista). Considere  $c$  la rapidez del sonido.

- A)  $\frac{c-v}{c+v}$       B)  $\frac{c+v}{c-v}$       C) 1  
 D)  $\frac{c}{v}$               E)  $\frac{v}{c}$

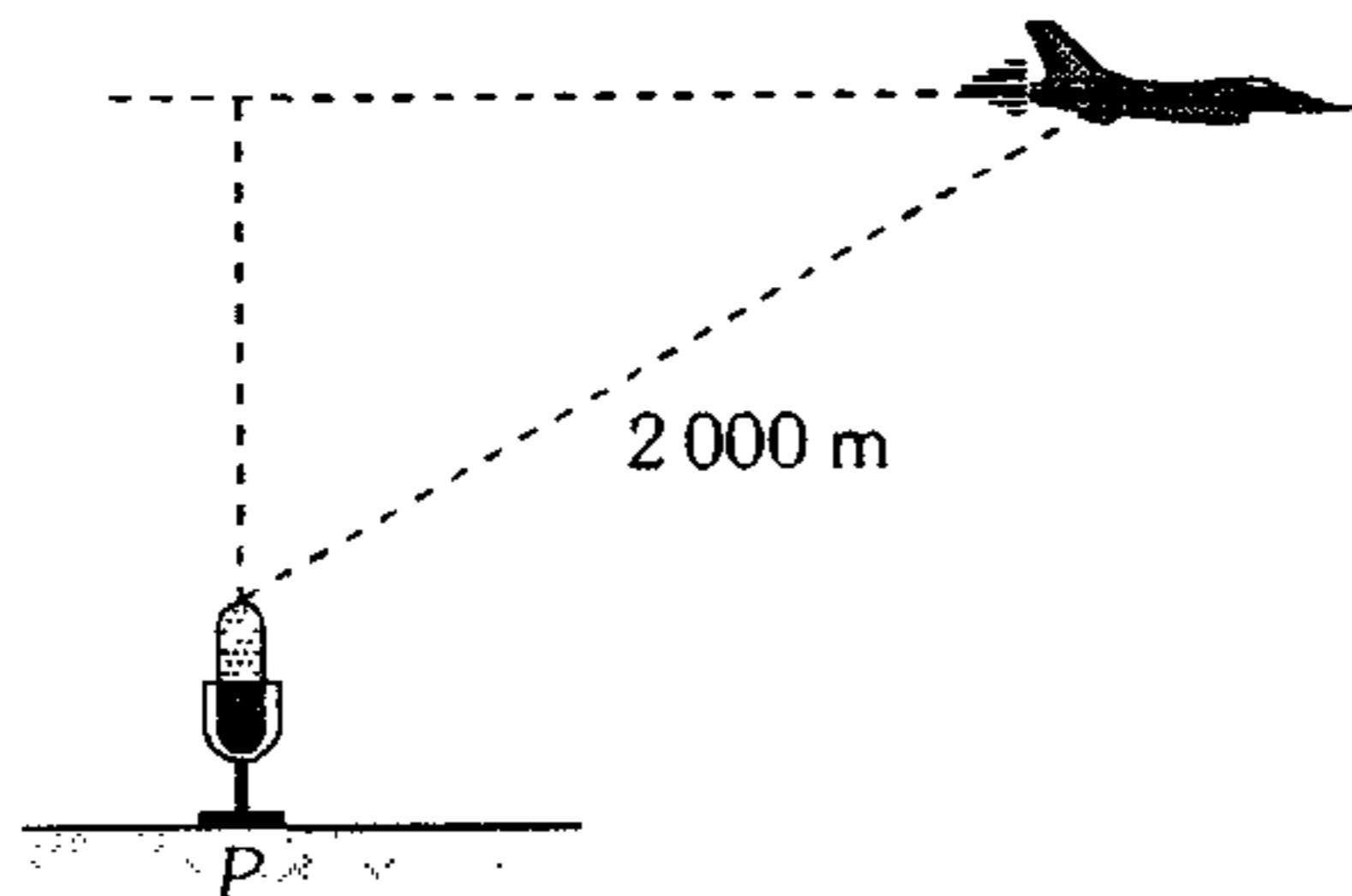
35. Un automóvil se aleja de una pared tal como se muestra. En el instante mostrado, el chofer toca el claxon durante un pequeño intervalo de tiempo. ¿Qué distancia recorre el auto hasta que el chofer escucha el eco?

$$\left[ \begin{array}{l} V = 20 \text{ m/s} \\ V_{\text{son}} = 320 \text{ m/s} \end{array} \right]$$

- A) 1 m  
 B) 1,1 m  
 C) 1,2 m  
 D) 1,3 m  
 E) 1,5 m



36. Un avión supersónico vuela horizontalmente con una rapidez constante  $2c$ . Si en el instante mostrado un micrófono ubicado en  $P$  registra el sonido que emiten los motores del avión; determine a qué altura respecto del piso vuela el avión. ( $c$ : rapidez del sonido).



- A) 500 m      B) 750 m      C) 1 000 m  
 D) 600 m      E) 1 800 m

M.R.U.V.

37. Un automóvil inicia su movimiento rectilíneo desde una posición  $O$  con una aceleración constante de módulo  $0,8 \text{ m/s}^2$ . Luego de cierto tiempo se encuentra con un motociclista que se mueve en dirección contraria con una rapidez constante de  $5 \text{ m/s}$ . Sabiendo que el motociclista pasa por  $O$ ,  $33 \text{ s}$  después de que el automóvil salió de allí; determine al cabo de cuánto tiempo desde que inició su movimiento el automóvil, se cruzaron los móviles.

- A) 8 s              B) 16 s              C) 20 s  
 D) 15 s              E) 17 s

38. Un automóvil se desplaza en la dirección  $(+x)$  de modo que su rapidez varía con la posición de acuerdo a la siguiente expresión:  $V = \sqrt{4 + 2x} \text{ m/s}$  (donde  $x$  se mide en metros). Considerando que al móvil se le empezó a analizar cuando pasaba por  $\vec{x} = 0$ ; determine cuánto recorre el móvil desde  $t=0$  hasta  $t=2 \text{ s}$ .

- A) 2 m              B) 4 m              C) 6 m  
 D) 8 m              E) 10 m

39. Dos partículas están separadas una distancia de  $12 \text{ m}$ , se acercan mutuamente con rapidez de  $4 \text{ m/s}$  y  $8 \text{ m/s}$  y presentan aceleraciones contrarias a su velocidad inicial, la primera de  $2 \text{ m/s}^2$  y la otra de  $a \text{ m/s}^2$  respectivamente. Determine el valor de  $a$  para que no se crucen.

- A)  $a > 2$               B)  $a > 0$               C)  $a < 4$   
 D)  $a > 4$               E)  $2 \leq a \leq 4$

40. Un auto que se desplaza con una rapidez constante de  $10 \text{ m/s}$  se pasa la luz roja de un semáforo;  $6,6 \text{ s}$  después un policía de tránsito ubicado junto al semáforo acciona su silbato, si la rapidez del sonido en el aire es  $340 \text{ m/s}$  aproximadamente; ¿a qué distancia del semáforo se detendrá el auto si el conductor al oír el silbato reacciona en  $0,3 \text{ s}$  y aplica los frenos generando una desaceleración uniforme de  $25 \text{ m/s}^2$ ?

- A) 60 m              B) 65 m              C) 70 m  
 D) 73 m              E) 80 m

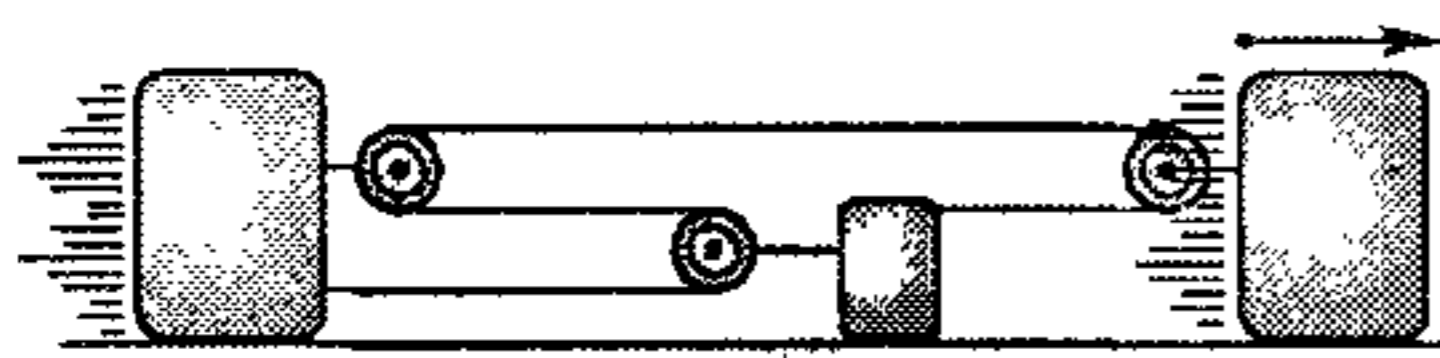
41. Un patinador recorre una distancia  $L$  a velocidad constante y luego frena con aceleración constante  $\vec{a}$  hasta detenerse. ¿En caso de qué velocidad el tiempo empleado por el patinador será el menor posible?

- A)  $\sqrt{2aL}$     B)  $\sqrt{aL}$     C)  $\sqrt{\frac{aL}{2}}$   
 D)  $2\sqrt{aL}$     E)  $\sqrt{\frac{aL}{3}}$

42. Un móvil desarrolla M.R.U.V., recorre dos tramos consecutivos de dos segundos cada uno; notándose que en el segundo tramo recorre 20 m más que en el primero. Determine cuánto recorre el móvil 4 s después de iniciar su movimiento.

- A) 40 m    B) 60 m    C) 80 m  
 D) 120 m    E) 160 m

43. En la se figura se muestra el bloque  $B$  que se mueve hacia la derecha con una rapidez de 3 m/s la cual disminuye a razón de  $0,3 \text{ m/s}^2$ . Si el bloque  $C$  no se mueve; determine la rapidez y el módulo de la aceleración del bloque  $A$  para el instante mostrado.



- A) 2 m/s y  $0,3 \text{ m/s}^2$     B) 1 m/s y  $0,2 \text{ m/s}^2$   
 C) 2 m/s y  $0,2 \text{ m/s}^2$   
 D) 4 m/s y  $0,4 \text{ m/s}^2$     E) 3 m/s y  $0,3 \text{ m/s}^2$

44. La ecuación del movimiento de dos móviles  $M$  y  $N$  son

$$M: \vec{x} = 4t^2 + 5t - 1 \text{ (m)}$$

$$N: \vec{x} = 3t^2 + 5t + 8 \text{ (m)}$$

¿Qué velocidad tiene  $M$  cuando se encuentra con  $N$ ?

- A) +11 m/s    B) -5 m/s    C) -10 m/s  
 D) +24 m/s    E) +29 m/s

45. La ecuación del movimiento de 2 partículas es

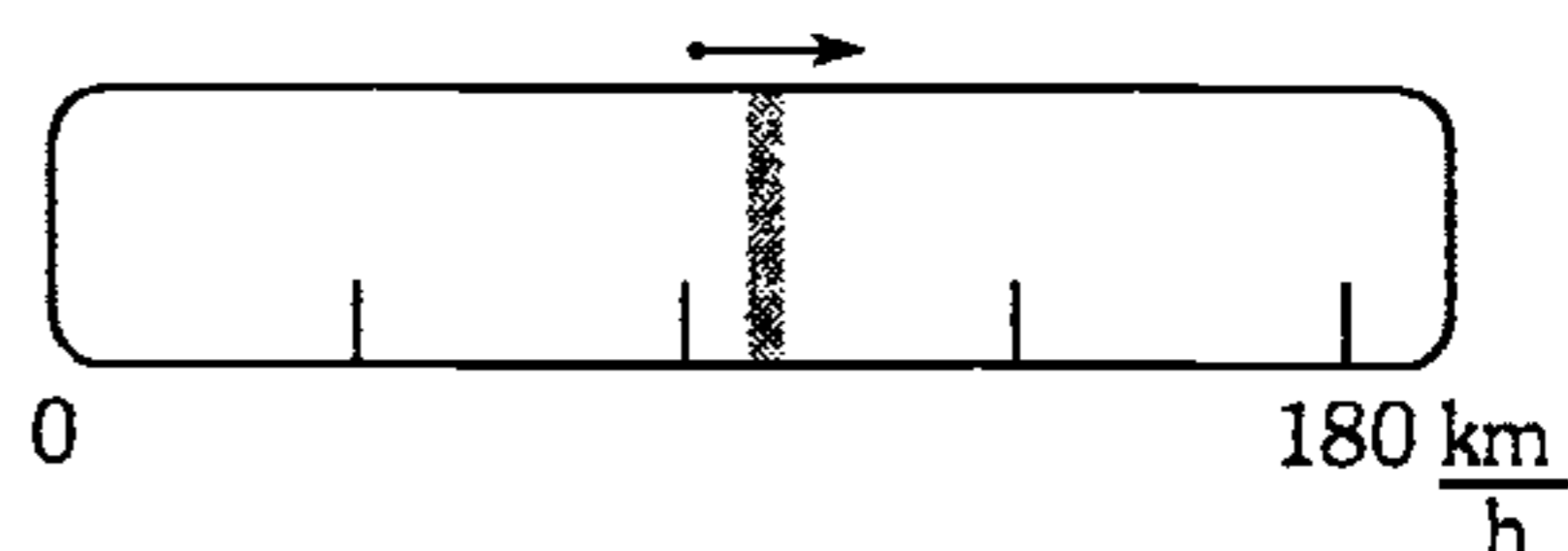
$$\vec{x}_1 = 6 + 20t - 2t^2$$

$$\vec{x}_2 = 14 + 4t + 2t^2$$

Determine cuánto tiempo transcurre desde la segunda hasta la tercera vez que los móviles vuelven a estar separados 8 m.

- A) 1 s    B) 1,1 s    C) 1,6 s  
 D) 2 s    E) 2,2 s

46. La longitud de la escala del velocímetro de un auto es 12 cm, el dispositivo mide la rapidez de 0 hasta 180 km/h. Determine con qué rapidez se desplaza el indicador del velocímetro, si el auto desarrolla un M.R.U.V. con  $2,5 \text{ m/s}^2$ .



- A) 0,2 cm/s    B) 0,4 cm/s    C) 0,6 cm/s  
 D) 0,8 cm/s    E) 1 cm/s

### M.V.C.L.

47. Un piloto suelta una bomba desde un helicóptero estático en el aire y después de 120 s escucha la detonación. Si la rapidez del sonido la suponemos 300 m/s; ¿con qué rapidez impactó la bomba en tierra? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 1200 m/s    B) 900 m/s    C) 600 m/s  
 D) 300 m/s    E) 120 m/s

48. La posición de una partícula con movimiento vertical obedece a la siguiente ley:  $\vec{y} = 80 - 5t^2$ ; donde  $y$  en metros y  $t$  en segundos. Calcule la distancia recorrida durante los dos primeros segundos de iniciado el análisis de su movimiento.

- A) 60 m    B) 15 m    C) 20 m  
 D) 25 m    E) 45 m

49. De un caño malogrado caen gotas de agua cada  $t$  segundos. Calcule el recorrido desarrollado por la primera gota hasta el instante en que está por caer la  $n$ -ésima gota. Desprecie la resistencia del aire.

- A)  $\frac{n^2 gt^2}{2}$                       B)  $\frac{(n-1)^2 gt^2}{2}$   
 C)  $\frac{(n+1)^2 gt^2}{2}$   
 D)  $(n+1)gt^2$                       E)  $(n-1)gt^2$

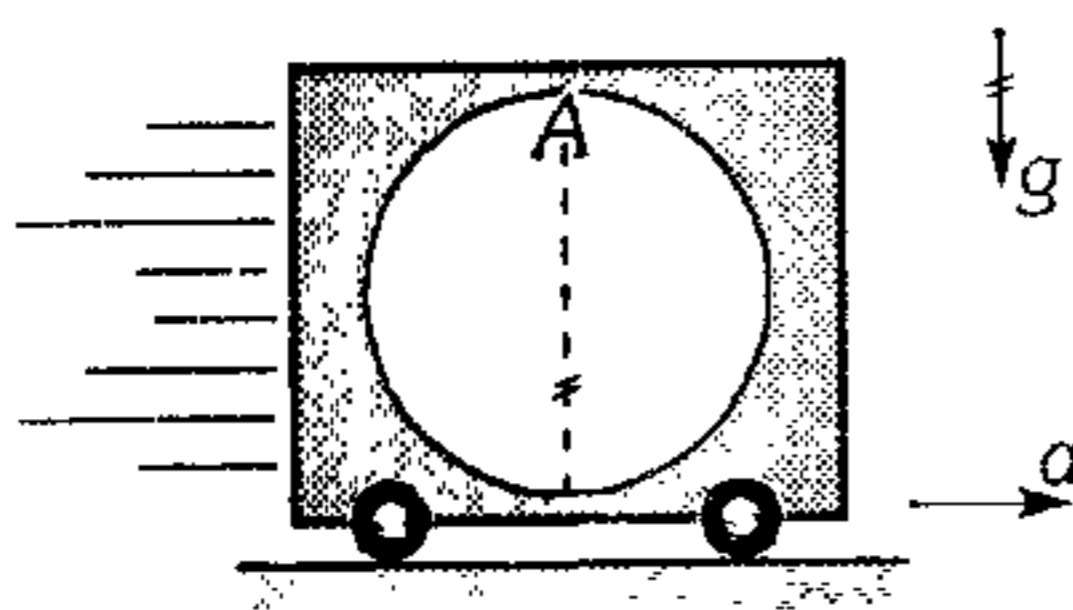
50. Un ascensor sube acelerando con  $2 \text{ m/s}^2$  y de su techo se desprende un objeto que golpea su piso al cabo de 1 s. ¿Qué altura tiene la cabina del ascensor? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 3 m                      B) 5 m                      C) 6 m  
 D) 2,5 m                      E) 4,5 m

51. De un mismo punto, con la velocidad  $\vec{V}$  se lanza dos bolas verticalmente hacia arriba y con un intervalo de tiempo  $t$ . ¿Dentro de cuánto tiempo, después de lanzar la segunda bola, ellas chocarán?

- A)  $\frac{v}{g} + \frac{t}{2}$                       B)  $\frac{v}{g} + t$                       C)  $\frac{v}{g} - t$   
 D)  $\frac{v}{g} - \frac{t}{2}$                       E)  $\frac{v}{g} - 2t$

52. El carrito mostrado acelera con  $a=7,5 \text{ m/s}^2$  y desde el punto A se suelta un tornillo. ¿Al cabo de qué tiempo choca con la superficie esférica de 2,5 m de radio? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 0,6 s                      B) 0,8 s                      C) 0,9 s  
 D) 1,1 s                      E) 1,2 s

**M.P.C.L.**

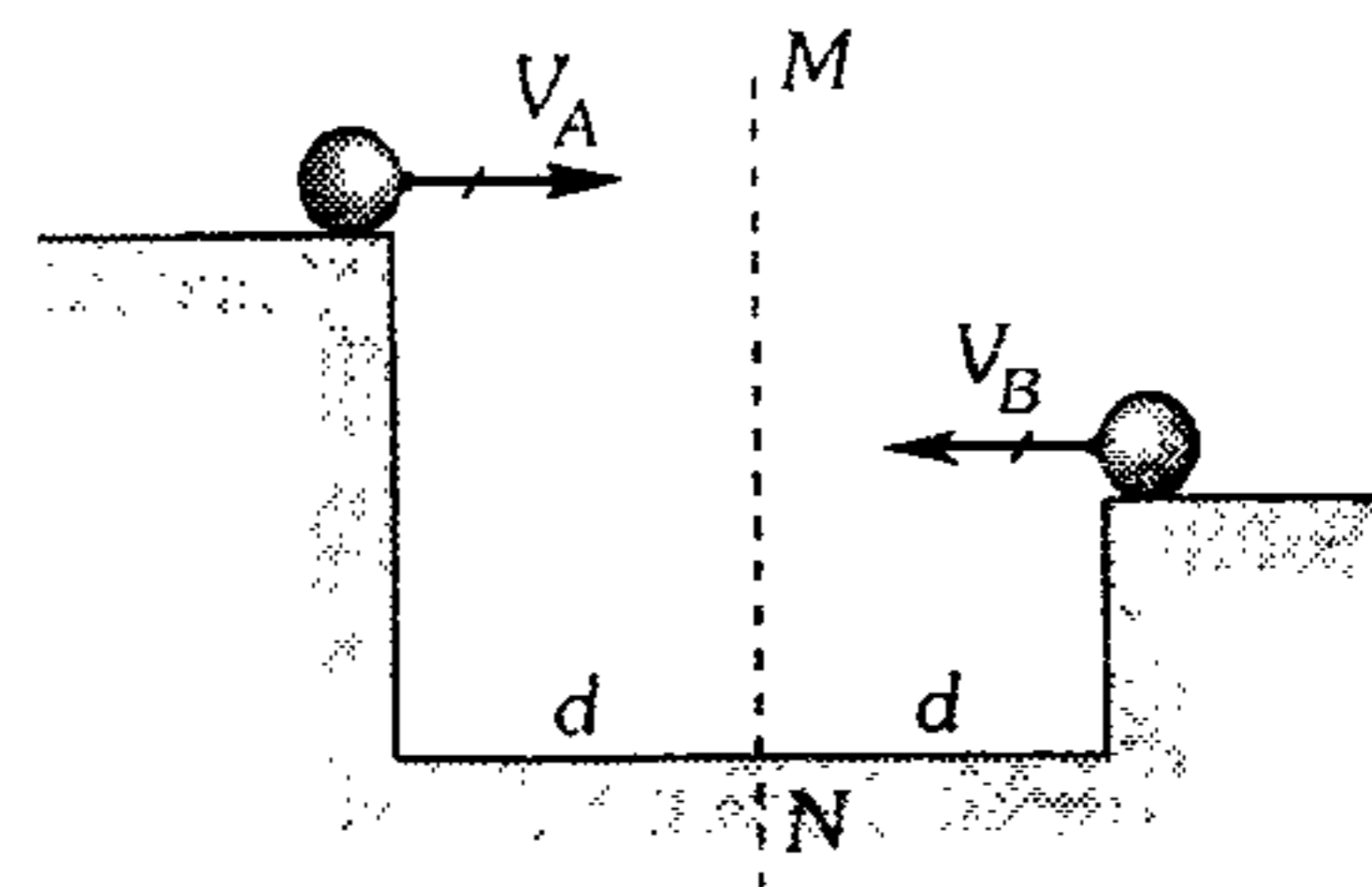
53. Un proyectil describe un movimiento parabólico de caída libre. Determine el ángulo que forma su velocidad de lanzamiento y su velocidad mínima, si se sabe que el tiempo de vuelo es 6 s y tiene un alcance horizontal de 240 m. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A)  $45^\circ$                       B)  $53^\circ$                       C)  $37^\circ$   
 D)  $16^\circ$                       E)  $74^\circ$

54. Un cuerpo se lanza con 30 m/s y formando con la horizontal un ángulo  $\theta$ . Si al cabo de 5 s su velocidad es perpendicular a la velocidad inicial, determine  $\theta$ . ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

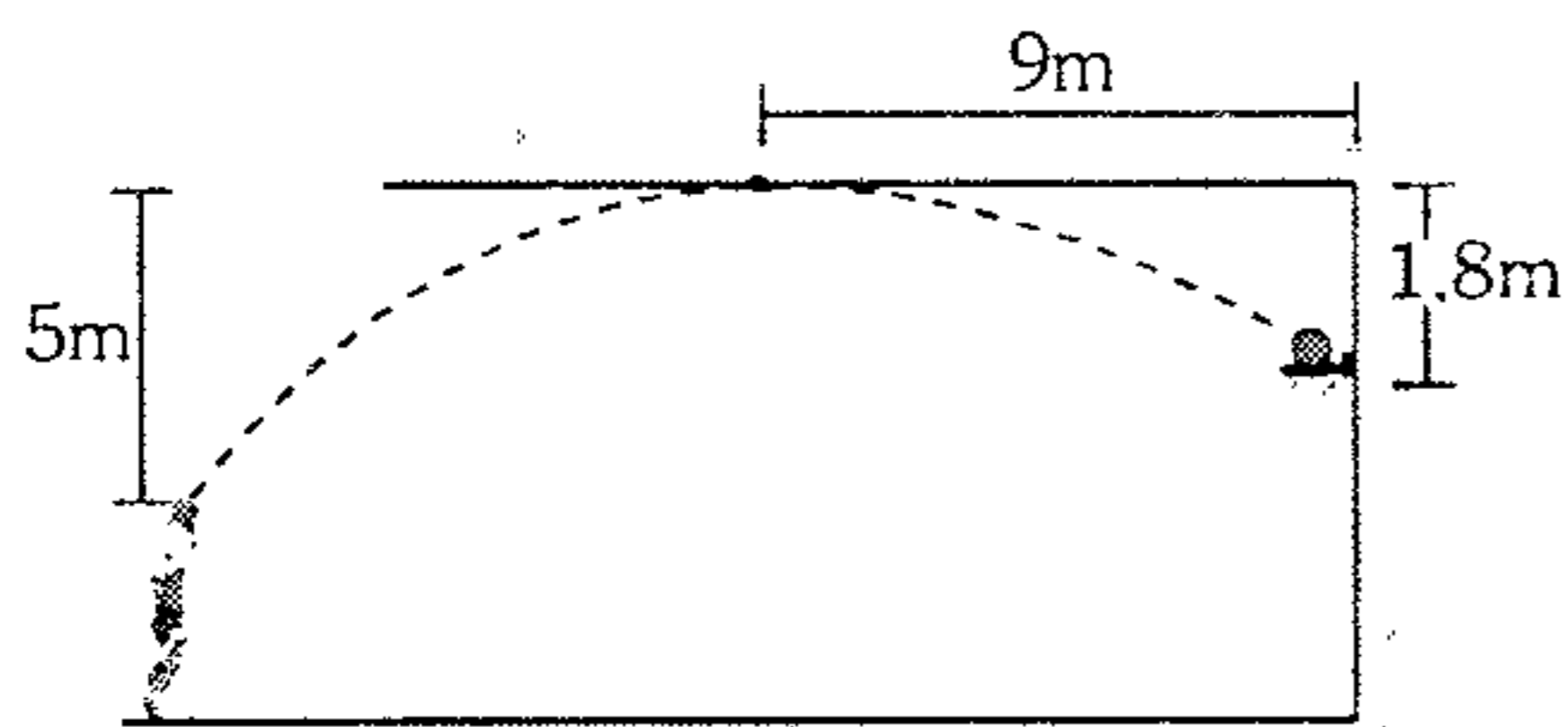
- A)  $37^\circ$                       B)  $53^\circ$                       C)  $30^\circ$   
 D)  $45^\circ$                       E)  $60^\circ$

55. Los proyectiles A y B son lanzados simultáneamente; indique qué proposición es correcta.



- A) A y B chocan a la derecha de MN.  
 B) A y B llegan simultáneamente al suelo.  
 C) A y B chocan en MN, si  $V_A=V_B$   
 D) Es imposible que A y B choquen, cualesquiera sean las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .  
 E) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

56. Un basquetbolista anota una canasta. Al lanzar la pelota ésta pasa rozante al techo. Determine el módulo de la velocidad de lanzamiento. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

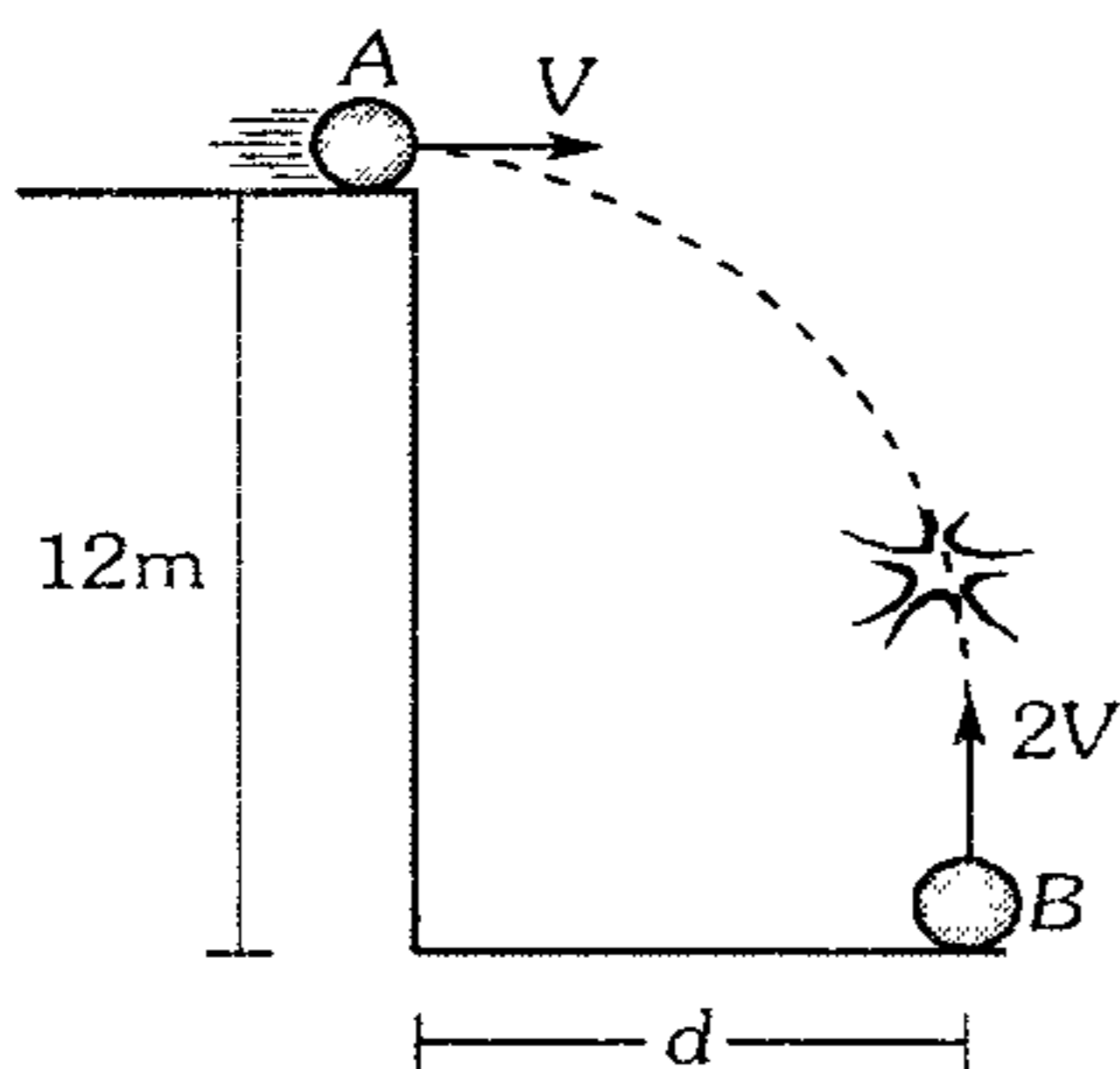


- A) 20 m/s    B) 15 m/s    C) 10 m/s  
D)  $5\sqrt{13}$  m/s    E)  $5\sqrt{2}$  m/s

57. Se lanza dos proyectiles desde un mismo punto con la misma rapidez, en instantes diferentes. El primero de ellos bajo un ángulo de  $60^\circ$  y el segundo con  $53^\circ$ . Si la rapidez de salida fue de 110 m/s, ¿con qué intervalo de tiempo se lanza si los proyectiles chocan durante el vuelo? (asuma  $\sin 7^\circ \cong 0,12$ )

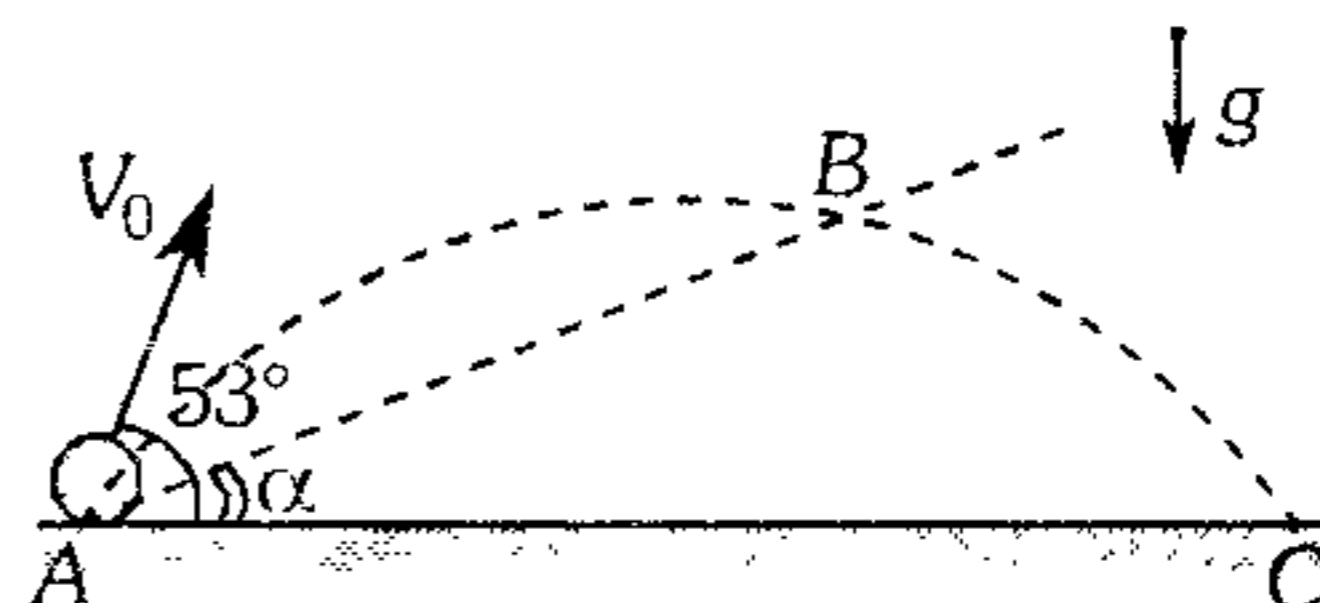
- A) 1,2 s    B) 6,4 s    C) 3,2 s  
D) 8,2 s    E) 2,4 s

58. Dos esferas A y B son lanzadas simultáneamente tal como muestra la figura. La esfera A es lanzada horizontalmente con rapidez  $V$  y la esfera B verticalmente hacia arriba con rapidez  $2V$ . Determine  $d$  sabiendo que impactan. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



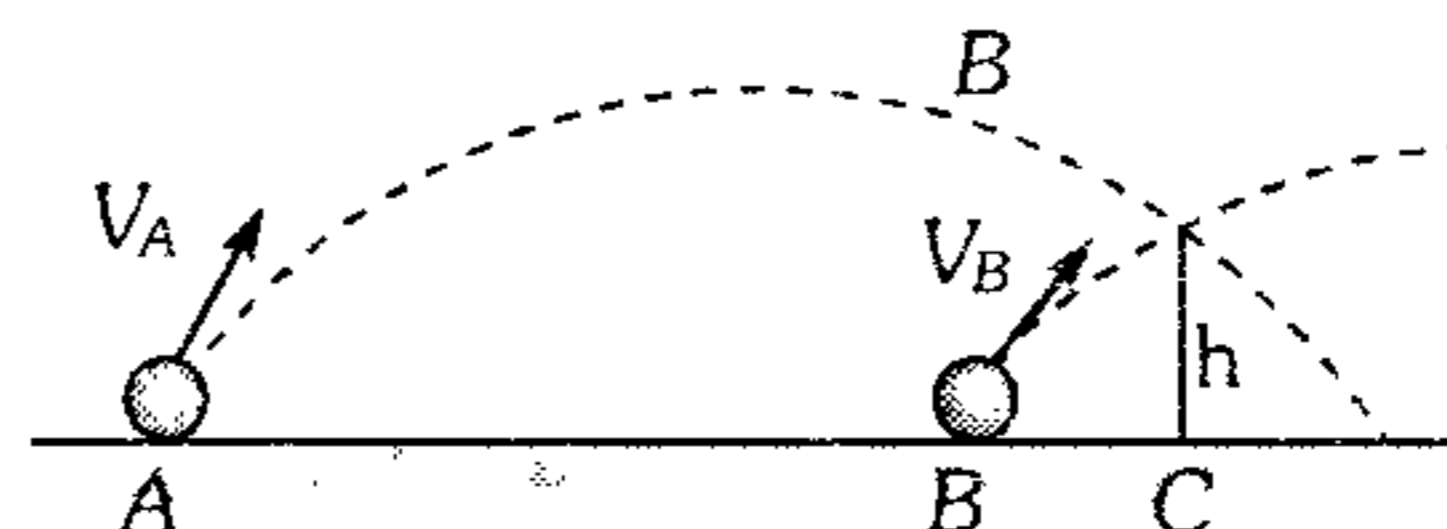
- A) 4 m    B) 5 m    C) 6 m  
D) 7 m    E) 8 m

59. Halle  $\alpha$  si  $t_{AB} = \frac{1}{2} t_{AC}$



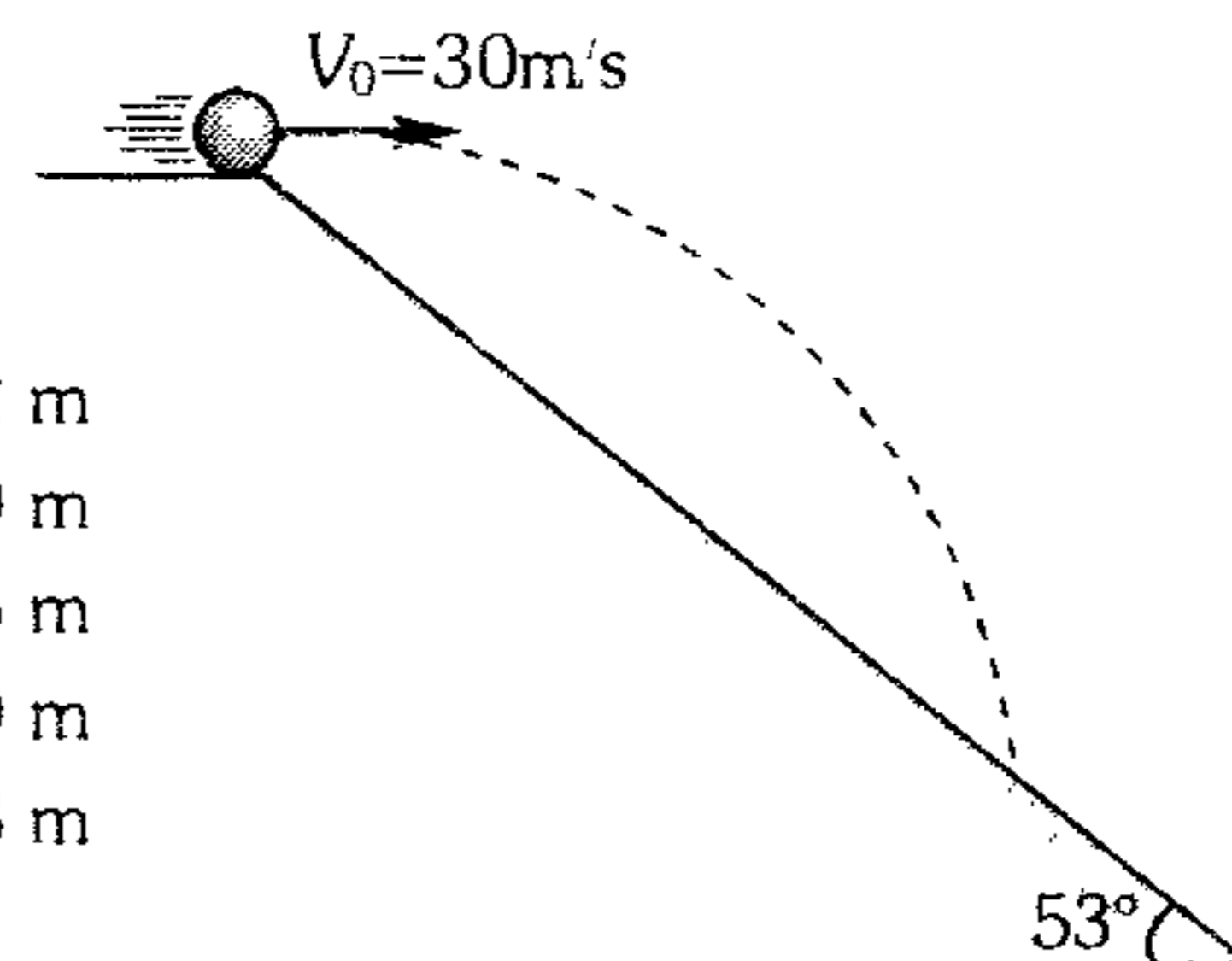
- A)  $37^\circ$     B)  $45^\circ$   
C)  $\arctan\left(\frac{2}{3}\right)$   
D)  $\arctan\left(\frac{3}{2}\right)$     E)  $\arctan\left(\frac{3}{5}\right)$

60. Se lanza de manera simultánea 2 proyectiles desde una superficie horizontal con velocidades  $\vec{V}_A = (60\hat{i} + 80\hat{j}) \text{ m/s}$  y  $\vec{V}_B = (V_B \cos\theta\hat{i} + V_B \sin\theta\hat{j})$ . Si estos chocan a una cierta altura  $h$  determine  $\theta$ . ( $AC=120 \text{ m}$ ;  $BC=20 \text{ m}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A)  $\tan^{-1}(1/2)$     B)  $\tan^{-1}(1/3)$     C)  $\tan^{-1}(3)$   
D)  $\tan^{-1}(6)$     E)  $\tan^{-1}(8)$

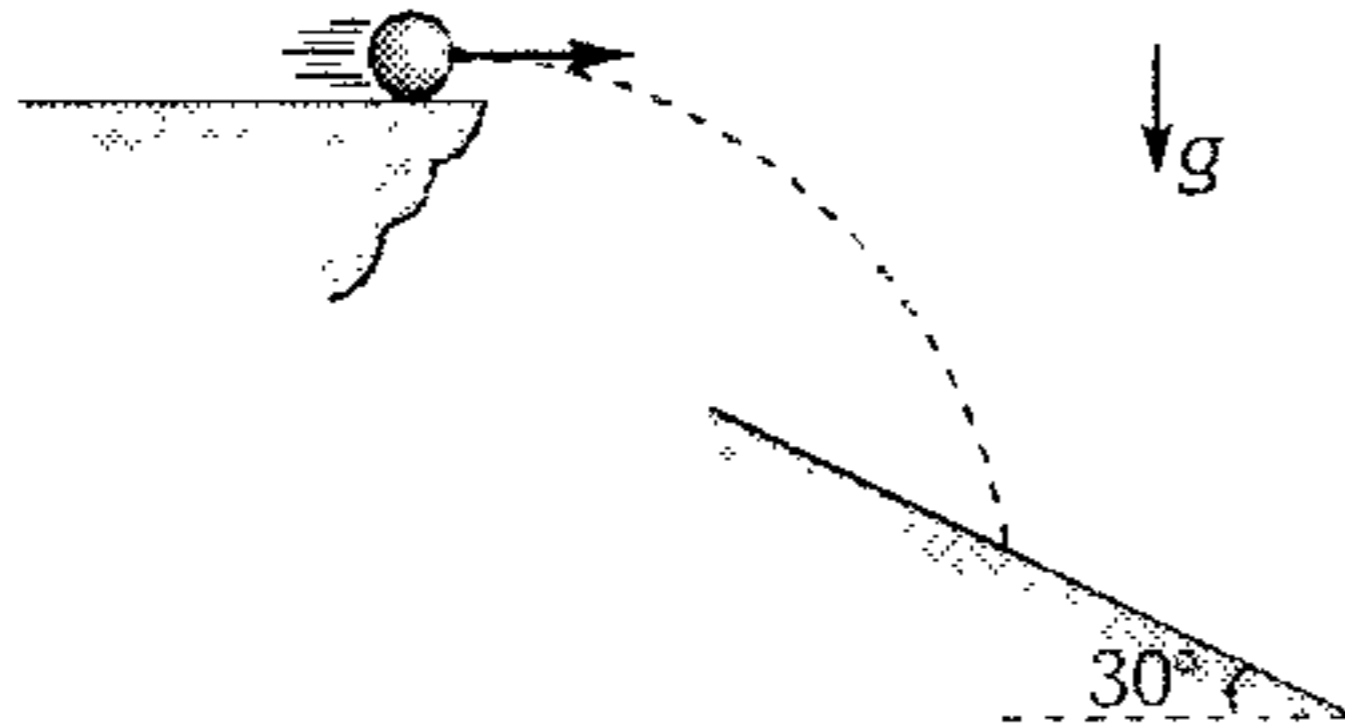
61. La esfera abandona la superficie horizontalmente con 30 m/s. Determine la máxima distancia que logra existir entre la esfera y el plano inclinado. Desprecie la resistencia del aire ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 12 m  
B) 20 m  
C) 35 m  
D) 40 m  
E) 48 m

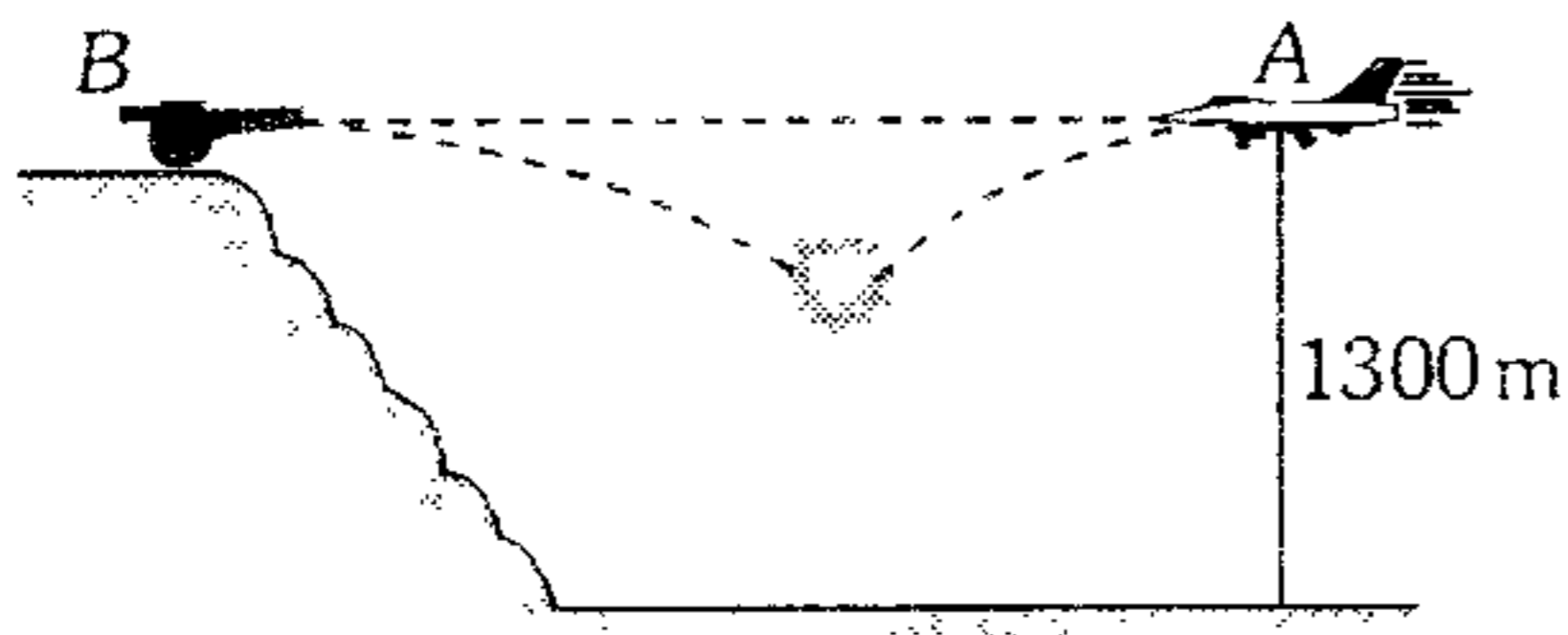


62. Una pequeña esfera escapa del borde de un acantilado e impacta en un plano inclinado con una rapidez de  $20\sqrt{3}$  m/s y formando un ángulo de  $30^\circ$  con el plano. ¿A qué distancia del borde del acantilado se encuentra el lugar del impacto? ( $g=10\text{m/s}^2$ ).



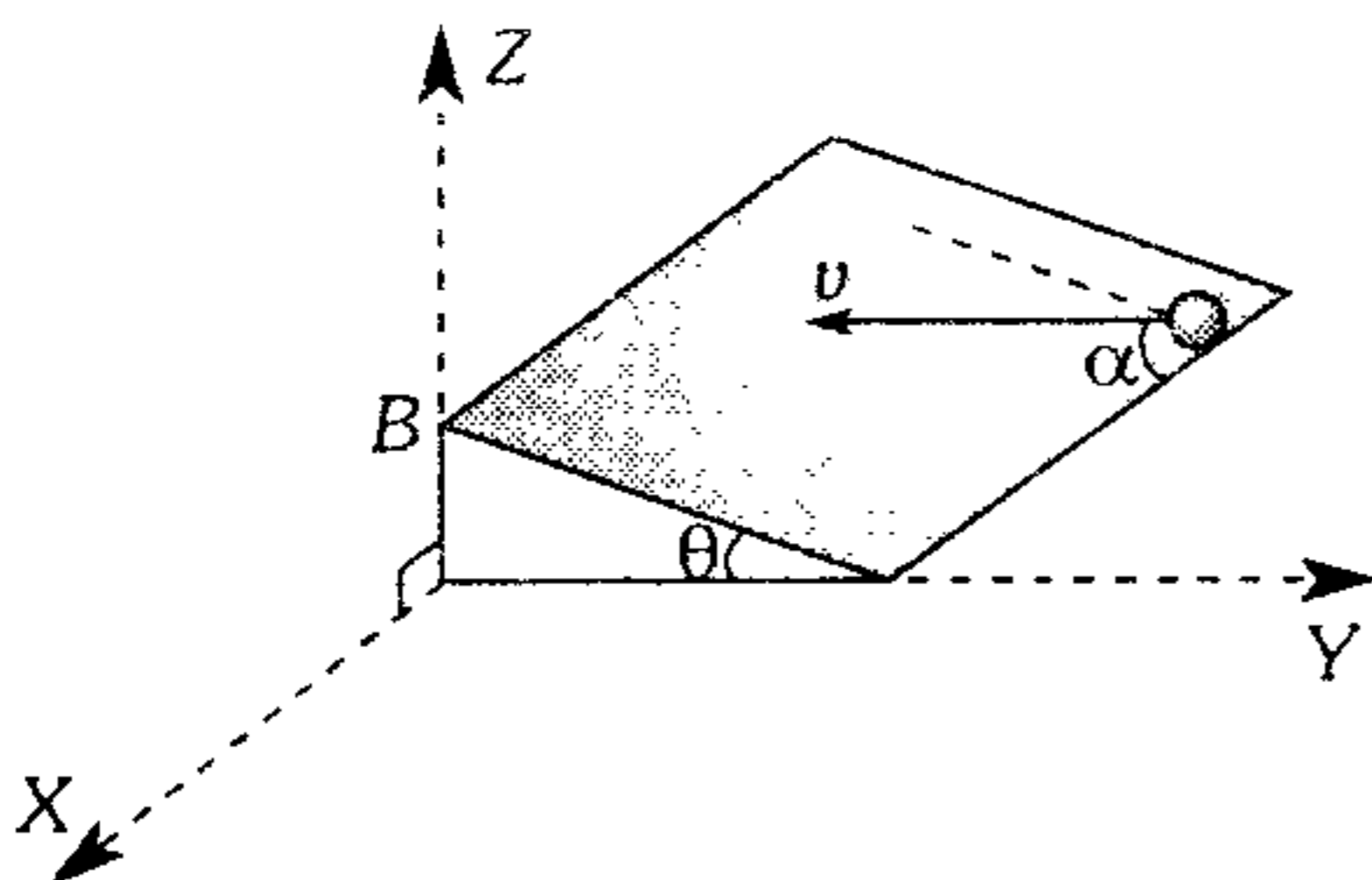
- A) 45 m    B) 15 m    C)  $15\sqrt{21}$  m  
D)  $30\sqrt{3}$  m    E)  $15\sqrt{7}$  m

63. Un avión caza que vuela horizontalmente con una rapidez de 250 m/s, tal como se muestra, suelta una bomba en A y simultáneamente se dispara desde B un proyectil en dirección horizontal, impactando a la bomba a 800 m del suelo. Si sus velocidades de impacto son perpendiculares, ¿con qué rapidez se dispara el proyectil? ( $g=10\text{ m/s}^2$ )



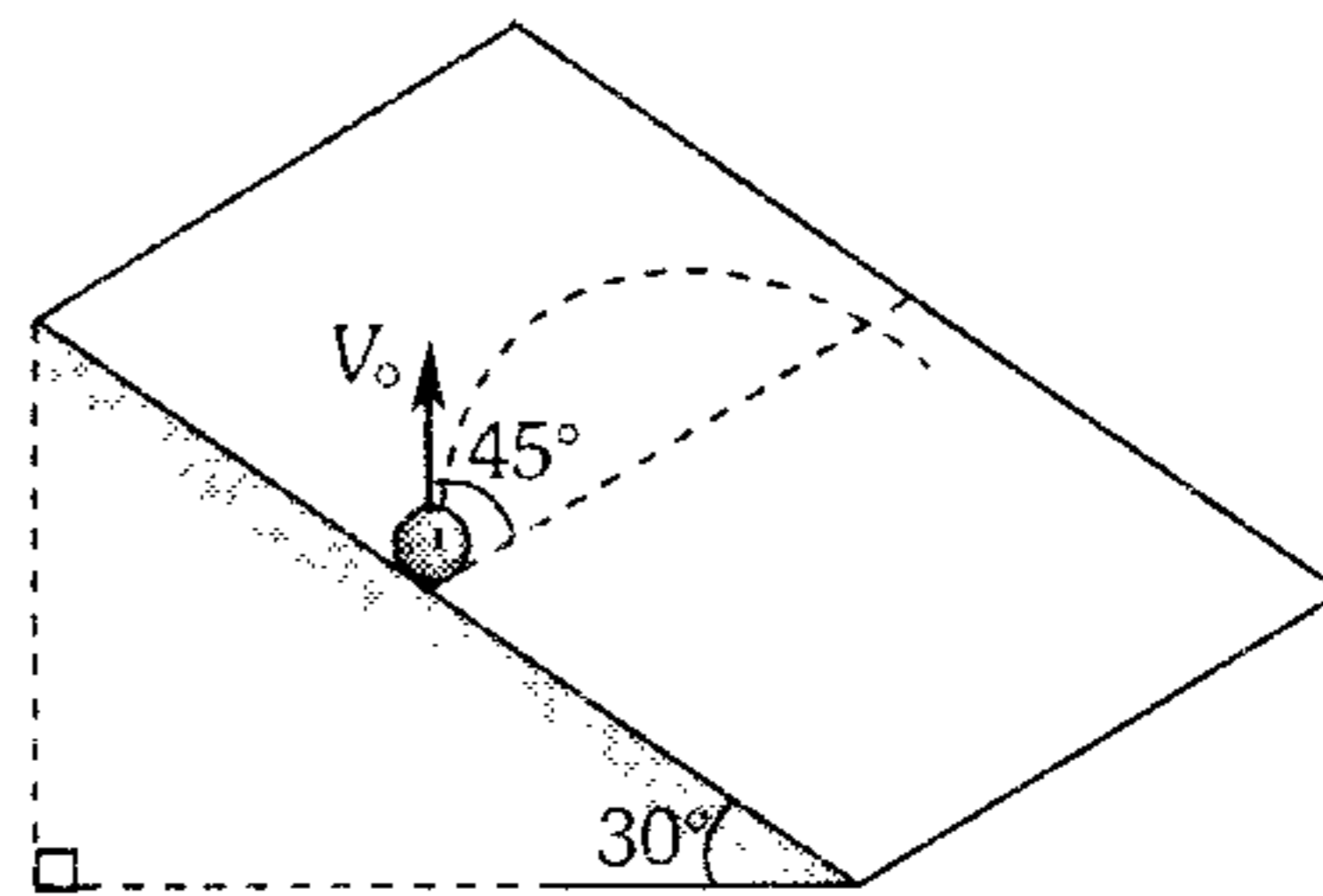
- A) 10 m/s    B) 20 m/s    C) 30 m/s  
D) 50 m/s    E) 40 m/s

64. Sobre una pista inclinada se lanza una bolita con velocidad  $v$ , tal como se muestra, calcule en qué tiempo llega al plano XY, sabiendo que llega a las justas al punto B. ( $g$ : aceleración de gravedad).



- A)  $v \text{sen} \theta \text{cos} \alpha / g$   
B)  $\frac{v \text{sen} \alpha}{g} \left( \frac{\text{sen} \theta + 1}{\text{sen} \theta} \right)$   
C)  $\frac{v \text{sen} \alpha}{g \text{cos} \theta} \left( \frac{1}{2} + \text{sen} \theta \right)$   
D)  $\frac{v \text{sen} \alpha}{g \text{sen} \theta} (1 + 2 \text{cos} \theta)$   
E)  $\frac{v \text{cos} \alpha}{g \text{cos} \theta} (1 + \text{sen} \theta)$

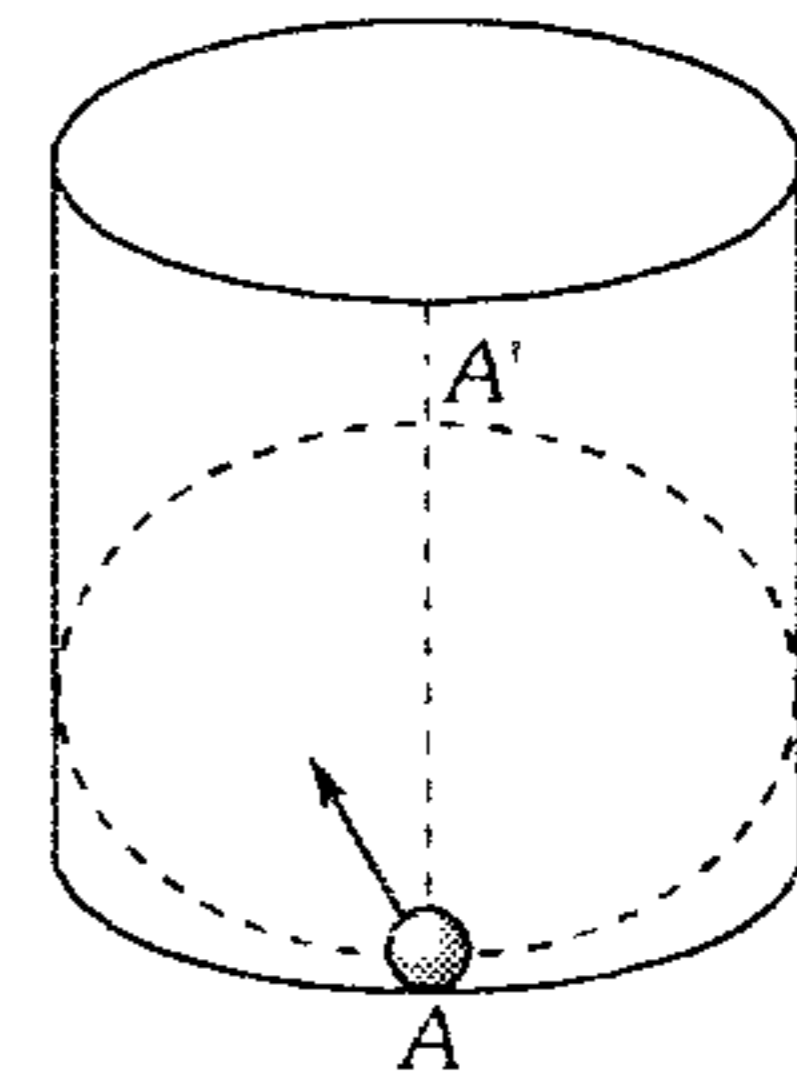
65. Se dispara un proyectil a ras de un plano inclinado liso con una rapidez de  $V_0=40\sqrt{2}$  m/s. Determine cuánto tiempo transcurre hasta que su velocidad y su aceleración formen  $53^\circ$ . ( $g=10\text{ m/s}^2$ ).



- A) 8 s    B) 10 s    C) 12 s  
D) 14 s    E) 16 s

66. Una esfera pequeña se lanza por la superficie interior de un cilindro vertical liso de radio  $1,2\pi\text{m}$  bajo un ángulo  $\alpha = 53^\circ$  respecto a la vertical. ¿Qué rapidez inicial mínima es necesario comunicar a la esfera para que retorne al punto de lanzamiento antes de chocar en el fondo?  $g=10\text{m/s}^2$ .

- A) 5 m/s  
B)  $\pi\text{m/s}$   
C)  $5\sqrt{\pi}$  m/s  
D) 10 m/s  
E)  $5\pi$  m/s



67. Desde la posición  $\vec{r}_0 = [1; 2] \text{ m}$  se lanza un proyectil. Determine la rapidez mínima de lanzamiento para que logre pasar por la posición  $[4; 6] \text{ m}$  y bajo que ángulo de inclinación se produce el lanzamiento.

$$[\vec{g} = [0; -10] \text{ m/s}^2]$$

A)  $3\sqrt{10} \text{ m/s}; 71,5^\circ$     B)  $3\sqrt{10} \text{ m/s}; 37^\circ$

C)  $3\sqrt{10} \text{ m/s}; 18,5^\circ$

D)  $\frac{\sqrt{365}}{2}; 37^\circ$     E)  $\frac{\sqrt{365}}{2}; 74^\circ$

68. De la boca de la manguera, yacente en la tierra, brota agua bajo un ángulo de elevación de  $37^\circ$  con una rapidez inicial de  $5 \text{ m/s}$ . Si el área de la sección transversal de la manguera es  $4 \text{ cm}^2$ ; determine la masa de agua que se encuentra en el aire. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

A)  $0,8 \text{ kg}$     B)  $1,2 \text{ kg}$     C)  $1,6 \text{ kg}$   
D)  $1,8 \text{ kg}$     E)  $2,4 \text{ kg}$

69. Desde una superficie horizontal se lanza una pelota con cierta inclinación tal que su máxima altura ( $h$ ) alcanzada resulta ser igual a su alcance realizado. Calcule el radio de curvatura de la trayectoria en el instante en que la pelota llega a la posición más alta.

A)  $h/8$     B)  $h/6$     C)  $h/4$   
D)  $h$     E)  $h/17$

### M.C.U.

70. Diga verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- En el M.C.U. no existe aceleración.
- En el M.C.U. la velocidad lineal es constante.
- En el M.C.U. la velocidad lineal es perpendicular a la velocidad angular.

A) FFF    B) FVF    C) VFF  
D) FFV    E) N.A.

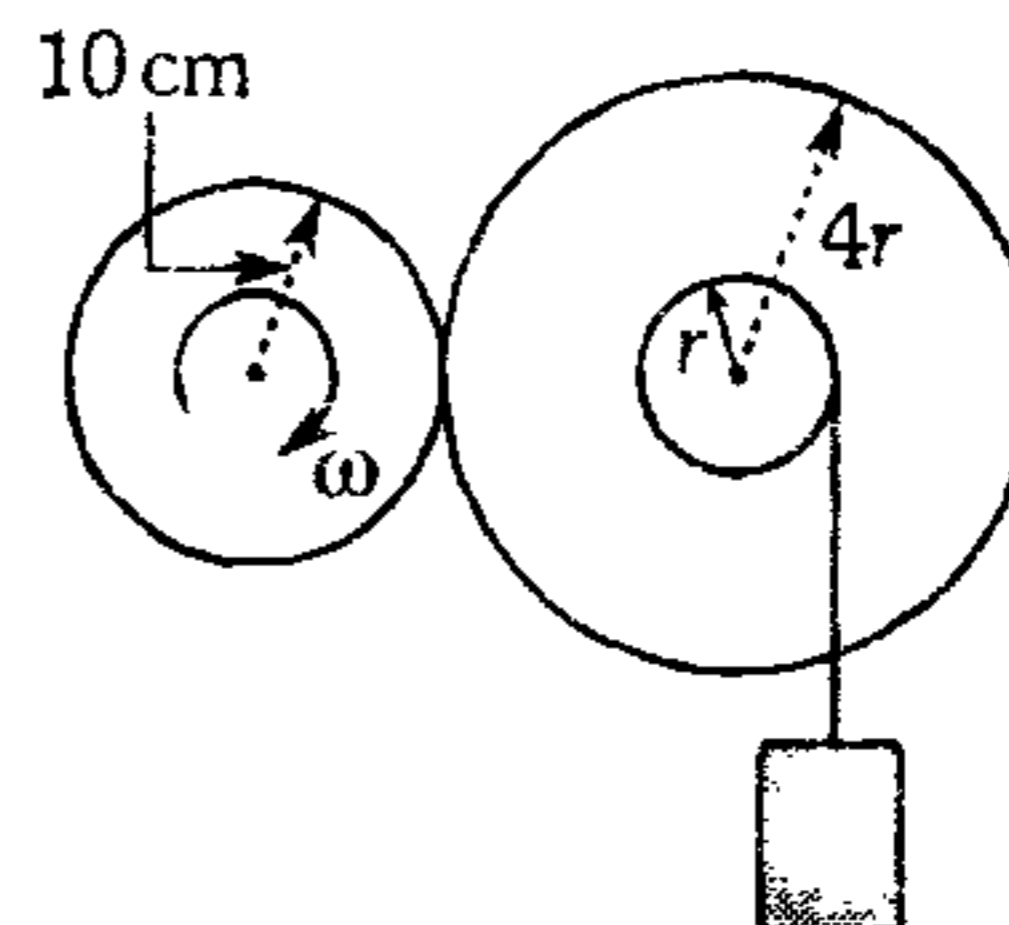
71. Considerando que la Tierra rota uniformemente, determine la rapidez tangencial de una ciudad ubicada en el hemisferio norte a  $53^\circ$  de latitud. (Radio terrestre  $\approx 6400 \text{ km}$ ).

A)  $\frac{4000\pi}{9} \text{ m/s}$     B)  $\frac{800\pi}{9} \text{ m/s}$

C)  $\frac{300\pi}{5} \text{ m/s}$

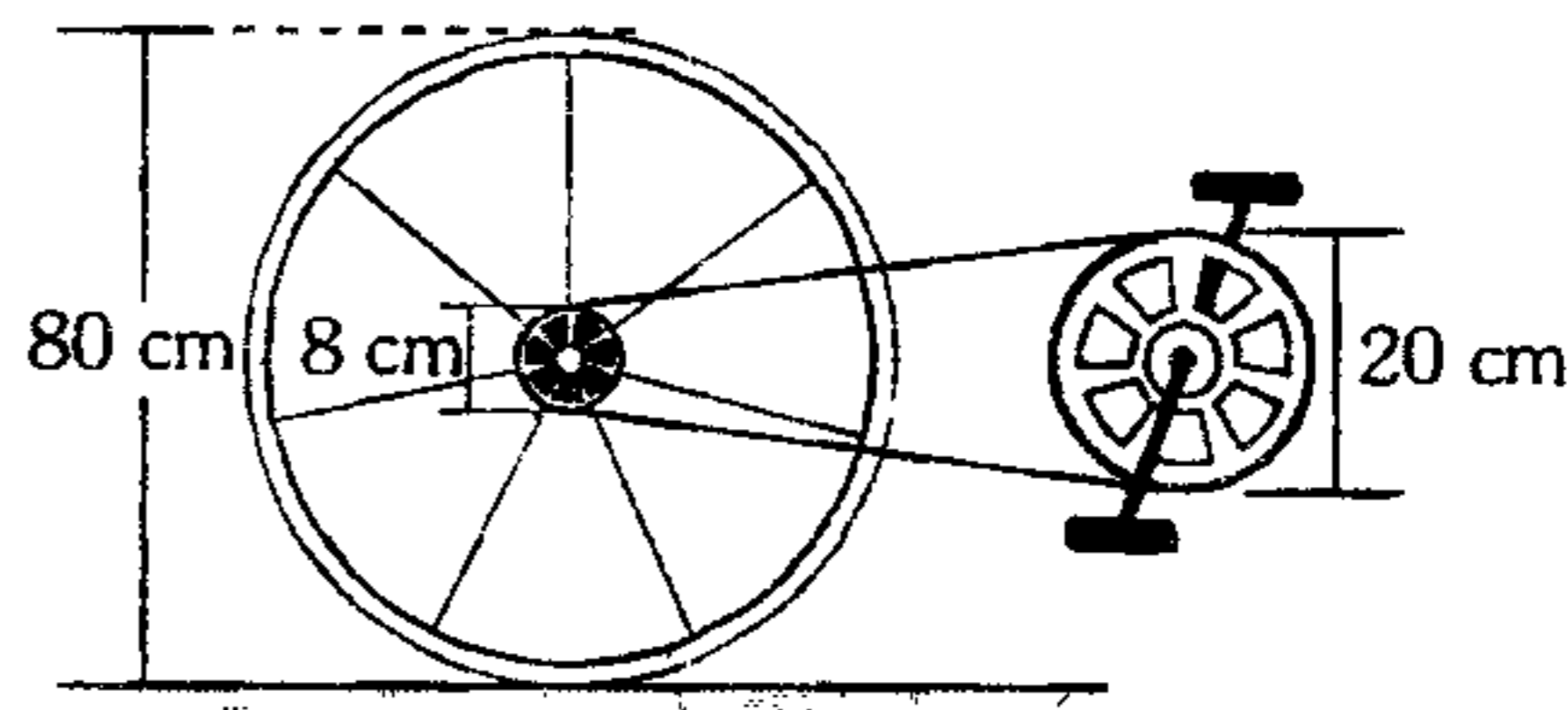
D)  $\frac{400\pi}{9} \text{ m/s}$     E)  $\frac{1600\pi}{9} \text{ m/s}$

72. Si la rueda de  $10 \text{ cm}$  de radio rota con una rapidez angular constante de  $20 \text{ rad/s}$ , ¿con qué rapidez asciende el bloque? ( $r = 5 \text{ cm}$ )



A)  $10 \text{ cm/s}$     B)  $20 \text{ cm/s}$     C)  $30 \text{ cm/s}$   
D)  $40 \text{ cm/s}$     E)  $50 \text{ cm/s}$

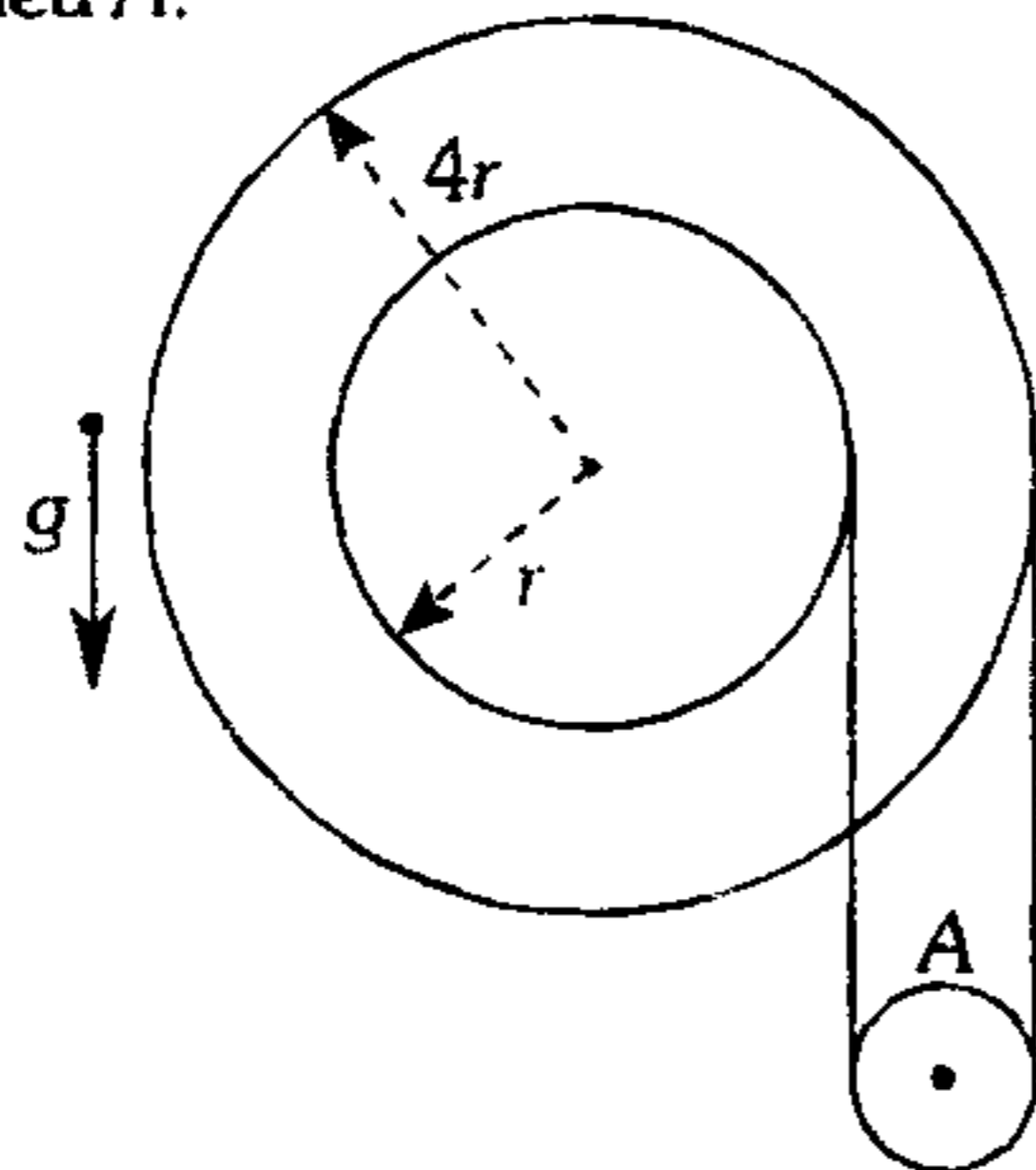
73. El diagrama, muestra el sistema de transmisión de una bicicleta. Si el ciclista da dos pedaleadas por cada segundo, ¿con qué rapidez se traslada la bicicleta?



A)  $\pi \text{ m/s}$     B)  $2\pi \text{ m/s}$     C)  $0,5\pi \text{ m/s}$   
D)  $3\pi \text{ m/s}$     E)  $4\pi \text{ m/s}$

74. Dos discos concéntricos y pegados giran con una velocidad angular constante de 25 rad/s. Si  $r=0,2$  m, determine la rapidez con la cual se mueve la polea A.

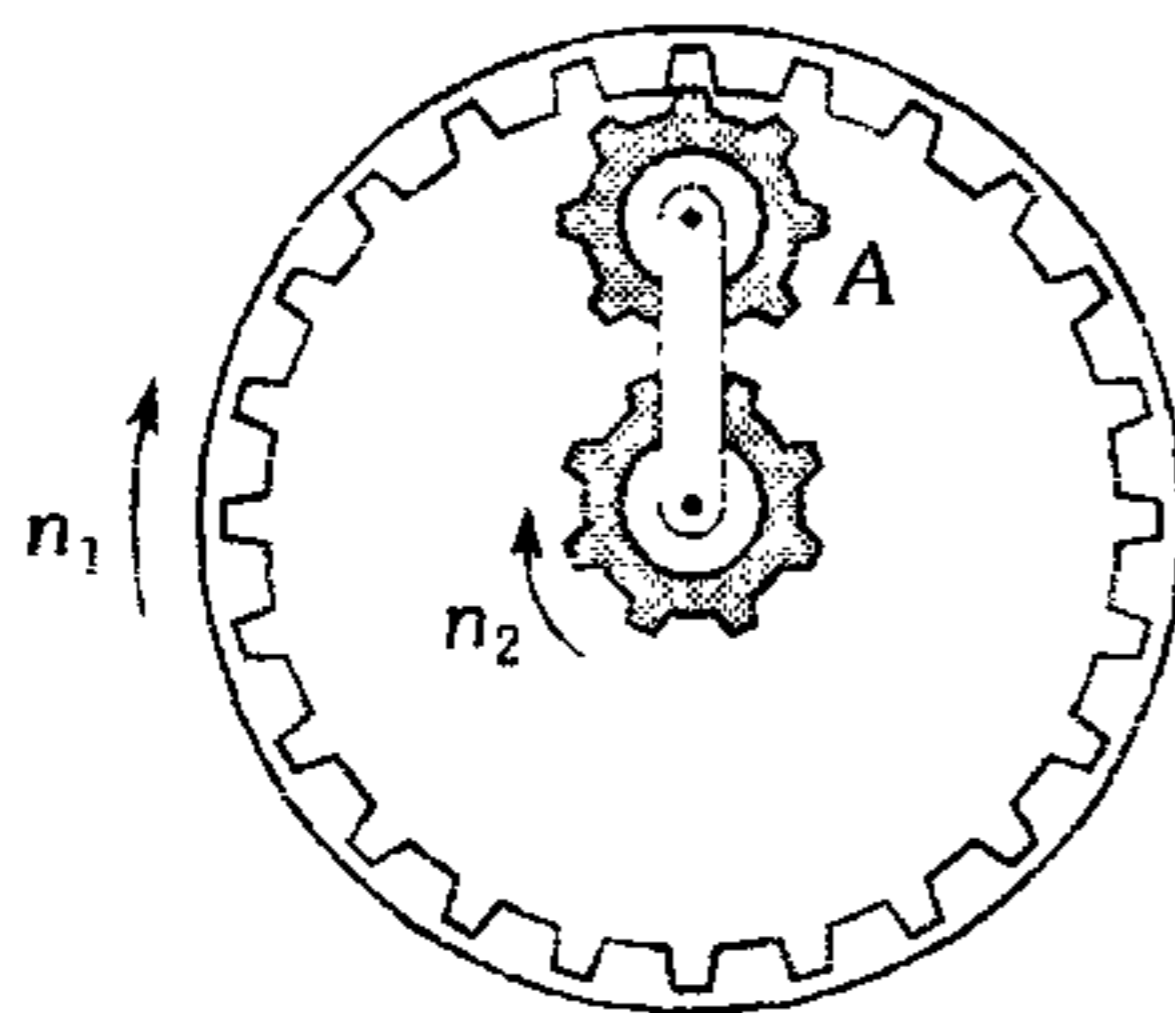
- A) 7,5 m/s  
 B) 20 m/s  
 C) 12,5 m/s  
 D) 15 m/s  
 E) 10 m/s



75. Una bolita está pegada sobre un disco liso de radio  $R$  a una distancia  $R/2$  de su eje de giro. Si el disco gira a 5 RPM y bruscamente se despegla la bolita del disco, ¿después de cuánto tiempo saldrá despedida del disco, si deslizó sin fricción?

- A) 5,5 s      B) 4,4 s      C) 3,3 s  
 D) 2,2 s      E) 1,1 s

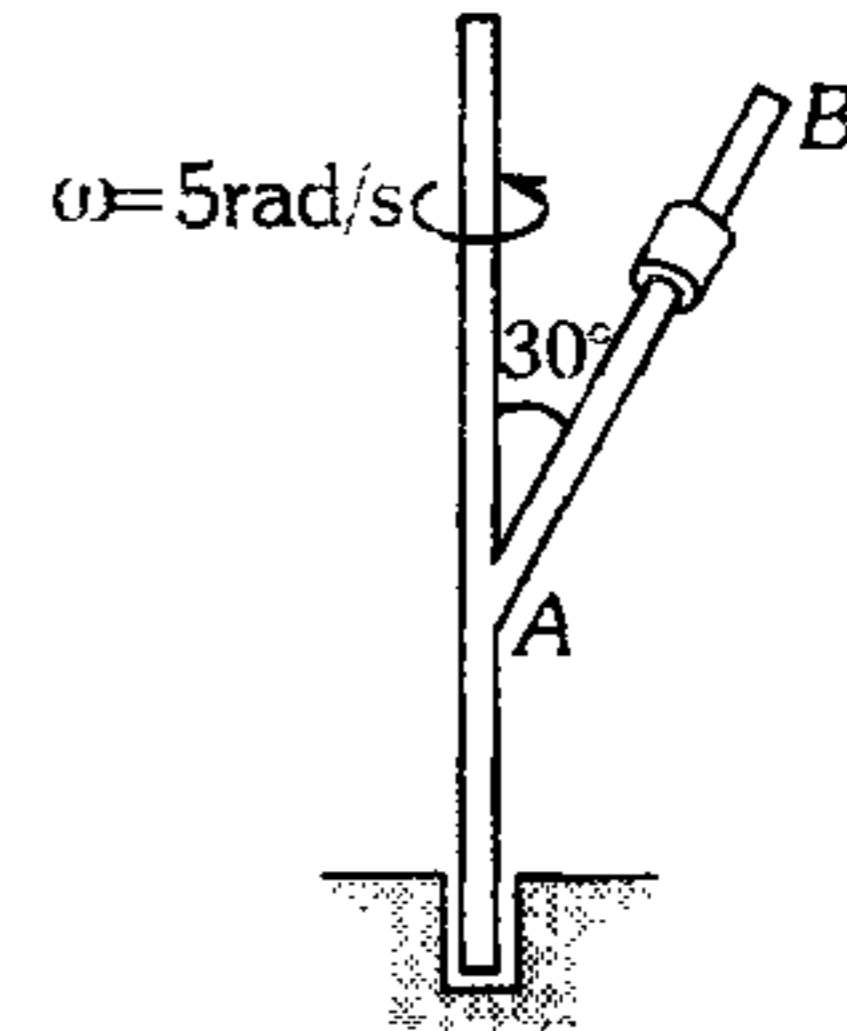
76. Del sistema, ¿qué cantidad de revoluciones alrededor de su eje efectuará el engranaje A si en el mismo tiempo la rueda dentada realiza  $n_1$  revoluciones y el engranaje central,  $n_2$  revoluciones? El radio interior de la rueda dentada es  $R$  y del engranaje central es  $r$ .  $n_1 > n_2$



- A)  $\frac{2(n_1R - n_2r)}{R - r}$       B)  $\frac{n_1R - n_2r}{R - r}$   
 C)  $\frac{2(n_1R - n_2r)}{R}$   
 D)  $\frac{n_1R - n_2r}{r}$       E)  $\frac{2n_1n_2R}{r^2}$

77. Determine el módulo de la velocidad del collarín cuando se encuentra a 2 m del punto A, sabiendo que el collarín desciende con velocidad constante de 5 m/s respecto del eje AB.

- A)  $5\sqrt{2}$  m/s  
 B) 5 m/s  
 C) 10 m/s  
 D)  $4\sqrt{2}$  m/s  
 E) 12 m/s



**M.C.U.V.**

78. Diga cuántas proposiciones son verdaderas.
- En el M.C.U.V. la aceleración tangencial siempre es constante.
  - En el M.C.U.V. la aceleración angular siempre es constante.
  - En el M.C.U.V. la aceleración tangencial y la velocidad tangencial siempre tienen la misma dirección.

- A) 0      B) 1      C) 2  
 D) 3      E) N.A.

79. Determine el módulo de la aceleración angular de una polea si después de 2 s de comenzar su movimiento de rotación uniformemente acelerado, la aceleración instantánea de un punto de la polea forma  $60^\circ$  con la velocidad instantánea de este mismo punto.

- A) 0,15 rad/s<sup>2</sup>      B) 0,35 rad/s<sup>2</sup>  
 C) 0,43 rad/s<sup>2</sup>  
 D) 0,56 rad/s<sup>2</sup>      E) 0,68 rad/s<sup>2</sup>

80. Un cuerpo se mueve describiendo una circunferencia de 1 m de radio con una rapidez que aumenta linealmente con el tiempo según  $V=3t$ (m/s). Halle la aceleración del cuerpo en el instante  $t=2$ s.

- A) 31,3 m/s<sup>2</sup>      B) 36,1 m/s<sup>2</sup>      C) 26,6 m/s<sup>2</sup>  
 D) 21,5 m/s<sup>2</sup>      E) 18,3 m/s<sup>2</sup>

81. Una partícula inicia su movimiento y se mueve sobre una circunferencia efectuando un movimiento circunferencial uniformemente variado de tal manera que en el tercer segundo el radio barre un área de  $4 \text{ cm}^2$ . ¿Qué área barrerá en el octavo segundo de su movimiento?

- A)  $4 \text{ cm}^2$     B)  $8 \text{ cm}^2$     C)  $10 \text{ cm}^2$   
 D)  $12 \text{ cm}^2$     E)  $16 \text{ cm}^2$

82. Un disco inicia su movimiento rotacional incrementando su rapidez angular en  $4\pi \text{ rad/s}$  en cada segundo. Calcule el número de vueltas que da en el quinto segundo de su movimiento.

- A) 3    B) 4    C) 6  
 D) 8    E) 9

83. Una polea en cierto momento tiene una rapidez angular  $\omega$  y cuatro segundos después triplica su rapidez angular, si en el siguiente segundo logra dar 52 vueltas ¿cuánto es su aceleración angular en  $\text{rev/s}^2$ ?

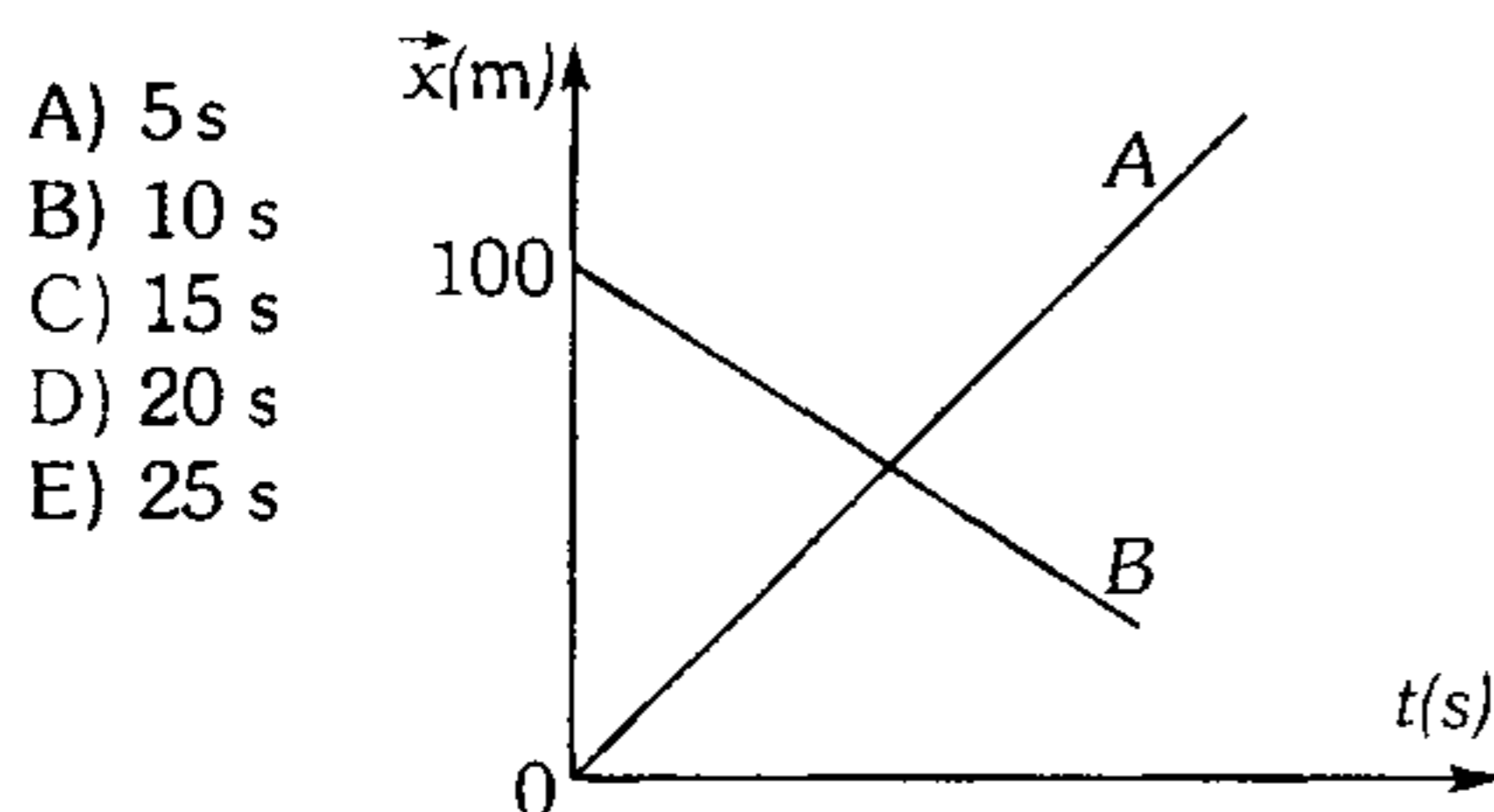
- A) 7    B) 8    C) 9  
 D) 10    E) 12

84. Un muchacho en bicicleta se dirige hacia el norte, desacelera al acercarse a un cruce. La aceleración angular de las llantas apunta hacia

- A) el norte.    B) el sur.    C) el este.  
 D) el oeste.    E) hacia abajo.

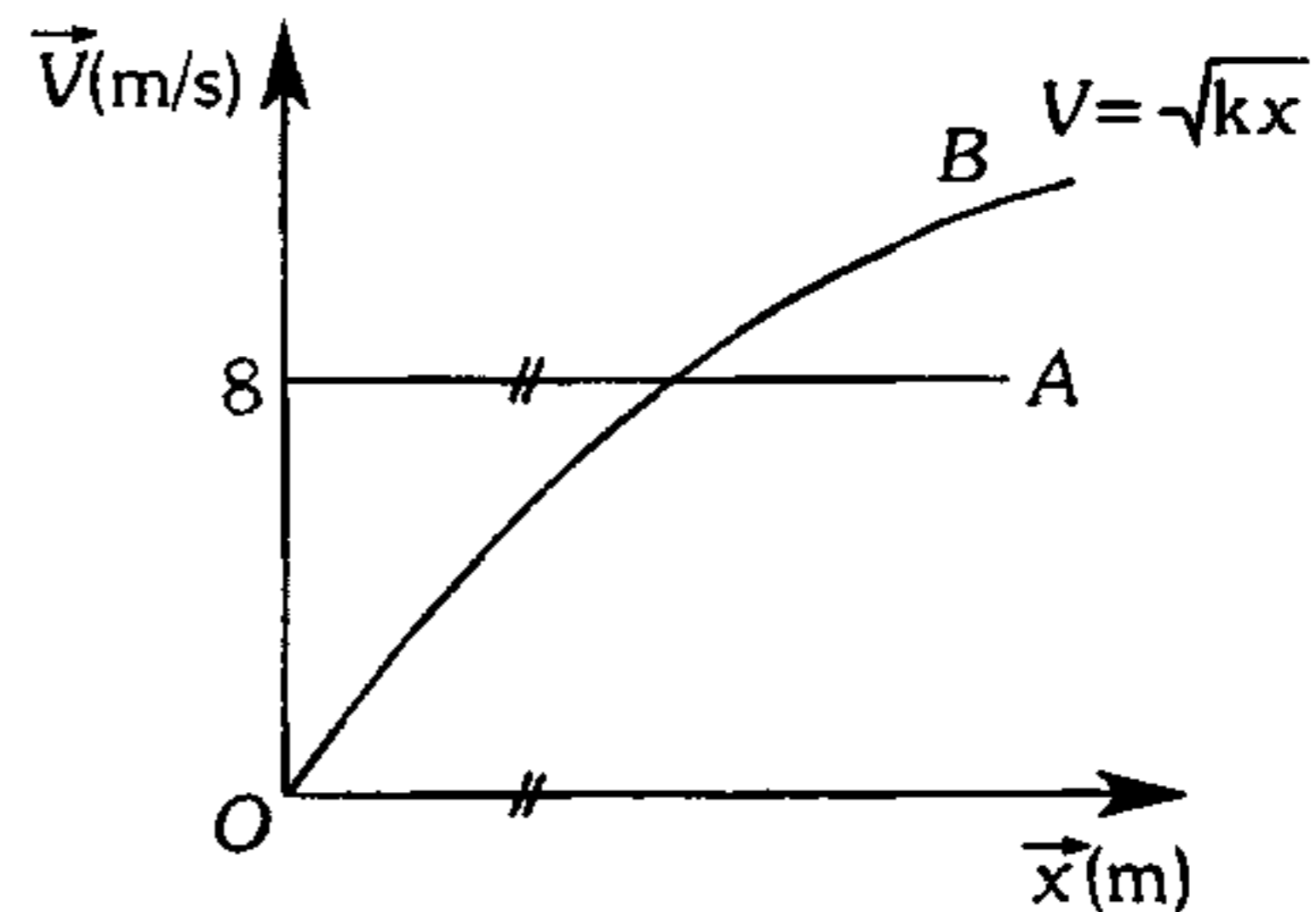
### Gráficas

85. Se muestra la gráfica posición-tiempo de 2 móviles A y B. Si el móvil A tiene una rapidez de  $10 \text{ m/s}$ ; y B,  $20 \text{ m/s}$ ; determine luego ¿cuánto tiempo a partir del instante  $t=0$  estarán separados el doble de la distancia inicial?



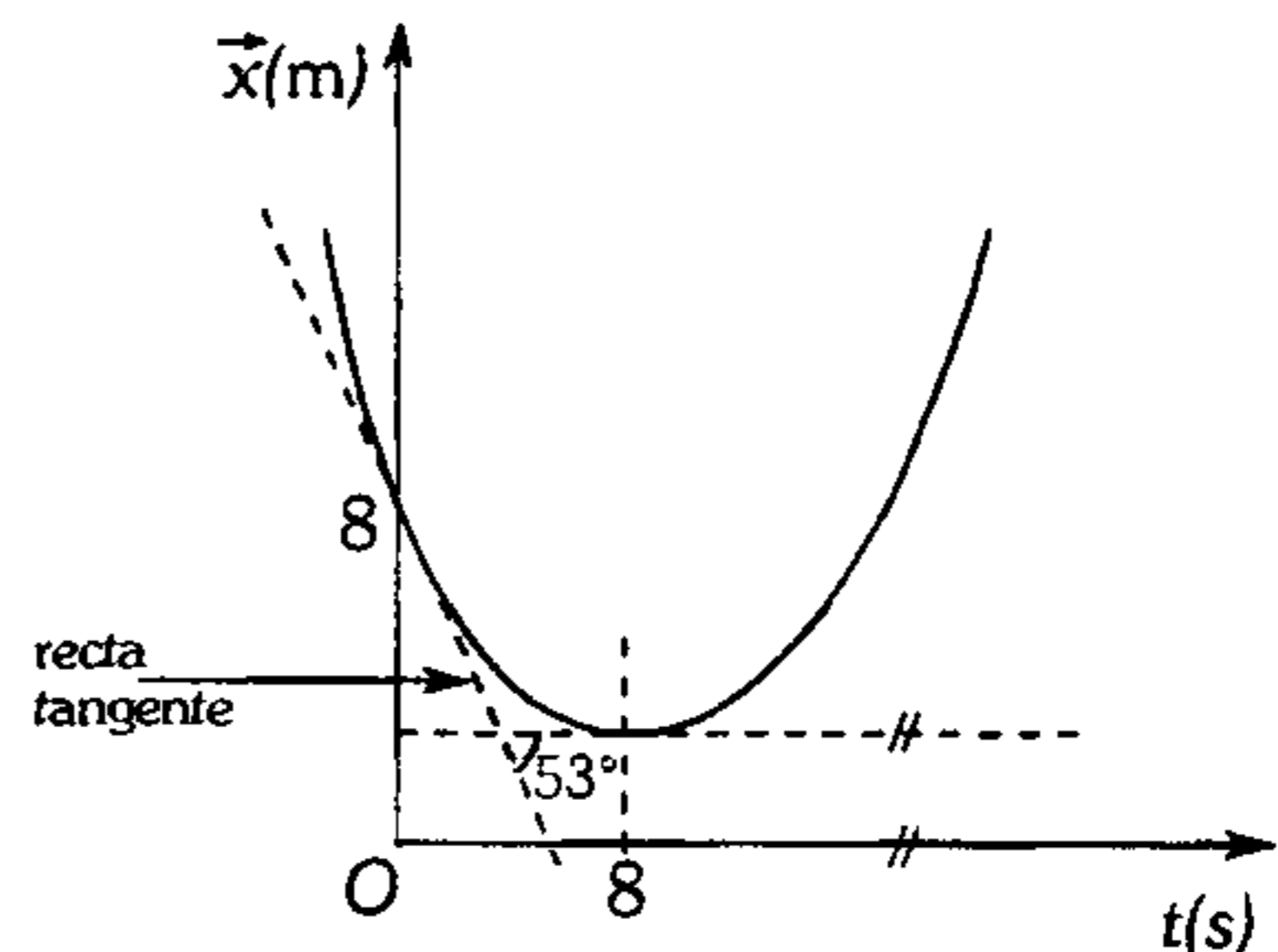
- A) 5 s  
 B) 10 s  
 C) 15 s  
 D) 20 s  
 E) 25 s

86. Un móvil A recorre una línea recta con una velocidad constante y delante de él un cuerpo B inicia su movimiento. La gráfica adjunta muestra como varía la velocidad con la posición de ambos móviles. Determine la aceleración de B sabiendo que A lo alcanza y se encuentra junto a él por una sola vez, en la posición  $x=16 \text{ m}$ .



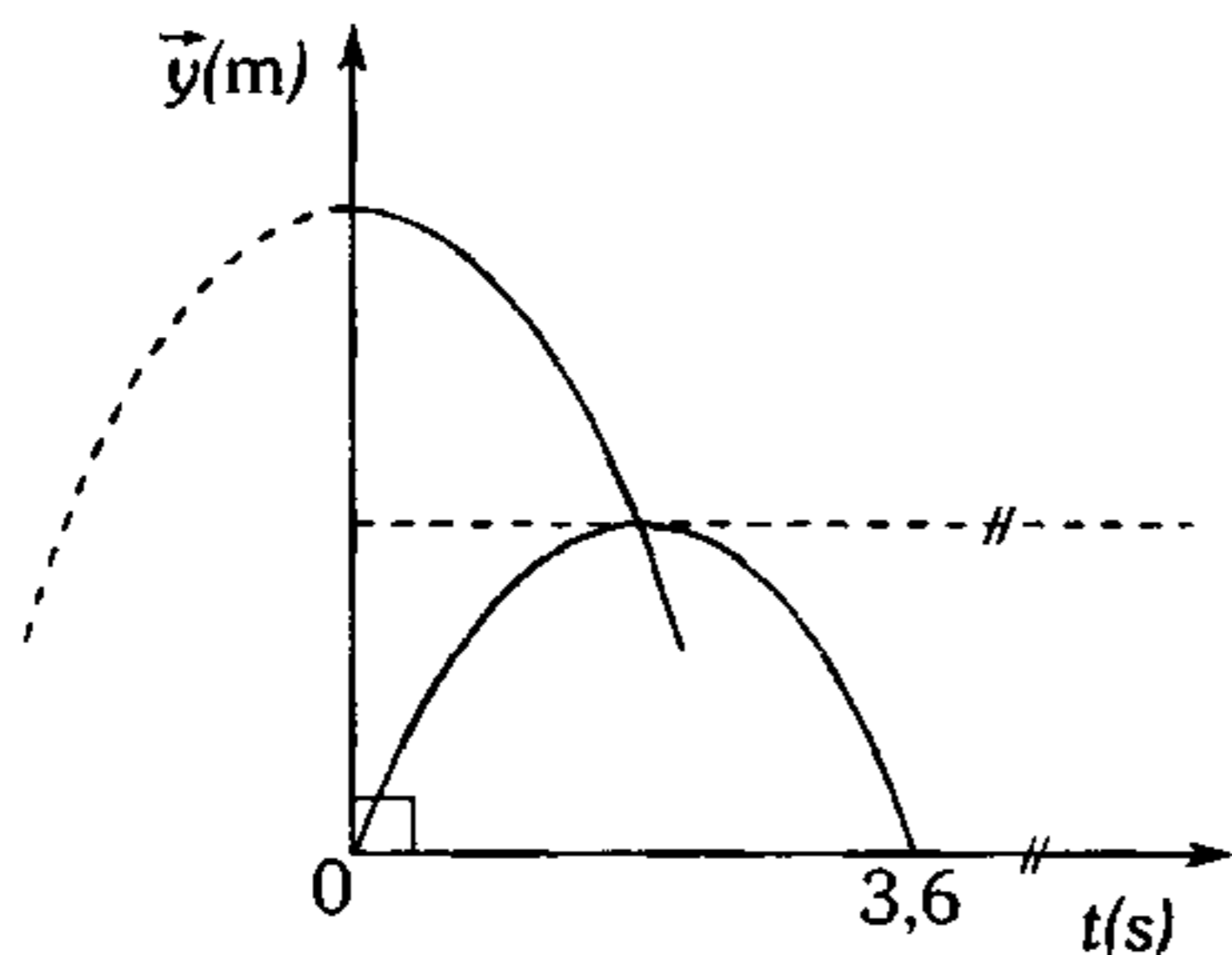
- A)  $1 \text{ m/s}^2$     B)  $5 \text{ m/s}^2$     C)  $3 \text{ m/s}^2$   
 D)  $8 \text{ m/s}^2$     E)  $2 \text{ m/s}^2$

87. La gráfica  $(\vec{x}-t)$  corresponde al M.R.U.V. de una partícula. Con respecto a ello podemos afirmar:



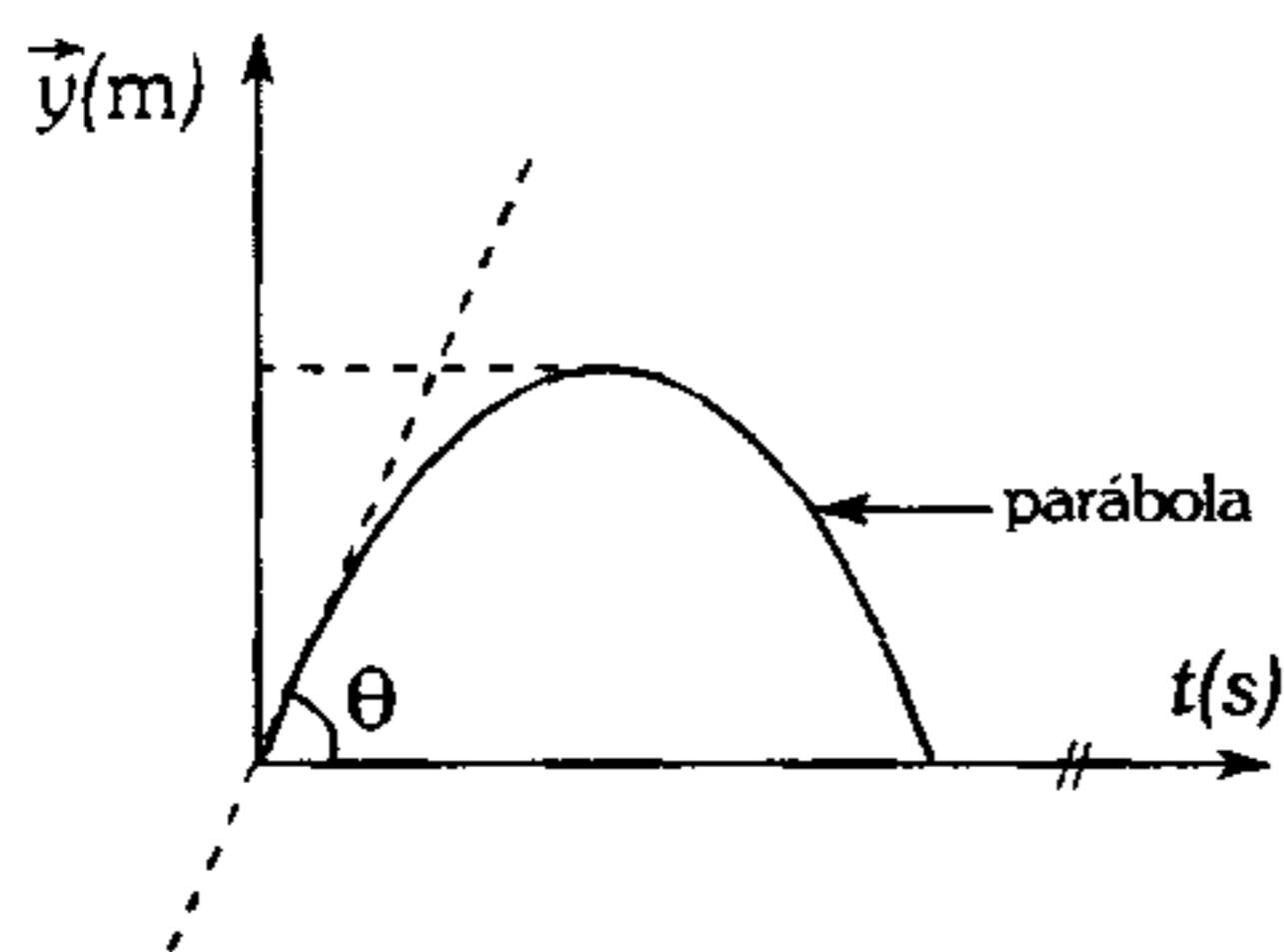
- A) En el instante  $t=0$  el cuerpo posee una rapidez de  $8 \text{ m/s}$ .  
 B) La aceleración de la partícula tiene un valor de  $\left(\frac{4}{3}\right) \text{ m/s}^2$   
 C) Después de  $t=8 \text{ s}$  la partícula se dirige hacia la izquierda.  
 D) En los 8 primeros segundos la partícula desacelera.  
 E) Todas son incorrectas.

88. Los gráficos posición ( $\vec{y}$ ) versus el tiempo ( $t$ ) mostrados corresponden a 2 esferas pequeñas que se mueven verticalmente. Determine la altura que las separaba inicialmente.



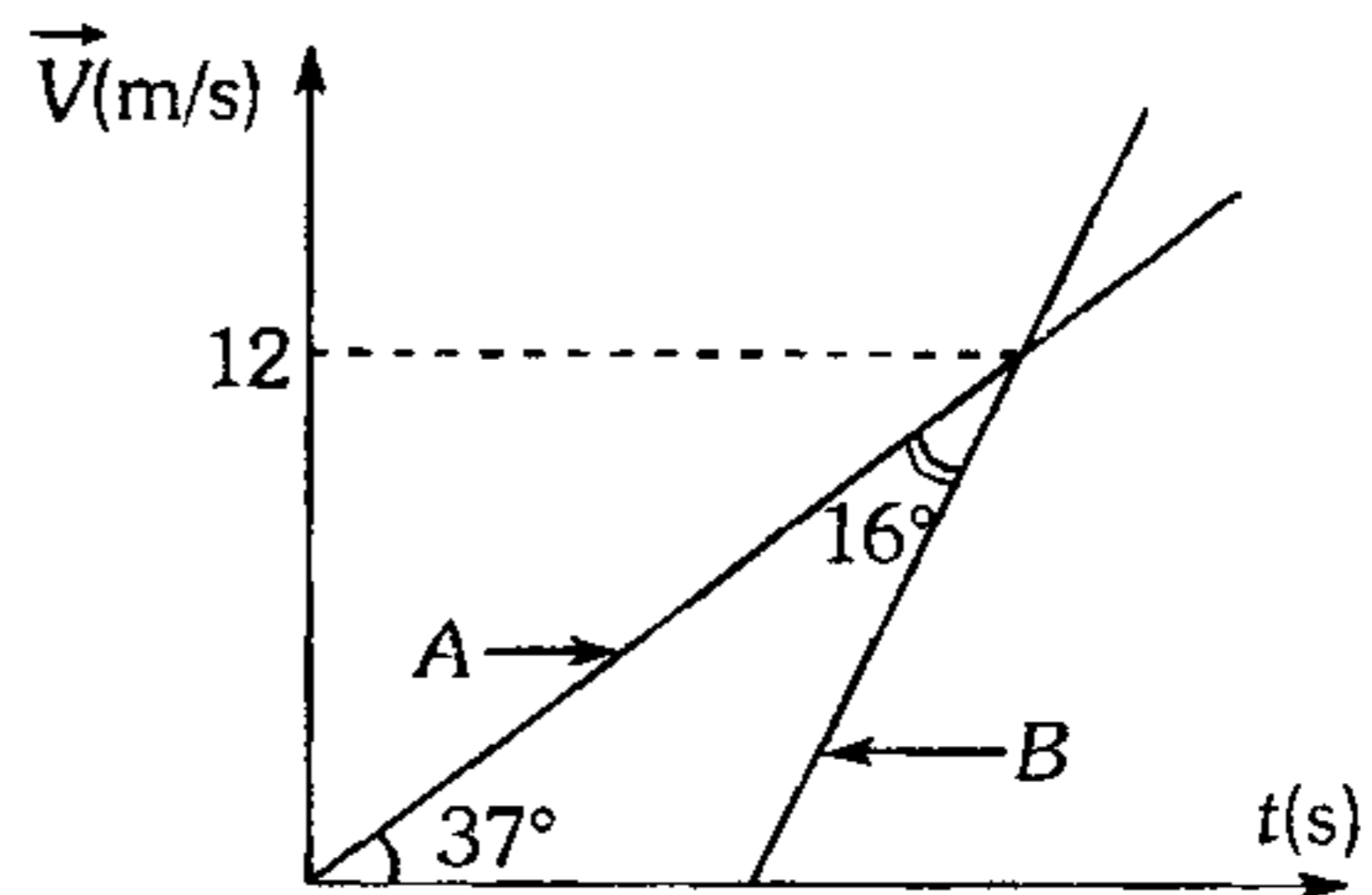
- A) 35 m      B) 32 m      C) 35,4 m  
D) 32,4 m      E) 36,4 m

89. Una pelota experimenta un movimiento vertical tal que su posición respecto del punto de lanzamiento varía según la gráfica. Si  $\tan \theta = 20$ , determine la posición de la pelota en  $t=3$  s. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



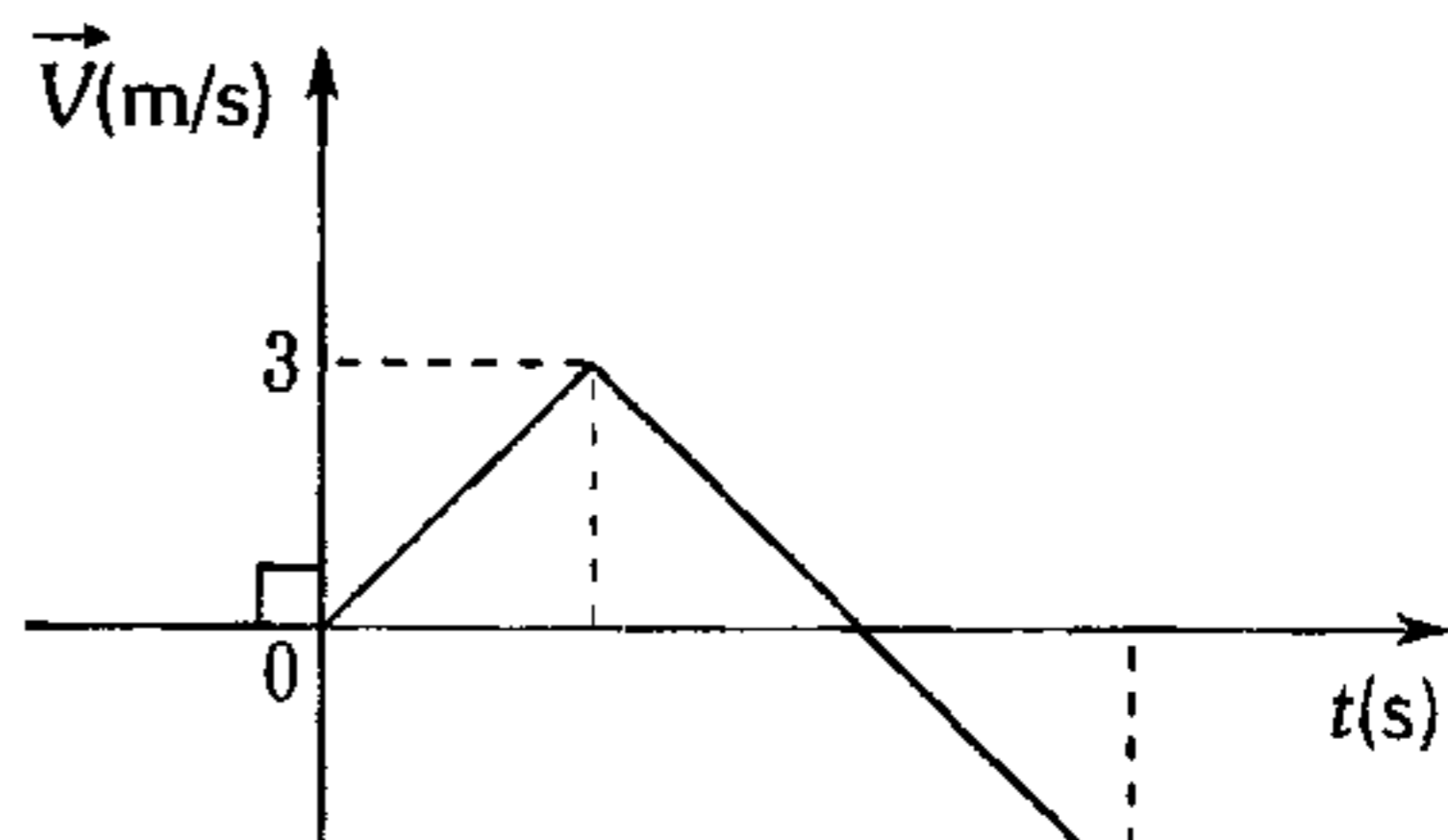
- A) (15;10) m      B) (15;0) m  
C) (0;15) m  
D) (10;10) m      E) (20;0) m

90. Se indica la gráfica de la velocidad ( $\vec{V}$ ) versus el tiempo ( $t$ ) de dos móviles A y B que se desplazan sobre una línea recta y que parten de una misma posición. Al cabo de qué tiempo se vuelven a encontrar en una misma posición.



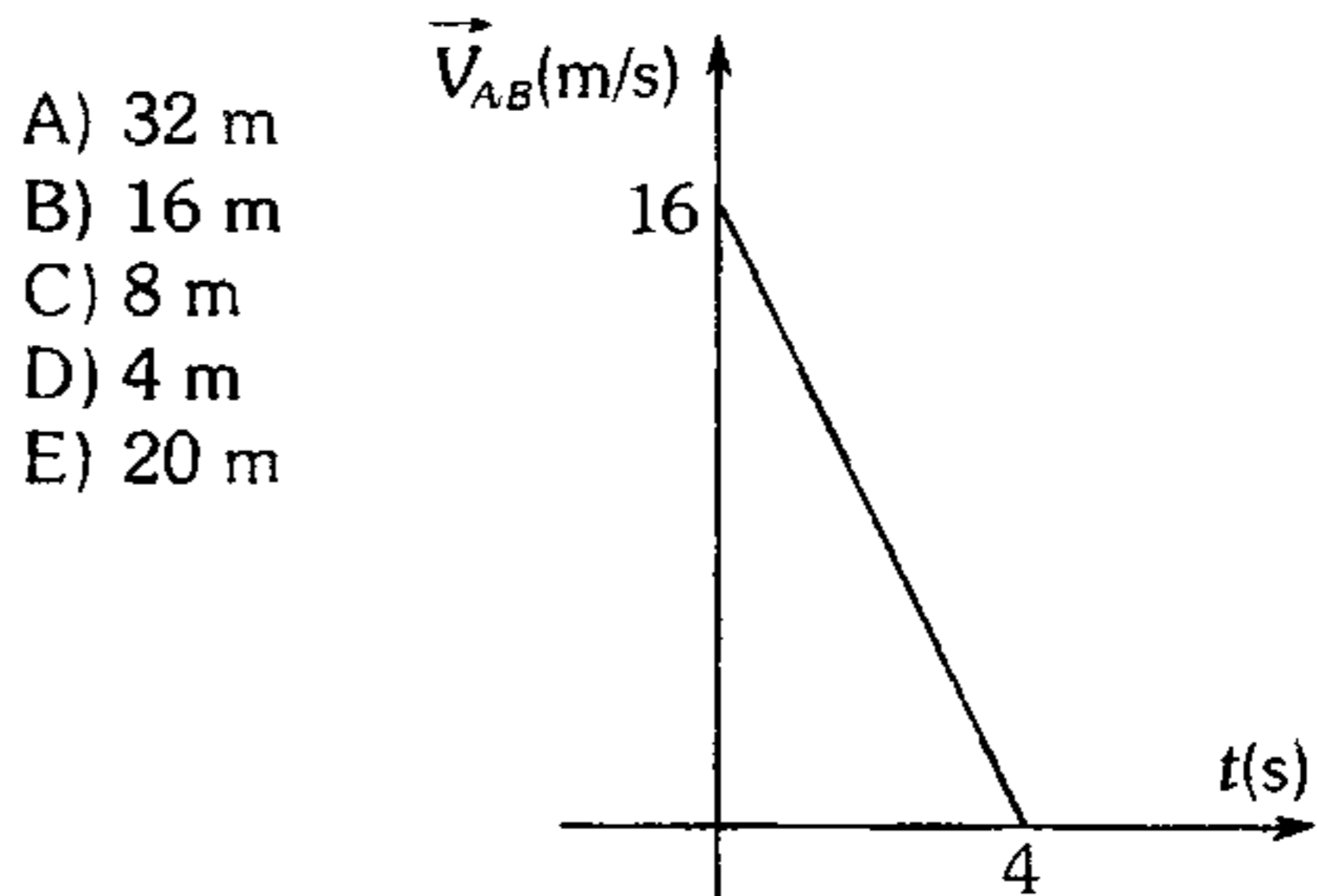
- A) 24 s      B) 10 s      C) 7 s  
D) 28 s      E) 14 s

91. Un cuerpo inicia su movimiento con una aceleración constante de  $0,75 \text{ m/s}^2$  y su velocidad varía según la gráfica mostrada. ¿Después de qué tiempo aproximadamente de iniciado su movimiento inicia su retorno? Se sabe que después de 20 s se encuentra nuevamente en su punto de partida.



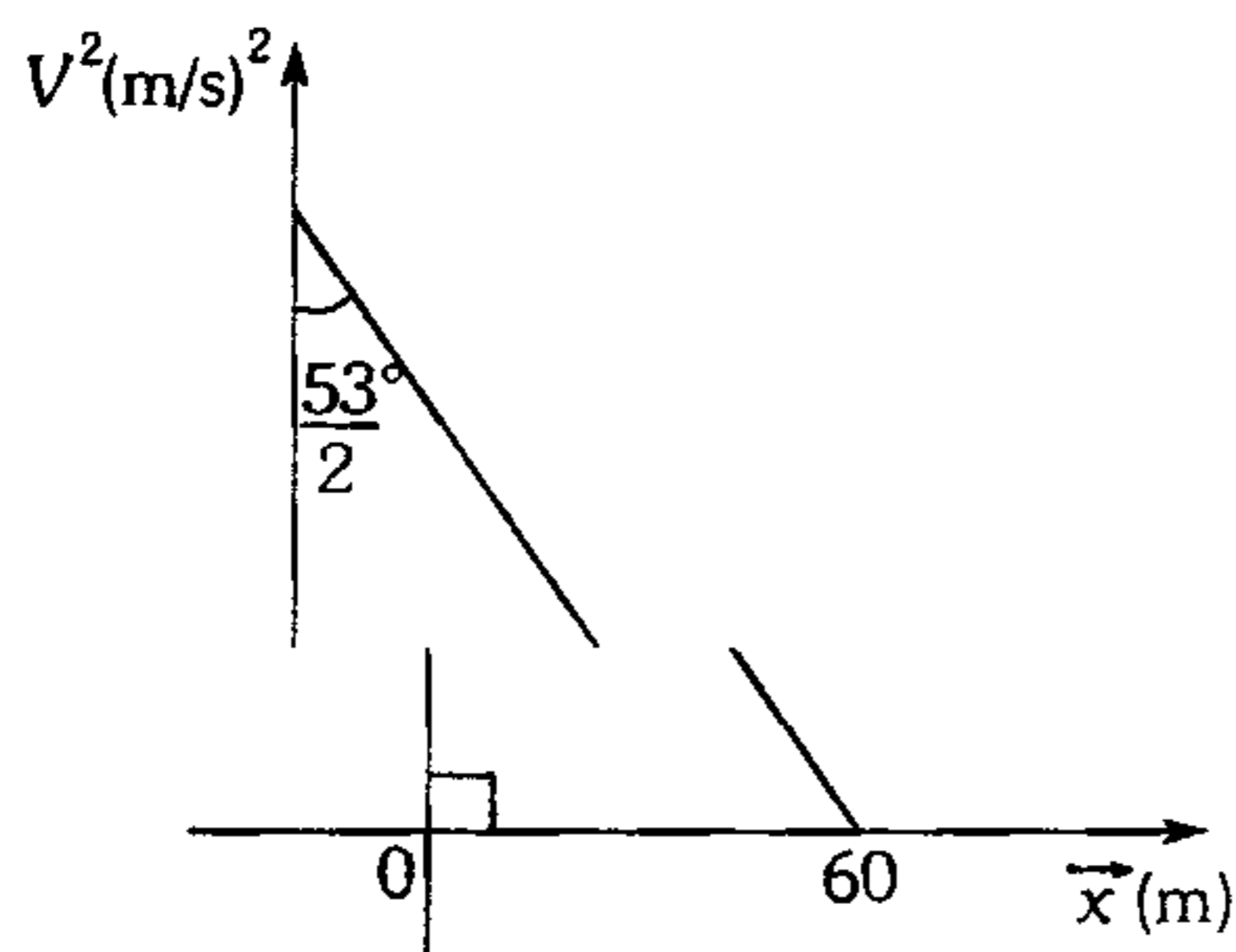
- A) 4 s      B) 7 s      C) 11 s  
D) 19 s      E) 20 s

92. En un determinado instante se logra que un móvil A avance con una velocidad constante, y 40 m delante de él un cuerpo inicia su movimiento en la misma dirección. Si la velocidad de A con respecto a B varía según indica la gráfica adjunta, determine la menor distancia de separación entre ambos móviles.



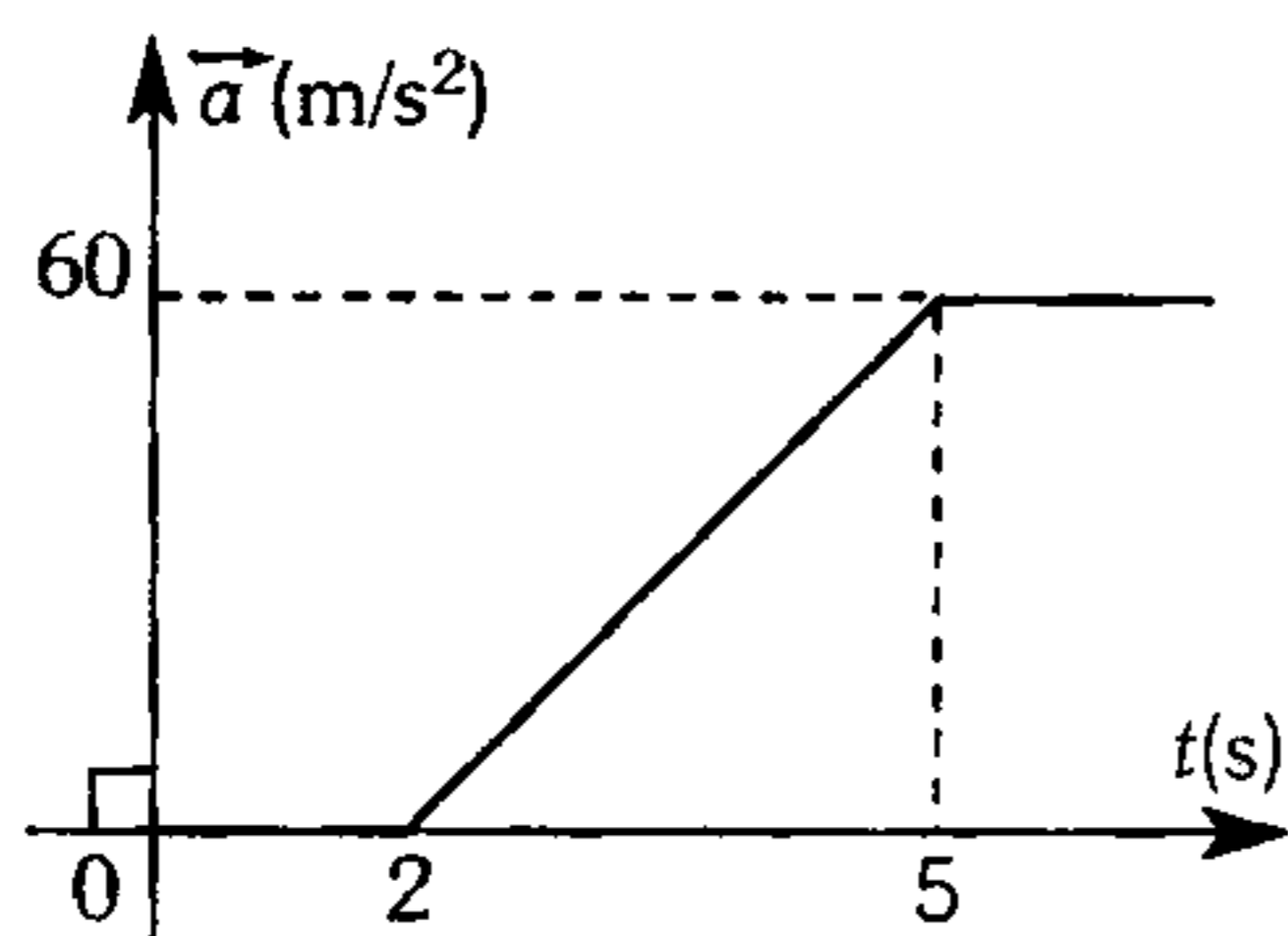
- A) 32 m  
B) 16 m  
C) 8 m  
D) 4 m  
E) 20 m

93. Un cuerpo experimenta un movimiento rectilíneo tal que el cuadrado de su rapidez varía con la posición tal y como se muestra. Considerando que el cuerpo se desplaza hacia la derecha y en el instante  $t_0=0$ :  $\vec{V} = +10 \text{ m/s}$ ; determine la posición del cuerpo en el instante  $t=4 \text{ s}$ .



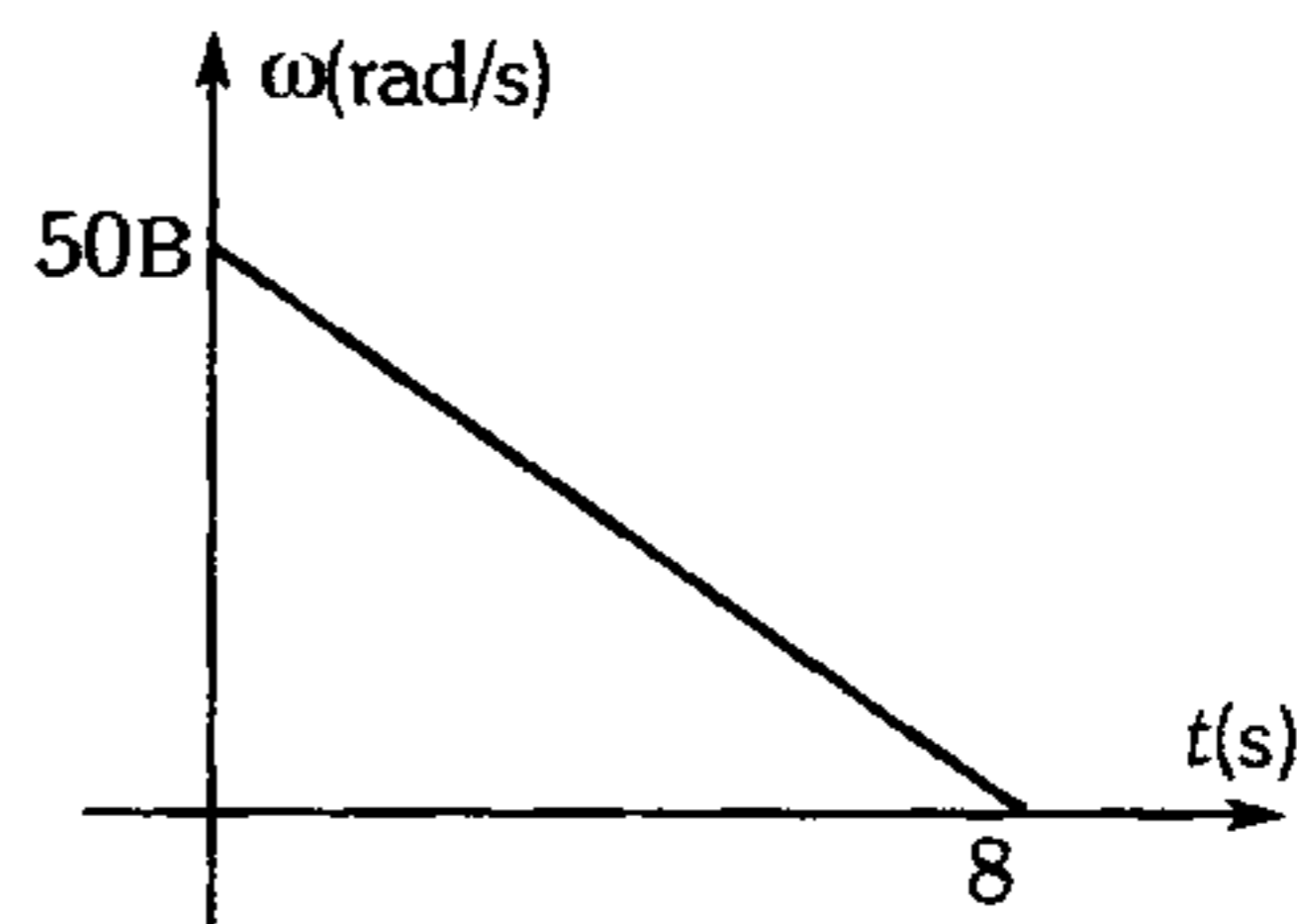
- A) +10 m    B) +46 m    C) +22 m  
D) +32 m    E) +42 m

94. Se indica la gráfica de la aceleración ( $\vec{a}$ ) versus el tiempo ( $t$ ) de un móvil que se desplaza sobre una línea recta. Determine la rapidez del móvil para  $t=4 \text{ s}$ , si para  $t=1 \text{ s}$  la velocidad era de  $3 \text{ m/s}$  a la izquierda.



- A) 43 m/s    B) 83 m/s    C) 40 m/s  
D) 50 m/s    E) 37 m/s

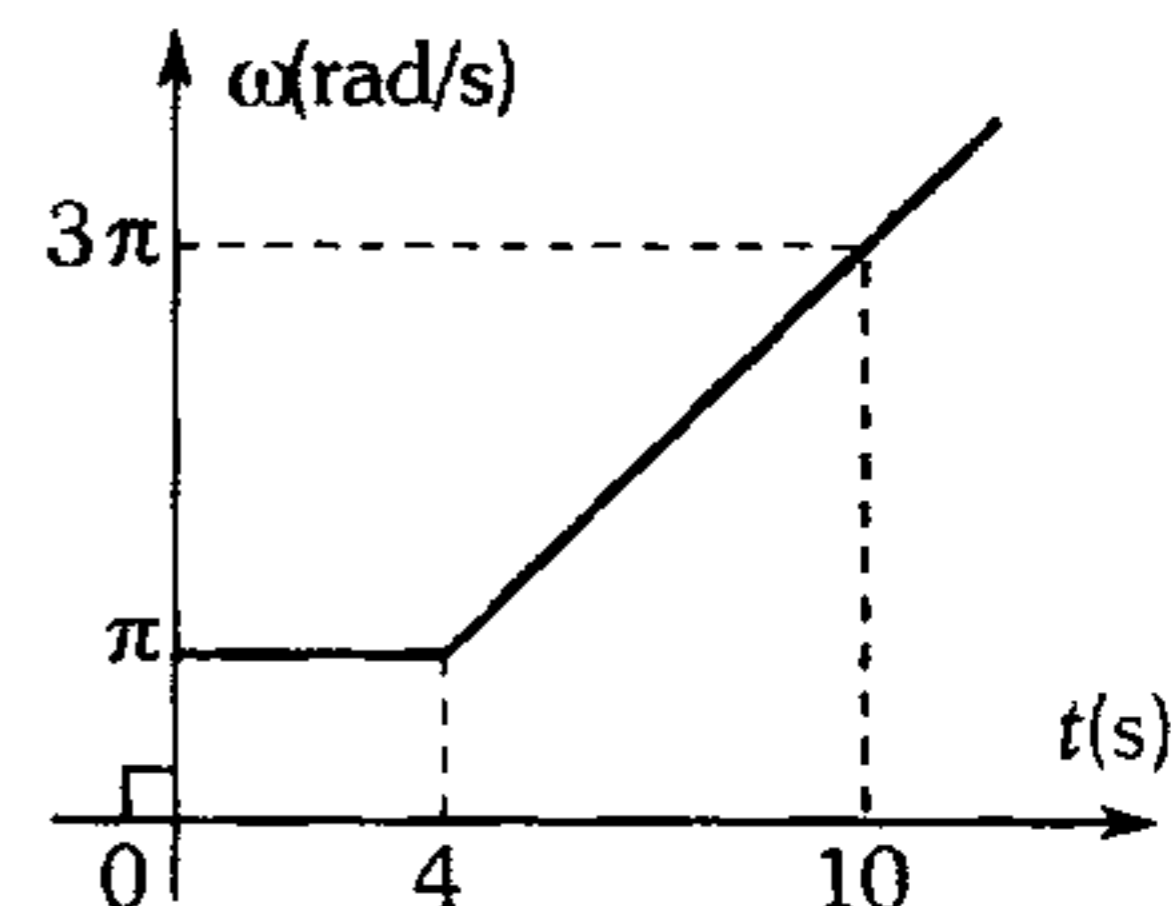
95. Las hélices de un ventilador al ser desconectado experimentan cambios de velocidad angular que varía con el tiempo como indica el gráfico. ¿Cuántas vueltas dio hasta detenerse?



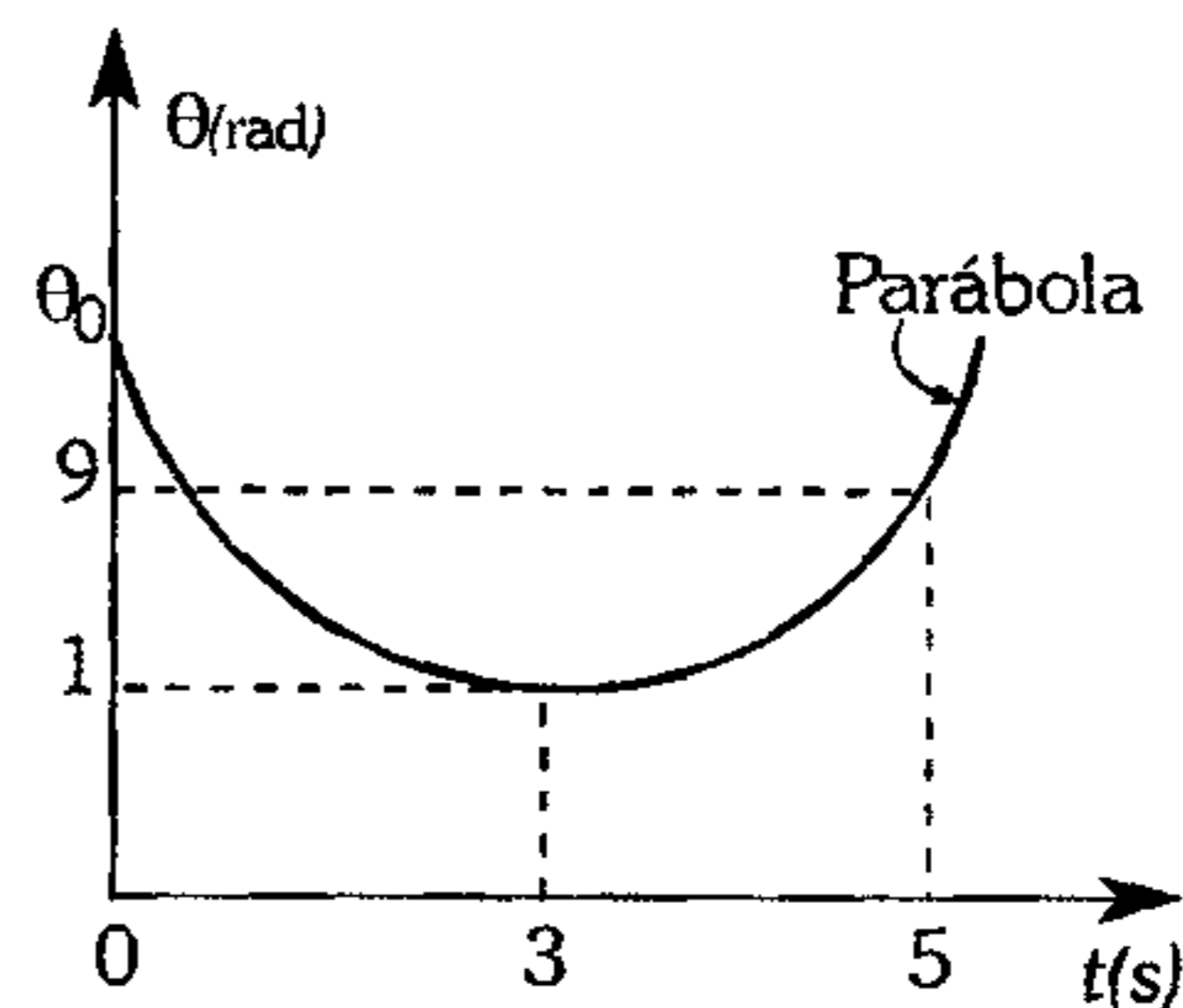
- A) 100    B) 50    C) 200  
D) 50    E) 300

96. Una partícula realiza un movimiento circular con una rapidez angular ( $\omega$ ) que depende del tiempo ( $t$ ) según la gráfica adjunta. Determine el número de vueltas que da una partícula en el intervalo de tiempo  $0 \leq t \leq 10 \text{ s}$ .

- A) 10  
B) 4  
C) 6  
D) 8  
E) 16



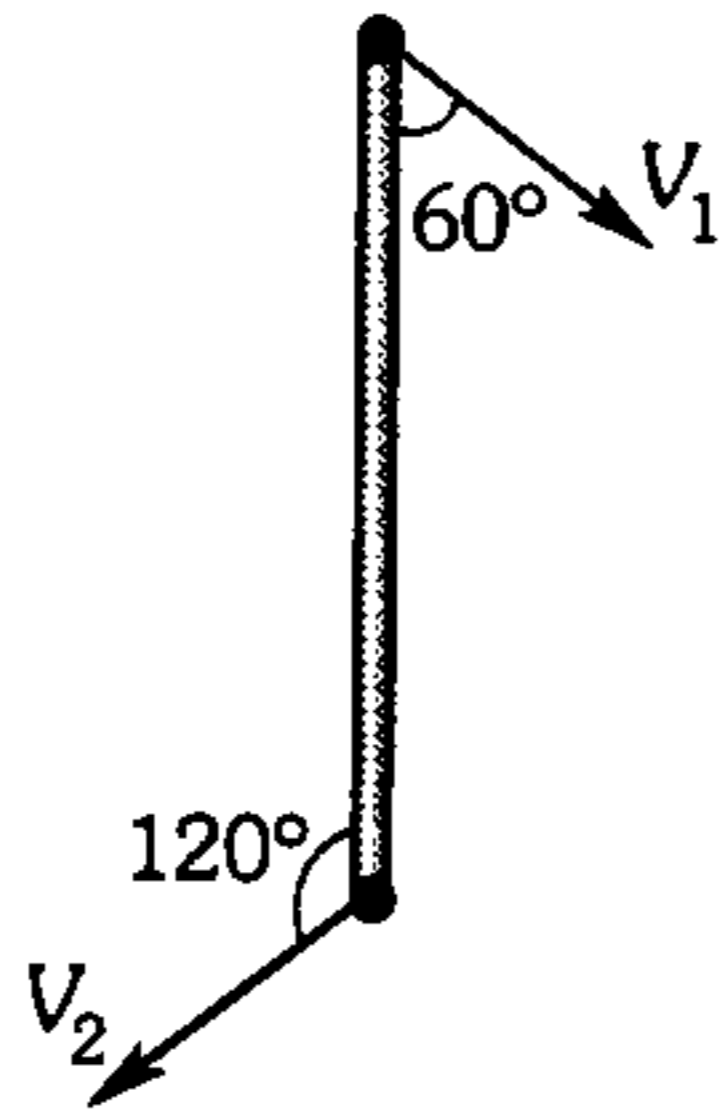
97. Una partícula efectúa un MCUV donde su desplazamiento angular ( $\theta$ ) varía con el tiempo ( $t$ ) como se muestra en la gráfica adjunta. Determine el módulo de su aceleración angular y  $\theta_0$ .



- A)  $4 \text{ rad/s}^2$  y  $19 \text{ rad}$   
B)  $5 \text{ rad/s}^2$  y  $19 \text{ rad}$   
C)  $4 \text{ rad/s}^2$  y  $18 \text{ rad}$   
D)  $3 \text{ rad/s}^2$  y  $18 \text{ rad}$   
E)  $2 \text{ rad/s}^2$  y  $20 \text{ rad}$

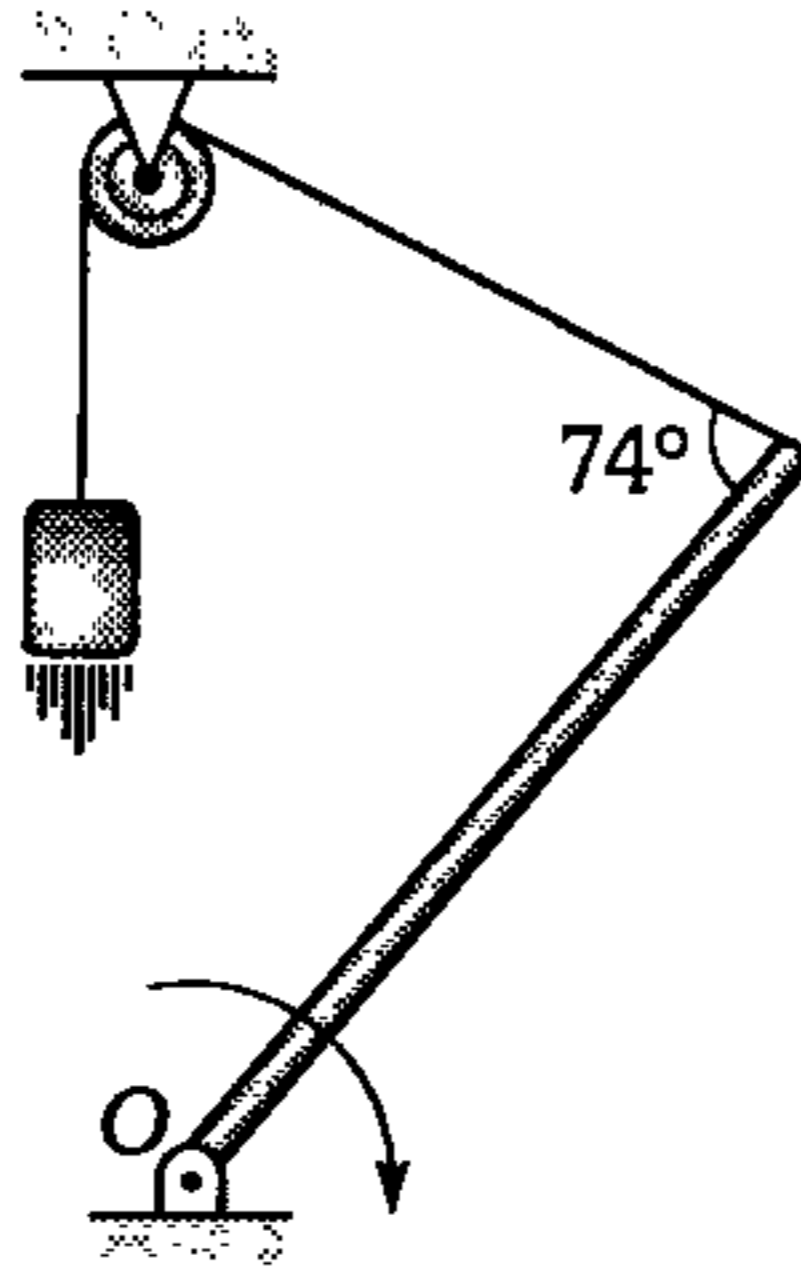
98. ¿En qué relación están los módulos de las velocidades  $V_1$  y  $V_2$  si las partículas están unidas a una varilla rígida?

- A) 1,5
- B) 2
- C) 3
- D) 1
- E) 4

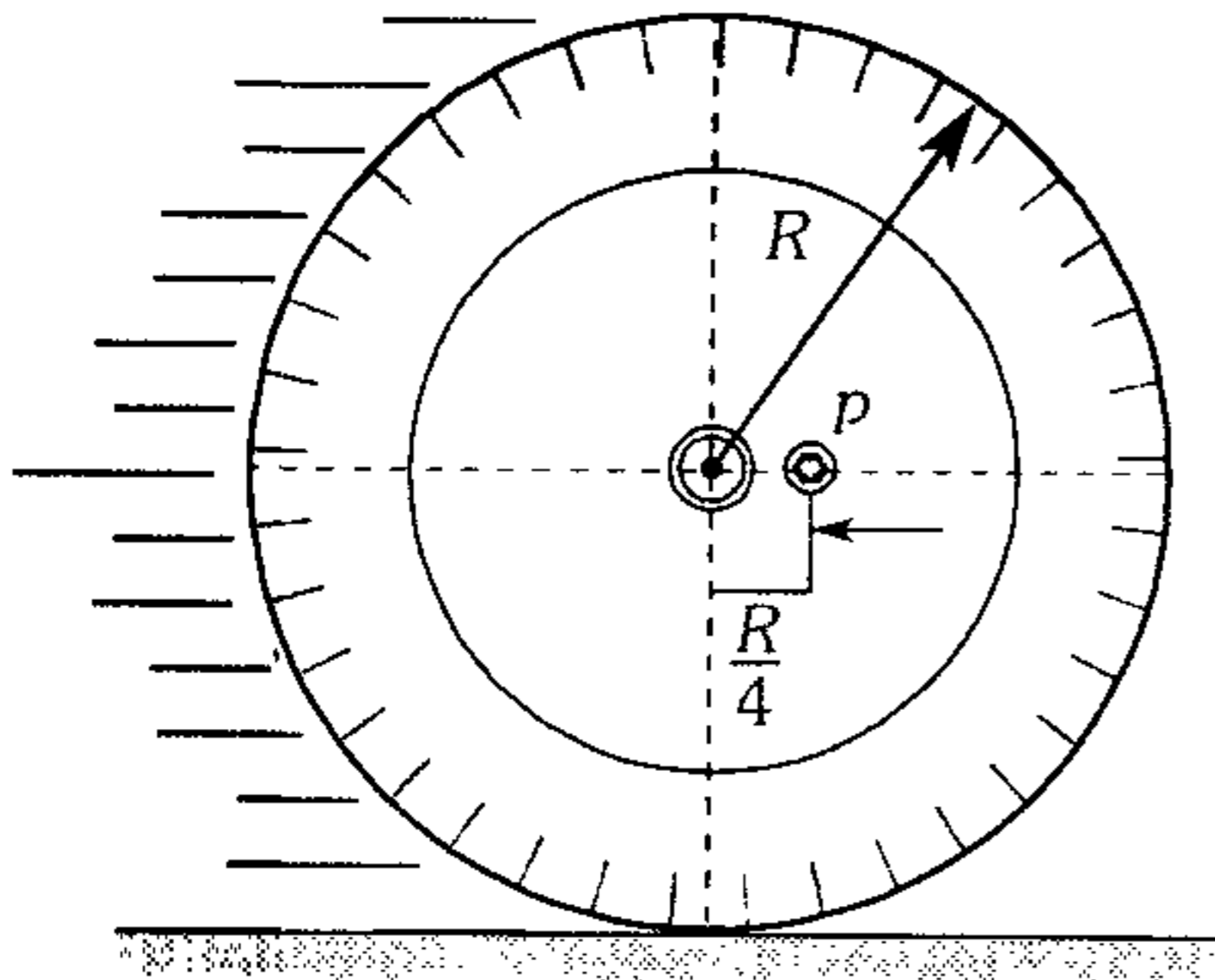


99. En el instante mostrado la barra articulada en  $O$  rota con una rapidez angular de  $2 \text{ rad/s}$ . Si la longitud de la barra es  $50 \text{ cm}$ ; ¿qué rapidez tiene el bloque en dicho instante?

- A)  $100 \text{ cm/s}$
- B)  $48 \text{ cm/s}$
- C)  $96 \text{ cm/s}$
- D)  $50 \text{ cm/s}$
- E)  $14 \text{ cm/s}$



100. En el gráfico se muestra la llanta de un camión cuya rapidez es de  $144 \text{ km/h}$ . Si el perno  $p$  se desprende en la posición mostrada, calcule la rapidez con la que lo hace (aproximadamente).

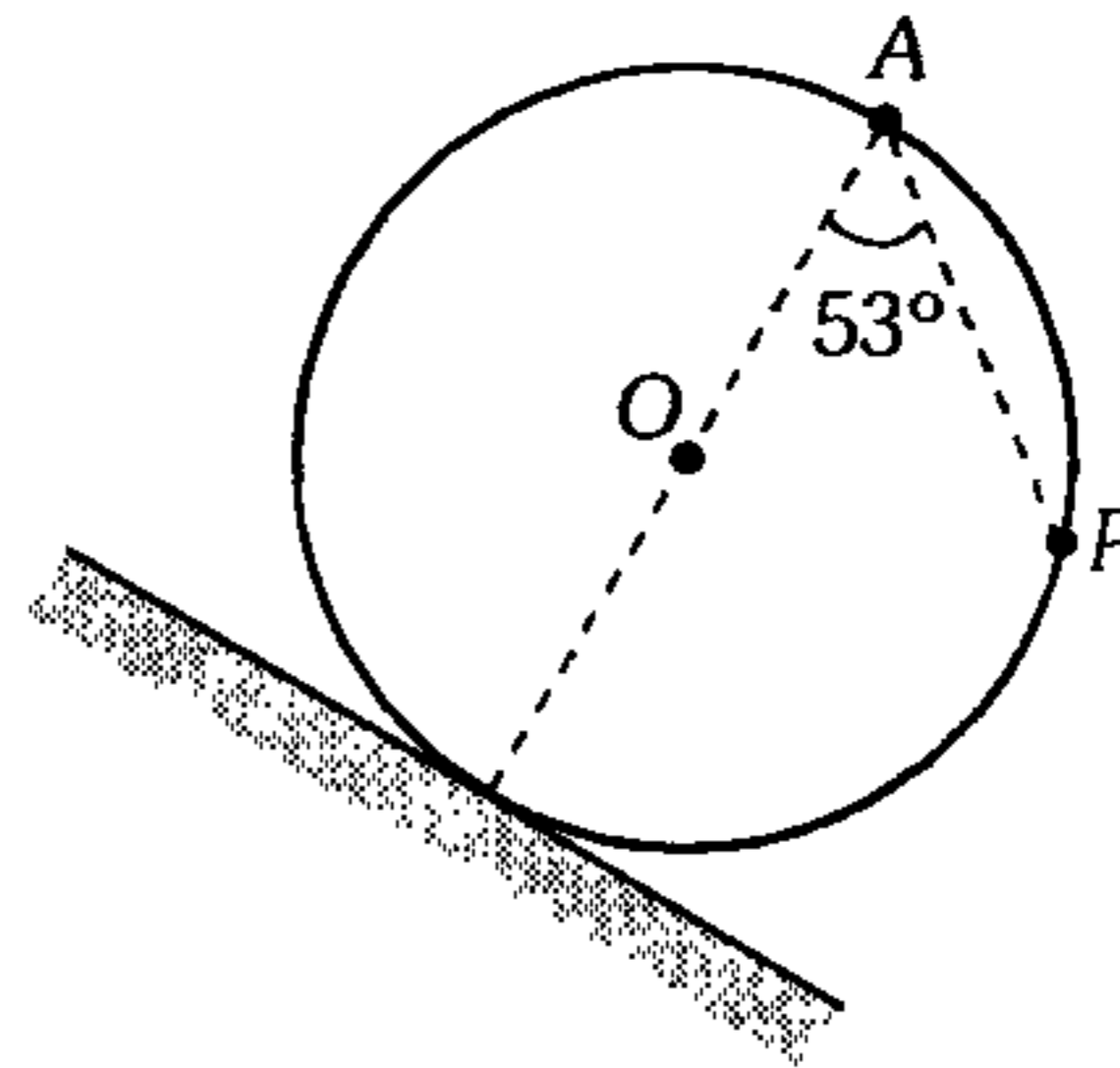


- A)  $144 \text{ km/h}$
- B)  $154 \text{ km/h}$
- C)  $72 \text{ km/h}$
- D)  $148 \text{ km/h}$
- E)  $200 \text{ km/h}$

101. El eje de la llanta de una bicicleta que se traslada en una pista horizontal rota a razón de  $6 \text{ rad/s}$ . El radio de la llanta es  $0,5 \text{ m}$ . ¿Con qué rapidez avanza la bicicleta? y ¿qué rapidez tiene el punto más alto de la periferia de la llanta?

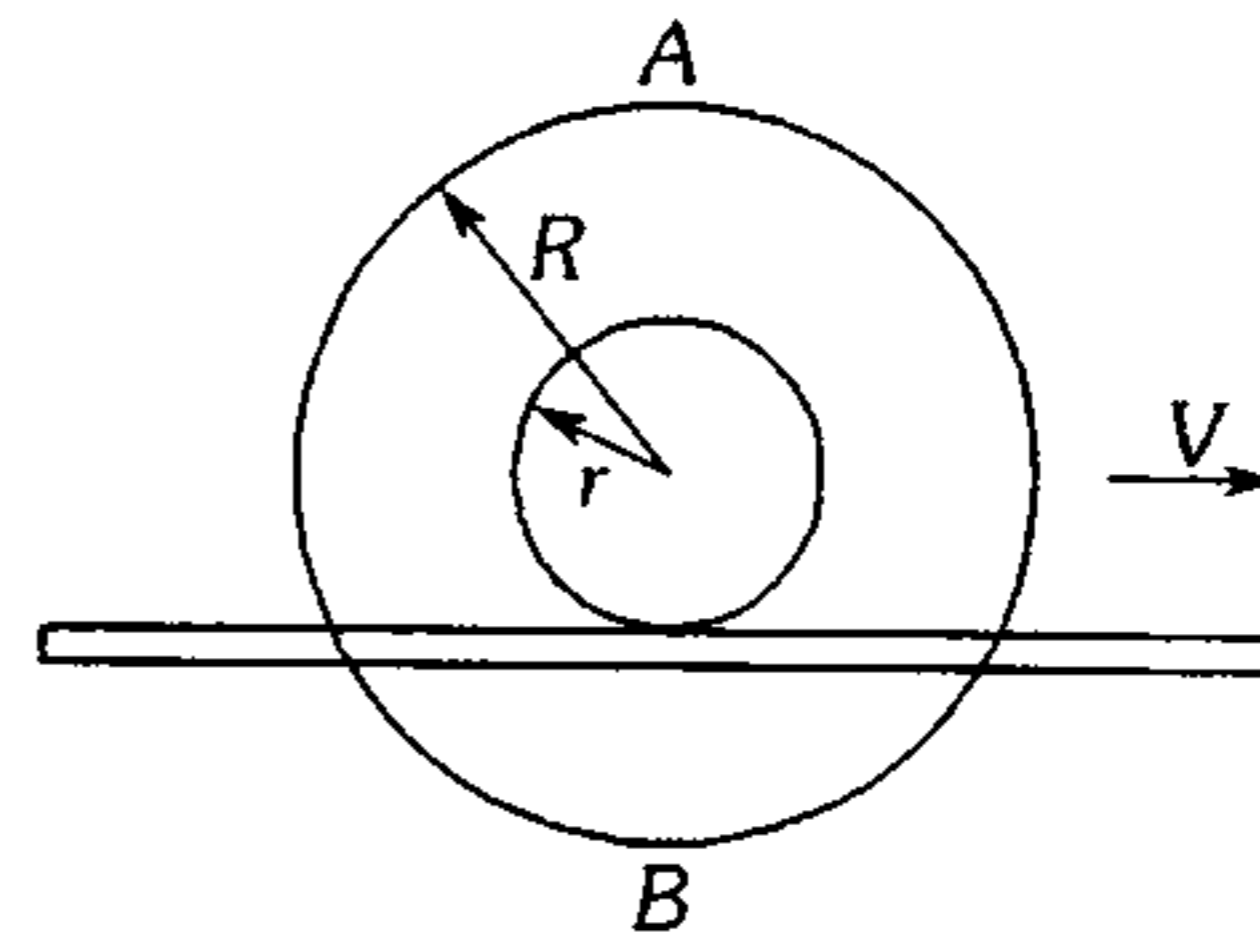
- A)  $3 \text{ m/s}$  ;  $1,5 \text{ m/s}$
- B)  $6 \text{ m/s}$  ;  $2 \text{ m/s}$
- C)  $3 \text{ m/s}$  ;  $6 \text{ m/s}$
- D)  $6 \text{ m/s}$  ;  $1,5 \text{ m/s}$
- E)  $5 \text{ m/s}$  ;  $2,5 \text{ m/s}$

102. La rueda descende sin resbalar. Sabiendo que la rapidez del punto  $P$  es  $4 \text{ m/s}$ , determine la rapidez del punto  $A$  respecto a un sistema de referencia ubicado en  $O$ .



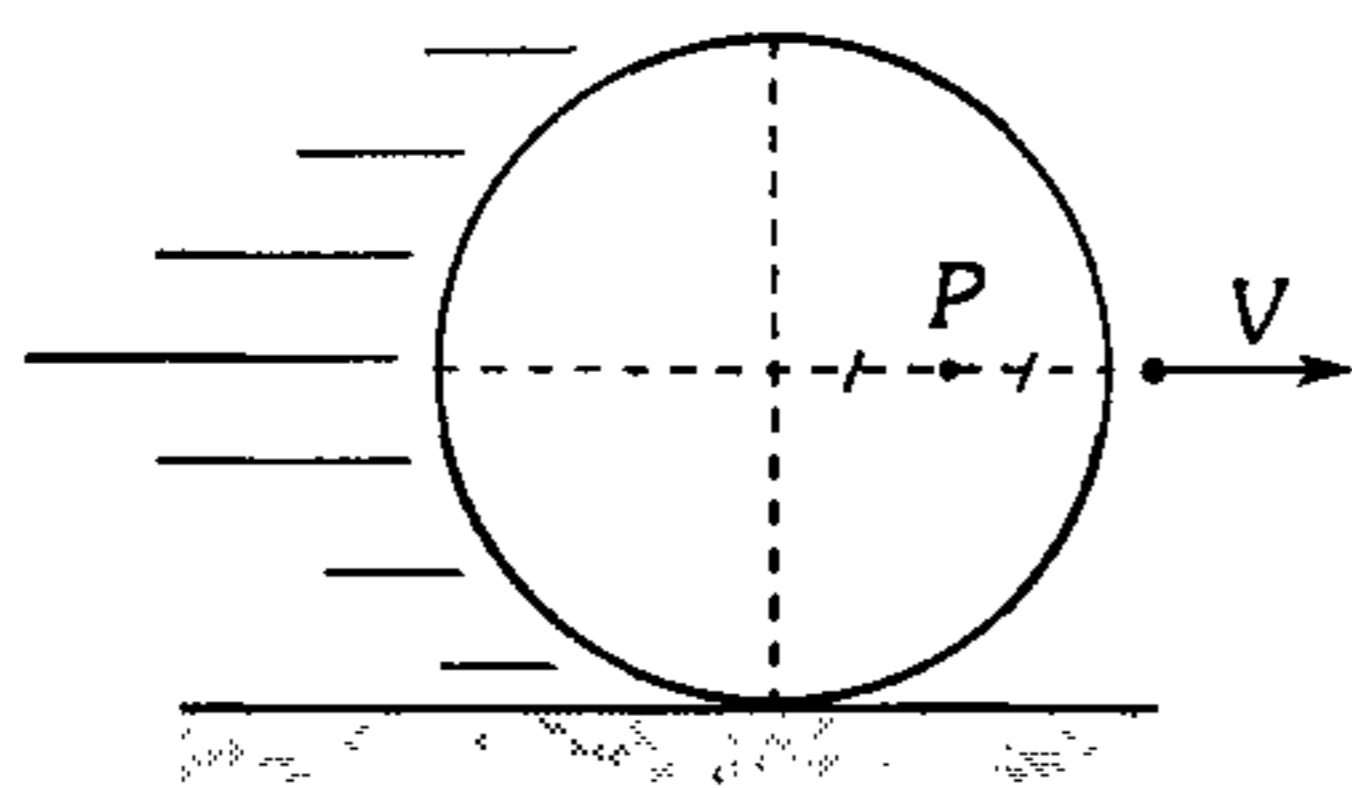
- A)  $5 \text{ m/s}$
- B)  $4 \text{ m/s}$
- C)  $3 \text{ m/s}$
- D)  $2,5 \text{ m/s}$
- E)  $1,5 \text{ m/s}$

103. En la figura mostrada el sistema se traslada con una rapidez  $V$  sin resbalar apoyada sobre un riel. Si  $R=3r$  ¿en qué relación se encuentra la rapidez de los puntos  $A$  y  $B$ ?



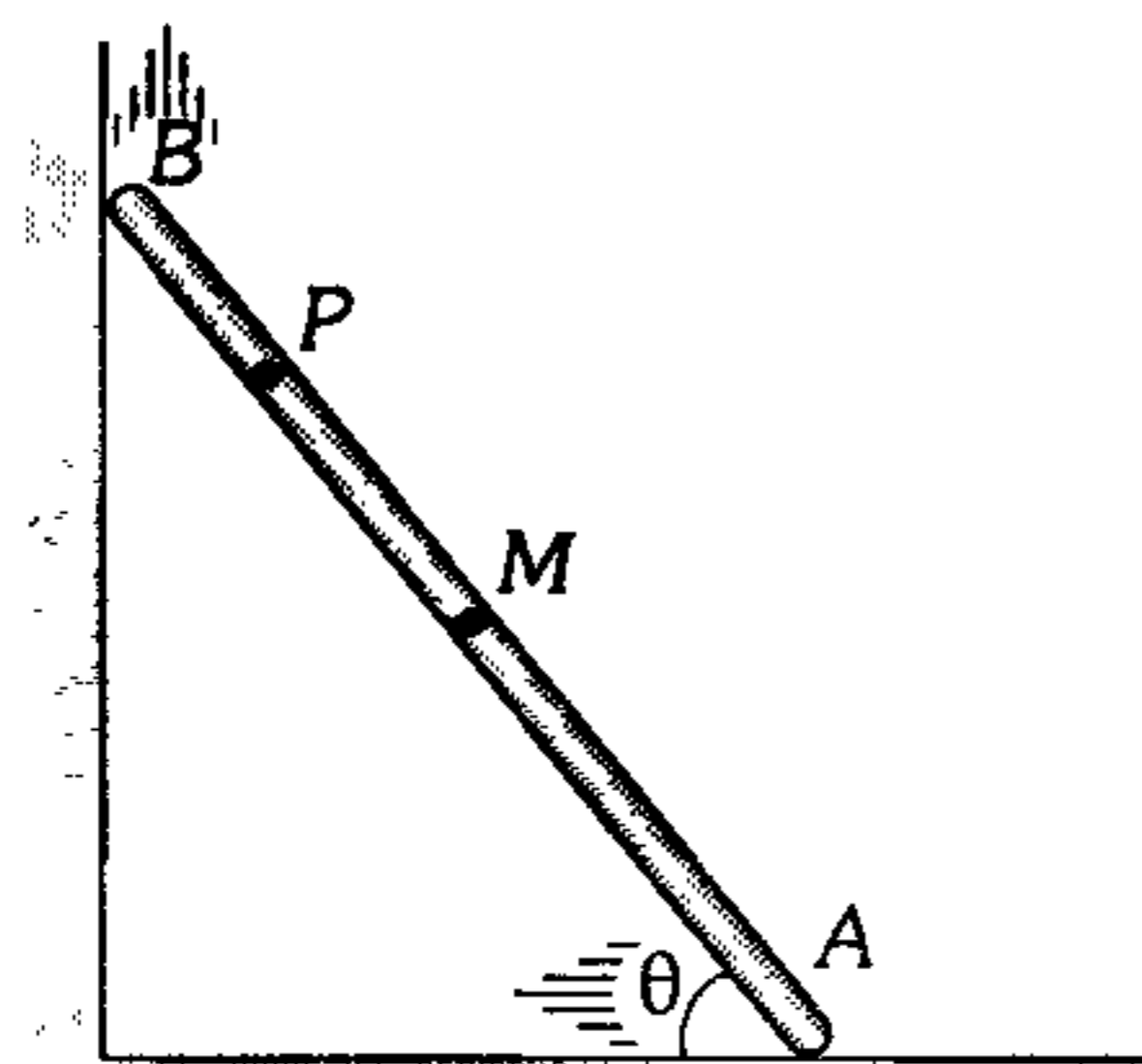
- A)  $1/3$
- B)  $2/3$
- C)  $1/2$
- D) 2
- E) 3

104. El disco mostrado es de radio  $R$  y se traslada con rapidez constante  $V$  sin deslizar; determine para el instante mostrado el módulo de la aceleración del punto  $P$  y el radio de curvatura de su trayectoria. ( $R=50$  cm ;  $V=10$  m/s).



- A) 0 ; 0  
 B)  $25 \text{ m/s}^2$  ; 0,5 m  
 C)  $50 \text{ m/s}^2$  ;  $\frac{\sqrt{5}}{2}$   
 D)  $100 \text{ m/s}^2$  ;  $\frac{5\sqrt{5}}{4}$   
 E)  $20 \text{ m/s}^2$  ;  $\sqrt{5}$  m

105. Una barra rígida de longitud  $L$  desciende resbalando apoyada en una pared vertical y el piso. Determine el recorrido del punto  $P$  y  $M$  hasta que el punto  $B$  de la barra llegue al piso (la barra inicialmente estaba vertical).  $M$ : punto medio.

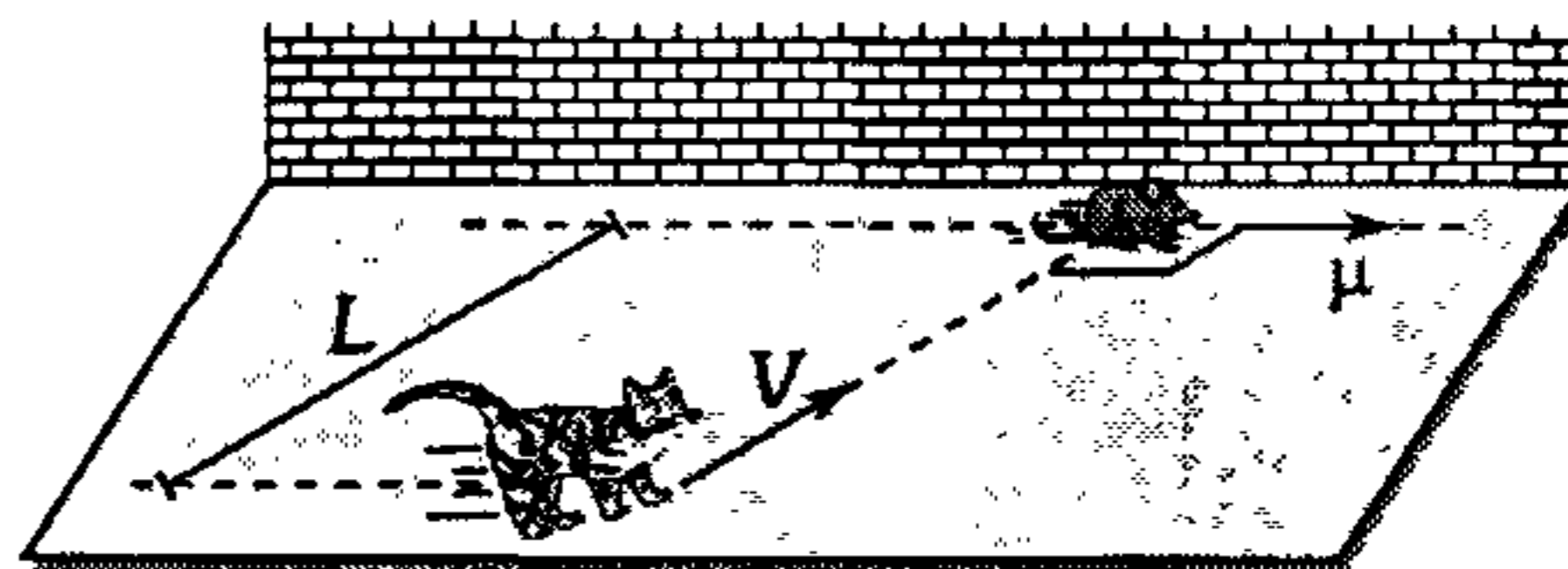


- A)  $\pi L$  ;  $\frac{\pi L}{2}$     B)  $2\pi L$  ;  $\pi L$     C)  $\frac{3\pi L}{2}$  ;  $\frac{\pi L}{2}$   
 D)  $\frac{\pi L}{4}$  ;  $\frac{\pi L}{4}$     E)  $\frac{\pi L}{2}$  ;  $\frac{\pi L}{4}$

106. En el problema anterior, si el extremo  $B$  desciende con rapidez constante  $V_B$ ; ¿qué aceleración presenta  $A$  en el instante mostrado?

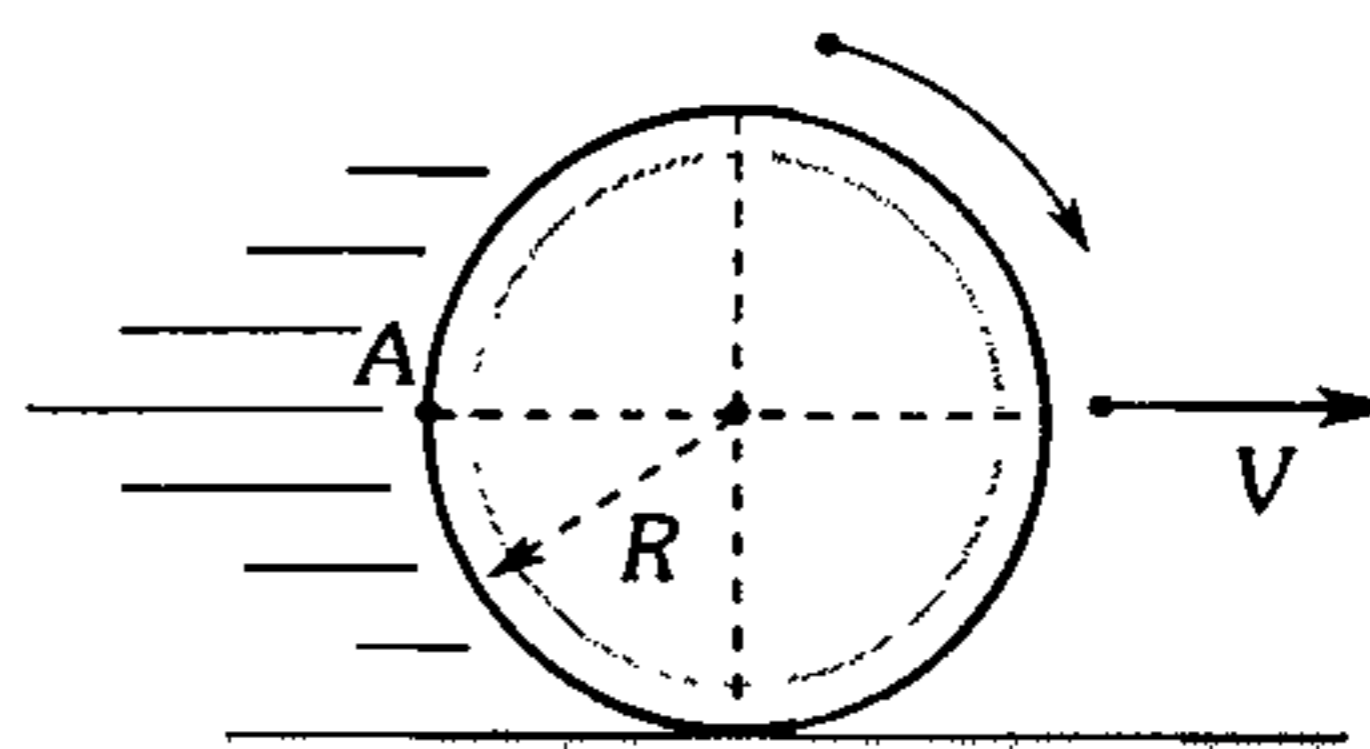
- A)  $\frac{V_B^2 \sec^3 \theta}{L}$     B)  $\frac{V_B^2 \cos^3 \theta}{L}$     C)  $\frac{V_B^2 \tan^2 \theta}{2L}$   
 D)  $\frac{V_B^2 \sin^2 \theta}{2L}$     E) 0

107. Un gato persigue a un ratón y en todo instante se dirige hacia él. En el instante que se muestra el gato presenta la rapidez  $V$  y el ratón la rapidez  $\mu$  separados una distancia  $L$ . Determine el radio de curvatura de la trayectoria descrita por el gato en dicho instante.



- A)  $L$     B)  $\frac{LV^2}{\mu^2}$     C)  $\frac{LV}{\mu}$   
 D)  $\frac{L\mu}{V}$     E)  $\frac{2LV}{\mu}$

108. Una rueda se traslada sin deslizar sobre una superficie horizontal de manera uniforme con rapidez  $V$ . Del punto  $A$  se desprende una gota de barro; ¿con qué rapidez se traslada la rueda, si la gota vuelve a caer sobre el mismo punto de la rueda, luego de dar dos vueltas? ( $g$ : aceleración de gravedad).

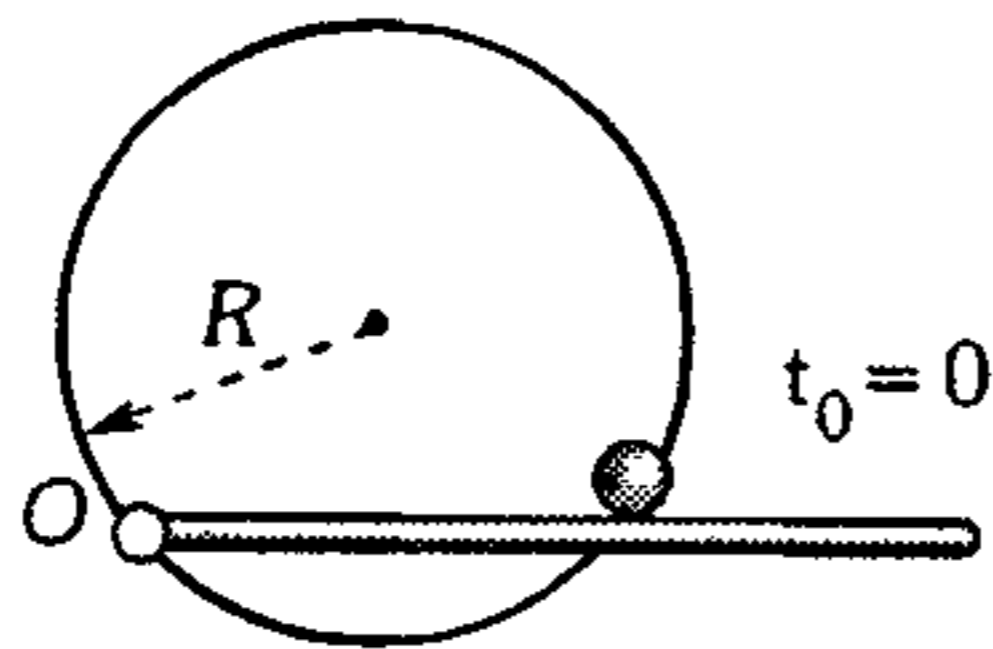


- A)  $\sqrt{\pi Rg}$     B)  $\sqrt{2\pi Rg}$     C)  $2\sqrt{\pi Rg}$   
 D)  $\sqrt{\frac{\pi Rg}{2}}$     E)  $\frac{\sqrt{\pi Rg}}{2}$



109. Una pequeña esfera puede moverse por cierta circunferencia de radio  $R$ , empujado por una varilla que rota alrededor de  $O$  y cuyo ángulo barrido depende del tiempo según  $\theta = \frac{3}{2}t$ , donde  $\theta$  y  $t$  se expresan en el S.I. Determine el módulo de la aceleración de la esfera. ( $R=20$  cm)

- A)  $1,2 \text{ m/s}^2$   
 B)  $1,6 \text{ m/s}^2$   
 C)  $1,8 \text{ m/s}^2$   
 D)  $2,4 \text{ m/s}^2$   
 E)  $3,2 \text{ m/s}^2$



110. Un rollo de papel se desarrolla de manera que su extremo presenta una rapidez constante  $v$ . Si en el instante inicial el rollo presentaba un radio  $R$ ; ¿qué rapidez angular tendrá el rollo al cabo de un tiempo  $t$ ? (El grosor del papel es  $h$ ).

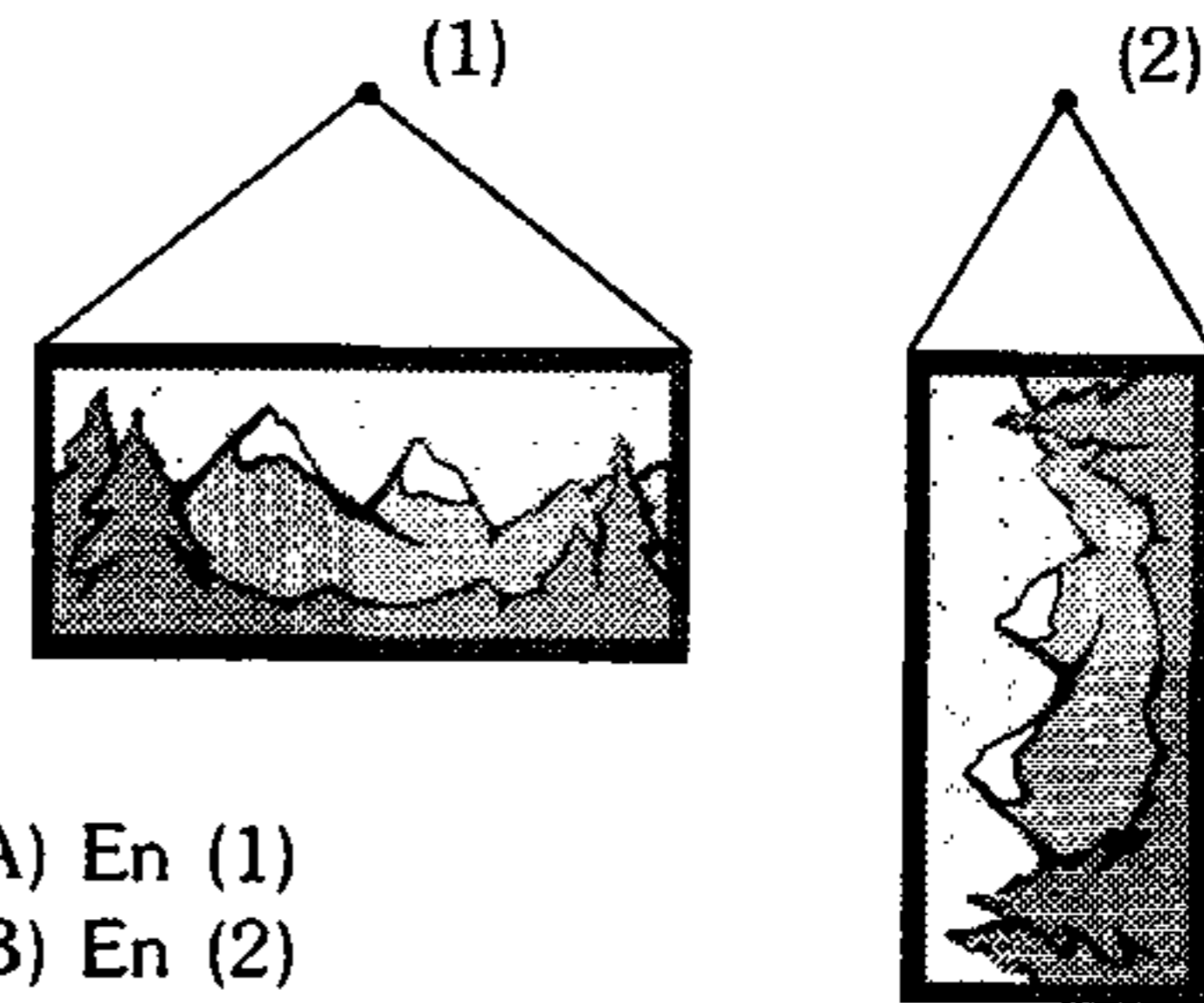
- A)  $\frac{v}{\sqrt{R^2 - \frac{vth}{\pi}}}$       B)  $\frac{v}{R}$   
 C)  $\frac{v}{\sqrt{R^2 - \pi vth}}$   
 D)  $\frac{v}{\sqrt{R^2 - v^2 t^2}}$       E)  $\frac{v}{\sqrt{R^2 - vth}}$

111. Una persona inflaba un globo y se determinó que cuando el radio era 5 cm, la rapidez con que aumentaba el radio era 2 mm/s. ¿Con qué rapidez expelle aire la persona? (Expresar su respuesta en  $\text{m}^3/\text{s}$ )

- A)  $\pi \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$   
 B)  $2\pi \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$   
 C)  $3\pi \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$   
 D)  $4\pi \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$   
 E)  $5\pi \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

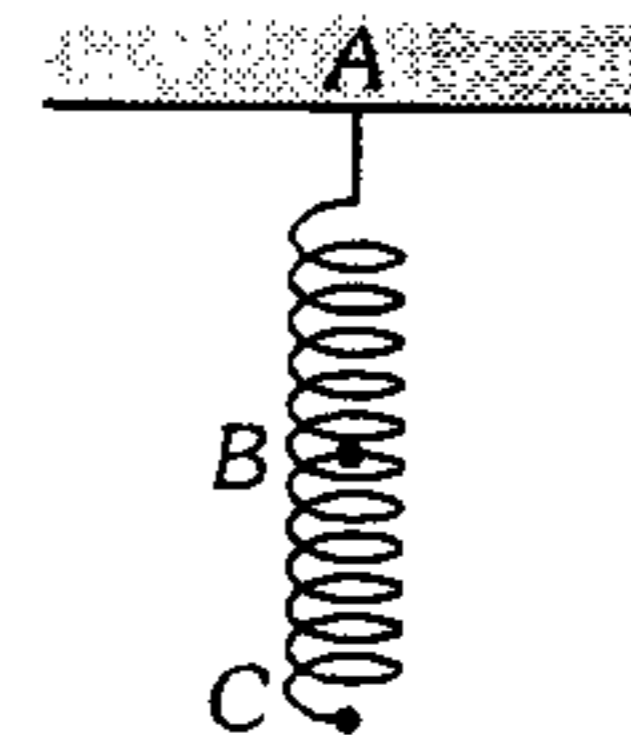
### Estática

112. Un mismo cuadro se cuelga de dos modos distintos como se ve en la figura. ¿En cuál de los casos es mayor la tensión de las cuerdas? (cuerdas de igual longitud)



- A) En (1)  
 B) En (2)  
 C) (1) = (2)  
 D) Depende del peso del cuadro  
 E) Depende del material de la cuerda

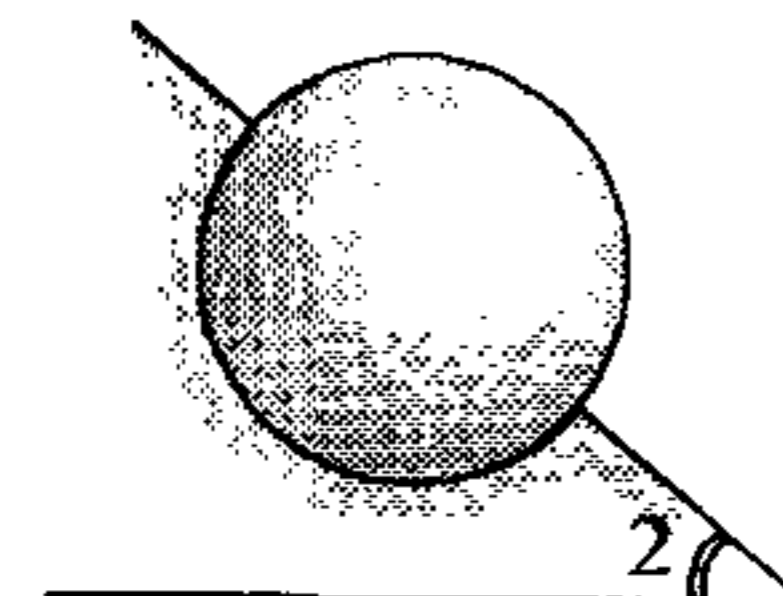
113. Un muelle de constante de rigidez  $k$  y masa despreciable cuelga del techo, tal como se muestra. Si colocamos dos bloques idénticos de masa  $m$  enganchados en los puntos  $B$  y  $C$ , para ser dejados en libertad lentamente hasta alcanzar el equilibrio; determine el estiramiento del muelle.



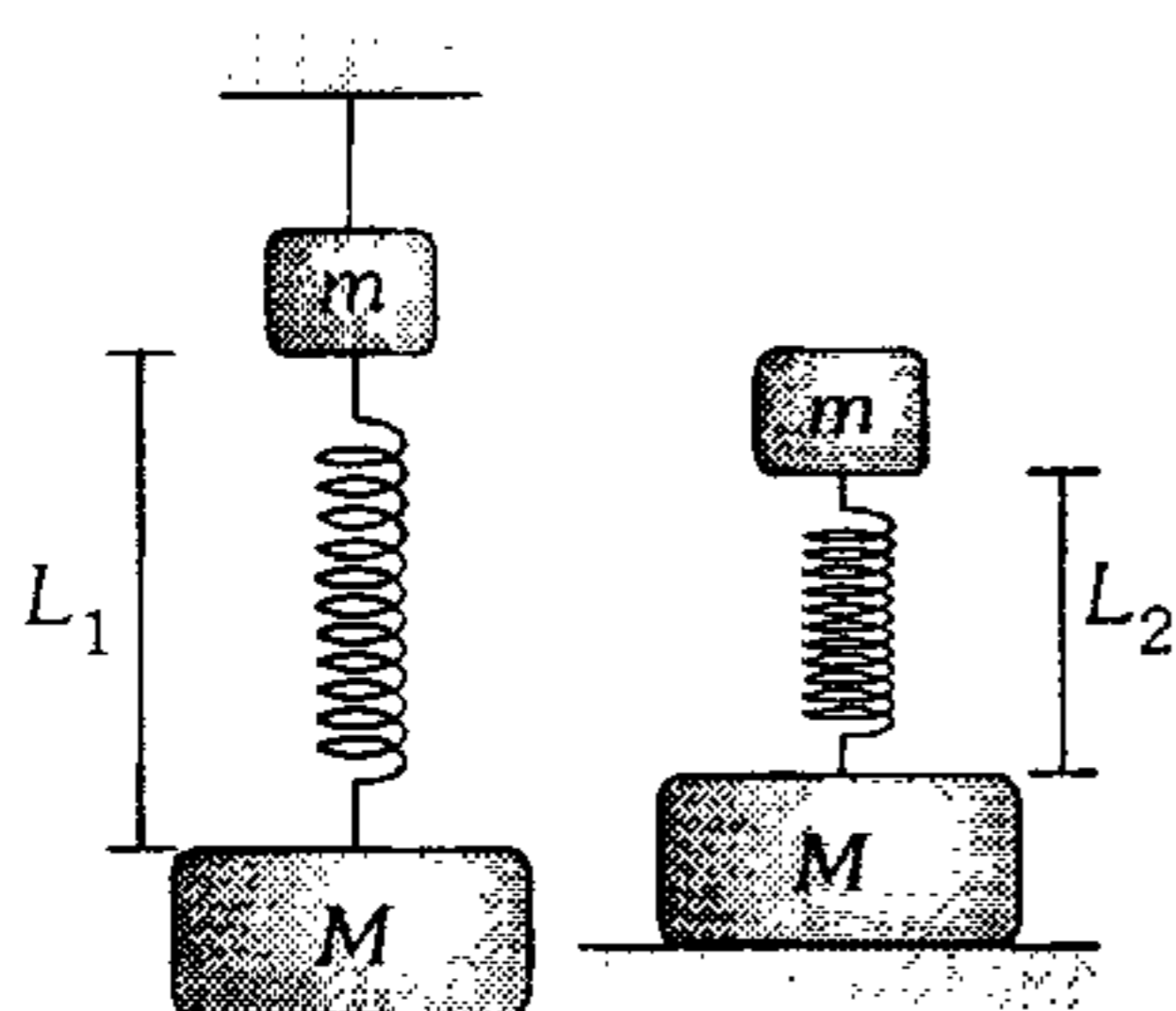
- A)  $\frac{3mg}{k}$       B)  $\frac{3mg}{2k}$       C)  $\frac{mg}{4k}$   
 D)  $\frac{3mg}{4k}$       E)  $\frac{2mg}{k}$

114. La esfera homogénea de 1 m de radio se encuentra en un hoyo semiesférico de radio 80 cm. Halle el máximo ángulo  $\theta$  que permite el equilibrio mecánico.

- A)  $16^\circ$   
 B)  $30^\circ$   
 C)  $37^\circ$   
 D)  $53^\circ$   
 E)  $74^\circ$



115. Un resorte une entre sí dos cuerpos cuyas masas respectivas son  $m$  y  $M$ . Cuando el sistema se suspende del techo, la longitud del resorte es  $L_1=40$  cm. Si el sistema se coloca sobre un soporte, la longitud del resorte es  $L_2=20$  cm. Determine la longitud natural del resorte. ( $m=2$  kg ;  $M=8$  kg).



- A) 12 cm    B) 16 cm    C) 20 cm  
D) 24 cm    E) 30 cm

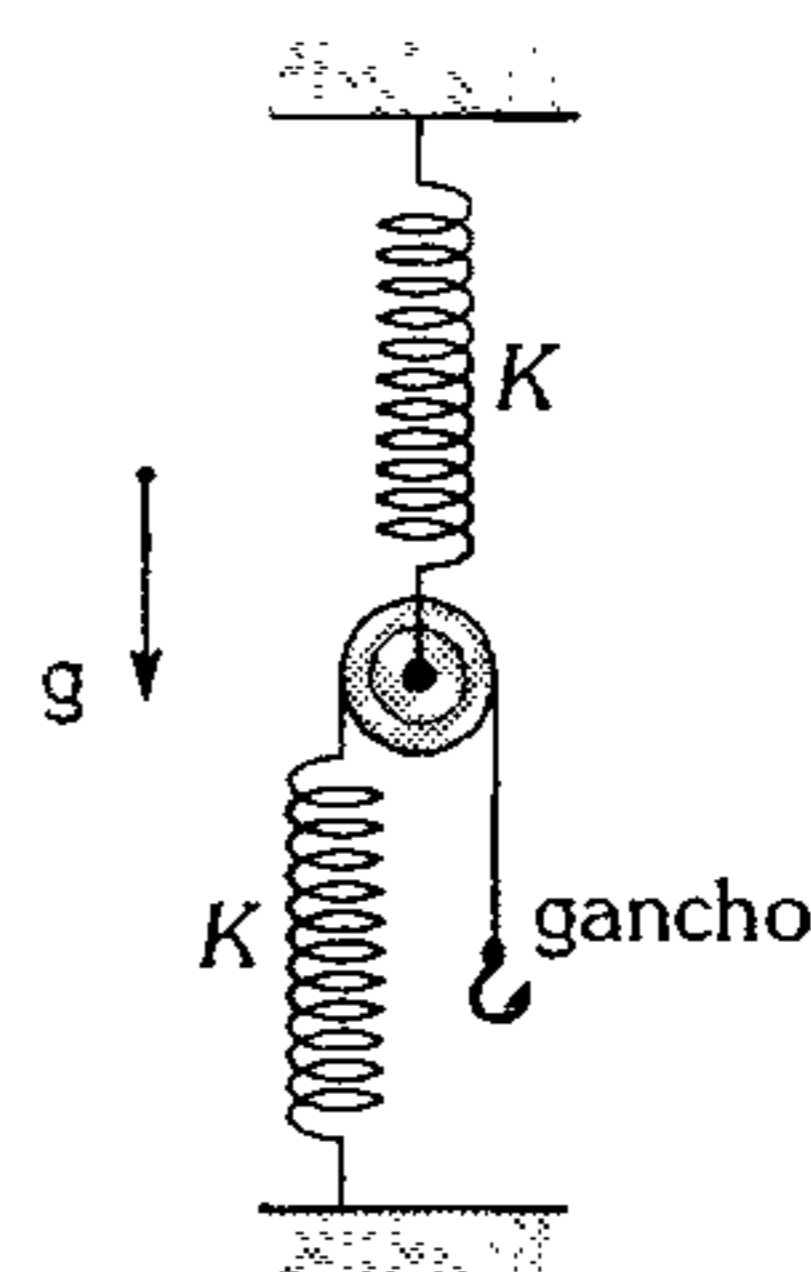
116. Se tiene una cadena formada por  $n$  eslabones de masa  $m$  y unidos por resortes de constante  $K$ , tal como se muestra. Determine en cuánto se incrementa la longitud de la cadena al suspenderla de uno de sus extremos y alcanzar el equilibrio.



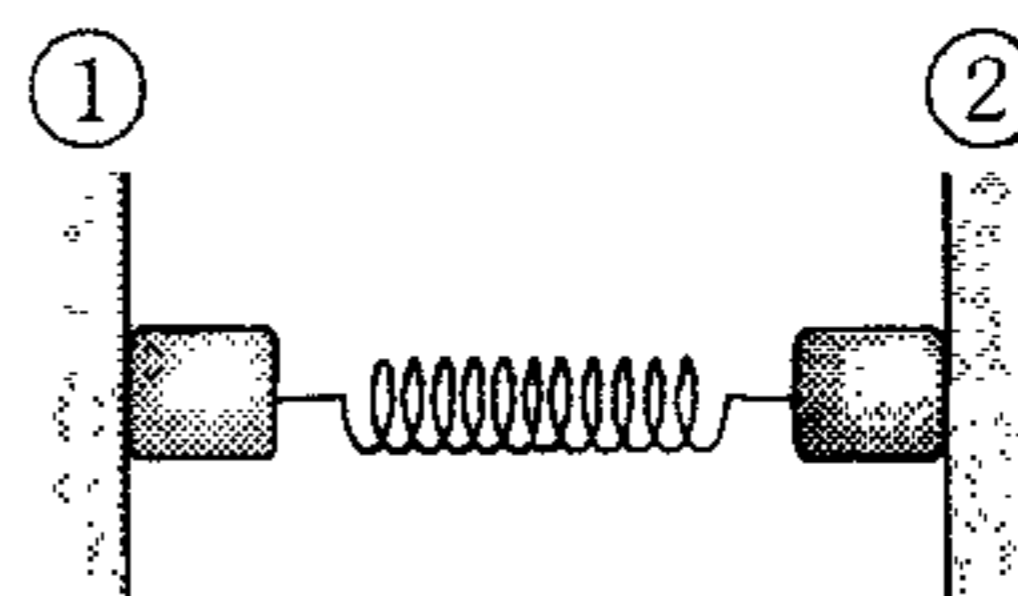
- A)  $\frac{n(n+1)mg}{2K}$     B)  $n\frac{mg}{K}$   
C)  $\frac{n(n-1)}{2K}mg$   
D)  $\frac{mg}{n}$     E)  $mg\frac{n}{2K}$

117. Un bloque de 10 kg se suspende del gancho y se le hace descender lentamente hasta que alcanza el equilibrio. Si la polea es ideal, ¿cuánto descendió el bloque?  
( $K=50$  N/cm;  $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

- A) 10 cm  
B) 6 cm  
C) 4 cm  
D) 2 cm  
E) 1 cm

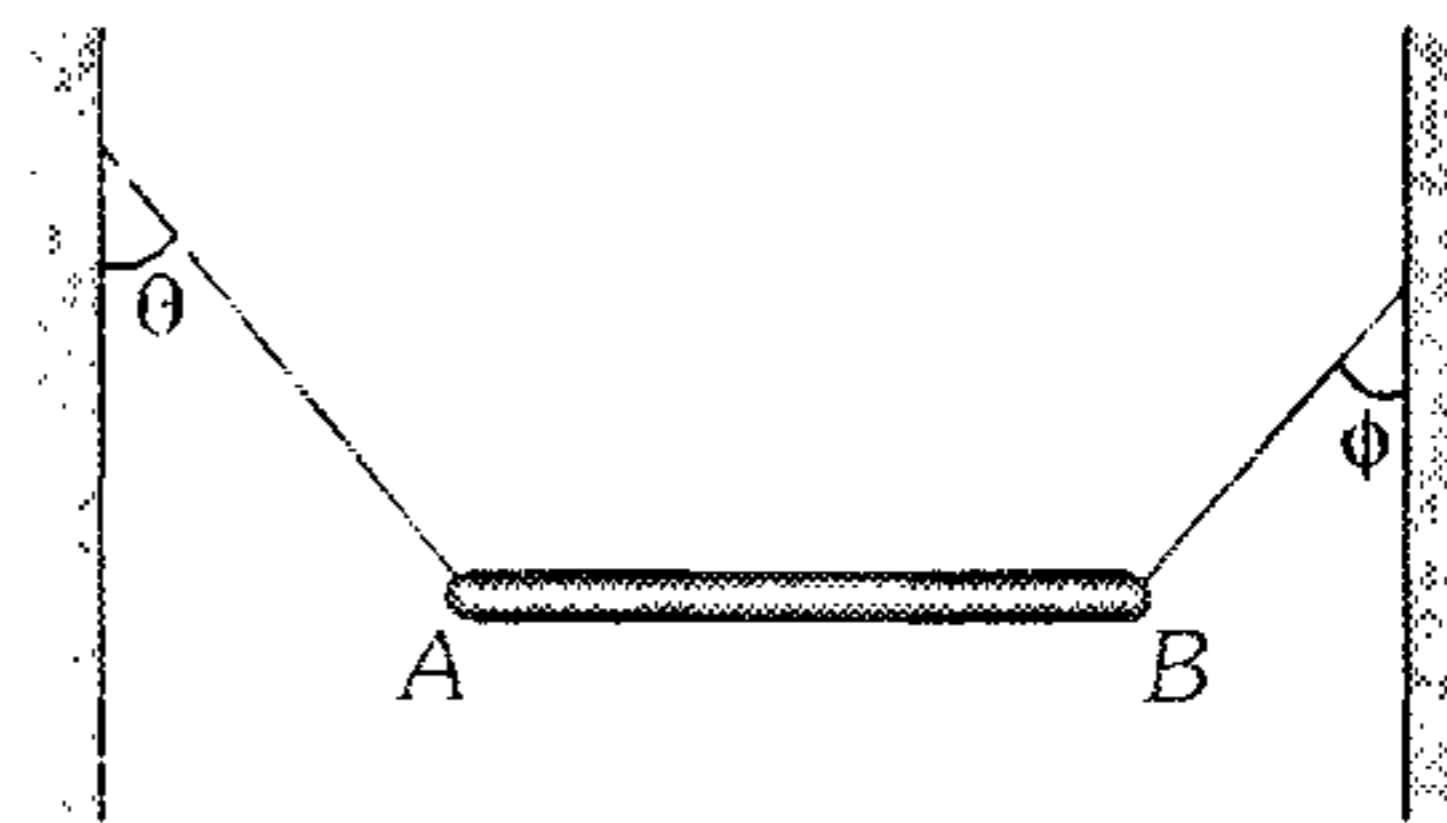


118. La figura muestra dos bloques idénticos de 50 N cada uno, unidos mediante un resorte de masa despreciable. Los coeficientes de rozamiento estático en las paredes verticales (1) y (2) son 0,5 y 0,4 respectivamente. Determine la mínima fuerza desarrollada en el resorte para el equilibrio de los bloques.



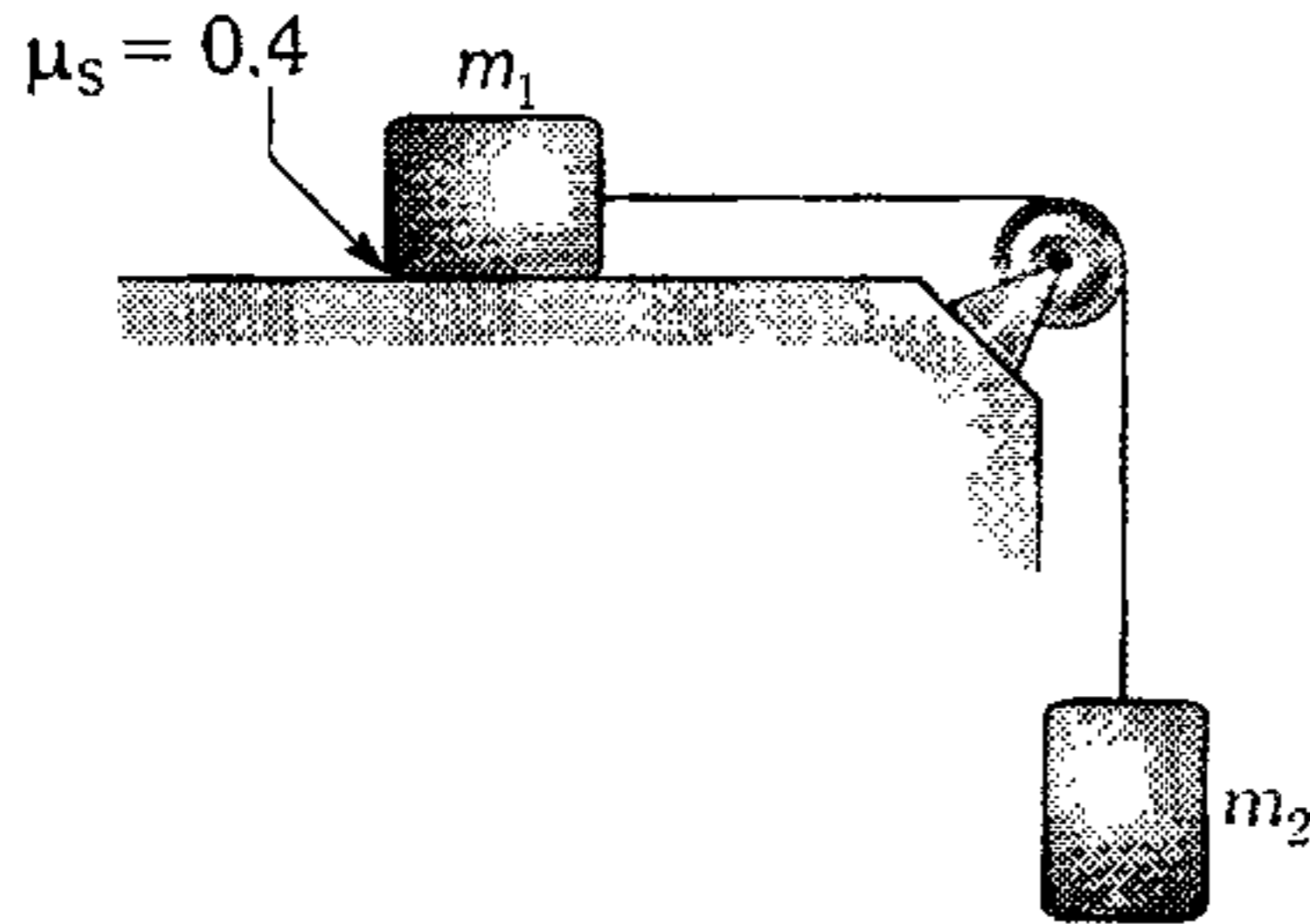
- A) 25 N    B) 75 N    C) 100 N  
D) 125 N    E) 250 N

119. Una barra de 100 N y 7 m de longitud se mantiene horizontal, sujeta por dos cuerdas que forman con las paredes verticales ángulos de  $\theta=37^\circ$  y  $\phi=45^\circ$ . ¿A qué distancia del extremo A se encuentra su centro de gravedad?



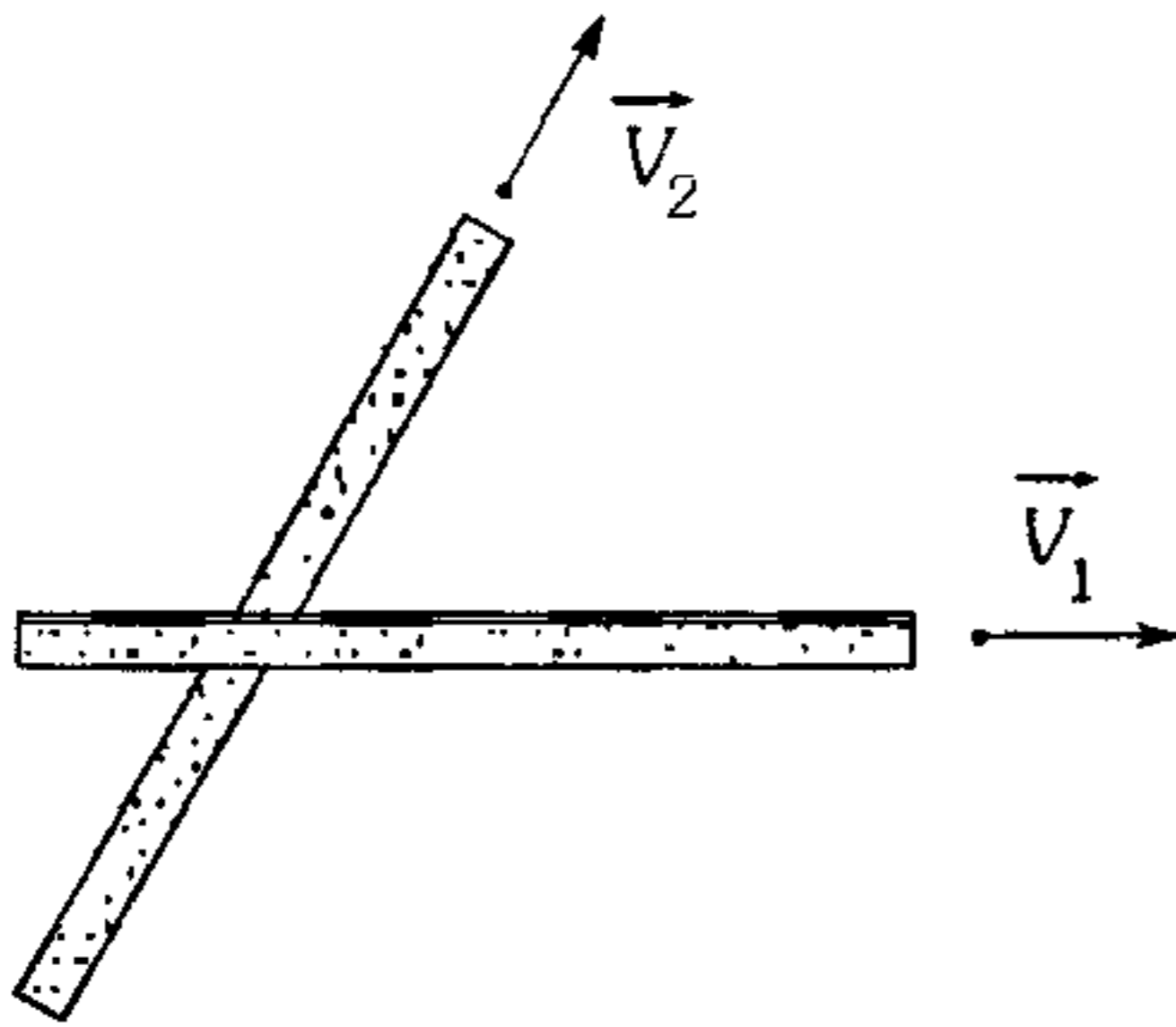
- A) 2 m    B) 3.5 m    C) 4 m  
D) 3 m    E) 7 m

120. Un bloque de 7 kg es dividido en dos partes de masas  $m_1$  y  $m_2$  y luego dispuestos como se muestra en la gráfica. Determine los valores que puede adoptar  $m_2$  para que el sistema mantenga el equilibrio.



- A)  $m_2 \leq 4$  kg    B)  $m_2 \geq 4$  kg    C)  $m_2 \geq 2$  kg  
 D)  $m_2 \leq 2$  kg    E)  $m_2 \leq 7$  kg

121. Dos tablones parten apoyados uno sobre el otro y se mueven con velocidades  $\vec{V}_1 = 5\hat{i}$  y  $\vec{V}_2 = 4\hat{i} + 7\hat{j}$  con respecto a tierra. La fuerza de rozamiento que actúa sobre el tablón 2 tiene la dirección del vector.

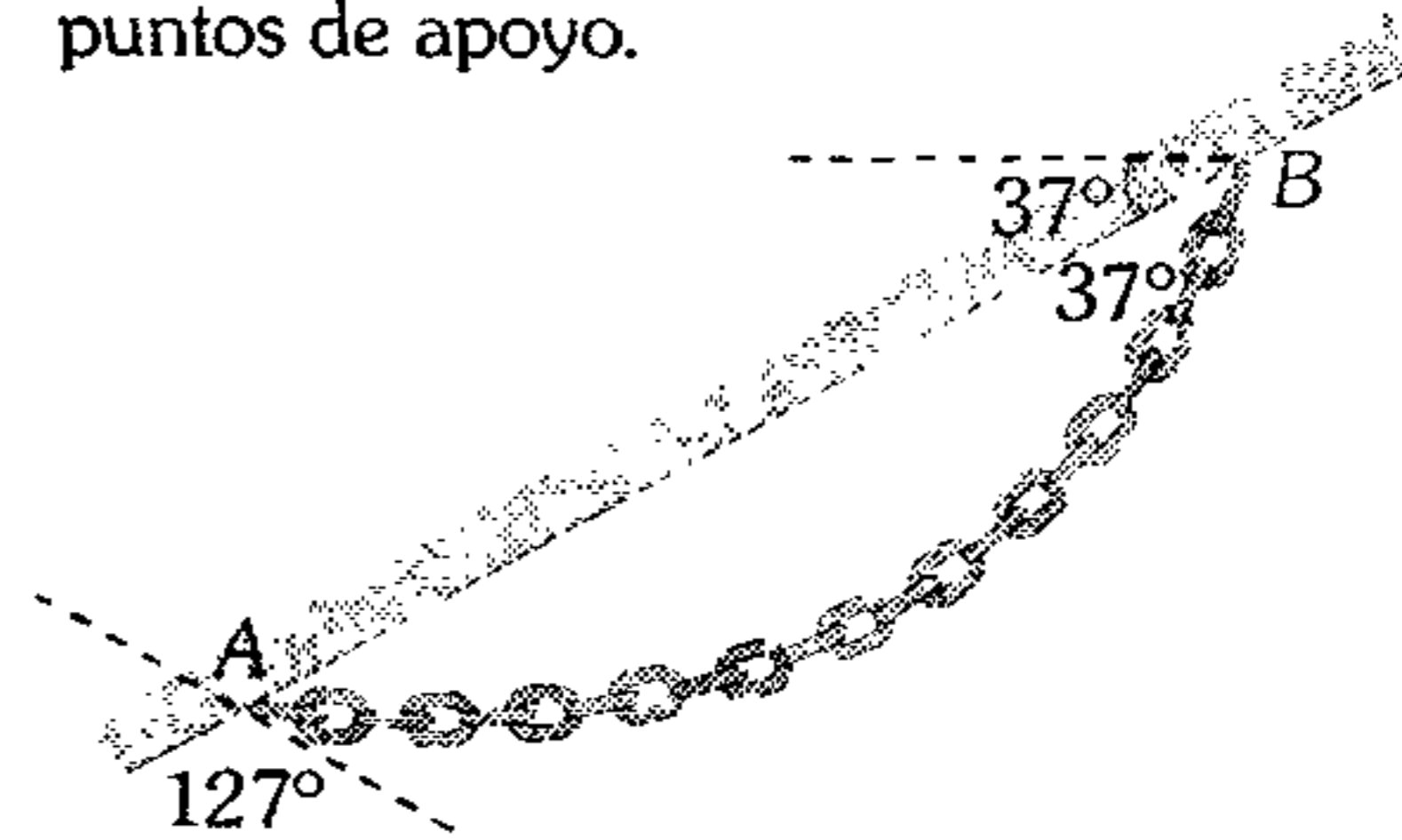


- A)  $-\vec{V}_1$     B)  $+\vec{V}_2$     C)  $9\hat{i} - 7\hat{j}$   
 D)  $-\hat{i} + 7\hat{j}$     E)  $\hat{i} + 7\hat{j}$

122. Un bloque cúbico se coloca suavemente sobre un plano inclinado de pendiente  $37^\circ$ . Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano inclinado es 0,8 y 0,75 indique lo correcto.

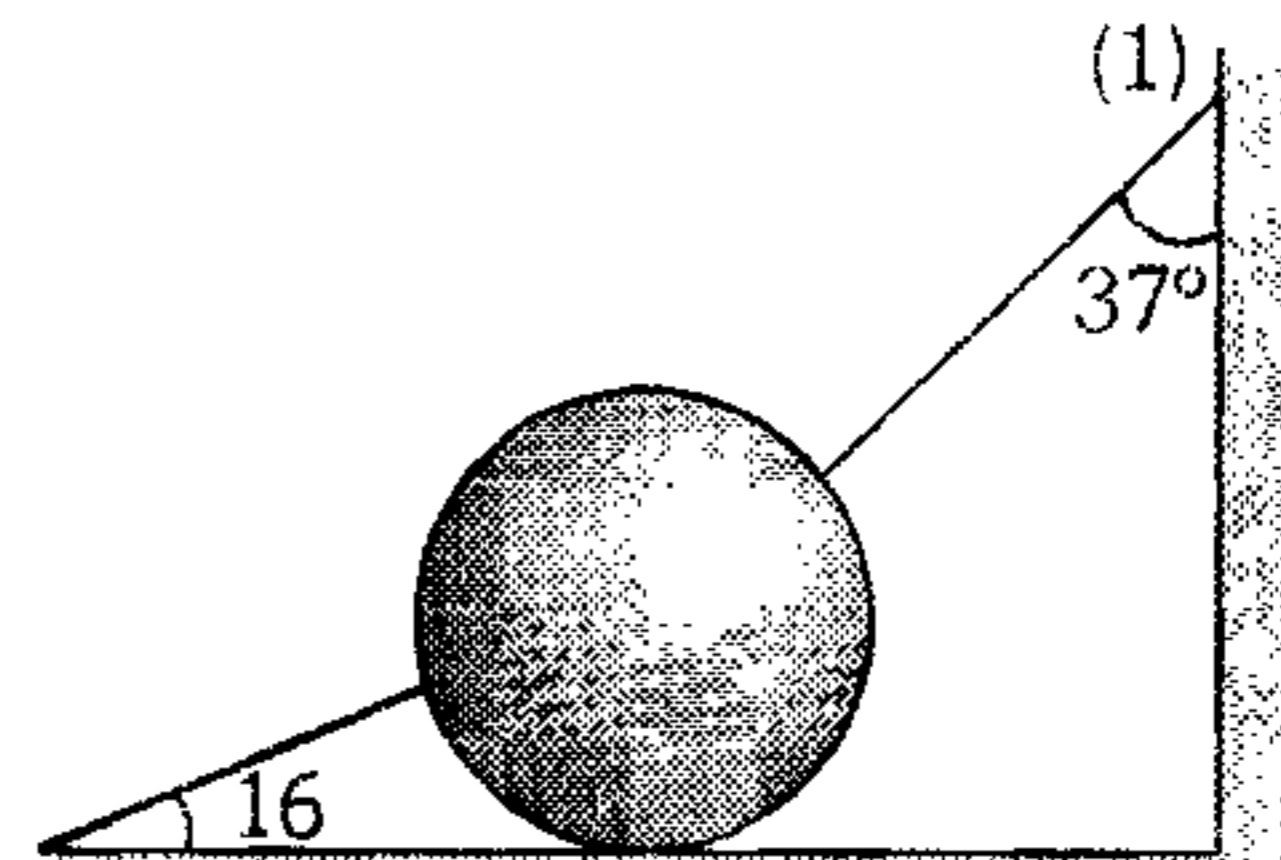
- A) Está a punto de deslizar y no vuelca.  
 B) No desliza pero vuelca.  
 C) Está a punto de volcar pero no desliza.  
 D) No desliza y no vuelca.  
 E) Desliza pero sin volcar.

123. Una cadena se suspende de 2 puntos de apoyo: A y B, determine en qué relación están los módulos de las reacciones en dichos puntos de apoyo.



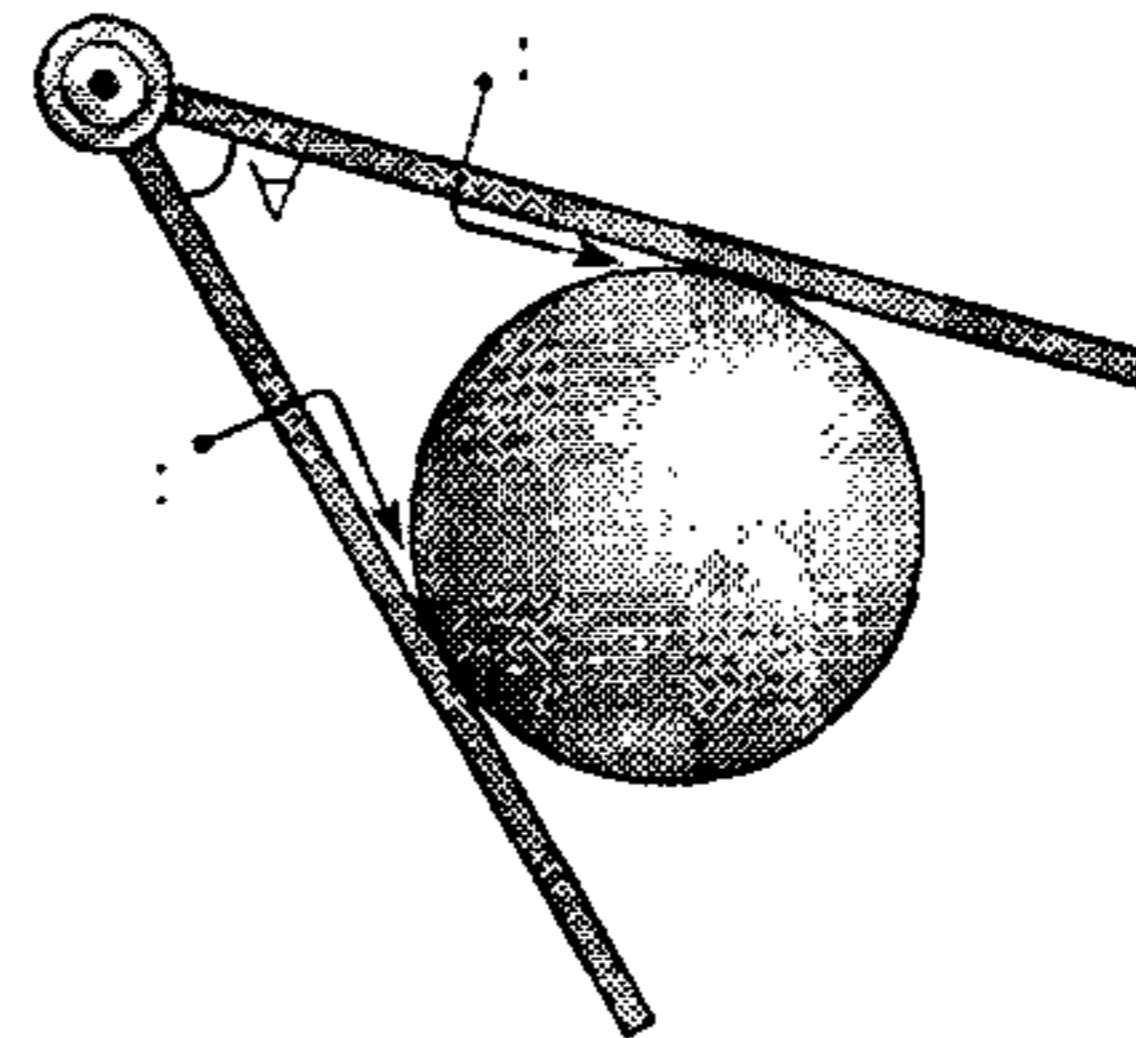
- A) 7/24    B) 5/24    C) 6/23  
 D) 9/25    E) 8/25

124. Determine el módulo de la tensión máxima en la cuerda (1), si la esfera homogénea de 15 N se encuentra en equilibrio.



- A) 15 N    B) 18 N    C) 24 N  
 D) 30 N    E) cero

125. ¿Cuál debe ser el valor de  $\mu$ , para que la bola no se escape de los planos, al intentar disminuir el ángulo diedro  $\alpha$  (el sistema se encuentra sobre una mesa horizontal lisa)?

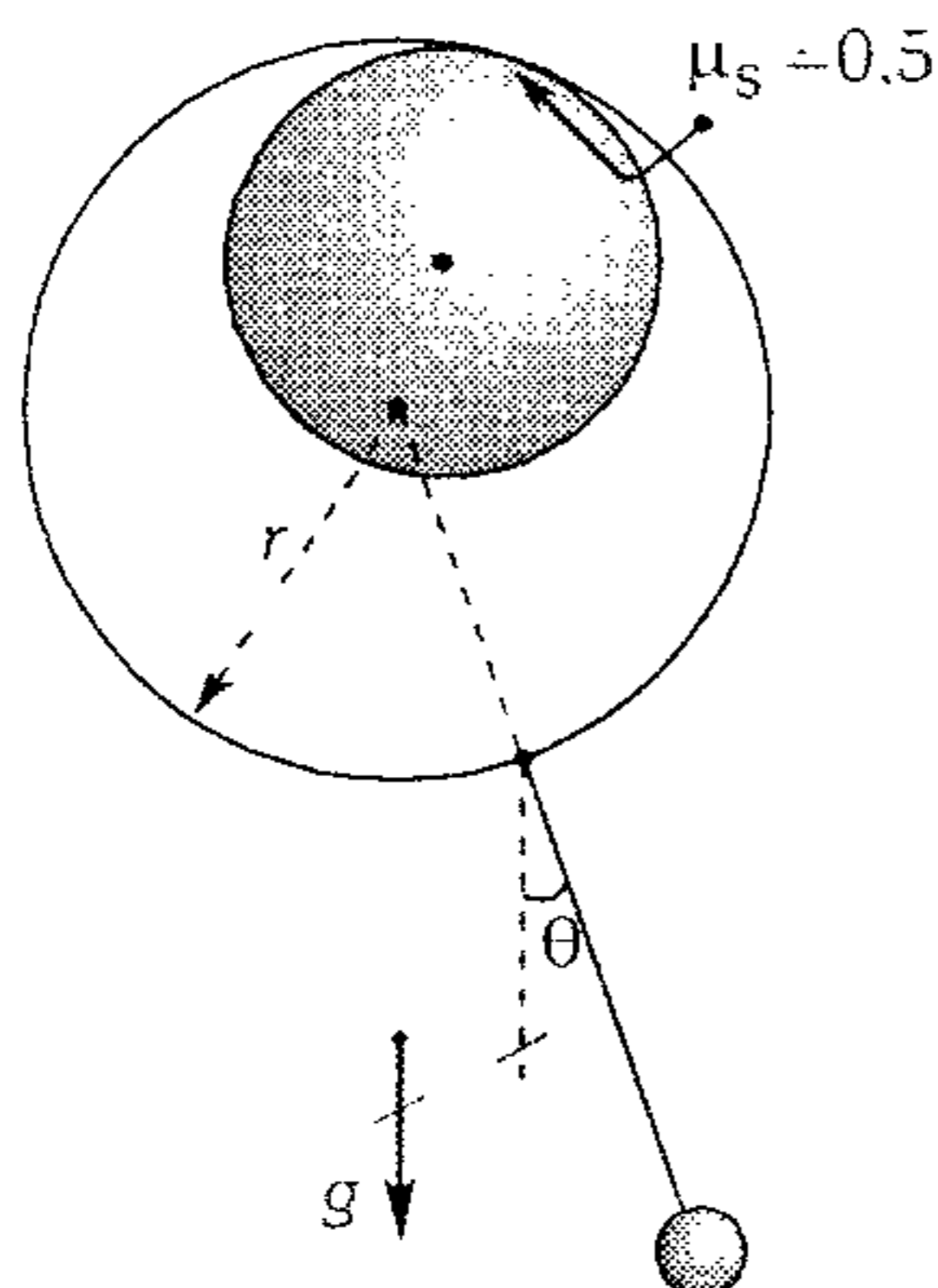


- A)  $\mu \geq \tan \alpha$     B)  $\mu \geq \frac{1}{2} \tan \alpha$   
 C)  $\mu \geq \cot \alpha$   
 D)  $\mu \geq \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$     E)  $\mu \geq \frac{1}{2} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

126. Se muestra la sección transversal de un péndulo formado por un collarín, una varilla, ambos de masa despreciable, y una pequeña esfera de masa  $m$ . El sistema se mantiene en reposo ya que el collarín se apoya en el tubo. Si el sistema se encuentra a punto de resbalar;

determine  $\theta$ ,  $\left[ \frac{r}{r+L} = \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$ .

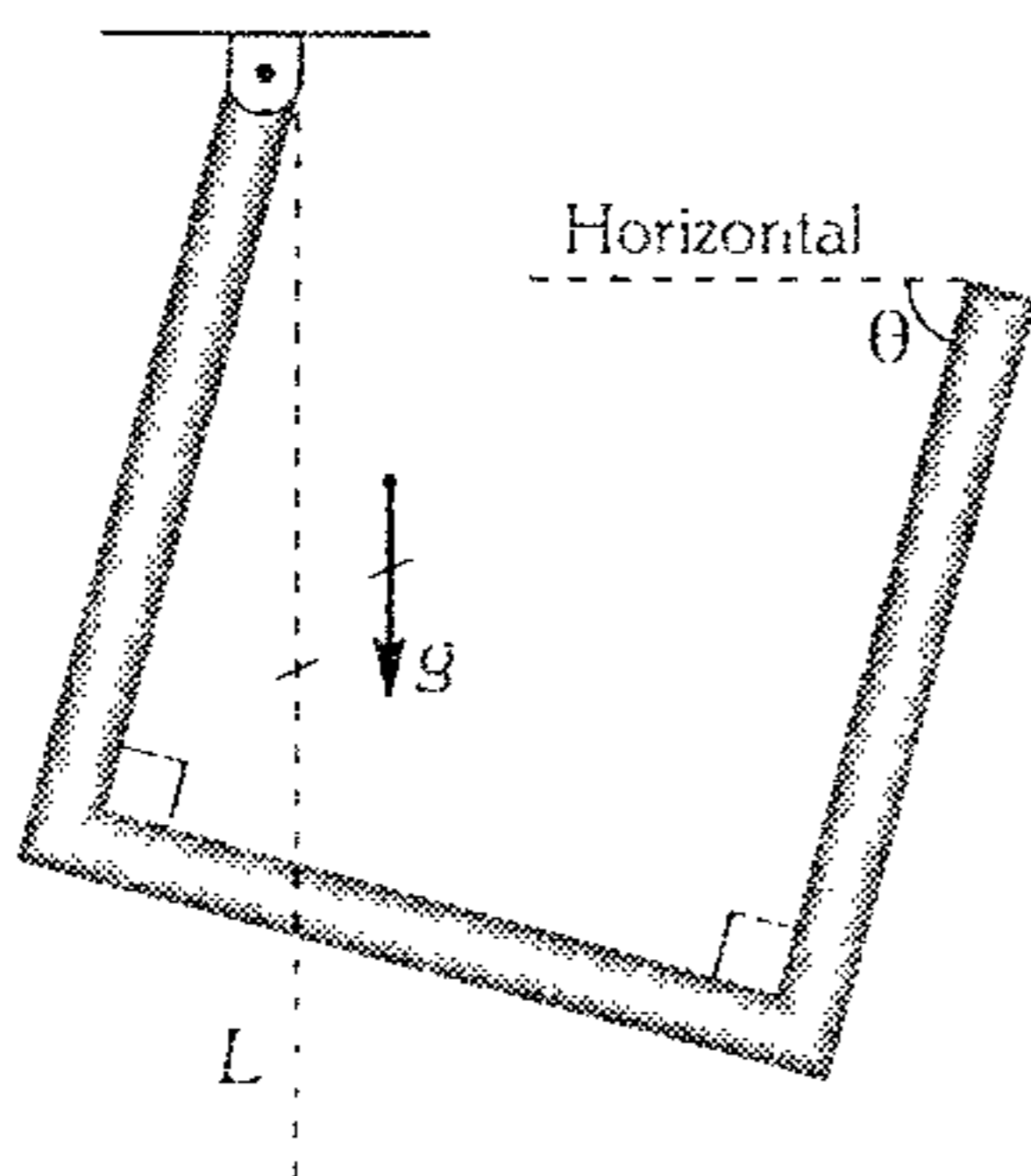
- A)  $8^\circ$
- B)  $16^\circ$
- C)  $18,5^\circ$
- D)  $22,5^\circ$
- E)  $26,5^\circ$



127. Una varilla homogénea doblada en tres partes iguales se suspende de un extremo hasta quedar en equilibrio, tal como se muestra en la figura. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

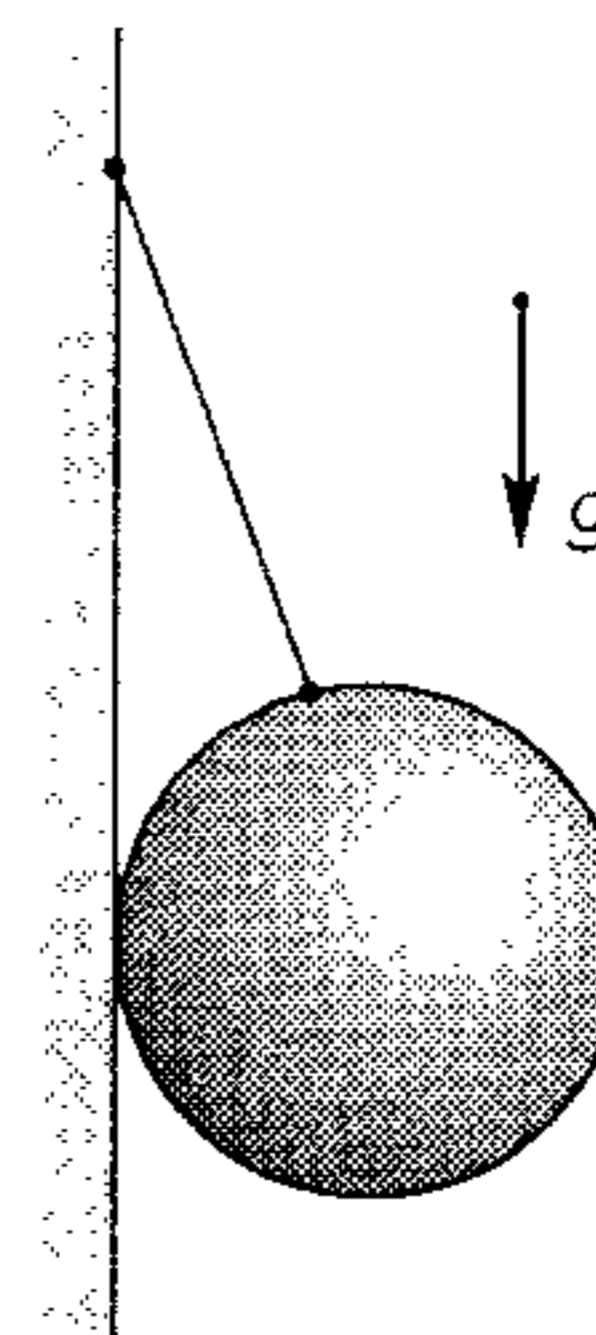
- I. El centro de gravedad de la barra se encuentra a la derecha de la recta  $L$ .
- II. El centro de gravedad se encuentra a la izquierda de la recta  $L$ .
- III. El C.G. se encuentra fuera de la barra.
- IV. En el equilibrio  $\theta > 45^\circ$  necesariamente.

- A) VFFV
- B) FVFV
- C) FVVF
- D) FFVV
- E) FFFV



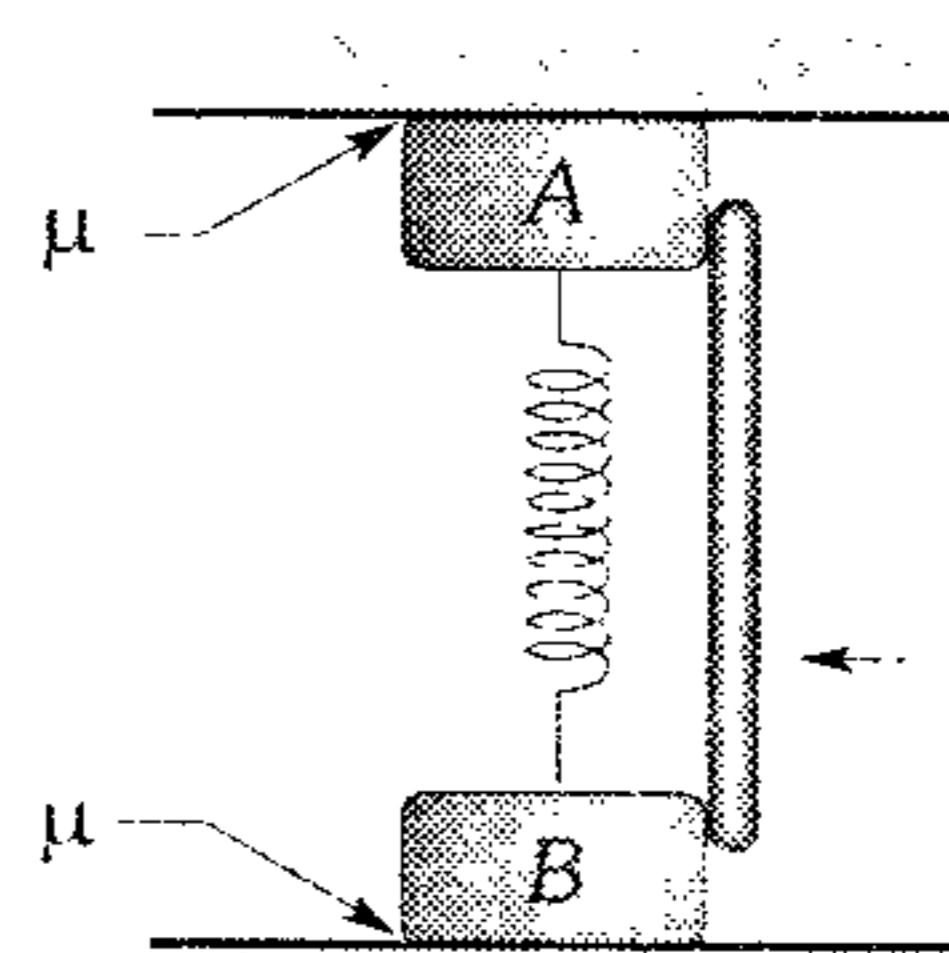
128. Una esfera homogénea de masa  $m$  y radio  $r$ , está sostenida por una cuerda de longitud  $\ell$ . Determine el módulo de la fuerza necesaria que se debe aplicar en el punto medio de la cuerda, para lograr que la esfera pierda contacto con la pared.

- A)  $mg \left( \frac{r+\ell}{r} \right)$
- B)  $mg \sqrt{\frac{\ell^2}{4} + r^2}$
- C)  $mg \sqrt{\frac{\ell^2}{4} - r^2}$
- D)  $mg \frac{\ell}{r}$
- E)  $2mg \frac{r}{\ell}$



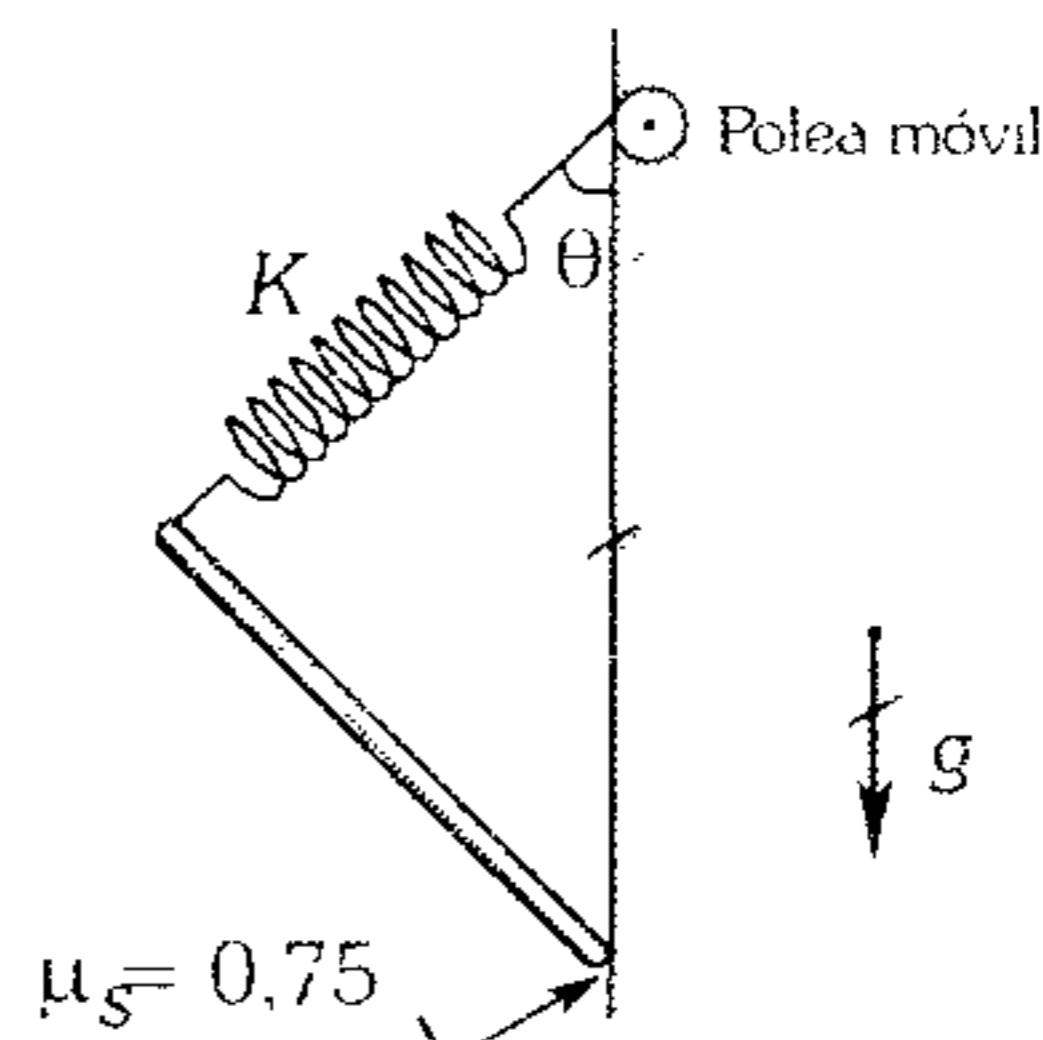
129. Calcule el módulo de la fuerza  $F$  necesaria: que permita desplazar uniformemente a los bloques A y B de 75 N cada uno, si ellos experimentan la acción de la fuerza elástica igual a 100 N. ( $\mu = 0.2$  y considere la masa de la barra vertical despreciable).

- A) 50 N
- B) 40 N
- C) 35 N
- D) 30 N
- E) 100 N

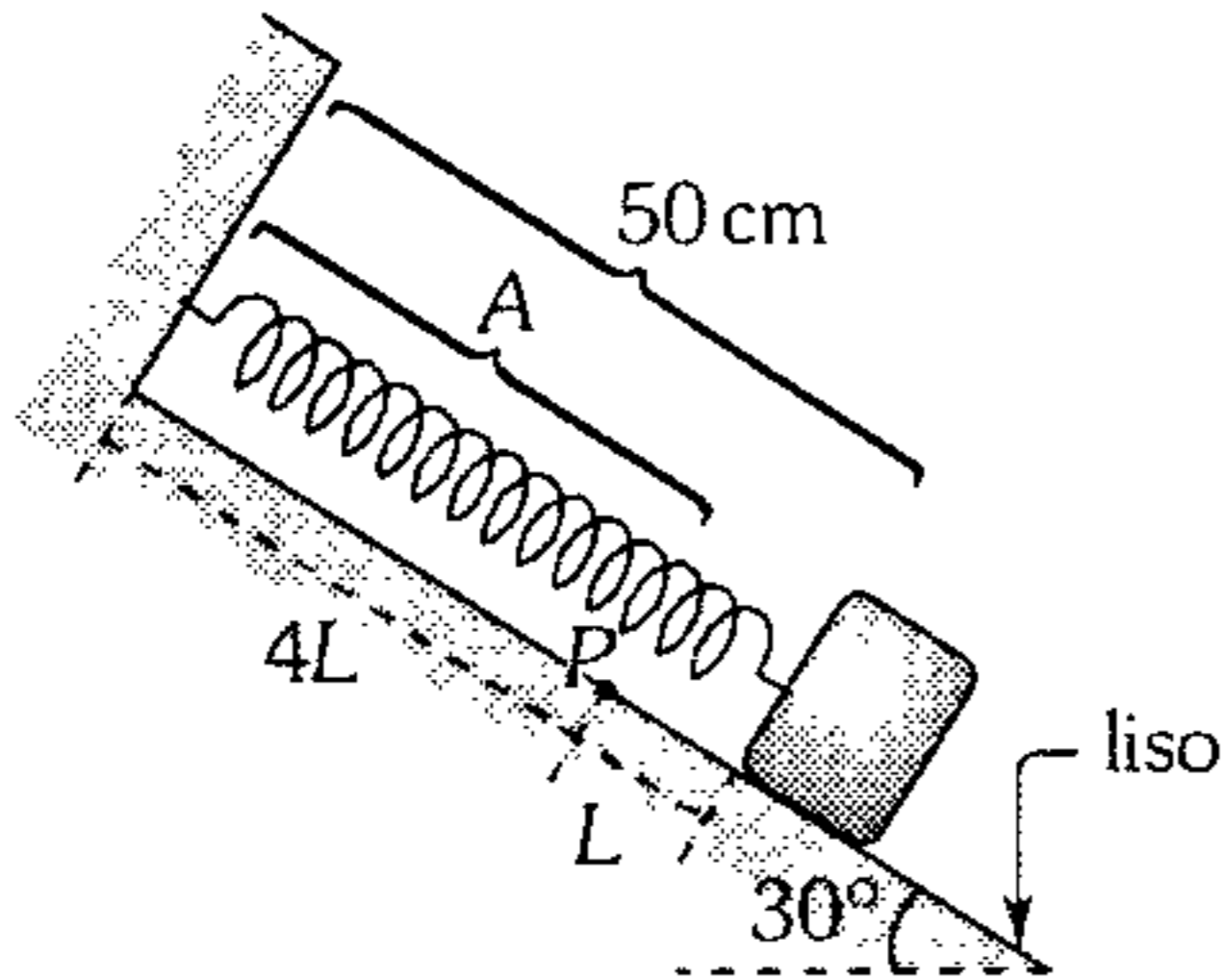


130. Determine la mínima deformación que debe experimentar el resorte, si la barra homogénea de 15 kg está a punto de resbalar ( $K=480 \text{ N/m}$ ,  $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 10 cm
- B) 15 cm
- C) 20 cm
- D) 25 cm
- E) 35 cm

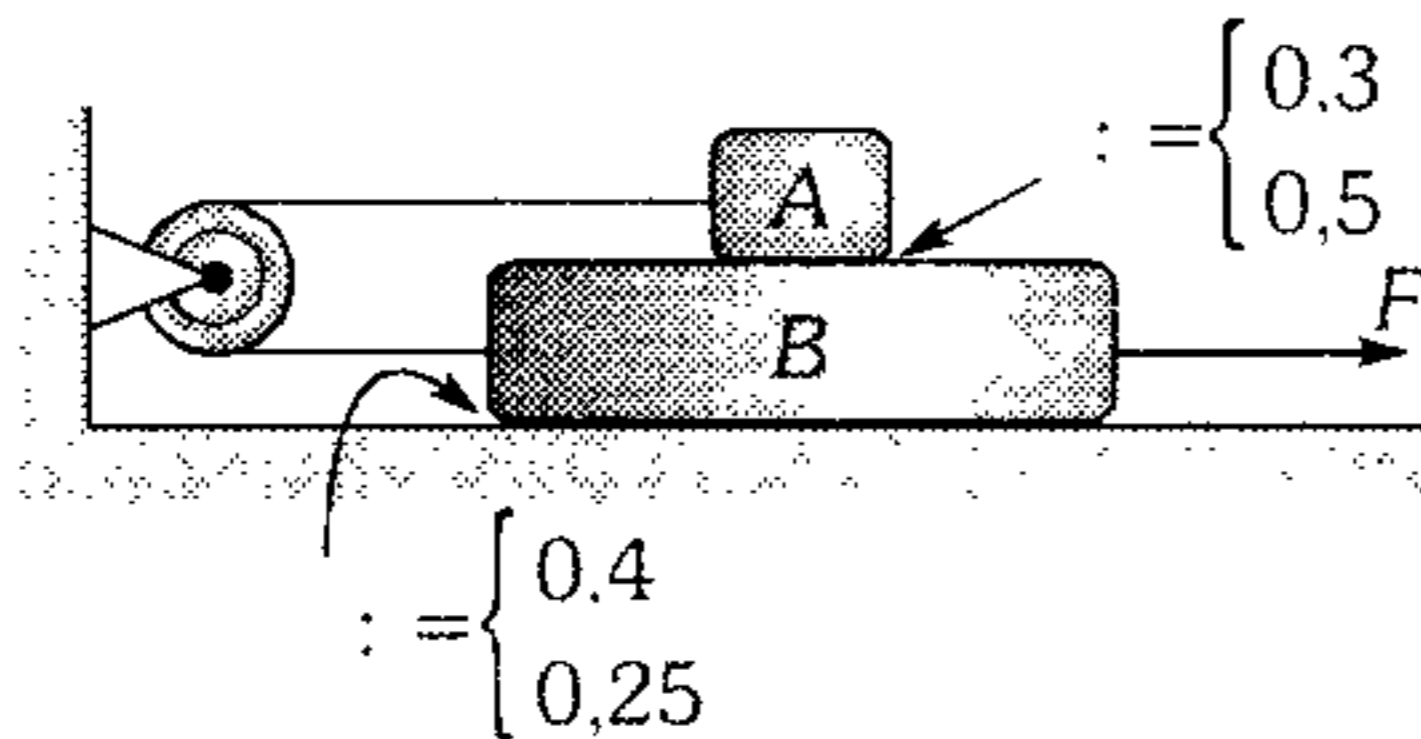


131. La longitud natural del resorte es de 30 cm. Si se suspende un bloque de 80 kg, éste desciende lentamente hasta quedar en equilibrio en la forma indicada ahora. Si el resorte es cortado en  $P$  y de dicho punto se suspende un bloque de 40 kg; determine la nueva deformación de la parte  $A$  hasta el equilibrio. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



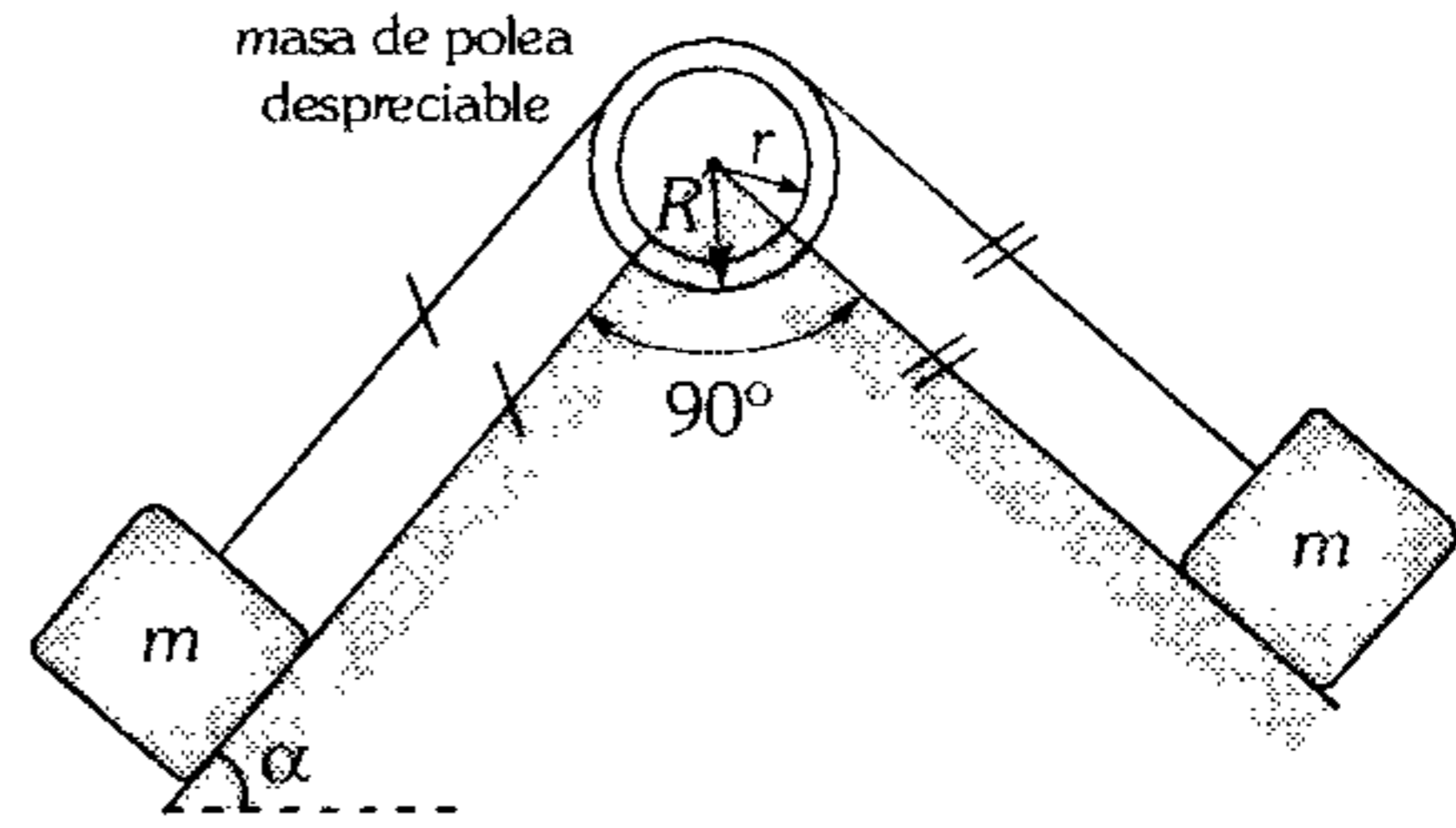
- A) 4 cm      B) 6 cm      C) 8 cm  
D) 10 cm      E) 12 cm

132. Determine el valor necesario de la fuerza  $\vec{F}$  de tal manera que el sistema inicie su movimiento. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ;  $m_A=1 \text{ kg}$ ;  $m_B=2 \text{ kg}$ ).



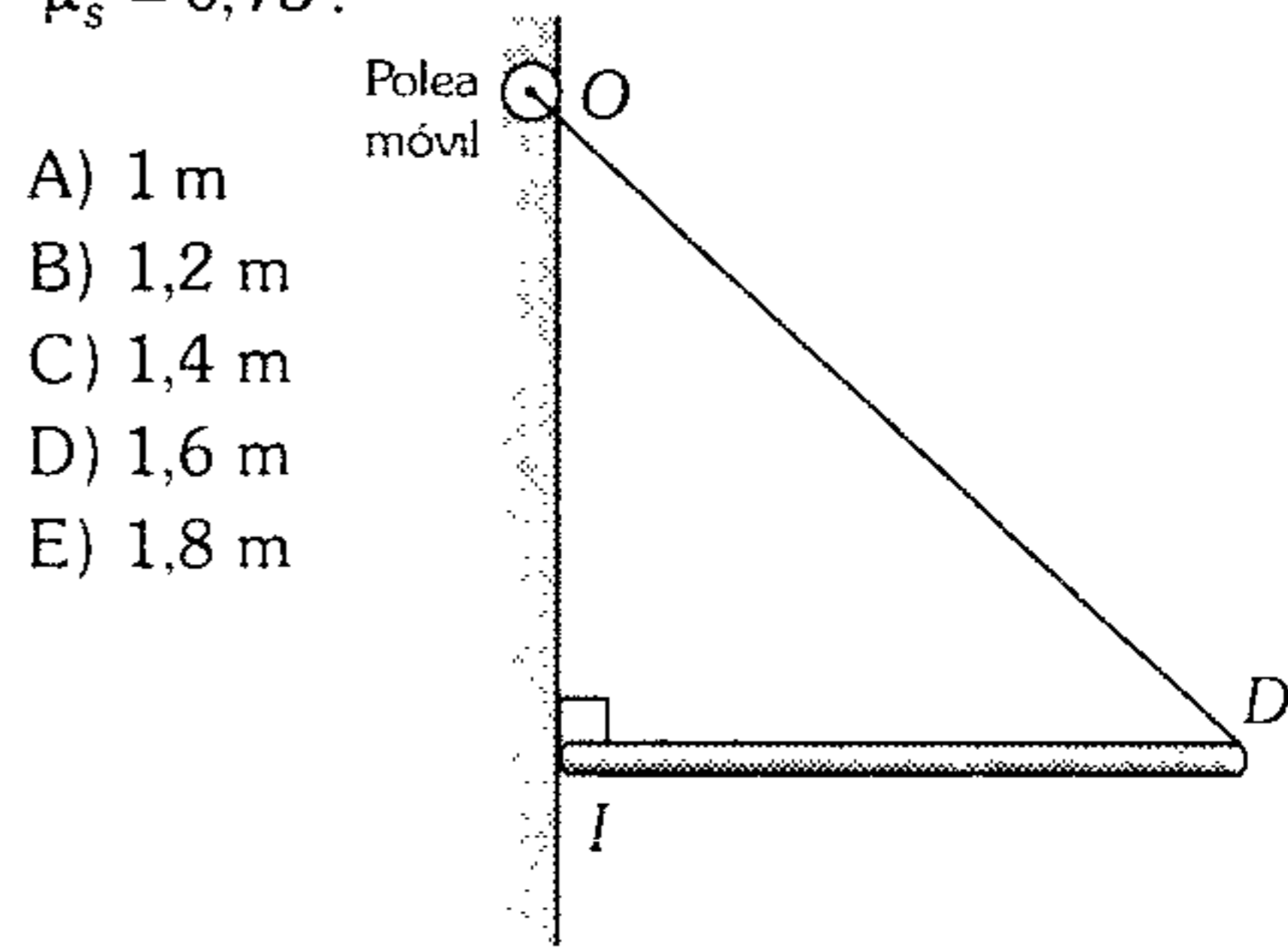
- A) 16 N      B) 22 N      C) 18 N  
D) 19 N      E) 20 N

133. Una polea de radios externo e interno  $R$  y  $r$  se apoya sobre un eje cilíndrico inmóvil. El coeficiente de rozamiento entre la polea y el eje es  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Siendo los bloques y las cuerdas lisas; determine los valores de  $\alpha$  que permiten el equilibrio del sistema  $\left[ \frac{r}{R} = \frac{2}{3} \right]$ .



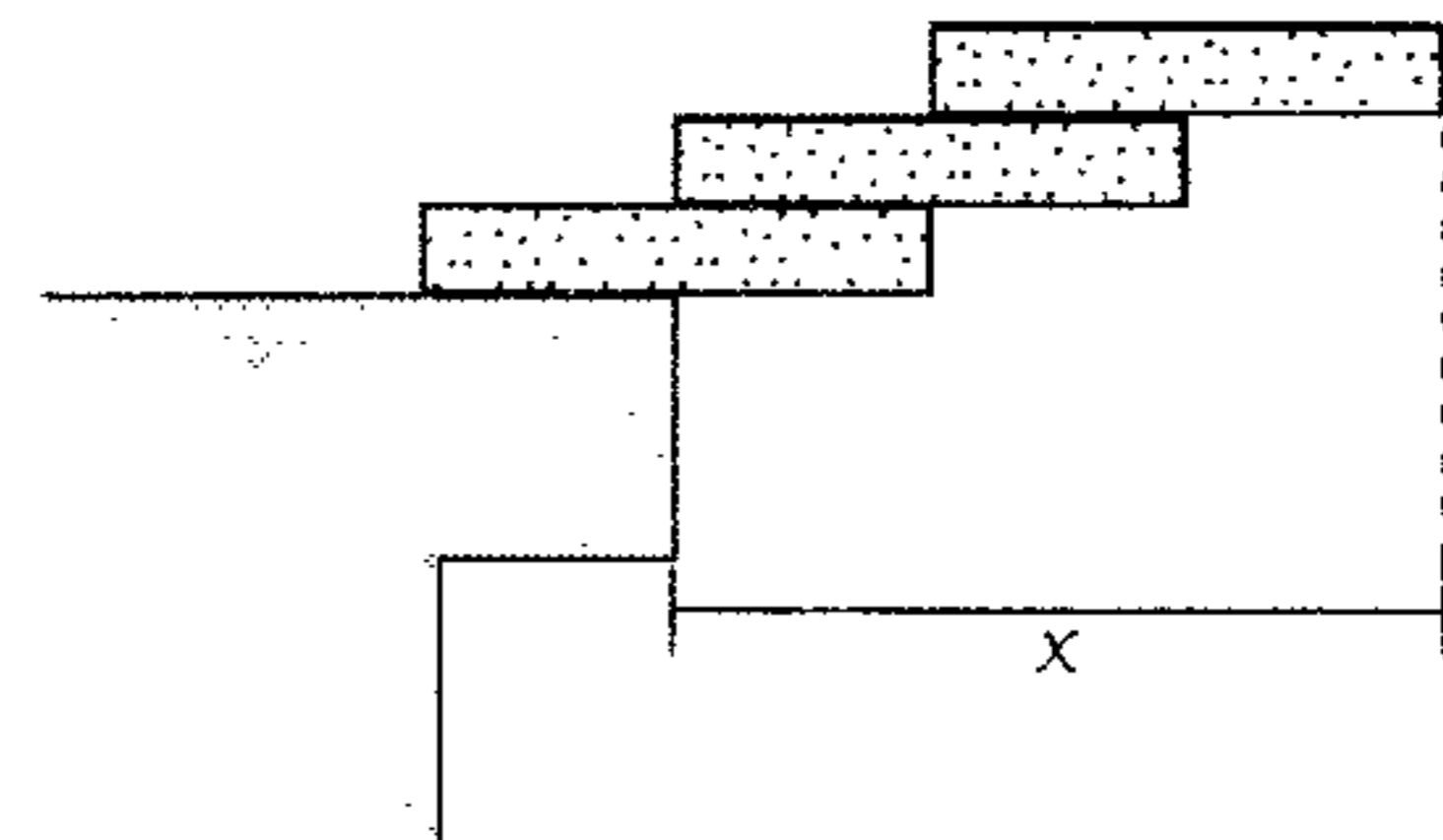
- A)  $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$   
B)  $26,5^\circ \leq \alpha \leq 63,5^\circ$   
C)  $\alpha \geq 45^\circ$   
D)  $31,3 \leq \alpha \leq 45^\circ$   
E)  $\alpha = 45^\circ$

134. Una barra de 2,5 m de longitud permanece horizontal, pero su extremo izquierdo está a punto de deslizar por la pared. ¿A qué distancia del extremo  $I$  se encuentra el centro de gravedad de la barra, si el módulo de la tensión en la cuerda es mínimo? Considere  $\mu_s = 0,75$ .



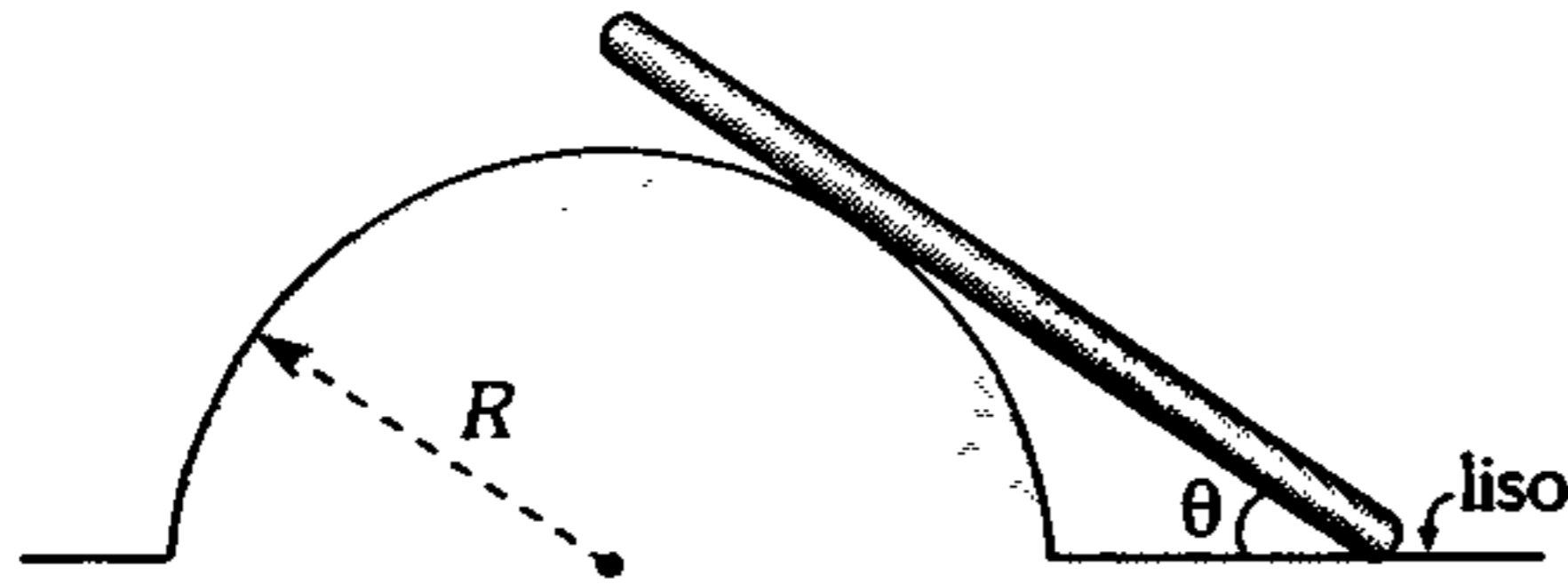
- A) 1 m  
B) 1,2 m  
C) 1,4 m  
D) 1,6 m  
E) 1,8 m

135. Calcule el máximo voladizo  $x$  para que las tres tablas homogéneas de 12 cm de largo se mantengan en reposo.



- A) 5 cm      B) 6 cm      C) 8 cm  
D) 9 cm      E) 11 cm

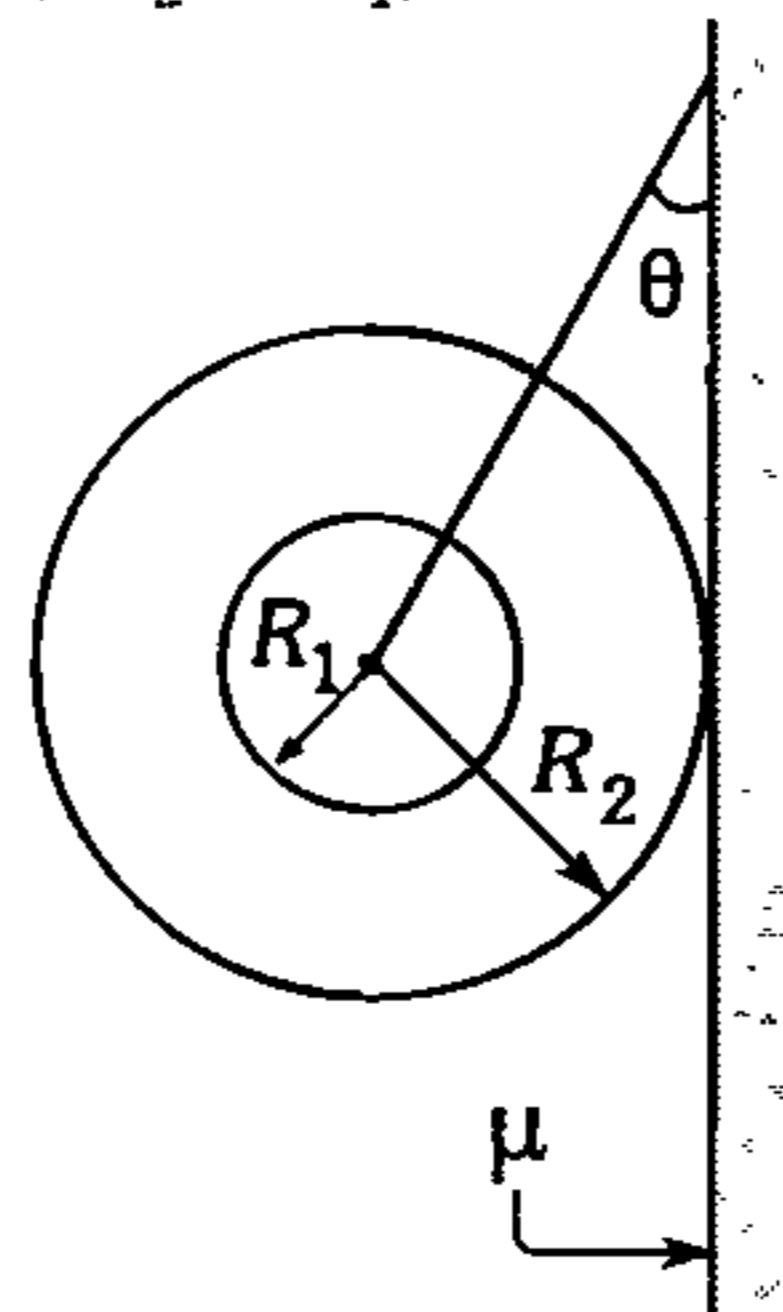
136. La barra homogénea es de 64 cm y 500 N. La reacción que ejerce la superficie semicilíndrica sobre la barra es de módulo 400 N. Calcule la medida del ángulo  $\theta$  si la barra se encuentra en equilibrio ( $R=30$  cm).



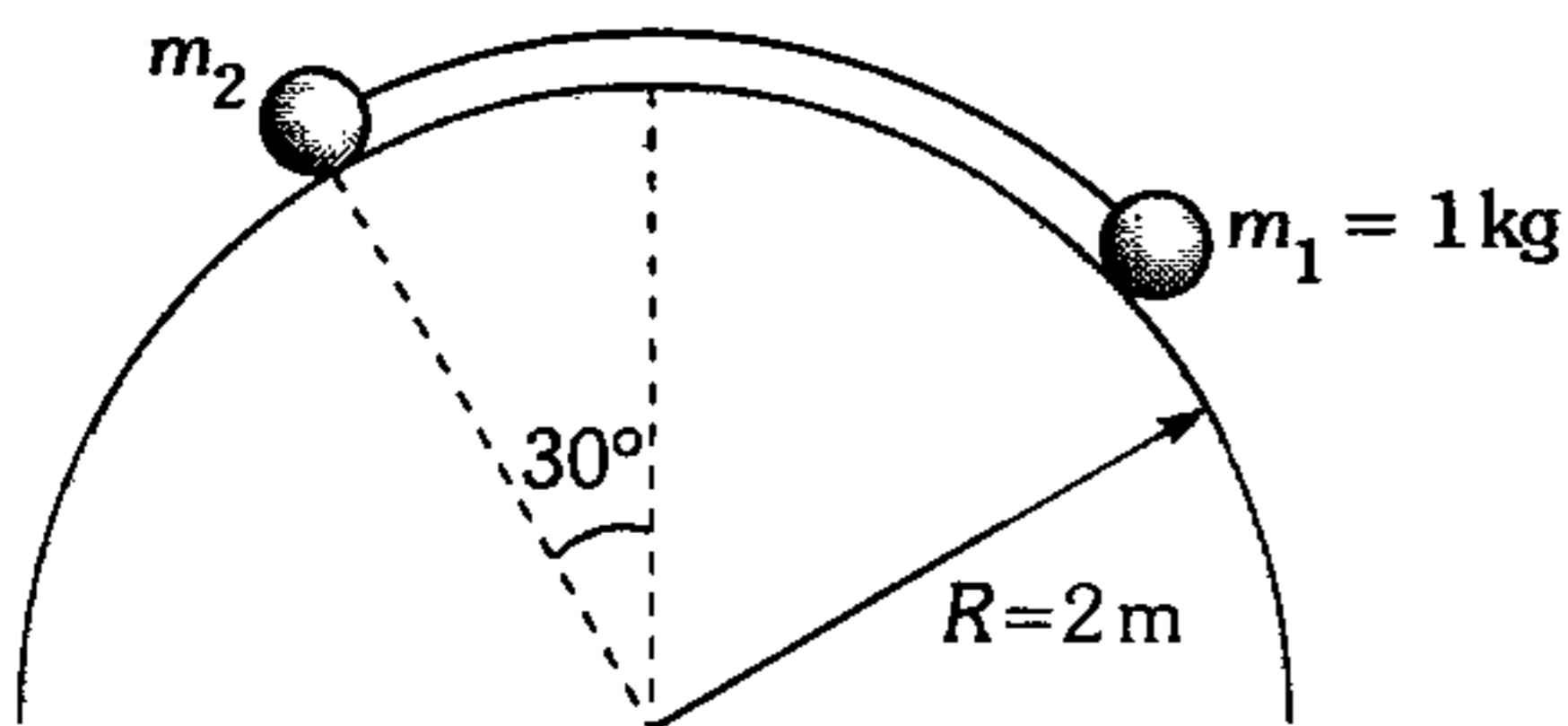
- A) 37°      B) 30°      C) 53°  
D) 45°      E) 60°

137. Del sistema mostrado, determine el coeficiente de rozamiento estático mínimo entre la pared y la rueda de radio  $R_2$ , tal que no se pierda el equilibrio. ( $\theta = 37^\circ$ ,  $R_2 = 3R_1$ ).

- A) 3/5  
B) 5/3  
C) 9/5  
D) 5/9  
E) 3/8

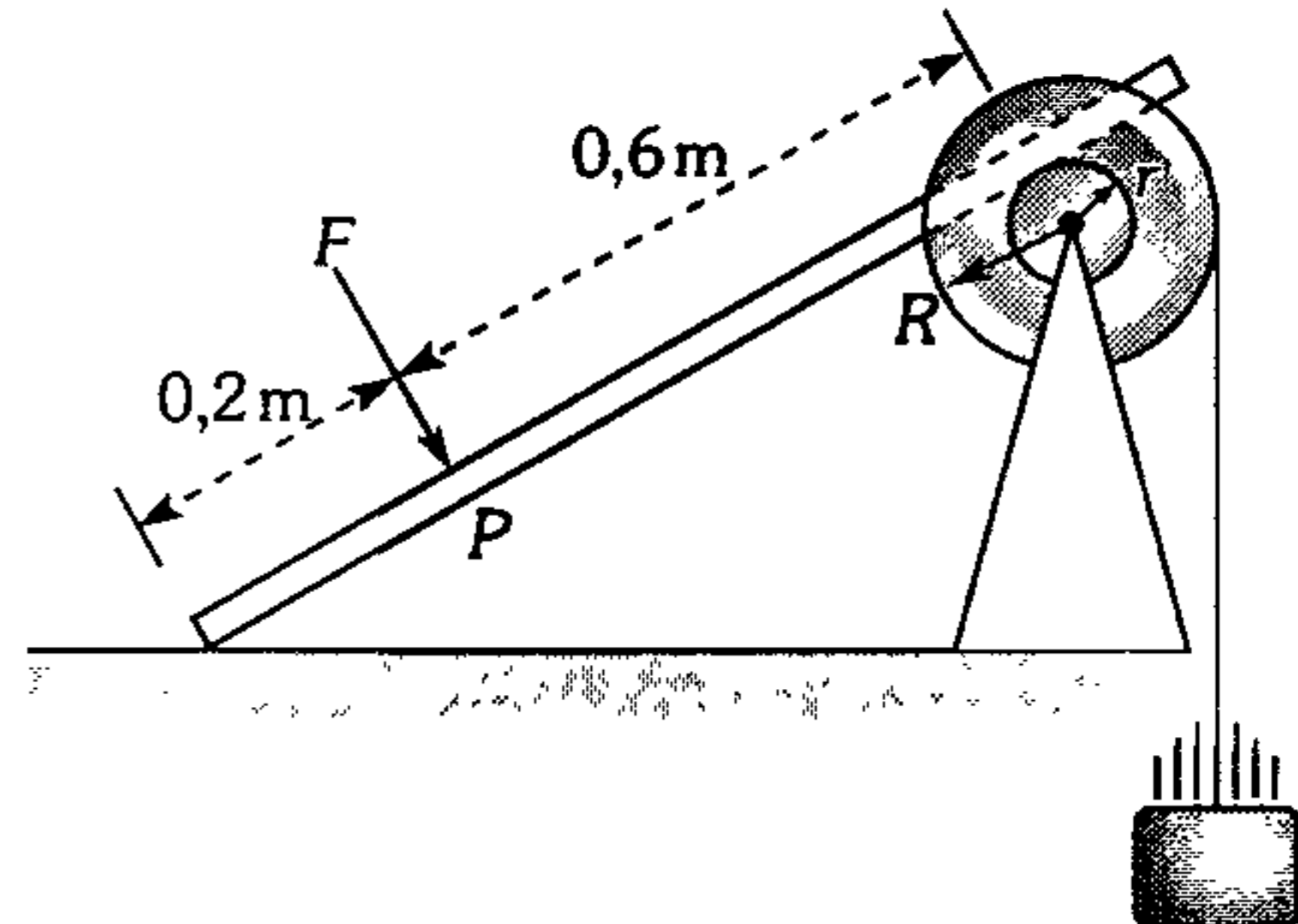


138. Dos pequeñas esferas se unen mediante un hilo liviano de longitud  $\frac{\pi}{2}$  m y se apoyan en una superficie cilíndrica lisa; si el sistema se encuentra en equilibrio, determine  $m_2$  en kg [ $R=2$  m].



- A)  $2\sin 15^\circ$       B)  $\cos 15^\circ$       C)  $2\cos 15^\circ$   
D)  $2\sin 30^\circ$       E)  $\sin 45^\circ$

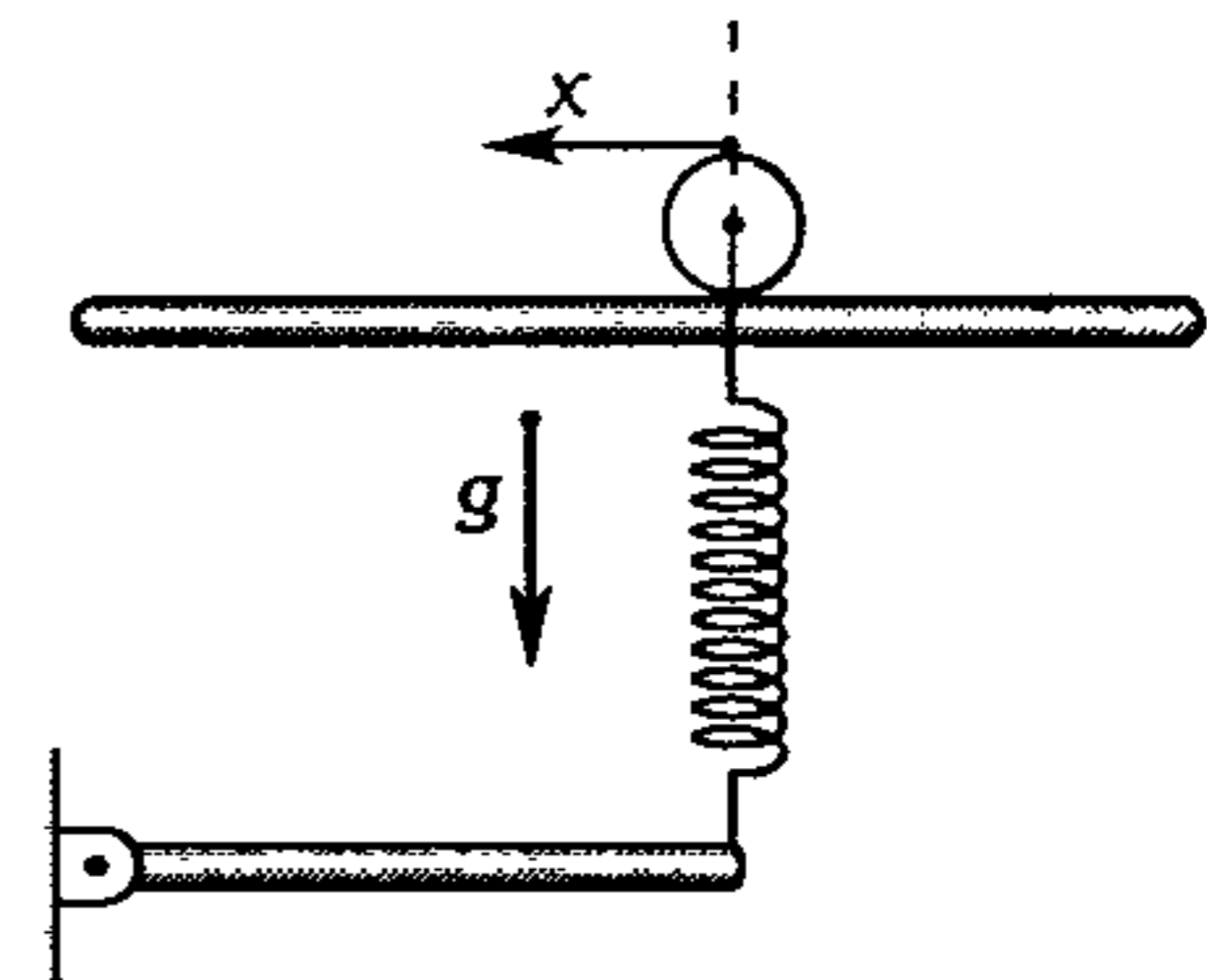
139. En el sistema mostrado, el bloque de 9 kg desciende con velocidad constante; determine el módulo de la fuerza  $\vec{F}$  perpendicular a la barra de masa despreciable, sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre la barra y la polea de menor radio es 0,75 ( $R=20$  cm;  $r=10$  cm;  $g=10$  m/s<sup>2</sup>).



- A) 100 N      B) 960 N      C) 180 N  
D) 800 N      E) 240 N

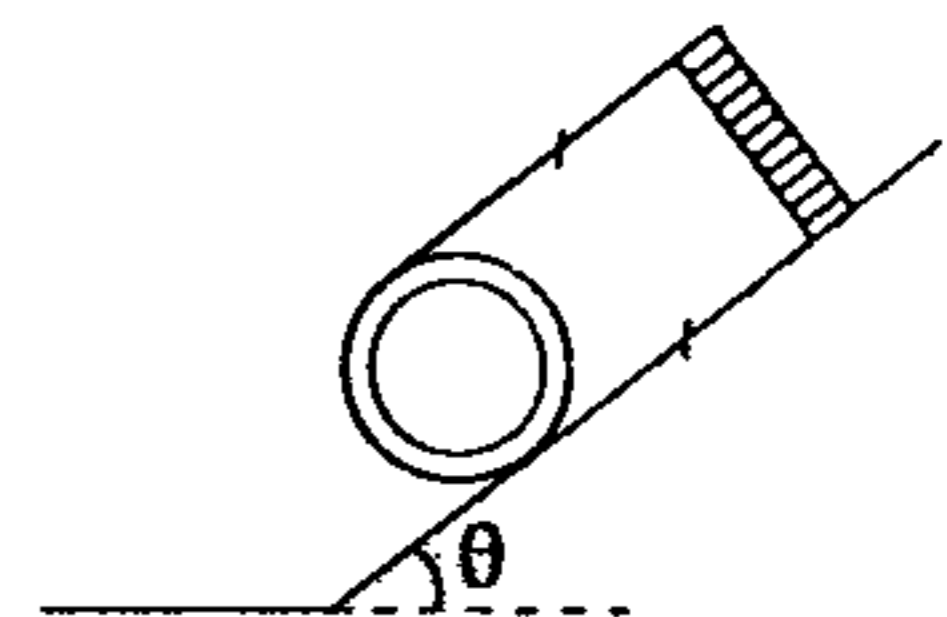
140. Una barra homogénea de 1,4 kg y 25 cm de longitud desciende lentamente hasta que adquiere el equilibrio. Si inicialmente el resorte de  $K=100$  N/m está sin deformar; ¿cuánto se desplaza el rodillo liso? ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).

- A) 1 cm  
B) 2 cm  
C) 3 cm  
D) 0,5 cm  
E) 0,8 cm

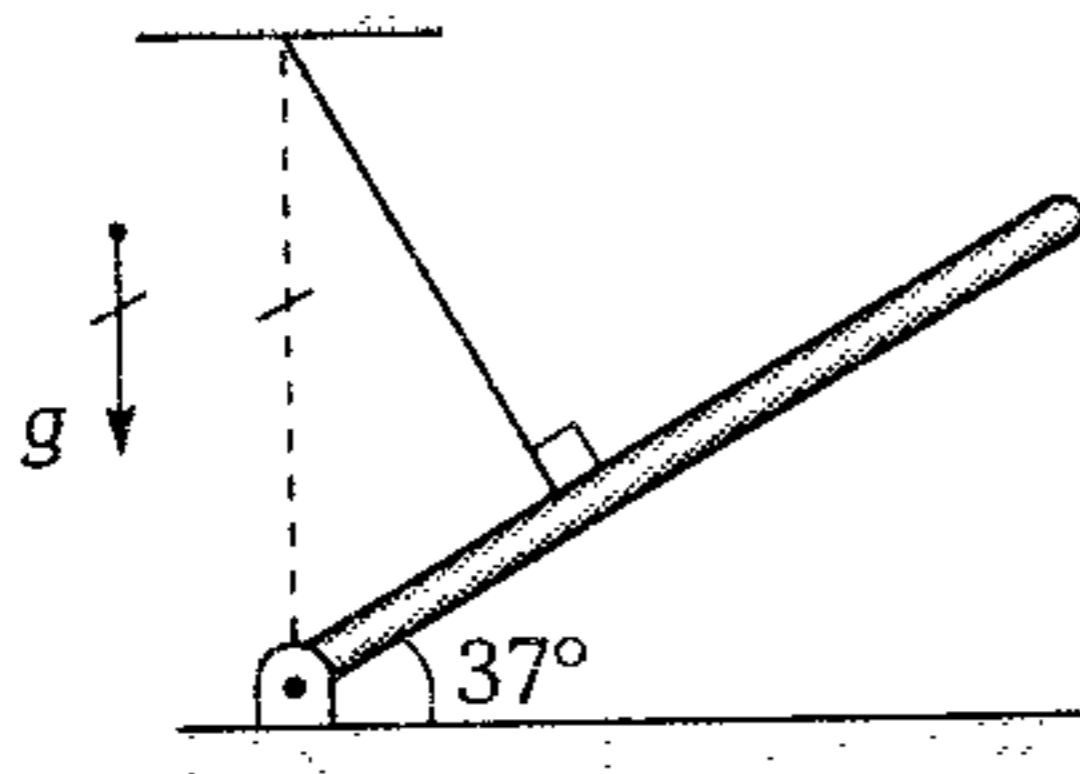


141. En un cilindro homogéneo se enrolla un hilo, cuyo extremo se sujeta de un parante en el punto superior del plano inclinado. El coeficiente de fricción entre el cilindro y el plano es  $\mu$ . ¿Hasta qué ángulo máximo  $\theta$  el cilindro no se deslizará del plano inclinado?

- A)  $\arcsen(1/\mu)$   
B)  $\arctan(2\mu)$   
C)  $\arctan(\mu)$   
D)  $\arccos(1/\mu)$   
E)  $\arctan(1+\mu)$



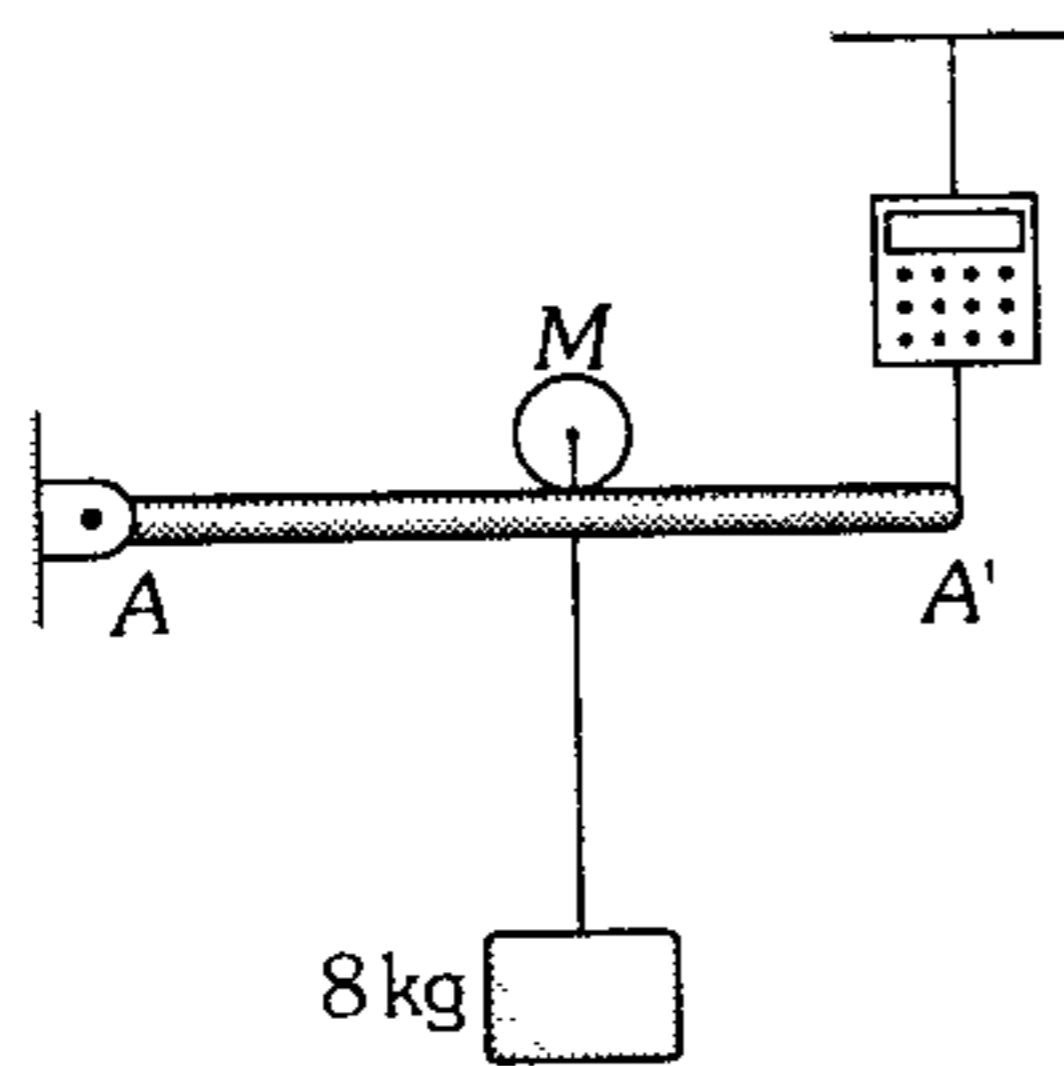
142. Determine la fuerza que ejerce la articulación a la barra de 100 N, si la fuerza de tensión presenta un módulo igual a 35 N.



- A)  $(7\hat{i} + 24\hat{j})N$       B)  $(21\hat{i} + 72\hat{j})N$   
 C)  $(30\hat{i} + 40\hat{j})N$   
 D)  $(-20\hat{j} + 14\hat{i})N$       E)  $(72\hat{i} + 21\hat{j})N$

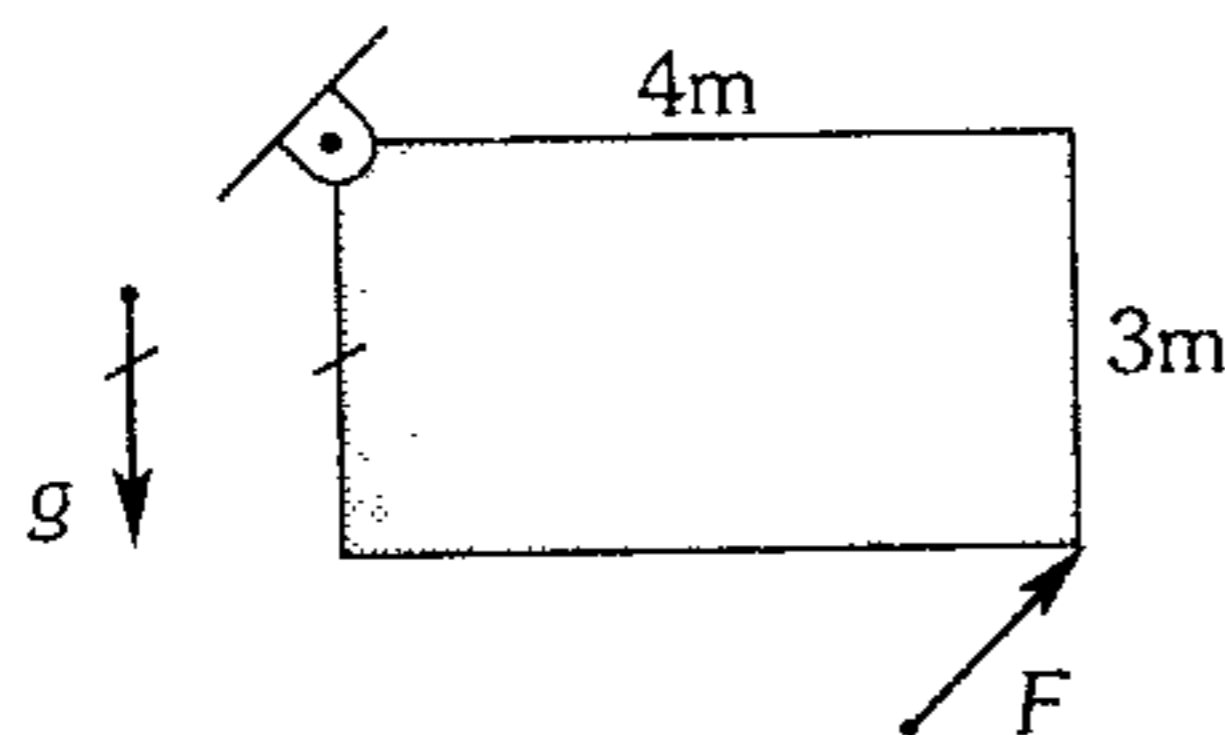
143. Si lo que marca el dinamómetro electrónico está en función de lo que se desplaza el rodillo liviano  $M$  de acuerdo a  $T=x^2+2x+8$ , donde  $x$  está en metros,  $T$  en Newton, determine las coordenadas del C.G. de la barra  $AA'$  homogénea. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) (10;10)  
 B) (10;5)  
 C) (5;0)  
 D) (8;0)  
 E) (10;0)

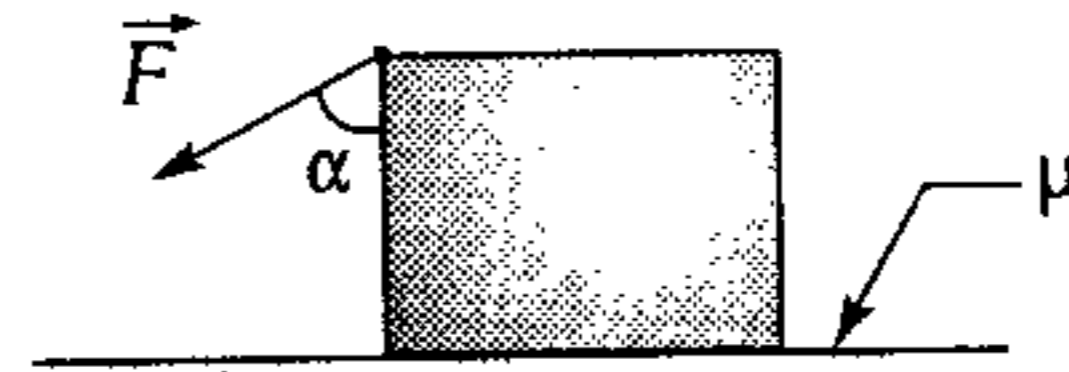


144. Se tiene una placa homogénea rectangular de 1 kg, que permanece en la posición mostrada. Determine el mínimo módulo de la fuerza  $\vec{F}$  ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 1 N  
 B) 2 N  
 C) 3 N  
 D) 4 N  
 E) 5 N

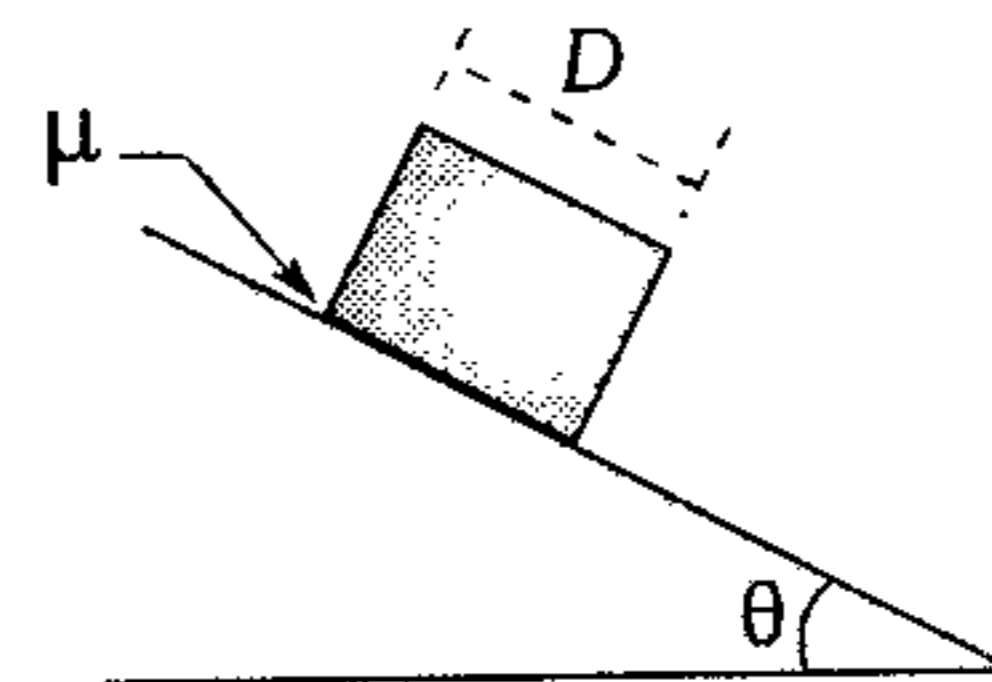


145. El cubo homogéneo está a punto de deslizar e inclinarse debido a la fuerza  $\vec{F}$ . Determine la medida del ángulo  $\alpha$ , sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático es  $\mu$ .



- A)  $\text{arccot}\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$   
 B)  $\text{arcsen}\left(\frac{\mu}{1-\frac{\mu}{2}}\right)$   
 C)  $\text{arctan}\left(\frac{\mu}{1-2\mu}\right)$   
 D)  $\text{arcsen}\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$   
 E)  $\text{arctan}\left(\frac{\mu}{\mu-0,5}\right)$

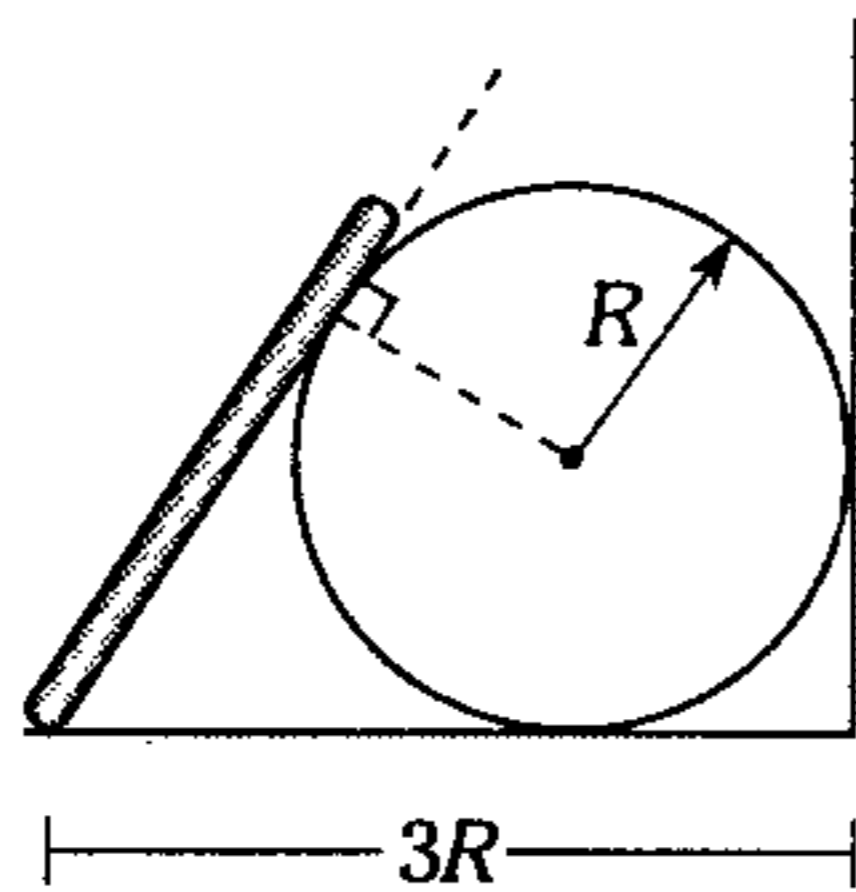
146. Calcule la altura máxima del cajón homogéneo y la medida del ángulo  $\theta$  de modo que esté a punto de volcar.



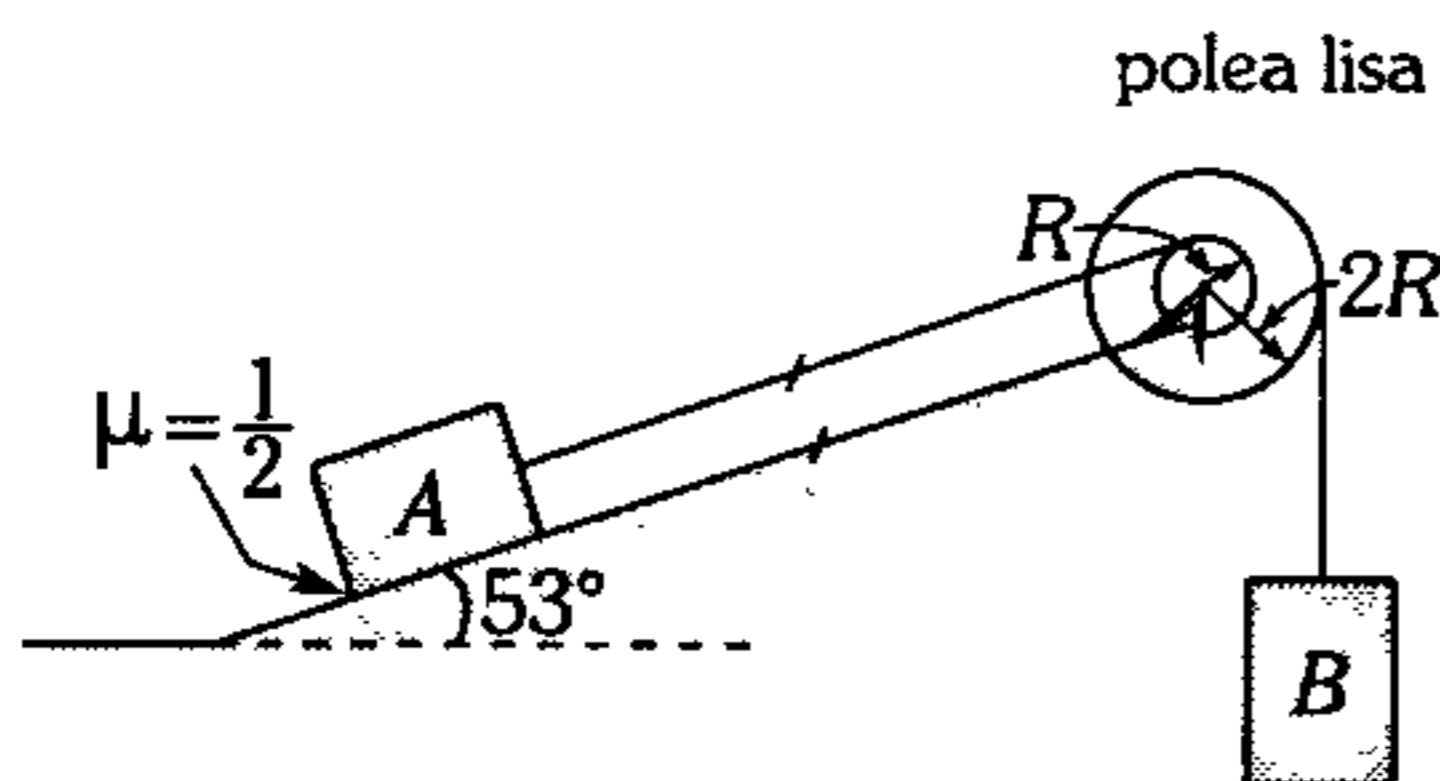
- A)  $h = D \tan \theta ; \theta > \tan^{-1}(\mu)$   
 B)  $h = D \tan \theta ; \theta = \tan^{-1}(\mu)$   
 C)  $h = D \cot \theta ; \theta = \tan^{-1}(\mu)$   
 D)  $h = D \cot \theta ; \theta \leq \tan^{-1}(\mu)$   
 E)  $h = D \cot \theta ; \theta \geq \tan^{-1}(\mu)$

147. La barra homogénea de 5 kg se mantiene en reposo apoyada en una esfera lisa de radio  $R$ . Determine el módulo de la fuerza que la esfera ejerce sobre la pared. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 12 N
- B) 15 N
- C) 18 N
- D) 24 N
- E) 30 N



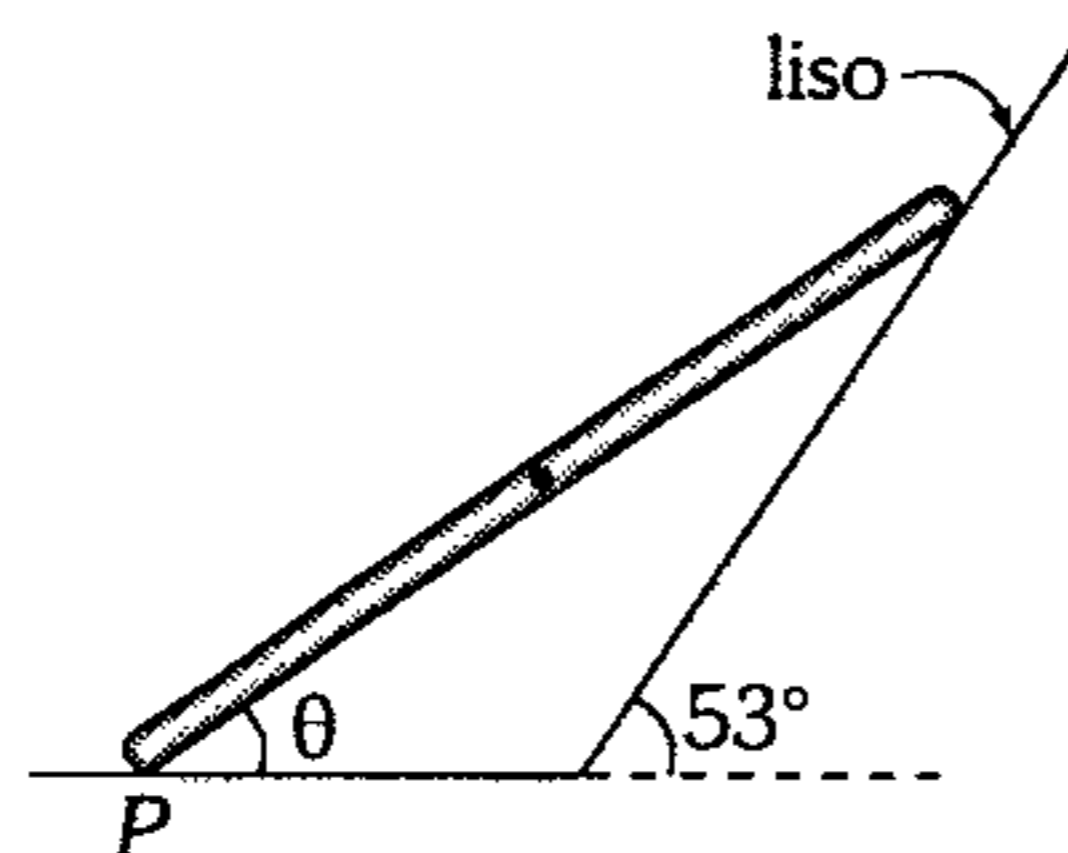
148. Si el bloque A es de 10 kg, determine la mayor masa del bloque B tal que el sistema no pierda el equilibrio ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 4 kg
- B) 4,5 kg
- C) 5 kg
- D) 5,5 kg
- E) 6 kg

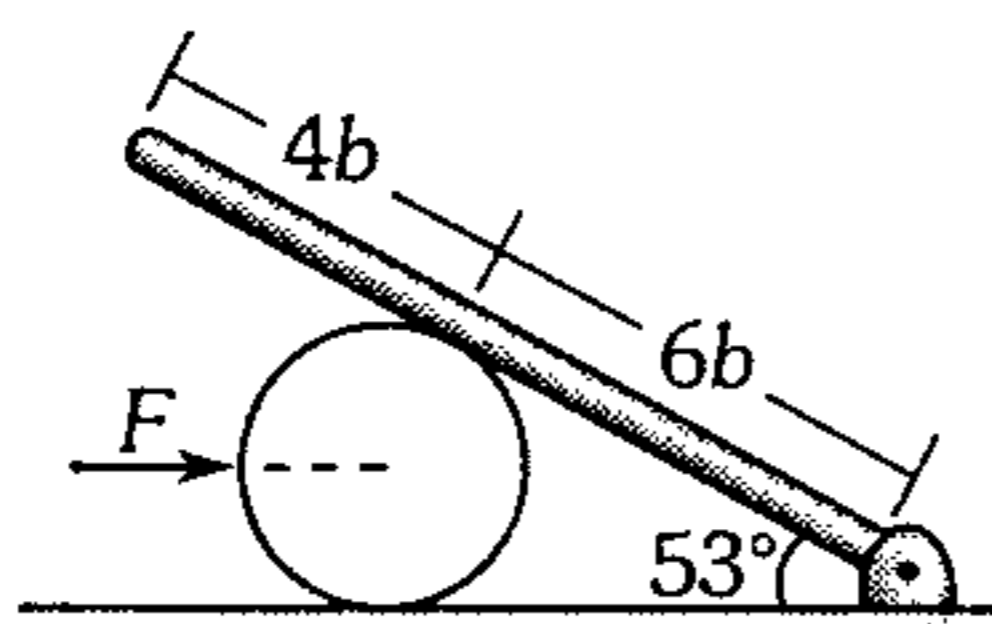
149. Calcule el ángulo  $\theta$  que define el equilibrio de la barra homogénea de 3 kg. El módulo de la fuerza de rozamiento en P es igual a 10 N.

- A) 53°
- B) 45°
- C) 37°
- D) 30°
- E) 22,5°



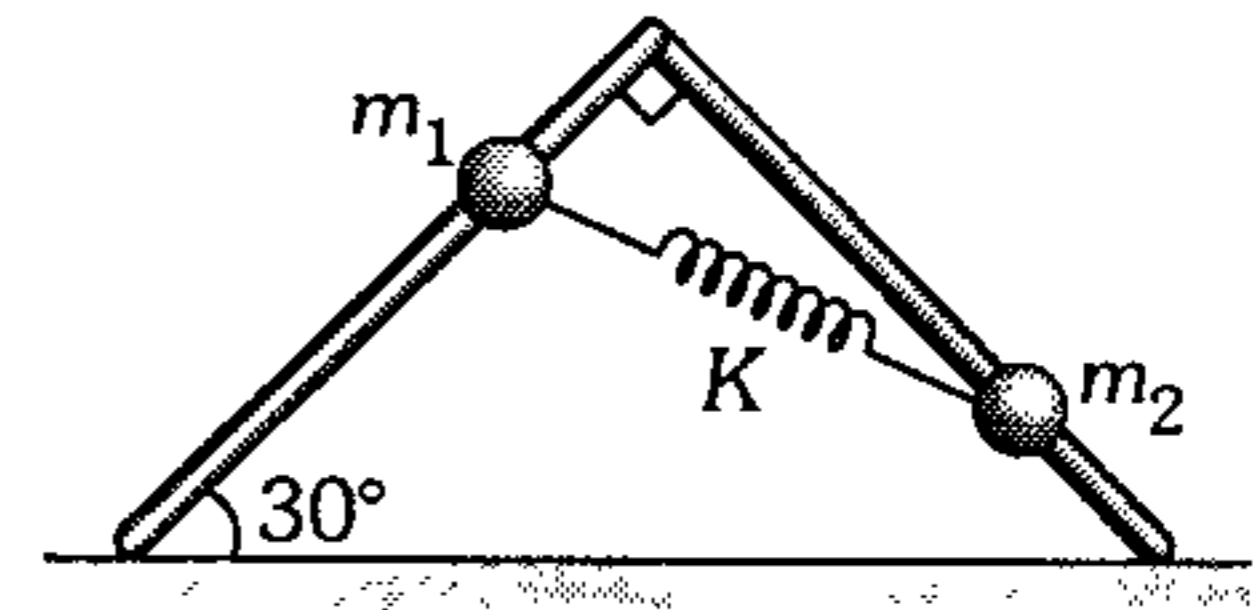
150. Determine el valor necesario de  $\vec{F}$  para mantener al sistema en equilibrio. La barra homogénea es de 120 N. (superficies lisas)

- A) 24 N
- B) 48 N
- C) 64 N
- D) 72 N
- E) 90 N



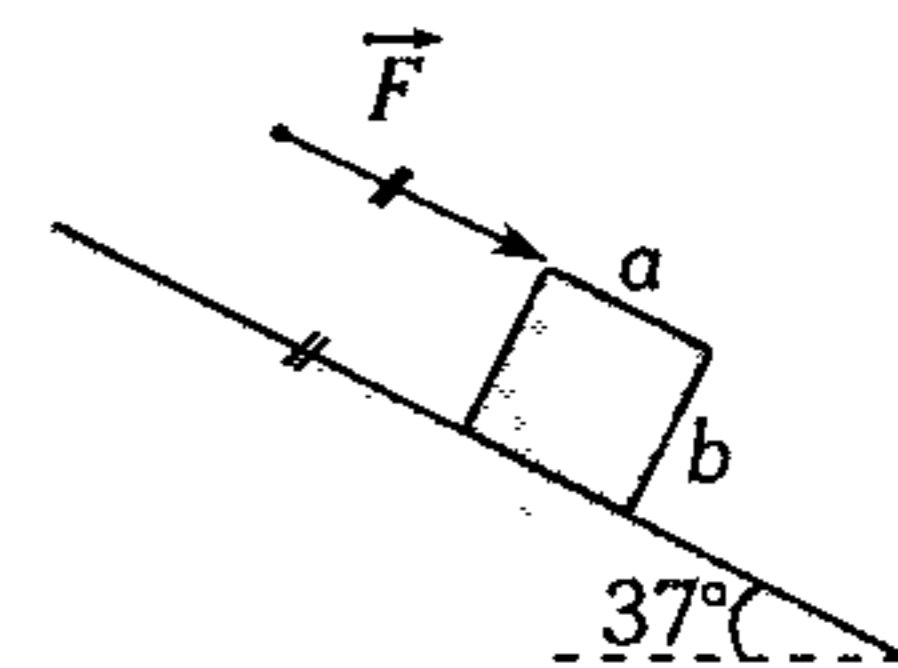
151. Se tiene un marco de alambre situado en un plano vertical. Dos esferas de masas  $m_1=0,1 \text{ kg}$  y  $m_2=0,3 \text{ kg}$  unidas por un resorte de  $k=1,3 \text{ N/cm}$ , se deslizan sin fricción. Halle la deformación del resorte en la posición de equilibrio. ( $\sqrt{7} \approx 2,6$ )

- A) 1 cm
- B) 2 cm
- C) 3 cm
- D) 4 cm
- E) 5 cm

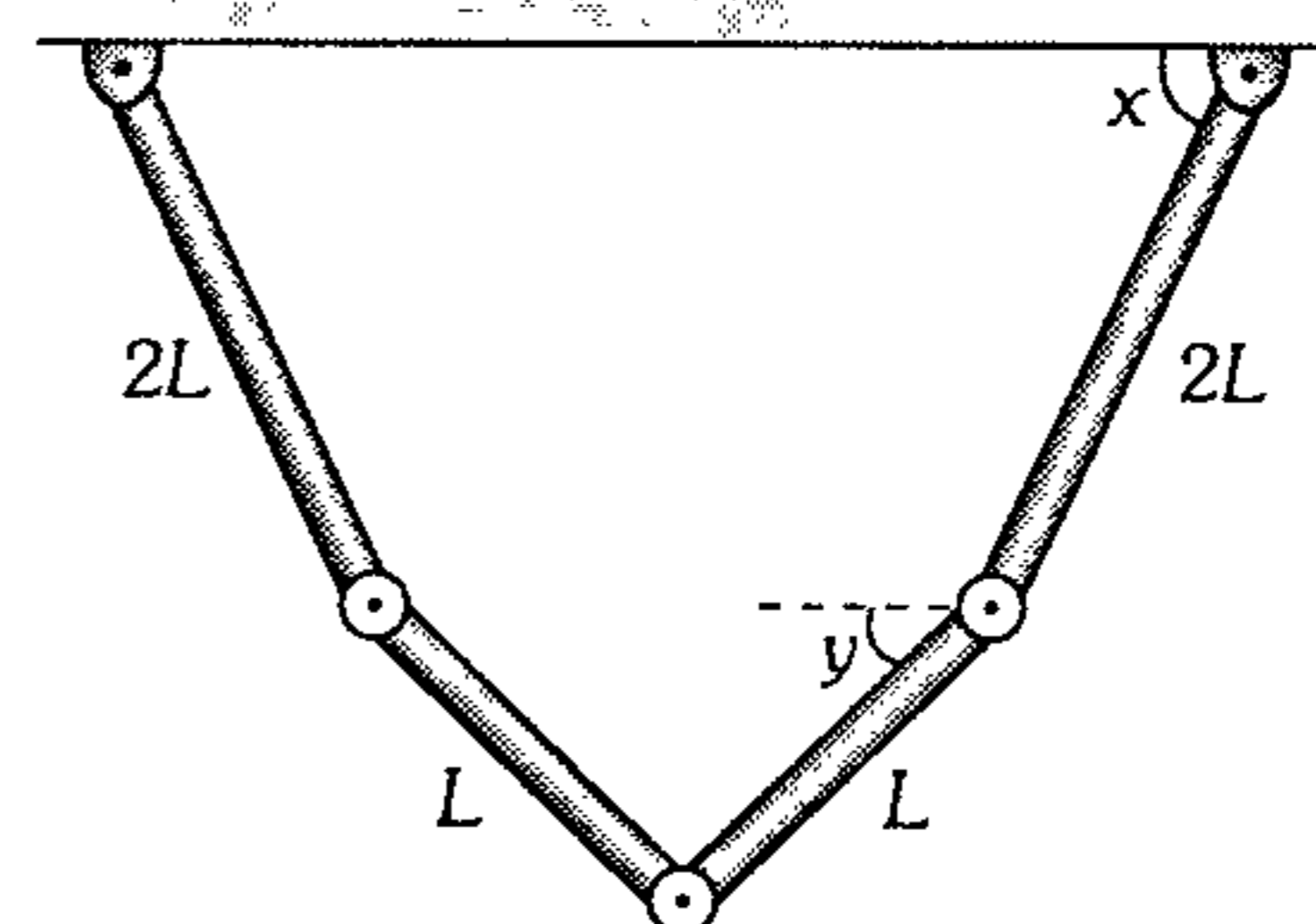


152. Un bloque rectangular homogéneo de 5 kg y dimensiones  $a \times b$ , se encuentra sobre un plano inclinado. Sobre el cuerpo comienza a actuar una fuerza  $\vec{F}$  paralela al plano inclinado; determine el valor necesario de  $\vec{F}$  para que el bloque empiece a inclinarse sin deslizar. ( $a/b=2$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 20 N
- B) 25 N
- C) 30 N
- D) 50 N
- E) 70 N



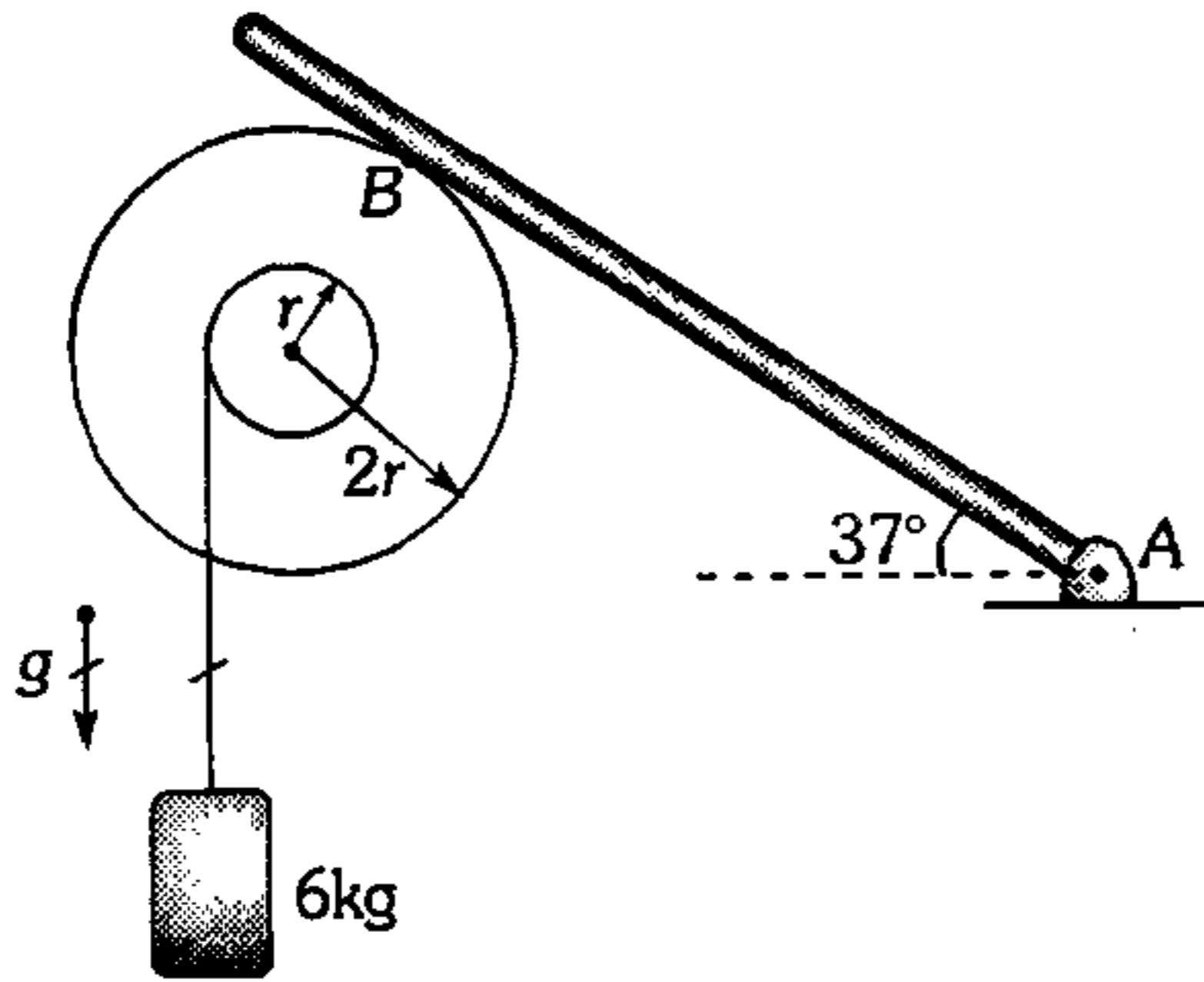
153. El sistema que se muestra está en reposo y está conformado por cuatro barras homogéneas que están articuladas. Si la masa de las barras articuladas al techo es la mitad de la masa de las barras de longitud  $L$ , ¿qué relación existe entre  $x$  e  $y$ ?



- A)  $\tan x = \tan y$
- B)  $\tan x = 1,5 \tan y$
- C)  $\tan x = 2 \tan y$
- D)  $\tan x = 2,5 \tan y$
- E)  $\tan x = 3 \tan y$

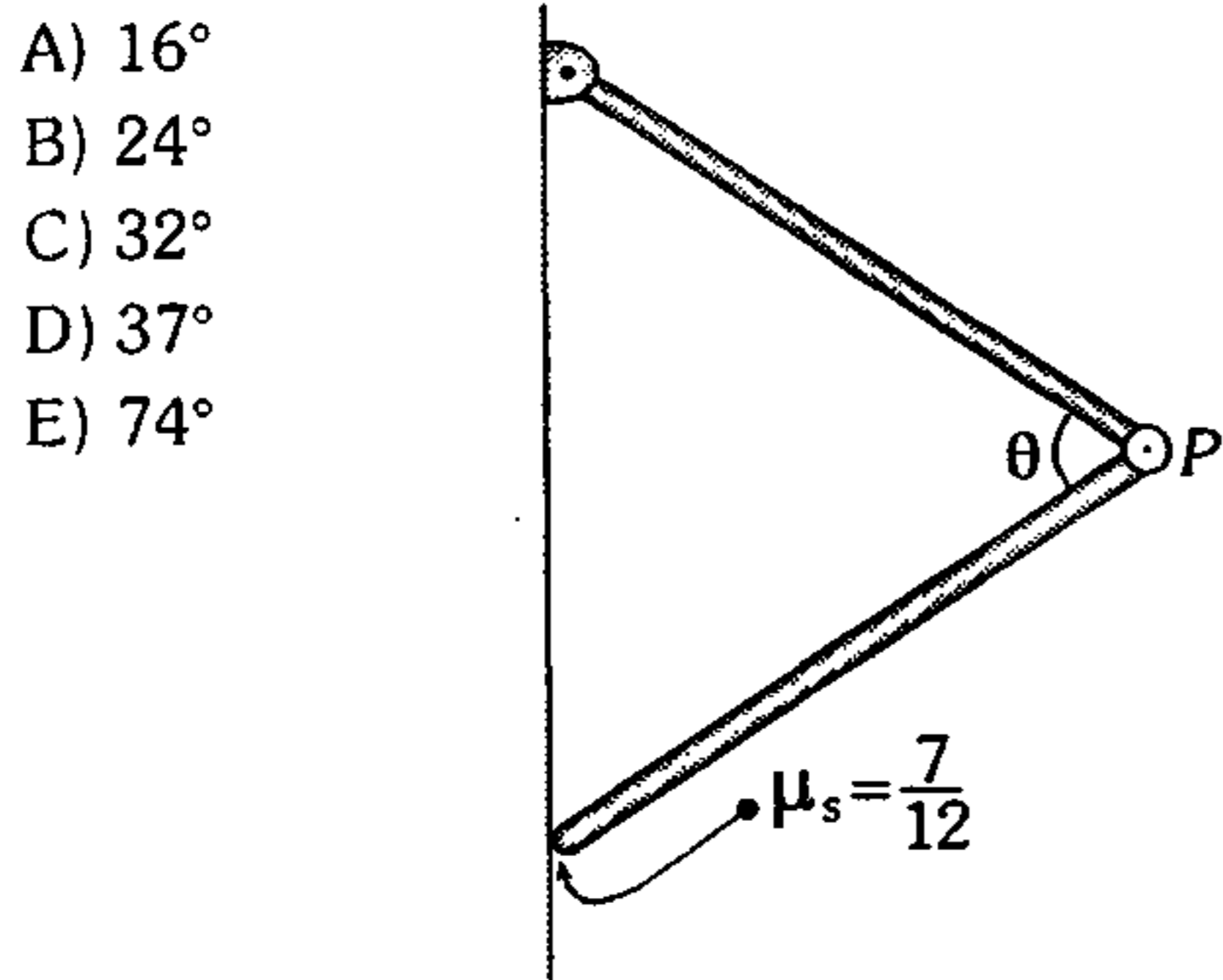


154. La tabla homogénea de 6 kg y 2 m de longitud está apoyada en una polea. Determine el módulo de la reacción en A.  
 ( $\overline{AB} = 1,2 \text{ m}$  ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 5 N      B) 10 N      C) 15 N  
 D) 20 N      E) 25 N

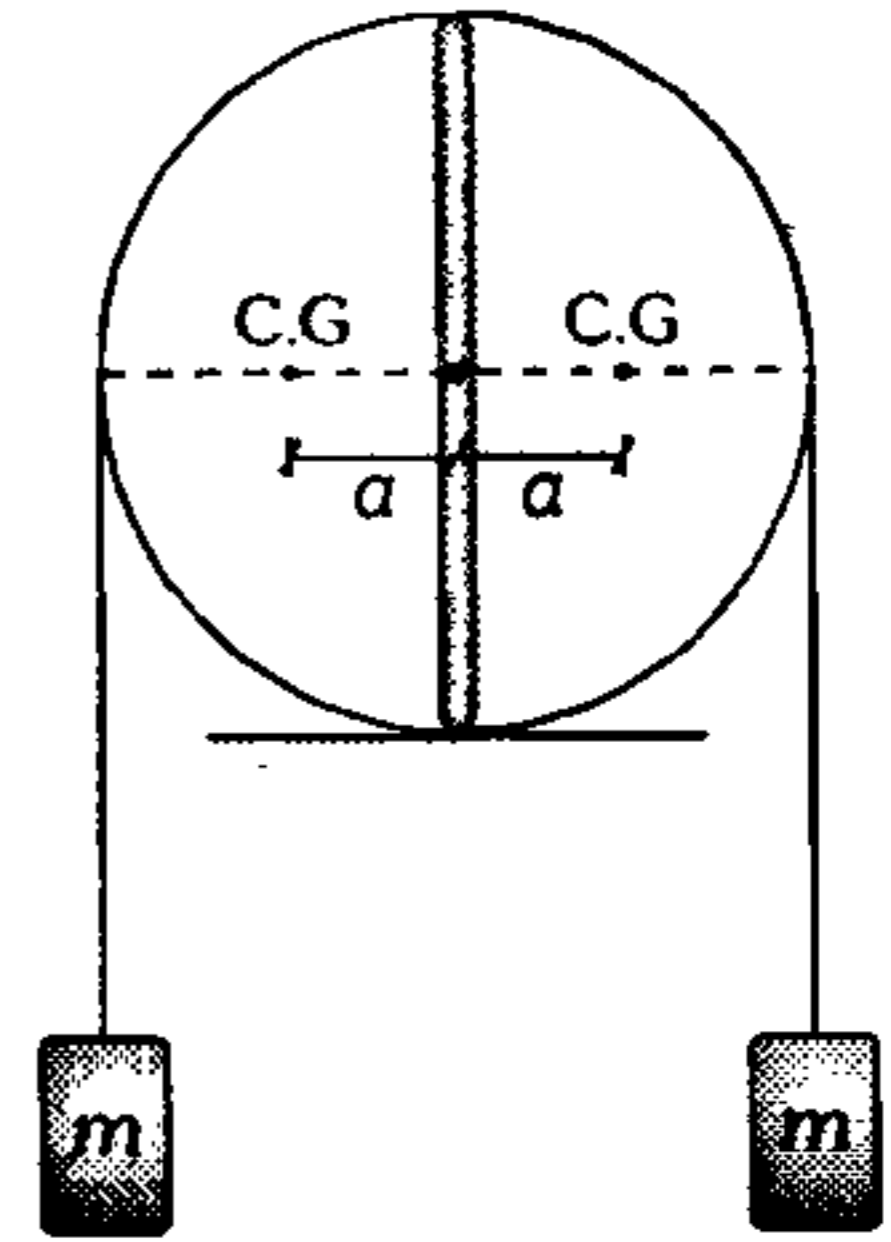
155. Determine el máximo valor de  $\theta$  para el cual, las barras idénticas de 50 N que están articuladas se mantengan en reposo.



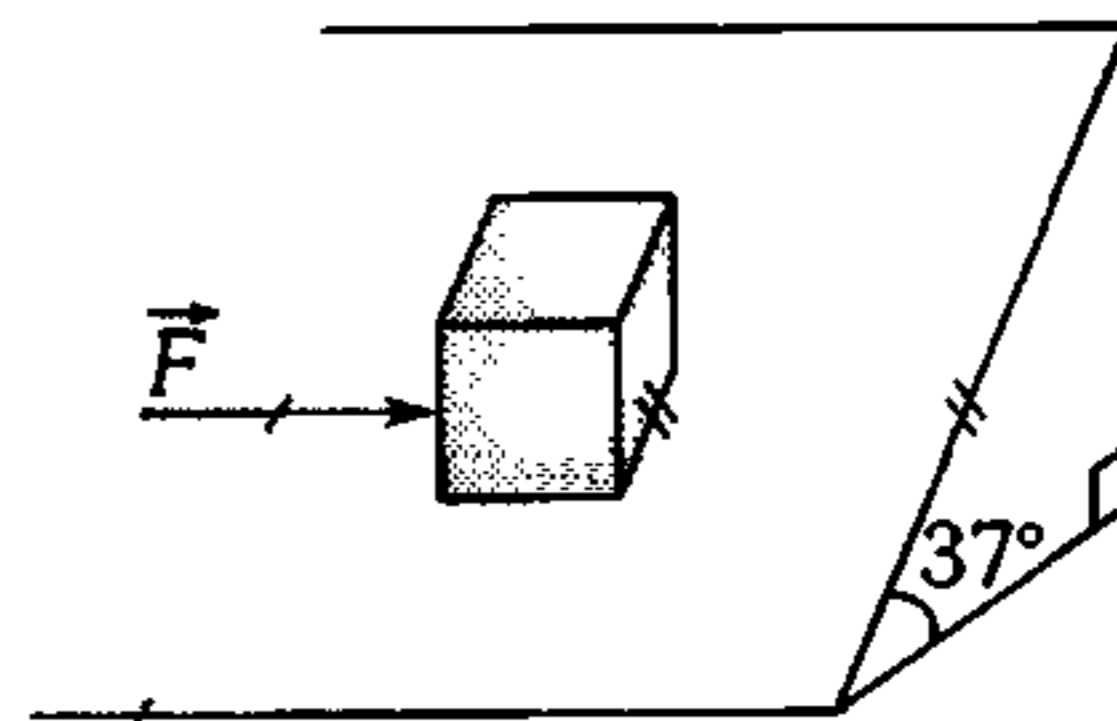
- A) 16°  
 B) 24°  
 C) 32°  
 D) 37°  
 E) 74°

156. Un cilindro de radio  $R$ , ha sido dividido en dos mitades idénticas cada una de masa  $M$ . El centro de gravedad de cada mitad distan  $a$  del eje del cilindro. Determine el valor necesario de  $m$  para el equilibrio del sistema. Desprecie todo rozamiento (la cuerda que sostiene a los bloques se enrolla en el cilindro).

- A)  $M \frac{(a+R)}{R}$   
 B)  $M \frac{a}{R}$   
 C)  $M \frac{(a+R)}{a}$   
 D)  $M \frac{R}{a}$   
 E)  $M$

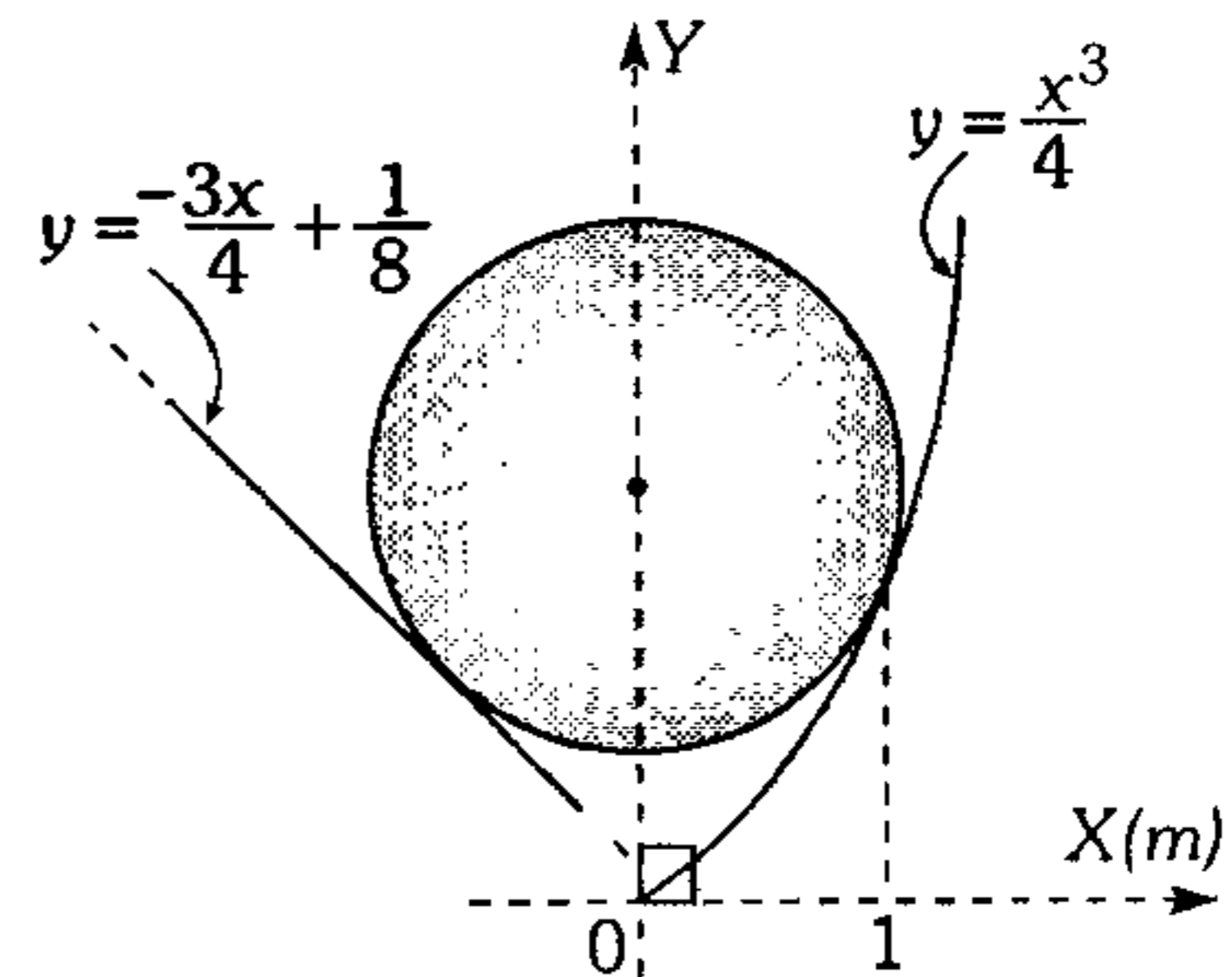


157. Un pequeño cubo de 500 g descansa apoyado en un plano inclinado rugoso ( $\mu_s = 1,25$ ). Determine el mínimo valor de la fuerza horizontal  $\vec{F}$  con que se debe empujar el cubo para que empiece a moverse.



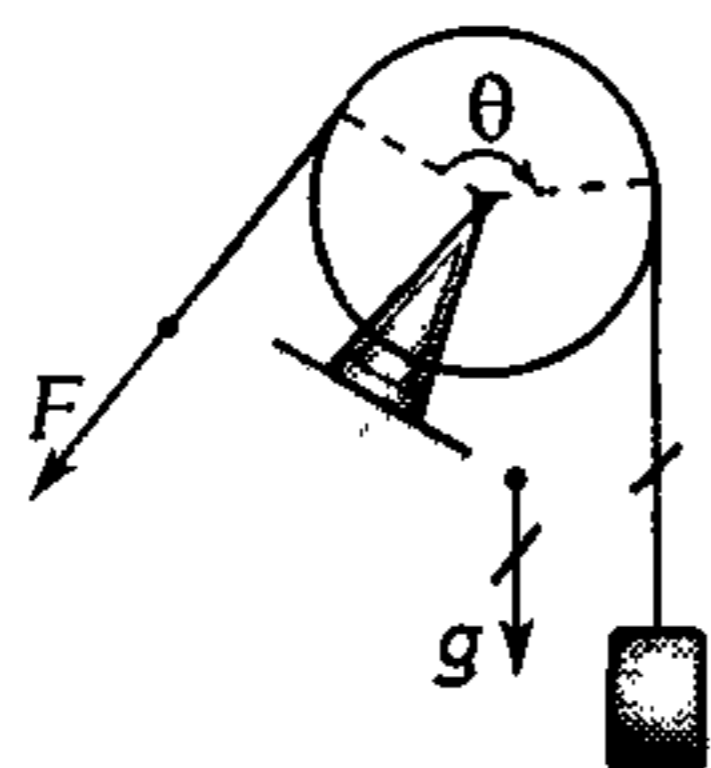
- A) 3 N      B) 4 N      C) 5 N  
 D)  $\sqrt{7}$  N      E)  $\sqrt{10}$  N

158. Si la esfera lisa y homogénea de 7 kg se encuentra en reposo; determine el módulo de la fuerza que le ejerce a la superficie curva ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



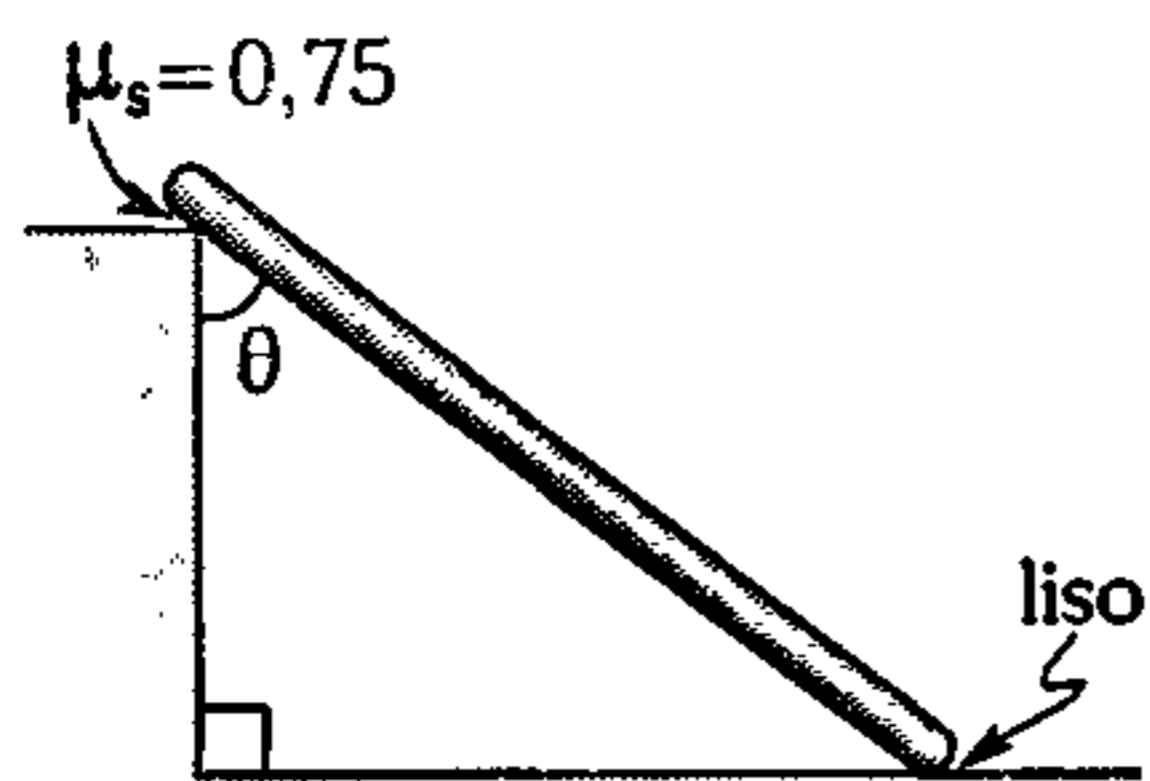
- A) 30 N      B) 40 N      C) 50 N  
 D) 80 N      E) 1000 N

159. Determine el menor valor de  $F$  que permita sostener al bloque de masa  $m$ . El coeficiente de rozamiento estático entre la curva y la polea es  $\mu$ .



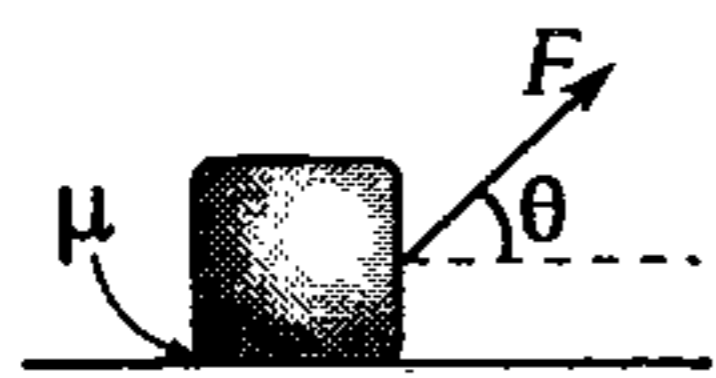
- A)  $mg$                                       B)  $mg(\mu + 1)$   
 C)  $mge^{-\mu\theta}$   
 D)  $mge^{\mu\theta}$                                       E)  $mge^{\frac{\mu}{\theta}}$

160. ¿Para qué valor de  $\theta$ , la barra homogénea resbala?



- A)  $\theta > 30^\circ$     B)  $\theta > 37^\circ$     C)  $\theta > 45^\circ$   
 D)  $\theta = 53^\circ$                                       E)  $\theta > 53^\circ$

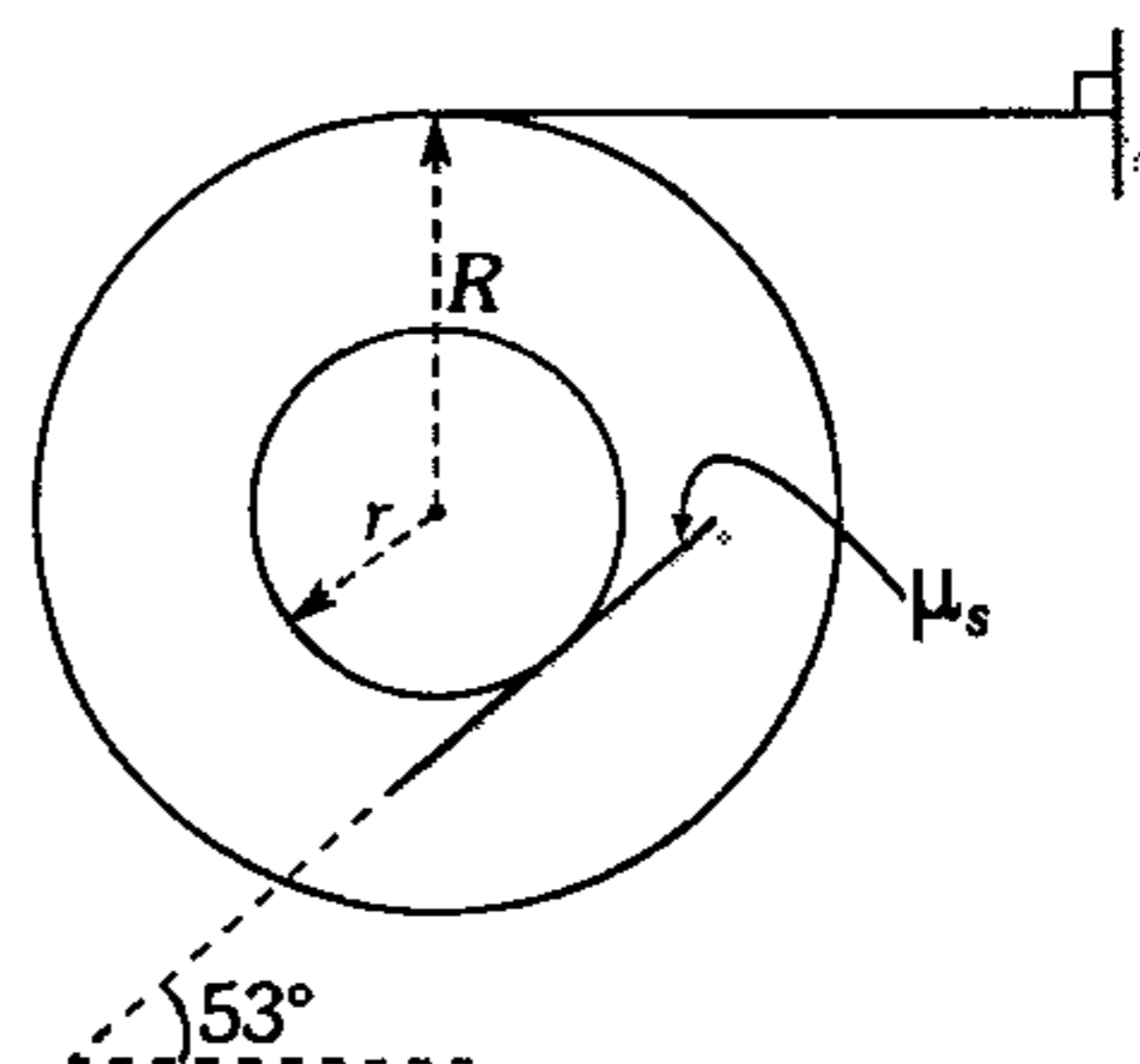
161. Un cajón cuya fuerza de gravedad es  $W$  reposa sobre el plano horizontal. Halle la mínima fuerza  $F$  que se debe aplicar al cajón para empezar a moverlo.



- A)  $\mu W \sqrt{1 - \mu^2}$                                       B)  $\frac{W}{\mu}$   
 C)  $\frac{\sqrt{1 - \mu^2}}{\mu W}$   
 D)  $\frac{\mu W}{\sqrt{\mu^2 - 1}}$                                       E)  $\frac{W\mu}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$

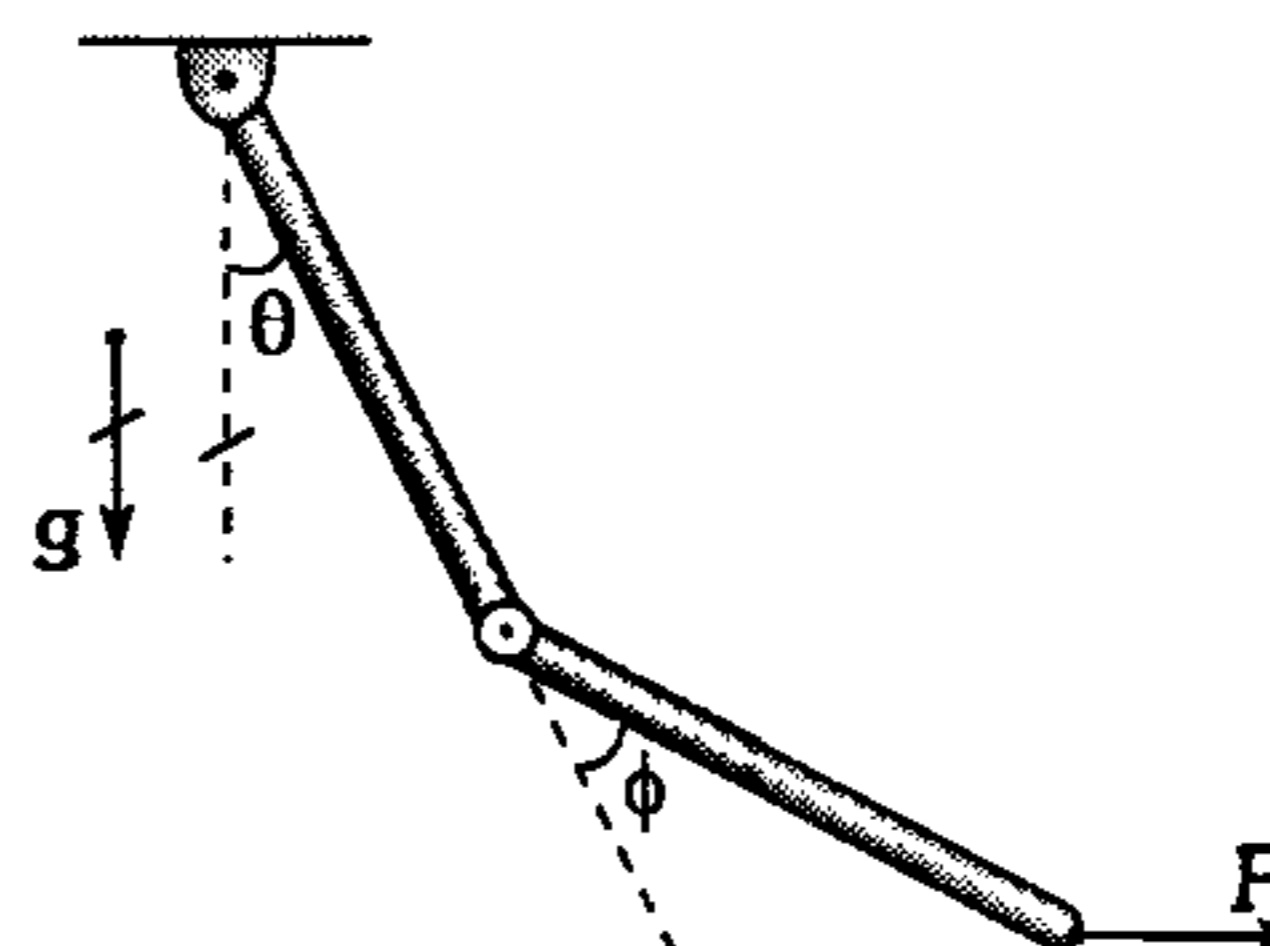
162. Se muestra una polea homogénea formada por dos discos. Si el disco de menor radio está a punto de deslizarse; determine  $\mu_s$ .

$$\left[ \frac{r}{R} = \frac{2}{5} \right]$$



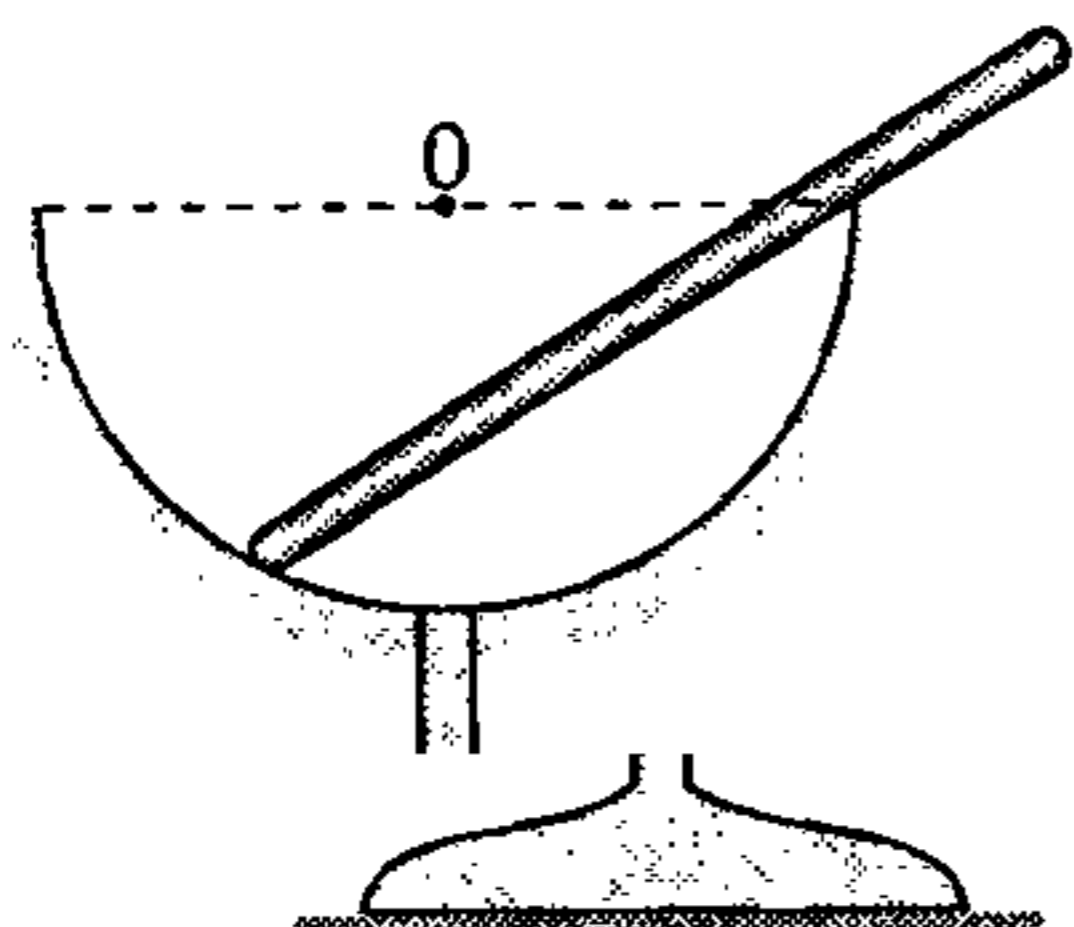
- A) 0,25                      B) 0,4                      C) 0,6  
 D) 0,75                      E) 0,8

163. Se muestra dos barras homogéneas idénticas articuladas y en reposo. Si  $mg$  representa el módulo de la  $\vec{F}_g$  de cada barra y  $\vec{F}$  tiene un módulo de  $\frac{mg}{2}\sqrt{3}$ ; ¿qué relación existe entre  $\theta$  y  $\phi$ ?



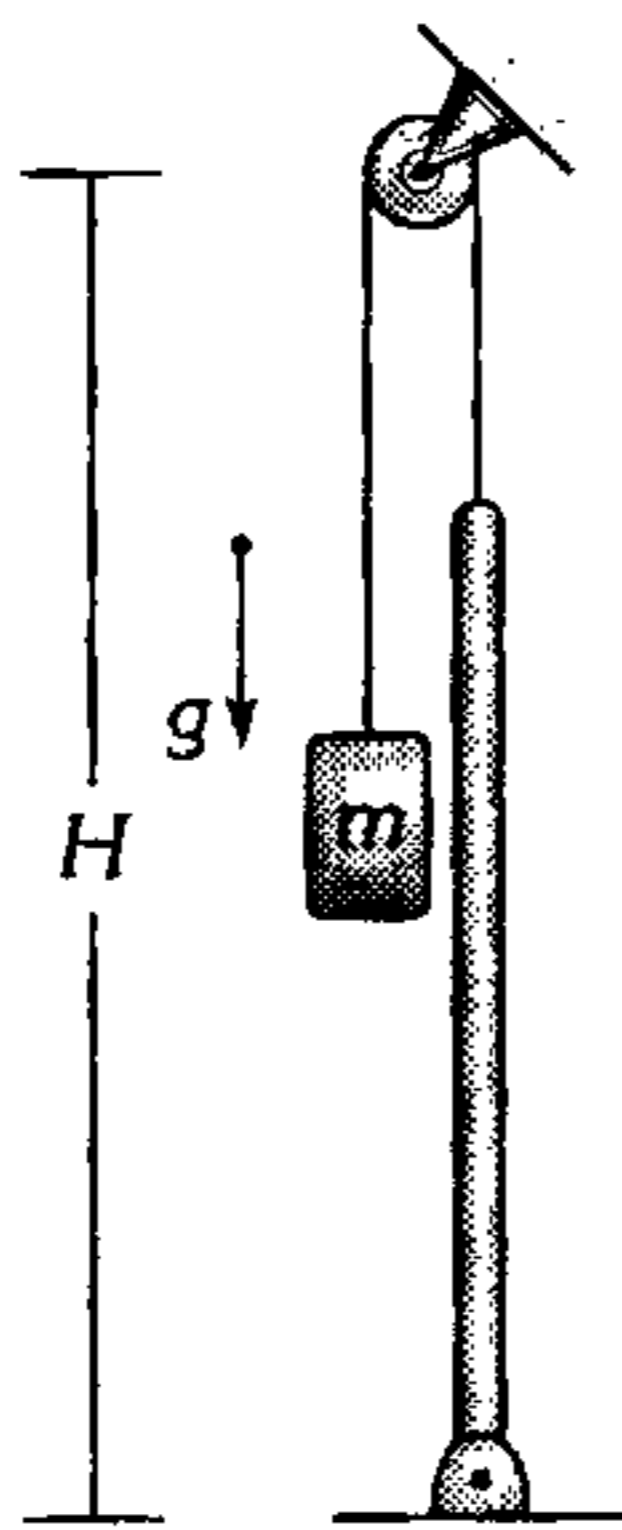
- A)  $\phi = 2\theta$                                       B)  $\phi = \frac{2}{3}\theta$   
 C)  $\phi = \frac{\theta}{3}$   
 D)  $\phi = 0$                                       E)  $\phi = \frac{\theta}{2}$

164. Una varilla lisa y homogénea de longitud  $2L$  se apoya en el borde de una copa semiesférica de radio  $R$ . Para qué valores de  $L$  la varilla se mantiene en equilibrio en la posición mostrada.



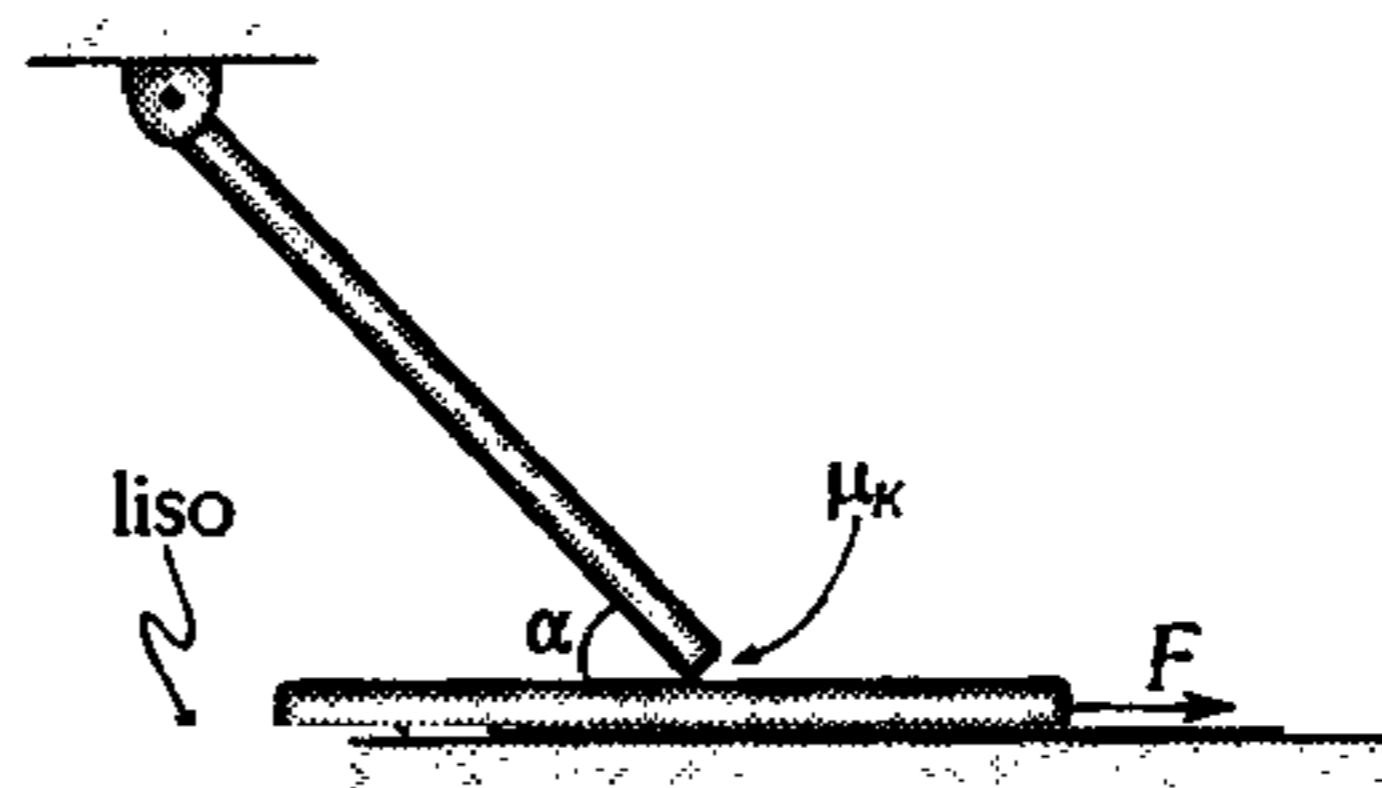
- A)  $R\sqrt{3} \leq L \leq 4R$       B)  $R\sqrt{2} \leq L \leq 2R$   
 C)  $L \leq 2R$   
 D)  $R \leq L \leq 2R$       E)  $R\sqrt{\frac{2}{3}} \leq L \leq 2R$

165. Una barra homogénea de masa  $M$  y longitud  $L$  está articulada en su extremo inferior. Determine la masa necesaria del bloque para que la barra se encuentre en equilibrio estable en posición vertical.



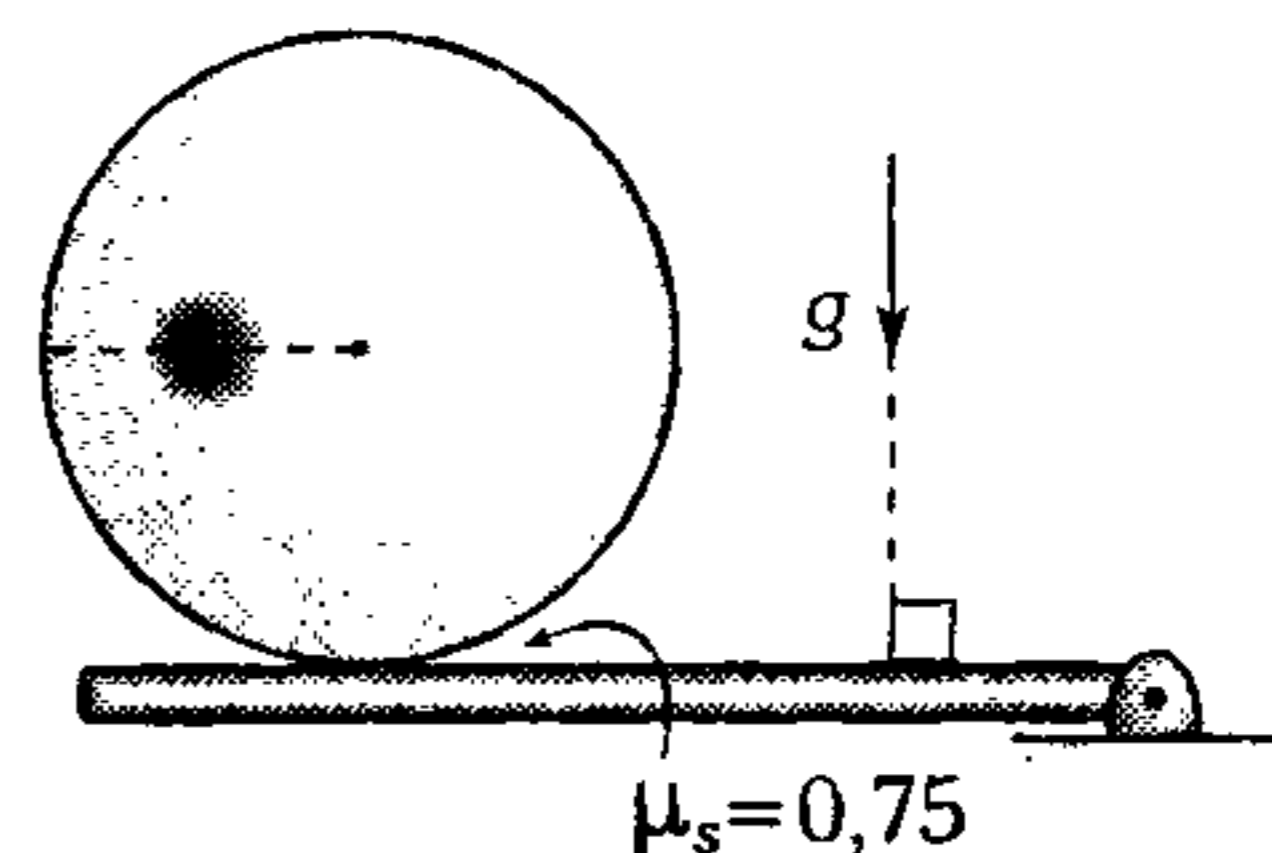
- A)  $m > M \frac{H}{L}$       B)  $m > M \frac{(H-L)}{2H}$   
 C)  $m > M \frac{(H-L)}{L}$   
 D)  $m > M$       E)  $m > M \frac{(H-L)}{(H+L)}$

166. El gráfico nos muestra dos tablas homogéneas de masa  $m$  en reposo. ¿Qué fuerza horizontal es necesario aplicar en el extremo de la barra horizontal, para que empiece a deslizarse?



- A)  $\mu_k mg$   
 B)  $\frac{\mu_k mg}{(\mu_k \text{ sen} \alpha + 1)}$   
 C)  $\frac{\mu_k mg}{2(\mu_k \text{ tan} \alpha + 1)}$   
 D)  $\mu_k mg \text{ tan} \alpha$   
 E)  $\frac{\mu_k mg}{2(\mu_k \text{ sen} \alpha + \text{ cos} \alpha)}$

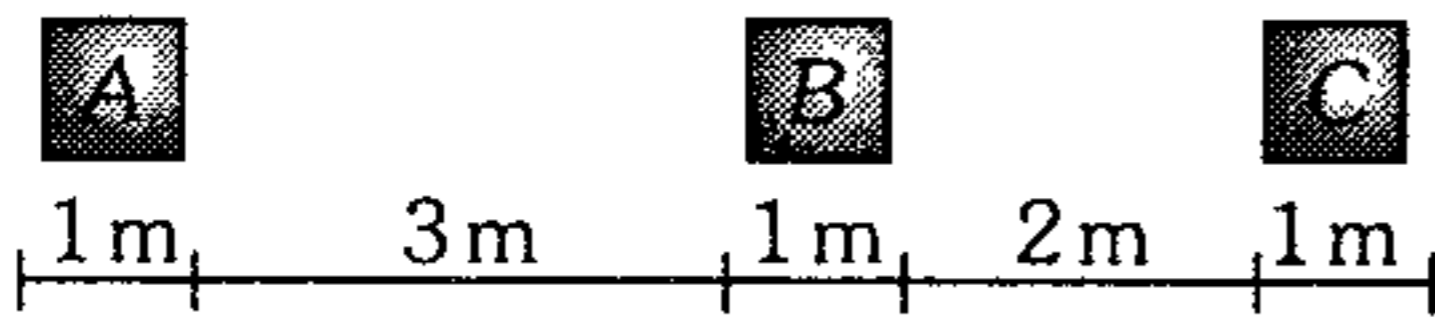
167. En un cilindro homogéneo a  $\frac{2R}{3}$  de su centro ( $R$ : radio del cilindro), paralelamente al eje se ha perforado un orificio de radio  $\frac{R}{4}$ , el cual se ha llenado con una sustancia cuya densidad es 11 veces la del cilindro. Determine hasta qué ángulo se puede inclinar la tabla sin que el cilindro pierda el equilibrio.



- A)  $26,5^\circ$       B)  $37^\circ$       C)  $18,5^\circ$   
 D)  $16^\circ$       E)  $14,6^\circ$

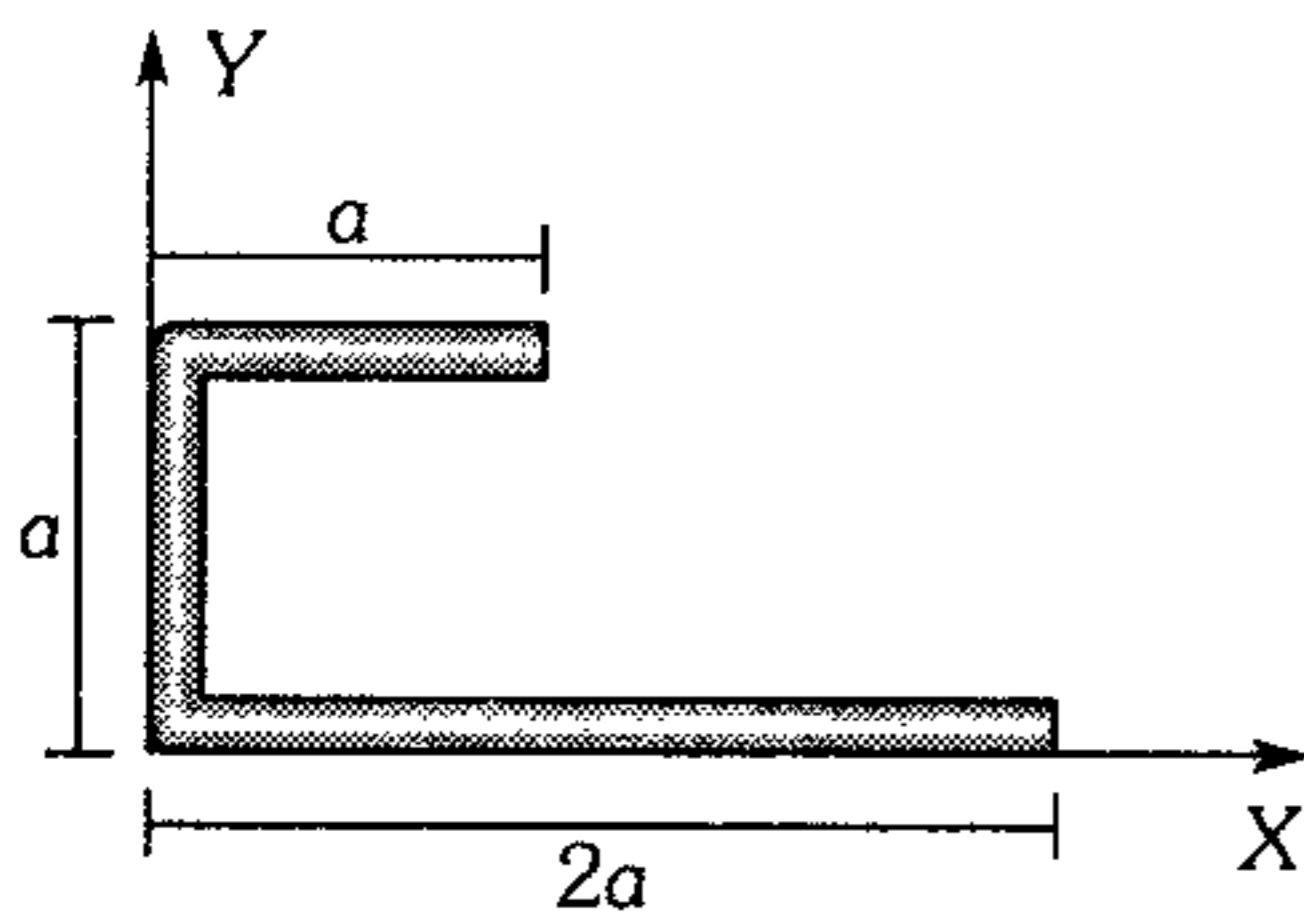
### Centro de Gravedad

168. Si el centro de gravedad del sistema coincide con el centro de masa del cuerpo B; determine la relación de las masas entre A y C (las placas cuadradas son idénticas).



- A) 1/4      B) 8/5      C) 3/2  
D) 3/4      E) 4/3

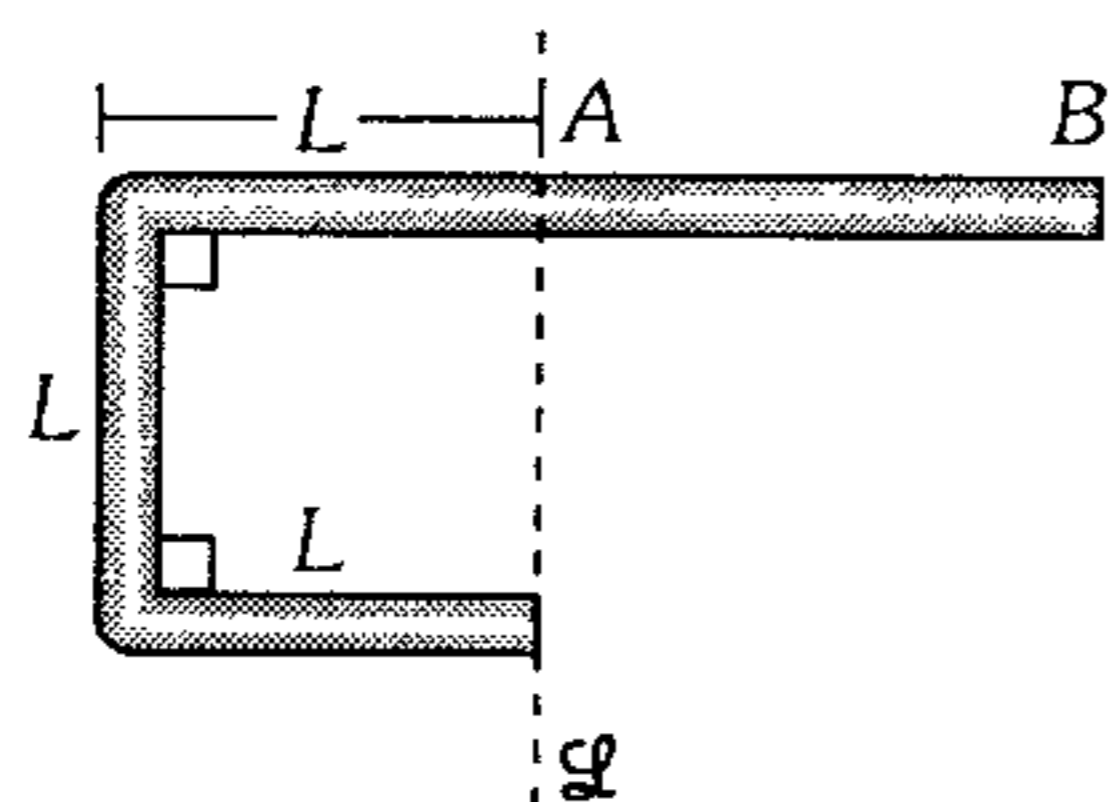
169. La barra homogénea se ha doblado tal como se muestra; determine la posición de su centro de gravedad.



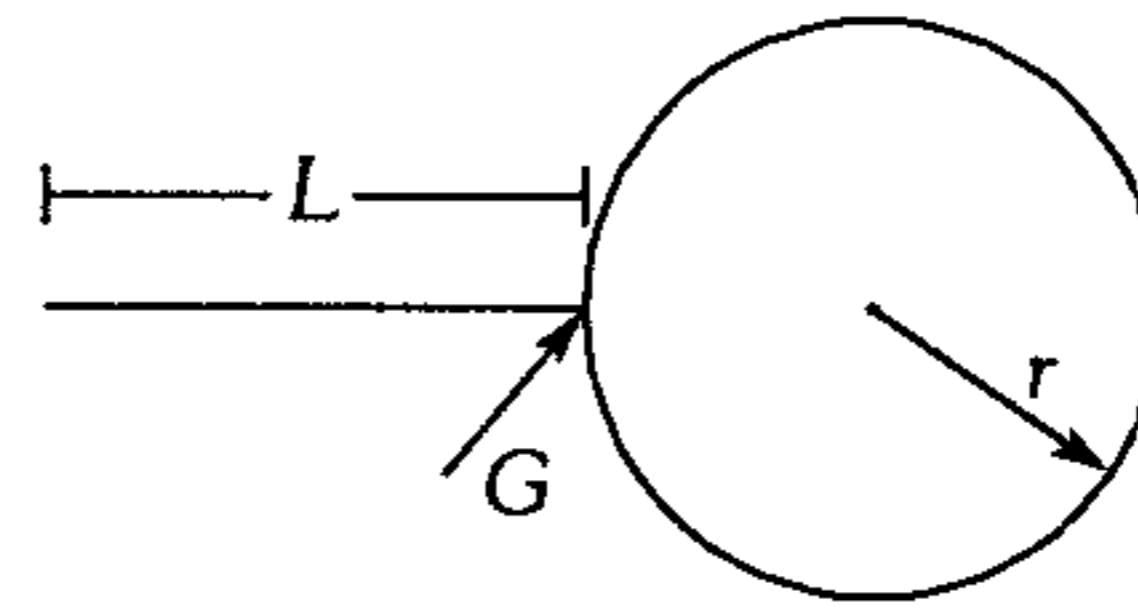
- A)  $(\frac{5a}{2}; \frac{5a}{2})$       B)  $(\frac{5a}{8}; \frac{5a}{4})$   
C)  $(\frac{5a}{4}; \frac{5a}{4})$   
D)  $(\frac{5a}{8}; \frac{3a}{8})$       E)  $(\frac{4a}{3}; \frac{4a}{3})$

170. ¿Cuál debe ser la longitud del tramo AB de tal forma que el centro de gravedad de la barra homogénea se encuentre en un punto de la recta  $\mathcal{L}$ ?

- A) 3 L  
B) 4 L  
C) 2 L  
D)  $2\sqrt{2} L$   
E)  $\sqrt{2} L$

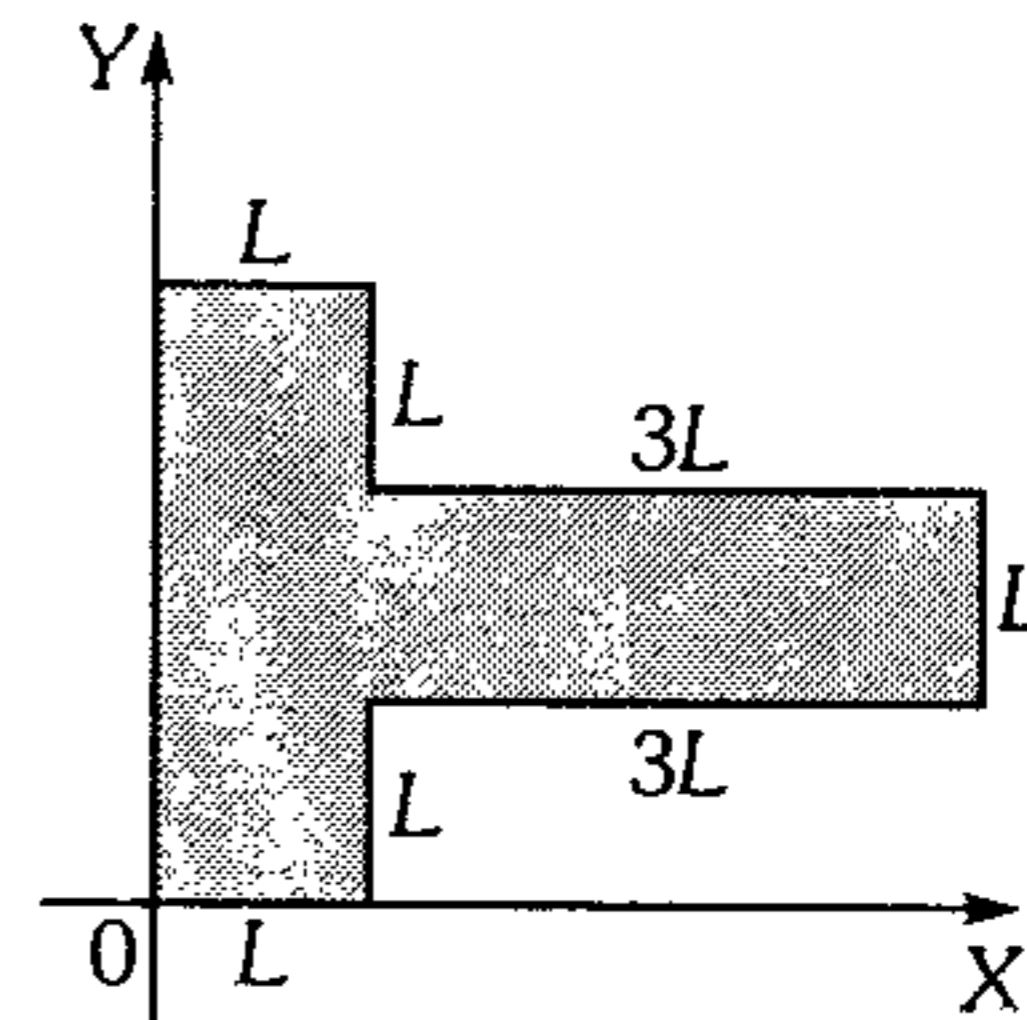


171. Si el objeto que se muestra en la figura está hecho con un alambre homogéneo, halle  $L/4$  para que el centro de gravedad sea el punto G.



- A)  $\sqrt{\pi}$       B)  $2\sqrt{\pi}$       C)  $\sqrt{\pi}/2$   
D)  $3\sqrt{\pi}$       E)  $2/3\sqrt{\pi}$

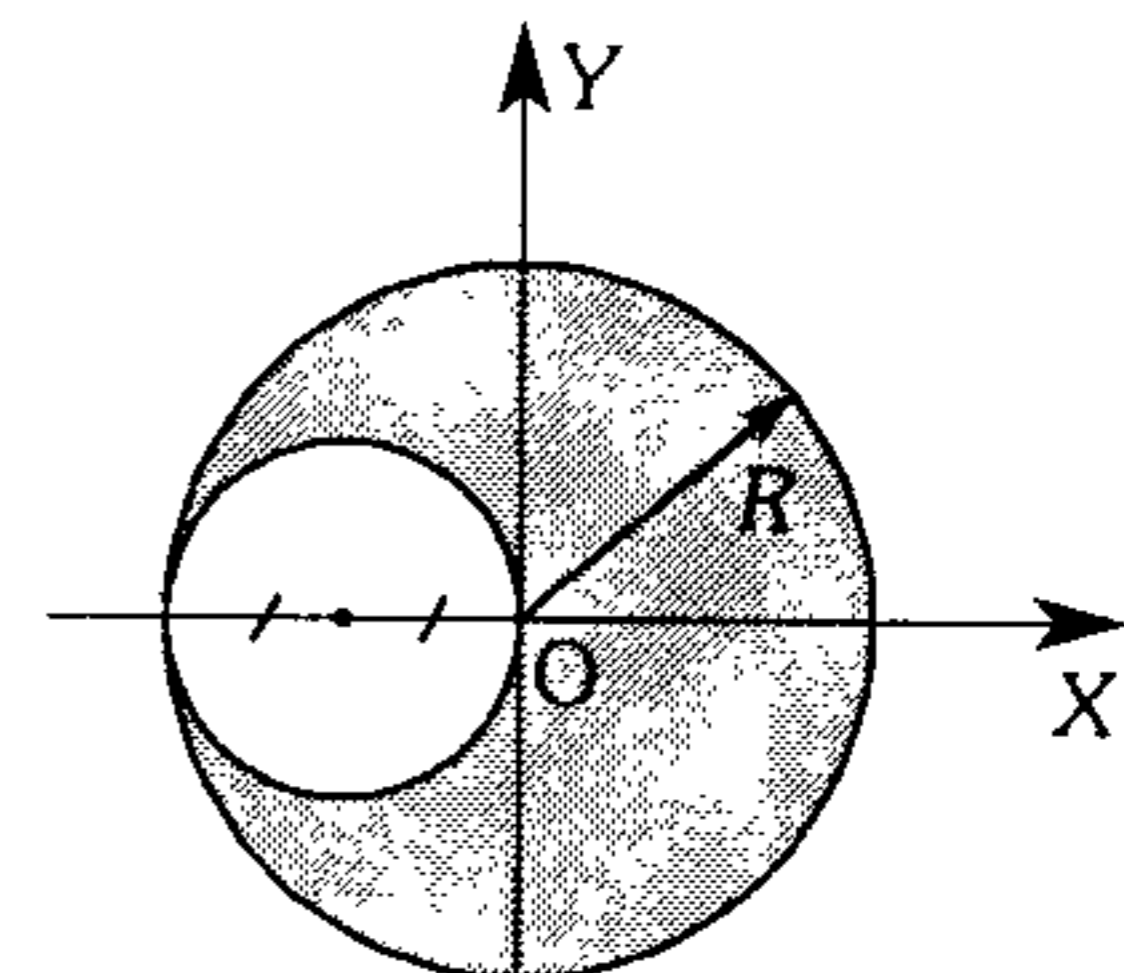
172. Determine las coordenadas del centro de gravedad de la lámina homogénea mostrada.



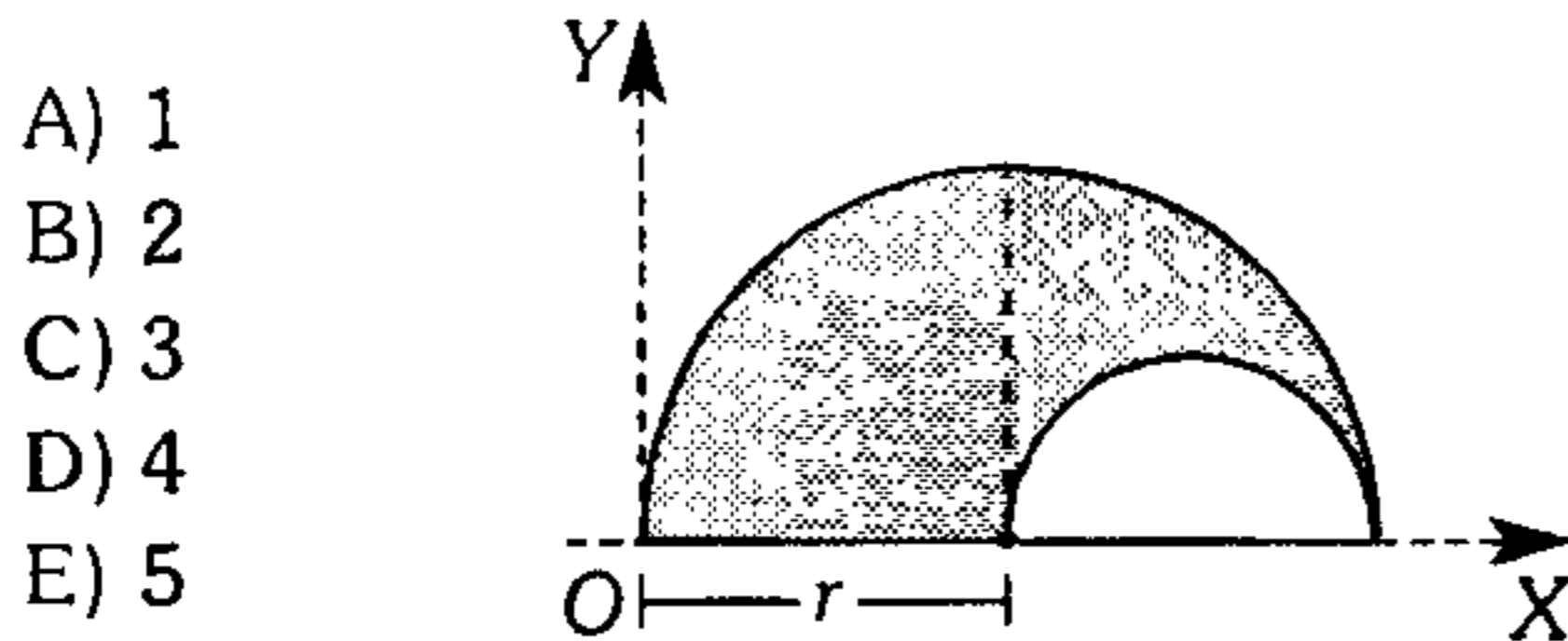
- A) (1,8 L ; 2 L)      B) (3,5 L ; 1,5 L)  
C) (1,5 L ; 1,5 L)  
D) (2L ; 1,5 L)      E) (2,5 ; 1,5 L)

173. Determine la posición del centro de gravedad de la lámina homogénea mostrada.

- A)  $(\frac{R}{3}; 0)$   
B)  $(\frac{R}{6}; 0)$   
C)  $(-\frac{R}{6}; \frac{R}{6})$   
D)  $(-\frac{R}{3}; \frac{R}{6})$   
E)  $(-\frac{R}{8}; 0)$



174. Determine la ordenada (en  $m$ ) del centro de gravedad del área mostrada, si  $r = \frac{9\pi}{7} m$ .



- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5

175. Se tiene dos esferas homogéneas una de mayor tamaño que la otra pero de igual material. Si sus centros de gravedad de cada una se ubican en las posiciones  $[R;R]$  y  $[2R;r]$  respectivamente; determine la posición del centro de gravedad del sistema ( $R$  y  $r$  son los radios de las esferas de mayor y menor tamaño respectivamente).

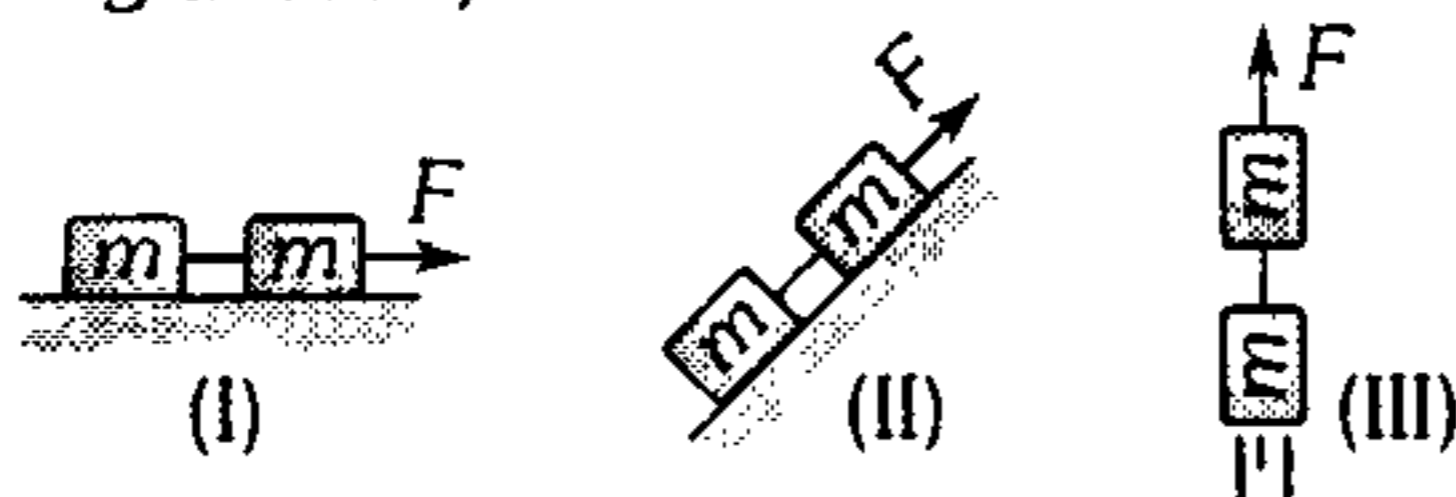
- A)  $[\frac{18}{17}R; \frac{65R}{68}]$       B)  $[\frac{6}{5}R; \frac{17}{20}R]$   
C)  $[R;R]$   
D)  $[\frac{66}{65}R; \frac{257R}{260}]$       E)  $[\frac{3R}{2}; \frac{5R}{8}]$

**Dinámica**

176. Una moneda lanzada hacia arriba a lo largo de un plano inclinado  $\theta=30^\circ$ , desacelera a razón de  $6 m/s^2$ ; ¿con qué módulo de aceleración descenderá? ( $g=10 m/s^2$ )

- A)  $2 m/s^2$       B)  $3 m/s^2$       C)  $4 m/s^2$   
D)  $5 m/s^2$       E)  $6 m/s^2$

177. ¿En qué caso la cuerda ideal que une los bloques soporta mayor tensión? Desprecie la fricción y considere  $F > 2mg$ . ( $g$ : aceleración de la gravedad)



- A) En (I)  
B) En (II)  
C) En (III)  
D) En (II) y (III)  
E) En todos los casos la tensión en la cuerda tiene el mismo valor.

178. En la figura mostrada el módulo de la fuerza ( $\vec{F}$ ) depende del tiempo según  $F=5t(N)$  donde  $t$  se expresa en segundos. ¿En qué instante  $t$  se inicia la ruptura de la cuerda que une los bloques si  $m_1=2 kg$  y  $m_2=3 kg$ ? La cuerda soporta como máximo una tensión de módulo  $30 N$ .

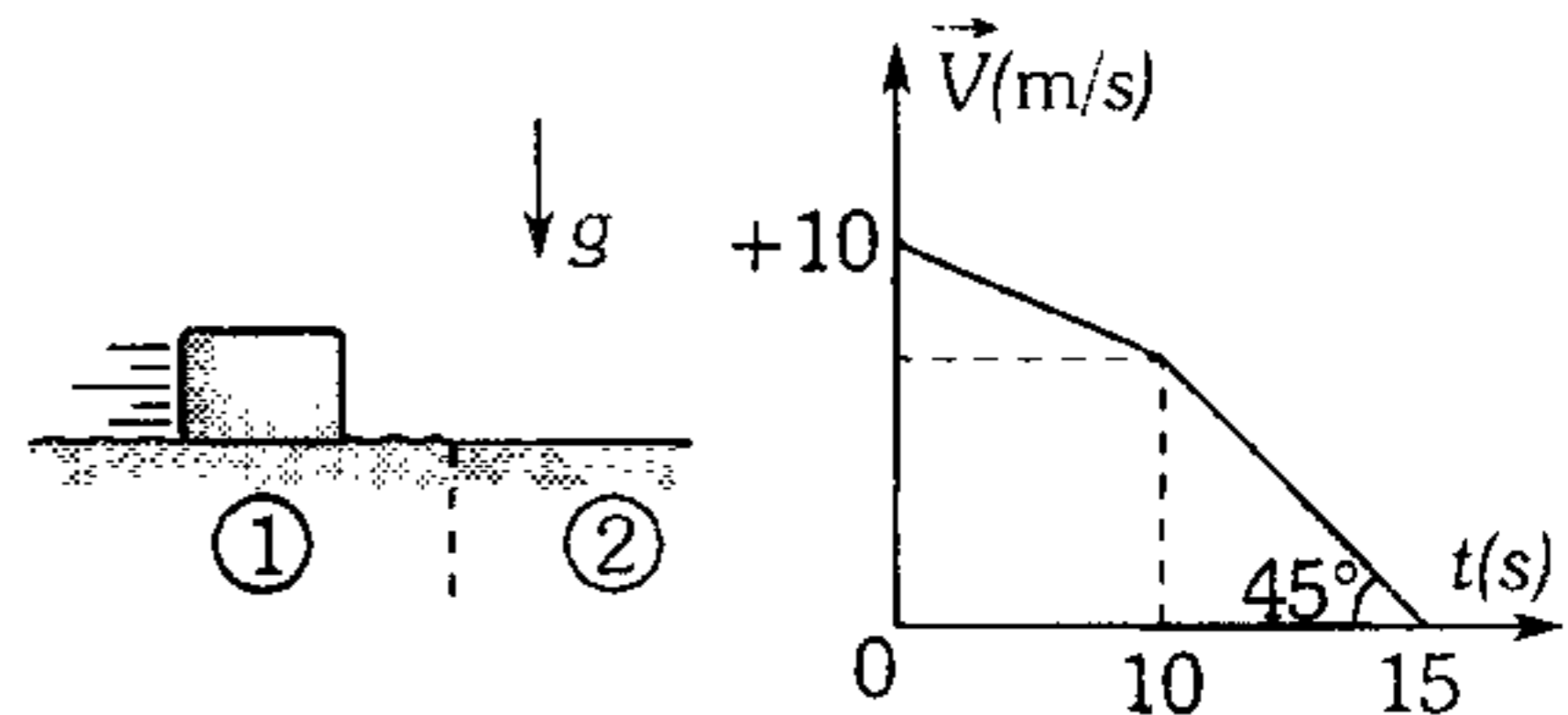


- A) 18 s      B) 15 s      C) 12 s  
D) 10 s      E) 20 s

179. Determine el mínimo tiempo que puede emplear un automóvil para recorrer  $3,6 km$  en línea recta sobre una pista horizontal cuyos coeficientes de rozamiento con los neumáticos son  $0,8$  y  $0,6$ . (Considere el auto inicialmente en reposo,  $g=10 m/s^2$ )

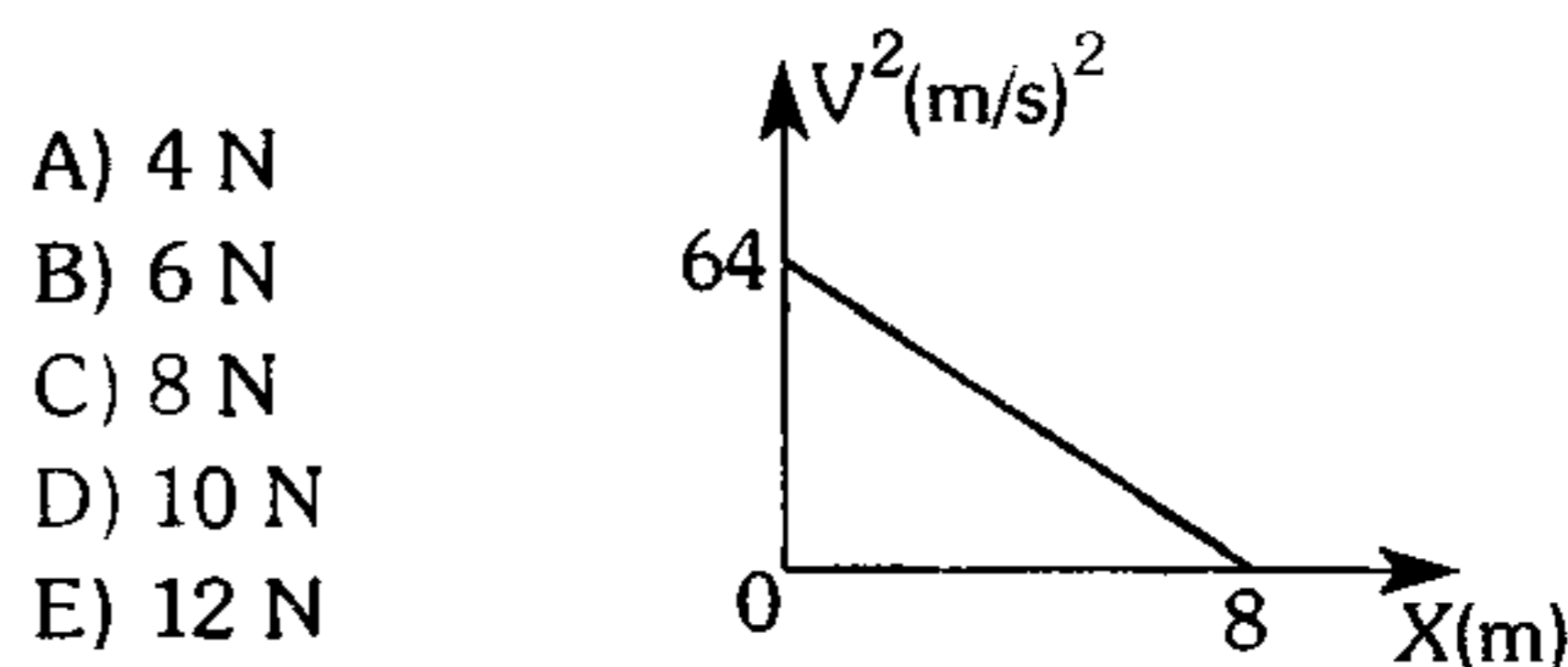
- A) 5 s      B) 10 s      C) 20 s  
D) 30 s      E) 40 s

180. Si la gráfica que se muestra indica el comportamiento de la velocidad del bloque conforme transcurre el tiempo; determine el coeficiente de rozamiento cinético entre dicho bloque y la superficie horizontal 2. Desprecie las dimensiones del bloque ( $g=10 m/s^2$ ).



- A) 0,1      B) 0,05      C) 0,03  
D) 0,02      E) 0,01

181. Un bloque de  $2 kg$  es lanzado sobre un plano horizontal rugoso en la posición  $\vec{x}=0$ , observándose que su rapidez varía según el gráfico mostrado. Determine la fuerza resultante que actúa sobre el bloque.



- A) 4 N  
B) 6 N  
C) 8 N  
D) 10 N  
E) 12 N

182. Un globo es inflado con helio y luego es soltado, notándose que se eleva con cierta aceleración  $a$ . Si ahora el mismo globo sólo lo inflamos hasta la mitad y lo soltamos; ¿cuál será el módulo de su aceleración? (Desprecie la masa del globo y la resistencia del aire)

- A)  $a/2$       B)  $a$       C)  $3a/2$   
 D)  $2a$       E)  $4a$

183. La fuerza de fricción de las gotas de lluvia con el aire es proporcional al cuadrado de su rapidez y al cuadrado de su radio. ¿Qué gotas impactan sobre la superficie de la Tierra con mayor rapidez, las gruesas o las finas?

- A) Las gruesas.  
 B) Las finas.  
 C) Impactan con igual rapidez sin importar su tamaño.  
 D) Depende de la aceleración de la gravedad.  
 E) No se puede precisar por falta de mayor información.

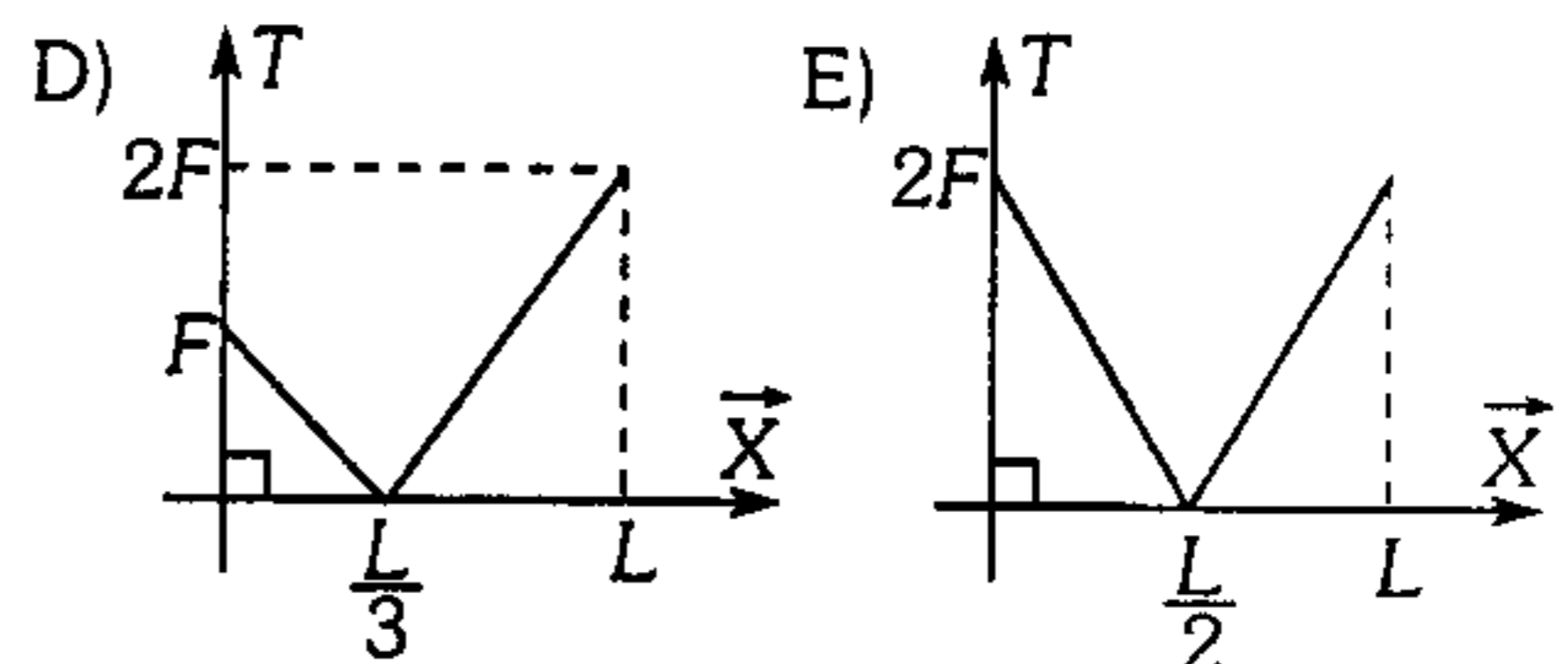
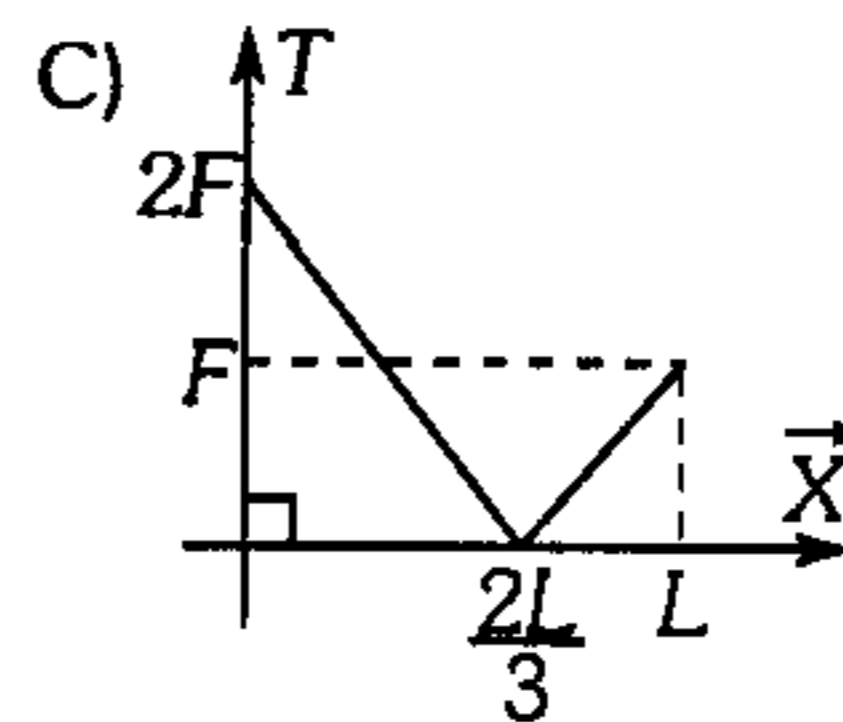
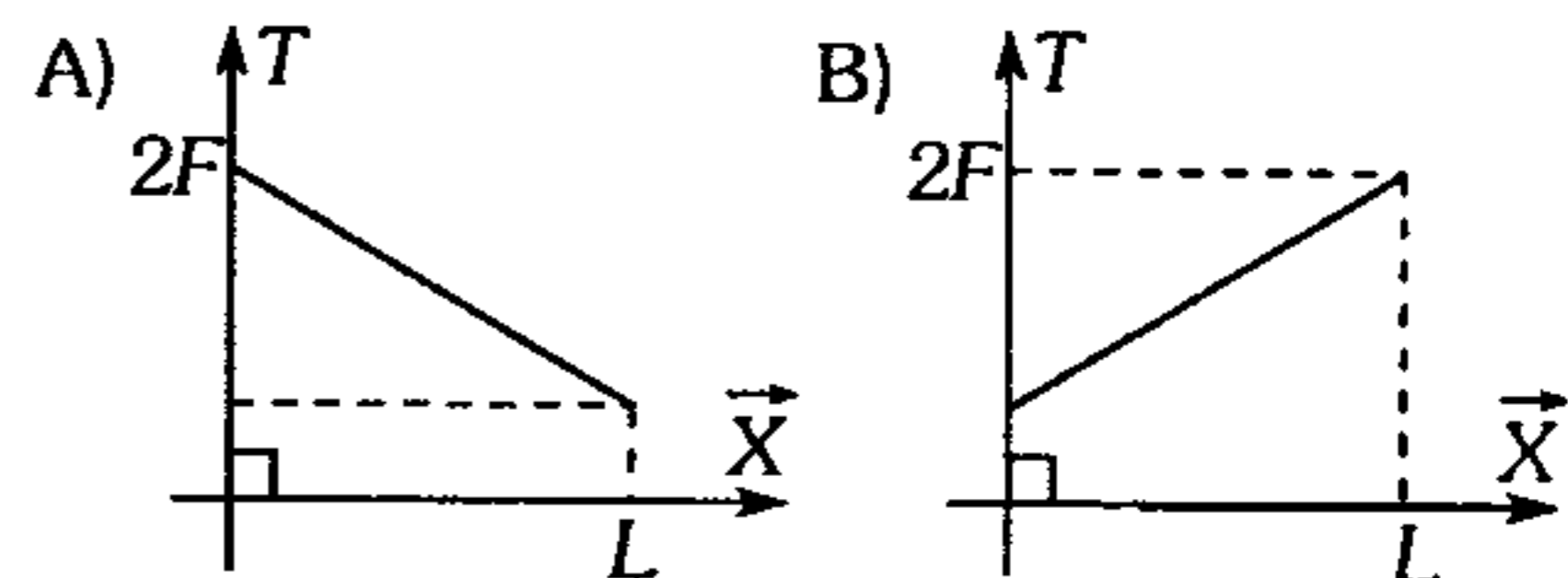
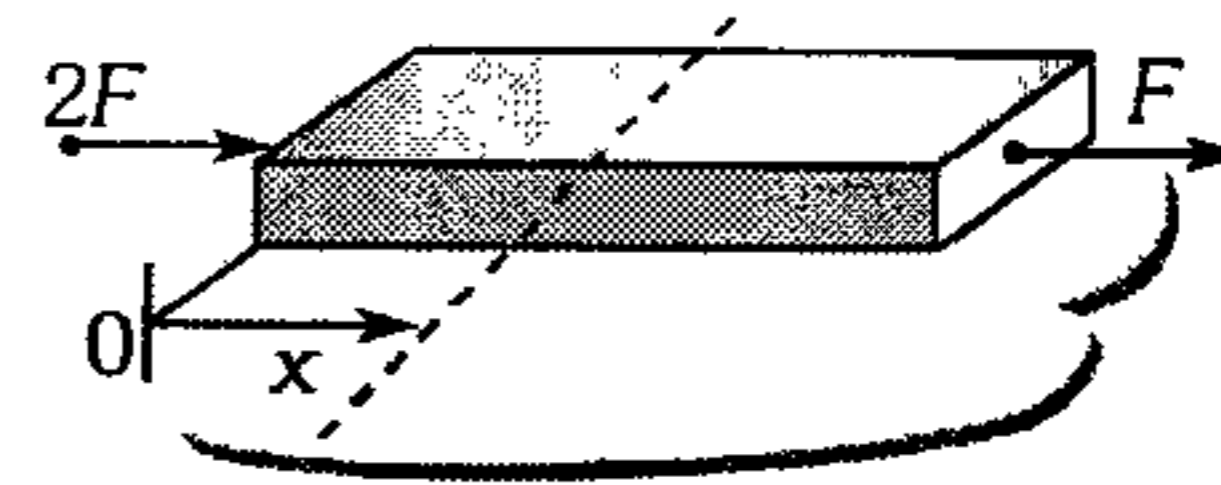
184. Un bloque pequeño de 100 g es soltado en el aire, alcanzando una rapidez límite de 6 m/s. Determine la aceleración del bloque, cuando su rapidez es 3 m/s. Para cuerpos pequeños y de pequeña rapidez la fuerza de resistencia del aire es proporcional a la rapidez ( $v$ ) de los cuerpos.

- A)  $2 \text{ m/s}^2$       B)  $3 \text{ m/s}^2$       C)  $4 \text{ m/s}^2$   
 D)  $5 \text{ m/s}^2$       E)  $8 \text{ m/s}^2$

185. Una cuerda homogénea de densidad lineal  $\mu = 2 \text{ kg/m}$  y de 6 m de longitud, tiene un extremo atado a una esfera de 200 N y el otro está fijo a un helicóptero que sube verticalmente acelerando con  $+2 \text{ m/s}^2 \hat{j}$ . ¿Cuál es el módulo de la tensión en la cuerda a 2 m, debajo del helicóptero? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 80 N      B) 120 N      C) 200 N  
 D) 240 N      E) 336 N

186. El gráfico nos muestra una barra homogénea de longitud  $L$  que es arrastrada sobre una superficie horizontal lisa. ¿Cuál de las gráficas expresa el comportamiento del módulo de la fuerza de tracción ( $\vec{T}$ ) a lo largo de la barra?



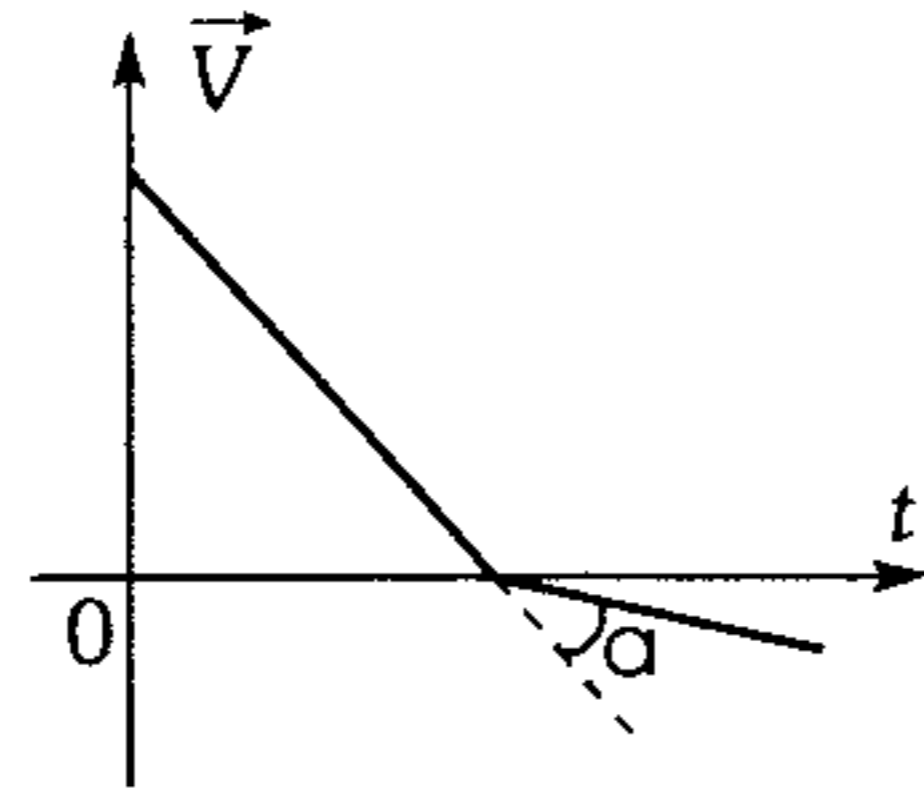
187. Un bloque de 4 kg es arrastrado sobre una superficie horizontal rugosa ( $\mu_k = 0,5$ ) mediante una fuerza constante  $\vec{F}$  horizontal, cambiando su posición ( $\vec{x}$ ) con el tiempo ( $t$ ) de acuerdo a la ecuación  $x = 1 + t^2$ . ¿Qué módulo tiene la fuerza  $\vec{F}$ . ( $x$  en metros;  $t$  en segundos)

- A) 10 N      B) 18 N      C) 20 N  
 D) 28 N      E) 30 N

188. Sobre una superficie inclinada respecto de la horizontal  $60^\circ$  y rugosa, se lanza un bloque. Si la gráfica muestra el comportamiento de la velocidad con el tiempo, determine el coeficiente de rozamiento cinético

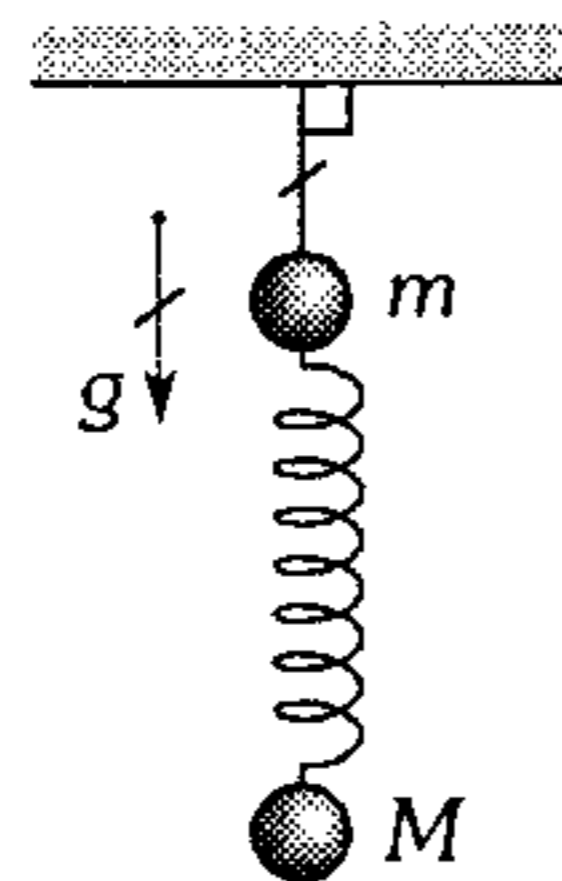
$$\left[ \tan \alpha = \frac{1}{18} \right]$$

- A) 0,8
- B) 0,4
- C) 0,2
- D) 0,1
- E) 0,05

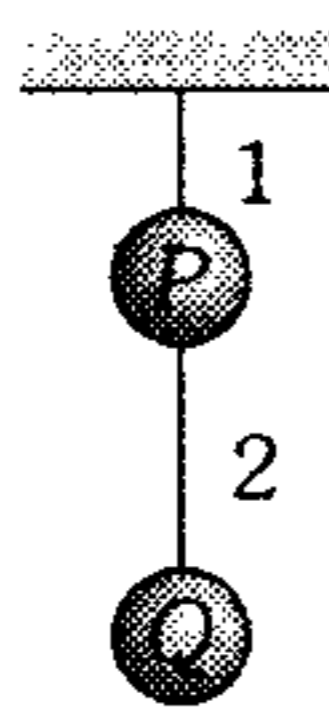


189. Si el sistema mostrado se encuentra en reposo; determine el valor de la aceleración de la esfera de masa  $m$  un instante después de cortar el hilo. ( $M=2m$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A)  $10 \text{ m/s}^2$
- B)  $20 \text{ m/s}^2$
- C)  $30 \text{ m/s}^2$
- D)  $15 \text{ m/s}^2$
- E)  $18 \text{ m/s}^2$



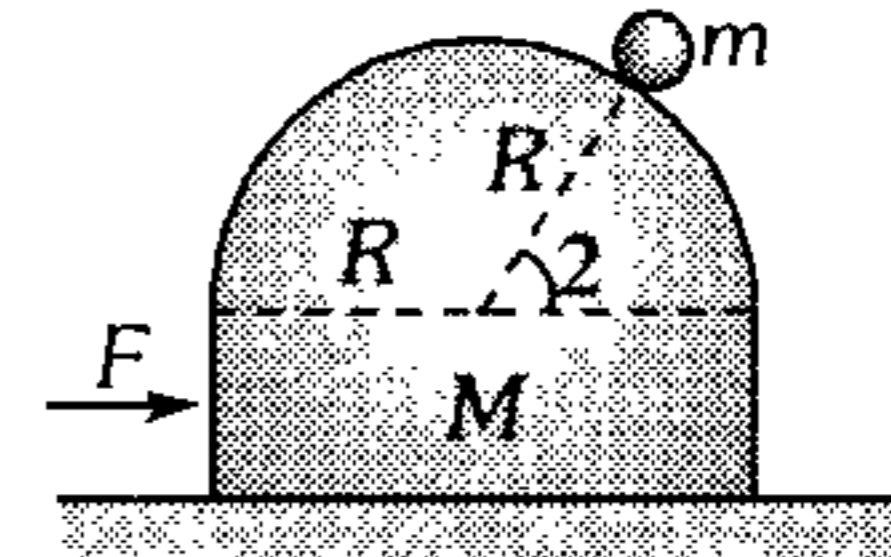
190. Dos esferas  $P$  y  $Q$  idénticas, de masa  $m$ , se suspenden de hilos muy livianos como indica la figura. Entonces podemos afirmar que



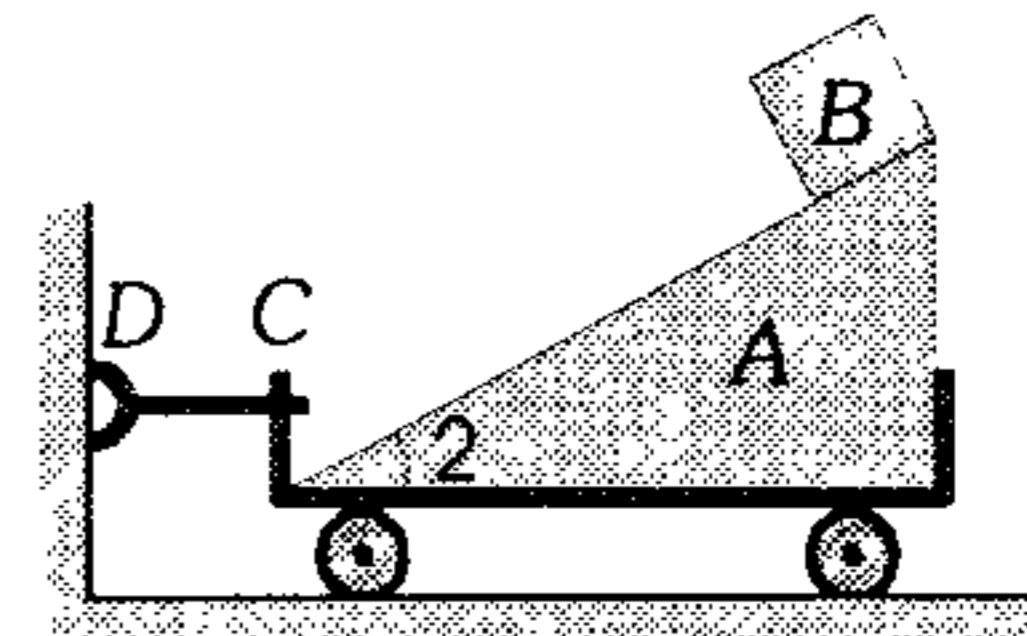
- A) si cortamos el hilo 1,  $P$  cae con  $a=g$ .
- B) si cortamos el hilo 2,  $Q$  cae con  $a=2g$ .
- C) si cortamos el hilo 2, la tensión en 1 disminuye en  $mg/2$ .
- D) si cortamos el hilo 1, en ese instante la fuerza resultante sobre  $P$  es  $2mg$ .
- E) si cortamos el hilo 1, la tensión en 2 en ese instante se hace cero.

191. Despreciando la fricción, calcule  $\theta$  si cuando  $F=30 \text{ N}$  traslada al sistema mostrado sin resbalar  $m$  sobre  $M$ . Se sabe que  $M=3 \text{ kg}$  y  $m=1 \text{ kg}$ . ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A)  $30^\circ$
- B)  $37^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $53^\circ$
- E)  $60^\circ$

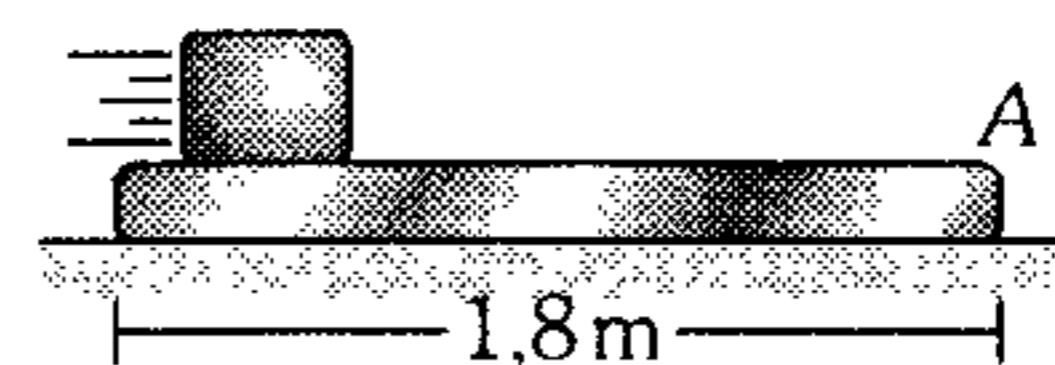


192. El bloque  $B$  tiene una masa  $m$  y se suelta cuando está en la parte superior del carrito  $A$  de masa  $3m$ . Determine la tensión de la cuerda  $CD$ , que evita el movimiento del carrito mientras que  $B$  desliza. Desprecie el rozamiento.



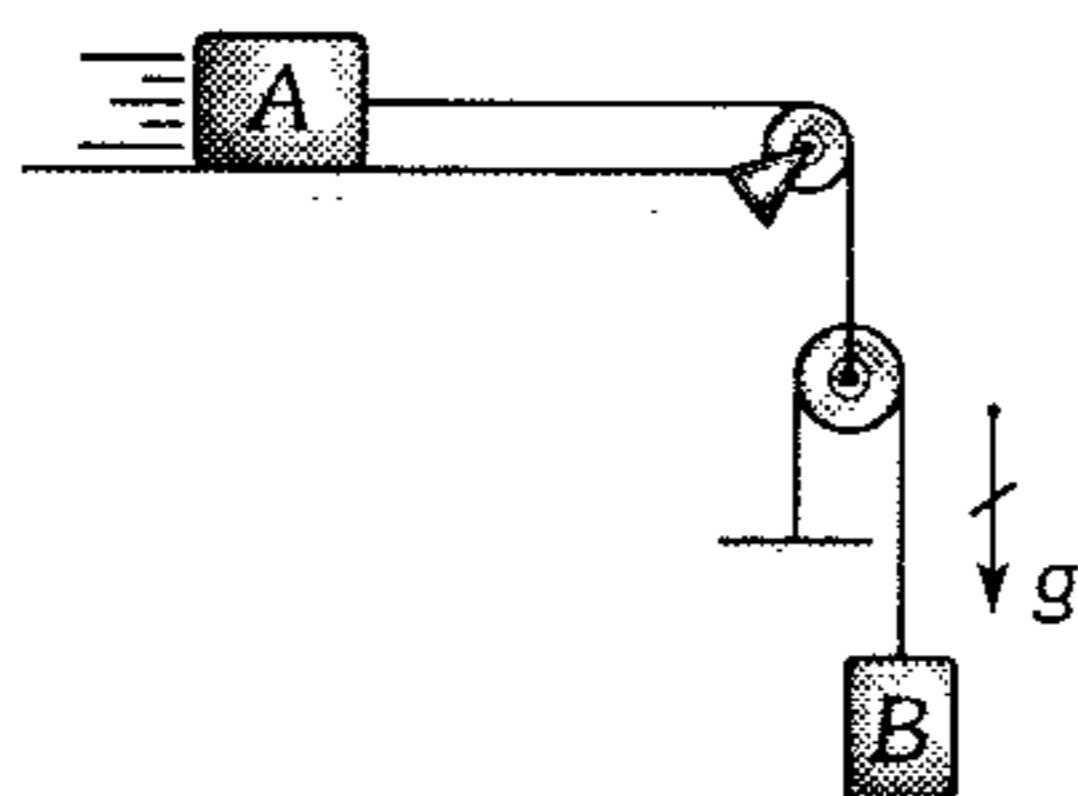
- A)  $mg \sin \theta$
- B)  $mg \sin^2 \theta$
- C)  $mg \cos^2 \theta$
- D)  $\left( \frac{mg}{2} \right) \sin^2 \theta$
- E)  $\left( \frac{mg}{2} \right) \sin 2\theta$

193. Una placa de  $10 \text{ kg}$  se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Un bloque de  $5 \text{ kg}$  se lanza horizontalmente sobre la placa con una rapidez de  $1,2 \text{ m/s}$  y al cabo de  $0,2 \text{ s}$  de deslizamiento su rapidez se iguala con la de la placa. ¿A qué distancia del extremo  $A$  de la placa se encuentra en ese instante el bloque?



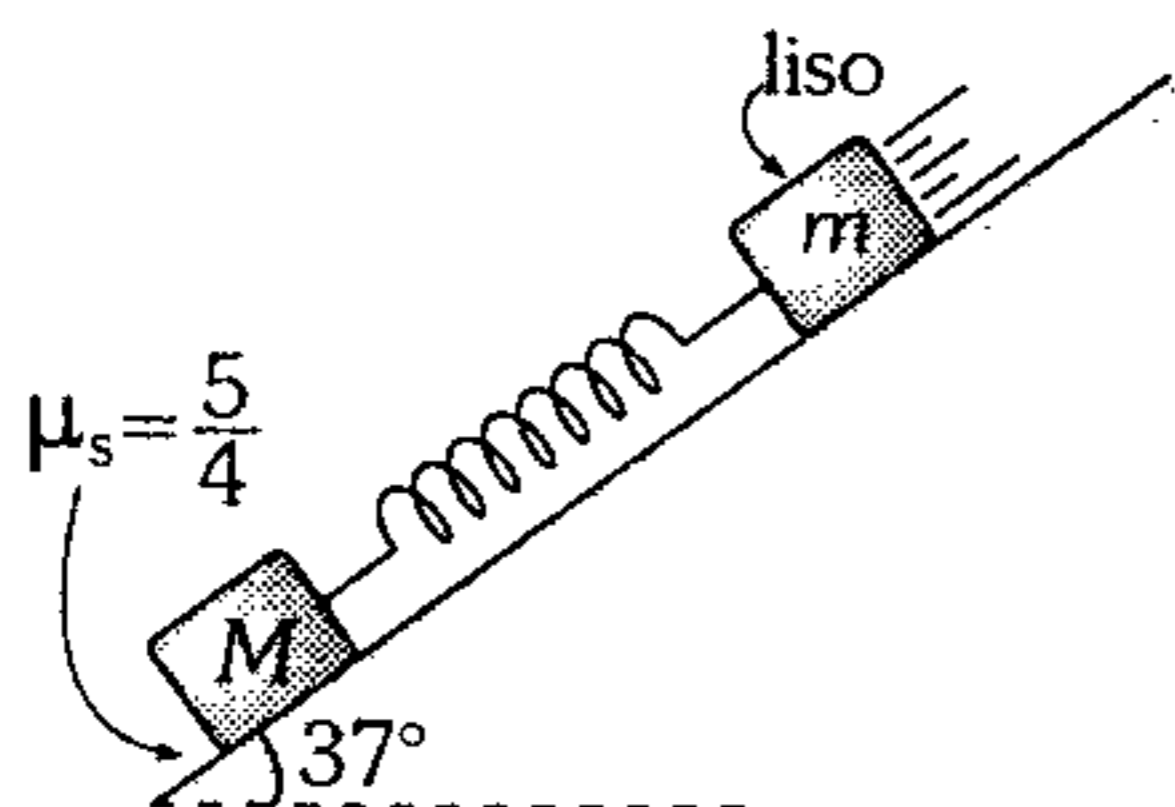
- A)  $0,6 \text{ m}$
- B)  $0,8 \text{ m}$
- C)  $1 \text{ m}$
- D)  $1,2 \text{ m}$
- E)  $1,68 \text{ m}$

194. En la figura mostrada, despreciando la masa de las poleas y la fricción, calcule el módulo de la aceleración de A, sabiendo que su masa es igual a la del bloque B. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A)  $1 \text{ m/s}^2$     B)  $2 \text{ m/s}^2$     C)  $3 \text{ m/s}^2$   
 D)  $4 \text{ m/s}^2$     E)  $5 \text{ m/s}^2$

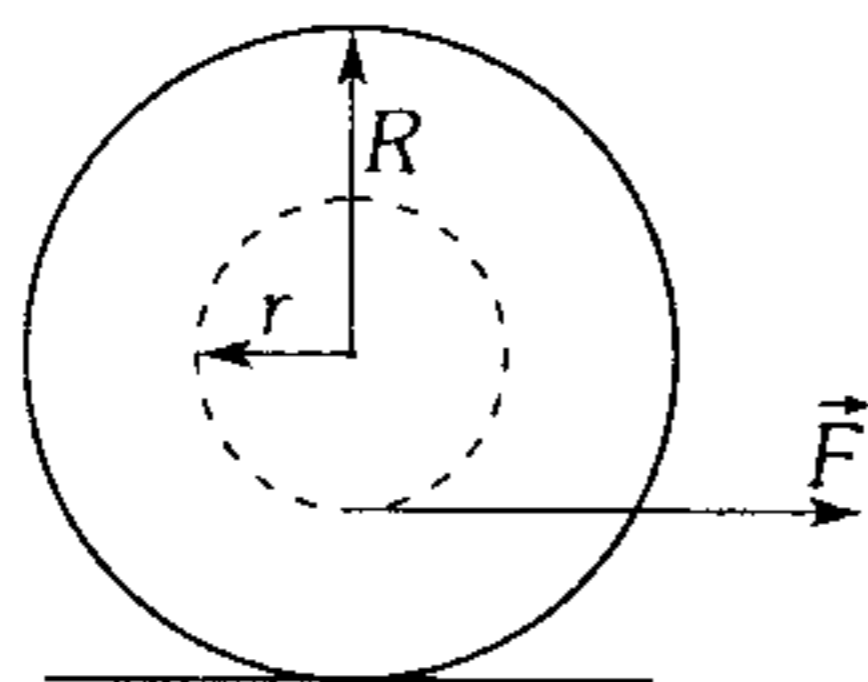
195. La figura muestra a 2 bloques de masas  $m$  y  $M$  unidas por un resorte. Si el sistema se abandona en la posición mostrada, determine la aceleración de  $m$  en el momento en que  $M$  este a punto de deslizar. El resorte inicialmente está sin deformar ( $M=4 \text{ m}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ )



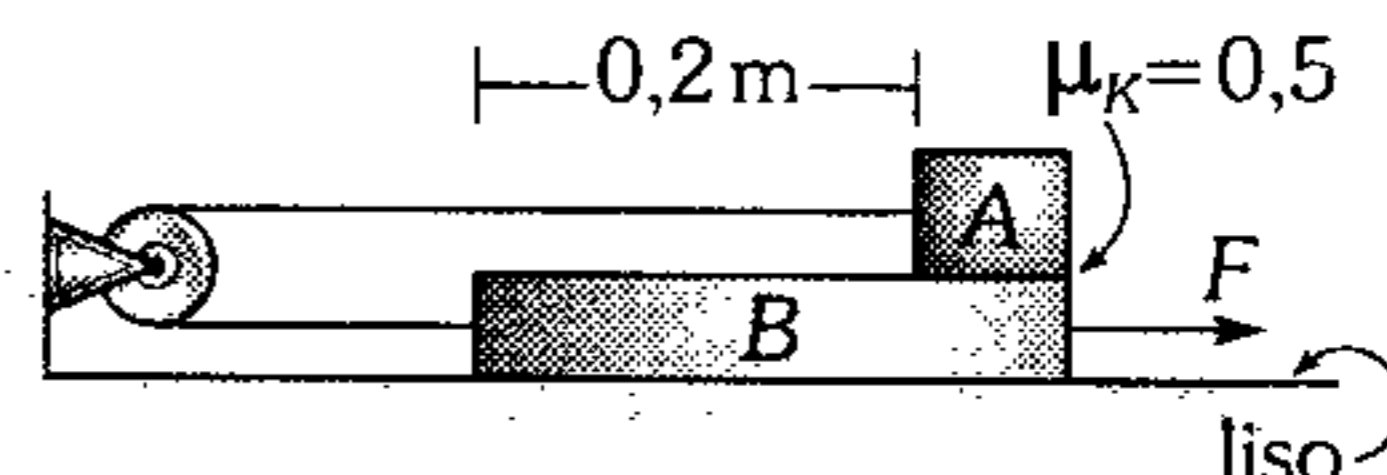
- A)  $5 \text{ m/s}^2$     B)  $10 \text{ m/s}^2$     C)  $8,4 \text{ m/s}^2$   
 D)  $9,6 \text{ m/s}^2$     E)  $4,4 \text{ m/s}^2$

196. Cuando el hilo de un carrete que está en el piso se tira como indica la figura, el módulo de la aceleración de aquél es  $6 \text{ m/s}^2$ . ¿Para qué coeficiente de rozamiento entre los bordes del carrete y el suelo se deslizará el carrete sin rodar? ( $R=4r$ )

- A) 0,10  
 B) 0,20  
 C) 0,25  
 D) 0,30  
 E) 0,40

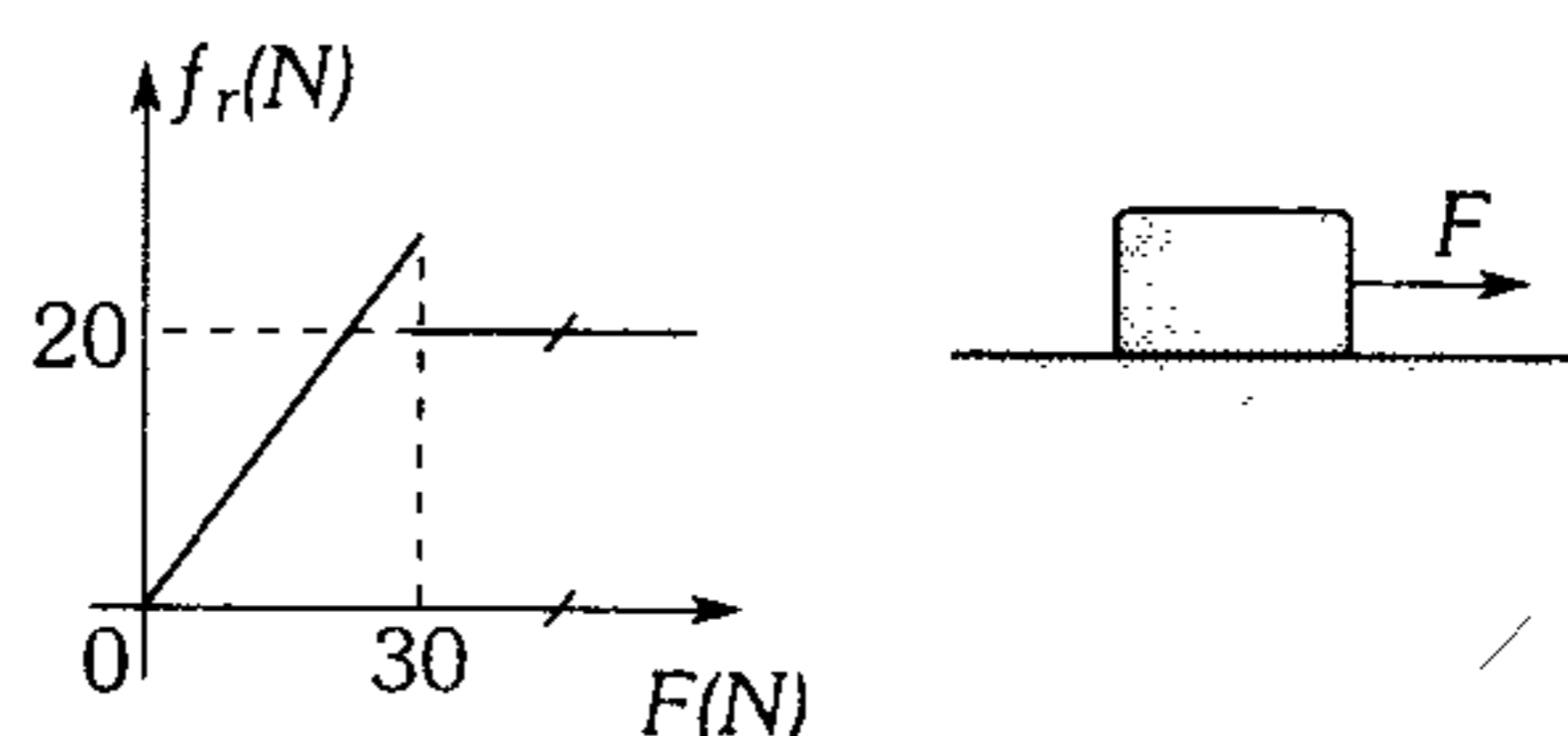


197. Dos bloques A y B de  $1 \text{ kg}$  y  $2 \text{ kg}$  respectivamente se encuentran unidos por una cuerda, la cual se enrolla a una polea lisa. Si al bloque B se le ejerce una fuerza horizontal de módulo  $F=25 \text{ N}$ , a partir del instante mostrado; determine al cabo de qué tiempo el bloque A llega al otro extremo del bloque B. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 0,1 s    B) 0,2 s    C) 0,5 s  
 D) 1 s    E) 2 s

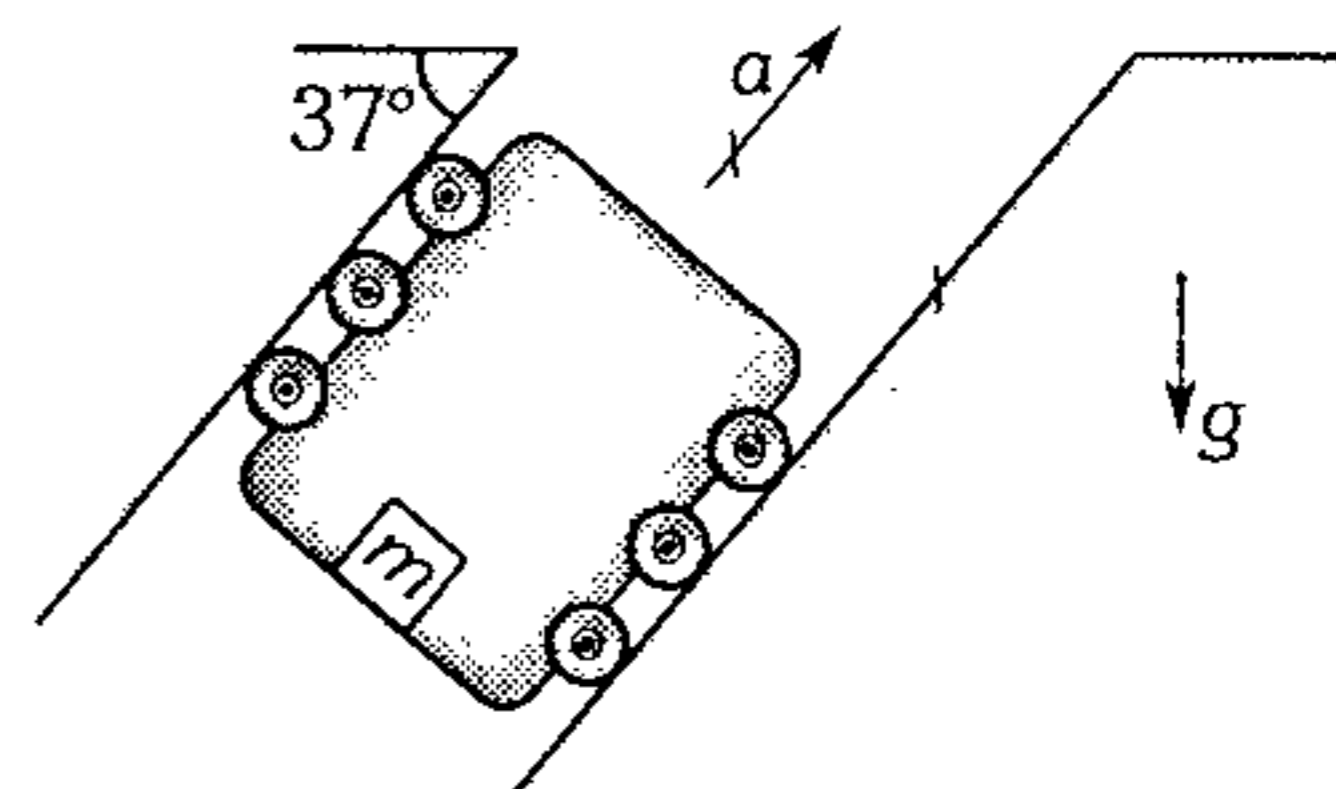
198. La gráfica muestra como varía el módulo de la fuerza de rozamiento ( $f_r$ ) conforme aumenta el módulo de la fuerza horizontal  $\vec{F}$  aplicado al bloque. Determine el coeficiente de rozamiento estático si se sabe que, cuando  $F=50 \text{ N}$ , el bloque tiene una aceleración de módulo  $2 \text{ m/s}^2$ . ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 0,5    B) 0,25    C) 0,2  
 D) 0,4    E) 0,3

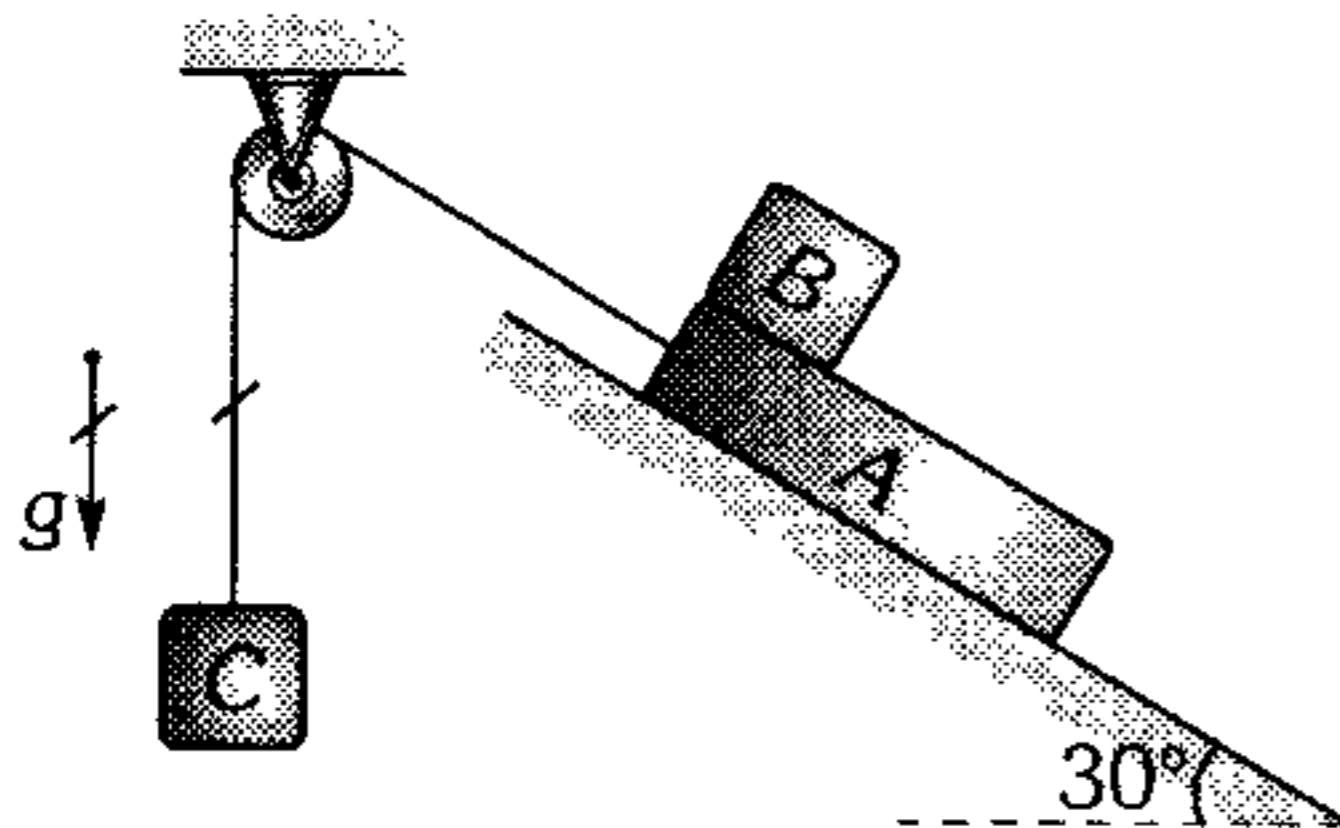
199. Calcule el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el piso del elevador. Se sabe que cuando el elevador sube con  $a=3g$ , el bloque está a punto de resbalar ( $g$ : aceleración de la gravedad).

- A) 1/3  
 B) 2/5  
 C) 2/9  
 D) 1/9  
 E) 1/7



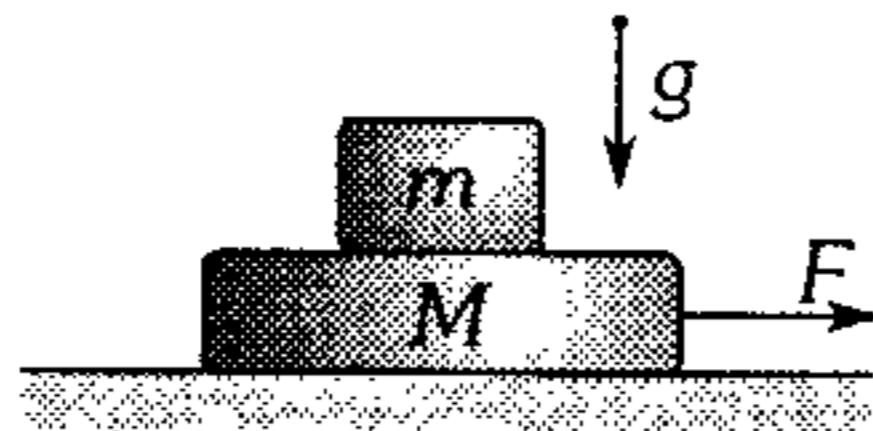


200. Calcule la masa del bloque C, si en forma simultánea se le suelta junto con B, luego B resbala y acelera a razón de  $3 \text{ m/s}^2$  respecto de A. Desprecie el rozamiento, considere  $g=10 \text{ m/s}^2$ ,  $m_A=10 \text{ kg}$  y  $m_B=1 \text{ kg}$ .



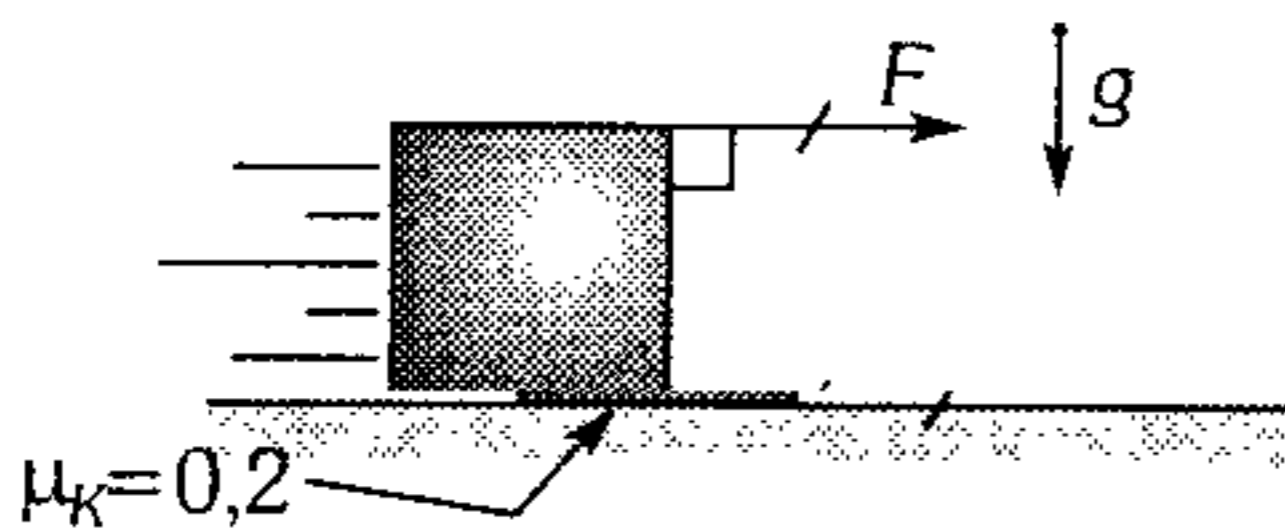
- A) 2 kg      B) 2,2 kg      C) 2,5 kg  
D) 3 kg      E) 3,2 kg

201. En la figura mostrada, sobre M se aplica la fuerza horizontal cuyo módulo depende del tiempo según  $F=kt$ , el coeficiente de rozamiento entre m y M es  $\mu$ , el piso es liso. ¿En qué instante M empieza a deslizar debajo de m?



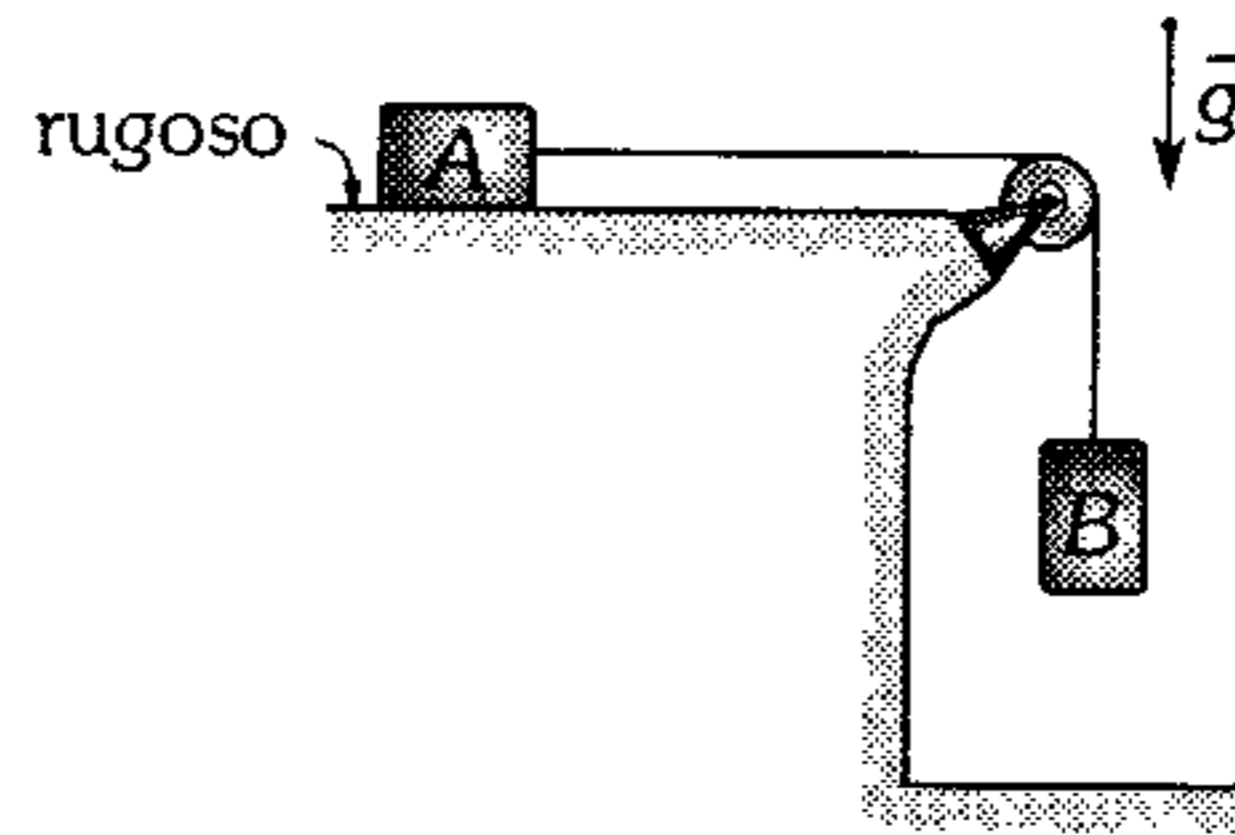
- A)  $(M-m) \text{ kg}/\mu$       B)  $(M+m) \text{ kg}/\mu$   
C)  $(m+M) \mu \text{ g}/k$   
D)  $(Mm) \text{ kg}/\mu$       E)  $(M-m) \mu \text{ g}$

202. Un bloque homogéneo cúbico de 5 kg es arrastrado mediante una fuerza  $\vec{F}$ , de tal manera que se encuentra a punto de inclinarse. Determine el módulo de la aceleración que experimenta ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A)  $4,5 \text{ m/s}^2$       B)  $1,5 \text{ m/s}^2$       C)  $3 \text{ m/s}^2$   
D)  $4 \text{ m/s}^2$       E)  $6 \text{ m/s}^2$

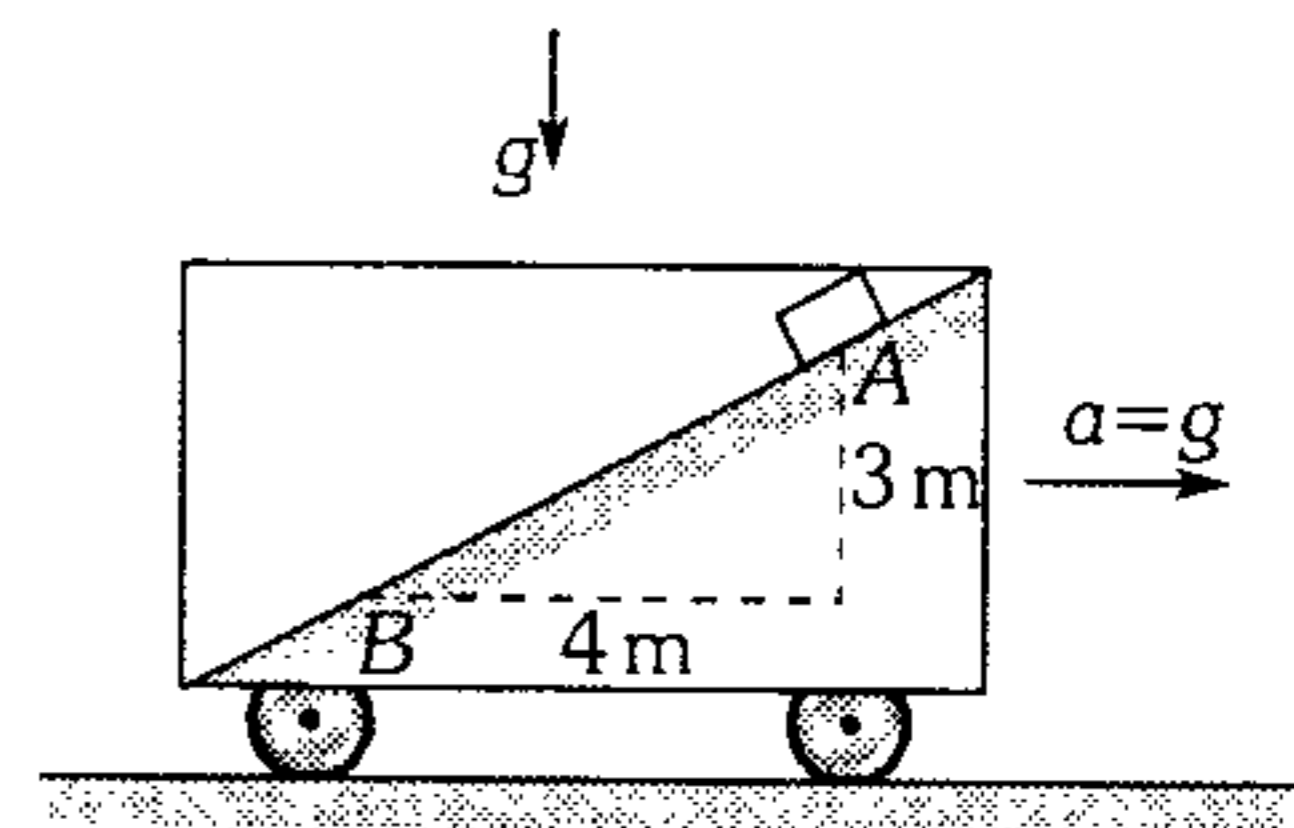
203. Si al abandonar el sistema éste adquiere movimiento, el gráfico que mejor representa para A su aceleración respecto al tiempo es:



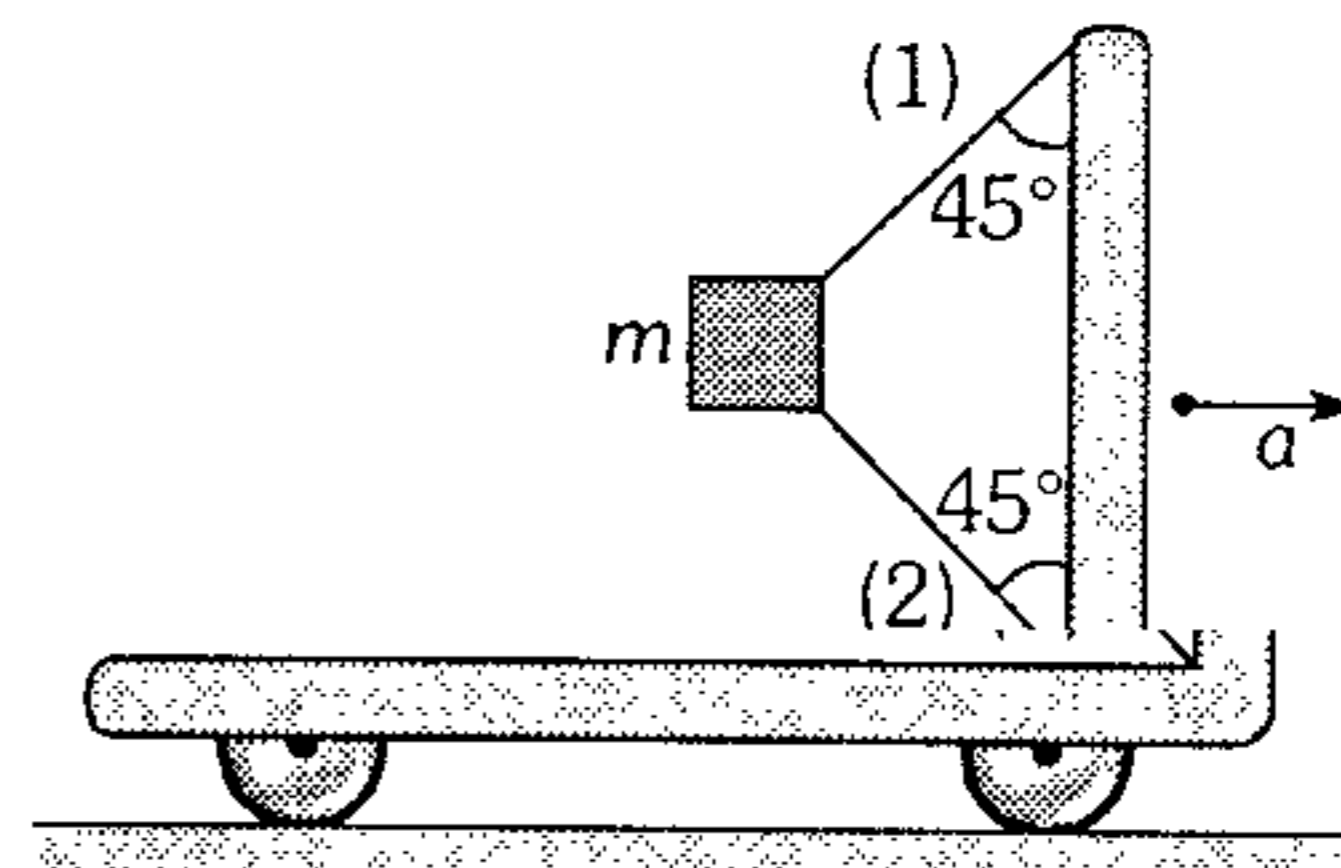
- A)      B)      C)   
D)      E)

204. El bloque es abandonado en A en el instante que el coche empieza a acelerar hacia la derecha. ¿Con qué velocidad respecto al coche el bloque pasa por B? (superficies lisas)

- A)  $\sqrt{7g}$   
B)  $2\sqrt{7g}$   
C)  $4\sqrt{7g}$   
D)  $\sqrt{14g}$   
E)  $2\sqrt{g}$



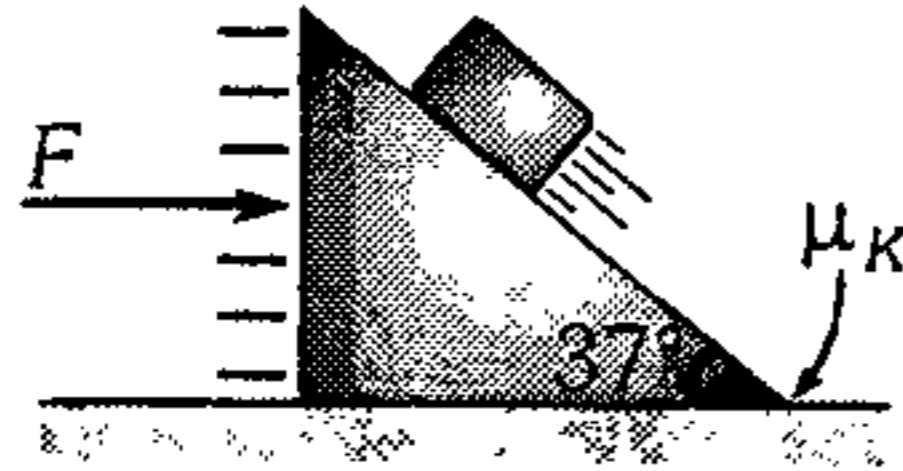
205. El coche se mueve hacia la derecha con aceleración de  $20 \text{ m/s}^2$ . El bloque de 1 kg no se mueve respecto de él y mantiene tensas las cuerdas. La relación de tensiones en la cuerda (1) y (2) es: ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



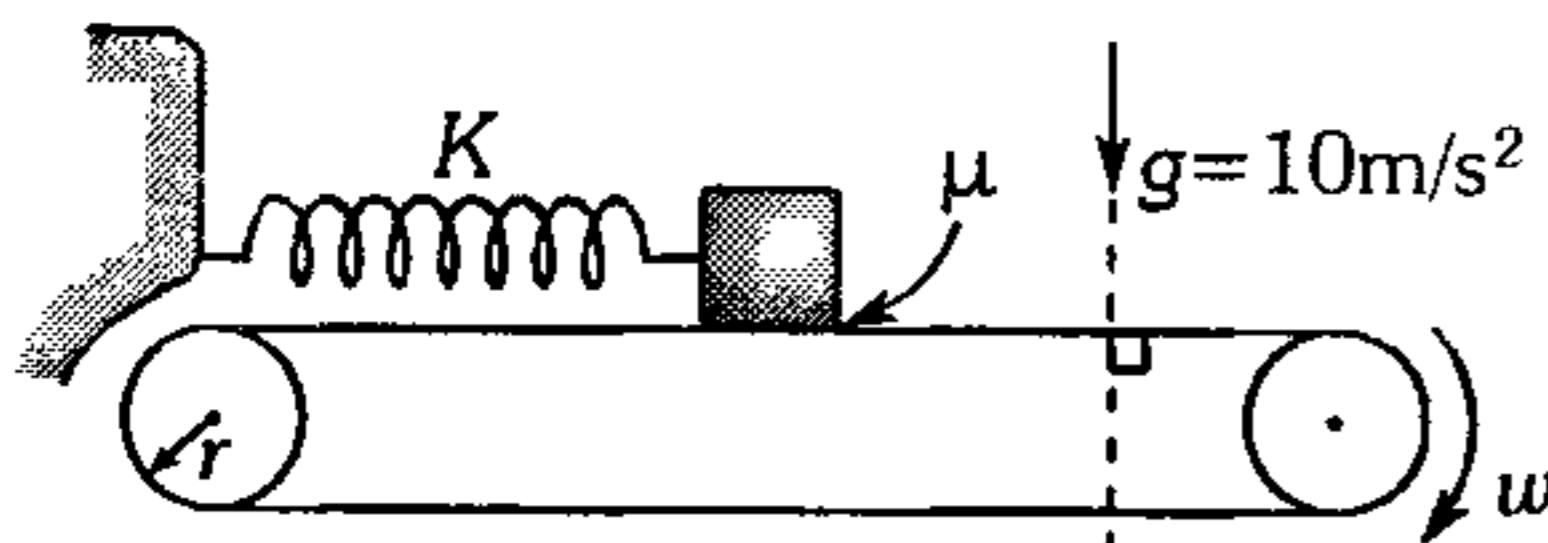
- A)  $T_1=T_2$       B)  $T_1=2T_2$       C)  $T_1=3T_2$   
D)  $T_1=4T_2$       E)  $T_1=5T_2$

206. Al empujar la cuña de 3 kg con una fuerza constante de módulo 62,5 N, el bloque liso de 2 kg asciende a velocidad constante respecto de la cuña. ¿Cuál es el módulo de la fuerza que ejerce la cuña al bloque? ( $g=10\text{m/s}^2$ )

- A) 15 N
- B) 20 N
- C) 25 N
- D) 30 N
- E) 50 N

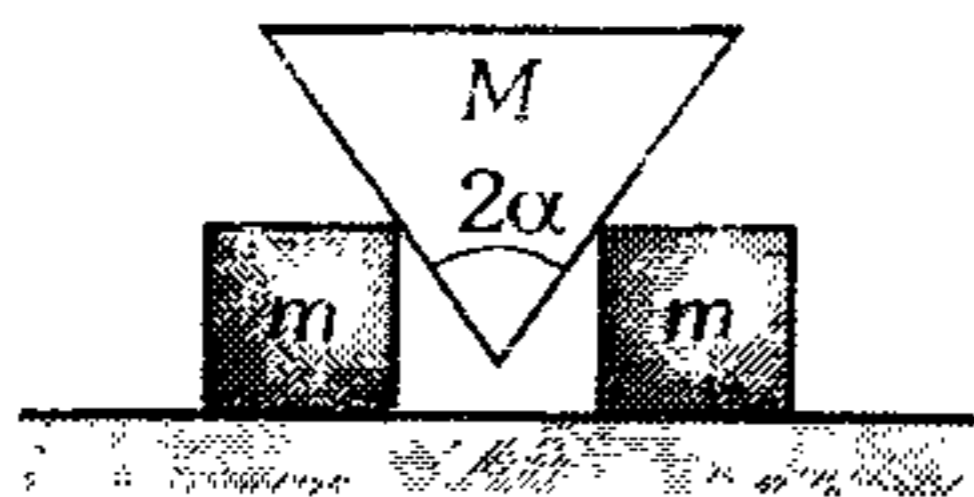


207. Se muestra una faja transportadora cuyos rodillos en todo momento rotan con 2 rad/s. Si se deja un bloque de 4 kg unido a un resorte ( $K=200\text{ N/m}$ ), en la posición que se indica; determine luego de cuánto tiempo el bloque tendrá una aceleración máxima. (Inicialmente el resorte estaba sin deformar y considere  $r=5\text{ cm}$ ;  $\mu_s=0,6$ ;  $\mu_k=0,4$ ).



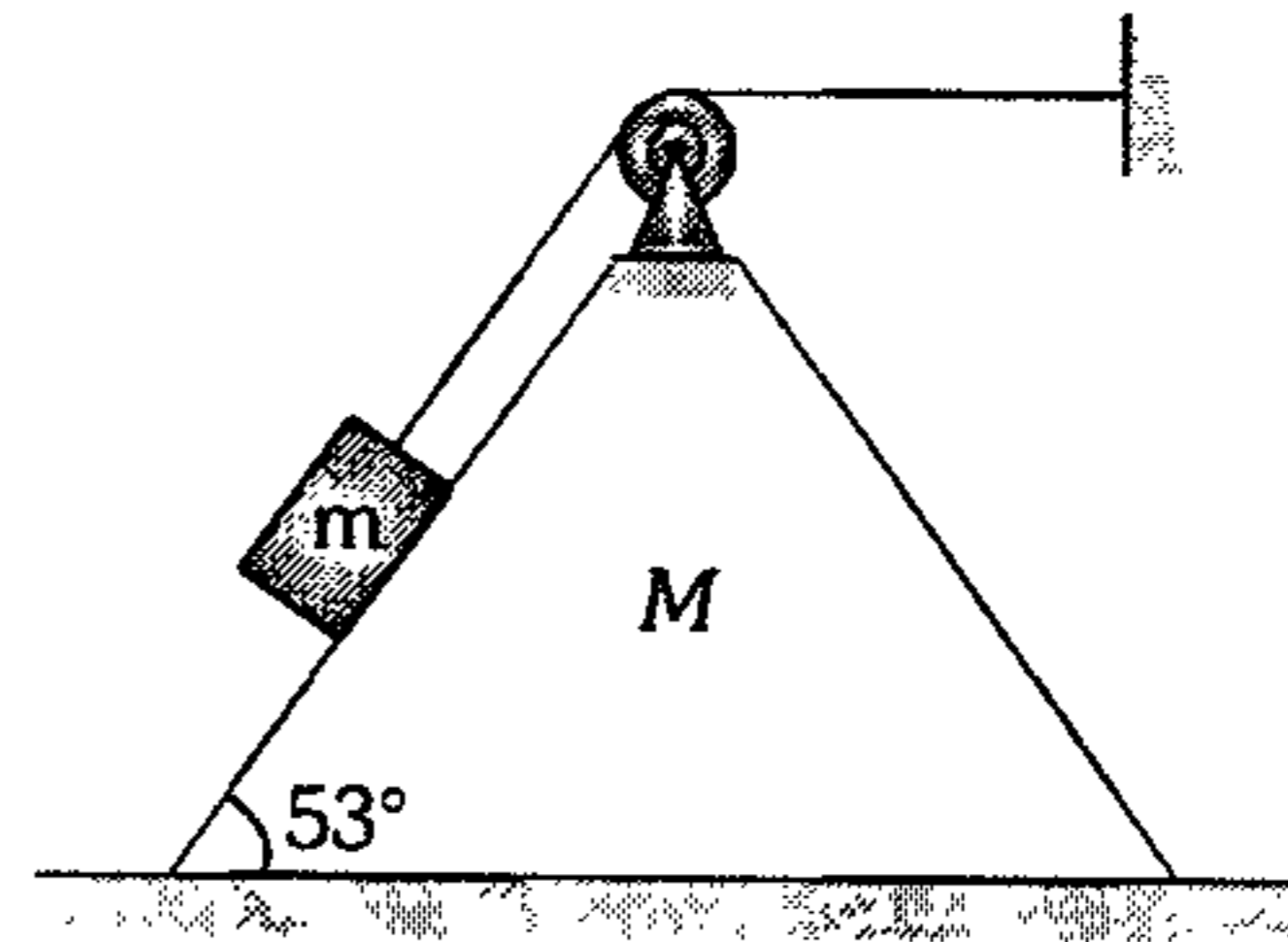
- A) 3 s
- B) 0,8 s
- C) 4 s
- D) 2,3 s
- E) 1,2 s

208. Sobre una superficie horizontal lisa, descansan dos cubos iguales de masa  $m$ . Si entre los cubos se suelta un prisma homogéneo de masa  $M$ , tal como se indica, determine el módulo de la aceleración de los cubos. Se cumple  $\frac{m}{2} = \frac{M}{9}$ ,  $g=10\text{ m/s}^2$  y  $2\alpha = 74^\circ$ .



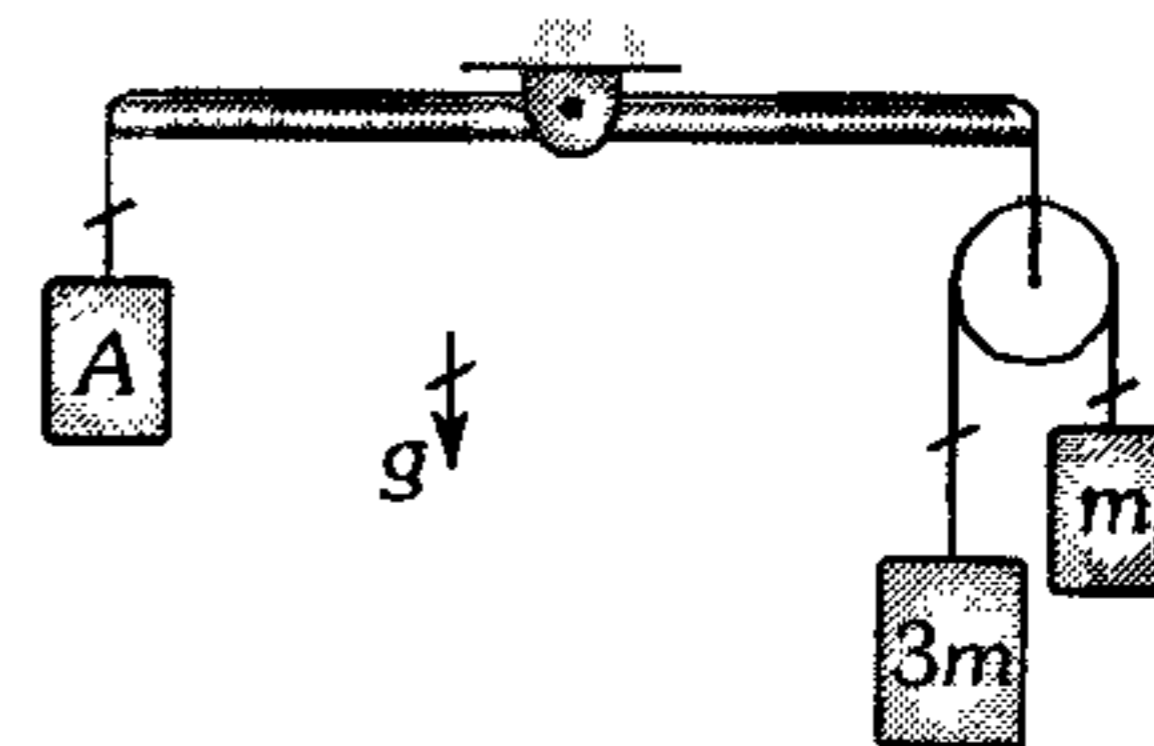
- A)  $2\text{ m/s}^2$
- B)  $4\text{ m/s}^2$
- C)  $5\text{ m/s}^2$
- D)  $6\text{ m/s}^2$
- E)  $8\text{ m/s}^2$

209. El sistema mostrado carece de fricción y es dejado en libertad; determine el módulo de la aceleración de la cuña ( $M=4m$ ). ( $g=10\text{ m/s}^2$ )



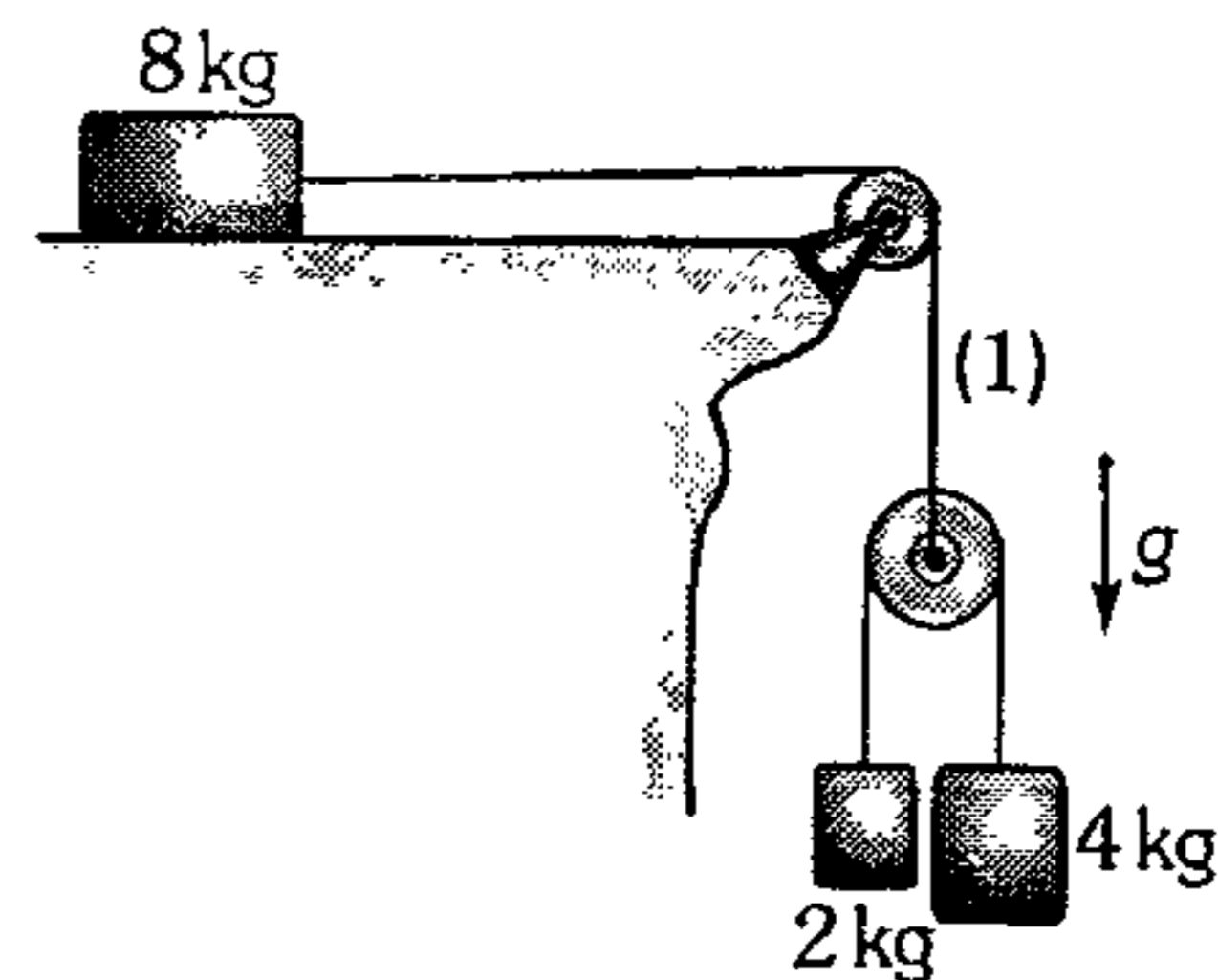
- A)  $1/3\text{ m/s}^2$
- B)  $5/4\text{ m/s}^2$
- C)  $5/3\text{ m/s}^2$
- D)  $1/7\text{ m/s}^2$
- E)  $3/7\text{ m/s}^2$

210. Halle la masa del bloque A para que la barra homogénea articulada en su punto medio permanezca horizontal. (Considere polea ideal).



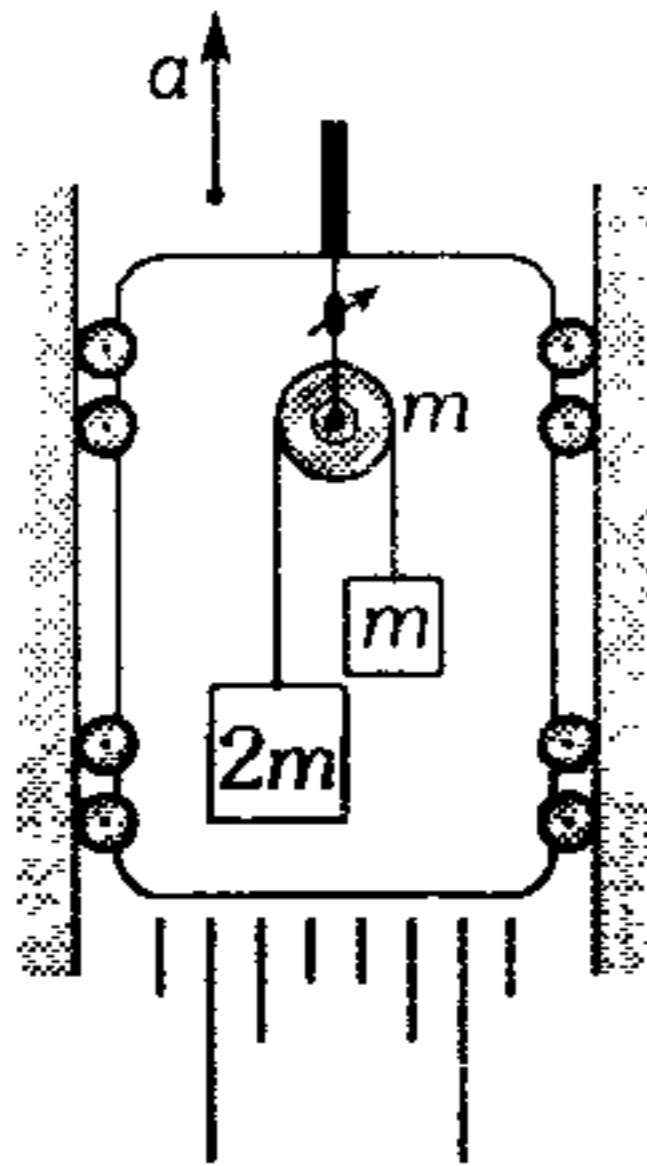
- A)  $m$
- B)  $2m$
- C)  $3m$
- D)  $4m$
- E)  $5m$

211. El sistema es abandonado tal como se muestra. Despreciando todo tipo de rozamiento, determine el módulo de la tensión de la cuerda (1). Considere poleas ideales ( $g=10\text{ m/s}^2$ ).



- A) 16 N
- B) 15 N
- C) 10 N
- D) 5 N
- E) 18 N

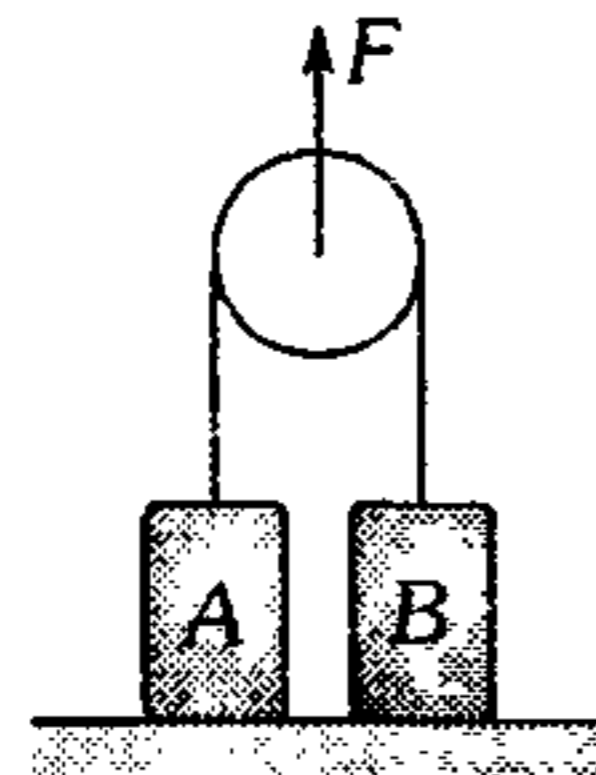
212. Si el ascensor que se muestra asciende verticalmente con  $5 \text{ m/s}^2$ . Determine la lectura del dinamómetro ideal ( $m=2 \text{ kg}$  y  $g=10 \text{ m/s}^2$ )



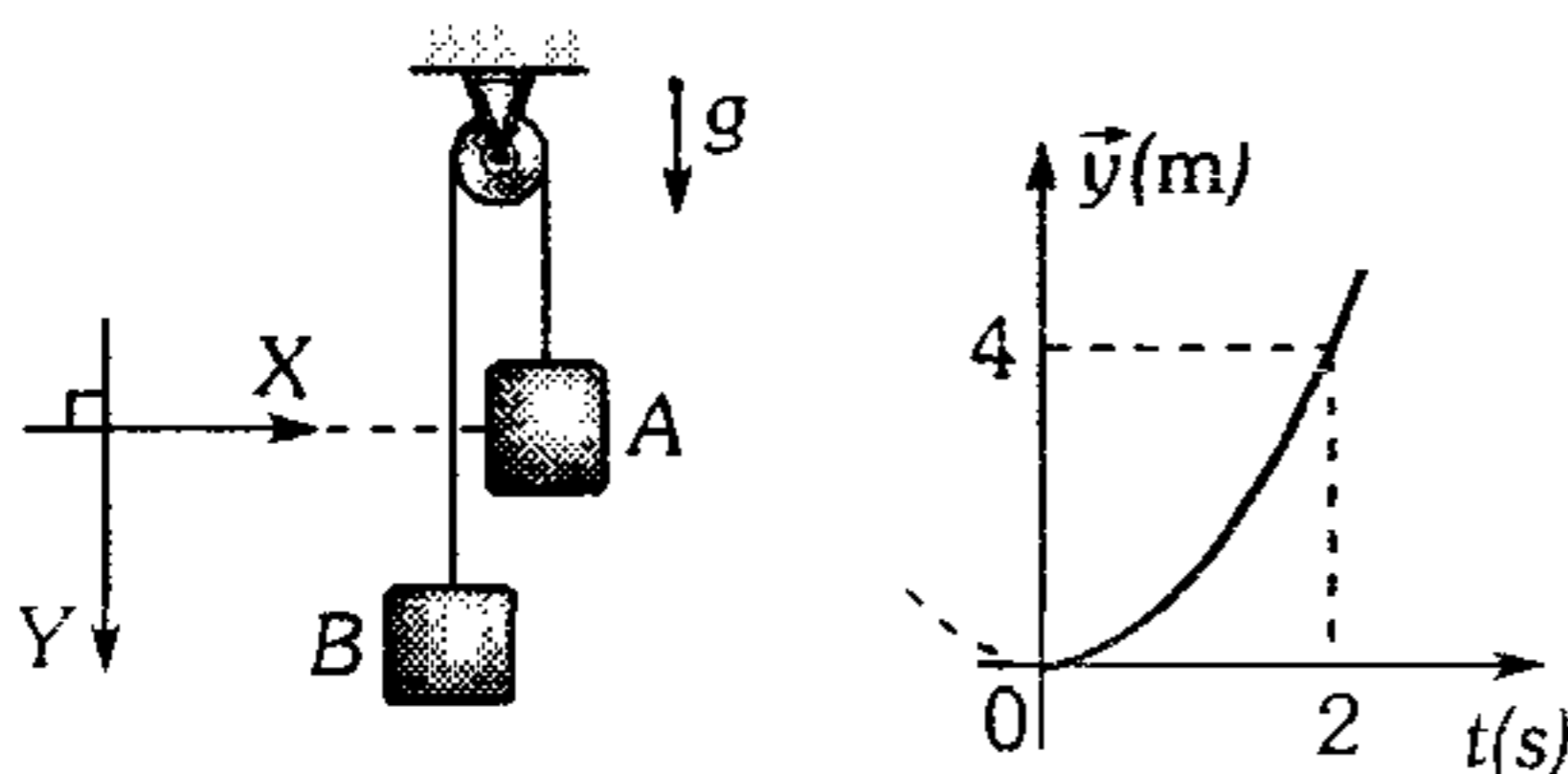
- A) 100 N    B) 80 N    C) 55 N  
D) 110 N    E) 90 N

213. Los bloques A y B son de 3 kg y 1 kg respectivamente. Si sobre la polea se aplica una fuerza  $F=48 \text{ N}$ ; halle la aceleración que experimenta la polea ( $g=10 \text{ m/s}^2$ , polea ideal).

- A)  $14 \text{ m/s}^2$   
B)  $3,5 \text{ m/s}^2$   
C)  $12 \text{ m/s}^2$   
D)  $24 \text{ m/s}^2$   
E)  $7 \text{ m/s}^2$



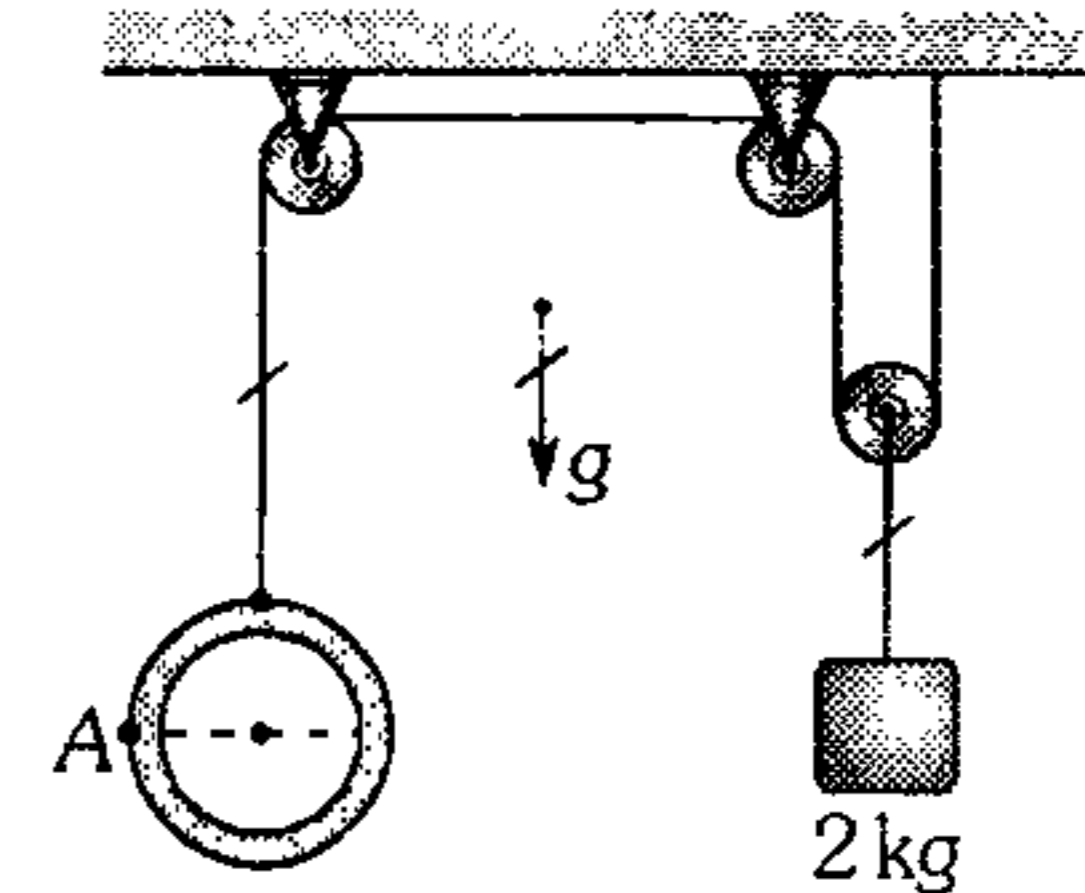
214. Al dejar en libertad el sistema de dos bloques A y B, el movimiento de B se representa mediante la gráfica ( $\vec{y} - t$ ). Si el bloque A es de 6 kg; ¿qué masa tiene B? (Considere polea ideal y  $g=10 \text{ m/s}^2$ )



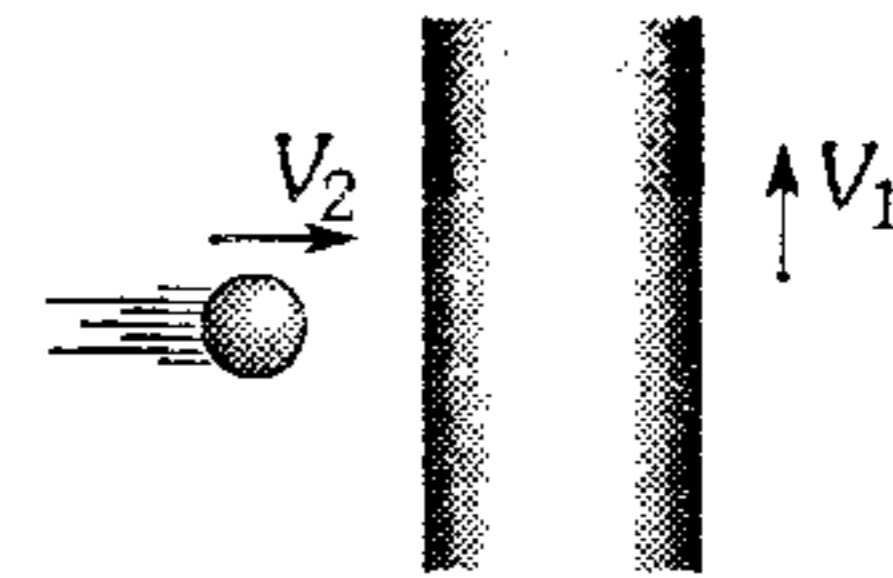
- A) 2 kg    B) 4 kg    C) 5 kg  
D) 6 kg    E) 6,5 kg

215. Si el sistema mostrado es dejado en libertad; determine el módulo de la fuerza de tracción que experimenta el punto A. El aro es homogéneo de 3 kg, las poleas son de masa despreciable. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 12 N  
B) 3,21 N  
C) 4,5 N  
D) 9,375 N  
E) 10 N

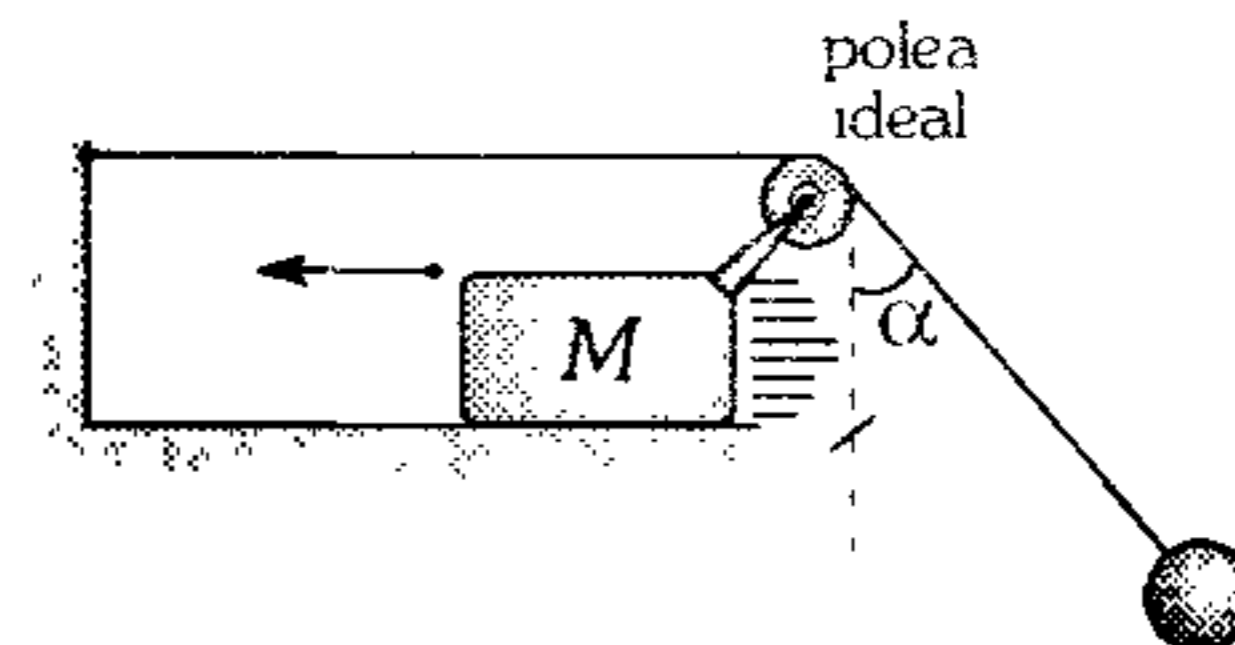


216. La cinta transportadora se mueve con rapidez constante  $V_1$ . Sobre ella se lanza una pequeña moneda con rapidez  $V_2$ . Determine el ancho máximo de la cinta para que la moneda logre pasarla. El coeficiente de rozamiento cinético entre la moneda y la cinta es  $\mu_k$  (la cinta se encuentra en un plano horizontal).



- A)  $\frac{V_2^2}{2\mu_k g}$     B)  $\frac{V_2}{2\mu_k g} \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$   
C)  $\frac{V_1}{2\mu_k g} \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$   
D)  $\frac{V_1 \cdot V_2}{2\mu_k g}$     E)  $\frac{V_1^2}{2\mu_k g}$

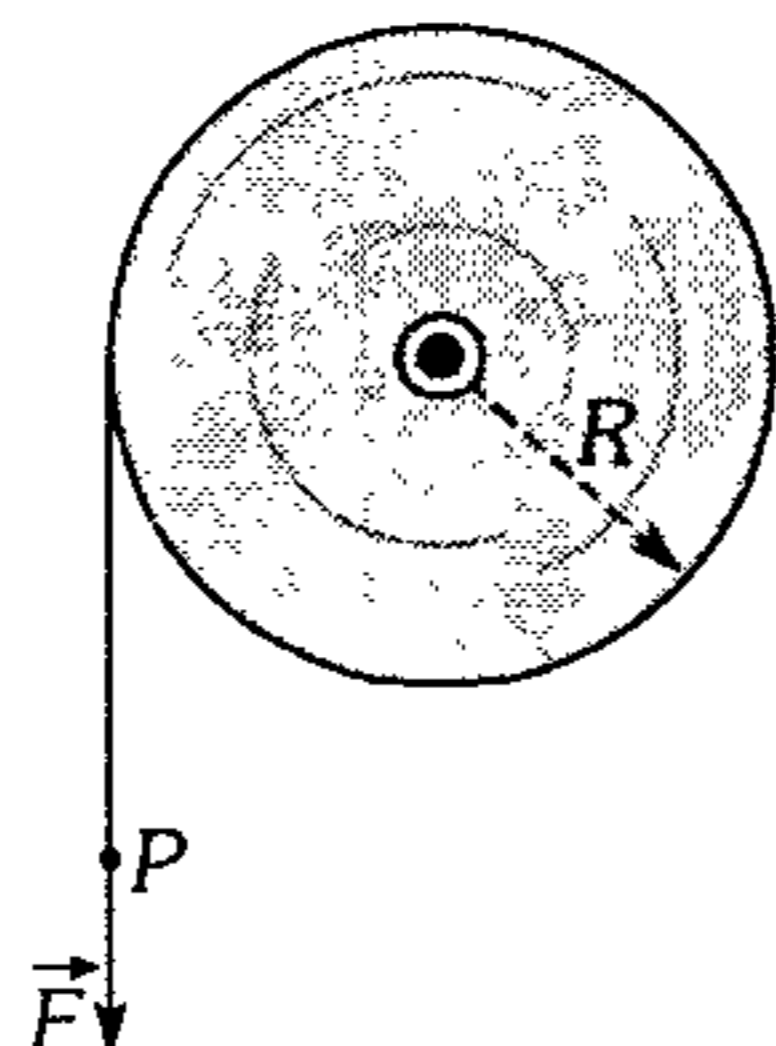
217. Si durante el movimiento del sistema mostrado, el ángulo  $\alpha$  no cambia; determine la masa de la pequeña esfera (desprecie todo rozamiento).



- A)  $M \text{ sen } \alpha$     B)  $\frac{M \text{ cos } \alpha}{(1 - \text{sen } \alpha)}$     C)  $M \text{ tan } \alpha$   
D)  $\frac{M \text{ sen } \alpha}{(1 - \text{sen } \alpha)}$     E)  $\frac{M \text{ sen } \alpha}{(1 - \text{sen } \alpha)^2}$

218. El gráfico nos muestra un disco homogéneo de radio  $R$  y masa  $M$  que puede rotar entorno de un eje que pasa por su centro y que es perpendicular al plano del papel. Determine el módulo de la aceleración angular del disco, al tirar del extremo de la cuerda  $P$  que se enrolla en el disco, con una fuerza de módulo  $F$ .

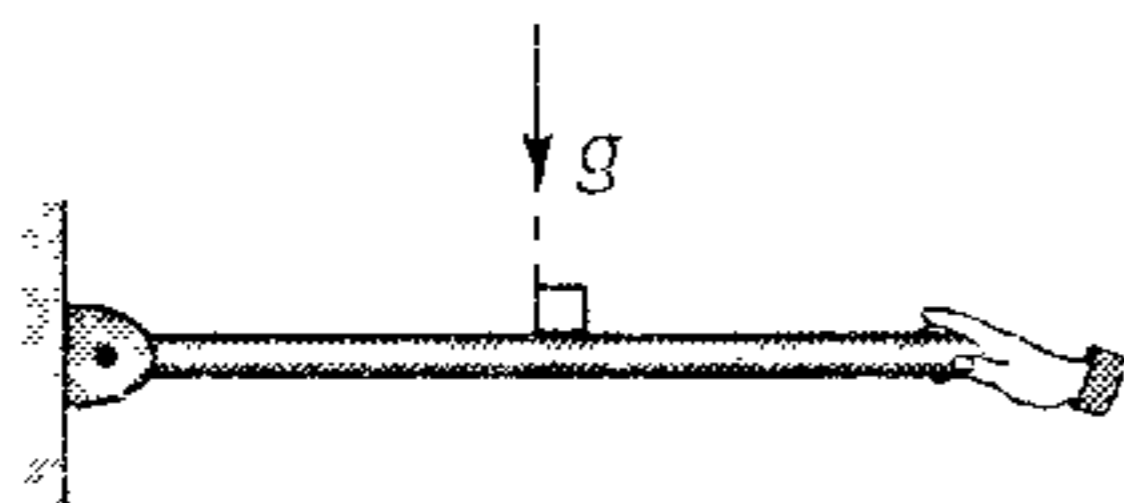
- A)  $\frac{F}{MR}$
- B)  $\frac{2F}{MR}$
- C)  $\frac{4F}{MR}$
- D)  $\frac{F}{2MR}$
- E)  $\frac{F}{4MR}$



219. Si en el problema anterior en lugar de aplicar la fuerza  $\vec{F}$ , suspendemos un bloque de masa  $m$  y lo soltamos; determine el módulo de la aceleración del bloque.

- A)  $2g \left[ \frac{m}{2m+M} \right]$
- B)  $g \left[ \frac{m}{m+M} \right]$
- C)  $2g \left[ \frac{m}{m+M} \right]$
- D)  $g \left[ \frac{M}{2m+M} \right]$
- E)  $\frac{2mg}{M}$

220. El gráfico nos muestra una barra homogénea de masa  $M$  y longitud  $L$ , que se encuentra inicialmente horizontal y en reposo. Determine el módulo de la aceleración del punto medio de la barra en el instante que se le suelta.



- A)  $g$
- B)  $3/2 g$
- C)  $3/4 g$
- D)  $g/4$
- E)  $4/3 g$

### Dinámica Curvilínea

221. ¿En cuánto disminuirá el peso de un auto en el punto superior de un puente convexo? El radio de curvatura del puente es 100 m, la masa del auto es 2 000 kg y su rapidez en la parte alta es 54 km/h.

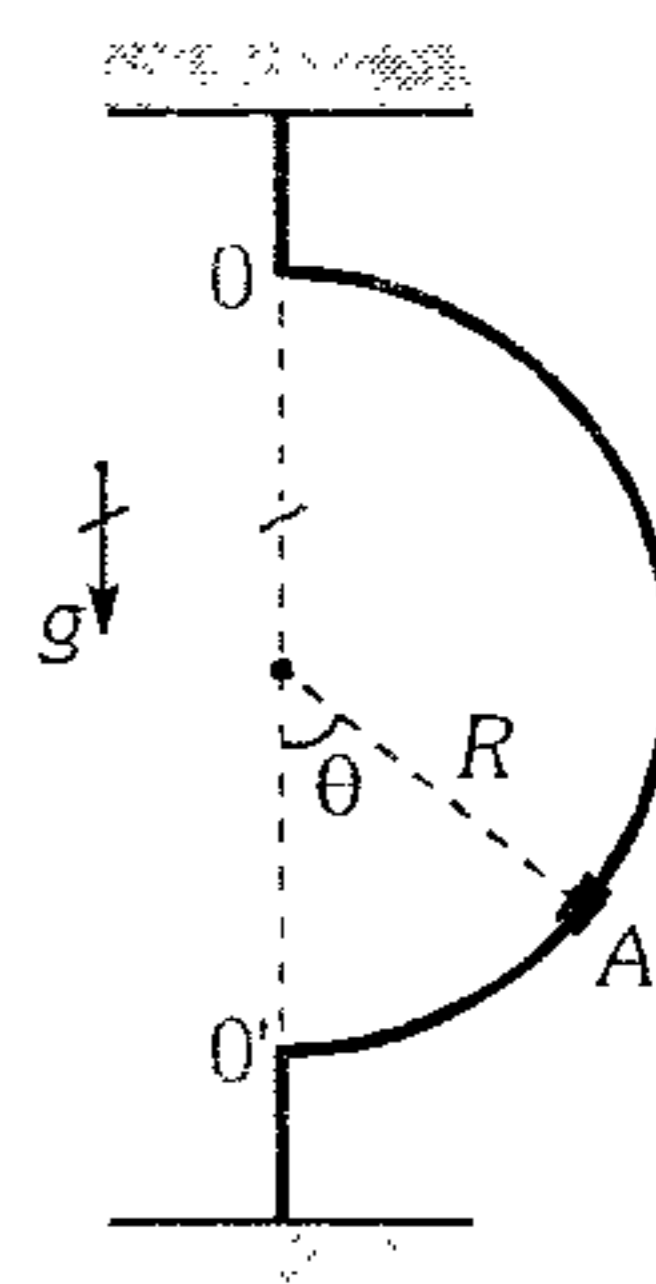
- A) 4 000 N
- B) 4 500 N
- C) 5 600 N
- D) 3 600 N
- E) 6 400 N

222. Un objeto atado a un hilo se hace girar en una circunferencia (en un plano vertical) de radio  $R$ . ¿Con qué rapidez angular constante debe girar para que la cuerda permanezca tirante?

- A)  $\omega > \left( \frac{R}{g} \right)^{1/3}$
- B)  $\omega < \left( \frac{g}{R} \right)^{1/2}$
- C)  $\omega > \left( \frac{g}{R} \right)^{1/2}$
- D)  $\omega < \left( \frac{g}{R} \right)^{1/3}$
- E)  $\omega > \left( \frac{g}{R} \right)^2$

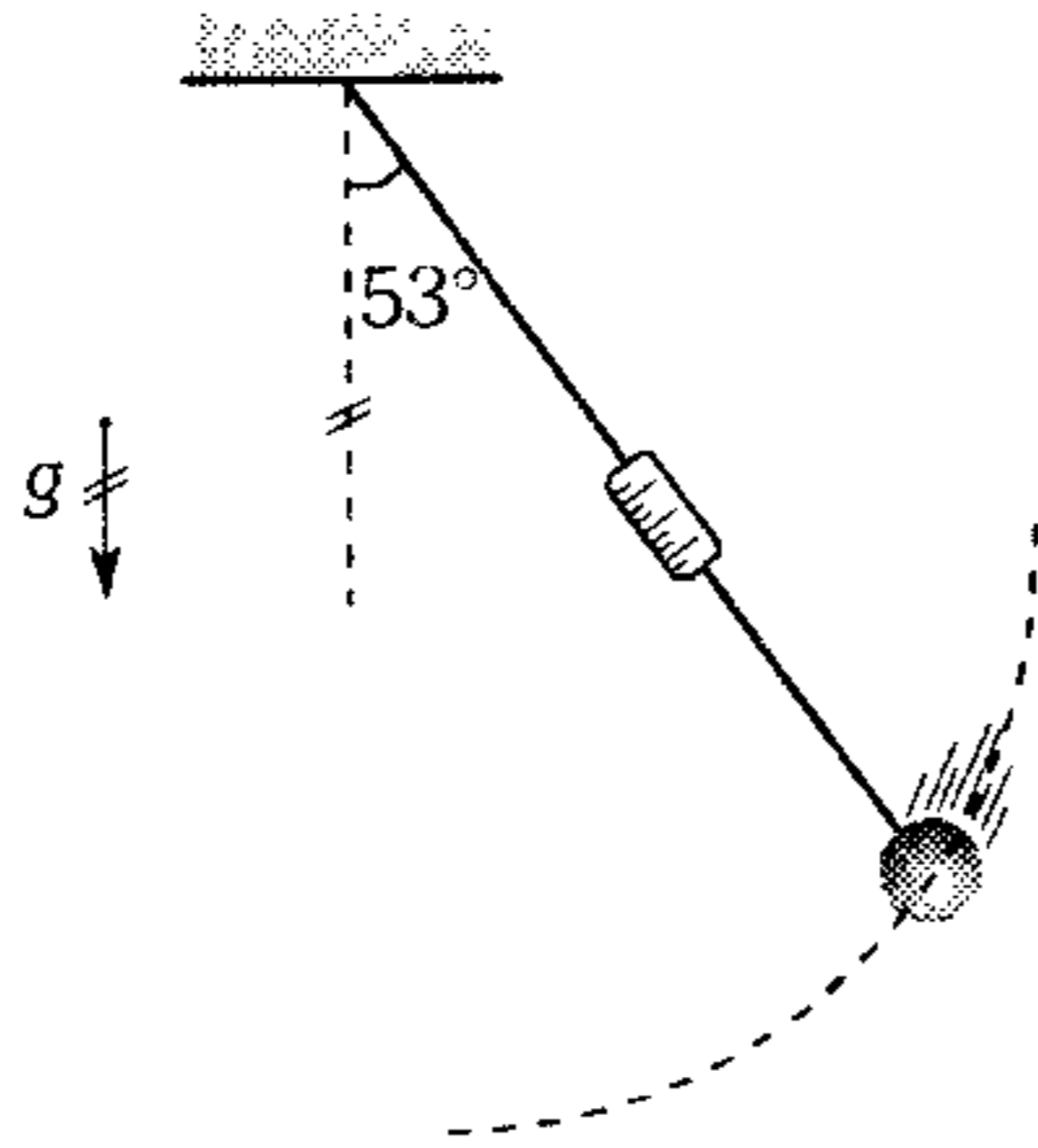
223. Un manguito  $A$  puede deslizarse libremente a lo largo de un anillo liso de radio  $R$ . El sistema se hace rotar alrededor del eje  $OO'$  vertical con una rapidez angular  $\omega$ . Halle la medida del ángulo  $\theta$  correspondiente a la posición estable del manguito. ( $g$ : aceleración de la gravedad).

- A)  $\arctan \left( \frac{g}{\omega^2 R} \right)$
- B)  $\arcsen \left( \frac{\omega^2 R}{g} \right)$
- C)  $\arcsen \left( \frac{g}{\omega^2 R} \right)$
- D)  $\arccos \left( \frac{g}{\omega^2 R} \right)$
- E)  $\arccos \left( \frac{\omega^2 R}{g} \right)$



224. Una pequeña esfera de 5 kg describe una trayectoria circular en un plano vertical. Si en el instante mostrado el dinamómetro ideal indica 70 N, determine el módulo de su aceleración en ese instante. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

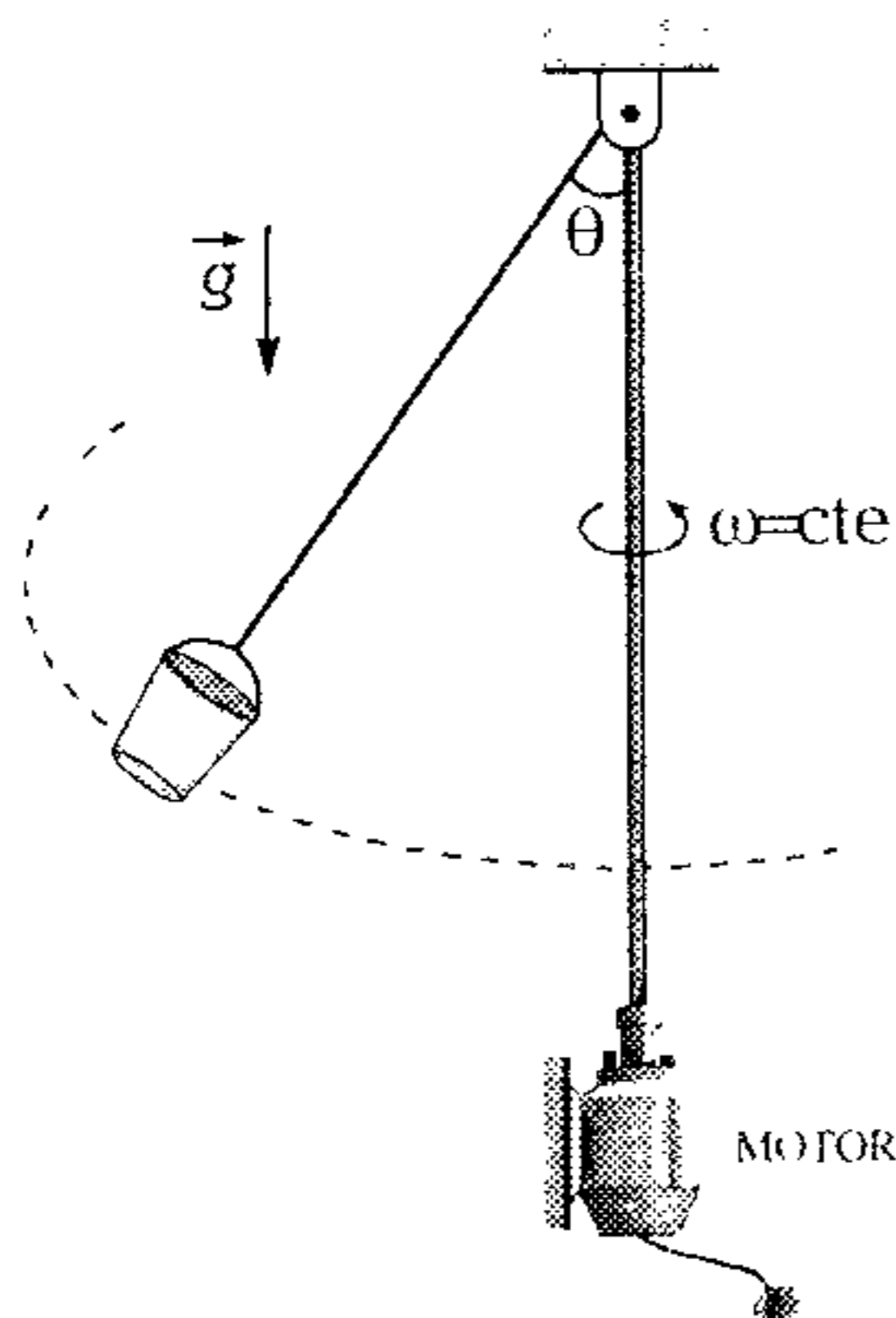
- A)  $4 \text{ m/s}^2$
- B)  $11,3 \text{ m/s}^2$
- C)  $7 \text{ m/s}^2$
- D)  $8 \text{ m/s}^2$
- E)  $14 \text{ m/s}^2$



225. Una esfera de 1 kg está girando con rapidez constante de 6 m/s, describiendo una circunferencia de 0,5 m de radio sobre una mesa lisa. ¿En cuánto varía el módulo de la tensión, en el hilo que sujeta la esfera, cuando hace contacto con un clavo situado a 20 cm del centro de giro inicial?

- A) 20 N      B) 120 N      C) 48 N
- D) 72 N      E) 36 N

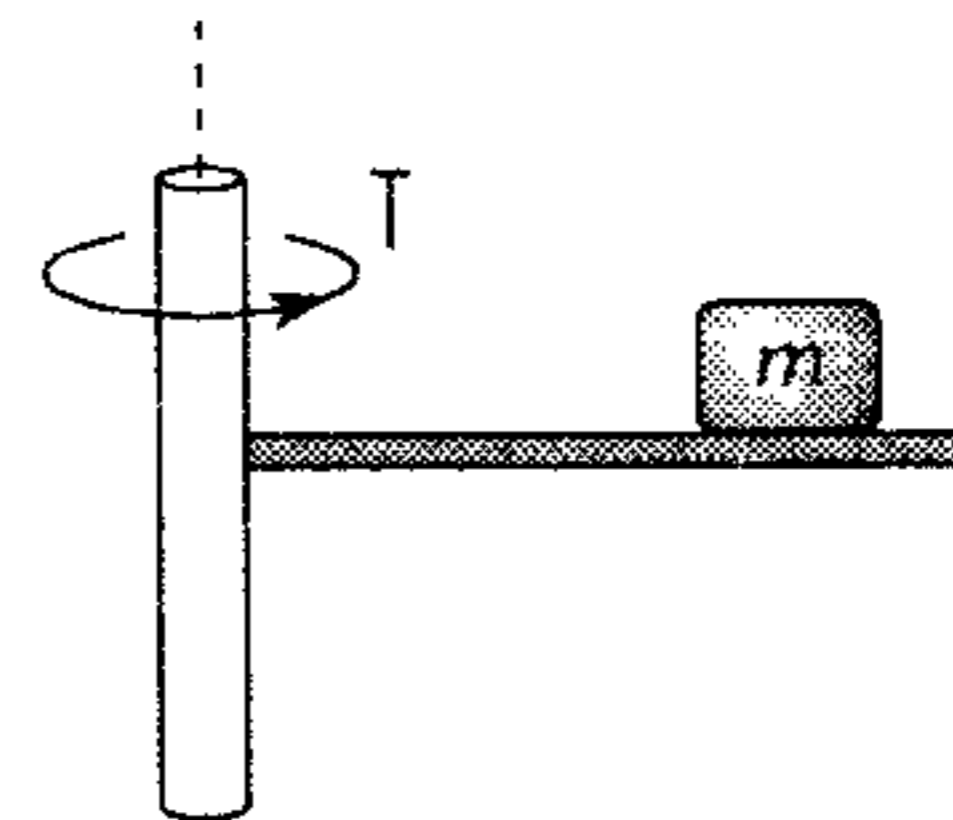
226. El sistema mostrado rota con rapidez angular constante debido al motor. Si de repente el balde con agua se raja, entonces



- I. La rapidez angular del balde aumenta.
  - II. El módulo de la tensión en la cuerda se mantiene constante.
  - III. El ángulo  $\theta$  disminuye.
  - IV. El radio de giro se mantiene constante.
- Luego, son afirmaciones verdaderas

- A) I y II.      B) solo I.      C) solo II.
- D) I, II y III.      E) ninguna.

227. El bloque de masa  $m$  se ubica sobre la plataforma rígidamente unida al eje que rota. Señale la proposición incorrecta.



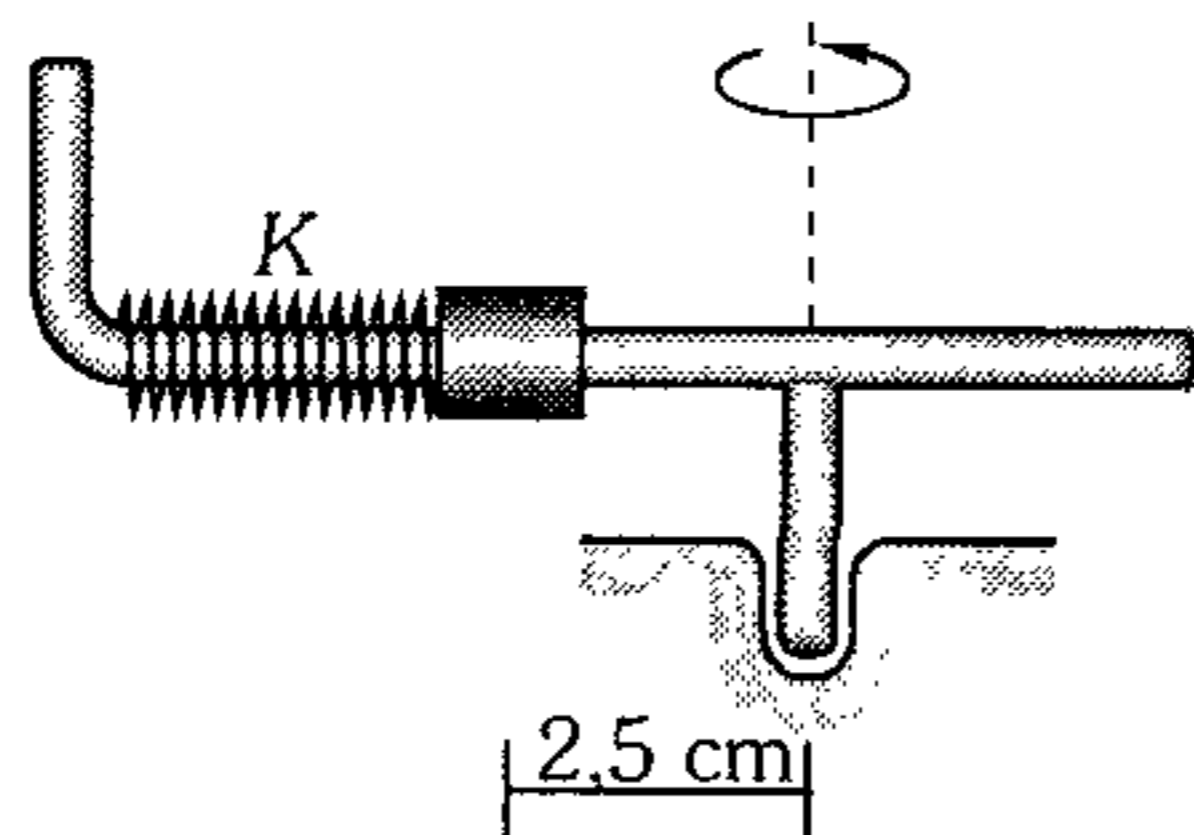
- A) Si  $\omega = \text{cte}$  y no hay fricción, entonces  $m$  no gira.
- B) Si  $\omega = \text{cte}$ ,  $m$  tiende a salir radialmente cuando hay fricción.
- C) Si  $\omega$  aumenta,  $m$  tiende a salir radial y tangencialmente cuando hay fricción.
- D) Si  $\omega$  disminuye,  $m$  tratará de abandonar la plataforma en la dirección radial y tangencial.
- E) Si  $\omega$  aumenta, la fuerza de rozamiento estático disminuye y su dirección será radial.

228. Un bloque cúbico descansa a 2 m del centro de una plataforma de radio 3 m que inicialmente está en reposo. La plataforma comienza a acelerar a razón de  $1,5 \text{ rad/s}^2$  entorno al eje vertical que pasa por su centro. ¿Al cabo de qué tiempo el bloque comienza a deslizarse sobre la plataforma? El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la plataforma es 0,5. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

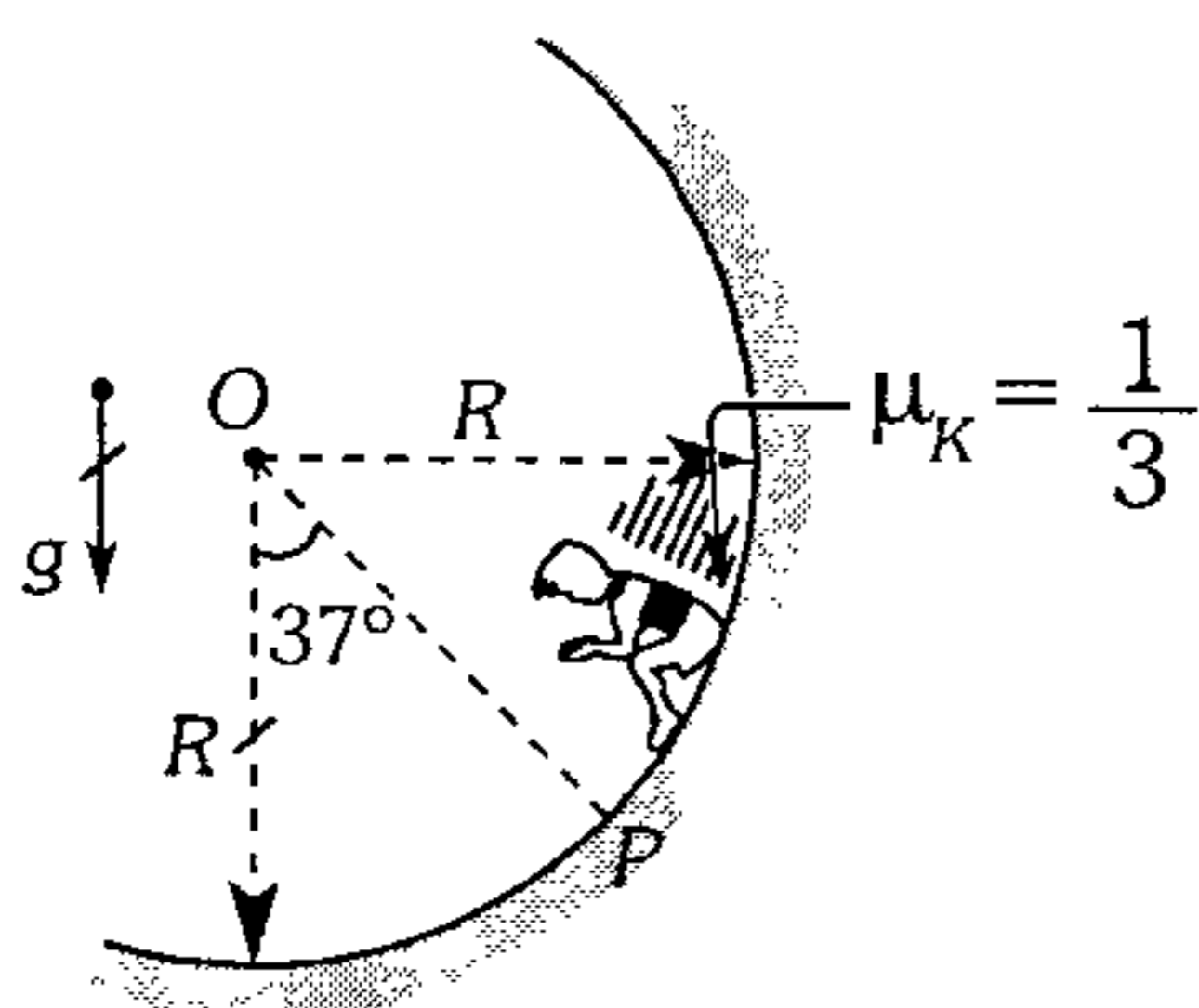
- A)  $\sqrt{2} \text{ s}$       B)  $\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ s}$       C)  $\sqrt{5} \text{ s}$
- D) 1 s      E)  $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ s}$

229. Se muestra un collarín, unido a un sistema que rota con rapidez angular constante. El resorte está deformado 0,5 cm. Si lentamente duplicamos la rapidez angular; ¿qué deformación presentará ahora el resorte?

- A) 2 cm
- B) 4 cm
- C) 6 cm
- D) 8 cm
- E) 10 cm



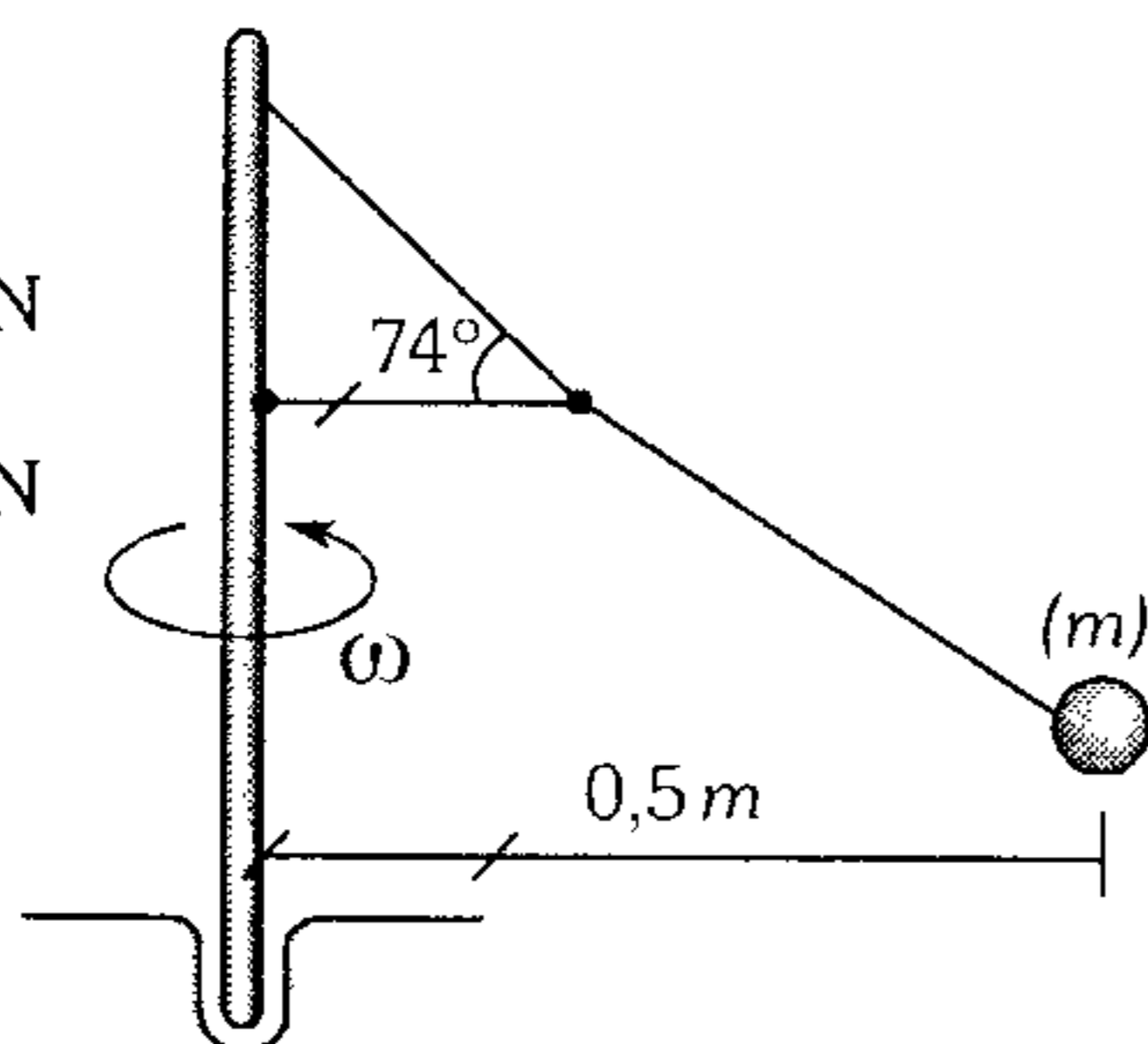
230. Un niño de 25 kg desliza sobre una superficie esférica, pasando por P con una rapidez de 4 m/s. Determine en ese instante el módulo de su aceleración ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ;  $R=4 \text{ m}$ ).



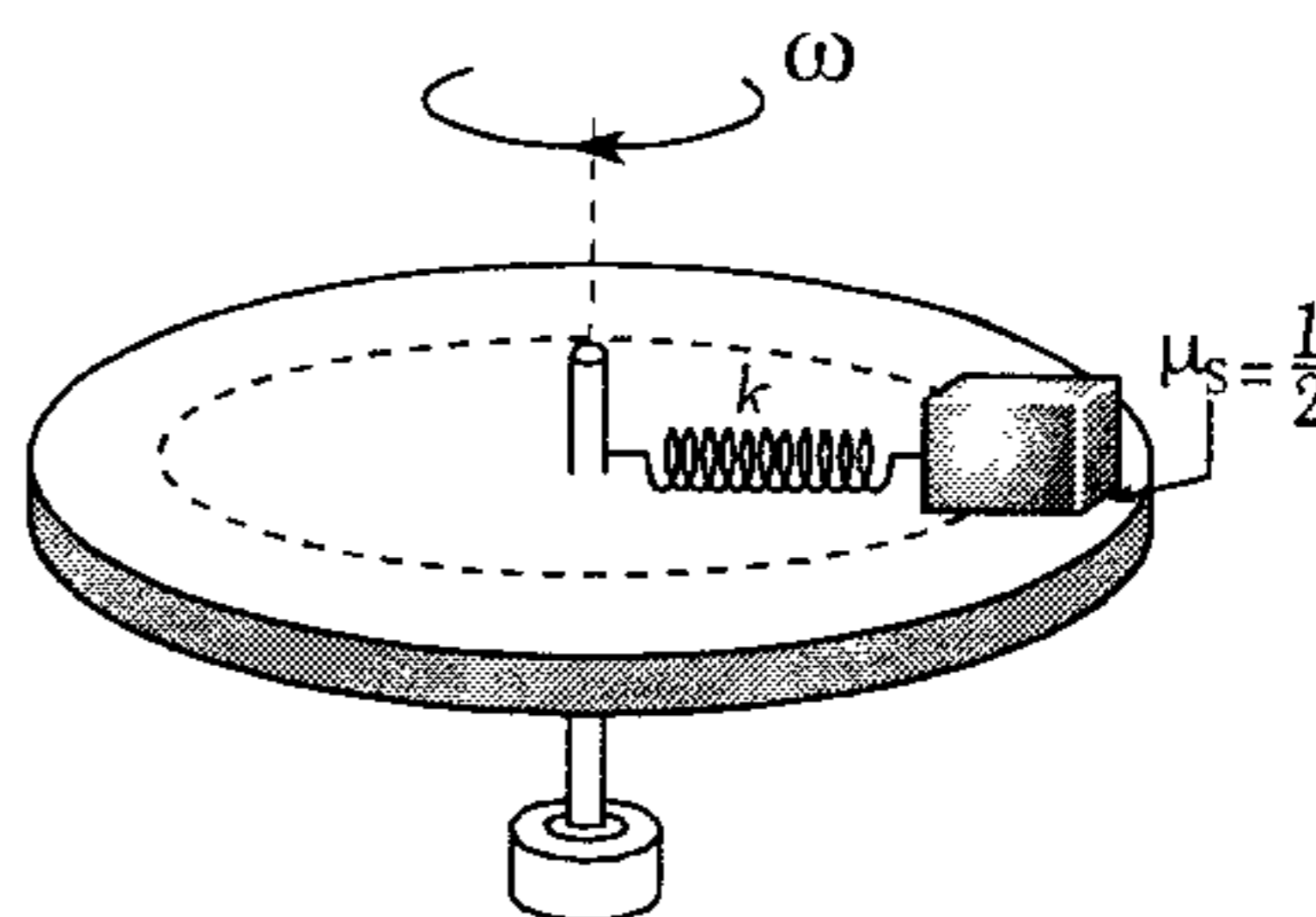
- A)  $2 \text{ m/s}^2$
- B)  $2\sqrt{5} \text{ m/s}^2$
- C)  $4 \text{ m/s}^2$
- D)  $4\sqrt{2} \text{ m/s}^2$
- E)  $5 \text{ m/s}^2$

231. El sistema que se muestra rota con rapidez angular constante de  $4\sqrt{\frac{5}{3}} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Determine el módulo de la fuerza de tensión en el hilo horizontal ( $m=3,6 \text{ kg}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 60 N
- B) 50 N
- C) 44.5 N
- D) 40 N
- E) 37.5 N



232. En la figura se muestra un sistema rotado en forma uniforme. Si el resorte de 45 cm de longitud natural se encuentra deformado 10 cm ¿qué valor máximo toma  $\omega$  de tal modo que el bloque de 8 kg no deslice sobre la plataforma? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ;  $k=40 \text{ N/cm}$ )



- A) 5 rad/s
- B) 10 rad/s
- C) 15 rad/s
- D) 20 rad/s
- E) 25 rad/s

233. Un satélite "geoestacionario" está en órbita en torno a la Tierra. Dentro de la cabina de dicho satélite se suelta una esferita. ¿Qué sucede con dicha esferita luego, visto por un observador dentro del satélite?

- A) Se mueve hacia el centro de la Tierra.
- B) Se va radialmente alejándose de la Tierra.
- C) Se queda en el mismo lugar.
- D) Puede ser A o B.
- E) Desarrolla un M.C.U.

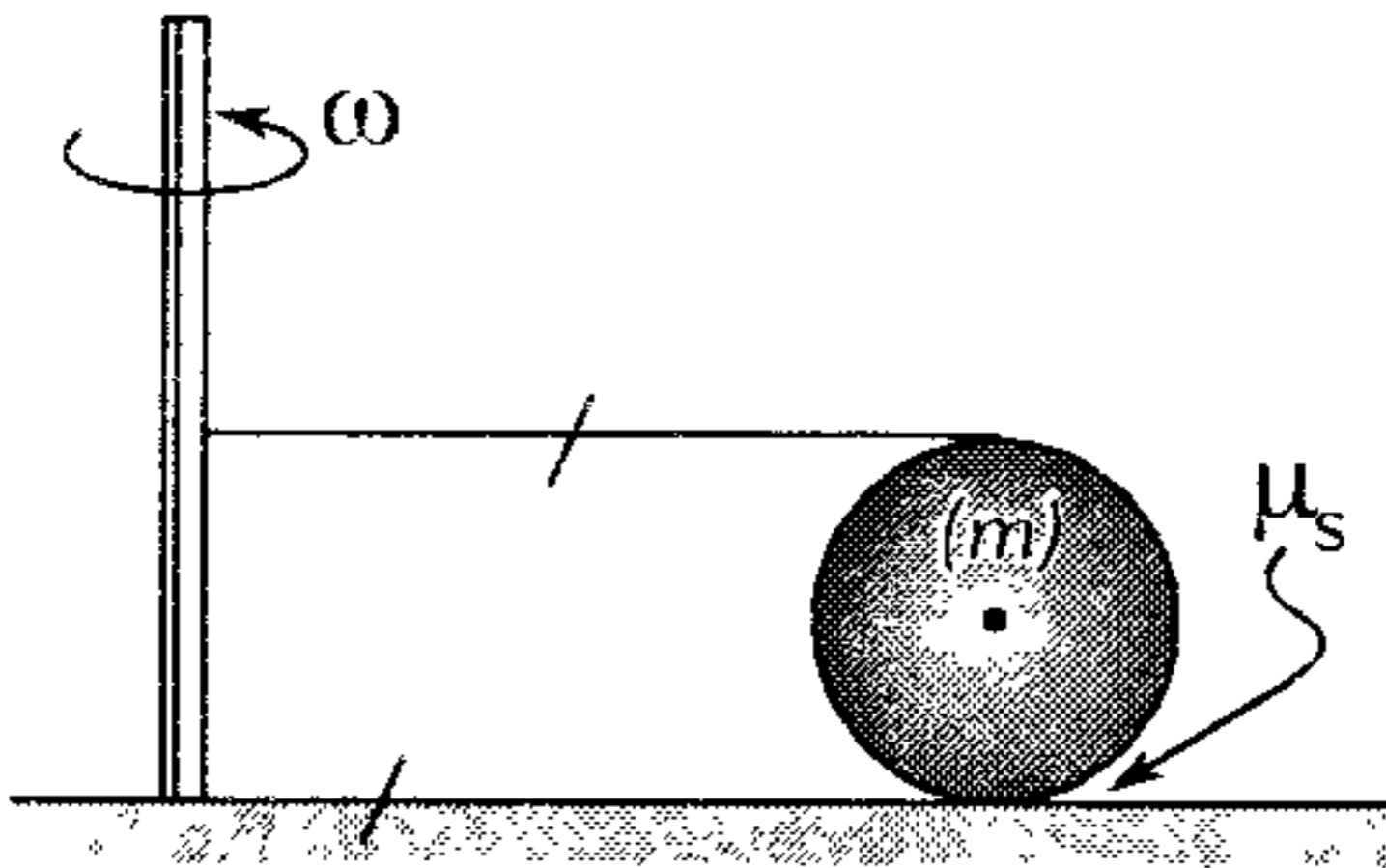
234. Un bloque pequeño se encuentra sobre una plataforma que rota a una distancia de 30 cm del centro de giro. Determine la máxima rapidez angular tal que dicho bloque no resbale (la plataforma forma  $16^\circ$  con la horizontal y el eje de rotación es vertical,  $\mu_s = \frac{4}{3}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A)  $\frac{8}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- B)  $6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- C)  $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- D)  $\frac{20}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- E)  $12 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

**235.** Un patinador recorre una circunferencia de 5 m de radio con una rapidez de 5 m/s. ¿Qué inclinación hacia el centro de la circunferencia tendrá que dar a su cuerpo para no salir de la circunferencia? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

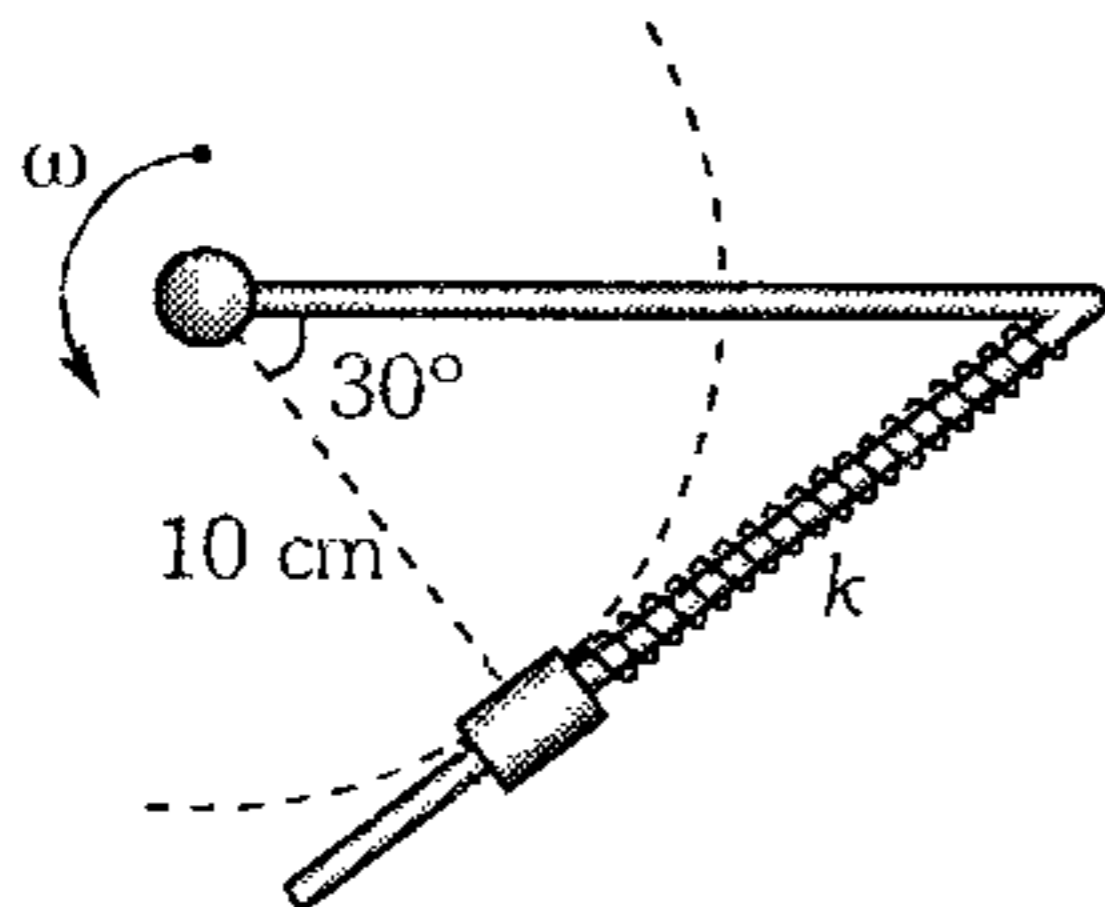
- A)  $60^\circ$       B)  $53^\circ$       C)  $37^\circ$   
 D)  $\frac{53^\circ}{2}$       E)  $\frac{37^\circ}{2}$

**236.** Determine el módulo de  $\omega$ , si el cilindro que gira con rapidez angular constante está a punto de deslizar ( $m=4 \text{ kg}$ ;  $\mu_s = 0,5$  y  $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



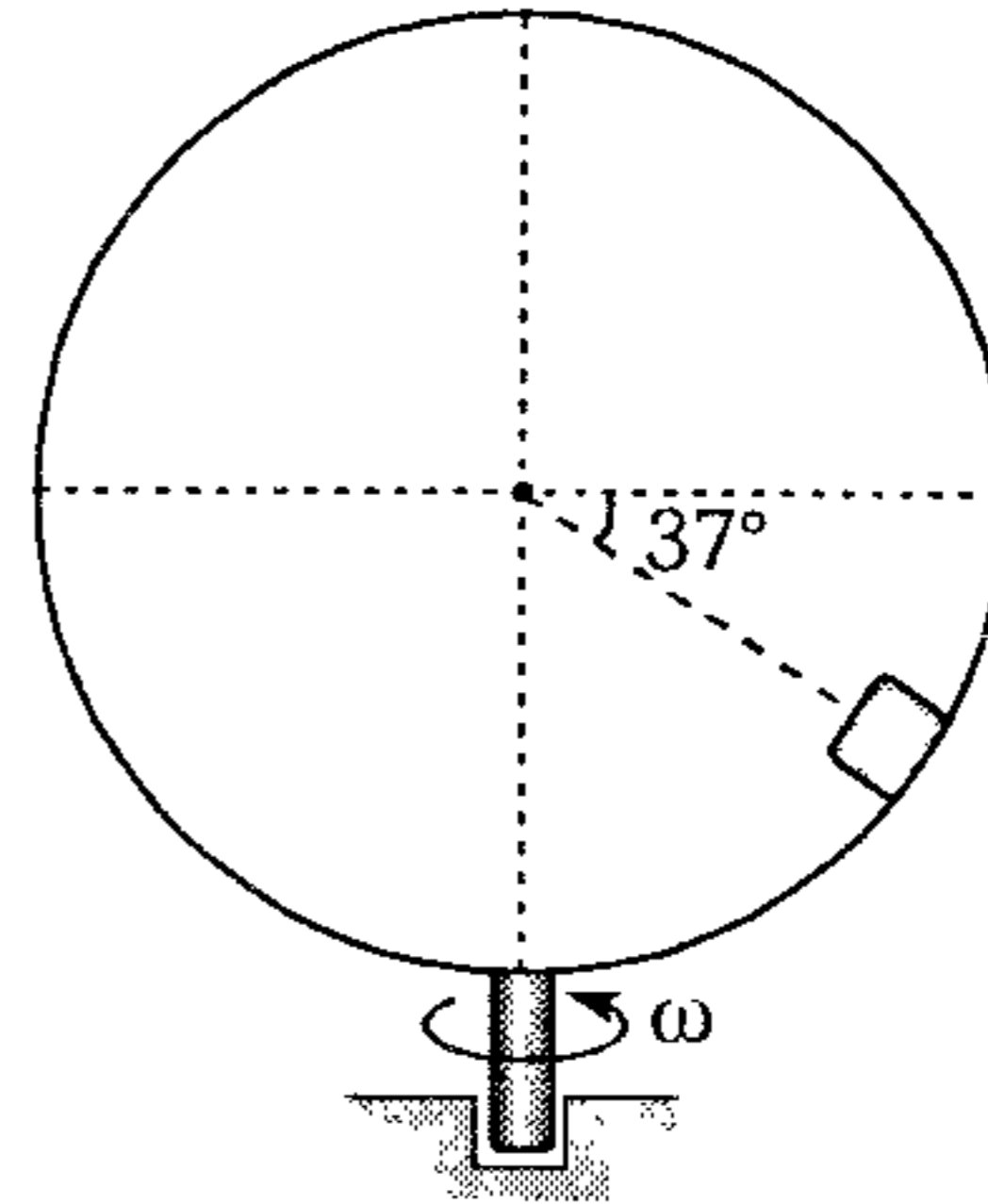
- A)  $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$       B)  $1,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$       C)  $1,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$   
 D)  $2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$       E)  $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

**237.** La barra doblada rota en un plano horizontal con rapidez angular constante. Si el collarín de 100 g no desliza respecto de la barra lisa; determine  $\omega$ . El resorte es de 15 cm de longitud natural y se encuentra comprimido 5 cm. Además  $k=100 \text{ N/m}$ .



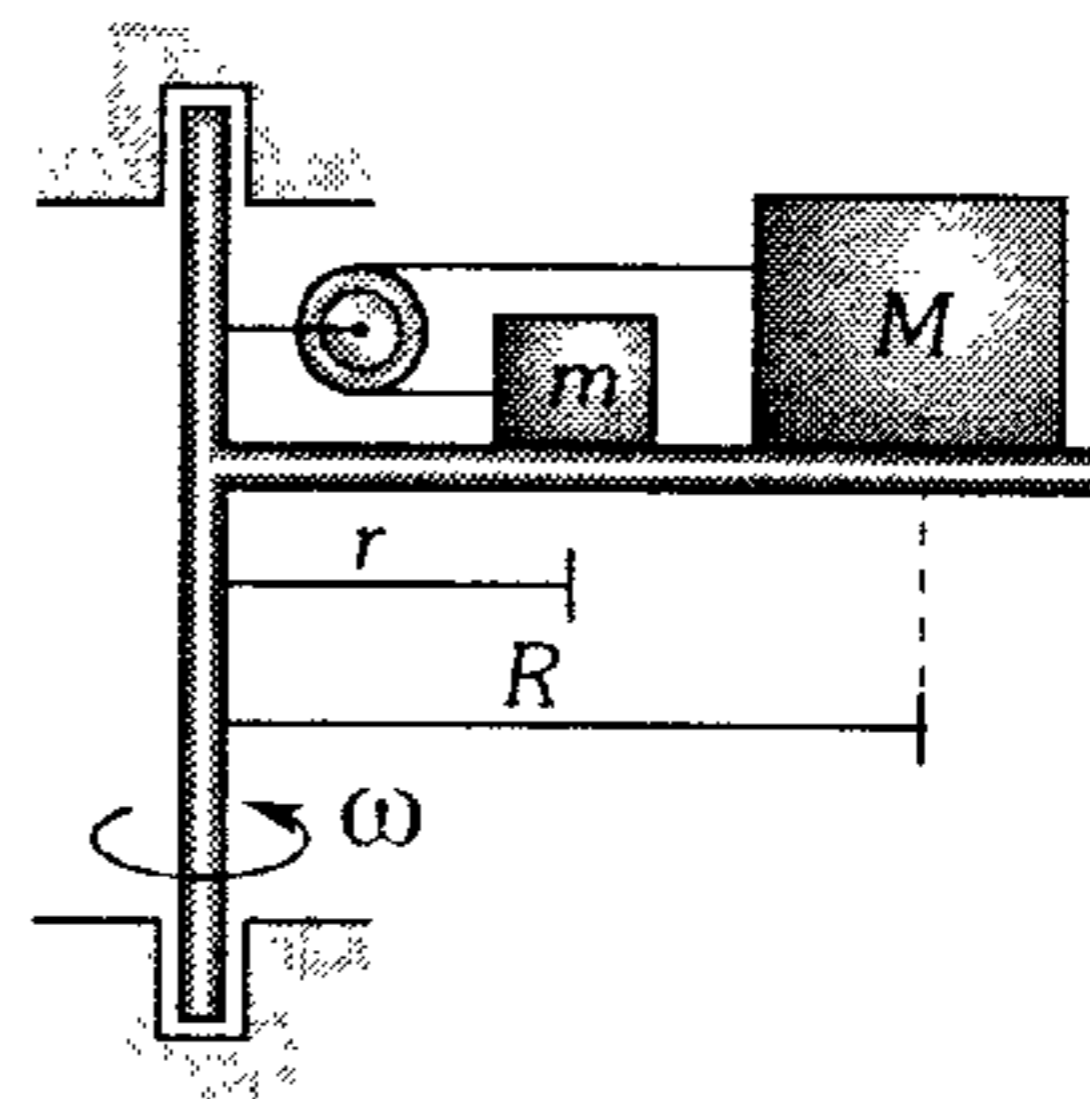
- A)  $10 \text{ rad/s}$       B)  $10\sqrt{5} \text{ rad/s}$   
 C)  $10\sqrt{10} \text{ rad/s}$   
 D)  $20 \text{ rad/s}$       E)  $20\sqrt{2} \text{ rad/s}$

**238.** Sobre la superficie interna de una esfera hueca de 2,5 m de radio que rota con una rapidez angular mínima de  $\sqrt{5} \text{ rad/s}$ , se halla un pequeño bloque. Determine los valores de  $\omega$  de manera que el bloque no resbale. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A)  $\sqrt{5} < \omega \leq \sqrt{34}$       B)  $\sqrt{5} \leq \omega \leq \sqrt{\frac{155}{17}}$   
 C)  $\sqrt{5} < \omega < \sqrt{\frac{155}{17}}$   
 D)  $\sqrt{5} \leq \omega < \sqrt{35}$       E)  $\sqrt{5} \leq \omega < \sqrt{55}$

**239.** En la figura el sistema rota con una velocidad angular  $\omega$ . Si el coeficiente de rozamiento es  $\mu_s = 0,5$  para todas las superficies, determine  $\omega$  para que  $M$  no resbale. ( $M=4m$ ;  $R=2r=0,5m$ ).



- A)  $\omega \leq \sqrt{\frac{20}{3}}$       B)  $\omega = \sqrt{\frac{80}{3}}$   
 C)  $\omega \leq \sqrt{\frac{80}{3}}$   
 D)  $\omega = \sqrt{\frac{20}{3}}$       E)  $\omega \leq \frac{10 \text{ rad}}{\sqrt{7} \text{ s}}$

240. Un ciclista va por una pista horizontal de radio  $R$ , en la cual el coeficiente de fricción depende sólo de la distancia  $r$  hasta su centro  $O$  según la ley  $\mu = k\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ ; donde  $k$  es una constante. Halle el radio de la circunferencia con centro  $O$ , por la que el ciclista puede moverse con la máxima rapidez.

- A)  $\frac{R}{5}$       B)  $\frac{R}{3}$       C)  $\frac{R}{2}$   
 D)  $\frac{kR}{2}$       E)  $\frac{kR}{3}$

241. Una cadena de masa  $m$ , que genera una circunferencia de radio  $R$ , se encaja en un cono liso, que tiene un ángulo de semiapertura  $\theta$ . Halle la tensión de la cadena, si ésta gira alrededor de un eje vertical que coincide con el eje de simetría del cono, a una rapidez angular constante  $\omega$ .

- A)  $T = \left(\sin \theta + \omega^2 \frac{R}{g}\right) \frac{mg}{2\pi}$   
 B)  $T = \left(\cos \theta + \omega^2 \frac{R}{g}\right) \frac{mg}{2\pi}$   
 C)  $T = \left(\tan \theta + \omega^2 \frac{R}{g}\right) \frac{mg}{2\pi}$   
 D)  $T = \left(\cot \theta + \omega^2 \frac{R}{g}\right) \frac{mg}{2\pi}$   
 E)  $T = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}$

242. Un anillo fino de goma de masa  $m$  y radio  $R_0$  se hace rotar hasta que alcanza rapidez angular  $\omega$  alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano que contiene al anillo. Halle el radio nuevo del anillo si la rigidez de la goma es  $k$ .

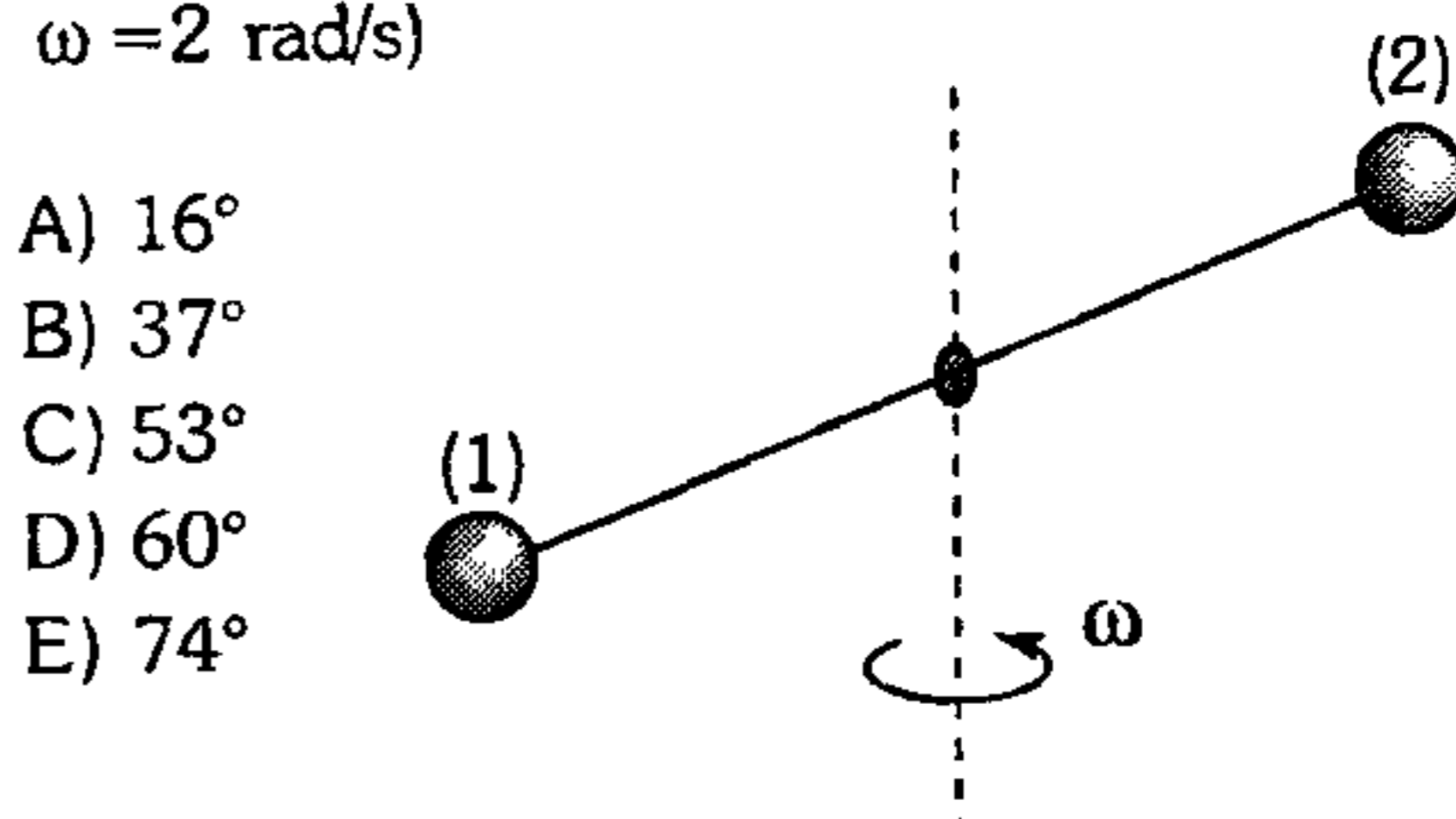
- A)  $R_0 \frac{4\pi^2 k}{k + m\omega^2}$       B)  $R_0 \frac{4\pi^2 k}{4\pi^2 k - m\omega^2}$   
 C)  $\frac{R_0 k}{m\omega^2}$   
 D)  $\frac{R_0 4\pi^2 k}{m\omega^2}$       E)  $\frac{R_0 k}{4\pi^2 k - m\omega^2}$

243. Dos pequeñas esferas están unidas por un hilo de 4 m de longitud y se mueven sobre una superficie horizontal lisa. En cierto instante la esfera (1) quedó inmóvil y la rapidez de (2) fue 3 m/s. Determine en ese instante el módulo de la tensión en el hilo ( $m_1 = 2m_2 = 4$  kg).

- A) 1 N      B) 2 N      C) 4 N  
 D) 4,5 N      E) 6 N

244. El sistema que se muestra rota con rapidez angular constante  $\omega$  alrededor de un eje que pasa por el centro de la varilla ideal de longitud  $\ell$ . Determine la medida del ángulo que forman la varilla y el eje de rotación.

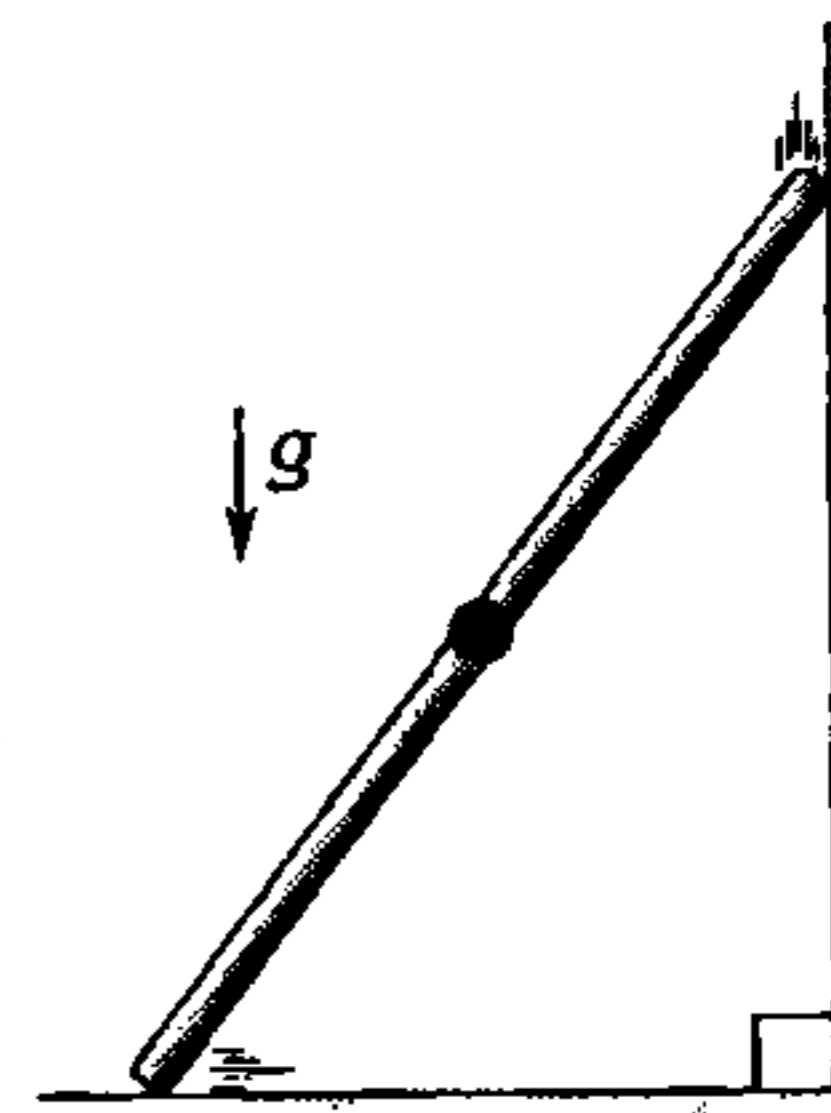
( $m_1 = 4m_2$ ;  $\ell = 2,5$  m;  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> y  $\omega = 2$  rad/s)



- A) 16°  
 B) 37°  
 C) 53°  
 D) 60°  
 E) 74°

245. Se muestra una barra rígida y homogénea de longitud  $L$ , la cual en su punto medio lleva una pequeña argolla de masa  $m$ . Si el extremo inferior de la barra se traslada con velocidad constante  $v$ ; ¿qué fuerza ejerce la argolla sobre la barra, en el instante mostrado?

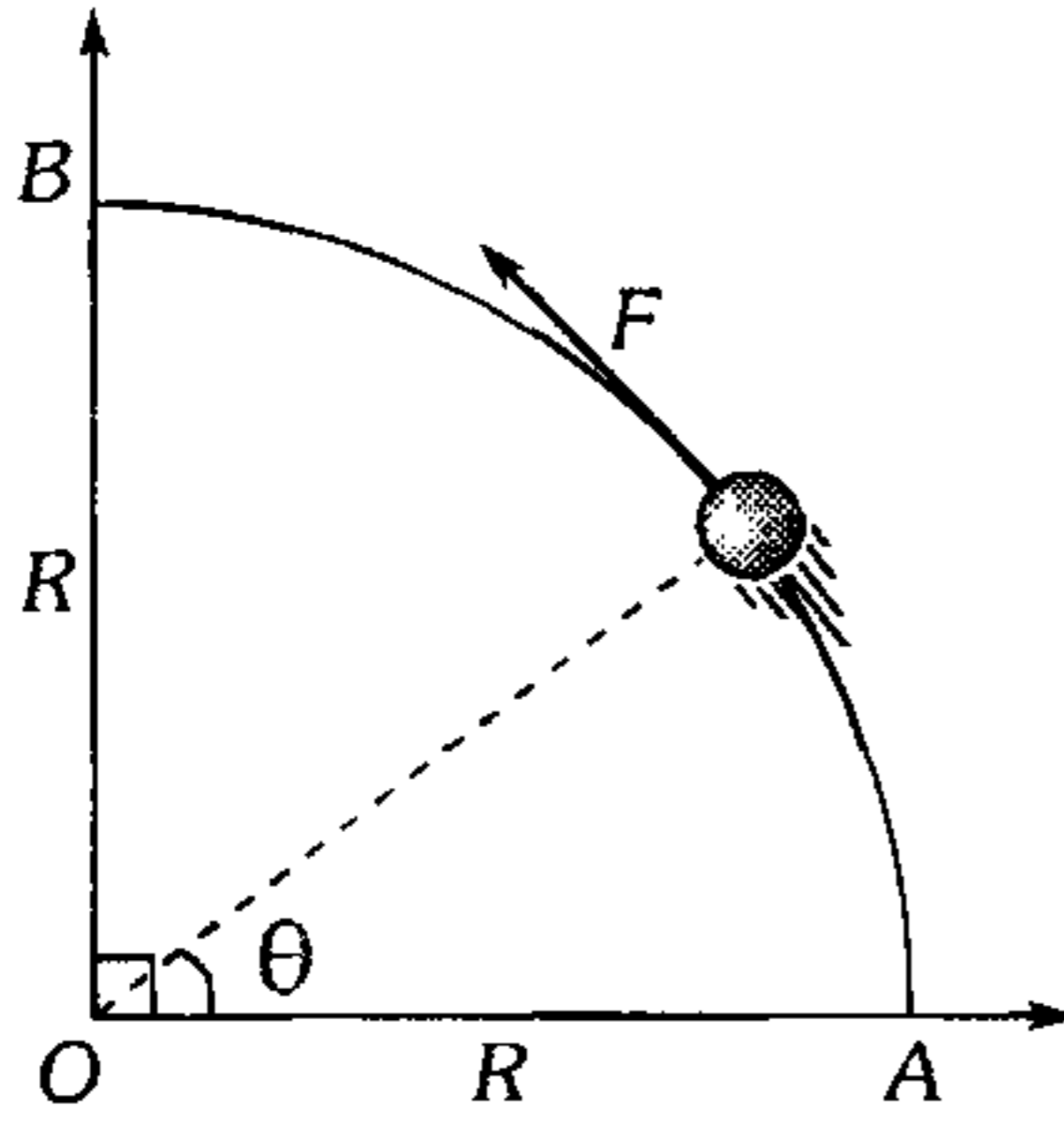
- A)  $m \left[ g - \frac{v^2}{2L} \sec^3 \theta \right]$   
 B)  $m \left[ g + \frac{v^2}{2L} \sec^3 \theta \right]$   
 C)  $m \left[ g + \frac{v^2}{2L} \right]$   
 D)  $m \left[ g + \frac{v^2}{L} \sin^2 \theta \right]$   
 E)  $mg \cos \theta$





### Trabajo Mecánico

246. El trabajo efectuado mediante la fuerza  $\vec{F}$  de módulo constante, pero tangente a la curva de radio  $R$ , al desplazar el collarín de  $A$  hacia  $B$  es



- A)  $\pi R F$       B)  $FR\sqrt{2}$       C)  $\frac{\pi R}{2} F$   
 D)  $\frac{\pi R}{4} F$       E) Faltan datos

247. Una fuerza actúa sobre un bloque de 3 kg, de tal manera que la posición del bloque varía de acuerdo a  $\vec{x} = 5 + 2t + 2t^2$ , donde  $\vec{x}$  se expresa en metros y  $t$  en segundos. Determine el trabajo neto realizado sobre el bloque durante los primeros 4 segundos.

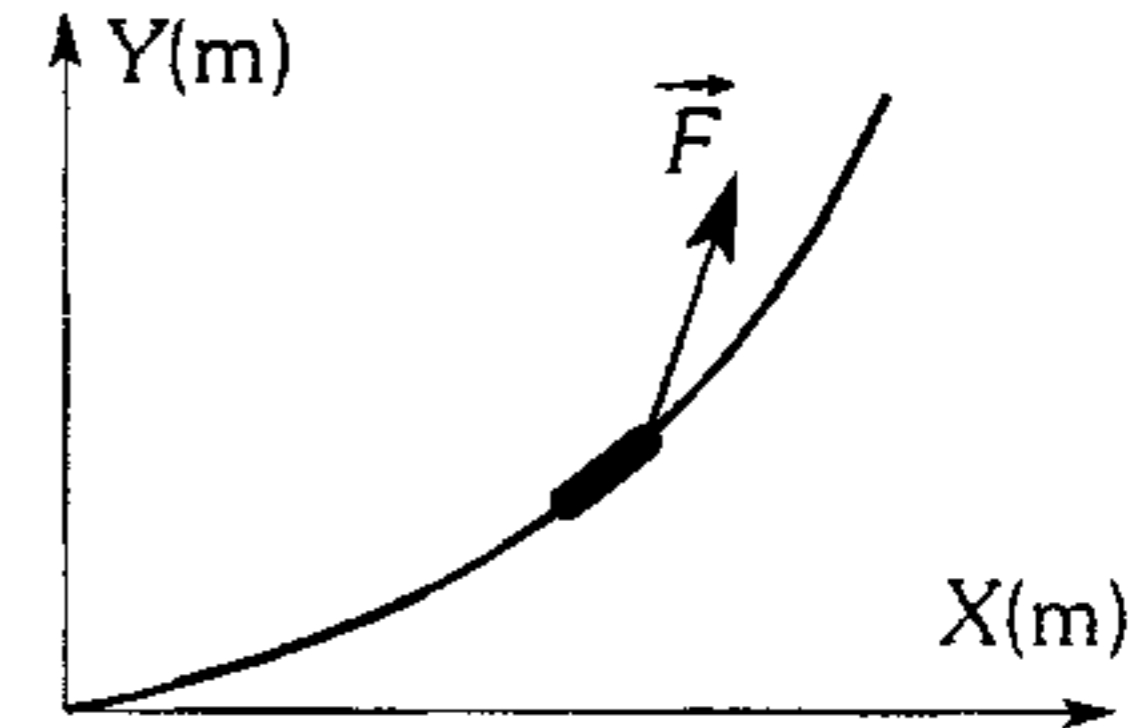
- A) 540 J      B) 480 J      C) 320 J  
 D) 280 J      E) 240 J

248. Un pequeño anillo de 200 g es trasladado mediante una fuerza constante cuyo módulo es 5 N y su dirección es  $53^\circ$ . Si el anillo se traslada a través de un alambre liso cuya forma obedece la ecuación  $y = \sqrt{x}$ , determine la cantidad de trabajo neto realizado sobre el anillo para llevarlo desde  $x=0$  hasta  $x=4$  m. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 4 J      B) 16 J      C) 12 J  
 D) 8 J      E) 15 J

249. Un anillo se encuentra sobre un alambre cuya forma obedece a la ecuación  $y=x^2$ . Determine la cantidad de trabajo realizado mediante la fuerza  $\vec{F}$ , que depende de la posición del anillo según la expresión  $\vec{F} = (x; 2y)(\text{N})$ , desde  $x=0$  hasta  $x=4$  m.

- A) 40 J  
 B) 252 J  
 C) 32 J  
 D) 16 J  
 E) 264 J



250. Sobre una plataforma de 2 m de radio y a 1 m de su eje descansa un bloque de 1 kg de masa. Si la plataforma se hace rotar con una rapidez angular constante de 10 rad/s el bloque sale despedido de la plataforma. Calcule el trabajo realizado mediante la fuerza centrífuga.

- A) 100 J      B) 120 J      C) 150 J  
 D) 200 J      E) 50 J

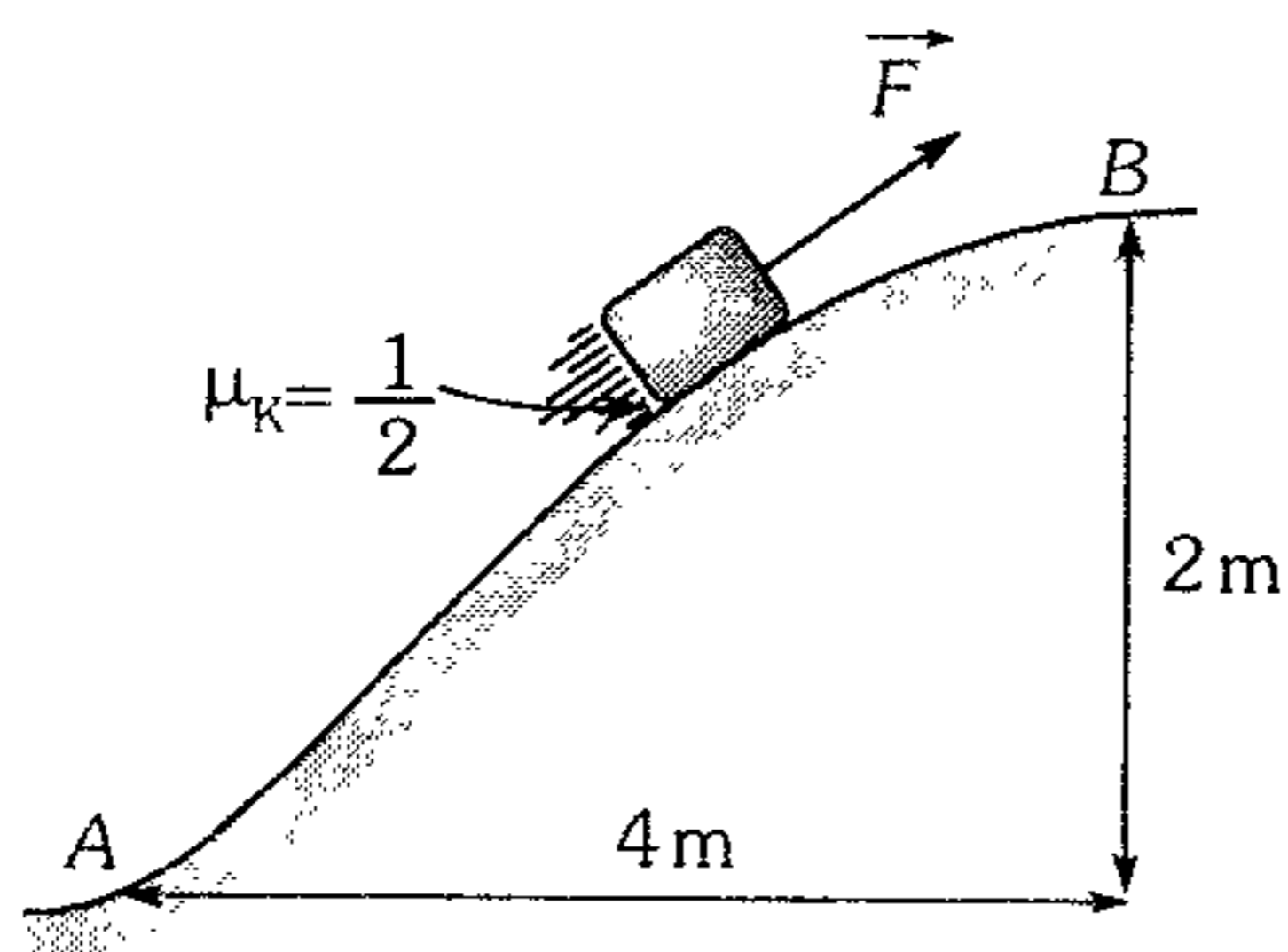
251. Un bloque es desplazado en un plano horizontal desde la posición  $\vec{r}_1 = (0; 20)\text{m}$  hasta  $\vec{r}_2 = (10; 28)\text{m}$  por medio de una fuerza  $\vec{F} = (8; 3)\text{N}$ . Determine el trabajo realizado mediante dicha fuerza.

- A) 100 J      B) 104 J      C) 210 J  
 D) 300 J      E) 400 J

252. Sobre un bloque que reposa (en  $x=0$ ) sobre una superficie horizontal lisa, se aplica una fuerza horizontal  $\vec{F}$  cuyo valor depende de la posición  $\vec{x}$ :  $\vec{F} = \begin{bmatrix} 5x(+\hat{i}) & 0 \leq x \leq 4 \text{ m} \\ 20(+\hat{i}) & 4 \text{ m} < x \leq 8 \text{ m} \end{bmatrix}$  donde  $\vec{F}$  está en Newton. ¿Qué trabajo se realiza mediante dicha fuerza desde  $\vec{x} = 0$  m hasta  $\vec{x} = 6$  m?

- A) 20 J      B) 40 J      C) 80 J  
 D) 100 J      E) 200 J

253. Actuando con una fuerza  $\vec{F}$ , dirigida siempre por la tangente a la trayectoria, hicieron subir un bloque pequeño de 2 kg desde A hasta B. El trabajo necesario desarrollado mediante  $\vec{F}$  para tal fin es ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 20 J      B) 40 J      C) 60 J  
D) 80 J      E) 100 J

254. De un pozo de 10 m de profundidad se saca agua mediante un recipiente de 1 kg. Durante la elevación del recipiente el agua se derrama a través de un agujero en la base, de manera uniforme, llegando a la parte superior del pozo los  $\frac{2}{3}$  de la masa inicial de agua que llenaban inicialmente el recipiente de 15 L. Si el recipiente se trasladó lentamente; ¿cuánto trabajo se debió desarrollar? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 1,25 kJ      B) 1,35 kJ      C) 1,42 kJ  
D) 1,64 kJ      E) 1,74 kJ

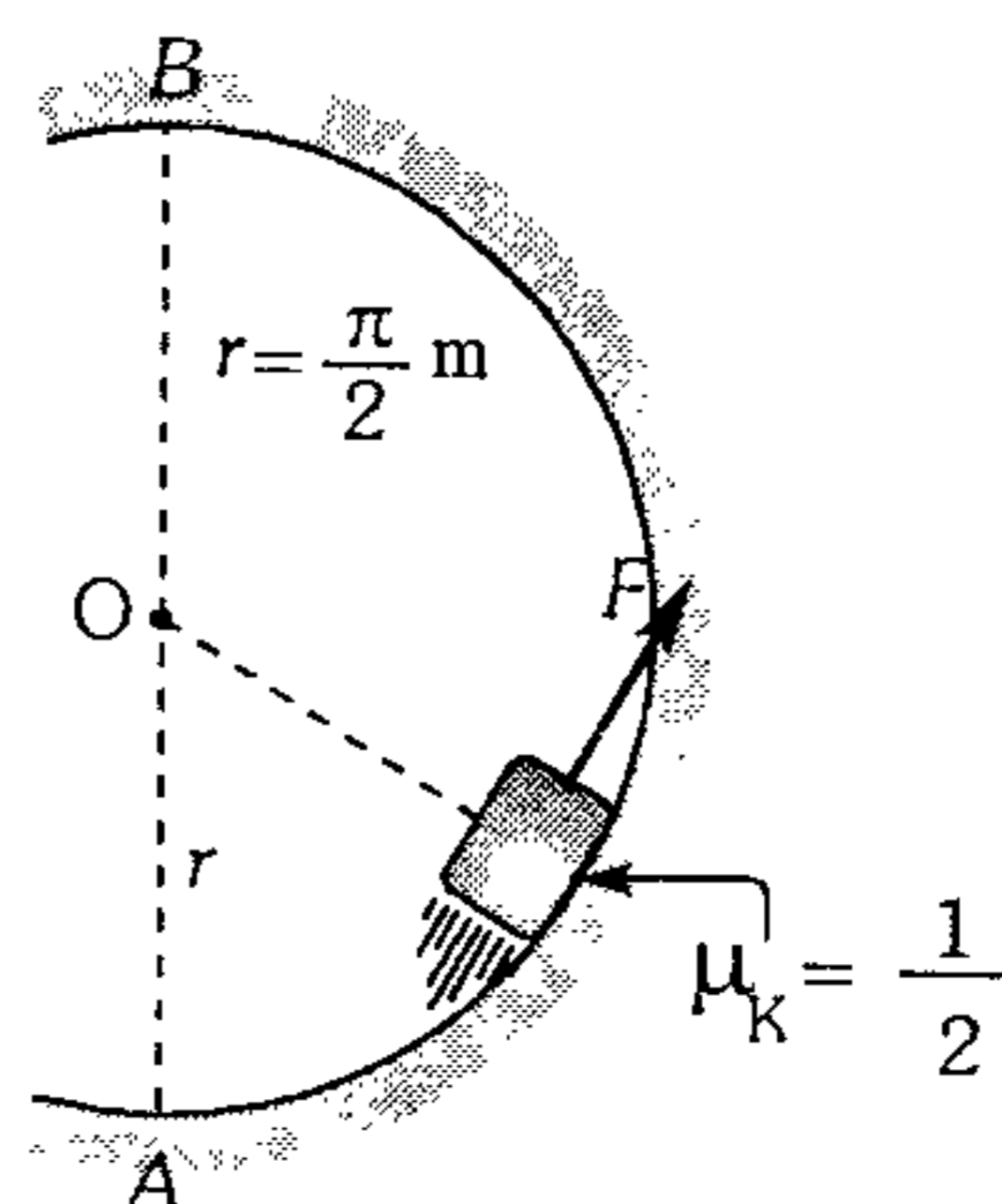
255. ¿Cuánto trabajo hay que realizar para que una tabla de 8 m y de 16 kg, que es homogénea, rote  $\frac{\pi}{2}$  rad sobre una mesa horizontal alrededor de uno de sus extremos?  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$  y  $\mu_k = \frac{1}{4}$ )

- A)  $20\pi\text{J}$       B)  $40\pi\text{J}$       C)  $60\pi\text{J}$   
D)  $80\pi\text{J}$       E)  $120\pi\text{J}$

256. Una partícula es llevada a través de una trayectoria curva cuya ecuación es  $y=x^3$  mediante una fuerza que depende de la posición según  $\vec{F} = [y\hat{i} + x^3\hat{j}]$  N donde  $x$  e  $y$  se expresan en metros. Determine cuánto trabajo se desarrolla mediante esta fuerza desde la posición  $[0;0]$  a la posición  $[2;8]$  m.

- A) 36 J      B) 32 J      C) 26 J  
D) 16 J      E) 4 J

257. Un bloque de 2 kg es trasladado con rapidez constante de 4 m/s por un rizo mediante la acción de una fuerza  $\vec{F}$  en todo instante tangente a la trayectoria. ¿Cuánto trabajo se desarrolla mediante  $\vec{F}$  entre A y B?  
( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

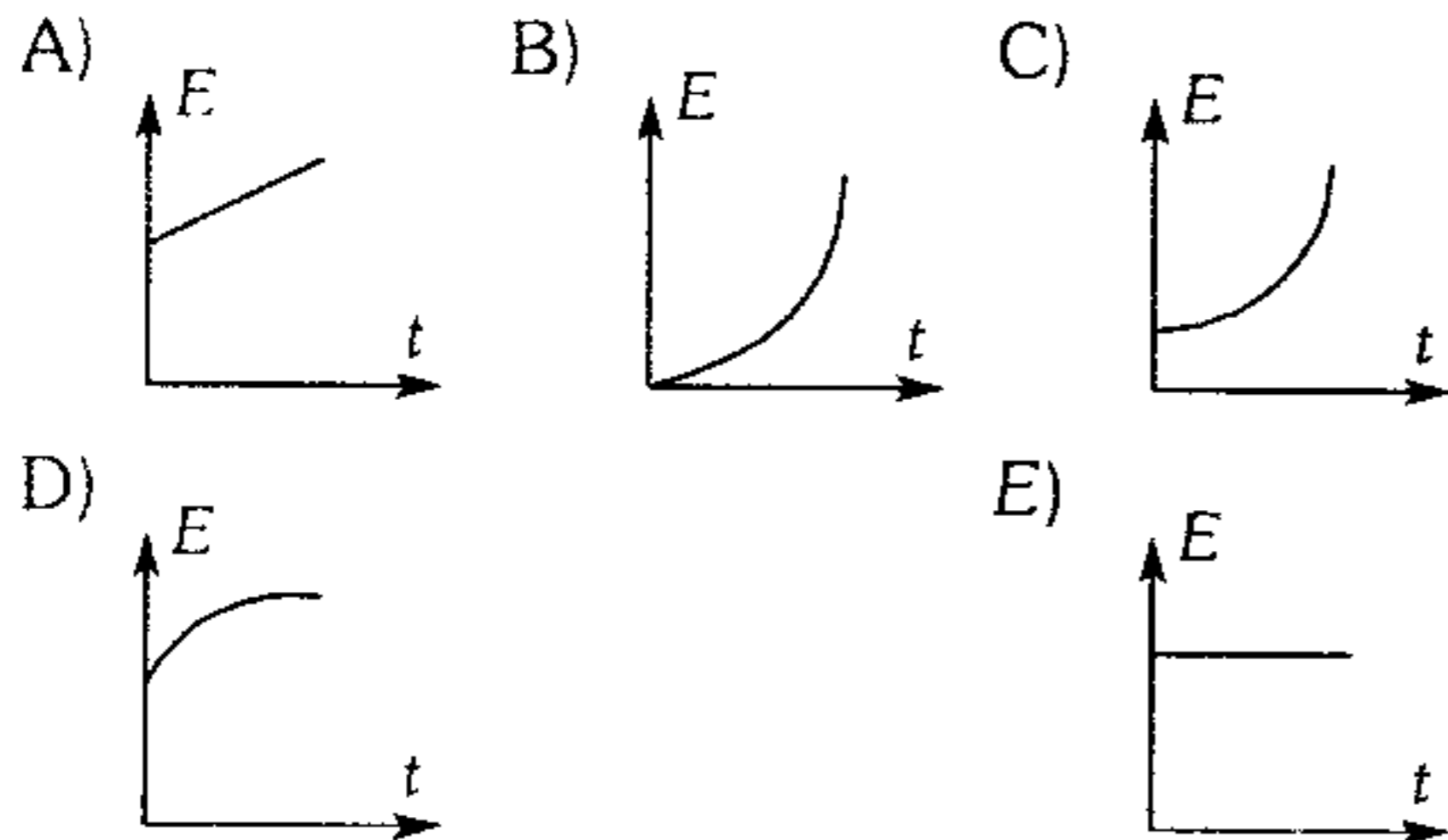


- A)  $2\pi\text{J}$       B)  $22\pi\text{J}$       C)  $32\pi\text{J}$   
D)  $48\pi\text{J}$       E)  $52\pi\text{J}$

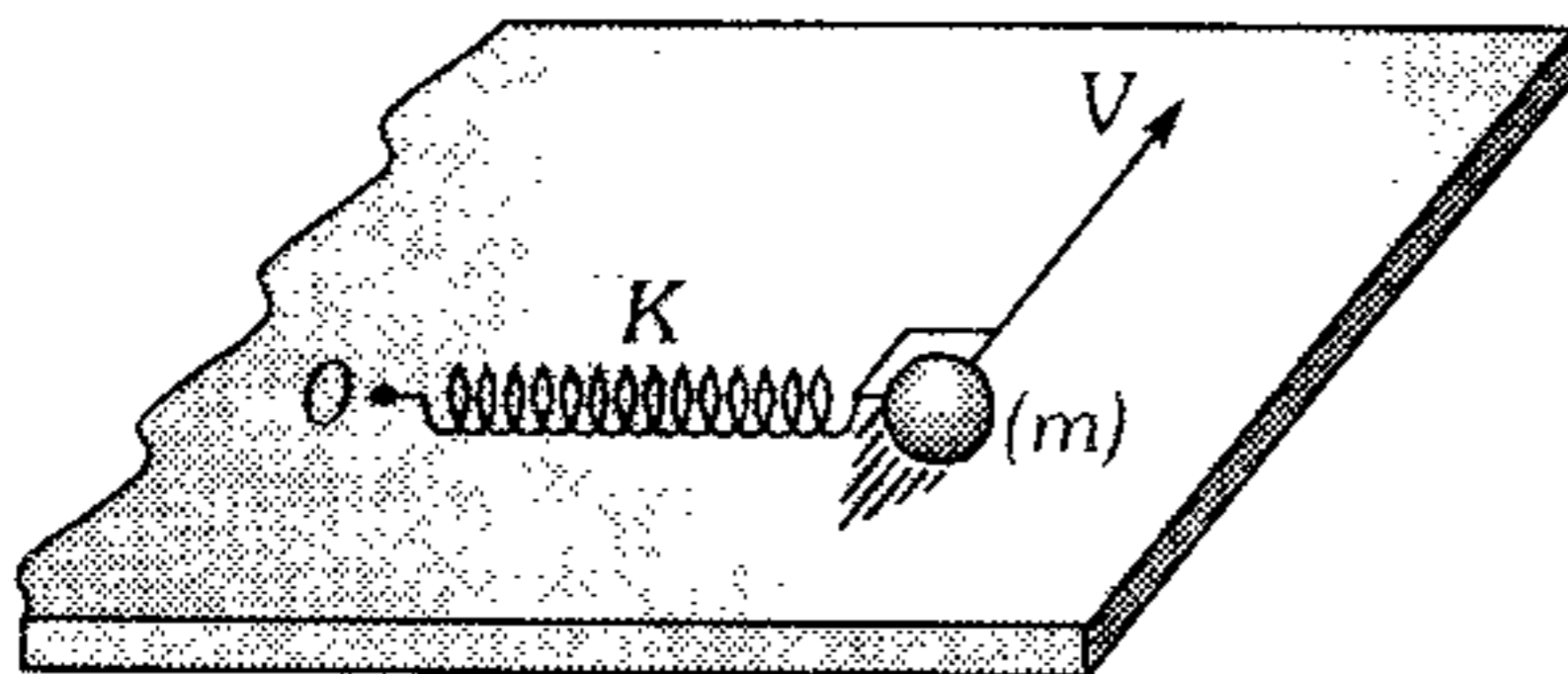
### Energía

258. Cuando se transforma energía de una forma a otra
- A) parte de la energía desaparece.  
B) se crea nueva energía.  
C) la energía total se conserva.  
D) la cantidad total de energía depende de la forma a la que se transforma.  
E) la energía total no se conserva.

259. ¿Cuál de las gráficas expresa mejor la dependencia de la energía cinética y del tiempo para una partícula que se lanza horizontalmente desde el borde de una mesa? No considere efectos de aire.

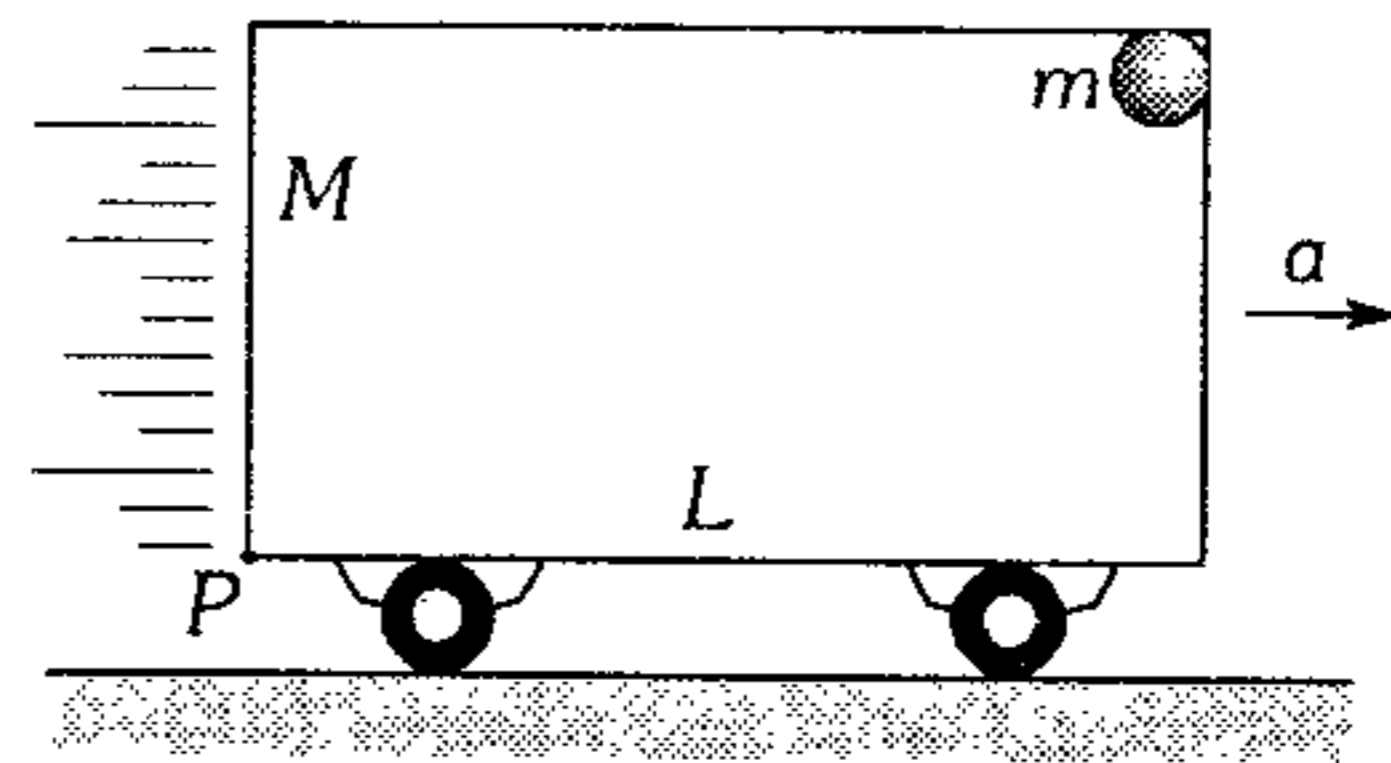


260. En la figura O es un punto fijo y la esferita está unida a un resorte sobre un plano horizontal liso. Si estiramos el resorte unido a la esferita y la lanzamos como se muestra, sobre el plano, señale la proposición incorrecta.



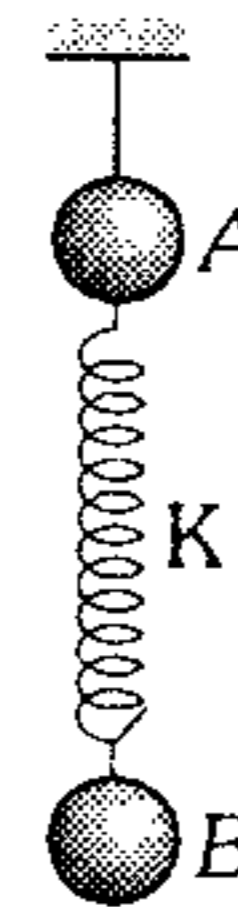
- A) La energía cinética de la esferita no se mantendrá constante.
- B) La energía potencial del resorte permanece invariable, necesariamente.
- C) La fuerza elástica puede realizar trabajo sobre la esferita.
- D) La energía mecánica del sistema se mantendrá inalterable.
- E) La energía potencial gravitacional de la esferita no varía.

261. En la figura mostrada el carrito acelera con  $a=7.5 \text{ m/s}^2$ . Una esfera de 1 kg de masa se encuentra adherida en el vértice superior del carrito de dimensiones  $L \times H=8 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ . Determine la energía potencial gravitatoria de la esferita respecto al punto P del carrito. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



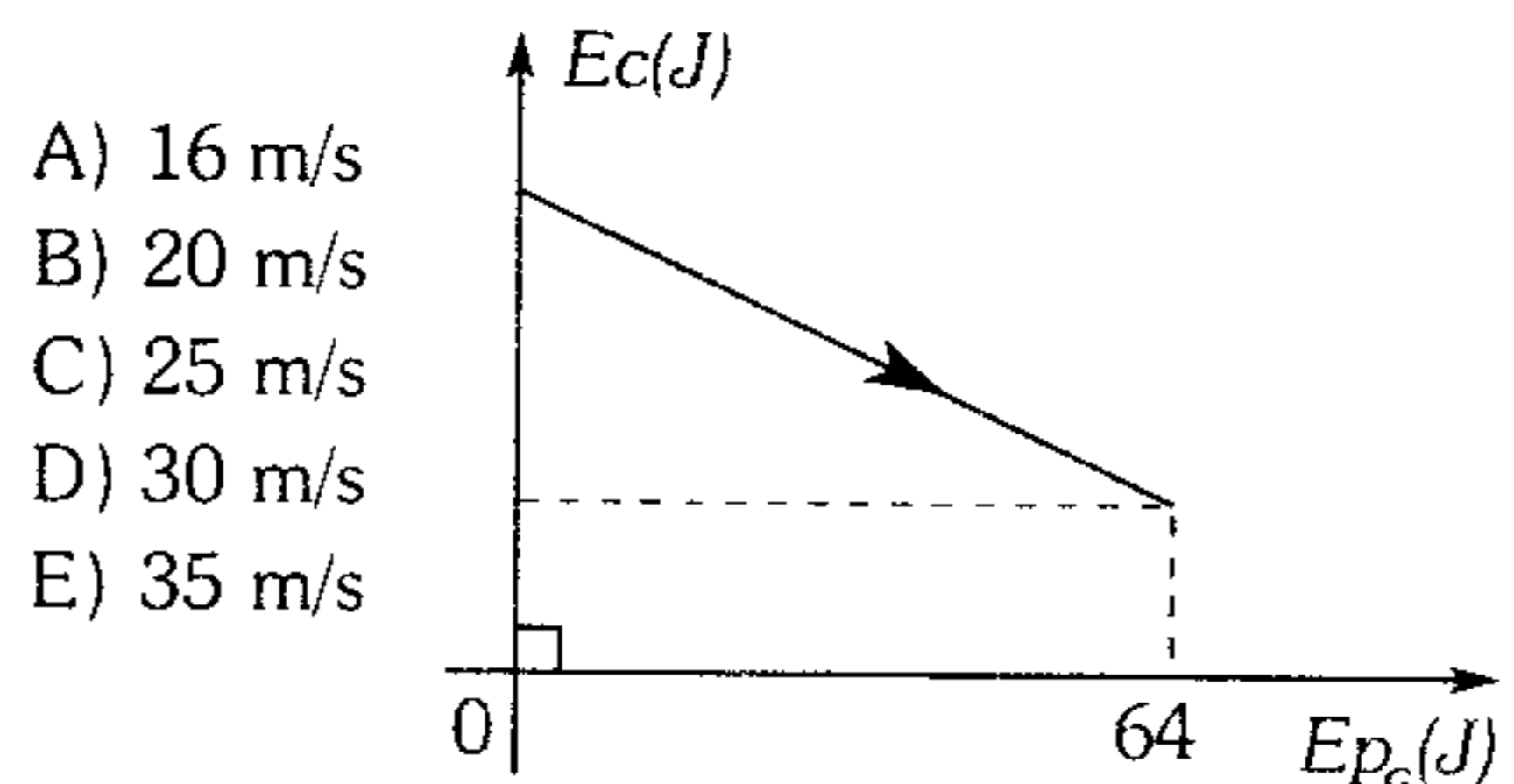
- A) 50 J
- B) 30 J
- C) 60 J
- D) 100 J
- E) 120 J

262. Dos esferitas de igual masa están unidas a un resorte ideal de constante de rigidez K. Cuando el sistema está en equilibrio se corta el hilo, indique la alternativa correcta.



- A) La energía cinética de B inmediatamente después del corte aumenta.
- B) La energía cinética de A inmediatamente después del corte no se altera.
- C) La energía potencial elástica del resorte va a mantenerse constante.
- D) La energía cinética del centro de masa va a aumentar.
- E) A y B conservan su energía mecánica.

263. Un objeto de 500 g es lanzado desde el piso formando un ángulo de  $53^\circ$  respecto de la horizontal. Si la gráfica adjunta nos muestra como varía su energía cinética respecto de su energía potencial gravitatoria; determine la rapidez con la cual se lanza la esfera. Desprecie la resistencia de aire y considere el nivel del piso como nivel de referencia.

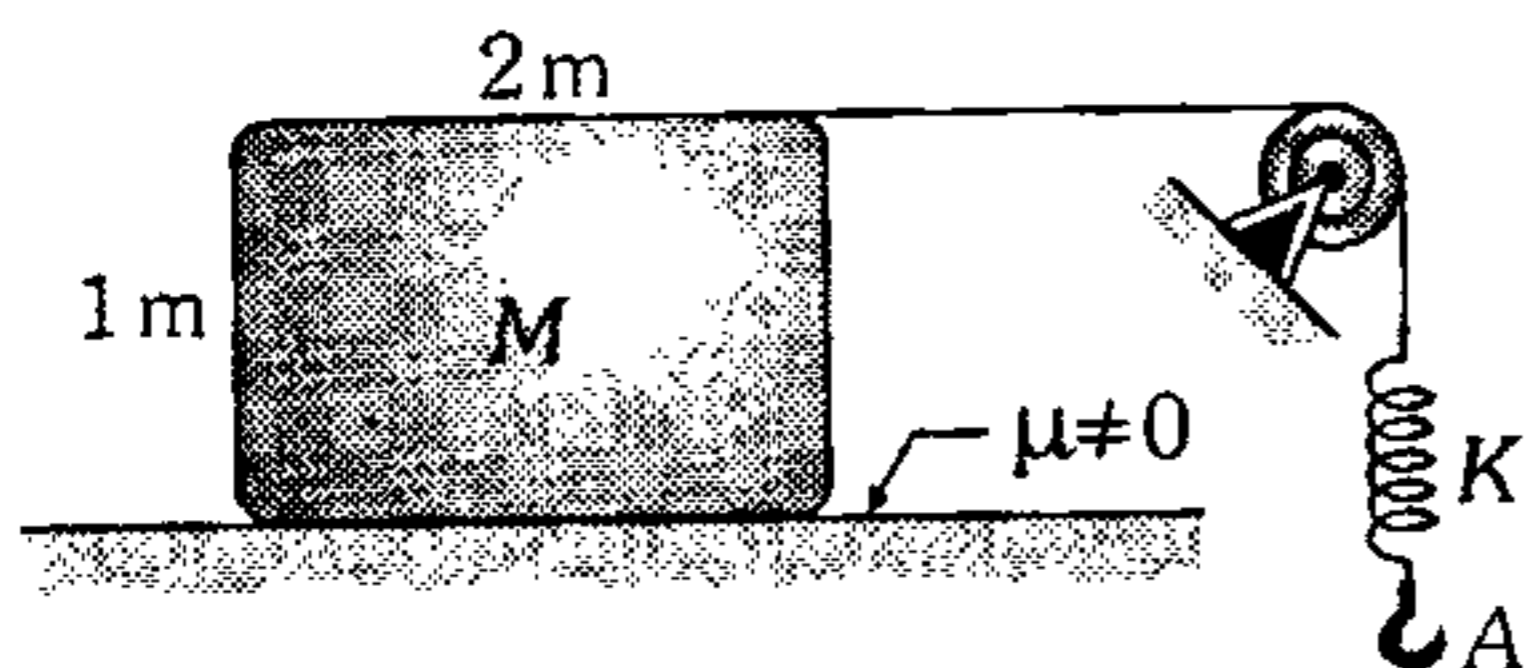


- A) 16 m/s
- B) 20 m/s
- C) 25 m/s
- D) 30 m/s
- E) 35 m/s

264. Un cuerpo cuya velocidad es  $\vec{V} = V\hat{i}$  (m/s), choca con un resorte fijo en uno de sus extremos que no está deformado y lo comprime  $x$  metros. Si el cuerpo tuviera una velocidad  $nV$ , ¿qué deformación máxima adquiere el resorte en centímetros?

- A)  $nx$       B)  $n^2x$       C)  $n^2x^2$   
D)  $10nx$       E)  $100nx$

265. Al suspender un bloque de 2 kg en A, el resorte empezó a estirarse. Determine la rapidez del bloque en el instante que la caja homogénea de masa  $M=2$  kg, está a punto de deslizarse e inclinarse ( $K=32$  N/m,  $g=10$  m/s<sup>2</sup>).



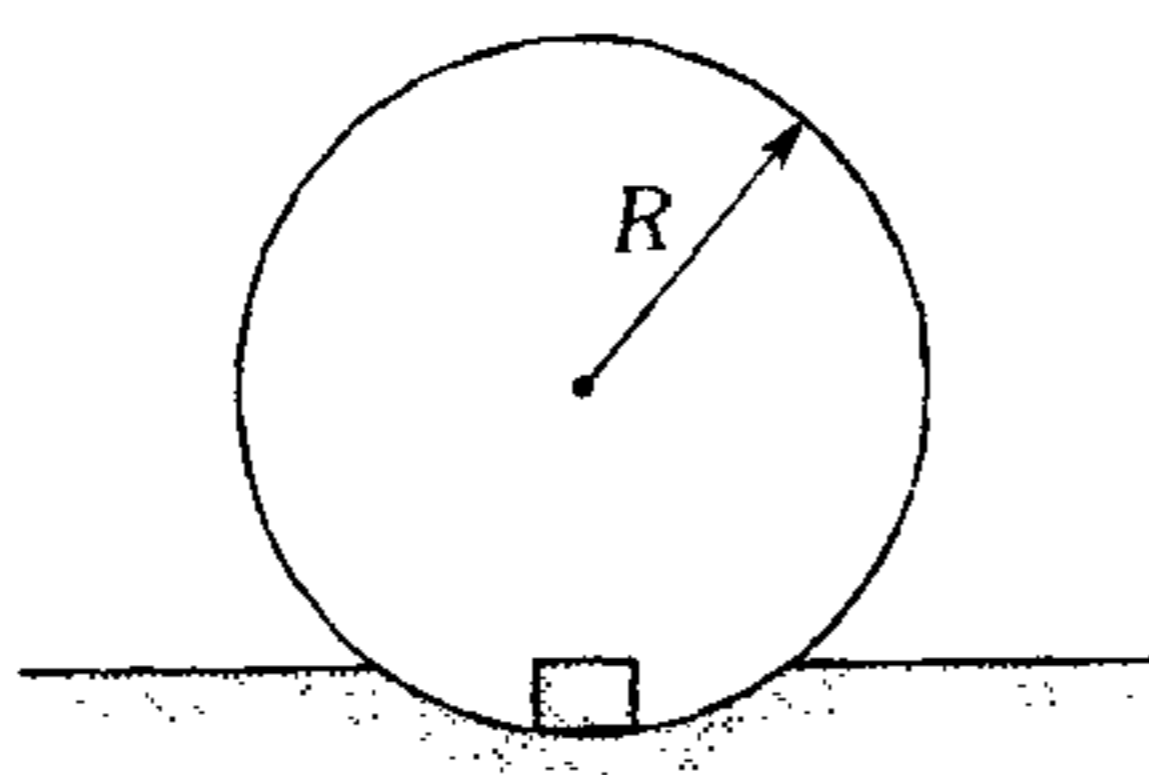
- A) 1 m/s      B) 1,5 m/s      C) 2 m/s  
D) 2,5 m/s      E)  $\sqrt{10}$  m/s

266. Sobre una mesa horizontal hay una cadena homogénea de 4 m de longitud, de modo que una parte de ella cuelga. Cuando la parte colgante es igual al 25% de su longitud, ésta comienza a deslizarse. ¿Con qué rapidez abandona totalmente la superficie de la masa? ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

- A) 6,56 m/s      B) 6,12 m/s      C) 4,72 m/s  
D) 3,96 m/s      E) 2,87 m/s

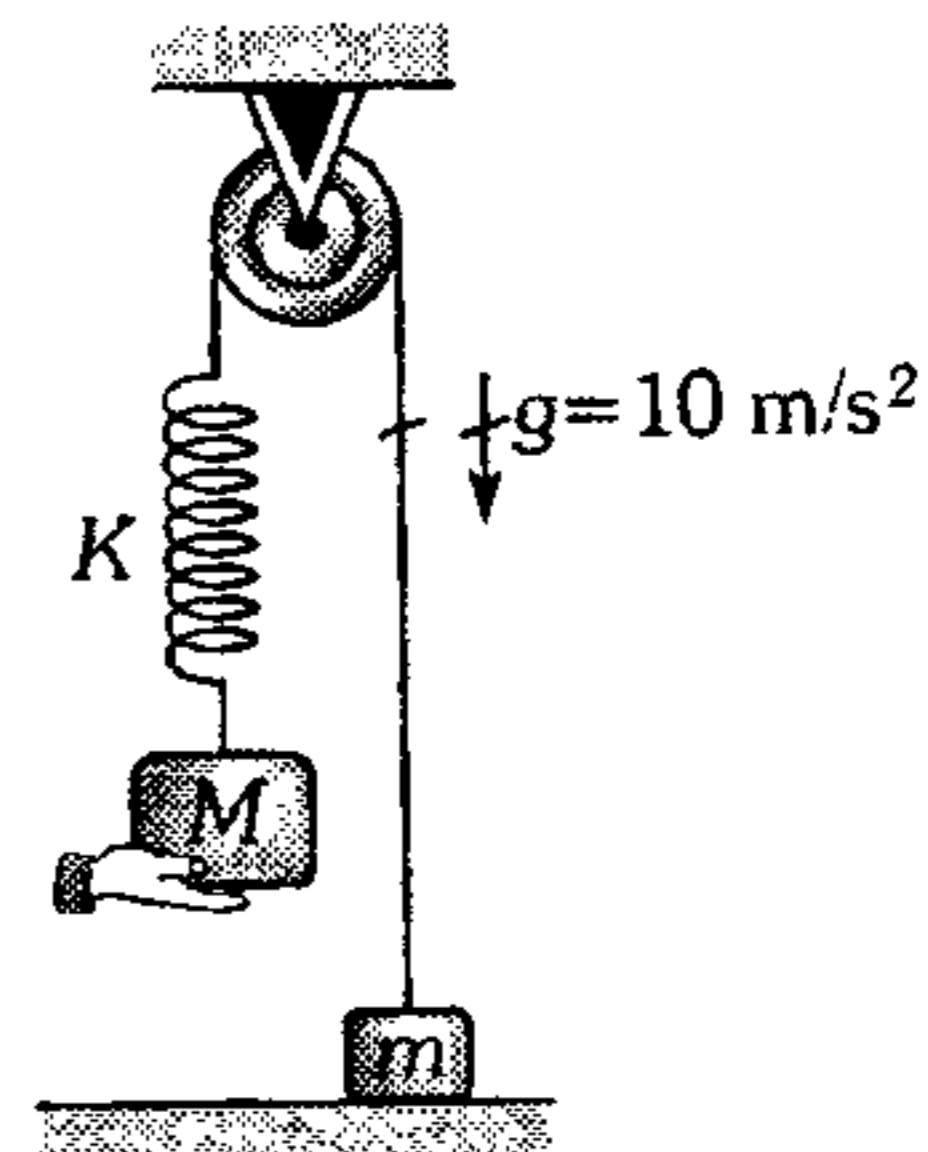
267. ¿Con qué rapidez máxima se debe lanzar el bloque de masa  $m$  en forma horizontal para que el aro de masa  $5m$  no se desprenda de la superficie esférica? No hay rozamiento.

- A)  $\sqrt{3gR}$   
B)  $\sqrt{5gR}$   
C)  $\sqrt{7gR}$   
D)  $3\sqrt{gR}$   
E)  $\sqrt{10gR}$

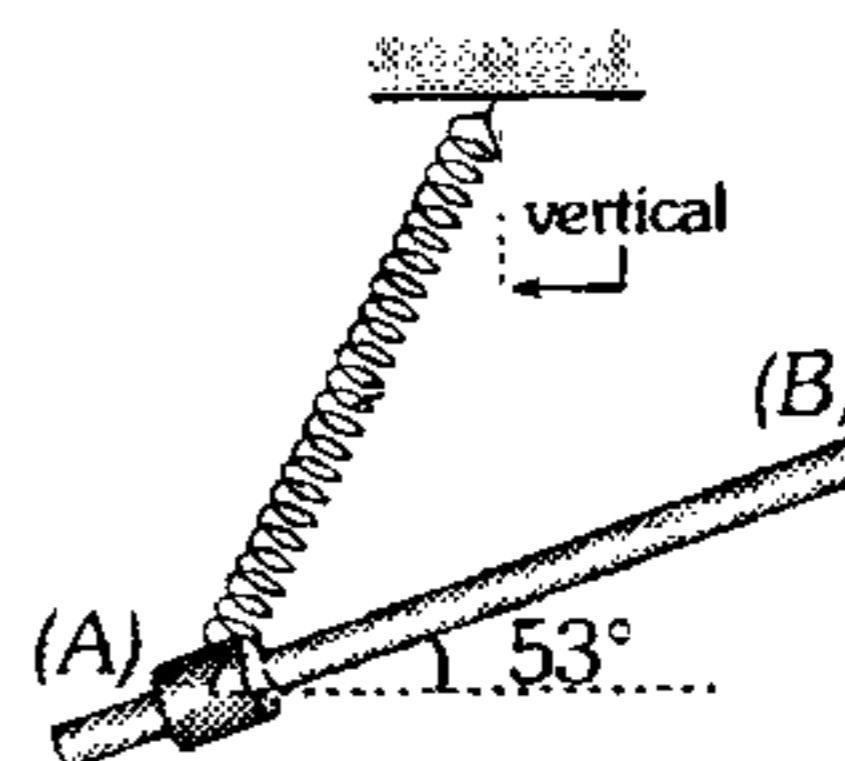


268. Si el bloque de masa  $M=3$  kg se suelta en la posición mostrada, estando el resorte sin deformar, determine la rapidez de  $M$  en el instante en que el bloque  $m$  comienza a elevarse. ( $K=12$  N/m y  $m=2$ kg)

- A) 10 m/s  
B)  $10\sqrt{2}$  m/s  
C)  $20\sqrt{2}$  m/s  
D) 20 m/s  
E)  $\frac{10}{3}\sqrt{2}$  m/s

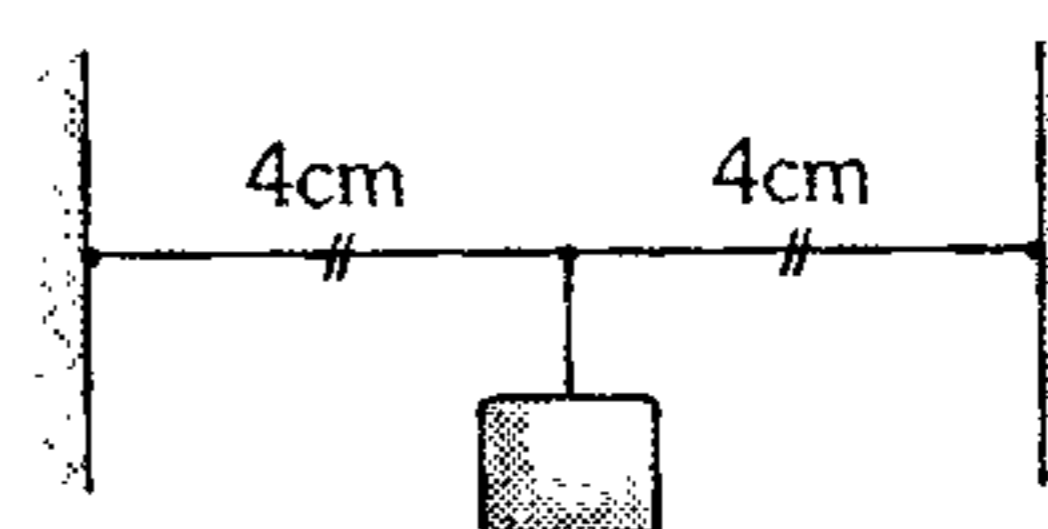


269. Un collarín de 1 kg es lanzado en el punto A, con una rapidez de 2 m/s hacia arriba de una varilla lisa inclinada  $53^\circ$  sobre la horizontal llegando con las justas al punto B. Si el resorte de rigidez 400 N/m, está deformado 20 cm cuando el collarín está en A y 10 cm cuando llega al punto B; determine el recorrido del collarín desde A hasta B. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).



- A) 1 m      B) 2 m      C) 3 m  
D) 4 m      E) 5 m

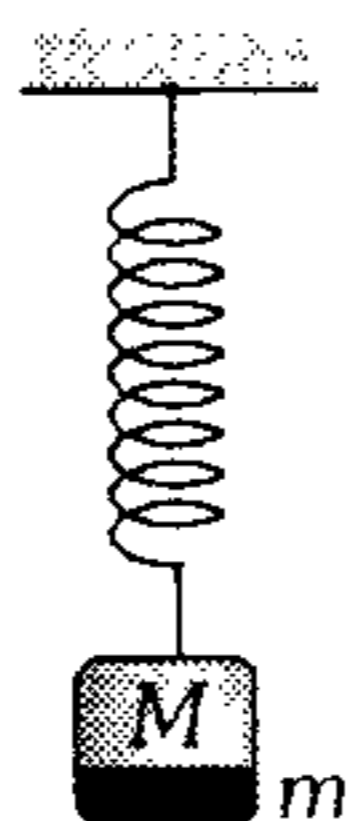
270. En el centro de una cuerda elástica sin estirar, cuyos extremos se sujetan a la pared, se suspende cierta carga de 2 kg. Si el máximo descenso de la carga es de 3 cm, determine la rigidez de la cuerda.



- A) 20 N/cm      B) 25 N/cm      C) 30 N/cm  
D) 40 N/cm      E) 60 N/cm

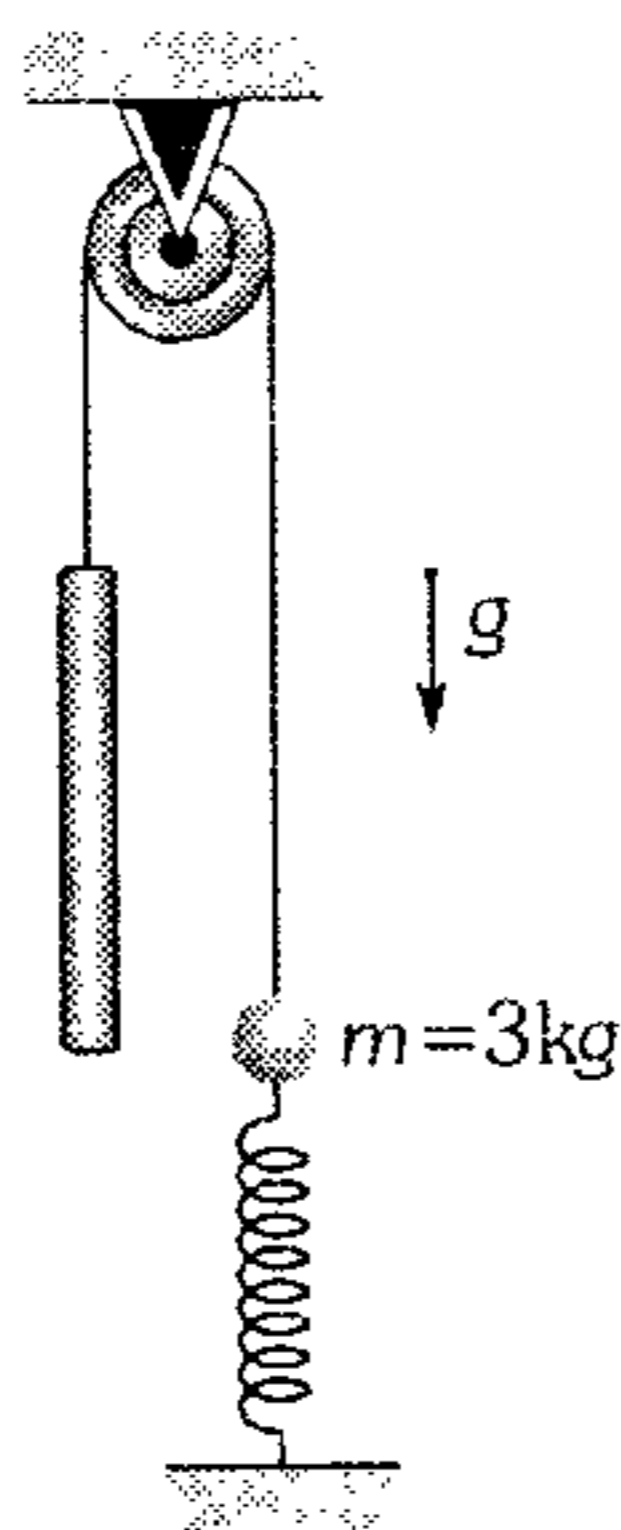
271. Una porción de masa  $m=1,5$  kg se desprende de la parte inferior de un bloque de 2 kg, el cual está colgado de un resorte de rigidez  $K=100$  N/m. ¿Cuánto se comprime el resorte como máximo después del desprendimiento de  $m$ . ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

- A) 5 cm
- B) 10 cm
- C) 15 cm
- D) 30 cm
- E) 20 cm



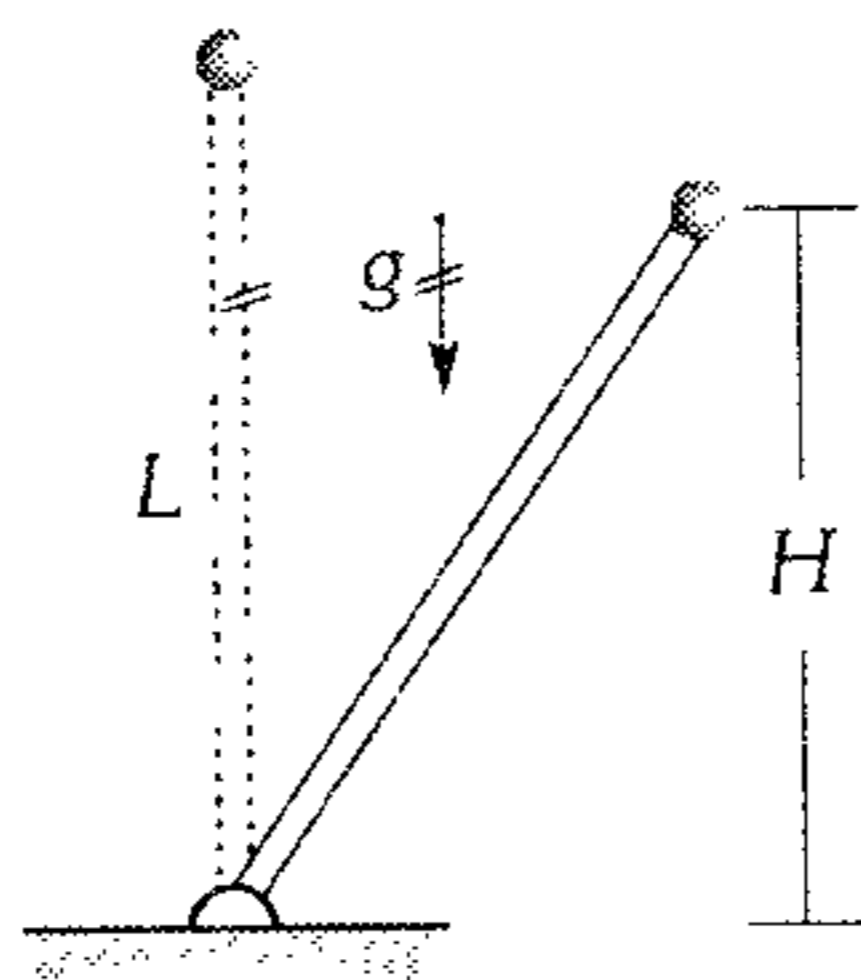
272. En el instante mostrado, el resorte ( $k=1\ 000$  N/m) se encuentra sin deformar. Si la barra de 15 kg es abandonada; determine su energía cinética en el momento que su rapidez empieza a disminuir por primera vez. Desprecie todo tipo de rozamiento. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

- A) 4 J
- B) 5 J
- C) 6 J
- D) 7 J
- E) 8 J



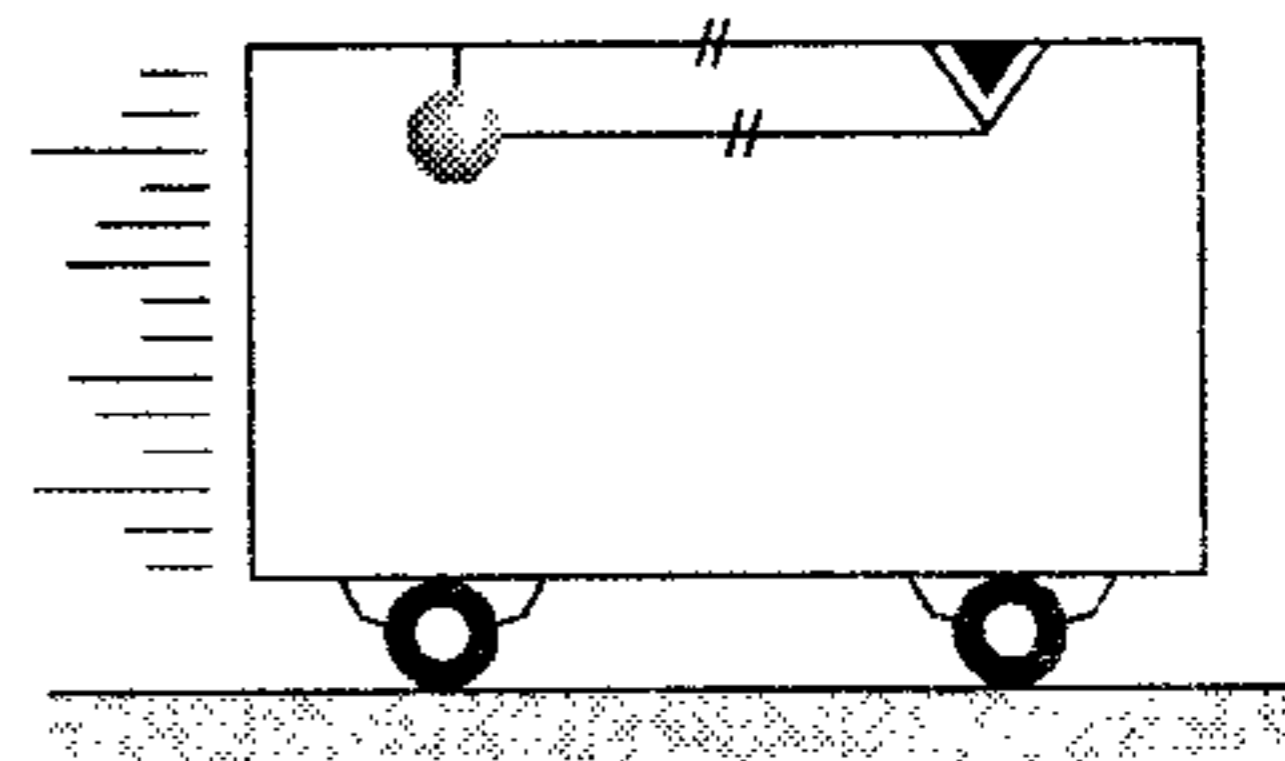
273. Si la barra de masa despreciable de 30 cm de longitud se desvía ligeramente de la posición vertical, ¿a qué altura  $H$  dicha barra no experimenta fuerza interna?

- A) 16 cm
- B) 20 cm
- C) 30 cm
- D) 25 cm
- E) 15 cm



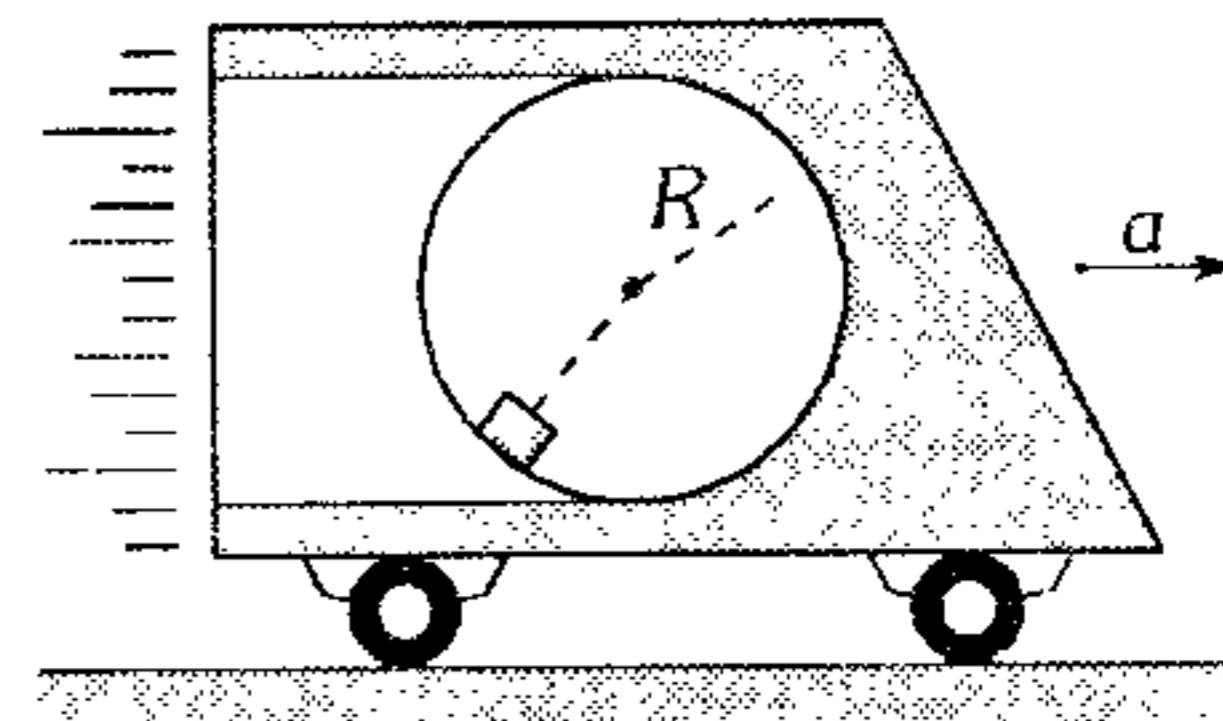
274. El sistema mostrado se encuentra en reposo, en cierto instante se corta la cuerda vertical y en forma simultánea el coche inicia su movimiento hacia la derecha con una aceleración constante de módulo  $\frac{40}{3}$  m/s<sup>3</sup>. Determine el menor ángulo que forma la cuerda con la vertical ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).

- A) 15°
- B) 8°
- C) 16°
- D) 37°/2
- E) 53°/3

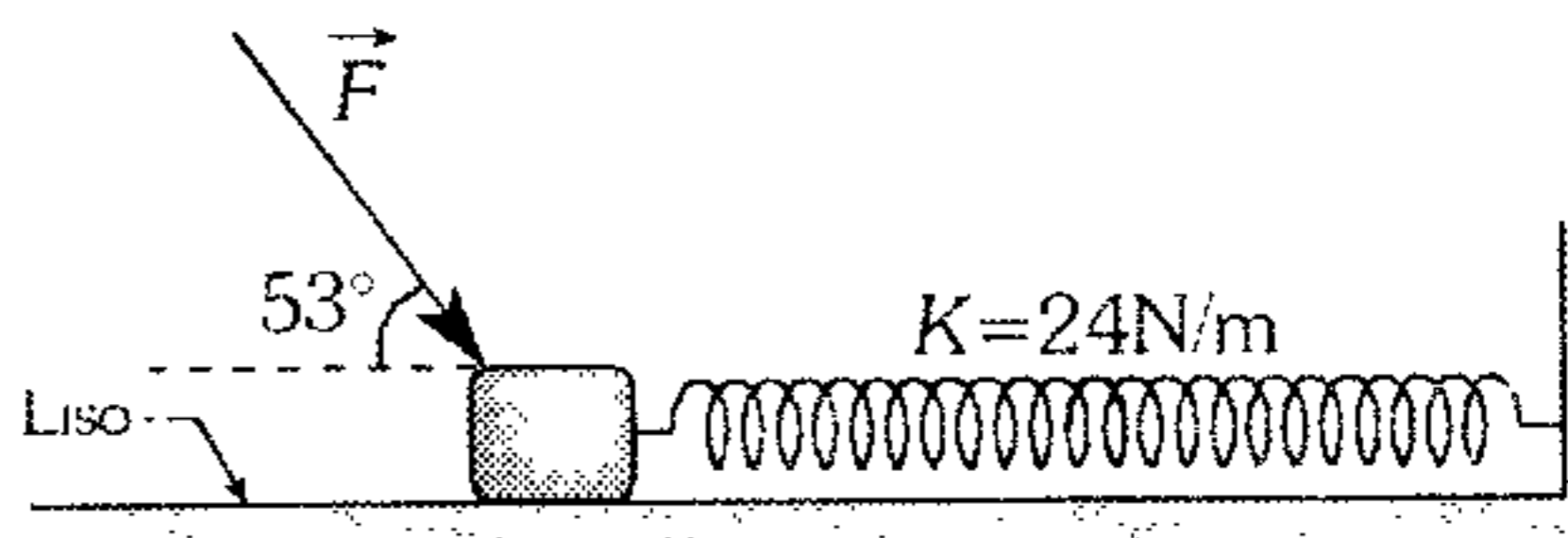


275. Un observador, ubicado en el carrito que acelera con 7,5 m/s<sup>2</sup>, nota que cuando el bloque de 4 kg pasa por la parte más baja de la circunferencia de 20 cm de radio, tiene una rapidez de 4 m/s. Determine el módulo de la fuerza que ejerce el bloque, para tal observador, en la parte más alta de la circunferencia ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).

- A) 50 N
- B) 60 N
- C) 70 N
- D) 75 N
- E) 80 N



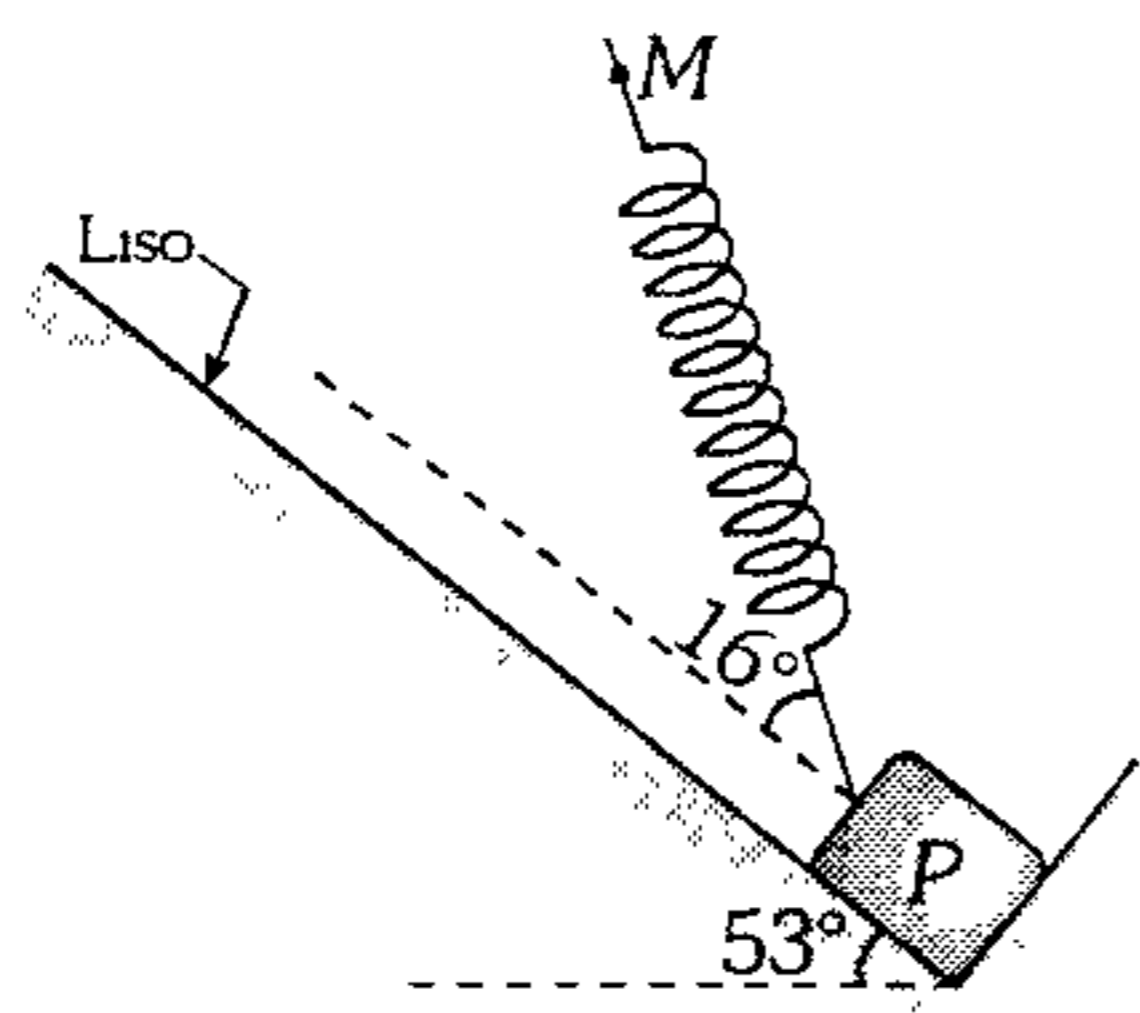
276. Sobre el bloque de 2 kg que está en reposo se empieza a ejercer la fuerza  $\vec{F}$ , donde el módulo de  $\vec{F}$  varía según  $F=20x+10$  tal que  $x$  es la deformación del resorte cuya rigidez es  $K=24$  N/m. Determine la máxima rapidez que logra alcanzar el bloque.



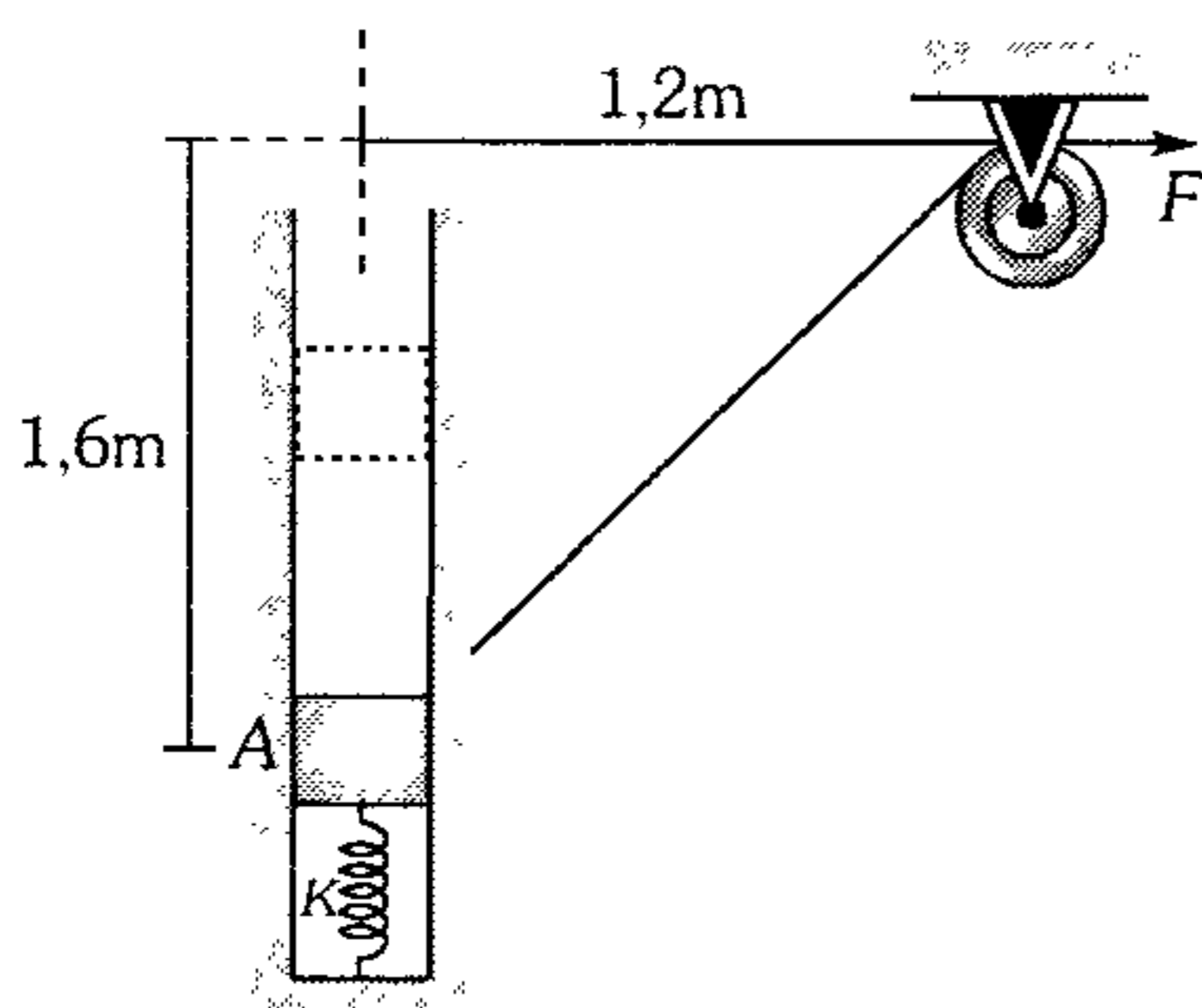
- A)  $\sqrt{13,5}$  m/s
- B)  $\sqrt{13}$  m/s
- C)  $\sqrt{1,5}$  m/s
- D)  $\sqrt{15}$  m/s
- E) 10 m/s

277. El resorte ideal cuya rigidez es de 50 N/cm se encuentra soldado al bloque en la forma mostrada. El trabajo necesario para elevar al bloque de 120 N hasta una altura de 0,5 m al aplicar una fuerza en  $M$  en la dirección  $\overrightarrow{PM}$  es

- A) 60,25 J
- B) 81 J
- C) 61 J
- D) 241 J
- E) 842 J



278. El bloque de 14 kg se desliza dentro de la ranura lisa. Si parte del reposo en A, cuando el resorte fijo a él no está deformado; determine el valor de la fuerza  $\vec{F}$  constante, que debe aplicarse para que el bloque alcance una rapidez de 1 m/s cuando se haya elevado 0,7 m ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ;  $K=400 \text{ N/m}$ ).

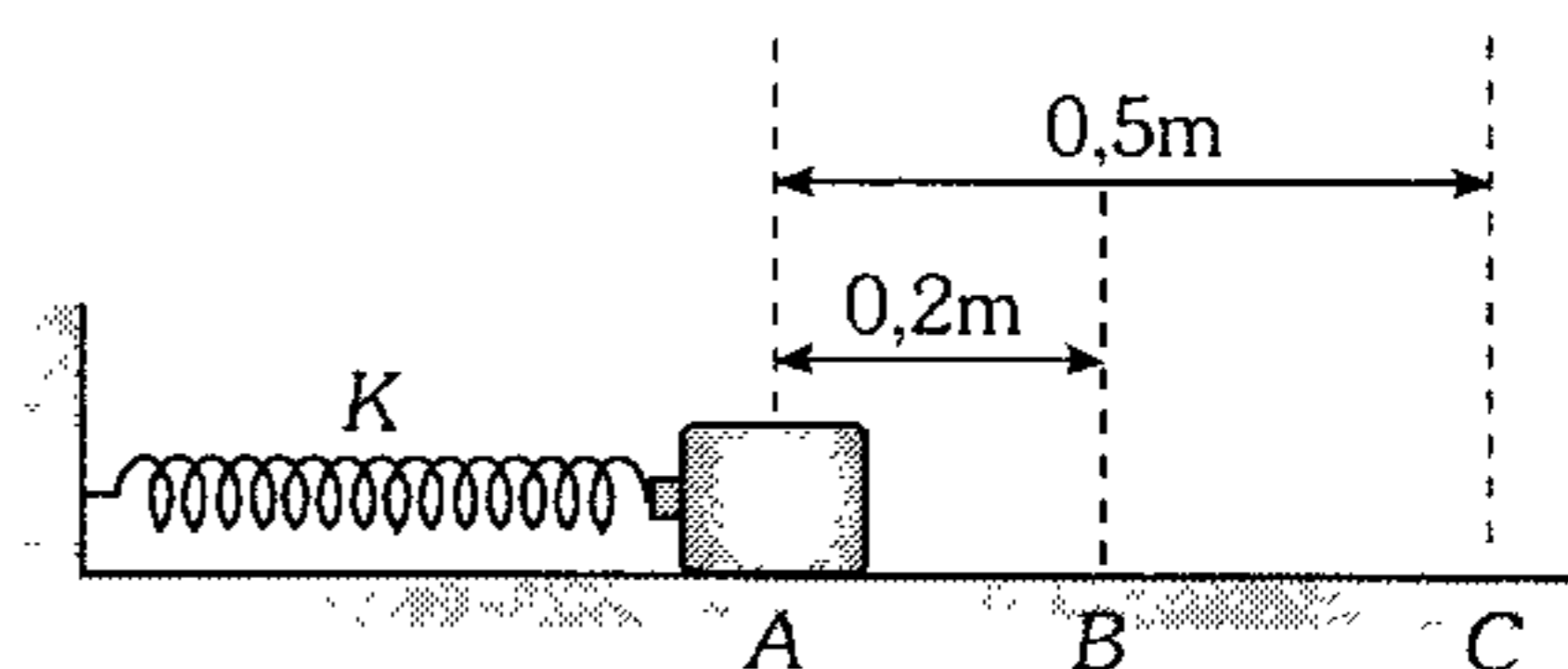


- A) 406 N
- B) 402 N
- C) 386 N
- D) 324 N
- E) 310 N

279. Sobre una superficie horizontal rugosa, se lanza un bloque y con una rapidez de 2 m/s impacta con un resorte sin deformar, sujeto a una pared vertical. Si el resorte se comprime 30 cm y el sistema luego se encuentra a punto de resbalar, determine el coeficiente de rozamiento cinético, si el estático es  $2/3$ .

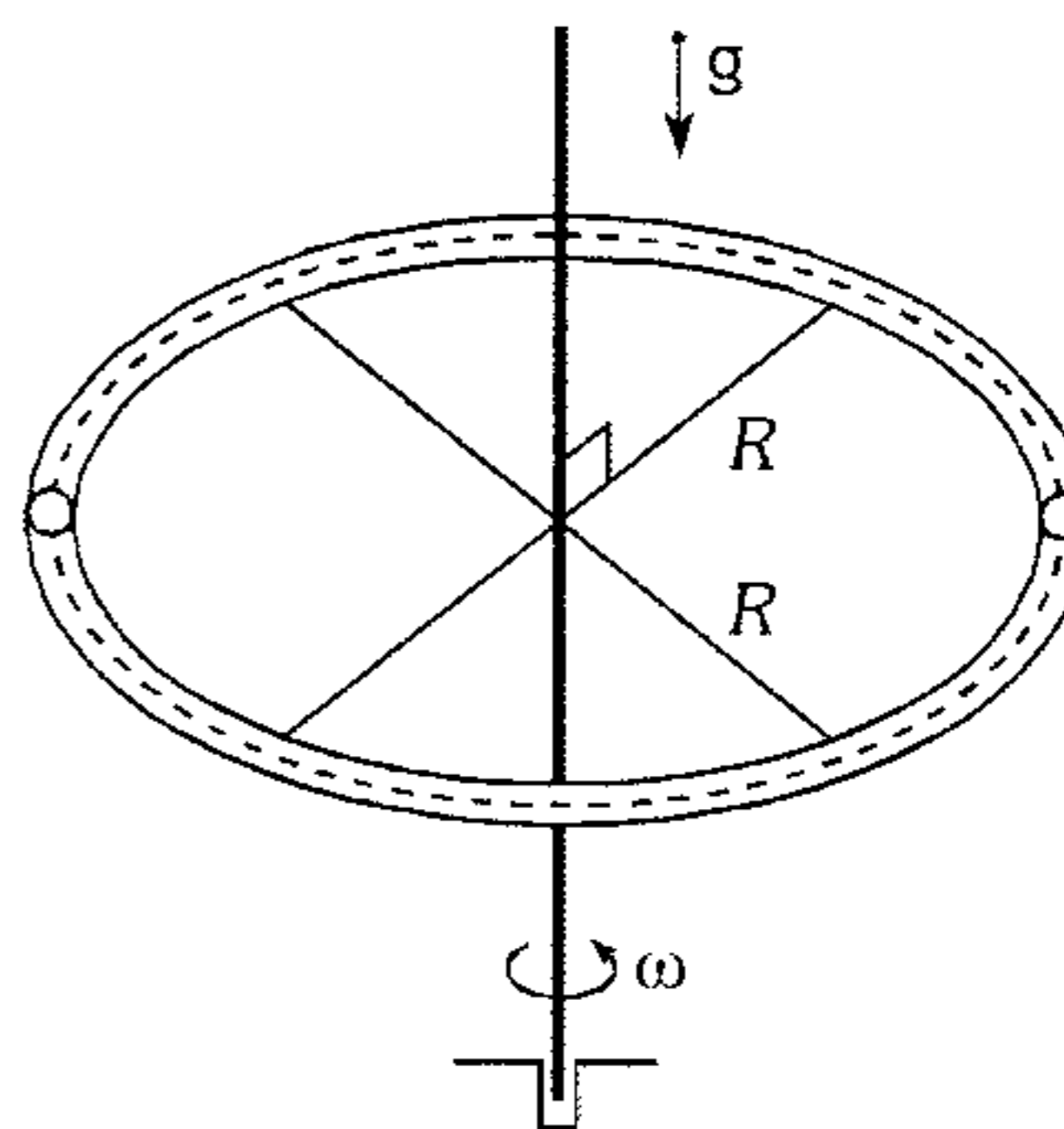
- A) 1/2
- B) 1/3
- C) 2/3
- D) 4/5
- E) 3/5

280. Un bloque de 10 kg descansa sobre la superficie horizontal como se muestra en la figura. El resorte, que no está fijo al bloque, tiene una rigidez  $K=500 \text{ N/m}$  e inicialmente está comprimido 0,2 m. Después de soltar el bloque en A, a partir del reposo, determine su rapidez cuando pasa por C. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es  $\mu_k = 0,10$  ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 0,5 m/s
- B) 0,8 m/s
- C) 0,9 m/s
- D) 1 m/s
- E) 1,5 m/s

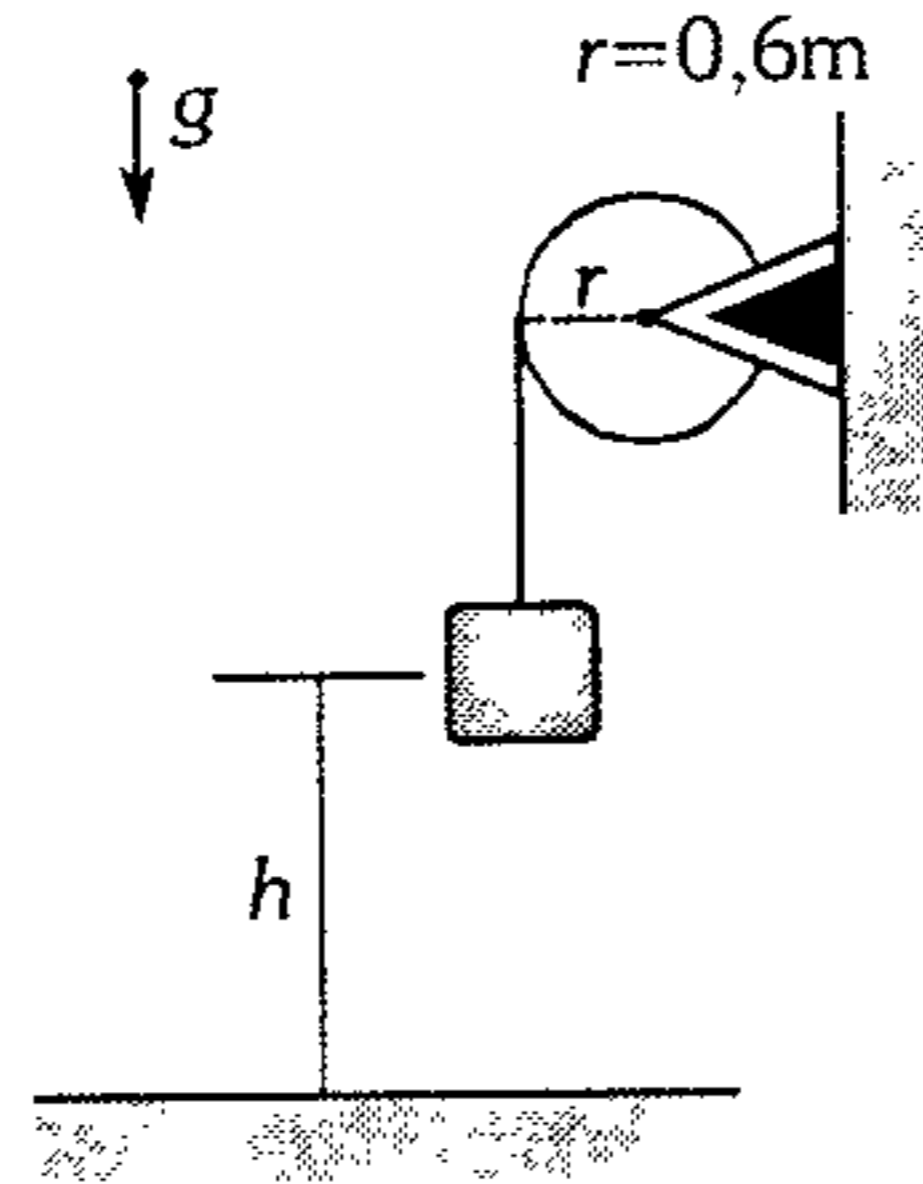
281. Un tubo circular contiene  $2\ell$  de agua y gira en un plano horizontal respecto de un eje vertical con rapidez angular constante  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  tal como se indica. Si repentinamente, el eje deja de girar, determine la cantidad de calor que se disipa hasta que se detiene completamente el líquido del tubo ( $R=20 \text{ cm}$ ).



- A) 0,5 J
- B) 1 J
- C) 2 J
- D) 3,5 J
- E) 4 J

282. Un disco homogéneo fijo a una pared está enrollado por un cable muy liviano pero resistente, el cual en su extremo sujeta un bloque de 2 kg. El bloque empieza a caer desde una altura de 90 cm. ¿Qué rapidez angular tiene el disco cuando el bloque impacta en el suelo? ( $M_{\text{disco}} = 4 \text{ kg}$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

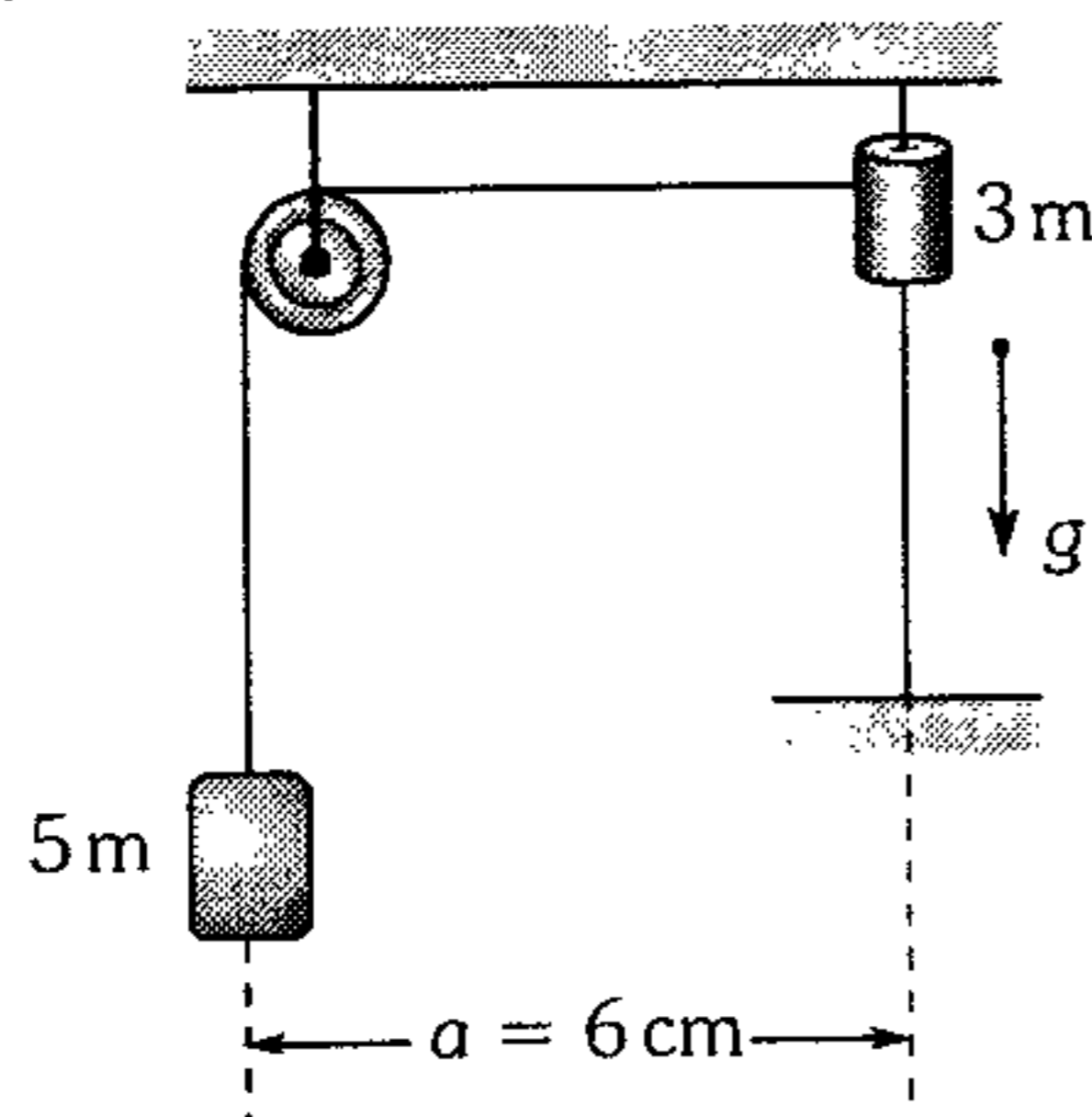
- A) 4 rad/s
- B) 3,4 rad/s
- C) 6,8 rad/s
- D) 5 rad/s
- E) 7,6 rad/s



- A)  $\sqrt{\frac{2gL(2-\sqrt{3})}{3}}$
- B)  $2\sqrt{gL\frac{(2-\sqrt{3})}{3}}$
- C)  $\sqrt{\frac{gL(2-\sqrt{3})}{3}}$
- D)  $\sqrt{gL\frac{(\sqrt{3}-1)}{3}}$
- E)  $\sqrt{2gL}$

283. El sistema se abandona como se indica en el diagrama. Determine la máxima rapidez que adquiere 3m. Desprecie el rozamiento ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 0,5 m/s
- B) 0,7 m/s
- C) 0,8 m/s
- D) 1,2 m/s
- E) 1,5 m/s



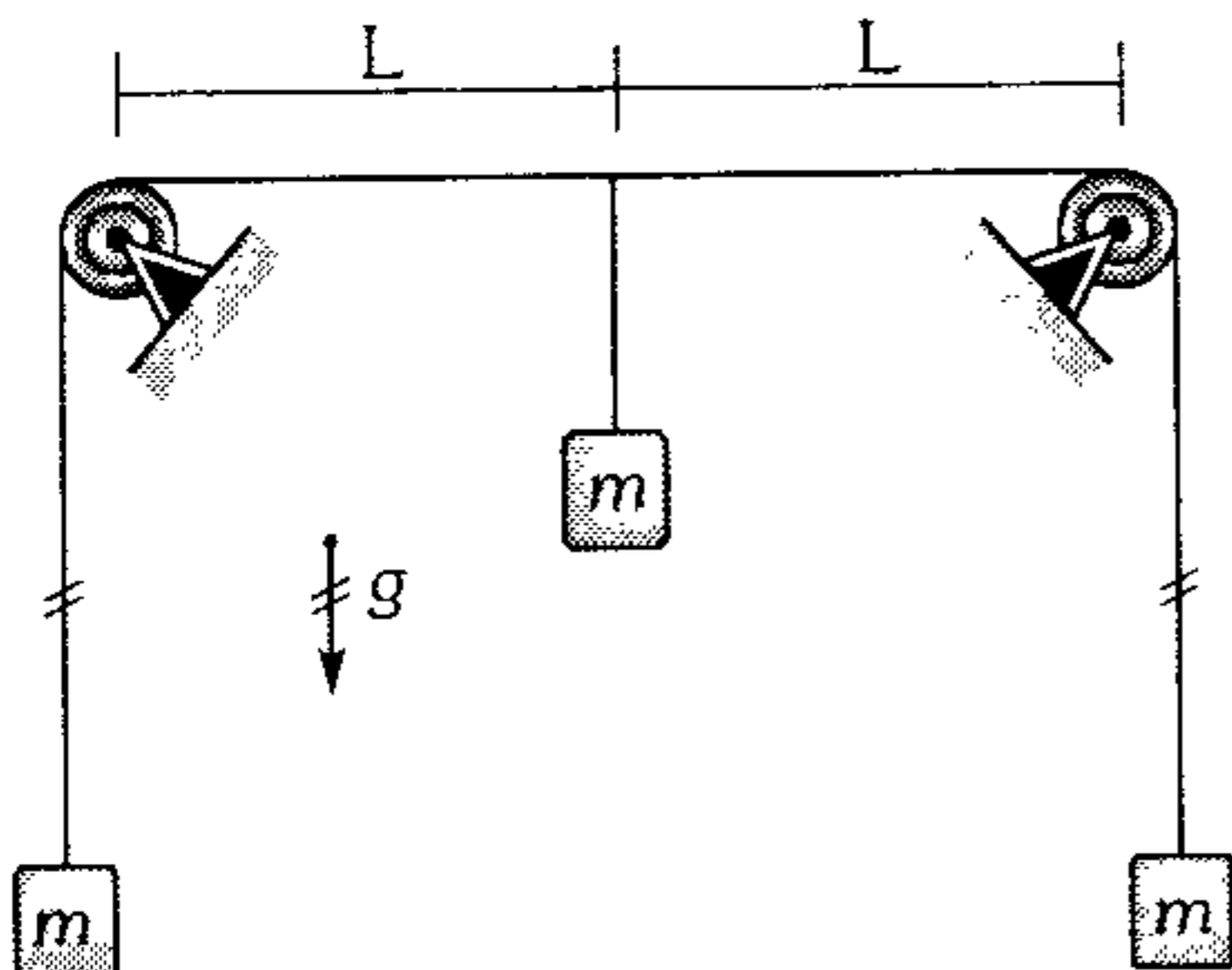
285. En el problema anterior, si el bloque central fuese de masa 2m; determine la máxima rapidez que adquiere durante su movimiento.

- A)  $\sqrt{gL}$
- B)  $2\sqrt{gL}$
- C)  $\sqrt{2gL}$
- D)  $\sqrt{3gL}$
- E)  $\sqrt{5gL}$

286. Una barra de masa despreciable y longitud  $L$  tiene dos pequeñas esferas de masa  $m$  en sus extremos. Si la barra se coloca vertical sobre un plano horizontal liso, se desvía ligeramente y se suelta; ¿qué rapidez tendrá el centro de la masa del sistema cuando la esfera superior impacte en el piso?

- A)  $2\sqrt{gL}$
- B)  $\sqrt{2gL}$
- C)  $\sqrt{gL}$
- D)  $\sqrt{\frac{gL}{2}}$
- E)  $\frac{\sqrt{gL}}{2}$

284. Si el sistema mostrado es dejado en libertad en la posición mostrada; determine la máxima rapidez que logra adquirir el bloque central (Desprecie todo rozamiento).

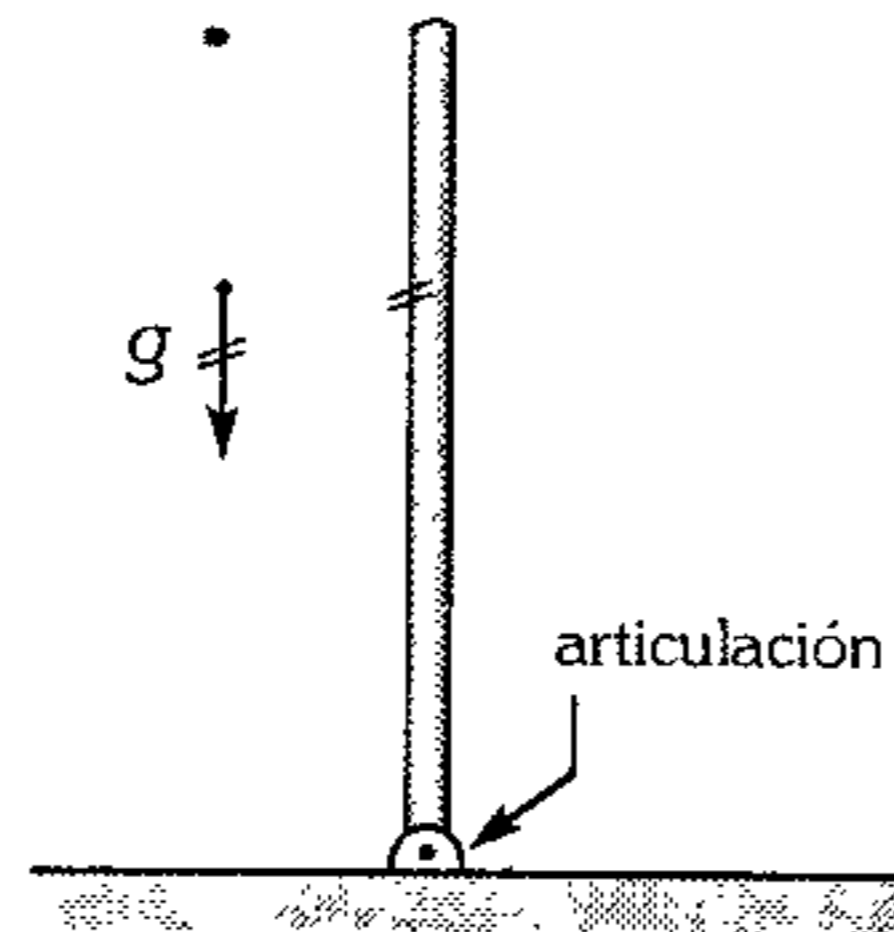


287. En el problema anterior, si la barra es homogénea y de masa 3m; ¿con qué rapidez impacta la esfera superior sobre el piso?

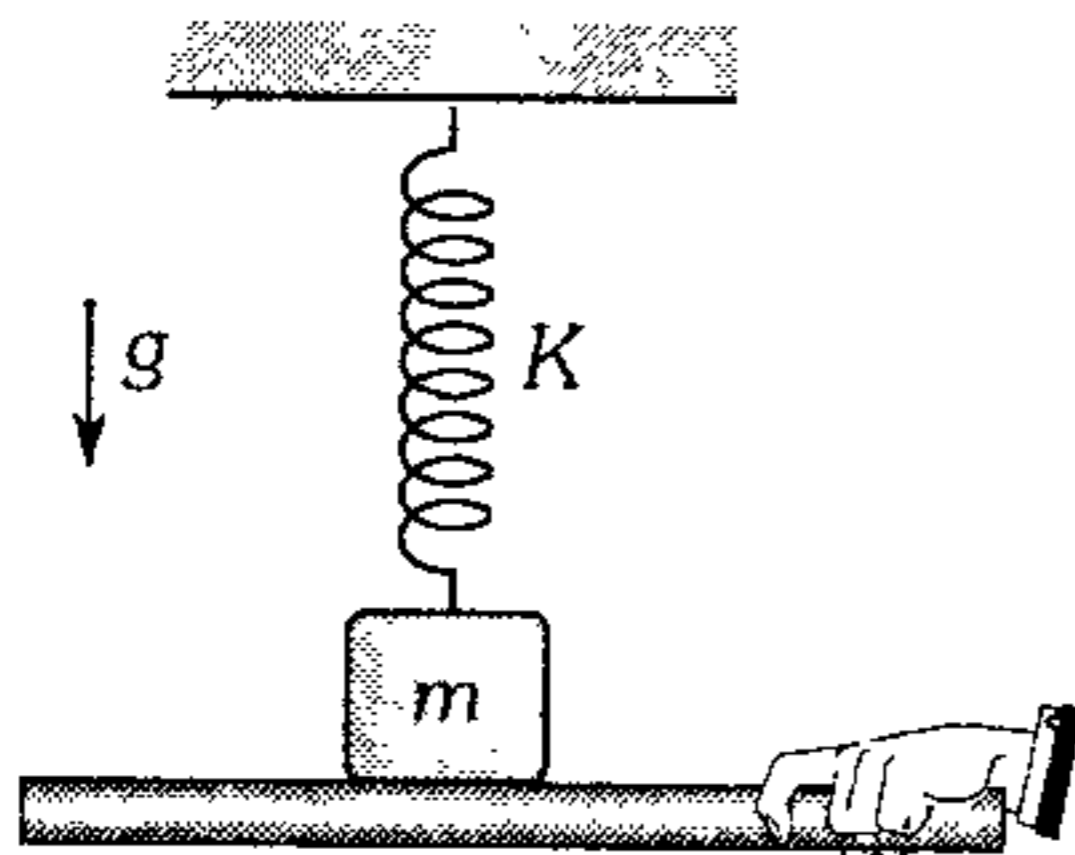
- A)  $\sqrt{\frac{2}{3}gL}$
- B)  $\sqrt{\frac{gL}{3}}$
- C)  $\sqrt{\frac{3}{2}gL}$
- D)  $\sqrt{\frac{5}{3}gL}$
- E)  $\sqrt{\frac{5}{2}gL}$

288. Una barra homogénea de masa  $M$  y longitud  $L$  se suelta en la posición mostrada. Determine el módulo de la reacción en la articulación un instante antes de impactar en el piso.

- A)  $\frac{3}{2}Mg$
- B)  $\frac{3}{4}Mg$
- C)  $\frac{3}{4}\sqrt{5}Mg$
- D)  $\frac{\sqrt{29}}{2}Mg$
- E)  $\frac{\sqrt{37}}{4}Mg$



289. El gráfico nos muestra un bloque apoyado sobre una tabla y unido a un resorte inicialmente sin deformar. Si la tabla empieza a descender con aceleración constante de módulo  $a$ , ¿cuál será la deformación del resorte en el instante en que la tabla se desprege del bloque?, ¿cuál será la máxima deformación del resorte? ( $a < g$ )



- A)  $\frac{m}{k}(g-a); \frac{m}{k}\left[g + \sqrt{2ga-a^2}\right]$
- B)  $\frac{ma}{k}; \frac{mg}{k}$
- C)  $\frac{m}{k}(g-a); \frac{m}{k}\sqrt{2ga-a^2}$
- D)  $\frac{mg}{k}; \frac{m}{k}\left[a + \sqrt{2ga-a^2}\right]$
- E)  $\frac{m}{k}(g-a); \frac{m}{k}(a+g)$

290. Respecto al trabajo mecánico

- i. Es una forma de transferir energía.
- ii. Si la fuerza es conservativa su trabajo necesariamente es independiente en la trayectoria.

III. Siempre se evalúa como  $F \cdot d \cdot \cos\theta$ .  
 IV. Cambia la energía mecánica del sistema si es realizado a través una fuerza conservativa.

- A) solo I es verdadero.
- B) solo IV es verdadero.
- C) I y II son verdaderos.
- D) solo IV es falso.
- E) III y II son falsos.

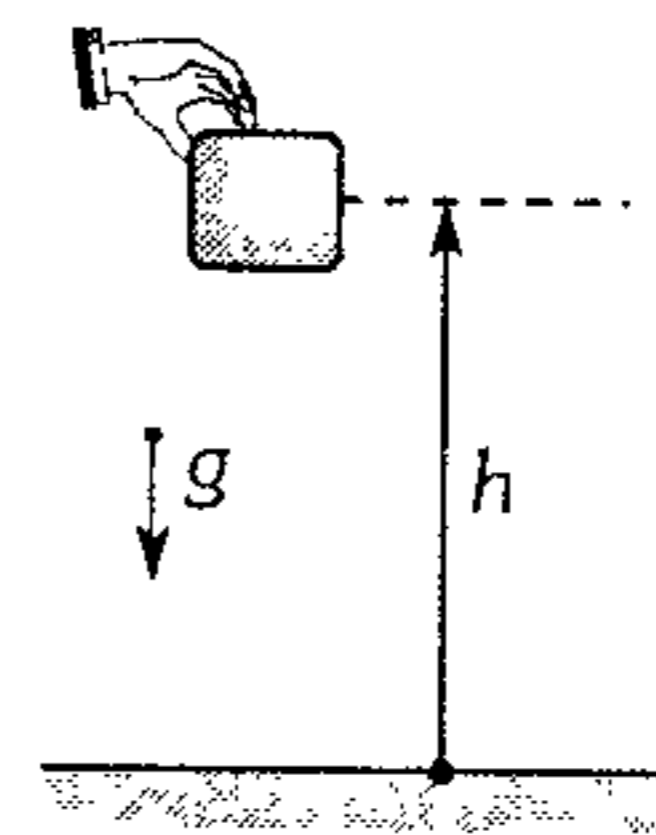
291. Una persona coloca cajas cúbicas de 30 cm de lado y 10 kg cada uno, uno sobre otro. Determine el trabajo realizado por dicha persona al formar una columna de 12 cajas ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 1 560 J    B) 1 770 J    C) 1 880 J
- D) 1 980 J    E) 2 160 J

292. Un proyectil de 4 kg que viaja horizontalmente con una rapidez  $V_0$  perfora a un bloque de una gran masa, al salir perfora otro bloque idéntico al anterior, saliendo horizontalmente con  $(V_0/4)$ . Si en ambos casos se desprende la misma cantidad de energía equivalente a 375 J, determine  $V$ .

- A) 10 m/s    B) 12 m/s    C) 15 m/s
- D) 20 m/s    E) 25 m/s

293. Un bloque es abandonado tal como se muestra. El gráfico que mejor representa el trabajo desarrollado por la tierra sobre tal bloque respecto a la altura  $h$  es



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



294. Una cortina de ventana de 1 kg y 2 m de longitud se enrolla alrededor de un rodillo sobre la ventana. ¿Qué trabajo se realiza en este caso?, menosprecie la fricción. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 9,8 J      B) 10 J      C) 15 J  
D) 12 J      E) 18,6 J

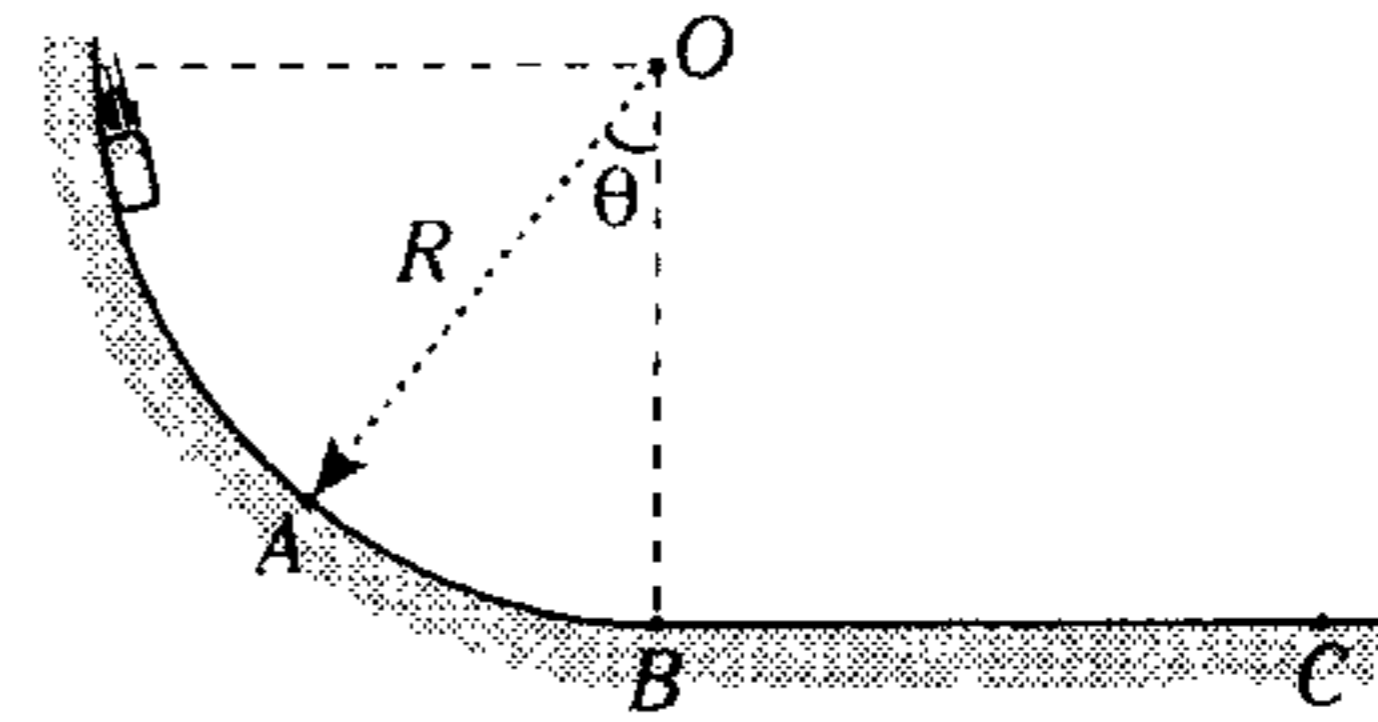
295. Una cuerda es usada para bajar verticalmente un bloque de masa  $M$  una altura  $h$  con una aceleración  $g/n$ . Calcule el trabajo realizado por la cuerda sobre el bloque, considerando  $n > 1$ .

- A)  $-Mgh\left(\frac{n-1}{n}\right)$       B)  $Mgh\left(\frac{n-1}{n}\right)$   
C)  $Mgh\left(\frac{n+1}{n}\right)$   
D)  $-Mgh\left(\frac{n}{n-1}\right)$       E)  $-Mgh\left(\frac{n-1}{n+1}\right)$

296. El trabajo necesario para acelerar un cuerpo desde 0 hasta 4 m/s sobre una superficie horizontal lisa es

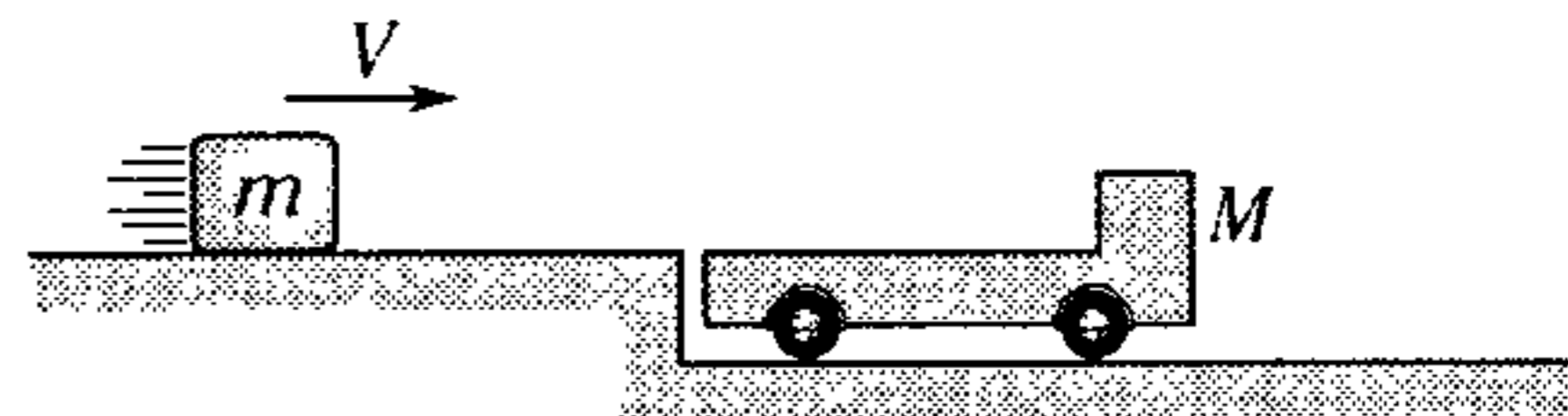
- A) igual que el necesario para acelerarlo de 1 m/s a 5 m/s.  
B) el doble que el necesario para acelerarlo de 5 m/s a 6 m/s.  
C) la mitad que el necesario para acelerarlo de 8 m/s a 10 m/s.  
D) igual que el necesario para acelerarlo de 2 m/s a 6 m/s.  
E) la mitad que el necesario para acelerarlo de 2 m/s a 6 m/s.

297. El declive de una pista de trineo tiene la forma de arco de circunferencia  $AB$  de radio  $R=10 \text{ m}$ , con salida suave a una superficie horizontal  $BC$ . La superficie de la pista curva es lisa y la de la parte horizontal rugosa ( $\mu_k = 0,15$ ). ¿A qué distancia del final del declive se detiene el trineo que desciende, si en el punto  $A$  su aceleración es  $10 \text{ m/s}^2$ ? ( $\theta = 60^\circ$ ).



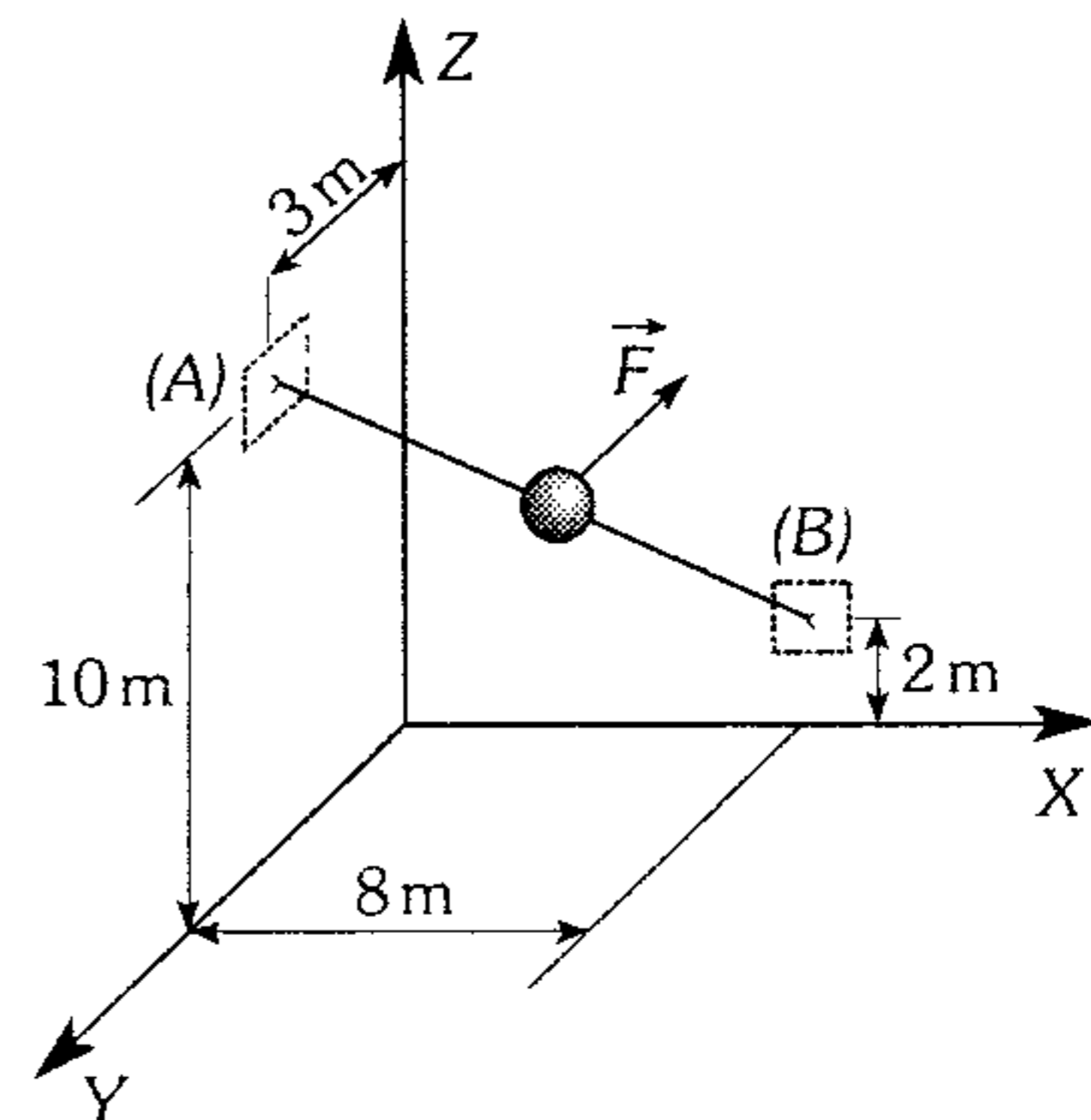
- A) 100 m      B) 80 m      C) 70 m  
D) 60 m      E) 50 m

298. El bloque mostrado desliza sobre una superficie lisa con una rapidez  $V$  e ingresa sobre una plataforma de superficies rugosas y cuya masa es de 50 kg. Determine la cantidad de trabajo mecánico ( $W$ ) que realiza la plataforma sobre el bloque, si al final ambos avanzan con una rapidez constante de 2 m/s.



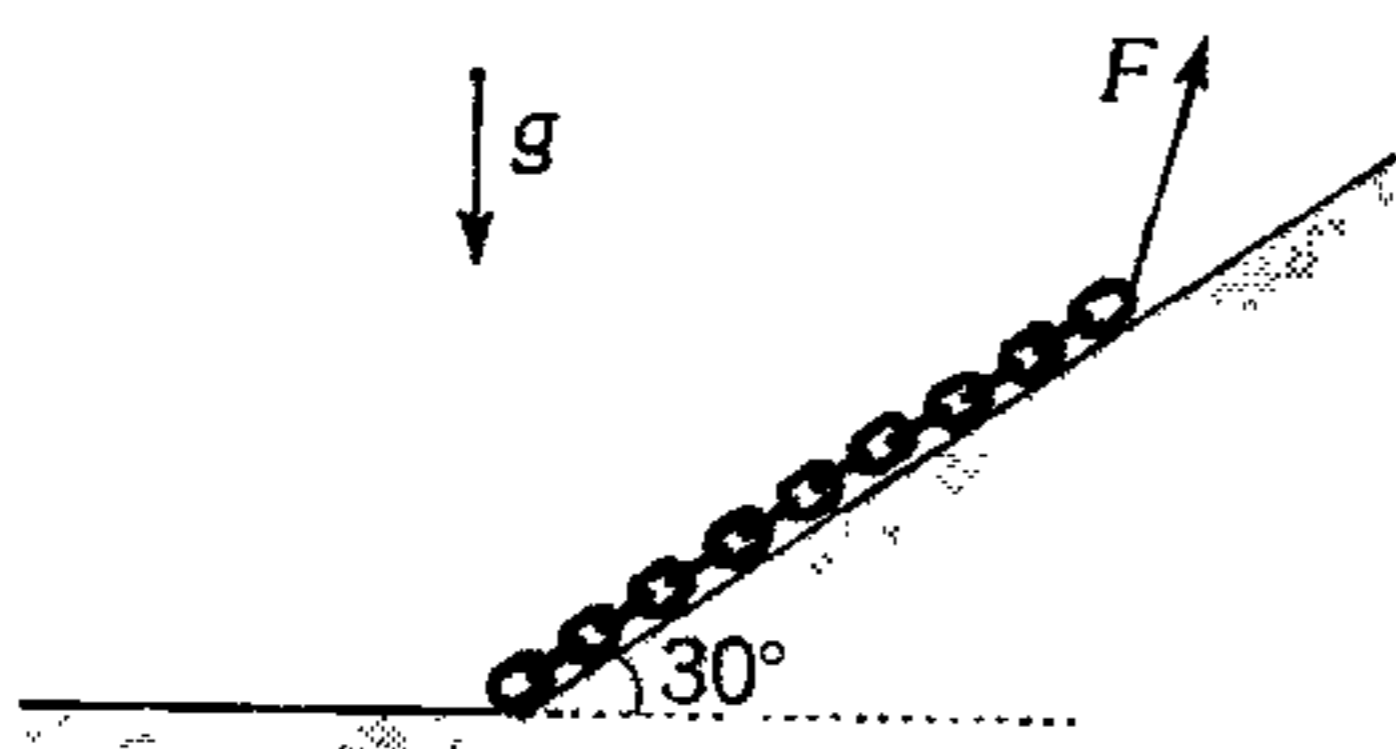
- A) -120 J      B) -60 J      C) +80 J  
D) +50 J      E) -100 J

299. La pelota de 2 kg que parte del reposo en  $A$  se desliza a lo largo del alambre liso. Si, durante su movimiento, actúa una fuerza  $\vec{F} = (11; 6y; 2z) \text{ N}$ , estando  $y$  y  $z$  en metros, determine la rapidez de la pelota al llegar a  $B$ . ( $\vec{g} = 10 \text{ m/s}^2 (-\hat{k})$ )



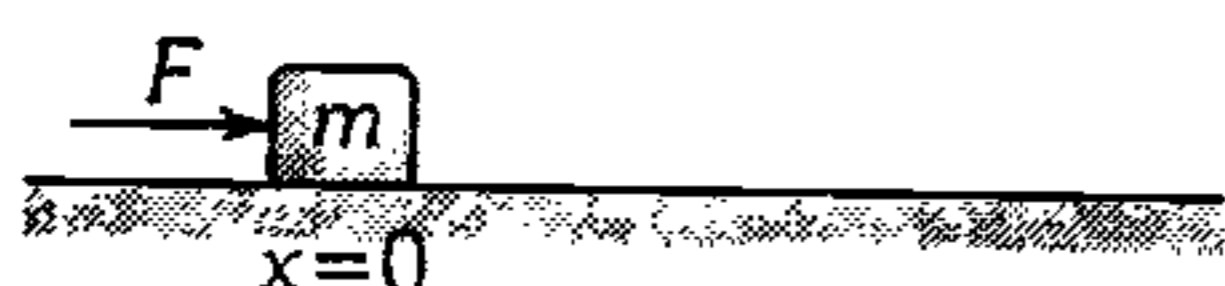
- A) 5 m/s      B) 10 m/s      C)  $5\sqrt{5} \text{ m/s}$   
D) 15 m/s      E)  $10\sqrt{5} \text{ m/s}$

300. Determine el trabajo que debe realizarse mediante la fuerza  $\vec{F}$  para ubicar lentamente la cadena homogénea de masa  $m$  y longitud  $L$  sobre la superficie horizontal. Desprecie el rozamiento ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



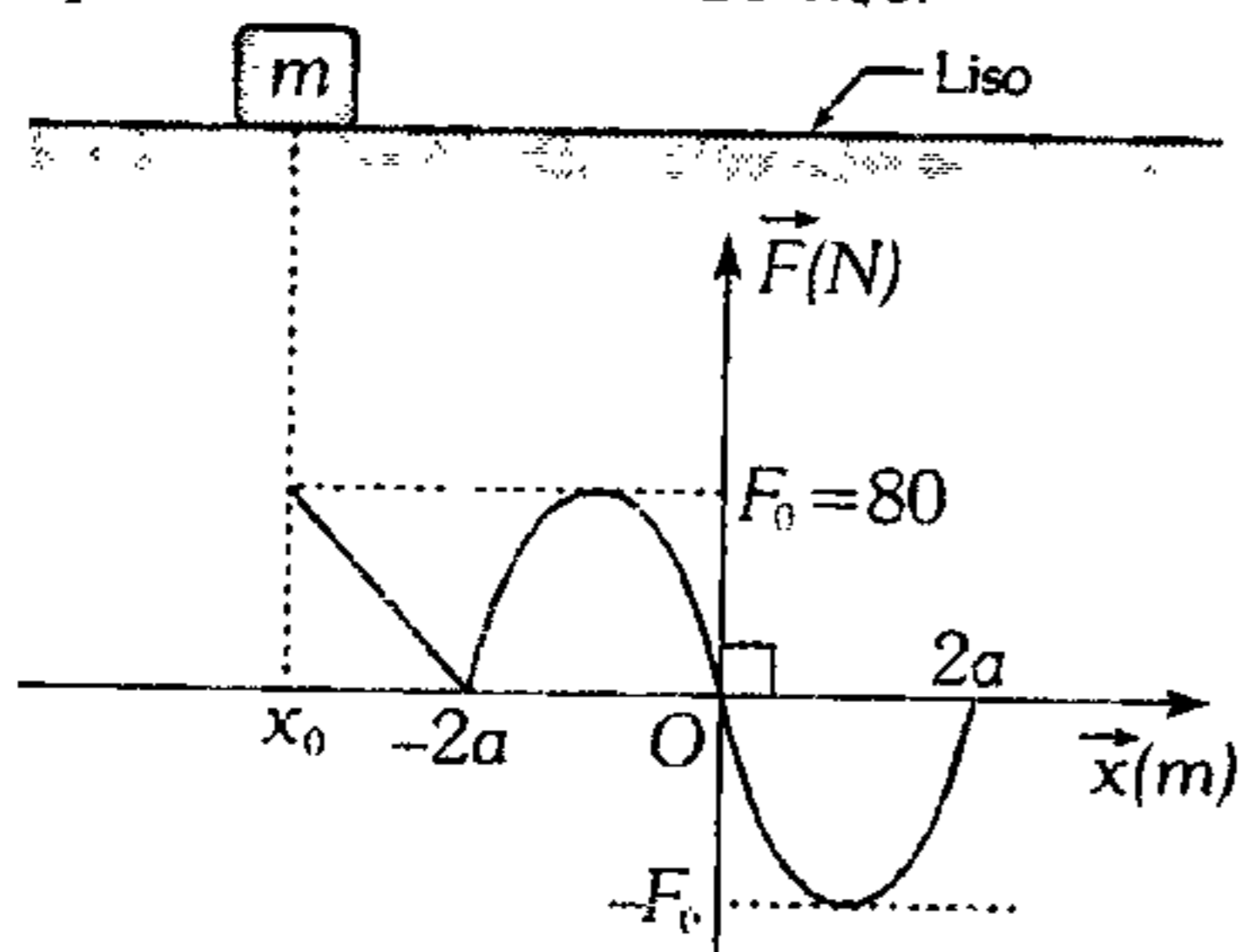
- A) 2,5 mL    B) 3 mL    C) 5 mL  
D) mL    E) 3,2 mL

301. Un bloque liso se encuentra en reposo en la posición  $x=0$ ; si sobre él actúa una fuerza horizontal cuyo módulo varía con la posición de acuerdo a la siguiente relación  $\vec{F} = \sqrt{16 - x^2} \text{ (N)}$ , determine la rapidez del bloque cuando pasa por la posición  $x=4 \text{ m}$ , ( $m=2 \text{ kg}$ ).



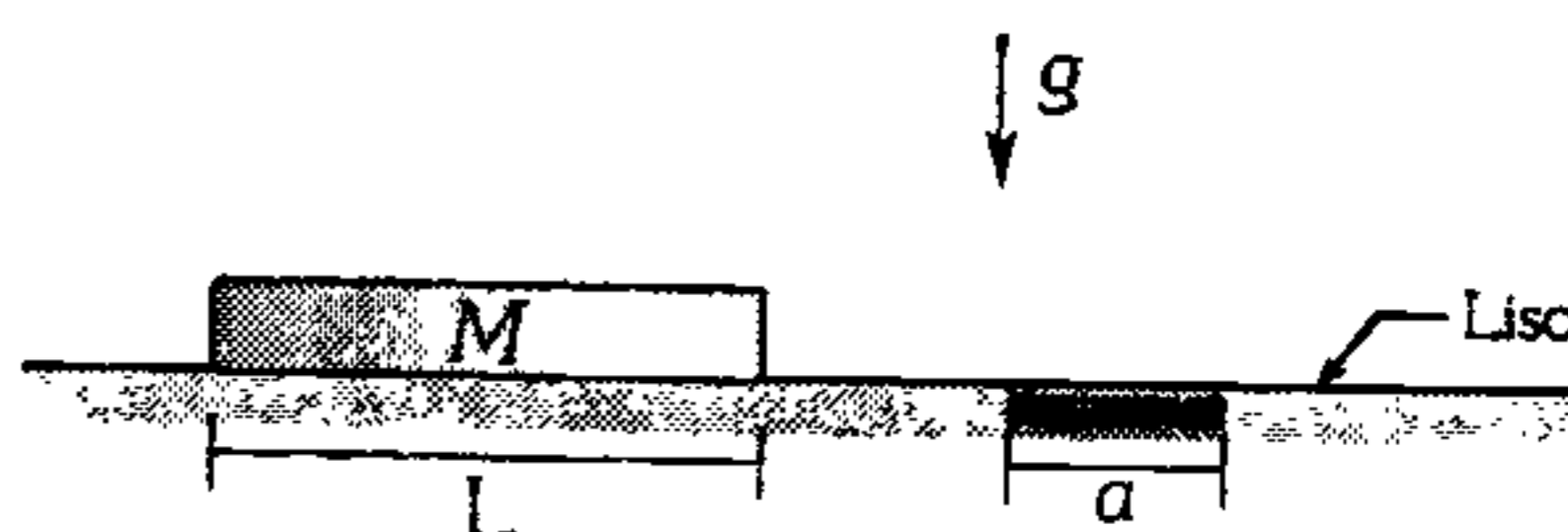
- A)  $4\sqrt{\pi} \text{ m/s}$     B)  $2\sqrt{2\pi} \text{ m/s}$     C)  $8\sqrt{\pi} \text{ m/s}$   
D)  $2\sqrt{\pi} \text{ m/s}$     E)  $\sqrt{2\pi} \text{ m/s}$

302. La figura muestra un bloque de 2,4 kg, que reposa en la posición  $\vec{x}_0 = -3a$ , si de pronto es jalado mediante la fuerza  $\vec{F}$ , que varía según la gráfica adjunta; determine la posición  $\vec{x}$  donde el bloque alcanza una rapidez constante de 10 m/s.



- A) 0    B) 6 m    C) -4 m  
D) 8 m    E) 3 m

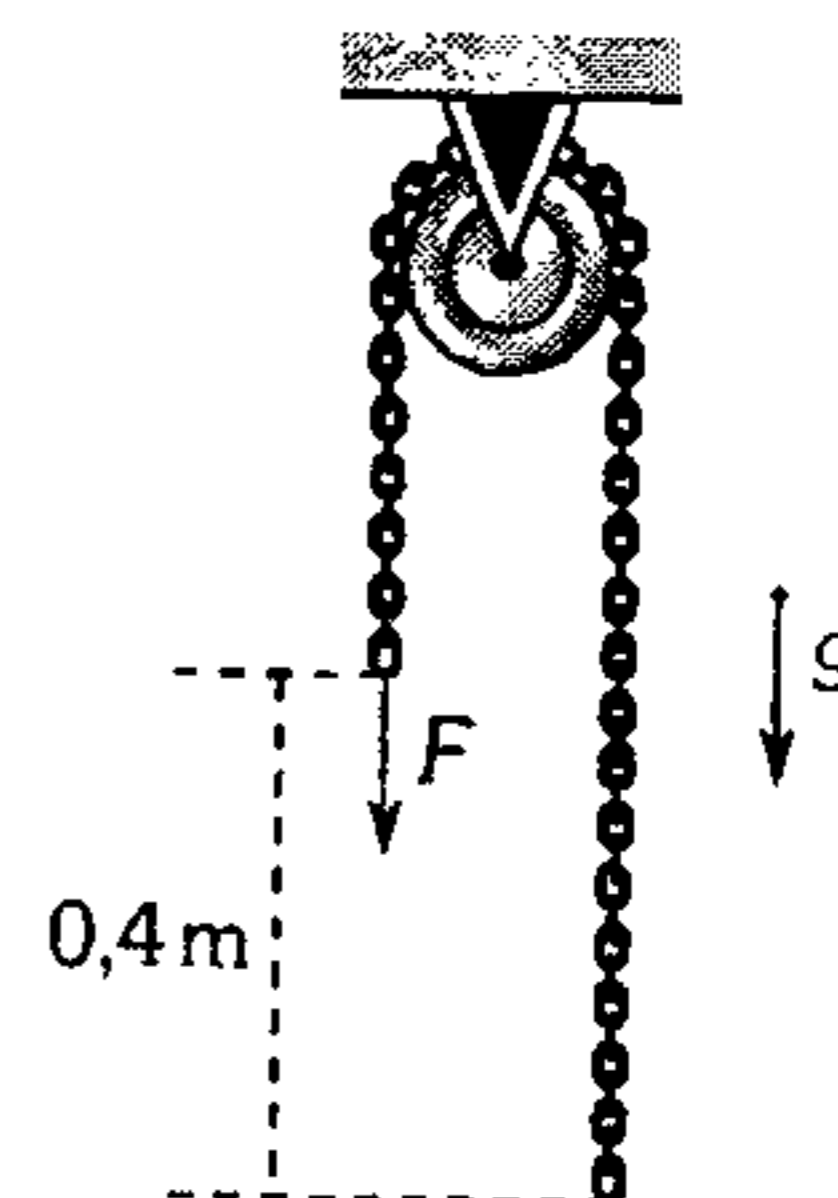
303. ¿Qué trabajo es necesario realizar para arrastrar una barra homogénea de longitud  $L$  y masa  $M$  por una franja rugosa de anchura  $a$  cuyo coeficiente de rozamiento es  $\mu$  ( $L > a$ )?



- A)  $\mu MgL$     B)  $\mu Mga$   
C)  $\mu Mg(a + L)$   
D)  $\mu Mg(L - a)$     E)  $\mu Mga^2 / L$

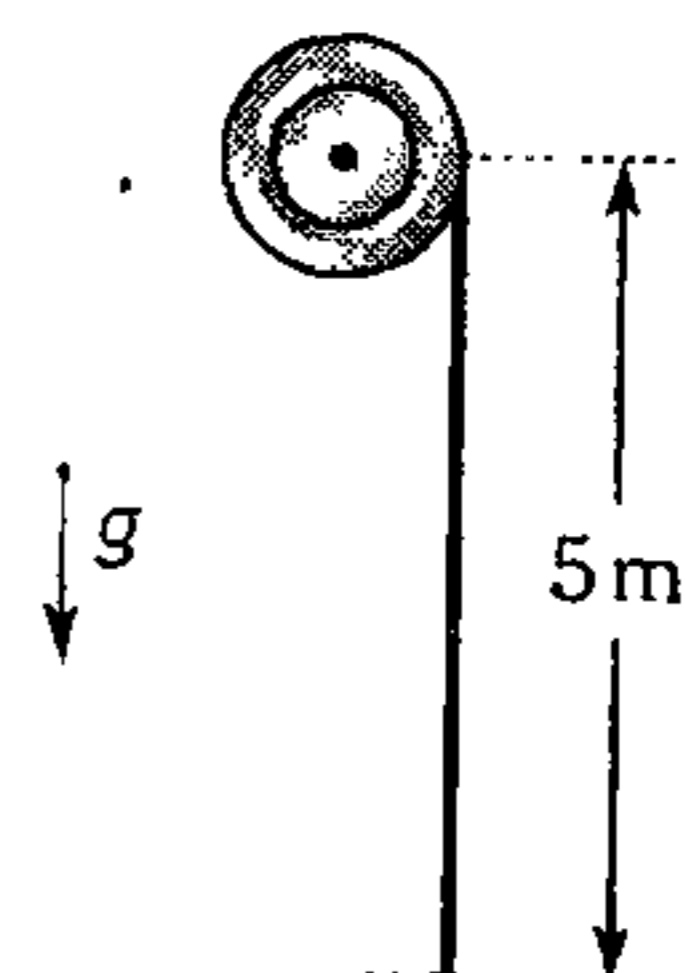
304. La cadena homogénea de 2 kg y de 2 m de longitud está inicialmente en reposo. Determine el trabajo que es necesario que efectúe  $F$  hasta que los extremos inferiores coincidan, considere que la polea pequeña es lisa ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 0,4 J  
B) 0,2 J  
C) 0,25 J  
D) 0,8 J  
E) 4 J



305. Determine el trabajo necesario para enrollar una soga homogénea que cuelga de un tambor horizontal, si la longitud libre de la cuerda es 5 m y su masa es de 4 kg. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 50 J  
B) 100 J  
C) 200 J  
D) 300 J  
E) 400 J



306. Un resorte de 4 m de longitud y constante de rigidez 300 N/m es cortado en dos tramos, uno de 1 m y otro de 3 m de largo. ¿Qué trabajo se debe realizar sobre el resorte de mayor longitud para estirarlo 50 cm?

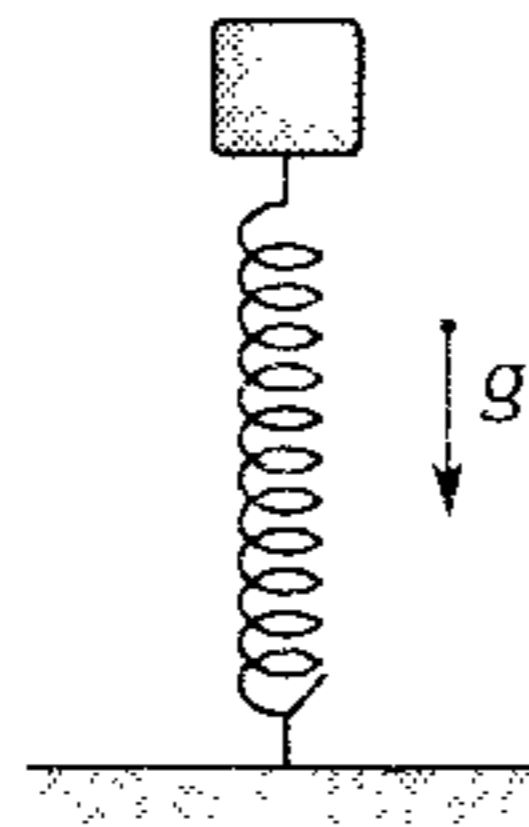
- A) 80 J      B) 60 J      C) 50 J  
D) 40 J      E) 20 J

307. Una lámina de 2 kg reposa sobre una superficie horizontal de modo que en su centro geométrico tiene un resorte soldado por un extremo (sin deformar). Si el resorte tiene una rigidez  $K=400$  N/m. ¿qué trabajo mínimo hay que efectuar para elevar con el resorte por el extremo libre, la lámina hasta una altura  $h=1,5$  m? ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

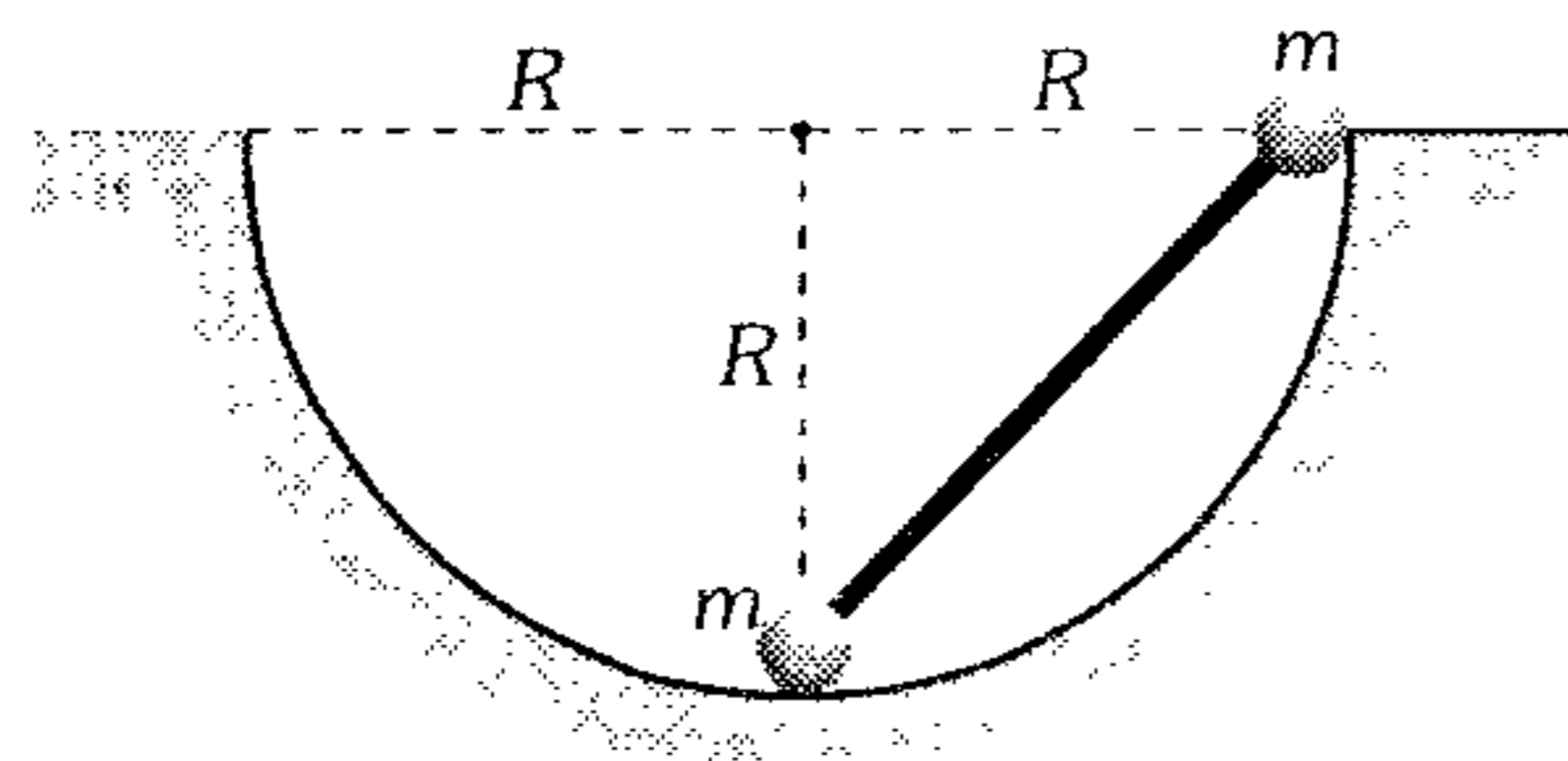
- A) 30 J      B) 31 J      C) 32 J  
D) 33 J      E) 30,5 J

308. Se muestra un bloque de 1 kg que se encuentra en reposo sobre un resorte de  $K=100$  N/cm. Determine la cantidad de trabajo que se debe realizar para aplastar lentamente 30 cm al resorte ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).

- A) 7 J  
B) 7,5 J  
C) 15 J  
D) 80 J  
E) 4,5 J



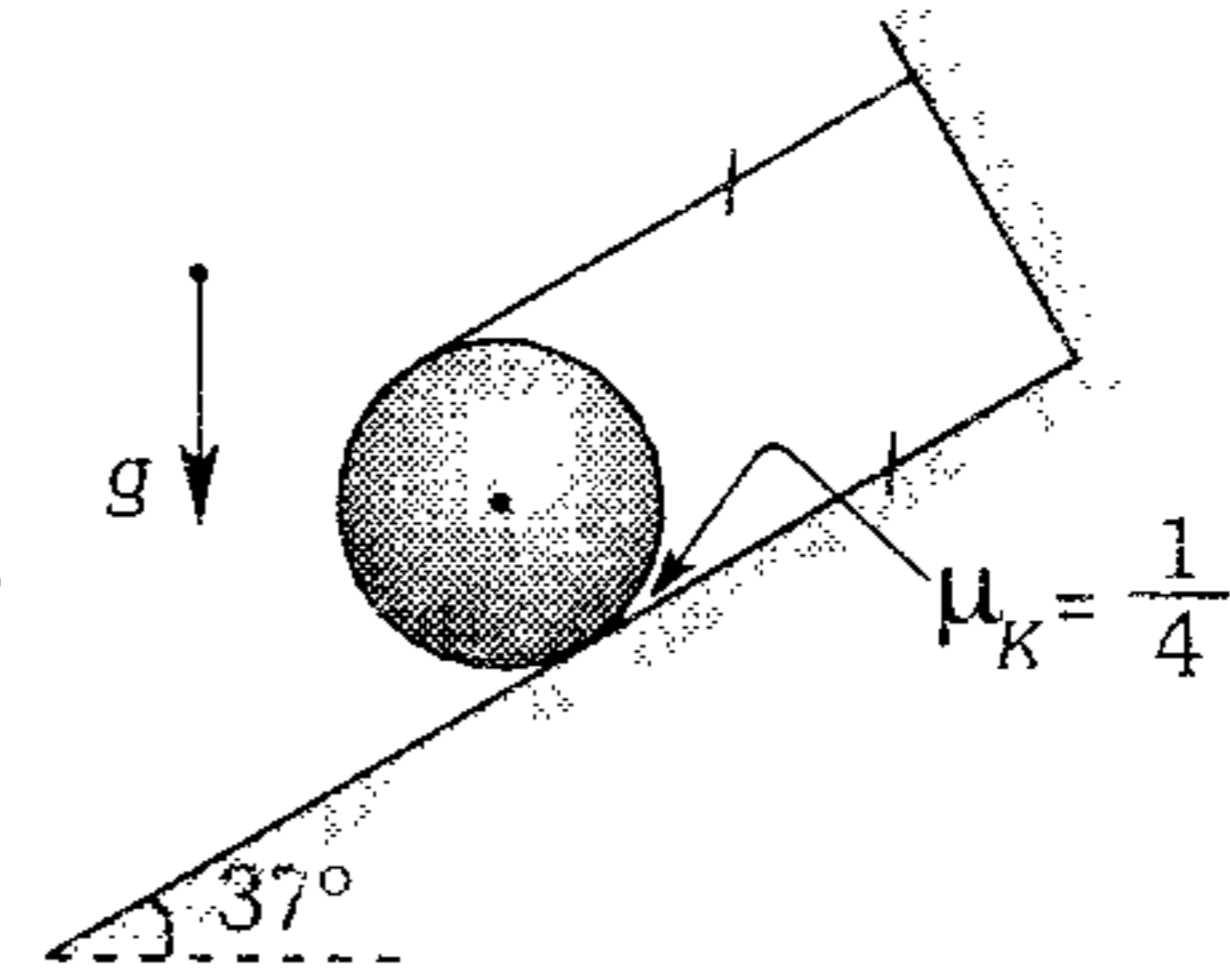
309. El sistema que se muestra se suelta en la posición que se indica. Si la varilla es de masa despreciable y el rozamiento entre las esferas de 2 kg y la superficie existe pero es pequeño; determine cuánto calor se disipa al transcurrir un gran intervalo de tiempo. ( $R=4$  m;  $g=10$  m/s<sup>2</sup>,  $\sqrt{2} \approx 1,4$ )



- A) 32 J      B) 28 J      C) 16 J  
D) 12 J      E) 4 J

310. En un cilindro de paredes muy delgadas se enrolla un hilo y se suelta sobre la superficie inclinada tal como se muestra. El cilindro se desenrolla de manera que el hilo permanece paralelo al plano. Determine la rapidez del cilindro luego de recorrer 4 m a lo largo del plano ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).

- A) 2 m/s  
B)  $2\sqrt{2}$  m/s  
C) 4 m/s  
D)  $4\sqrt{2}$  m/s  
E) 8 m/s



311. La energía cinética de una partícula que gira en trayectoria circular de radio  $R$  depende de su recorrido  $S$  según  $E_C=aS^2$ . Determine en función de  $S$  el módulo de la fuerza resultante que actúa sobre la partícula.

- A)  $\frac{aS^2}{R}$       B)  $aS\sqrt{1+\frac{S}{R}}$   
C)  $2aS\sqrt{1+\frac{S^2}{R^2}}$   
D)  $2aS\sqrt{\frac{S^2}{R^2}-1}$       E) 0

312. Un anillo de radio  $R$  y masa  $m$  rota alrededor del eje que pasa por su centro con rapidez angular  $\omega$ . Se pone en contacto con otro anillo de radio  $R/2$  y del mismo material inicialmente en reposo. Si existe rozamiento en los bordes exteriores de los anillos; determine la cantidad de calor que como máximo se disipa.

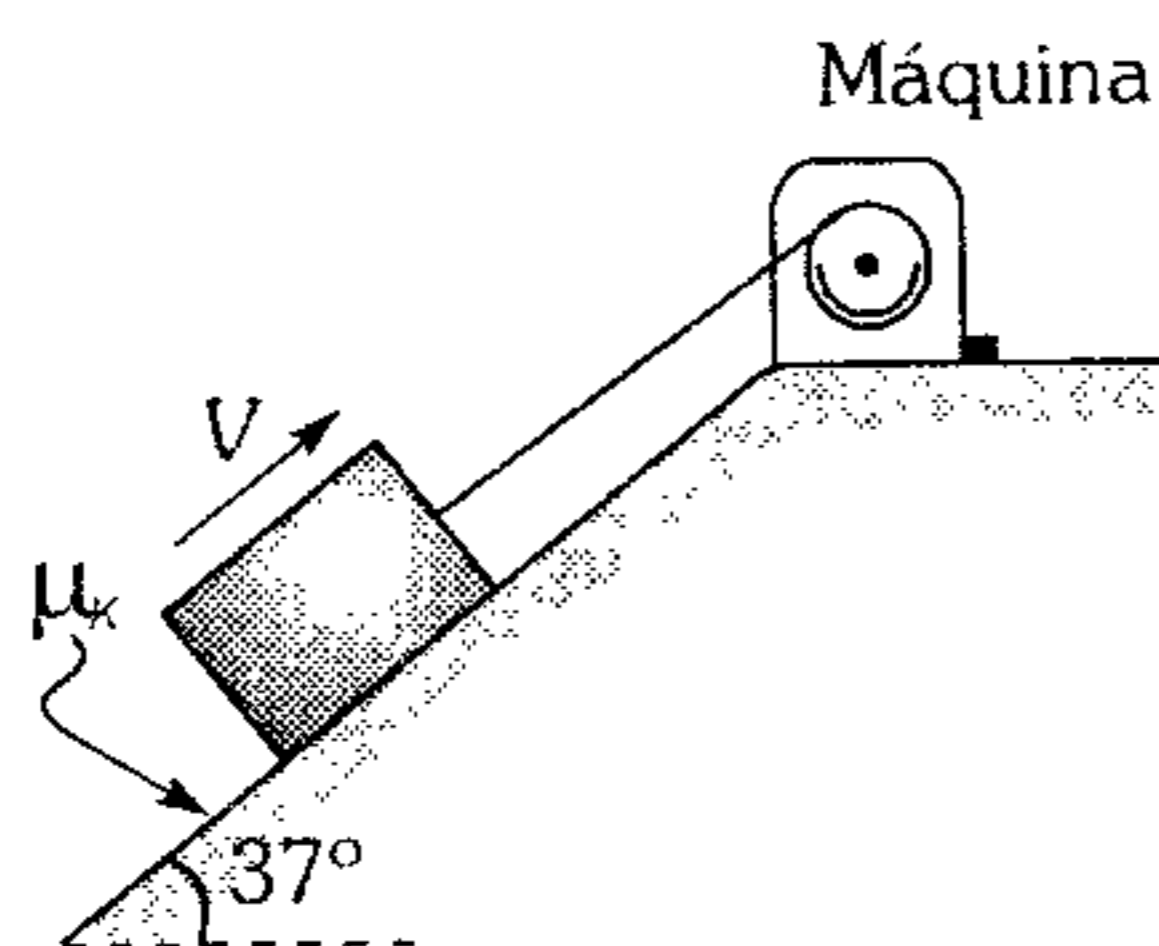
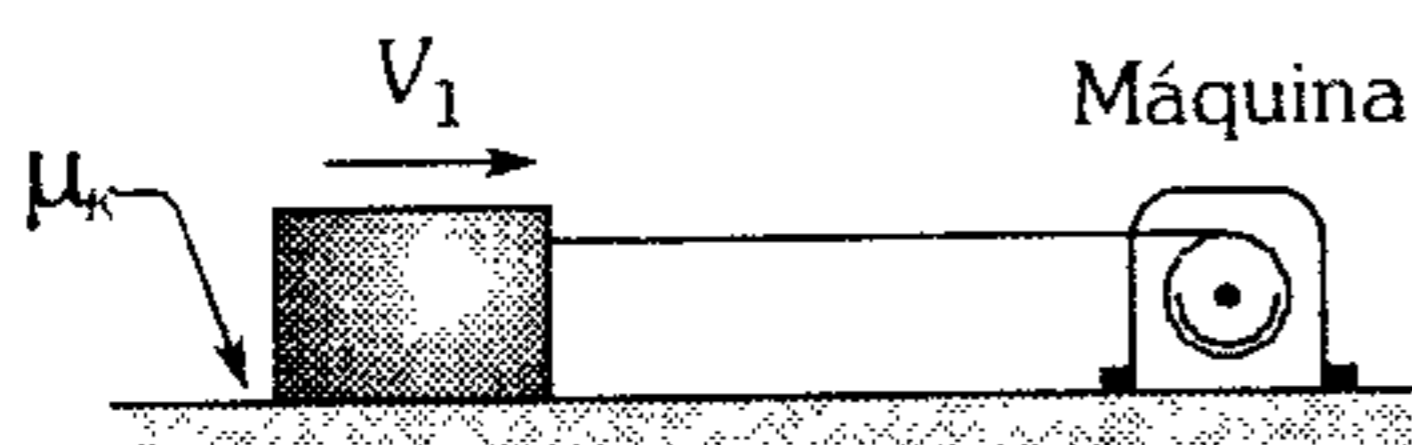
- A)  $\frac{m\omega^2 R^2}{3}$       B)  $\frac{m\omega^2 R^2}{4}$       C)  $\frac{m\omega^2 R^2}{2}$   
D)  $\frac{m\omega^2 R^2}{6}$       E)  $\frac{m\omega^2 R^2}{8}$

- 313.** Determine el trabajo que realiza una bomba hidráulica para elevar agua, en forma uniforme, hasta una altura de 20 m a razón de 50 L/s durante 10 s ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).
- A) 10 KJ      B) 20 KJ      C) 60 KJ  
D) 80 KJ      E) 100 KJ
- 314.** Determine la potencia del motor de una cepilladora, si el recorrido de trabajo es de 2 m y dura 10 s, la fuerza de corte es igual a 1200 N, el rendimiento de la máquina es 80%. El movimiento de la cuchilla del cepillo es uniforme.
- A) 200 W      B) 300 W      C) 400 W  
D) 600 W      E) 750 W
- 315.** Una máquina eleva verticalmente un pistón de 1 KN, 90 veces durante un minuto hasta 1 m de altura. ¿Qué potencia consume dicha máquina, si su eficiencia es del 75%?
- A) 1 kw      B) 2 kw      C) 1,5 kw  
D) 2,5 kw      E) 3,0 kw
- 316.** En un pozo el nivel del agua está a 25 m de profundidad, con una cuerda y un esfuerzo de 24 N se eleva un balde lleno de agua (la masa del balde con agua es 2 kg) hasta la superficie. Determine la potencia desarrollada sobre el balde con agua. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )
- A) 50 w      B) 100 w      C) 150 w  
D) 25 w      E) 120 w
- 317.** Determine la potencia útil que emplea una bomba hidráulica para elevar agua, en forma uniforme, hasta una altura de 20 m a razón de 50 L/s durante 10 s ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).
- A) 10 Kw      B) 20 Kw      C) 50 Kw  
D) 1 Kw      E) 100 Kw
- 318.** ¿Cómo debe variar la potencia del motor de una bomba para que ella pueda bombear, a través de un orificio fino, el doble de la cantidad de  $H_2O$  por unidad de tiempo? ( $P_0$ : Potencia inicial)
- A)  $P_0$       B)  $2P_0$       C)  $4P_0$   
D)  $8P_0$       E)  $12P_0$
- 319.** Un motor eleva un ascensor de 100 kg desde el reposo, de manera que alcanza una rapidez de 3 m/s a una altura de 12 m. Determine la potencia que desarrolla el motor. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )
- A) 1,556 KW      B) 2,50 KW      C) 2,556 KW  
D) 3,255 KW      E) 3,556 KW
- 320.** Determine la potencia que absorbe el motor de una lancha que navega río abajo con una rapidez constante de 40 m/s, si al desplazarse soporta una resistencia del agua igual a 200 N, siendo la velocidad de este igual a 2 m/s ( $n=0,76$ ).
- A) 8 000 W      B) 8 400 W      C) 7 600 W  
D) 10 000 W      E) 12 000 W
- 321.** A una máquina de 60% de rendimiento se le entrega 600 J de energía por cada segundo. Determine el trabajo realizado por ella durante 10 h de funcionamiento.
- A) 6 KW-h      B) 3 KW-h      C) 3,6 KW-h  
D) 7,2 KW-h      E) 1 KW-h
- 322.** Un bloque de 6 kg se lanza con 10 m/s sobre un piso áspero cuyo  $\mu_k = 0.02t$  donde  $t$  se expresa en segundos y  $\mu_k$  es adimensional. ¿Con qué potencia la fuerza de rozamiento logra detener al bloque?
- A) 50 W      B) 40 W      C) 30 W  
D) 20 W      E) 10 W

323. Para elevar  $3,6 \text{ m}^3$  de agua a la azotea de una casa ubicada a  $20 \text{ m}$  de altura se utiliza una bomba hidráulica con un motor de  $12500 \text{ w}$ . ¿Cuántos segundos se empleará en elevar toda el agua, sabiendo que el rendimiento de la bomba es de  $0,8$ ? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A)  $60 \text{ s}$       B)  $70 \text{ s}$       C)  $72 \text{ s}$   
D)  $85 \text{ s}$       E)  $88 \text{ s}$

324. Una máquina jala un bloque sobre un plano horizontal con una rapidez  $V_1=8 \text{ m/s}$ . ¿Con qué rapidez  $V$  subirá el bloque por el plano inclinado la misma máquina? Considere  $\mu = 0,75$ .

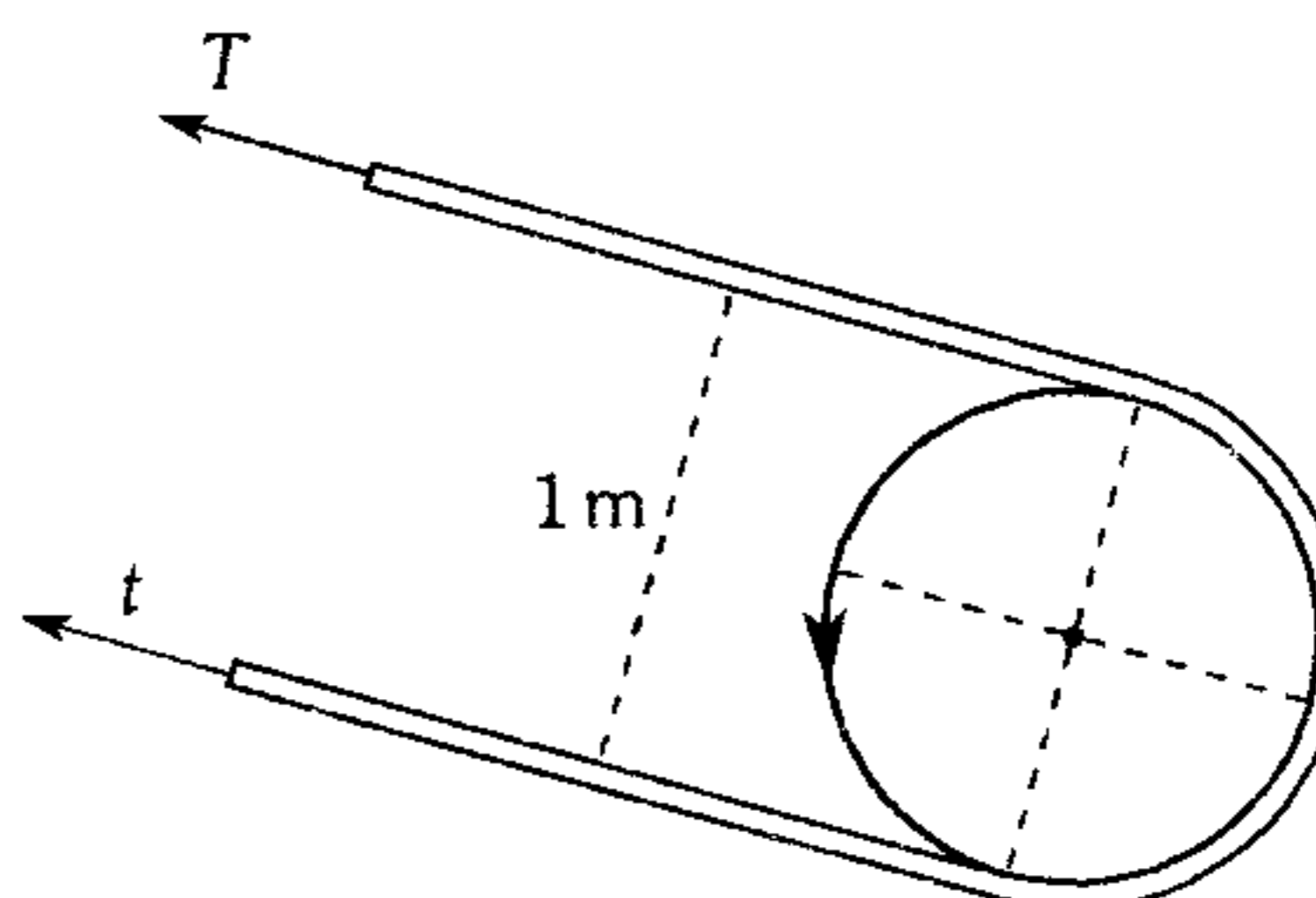


- A)  $7 \text{ m/s}$       B)  $8 \text{ m/s}$       C)  $5 \text{ m/s}$   
D)  $6 \text{ m/s}$       E) no lo sube

325. Un deslizador acuático que acelera a razón de  $1 \text{ m/s}^2$  invierte el  $50\%$  de su potencia en vencer el rozamiento y el resto en aumentar su velocidad. Determine el coeficiente de rozamiento entre el deslizador y el agua. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A)  $0,1$       B)  $0,2$       C)  $0,3$   
D)  $0,4$       E)  $0,5$

326. Una potencia  $P$  se transmite con ayuda de una correa. El radio de la polea de correa es de  $50 \text{ cm}$ , y ésta gira uniformemente a razón de  $300 \text{ RPM}$ . La tensión del ramal motriz de la correa es  $T=4 \text{ kN}$  y excede en  $60\%$  a la tensión  $t$  del ramal conducido. Calcule la potencia  $P$ .



- A)  $1 \text{ kW}$       B)  $2 \text{ kW}$       C)  $7,5 \text{ kW}$   
D)  $4 \text{ kW}$       E)  $5 \text{ kW}$

327. Una hidroeléctrica consume  $5 \text{ m}^3$  de agua por segundo de una gran represa que se encuentra a una altura de  $200 \text{ m}$ . Determine la potencia eléctrica generada en (MW), asumiendo una eficiencia del sistema del  $60\%$ . ( $g=20 \text{ m/s}^2$ )

- A)  $5$       B)  $6$       C)  $7$   
D)  $12$       E)  $18,5$

328. Un ventilador lanza un chorro de aire a través de una pequeña abertura. Si la potencia que desarrolla el ventilador es  $P$ ; ¿qué nueva potencia debe desarrollar para que ahora la masa de aire lanzada por unidad de tiempo se triplique?

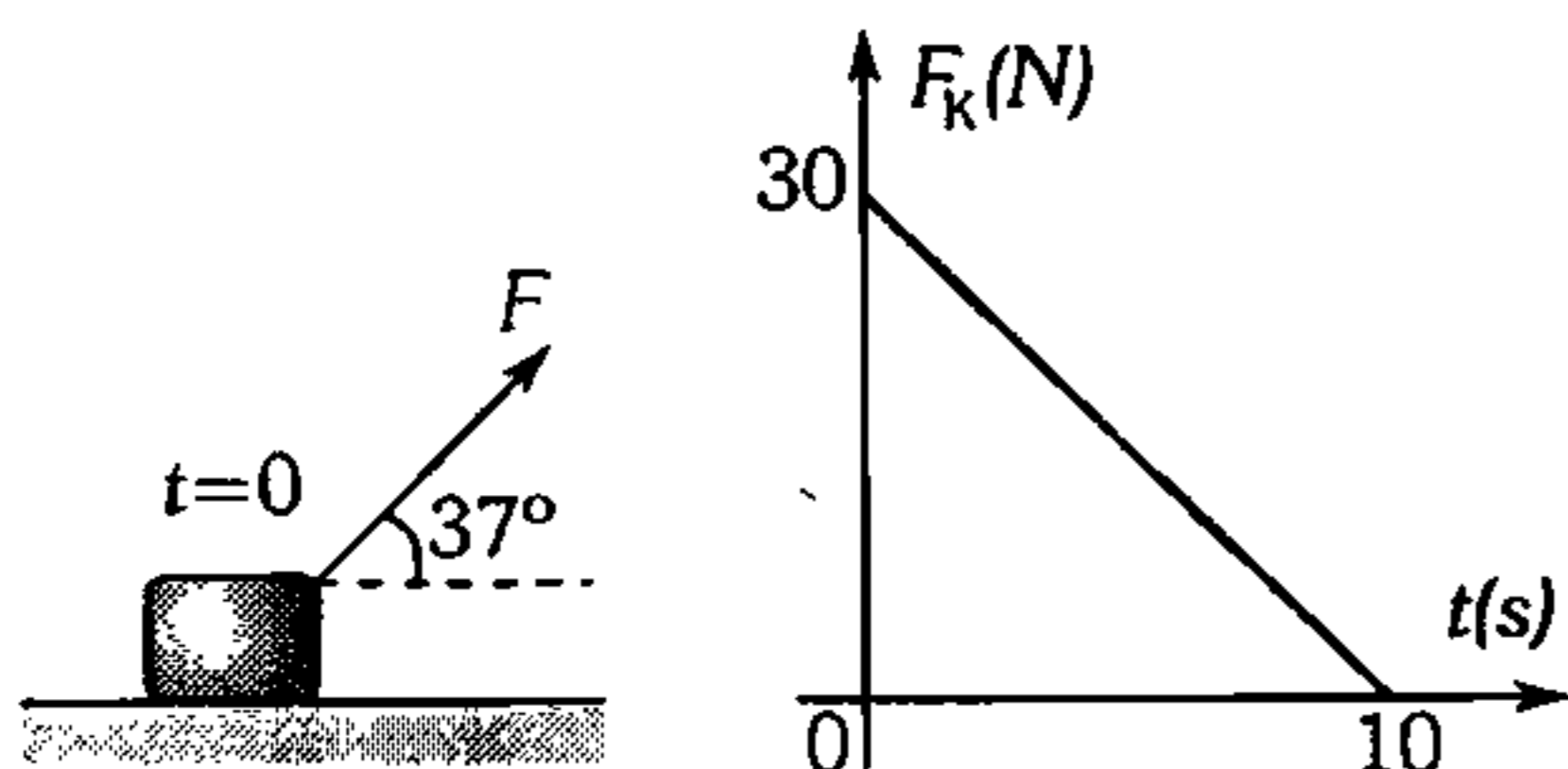
- A)  $3 P$       B)  $9 P$       C)  $18 P$   
D)  $27 P$       E)  $36 P$

329. ¿Qué potencia mecánica como mínimo debe desarrollar una bomba que eleva agua por un tubo, hasta una altura  $h$ ? La sección transversal del tubo es  $S$  y el volumen de agua que se bombea por unidad de tiempo es  $V_t$  ( $\rho$ : densidad del agua)

- A)  $\rho V_t g h$       B)  $\rho V_t \left( g h + \frac{V_t^2}{2 s^2} \right)$   
C)  $\frac{\rho V_t^3}{2 s^2}$   
D)  $\rho V_t \left( g h + 2 \frac{V_t^2}{s^2} \right)$       E)  $\frac{1}{2} \rho V_t g h$

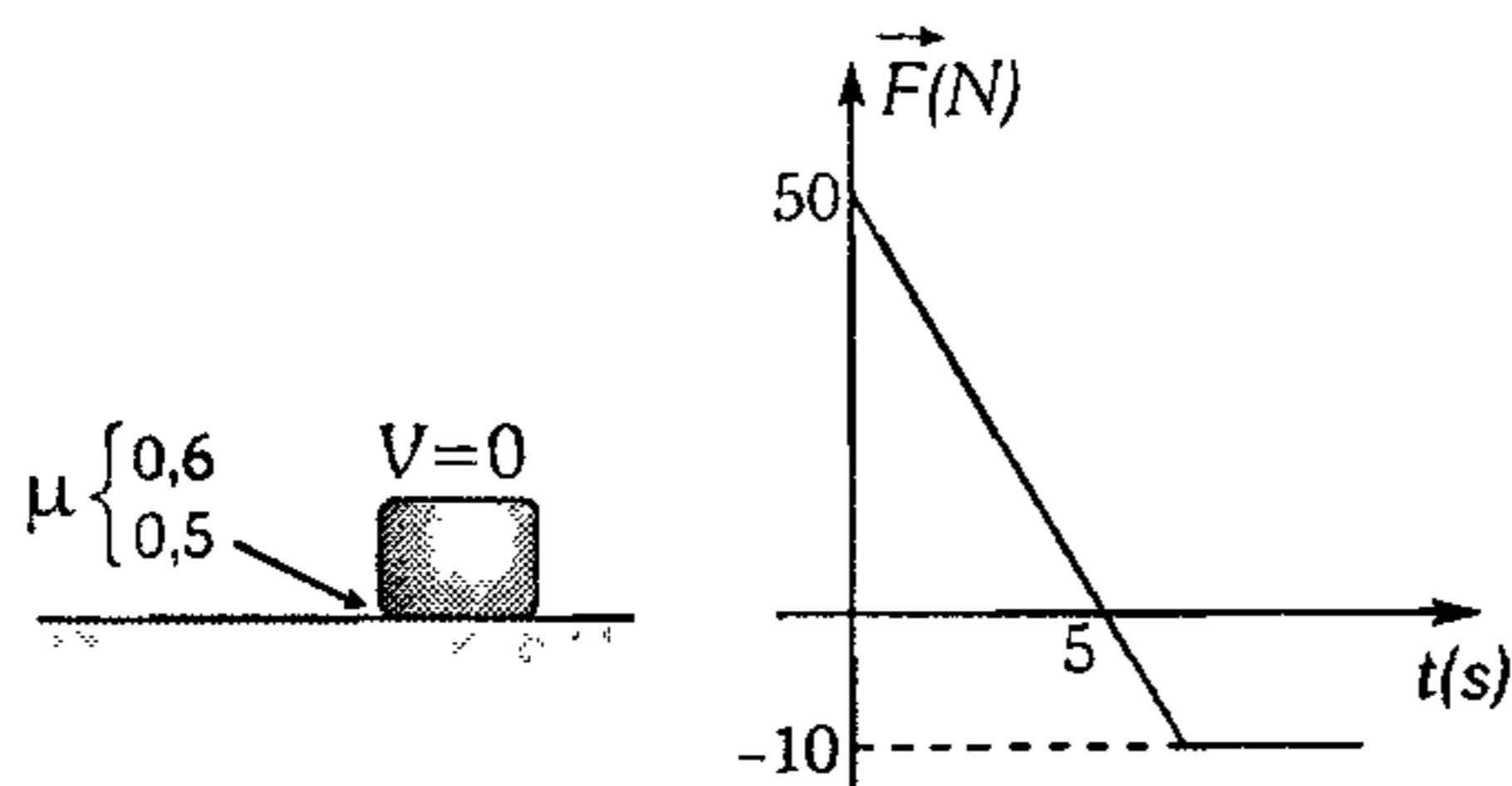
## Impulso y Cantidad de Movimiento

330. Un bloque rugoso de 6 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Si se le ejerce una fuerza  $F=10t$  ( $t$ : tiempo en segundos y  $F$ : en Newtons) y cuya dirección se indica, determine su rapidez en  $t=10$  s. Además se muestra la gráfica del módulo de la fuerza de rozamiento cinético conforme transcurre el tiempo ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).



- A)  $\frac{25}{3}$  m/s    B)  $\frac{7}{4}$  m/s    C)  $\frac{100}{3}$  m/s  
 D)  $\frac{40}{3}$  m/s    E)  $\frac{125}{3}$  m/s

331. Un bloque de 2 kg se encuentra en reposo sobre una superficie rugosa, si se le ejerce una fuerza horizontal que varía según la gráfica adjunta. ¿Cuál sería la mayor rapidez que logrará adquirir el bloque al dirigirse hacia la derecha? ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).



- A) 40 m/s    B) 20 m/s    C) 50 m/s  
 D) 80 m/s    E)  $4\sqrt{5}$  m/s

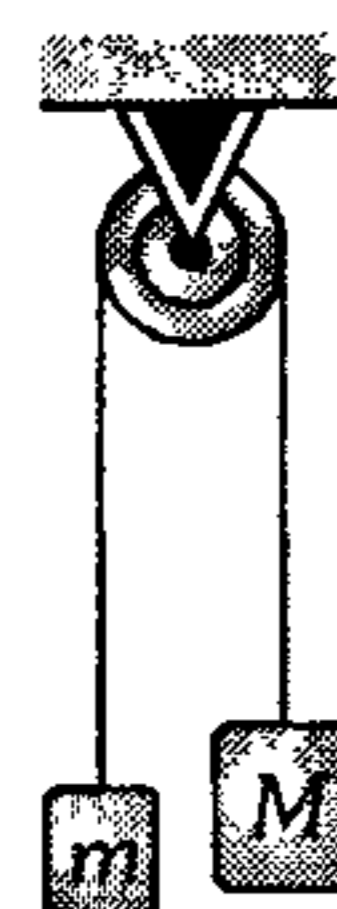
332. Un bloque de masa  $m$  se encuentra en reposo sobre una superficie sin fricción. En el instante  $t_0$  recibe un impulso  $\vec{I}_0$  en dirección paralela a la superficie y en el instante  $t_1$  recibe otro

impulso  $\vec{I}_1$  en la misma dirección. En el instante  $t > t_1$  el bloque ha recorrido la distancia

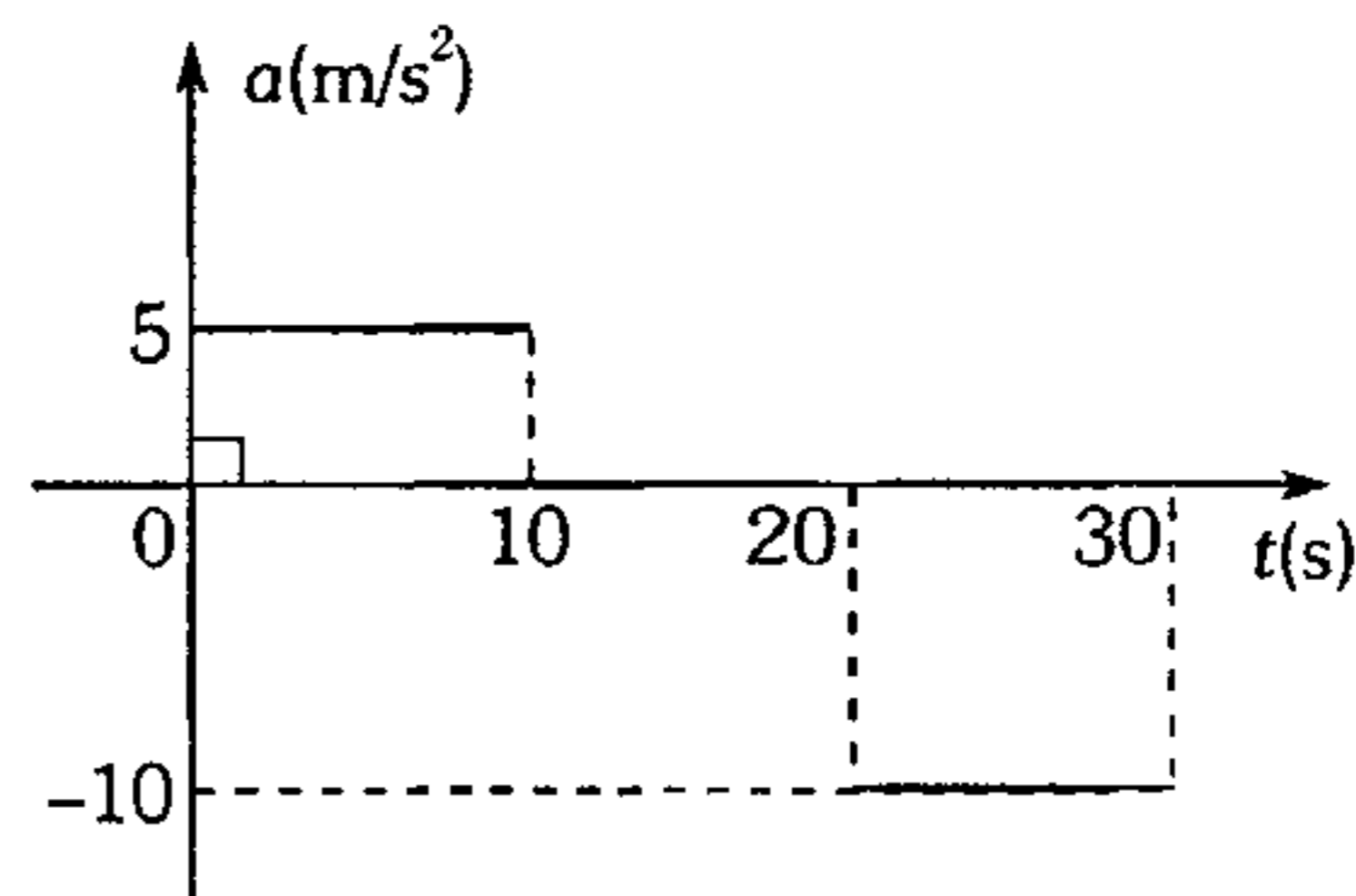
- A)  $\frac{I_0}{m}(t-t_0) + \frac{I_1}{m}t$   
 B)  $\frac{I_0}{m}(t-t_0) + \frac{I_1}{m}(t-t_1)$   
 C)  $\frac{I_0+I_1}{m}(t-t_1) + \frac{I_0}{m}t_0$   
 D)  $\frac{I_0}{m}t + \frac{I_1}{m}t$   
 E)  $\frac{I_0}{m}(t-t_0) + \frac{I_0+I_1}{m}(t-t_1)$

333. El sistema ( $M+m$ ) se abandona  $t=0$  segundos, luego de un intervalo de tiempo  $t_1$ , la velocidad de  $M$  es 10 m/s,  $M=3m=3$  kg. ¿Qué impulso ha recibido el sistema?

- A) 10 N×s  
 B) 20 N×s  
 C) 30 N×s  
 D) 40 N×s  
 E) cero

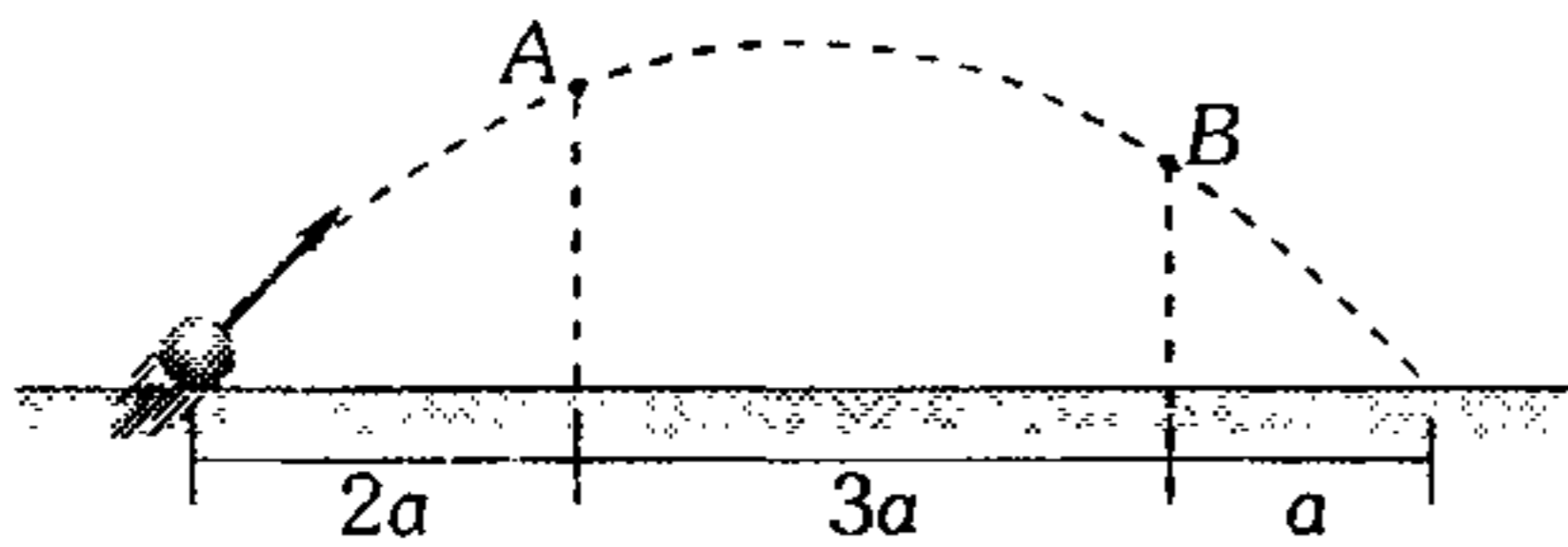


334. La figura muestra el gráfico aceleración versus tiempo para un bloque de 10 kg en movimiento rectilíneo. Determine el módulo del impulso resultante entre  $t=0$  y  $t=30$  s.



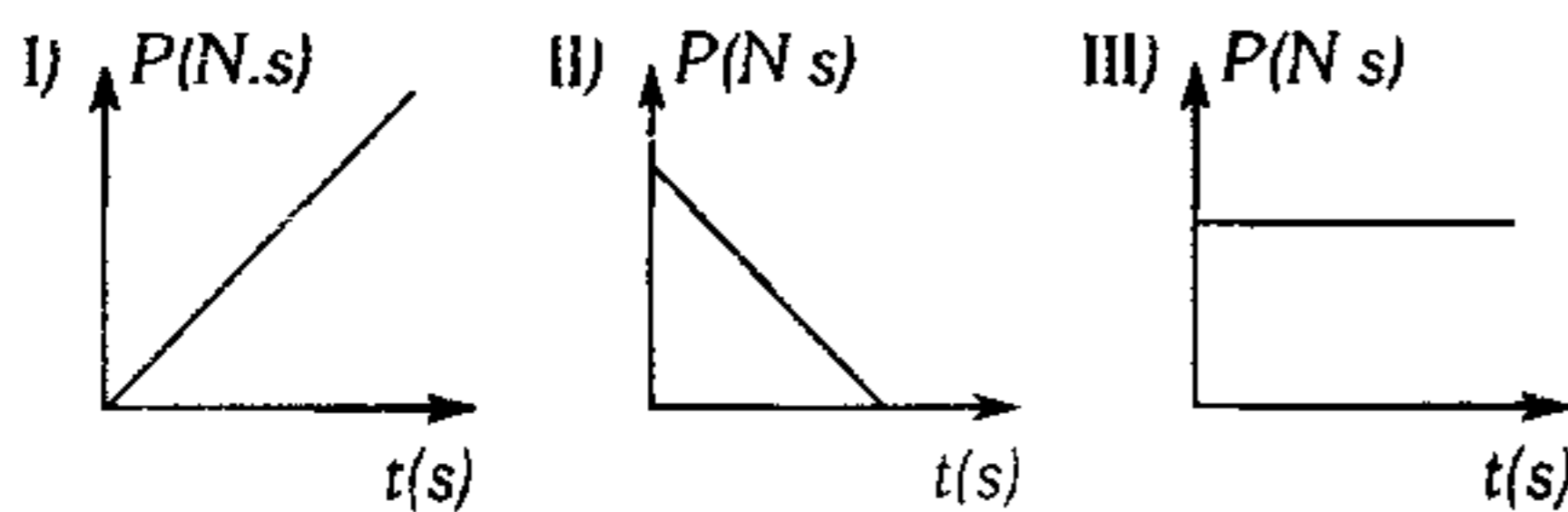
- A) cero    B) 10 N×s  
 C) 100 N×s  
 D) 50 N×s    E) 500 N×s

**335.** Una pequeña esfera de masa  $m$  es lanzada tal como se muestra. Si el tiempo de vuelo es  $t$  segundos, determine el módulo del cambio en la cantidad de movimiento de A hacia B.



- A)  $mgt$       B)  $2mgt$       C)  $1/2mgt$   
 D)  $6/2mgt$       E)  $5/2mgt$

**336.** Una esfera se deja en libertad a una altura  $h$  de la superficie terrestre. La gráfica que mejor expresa la variación de la cantidad de movimiento de la esfera como función del tiempo es



- A) solo I      B) solo II      C) I y II  
 D) ninguna      E) falta conocer la masa

**337.** Para un sistema de partícula, es cierto que

- A) si la fuerza resultante sobre él es nula, la velocidad del centro de masa es nula.  
 B) la velocidad del centro de masa es constante si la fuerza resultante es constante.  
 C) sólo si la cantidad de movimiento inicial del sistema y la fuerza resultante sobre él es cero, no varía la posición del centro de masa.  
 D) la aceleración del centro de masa es independiente de la fuerza exterior resultante al sistema.  
 E) el impulso del sistema se altera con el tiempo necesario.

**338.** Un extinguidor lanza horizontalmente cada segundo una masa fluida de 0.2 kg con una velocidad de 35 m/s. La masa del extinguidor lleno es de 2,4 kg. ¿Qué fuerza hay que aplicar sobre el extinguidor para mantenerlo verticalmente suspendido, en el instante en que empieza a funcionar?

- A) 24 N      B) 25 N      C) 7 N  
 D) 30 N      E) 50 N

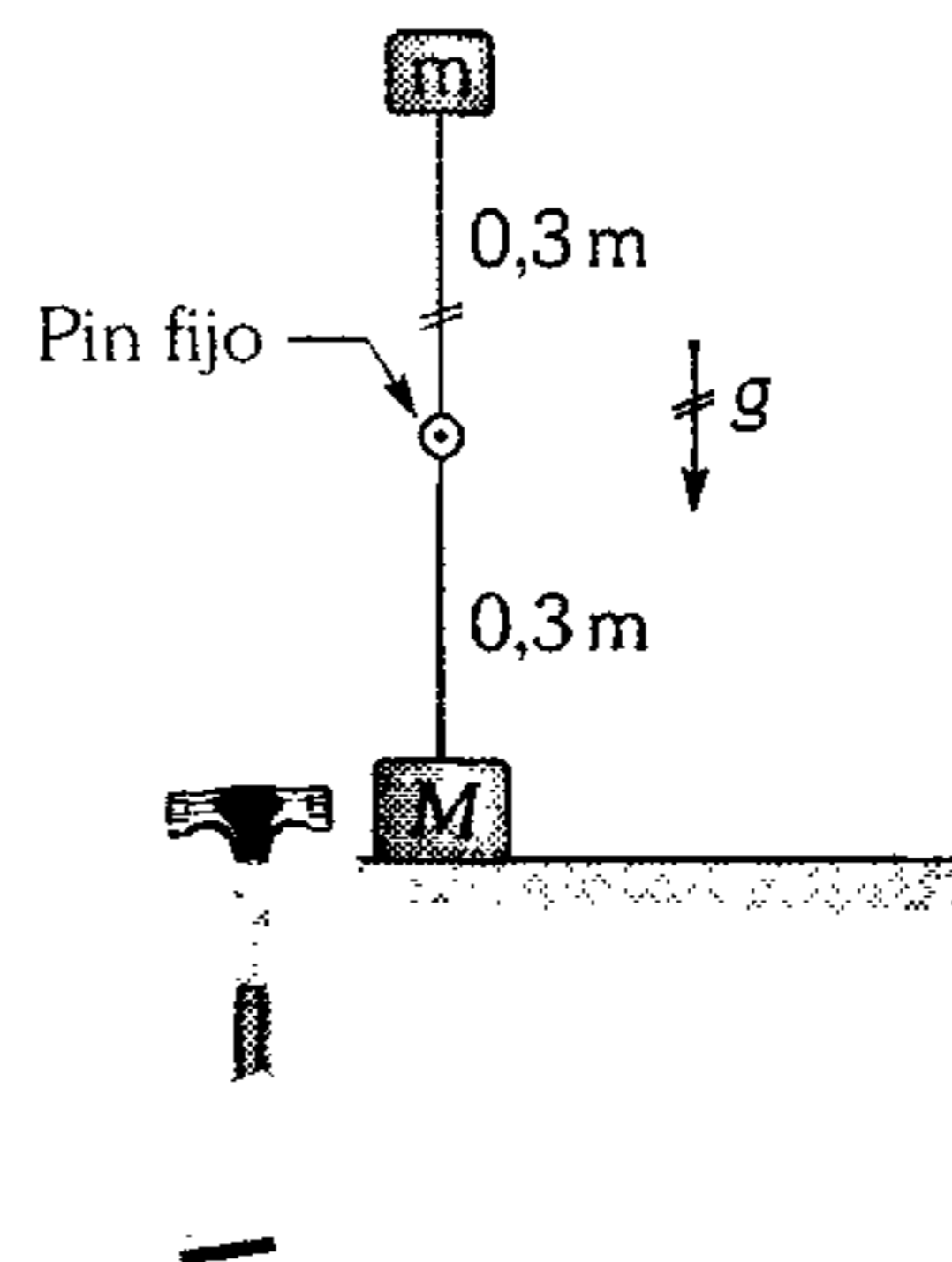
**339.** Un bloque de 2 kg reposa sobre una superficie horizontal ( $\mu_k = 0,2$ ). Si se le aplica una fuerza horizontal variable con el tiempo,  $F = (10 + 2t)$  N, siendo  $t$  tiempo transcurrido en segundos, ¿qué trabajo realizó la fuerza  $F$  durante 4 s. si en este tiempo el bloque recorre 10 m?

- A) 440 J      B) 580 J      C) 620 J  
 D) 400 J      E) 180 J

**340.** Una bala de 250 g impacta horizontalmente sobre un bloque de 1 kg unido a otro idéntico mediante un resorte de rigidez  $K = 100$  N/m. Si sólo existe rozamiento entre el segundo bloque y la superficie horizontal donde  $\mu_s = 0,5$ , determine con qué rapidez impactó la bala, si el segundo bloque está a punto de deslizarse cuando el resorte experimenta su máxima deformación. ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>).

- A) 4 m/s      B) 6 m/s      C)  $\sqrt{5}$  m/s  
 D) 10 m/s      E)  $2\sqrt{5}$  m/s

**341.** ¿Qué impulso (módulo) debe recibir el bloque de masa  $M = 2,5$  kg tal que la barra rígida y de masa despreciable llegue a la posición horizontal (no existe rozamiento)? ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>;  $m = 0,5$  kg).



- A) 5 N×s      B) 8 N×s  
 C) 10 N×s      D) 15 N×s  
 E) 20 N×s

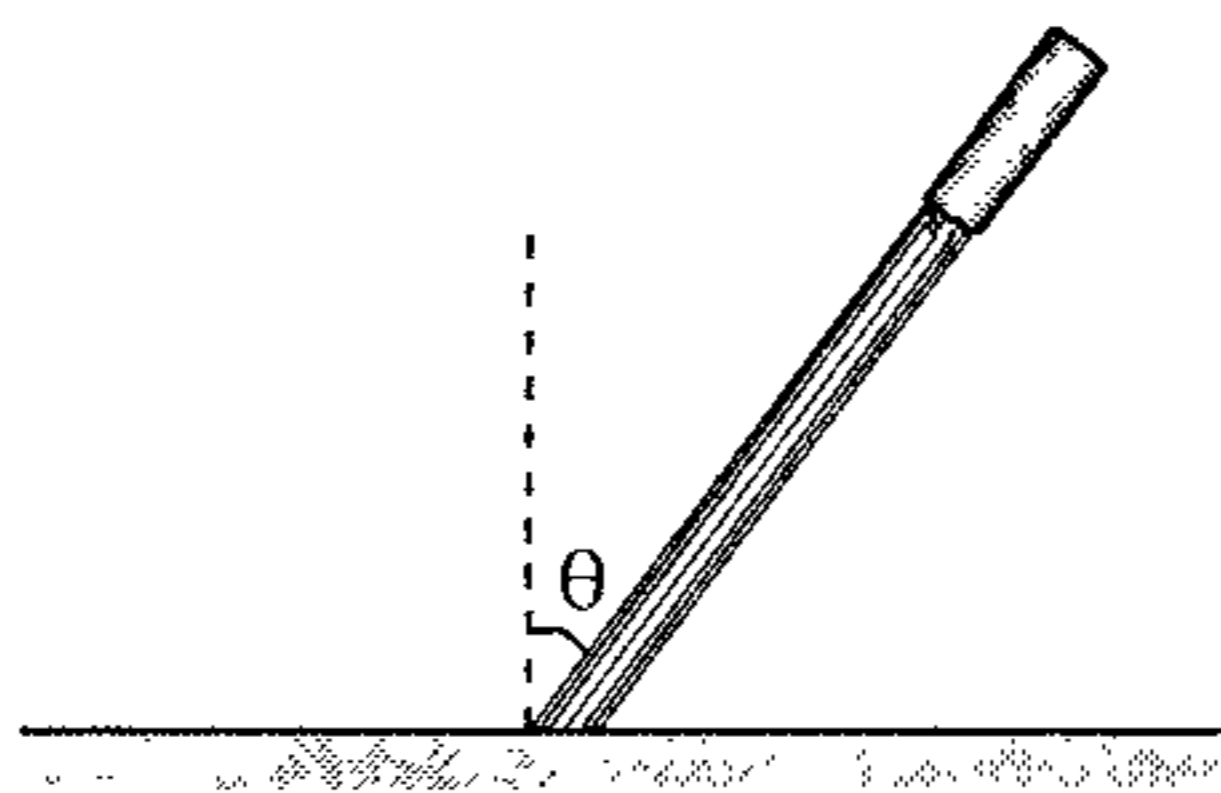
342. Una lancha de propulsión a chorro se mueve en un lago con velocidad constante, tomando agua de fuera y lanzándola hacia atrás en forma de chorro con una rapidez de 12 m/s respecto de la lancha. El área de la sección transversal del chorro es  $0,01 \text{ m}^2$ . Halle la rapidez constante de la lancha si la fuerza de resistencia que actúa sobre ella es proporcional al cuadrado de la rapidez  $F=10V^2$  (N).

- A) 8,6 m/s    B) 7,4 m/s    C) 9,2 m/s  
D) 10 m/s    E) 5 m/s

343. Una fuerza de 20 N actúa durante 10 m.s sobre un cuerpo en reposo, comunicándole 3 J de energía cinética. ¿Qué energía comunicará esta misma fuerza a dicho cuerpo si su velocidad inicial fuera 10 m/s y la fuerza actuara en el sentido de la velocidad?

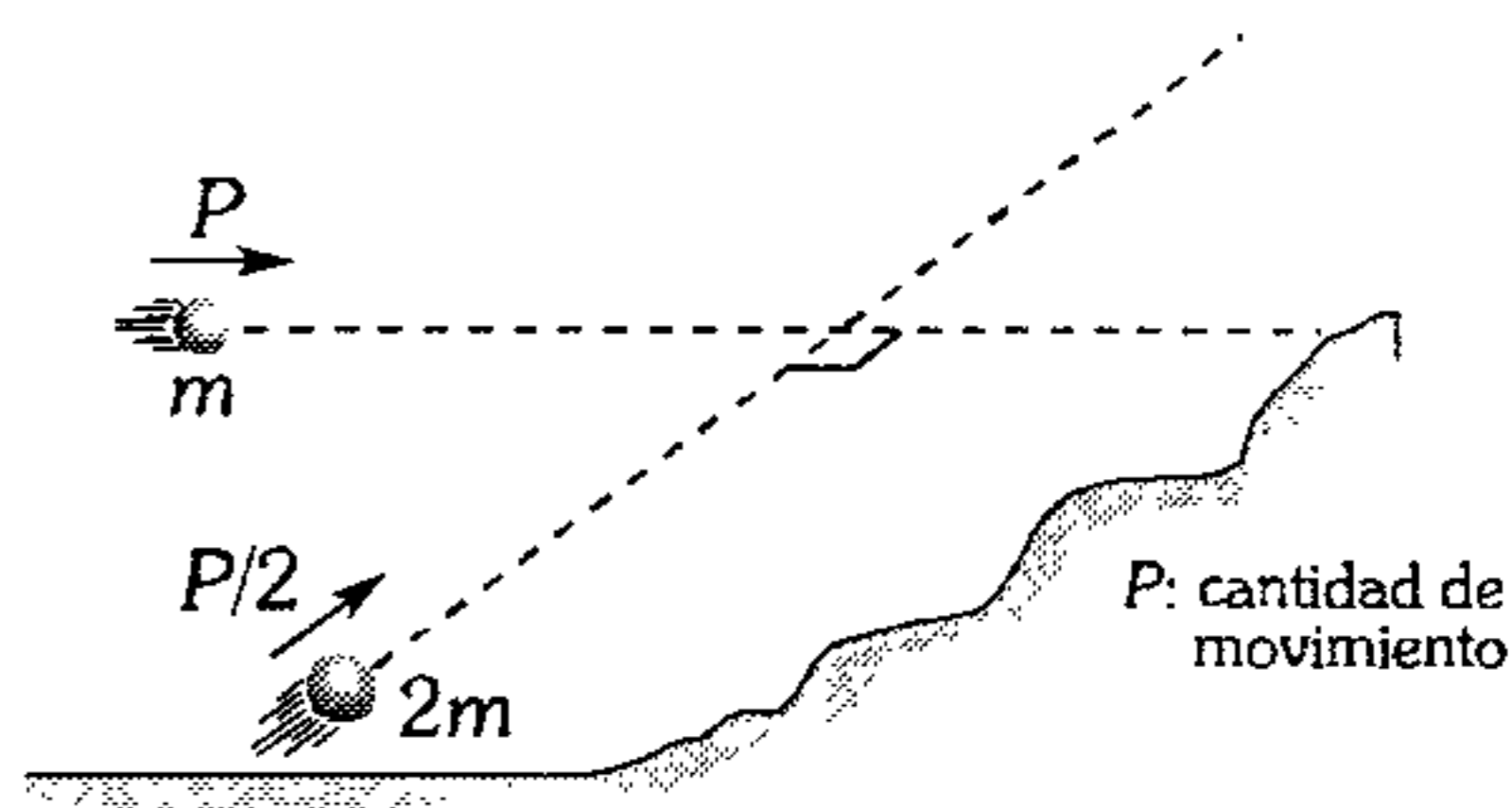
- A) 10 J    B) 9 J    C) 8 J  
D) 7 J    E) 5 J

344. Un chorro de cierto líquido choca tal como se muestra, extendiéndose sobre la superficie. Determine la presión sobre la superficie, siendo  $\rho$  la densidad del líquido y la rapidez con la que impacta en la superficie es  $V$ .



- A)  $\rho V^2 \cos^2 \theta$     B)  $\rho V^2 \cos \theta$   
C)  $\rho V^2 \sin^2 \theta$   
D)  $\rho V^2 \sin \theta$     E)  $\rho V \cos \theta$

345. Dos pequeñas esferas deslizan sobre una superficie horizontal lisa tal como se muestra, ellas al chocar intercambian el módulo de sus cantidades de movimiento. Determine la cantidad de energía que se disipa (en calorías) en el choque. (1 J=0.24 cal)

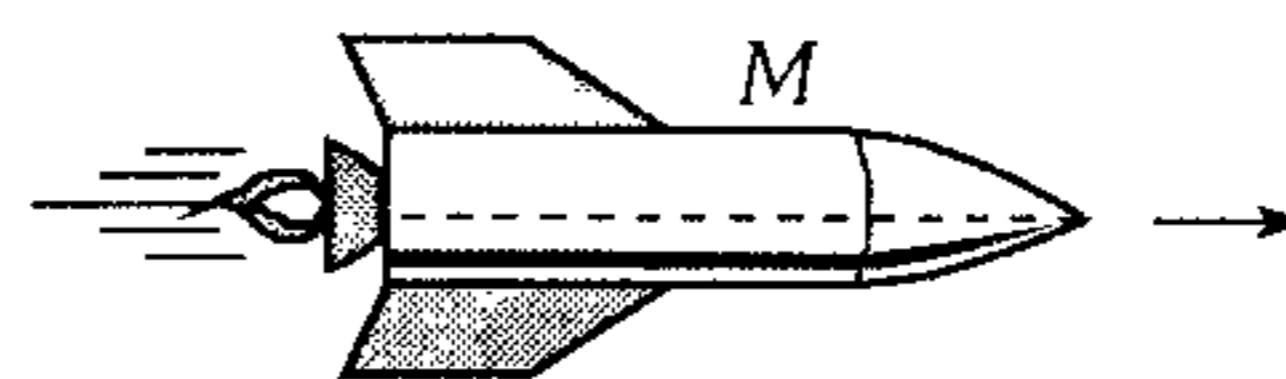


- A)  $5 \times 10^{-2} \frac{P^2}{m}$     B)  $40 \times 10^{-3} \frac{P^2}{m}$   
C)  $4,5 \times 10^{-2} \frac{P^2}{m}$   
D)  $4,5 \times 10^{-3} \frac{P^2}{m}$     E)  $15 \times 10^{-3} \frac{P^2}{m}$

346. Un hombre de  $M$  está sobre hielo con los patines puestos; si lanza horizontalmente una piedra de masa  $m$  con una rapidez  $V$ , ¿qué distancia recorre antes de detenerse, si el coeficiente de rozamiento cinético entre los patines y hielo es  $\mu$ ?

- A)  $\frac{mV^2}{\mu m}$     B)  $\left(\frac{mV}{M}\right)^2 / 2\mu g$   
C)  $\frac{mV^2}{M} / 2\mu g$   
D)  $\left(\frac{mV^2}{M}\right) \mu g$     E)  $\frac{mV}{M} \mu g^2$

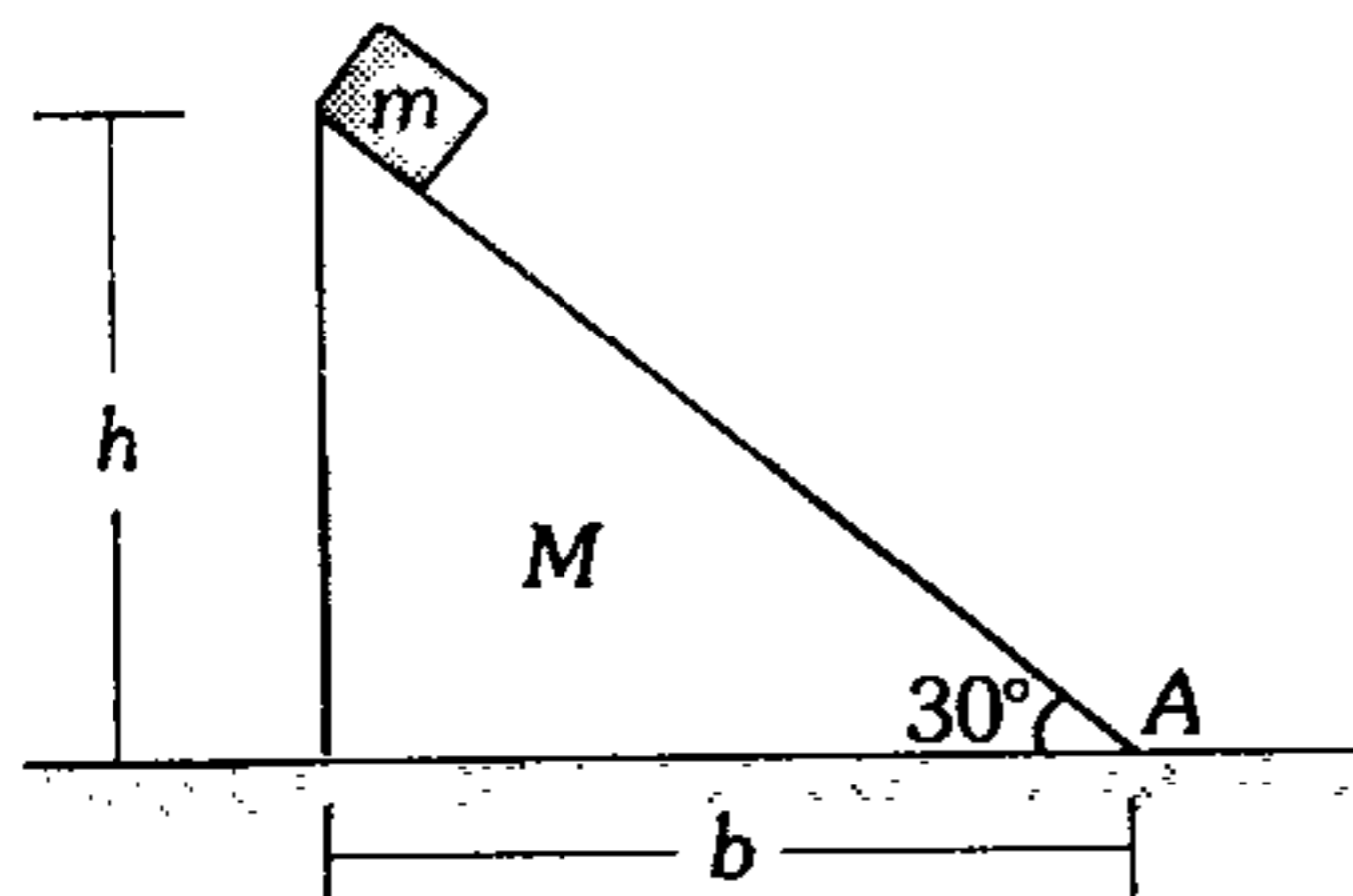
347. ¿Qué masa de combustible es necesario arrojar con la rapidez  $3V$  con respecto al cohete de masa  $M$  para que su velocidad aumente desde  $V$  a  $1,1 V$ ?



- A)  $M/20$     B)  $M/30$     C)  $M/60$   
D)  $M/24$     E)  $M/31$



348. Una cuña de 2 kg reposa sobre un plano horizontal liso, desde su vértice superior se suelta un bloque de 0,5 kg que desliza hacia abajo. ¿Cuánto avanzará el vértice de A cuando el bloquecito llegue a dicho punto?

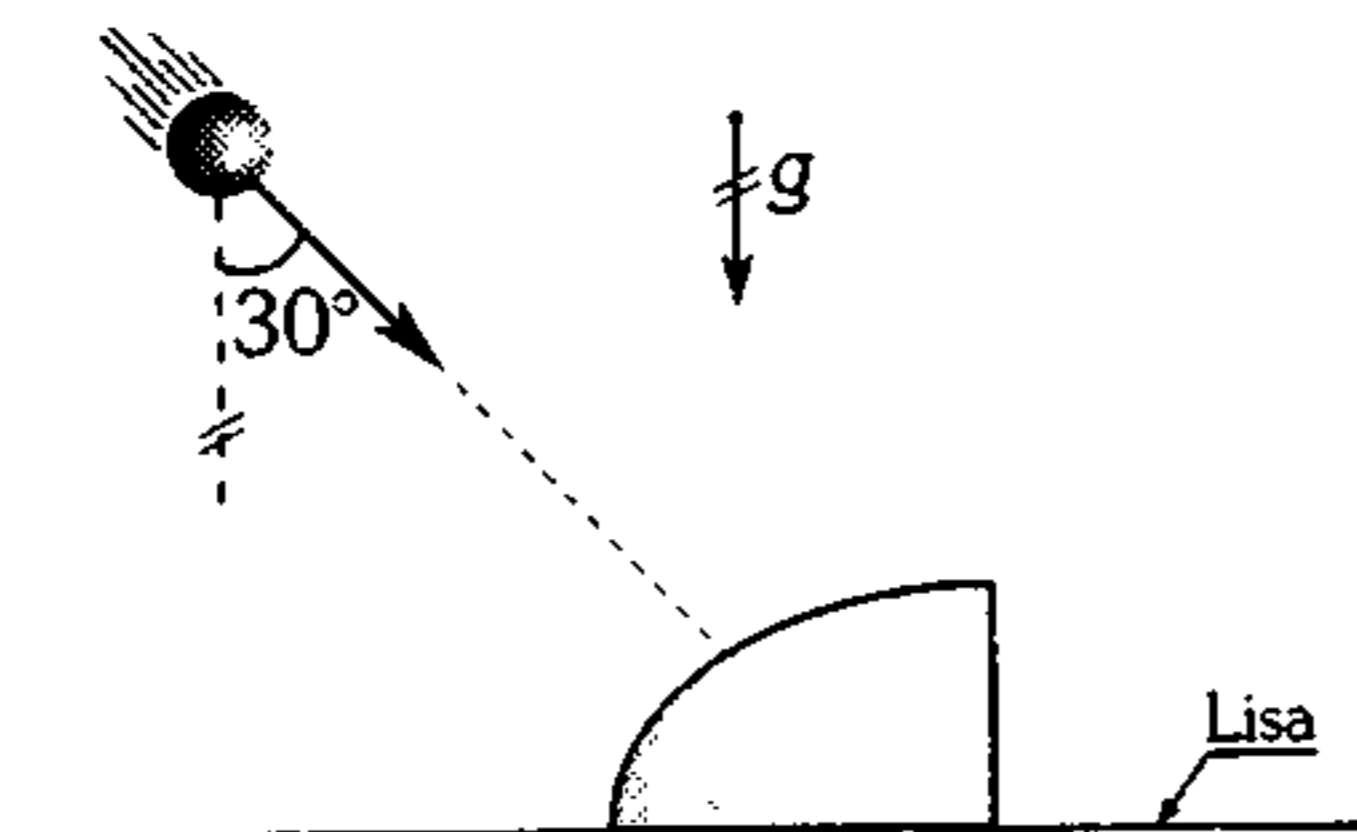


- A)  $1/3 b$     B)  $1/2 b$     C)  $1/4 b$   
D)  $1/5 b$     E)  $2/3 b$

349. Una cuña de 200 g con el ángulo de  $60^\circ$  de base se encuentra en una mesa horizontal lisa. Por el plano inclinado de la cuña sube un escarabajo con una velocidad constante de 11 cm/s respecto a la cuña. Calcule la velocidad de la cuña, si el escarabajo tiene 20 g de masa y comenzó a moverse cuando la cuña estaba en reposo.

- A) 3 cm/s    B) 2 cm/s    C) 1 cm/s  
D) 0,8 cm/s    E) 0,5 cm/s

350. Una pequeña esfera de 100 g impacta con una rapidez de 50 m/s contra un dique de 2 kg el cual se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Si la esfera rebota vertical, determine la rapidez que adquiere el dique.

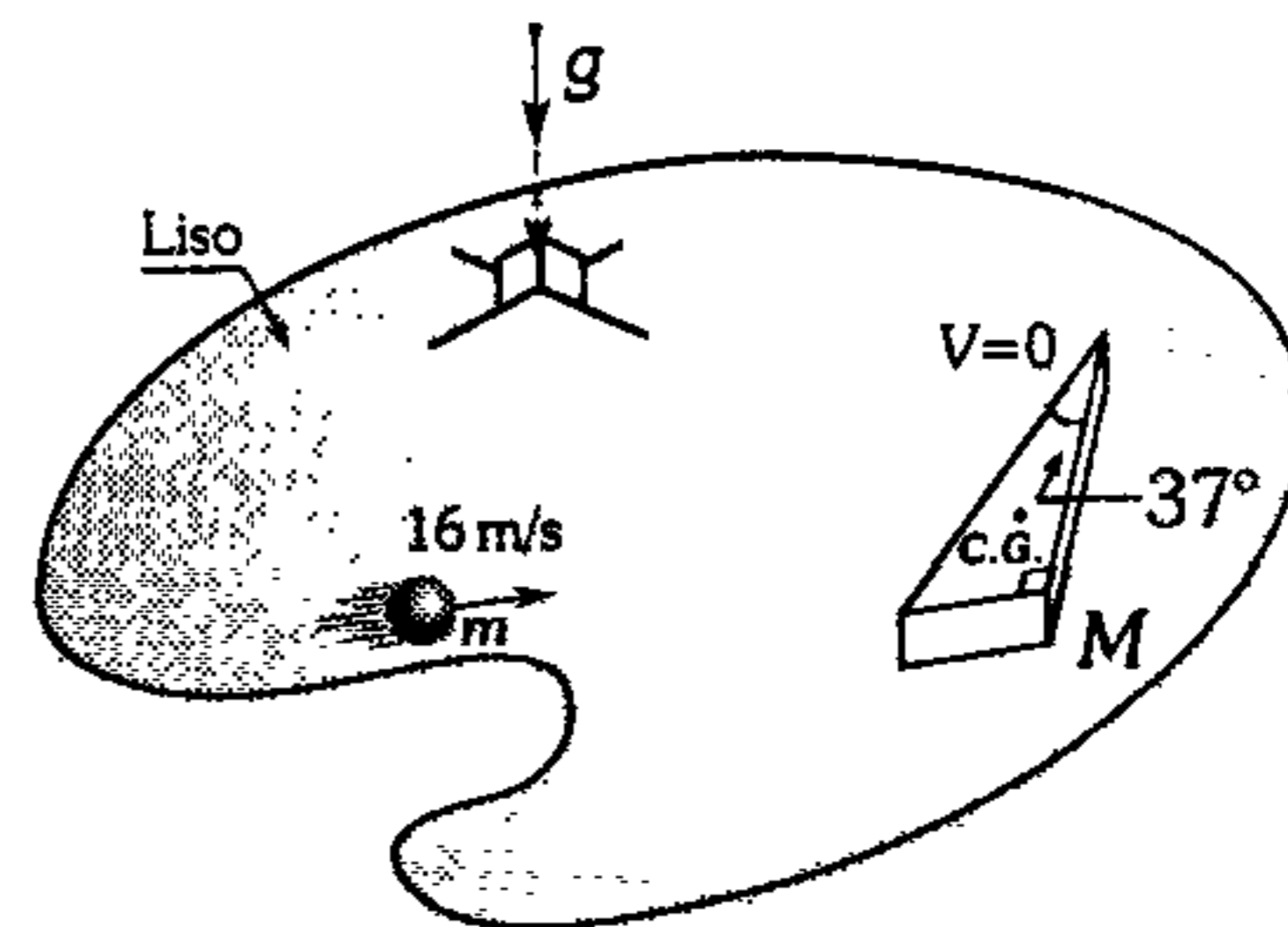


- A) 2 m/s    B) 1 m/s    C) 5 m/s  
D) 1,25 m/s    E) 1,5 m/s

351. Una granada es lanzada verticalmente con una rapidez de 5 m/s y al llegar a la parte más alta de su trayecto explota en 3 partes iguales. Una de las partes se desplaza verticalmente hacia arriba con 2 m/s y otra de las partes posee una velocidad  $(8; -6)$  m/s. Determine la velocidad de la tercera parte.

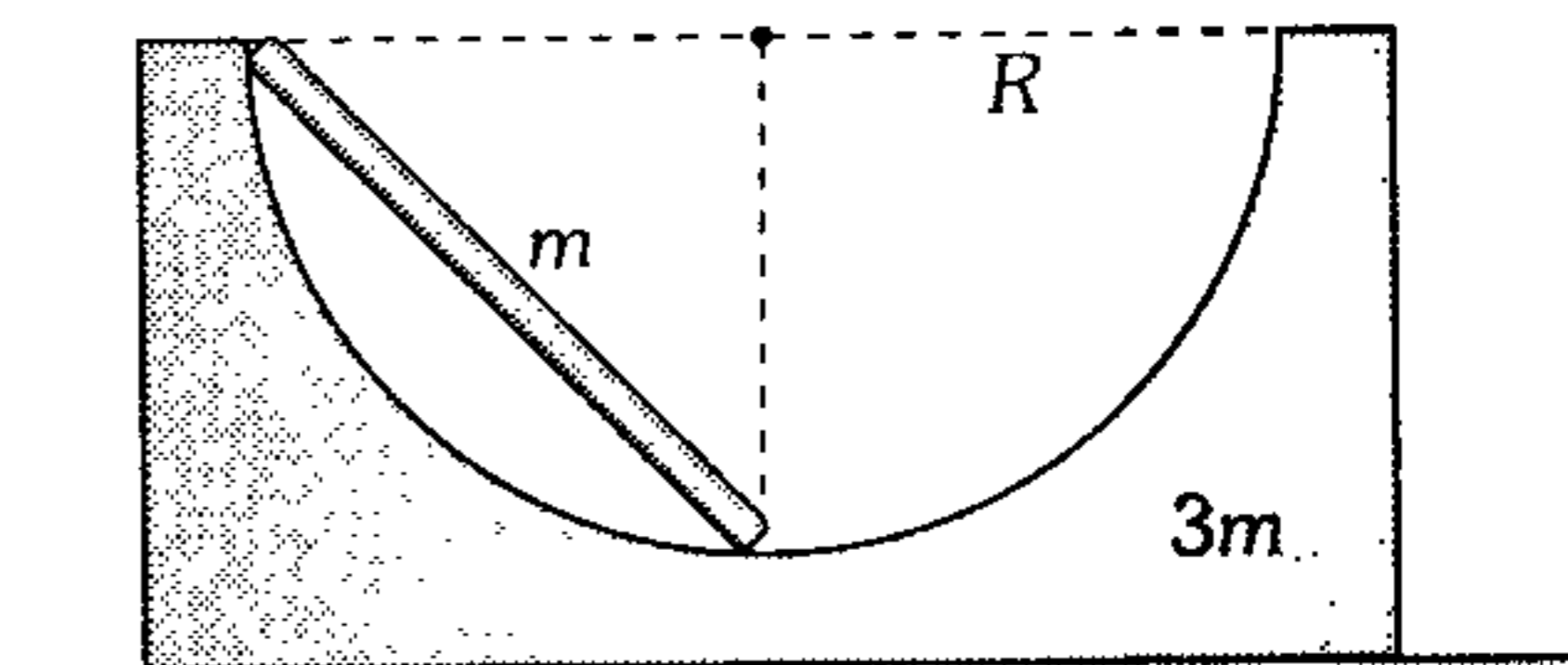
- A)  $(7; -4)$  m/s    B)  $(8; -6)$  m/s  
C)  $(7; 4)$  m/s  
D)  $(6; -8)$  m/s    E)  $(-8; 4)$  m/s

352. En la figura mostrada, determine la rapidez de la esfera lisa luego del choque, si la rapidez que adquiere la cuña lisa, es de 2 m/s y solo se traslada ( $M=5m$ ).



- A) 10 m/s    B) 8 m/s    C) 2 m/s  
D) 4 m/s    E) 16 m/s

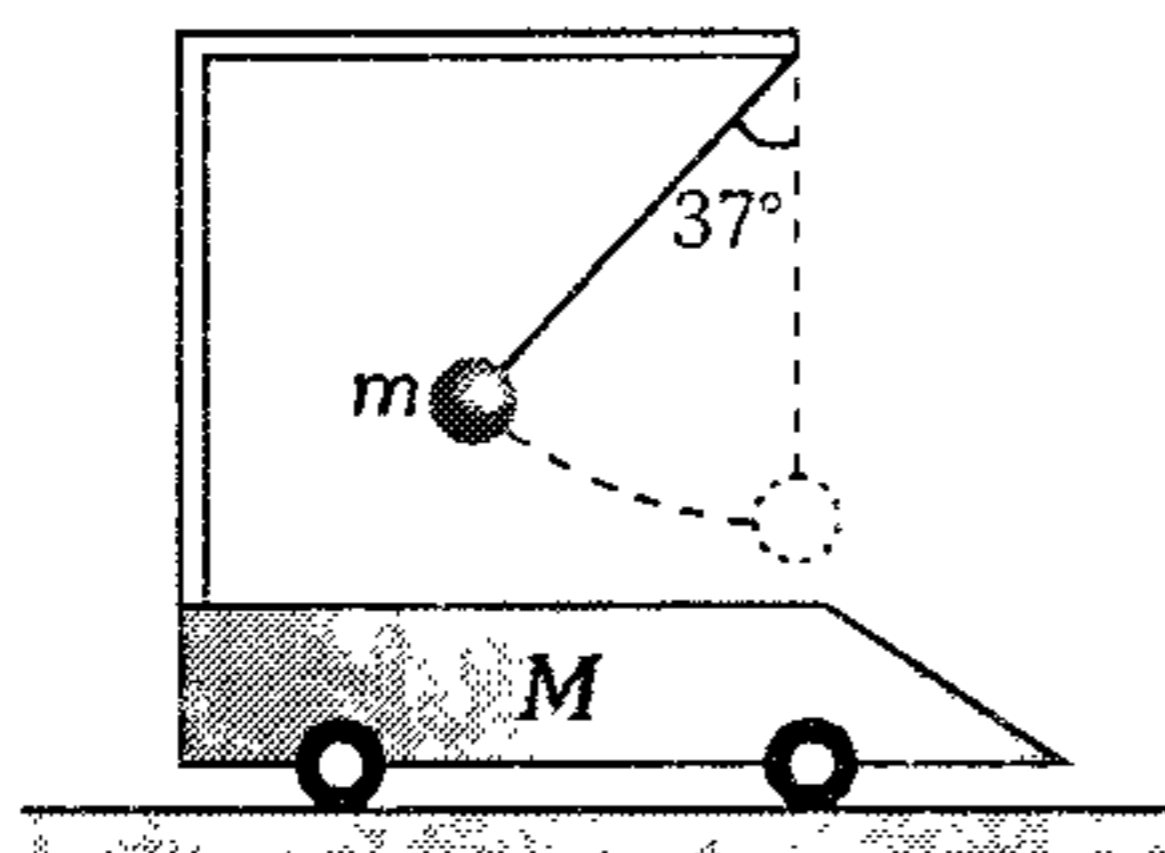
353. Si al sistema mostrado, carente de rozamiento, se le abandona en la forma mostrada, determine la distancia horizontal que habrá recorrido la cuña cilíndrica, cuando la barra homogénea se coloque en forma horizontal. ( $R=0,8$  m)



- A) 0 cm    B) 2 cm    C) 6 cm  
D) 8 cm    E) 10 cm

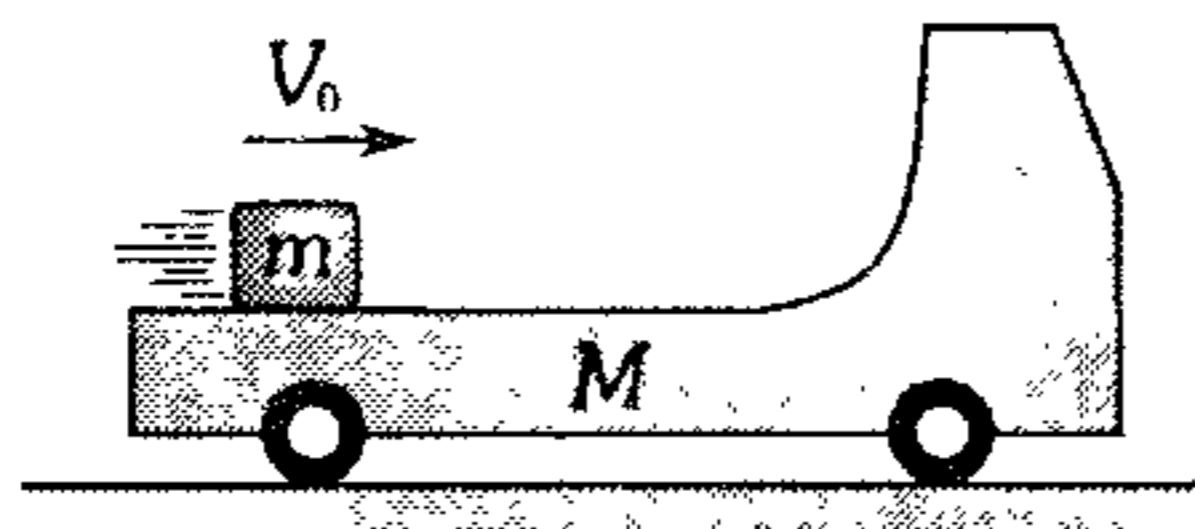
354. Un carro de 4 kg puede moverse sin fricción sobre un plano horizontal. En el techo del carro fue colgada una esfera de 1 kg unida a una cuerda de 5 m de longitud. En el instante inicial, el carro y la esfera estaban en reposo y la cuerda fue inclinada un ángulo de  $37^\circ$  con respecto a la vertical, luego es soltada la esfera. Determine la rapidez del carro cuando la cuerda está en posición vertical. (Considere  $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 0,5 m/s
- B) 1 m/s
- C) 2 m/s
- D) 3 m/s
- E) 3,5 m/s

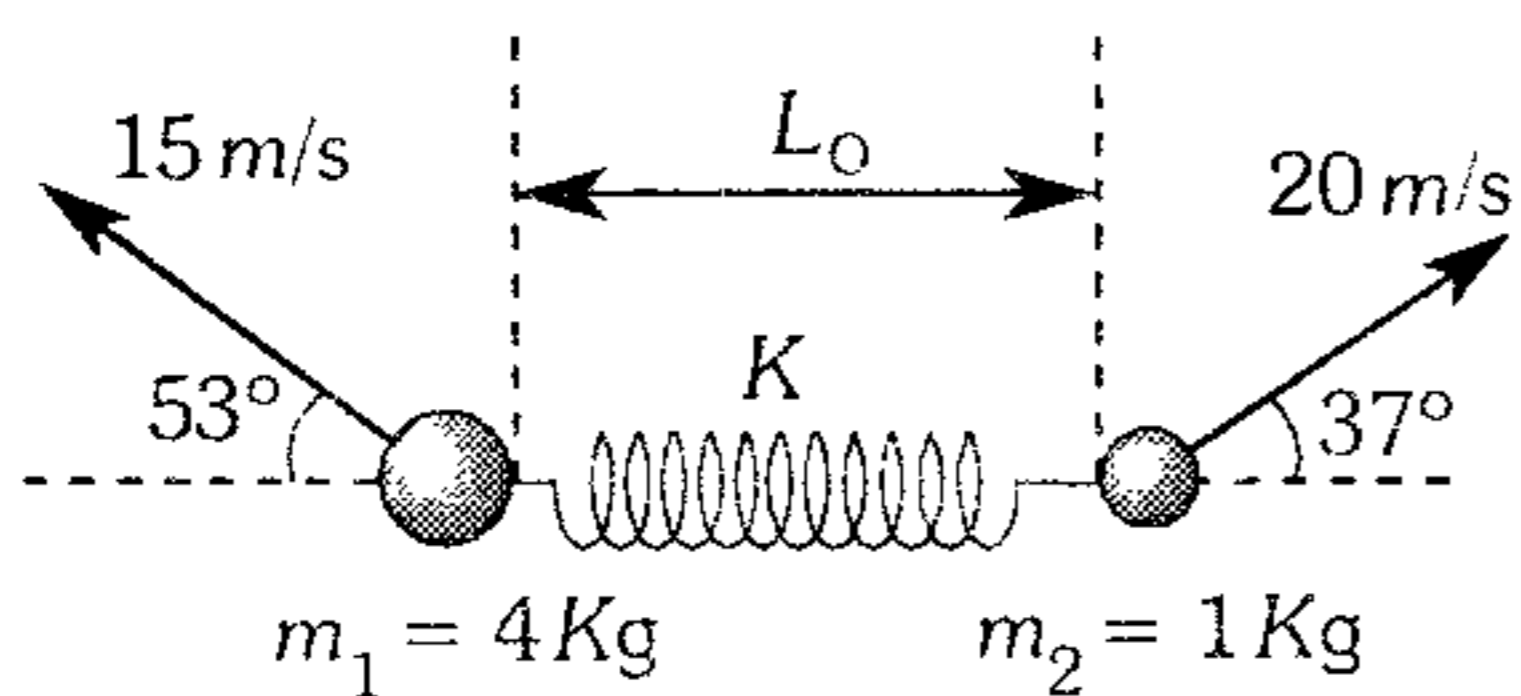


355. Encima de  $M$  que descansa sobre una pista lisa, se tiene un bloque  $m$  al cual se le comunica una rapidez  $V_0=6 \text{ m/s}$ . ¿A qué altura asciende el bloque liso respecto al nivel inicial luego de separarse de  $M=5m$ ? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 1,8 m
- B) 1,6 m
- C) 1,5 m
- D) 1,2 m
- E) 1,0 m

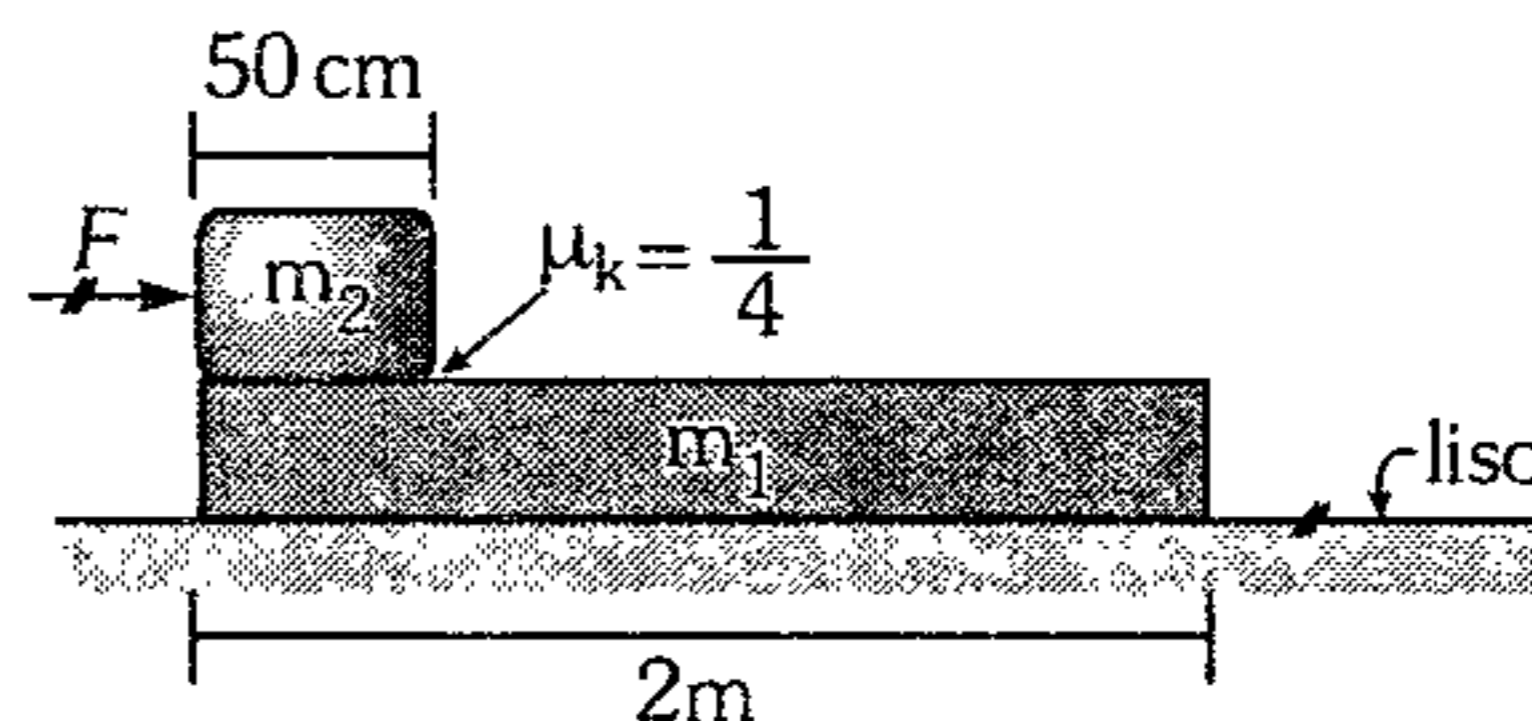


356. Dos esferas pequeñas están soldadas a un resorte cuya longitud natural es  $L_0=0,62 \text{ m}$ . En el instante mostrado, se mueven sobre un plano horizontal liso. Determine la mínima separación entre ambas esferas. ( $K=125 \text{ N/cm}$ )



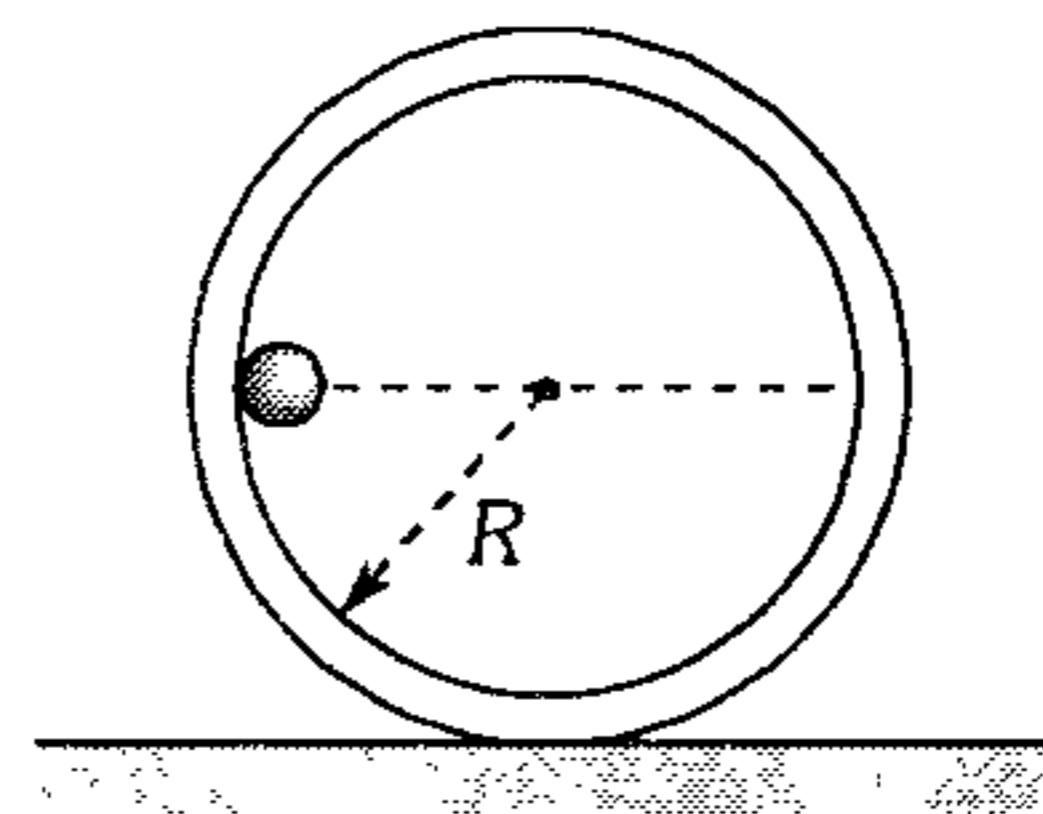
- A) 0,2 m
- B) 0,3 m
- C) 0,4 m
- D) 0,5 m
- E) 0,6 m

357. En el instante mostrado, el sistema inicia su movimiento por la acción de la fuerza constante de módulo  $F=11,5 \text{ N}$ . ¿Después de qué tiempo de iniciado el movimiento, la masa  $m_2$  llegará al punto  $B$ ? ( $m_1=20 \text{ kg}$ ,  $m_2=2 \text{ kg}$ )



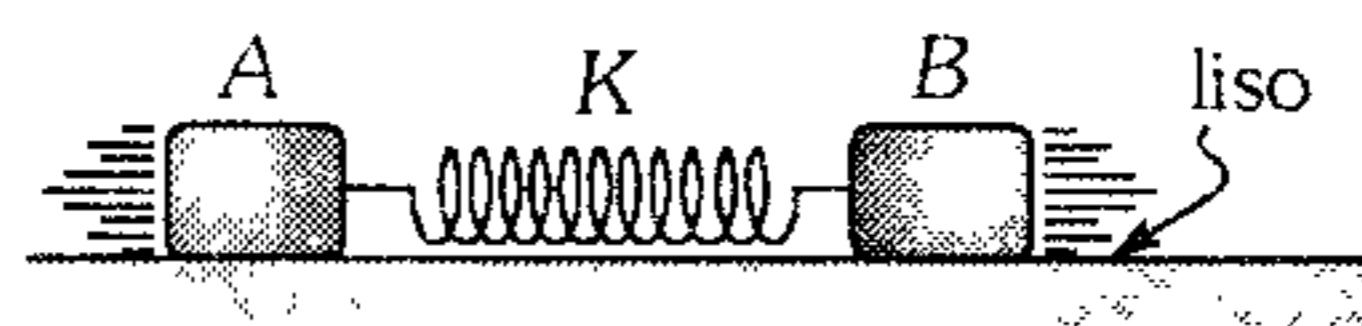
- A) 3 s
- B) 2 s
- C) 2,5 s
- D) 1,5 s
- E) 1 s

358. Se deja en libertad a la esferita de masa  $m$ . Determine la máxima rapidez que adquiere ella, si el cilindro hueco de radio  $R$  y masa  $M$  inicialmente se encontraba en reposo (superficies lisas).



- A)  $\sqrt{\frac{2MgR}{(M+m)}}$
- B)  $\sqrt{\frac{2mgR}{(M+m)}}$
- C)  $\sqrt{\frac{MgR}{(M+m)}}$
- D)  $\sqrt{\frac{3MgR}{(M+m)}}$
- E)  $\sqrt{gR}$

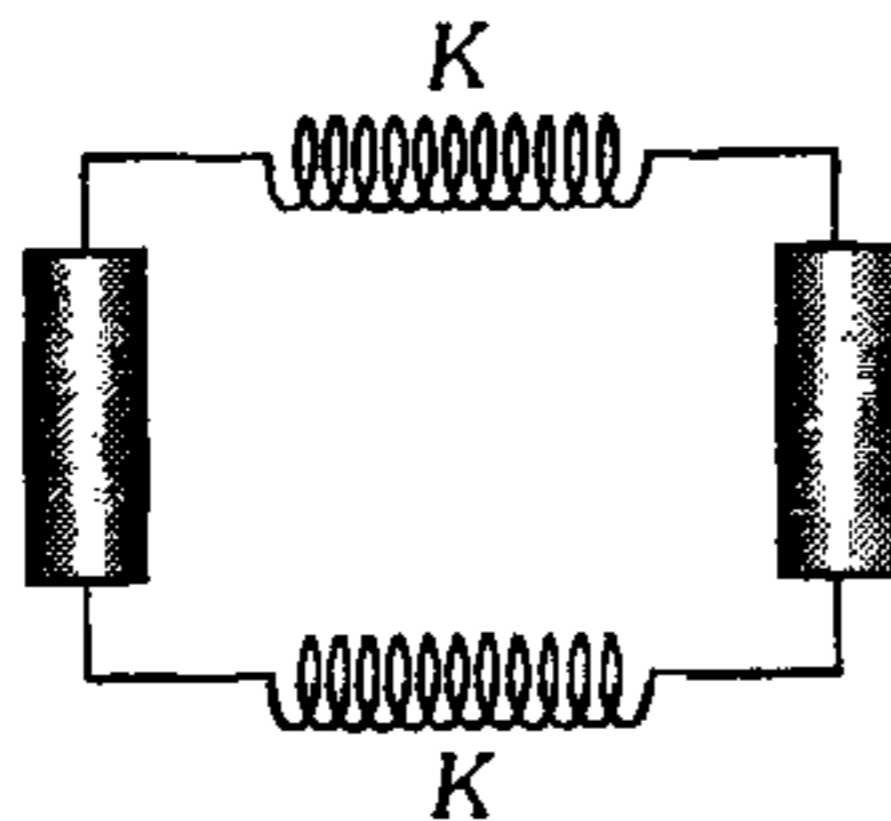
359. Al soltar el sistema, el bloque  $B$  adquiere una velocidad máxima de  $0,5 \text{ m/s}$ . Halle la energía que inicialmente tenía el resorte. ( $m_A=1 \text{ kg}$ ;  $m_B=2 \text{ kg}$ )



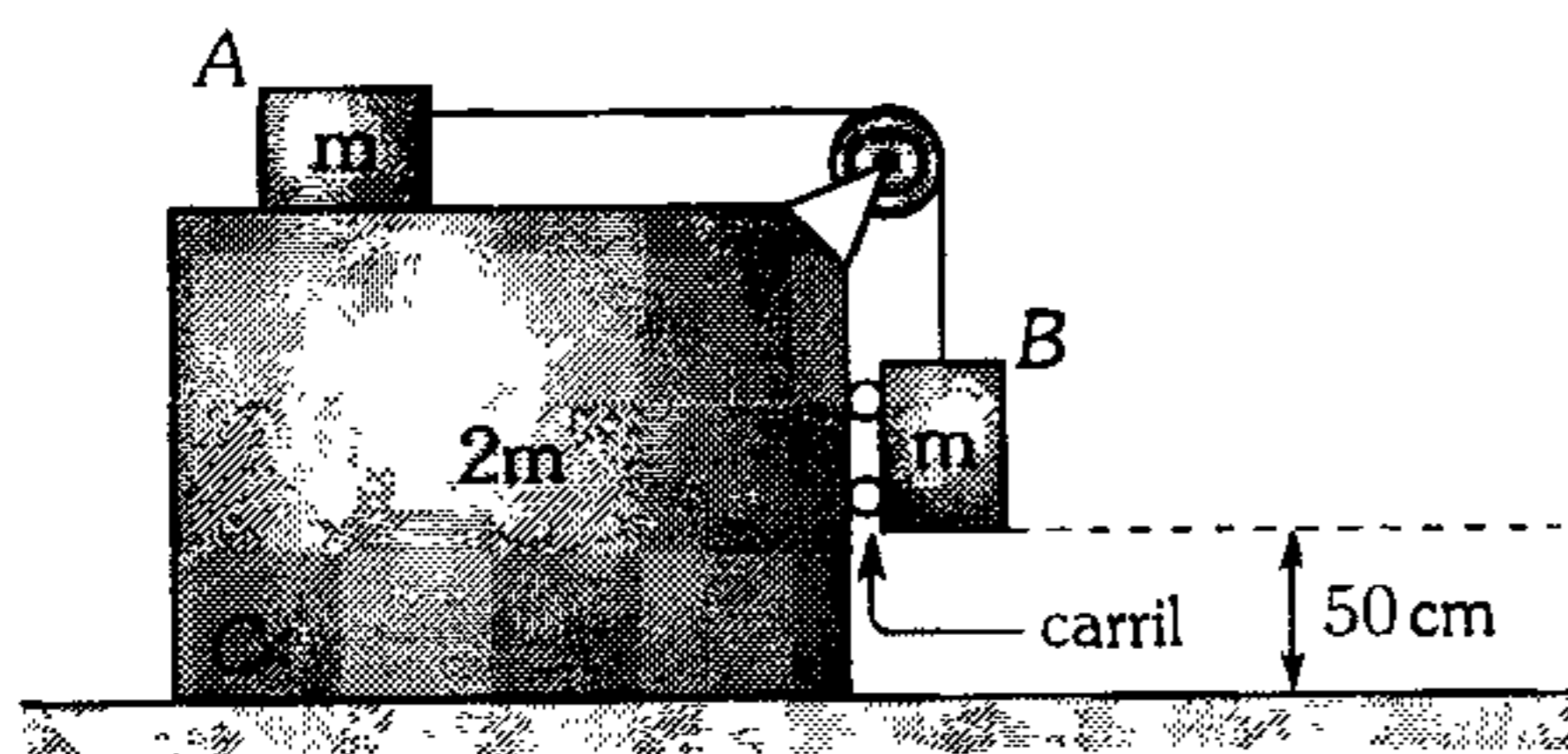
- A) 0,25 J
- B) 0,5 J
- C) 0,75 J
- D) 1 J
- E) 1,75 J

360. Dos rodillos lisos, uno de 0,5 kg y el otro de 2 kg se sueltan sobre una mesa horizontal cuando los resortes idénticos de  $K=2000 \text{ N/m}$  se encuentran estirados 10 cm. ¿Qué máxima rapidez adquirirá el rodillo de menor masa?

- A) 8 m/s
- B) 6 m/s
- C) 4 m/s
- D) 2 m/s
- E) 1 m/s



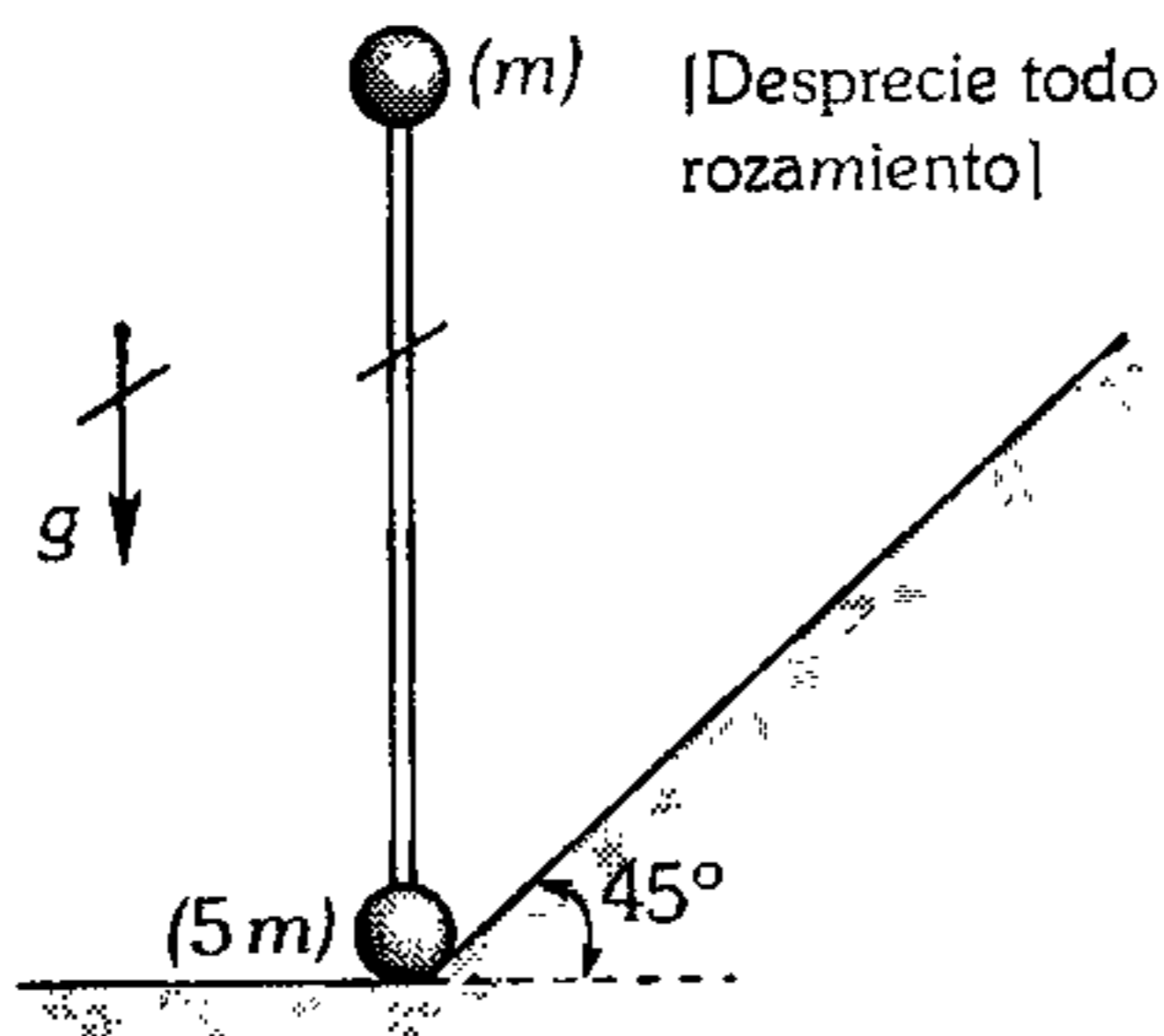
361. Determine la rapidez que presenta el bloque C, en el preciso instante en que el bloque B llega al piso, si es abandonado en la posición mostrada. Desprecie todo tipo de rozamiento ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



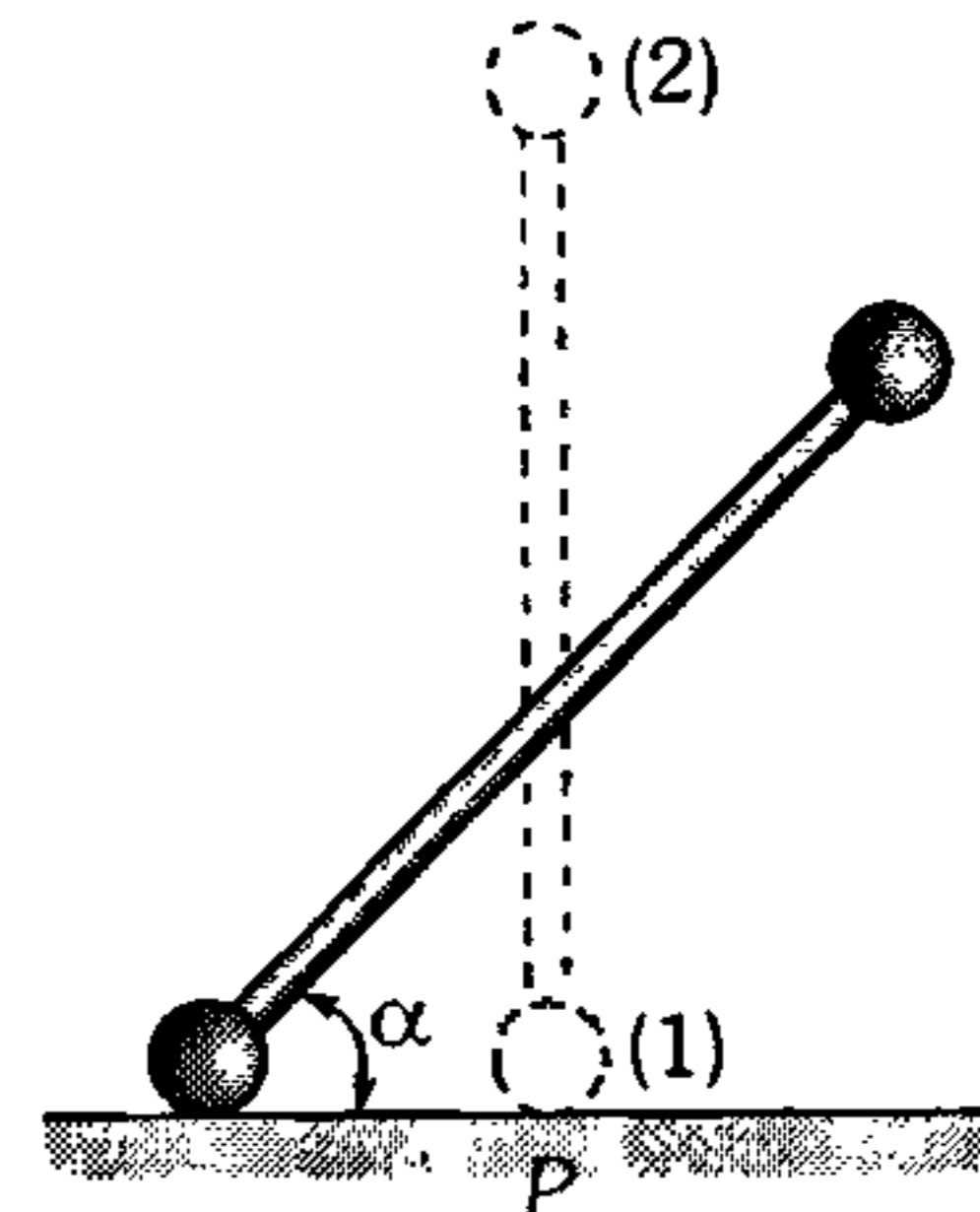
- A)  $\sqrt{\frac{5}{14}} \text{ m/s}$
- B)  $\sqrt{\frac{10}{21}} \text{ m/s}$
- C)  $\sqrt{\frac{7}{2}} \text{ m/s}$
- D)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}$
- E)  $\sqrt{\frac{5}{7}} \text{ m/s}$

362. La barra homogénea de masa  $2m$  se desvía ligeramente hacia la derecha y se suelta. Determine el ángulo que forma la barra con la horizontal cuando el sistema impacta sobre la superficie inclinada.

- A)  $16^\circ$
- B)  $37^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $8^\circ$
- E)  $30^\circ$



363. Determine el módulo de la fuerza que la esfera (1) ejerce sobre el plano horizontal liso en el instante en que la barra delgada y de masa despreciable forme  $30^\circ$  con la horizontal. El sistema se deja en libertad cuando la barra estaba dispuesta en forma vertical ( $m_1=m_2=4,9 \text{ kg}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 10 N
- B) 20 N
- C) 30 N
- D) 40 N
- E) 80 N

364. En el problema anterior determine para qué valor de  $\alpha$  la fuerza de tracción en la barra pasa de ser fuerza de compresión a fuerza de tensión.

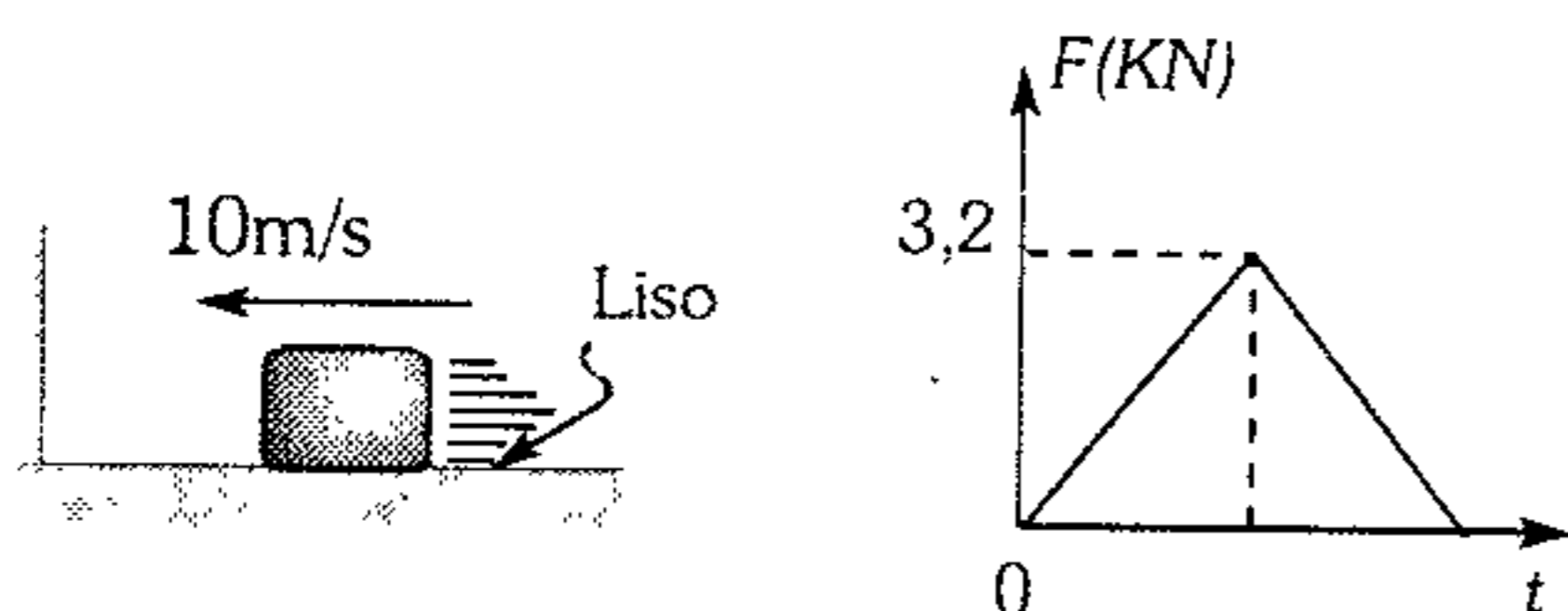
- A)  $30^\circ$
- B)  $16^\circ$
- C)  $\text{arcsen} \frac{\sqrt{3}}{3}$
- D)  $\text{arcsen}(\sqrt{3}-1)$
- E)  $\text{arcsen} \left( \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)$

365. En el problema anterior determine en qué relación se encuentra la rapidez de (2) y de (1) para el instante mostrado.

- A)  $1 + \tan^2 \alpha$
- B)  $\frac{\tan^2 \alpha}{2}$
- C)  $1 + 4 \cot^2 \alpha$
- D)  $\frac{\text{sen}^2 \alpha}{4}$
- E)  $\frac{2 \cot^2 \alpha + 1}{2}$

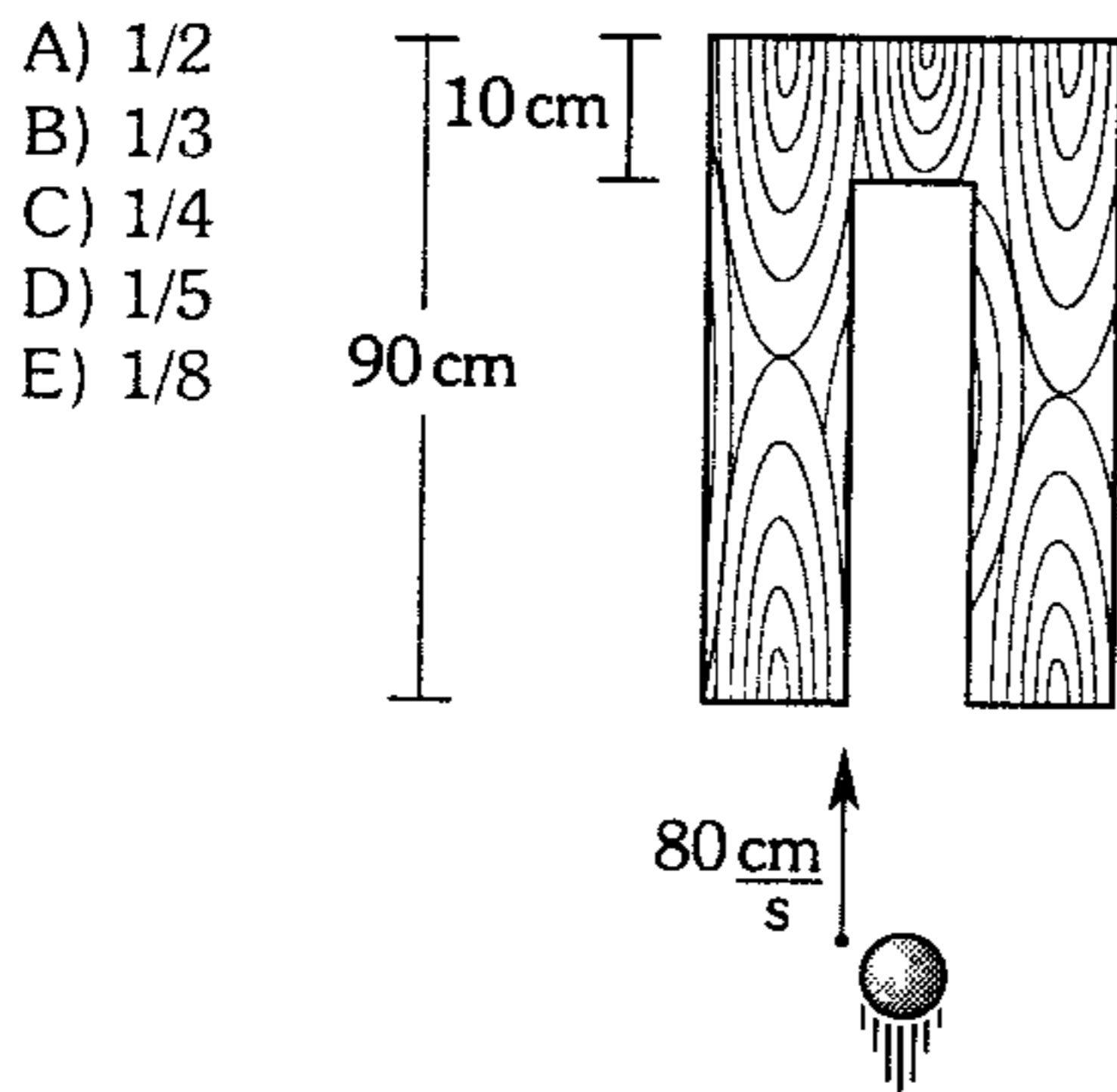
## Choques

366. Cuando una barra de 1 kg choca contra una pared vertical experimenta una fuerza cuyo valor varía según la gráfica. ¿Qué intervalo de tiempo estuvo el cuerpo en contacto con la pared? Considere  $e=0,6$ .



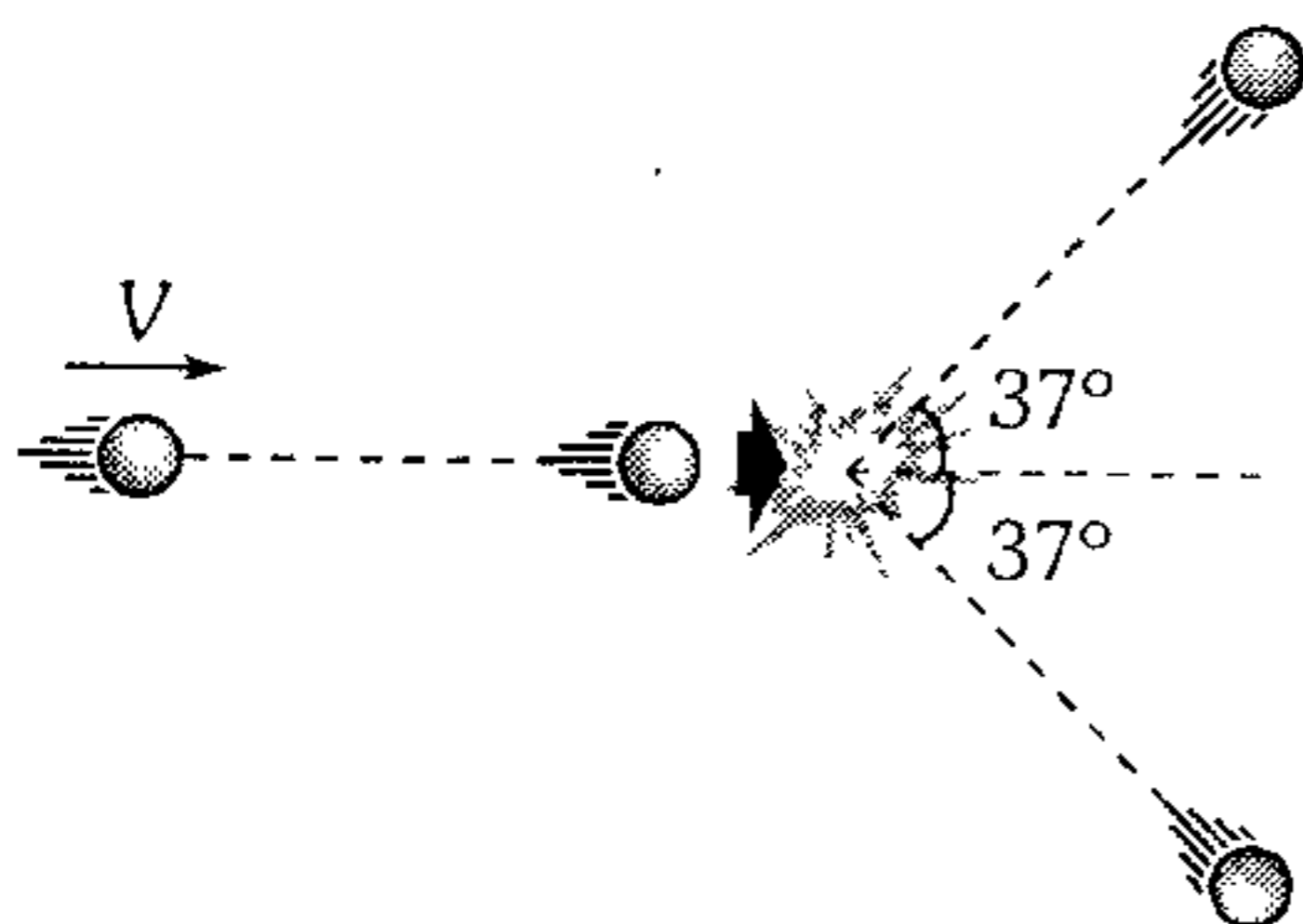
- A) 5 s      B) 10 s      C) 20 s  
D) 30 s      E) 40 s

367. El gráfico nos muestra un pedazo de madera inicialmente en reposo y una pequeña esfera sobre una superficie horizontal lisa. Si la esfera estuvo dentro del bloque durante 4 s; determine el coeficiente de restitución del choque.



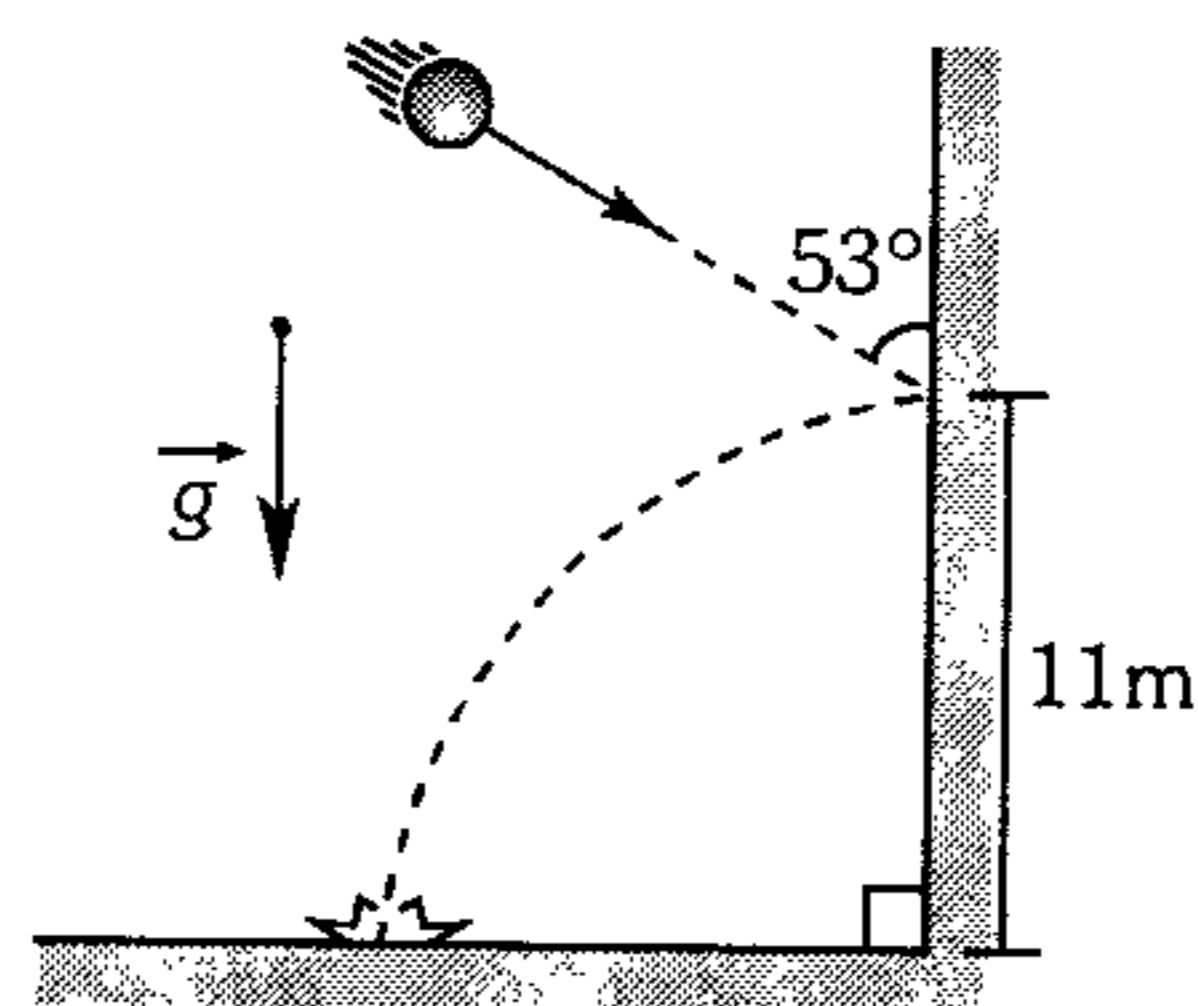
- A) 1/2  
B) 1/3  
C) 1/4  
D) 1/5  
E) 1/8

368. Una bola choca con otra idéntica en reposo. Si después del choque se mueven como se indica, ¿qué tipo de choque es? Las bolas se mueven en una mesa horizontal lisa.



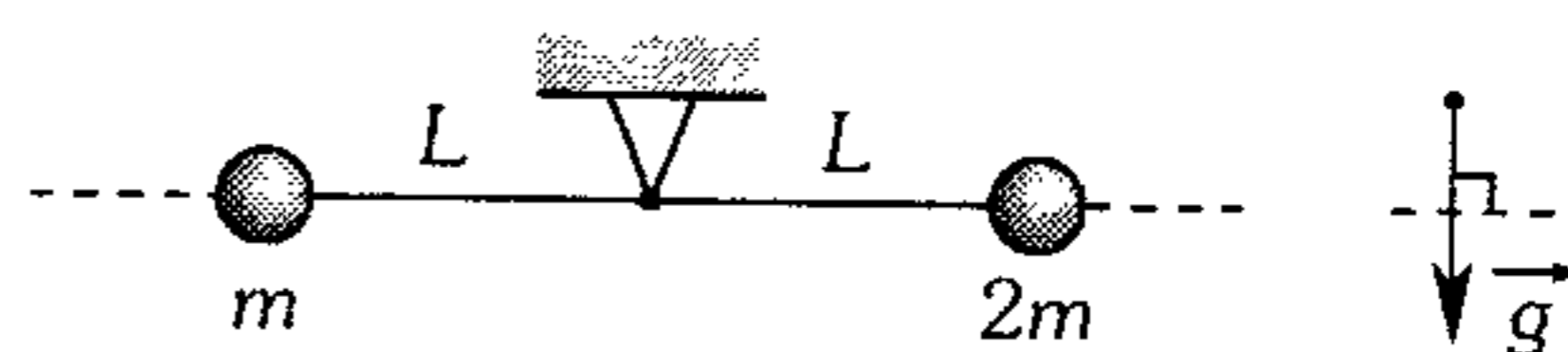
- A) elástico  
B) inelástico  
C) plástico  
D) falta conocer  $e$   
E) falta conocer  $V$

369. La esfera lisa de 0,5 kg impacta con la pared con 10 m/s tal como muestra la figura. Si todos los choques son inelásticos ( $e=0,5$ ) determine la distancia entre los puntos del segundo y tercer impacto. Desprecie el impulso de la fuerza de gravedad en el primer choque.



- A) 1,6 m      B) 3,2 m      C) 6,4 m  
D) 0,8 m      E) 1,2 m

370. Las esferas son soltadas en la posición indicada. Si después del choque  $2m$  queda en reposo, determine el coeficiente de restitución del choque.



- A) 0,1      B) 0,2      C) 0,3  
D) 0,4      E) 0,5

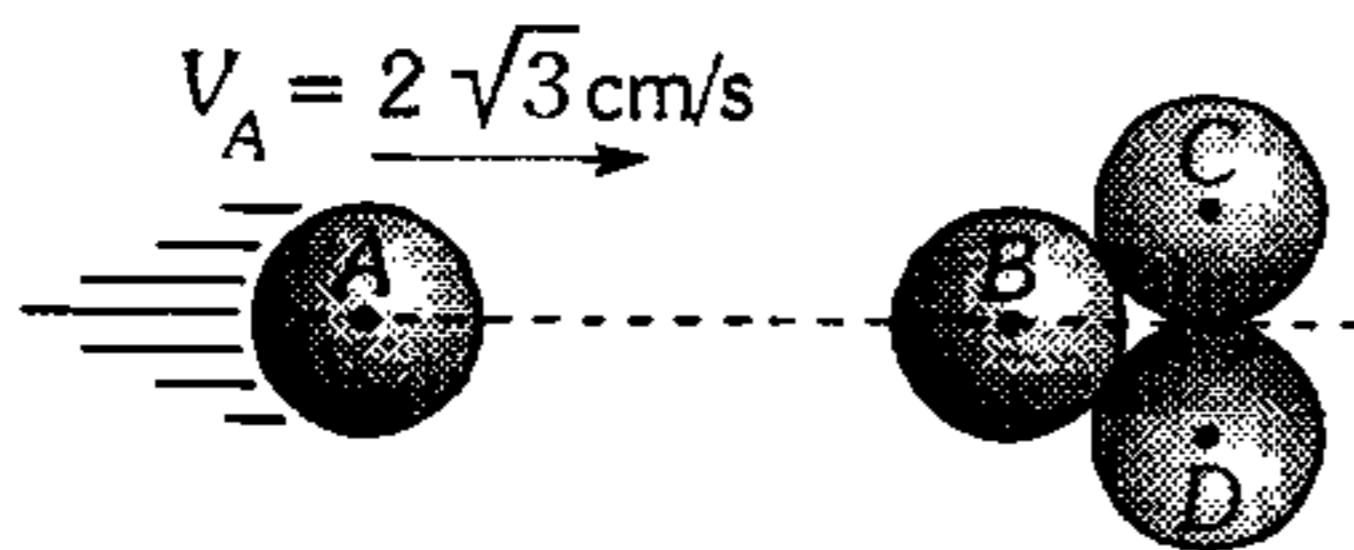
371. Un cuerpo de 6 kg desliza sobre una superficie horizontal lisa con una rapidez  $V$  y choca elásticamente con otro cuerpo en reposo, sobre la misma superficie, saliendo despedido con un ángulo de  $90^\circ$  con respecto a la dirección inicial de su movimiento y con una rapidez  $V/2$ . Determine la masa del segundo cuerpo.

- A) 2 kg      B) 6 kg      C) 8 kg  
D) 10 kg      E) 15 kg

372. Una partícula de masa  $m$  impacta con una rapidez de  $6 \text{ m/s}$  sobre otro de masa  $2m$  en reposo. Luego del choque excéntrico, halle la relación de la rapidez de las partículas en coordenadas del centro de masa (es decir para un observador ubicado en el centro de masa).

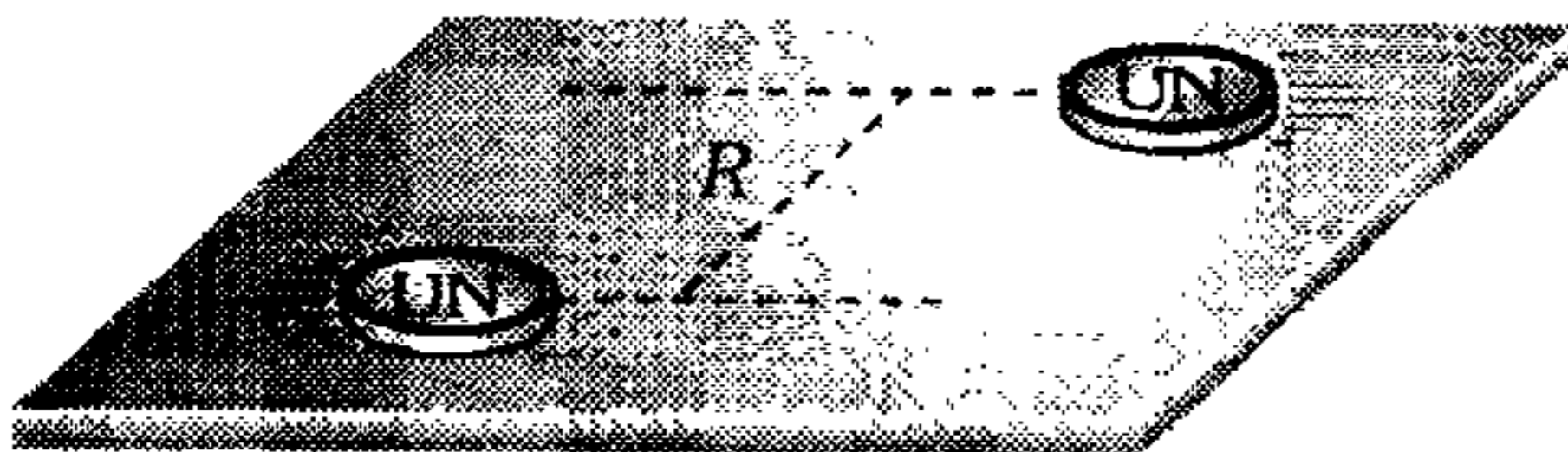
- A)  $1/6$       B)  $1/2$       C)  $1/3$   
D)  $1/4$       E)  $1/5$

373. Se tiene 4 esferas de masas iguales y del mismo material sobre una mesa de billar lisa. La esfera A choca frontalmente con las otras 3 que se encuentran en reposo. Si después del choque elástico la esfera B queda en reposo. ¿Qué rapidez adquieren C y D?



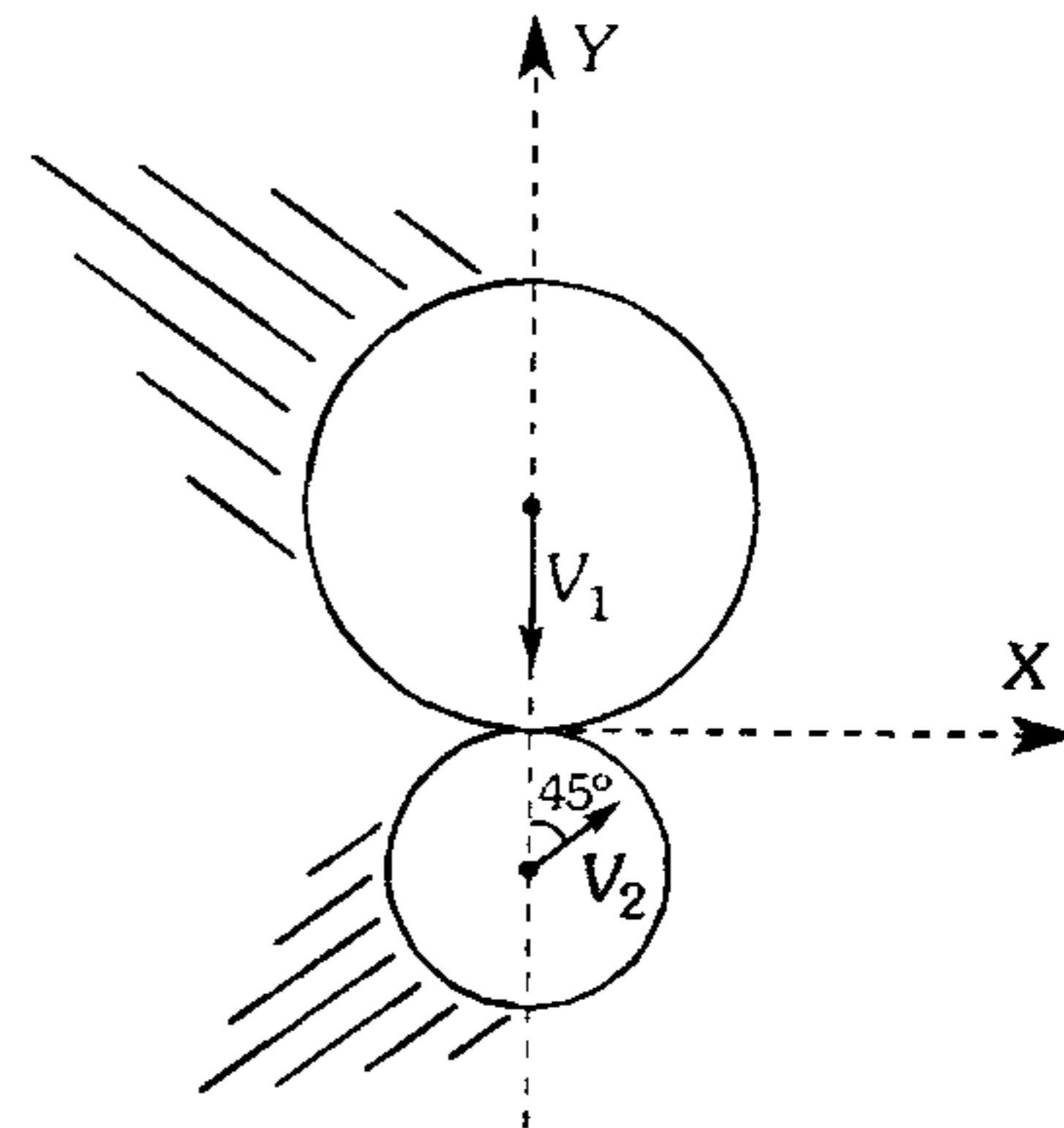
- A)  $2 \text{ cm/s}$       B)  $2\sqrt{3} \text{ cm/s}$       C)  $3\sqrt{3} \text{ cm/s}$   
D)  $4\sqrt{3} \text{ cm/s}$       E)  $5\sqrt{3} \text{ cm/s}$

374. Dos monedas idénticas se desplazan en direcciones opuestas sobre una superficie horizontal lisa. ¿Qué ángulo se desvían las direcciones de su movimiento a causa del choque elástico ( $R$  es el radio de la moneda)?



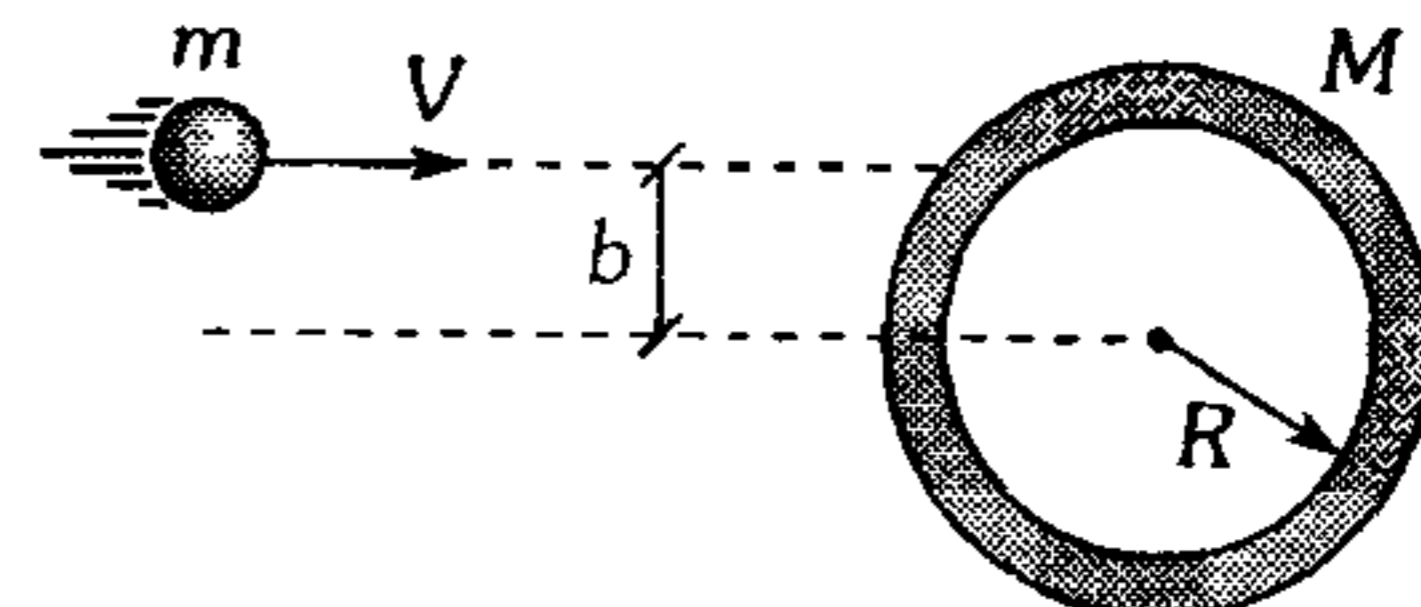
- A)  $90^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $30^\circ$   
D)  $15^\circ$       E)  $5^\circ$

375. Dos discos se mueven sobre una superficie horizontal lisa. La más grande es de  $10 \text{ kg}$  y la otra es de  $5 \text{ kg}$ . Si sus velocidades antes del choque tienen un módulo de  $V_1 = 3 \text{ m/s}$  y  $V_2 = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$ , ¿cuál es la rapidez de la más pequeña, después del choque? (Considere que el coeficiente de restitución es  $0,8$ ).



- A)  $\sqrt{7} \text{ m/s}$       B)  $\sqrt{11} \text{ m/s}$       C)  $\sqrt{13} \text{ m/s}$   
D)  $\sqrt{15} \text{ m/s}$       E)  $2\sqrt{5} \text{ m/s}$

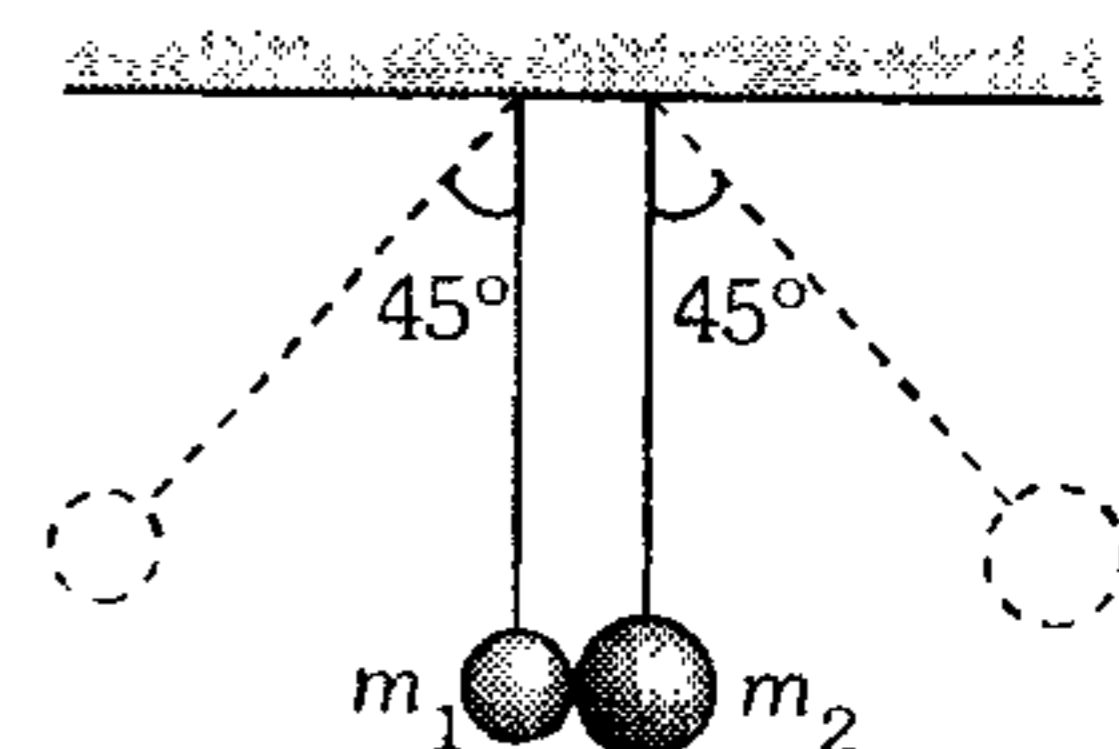
376. Una esferita de acero desliza sobre una superficie horizontal lisa con una rapidez de  $5 \text{ m/s}$  e impacta con un aro circular homogéneo liso inicialmente en reposo. Determine la rapidez del aro después del choque elástico. ( $M = 2m$ ;  $b = 0,8R$ )



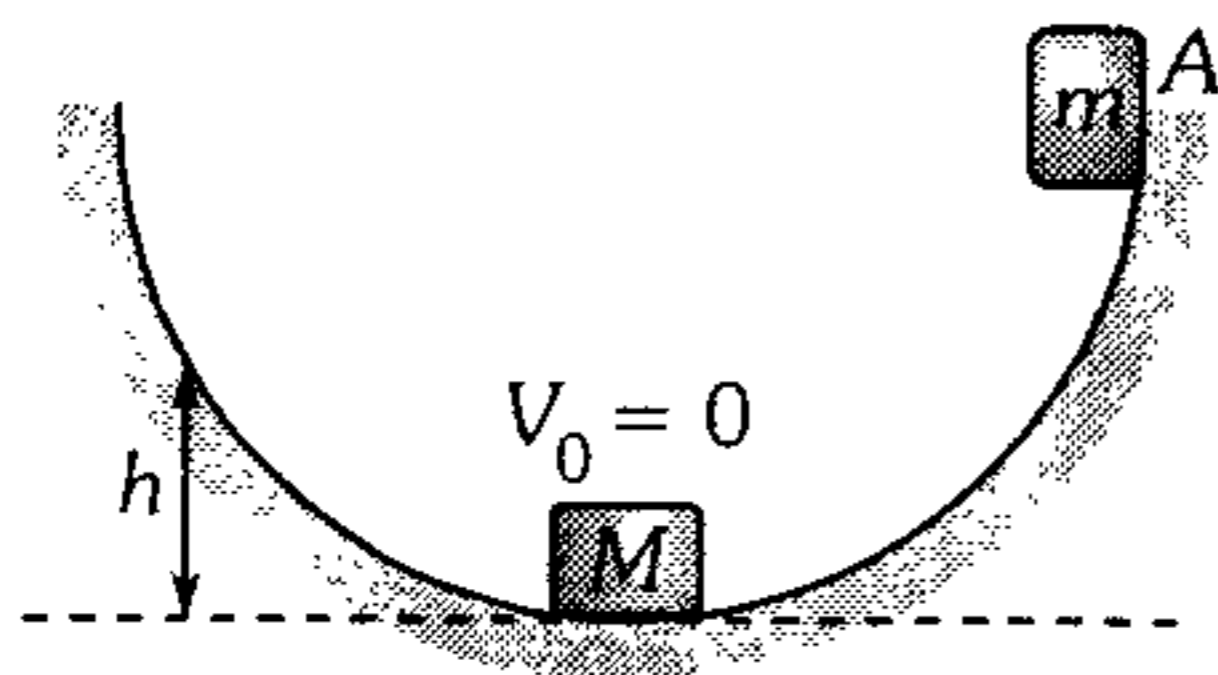
- A)  $2 \text{ m/s}$       B)  $3 \text{ m/s}$       C)  $4 \text{ m/s}$   
D)  $5 \text{ m/s}$       E)  $6 \text{ m/s}$

377. Dos esferas de acero de masas  $m_1$  y  $m_2$ , están suspendidos de hilos de igual longitud como se indica en la figura. La primera se desvía un ángulo de  $45^\circ$  y se suelta sin velocidad inicial. Después del choque la segunda esfera se desvía en  $45^\circ$ . Halle el  $e$  entre las esferas. ( $m = 2 \text{ m}^2$ )

- A)  $0,75$   
B)  $0,35$   
C)  $0,5$   
D)  $0,6$   
E)  $0,4$

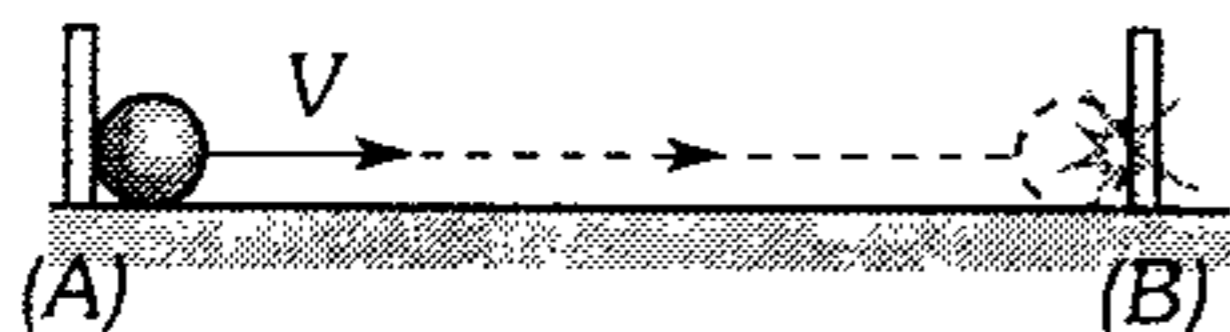


378. El bloque de masa  $m$  se abandona en A para luego chocar elásticamente con el otro bloque. Determine qué altura  $h$  logra ascender el bloque de masa  $M$ .



- A)  $\frac{m}{M+m}H$    B)  $\frac{m}{M-m}H$    C)  $\frac{m}{M}H$   
 D)  $\frac{M}{m+M}H$    E)  $\frac{4m^2}{(m+M)^2}H$

379. En la figura la esferita de masa  $m$  es lanzada en la posición A y hace un choque frontal inelástico con B cuyo coeficiente de restitución es  $e$ . Despreciando la fricción, calcule la cantidad de calor que se disipa hasta que se lleva a cabo el  $n$ -ésimo choque.



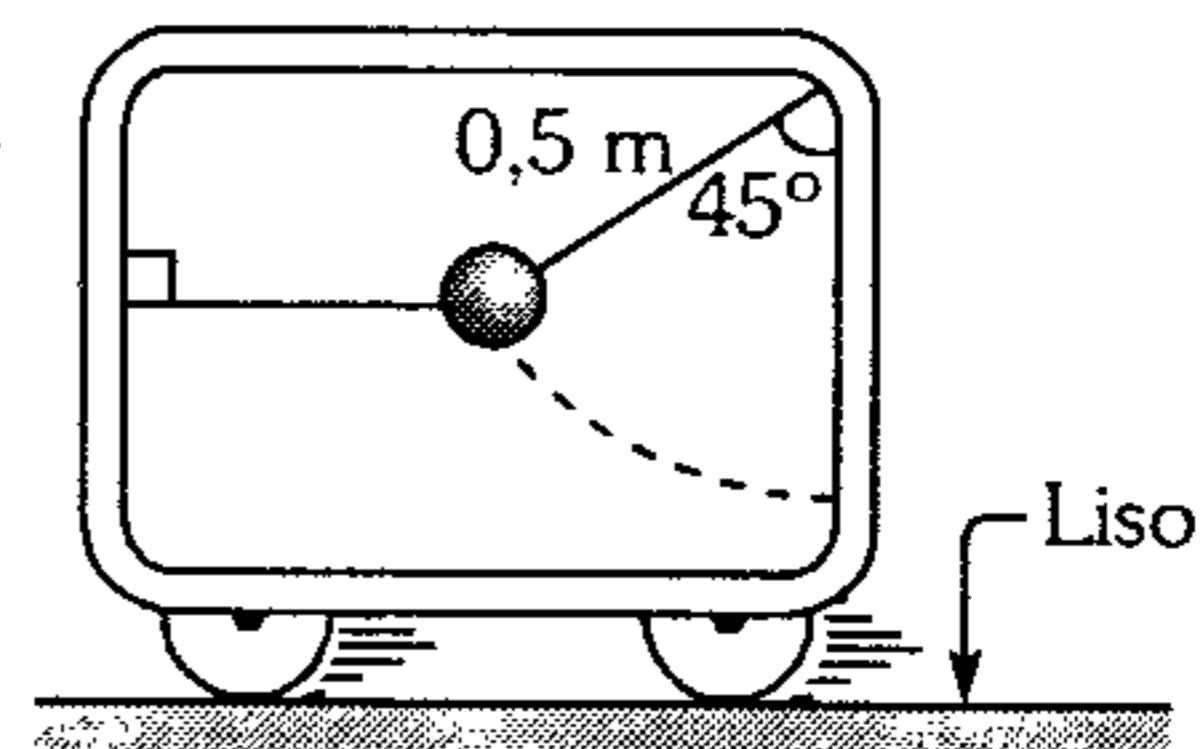
- A)  $mV^2(1-e^2)$    B)  $0,5 mV^2(1-e^{2n})$   
 C)  $0,5 mV^2(1-e^n)$   
 D)  $0,5 mV^2(1-e^2)$    E)  $mV^2(1-e^{2n})$

380. En el interior de un anillo, de radio  $R$ , el cual se mueve a una velocidad  $\vec{u}$  se encuentra una bola de radio  $r$ , la cual se mueve a una velocidad  $\vec{V}$  (ambos sobre una mesa horizontal lisa y  $\vec{u}$  es perpendicular a  $\vec{V}$ ). La masa del anillo es mucho mayor que la masa de la bola. Determine la frecuencia con que la bola choca con la pared interior del anillo, si consideramos un choque perfectamente elástico.

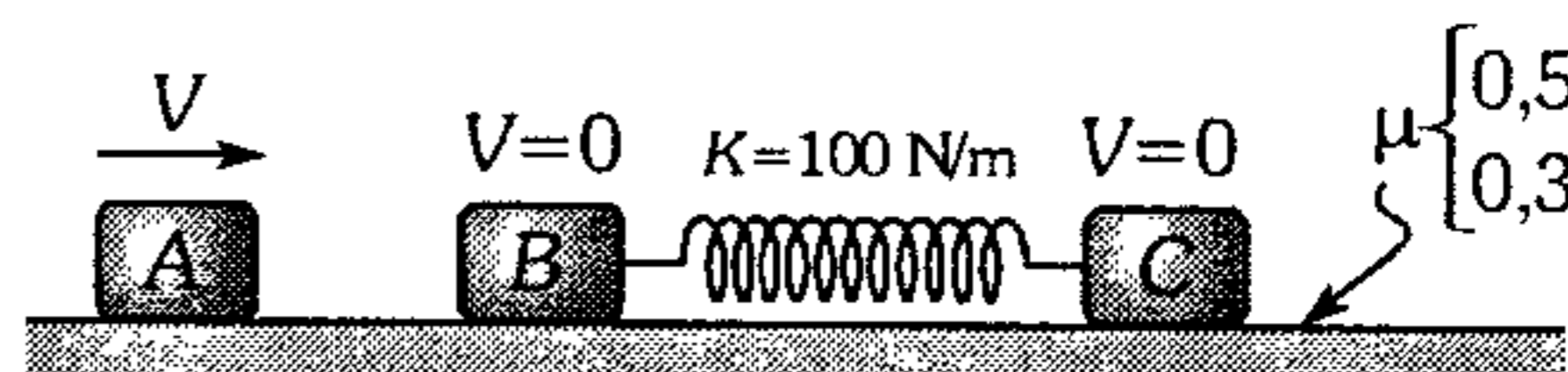
- A)  $\frac{\sqrt{u^2+r^2}}{2Rr}$    B)  $\frac{u}{2R}$    C)  $\frac{v}{2(R-r)}$   
 D)  $\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{2(R-r)}$    E)  $\sqrt{\frac{u^2-v^2}{4(R-r)}}$

381. El vagón mostrado de 5000 kg, desarrolla un M.R.U., desplazándose con 6 m/s por inercia. En cierto momento se rompe hilo horizontal que sostiene a la bolita de 5 kg, impactando en forma plástica contra la pared del vagón; luego de ello el vagón tiene una rapidez de

- A)  $2\sqrt{2}$  m/s  
 B) 4 m/s  
 C) 6 m/s  
 D) 8 m/s  
 E) 3 m/s

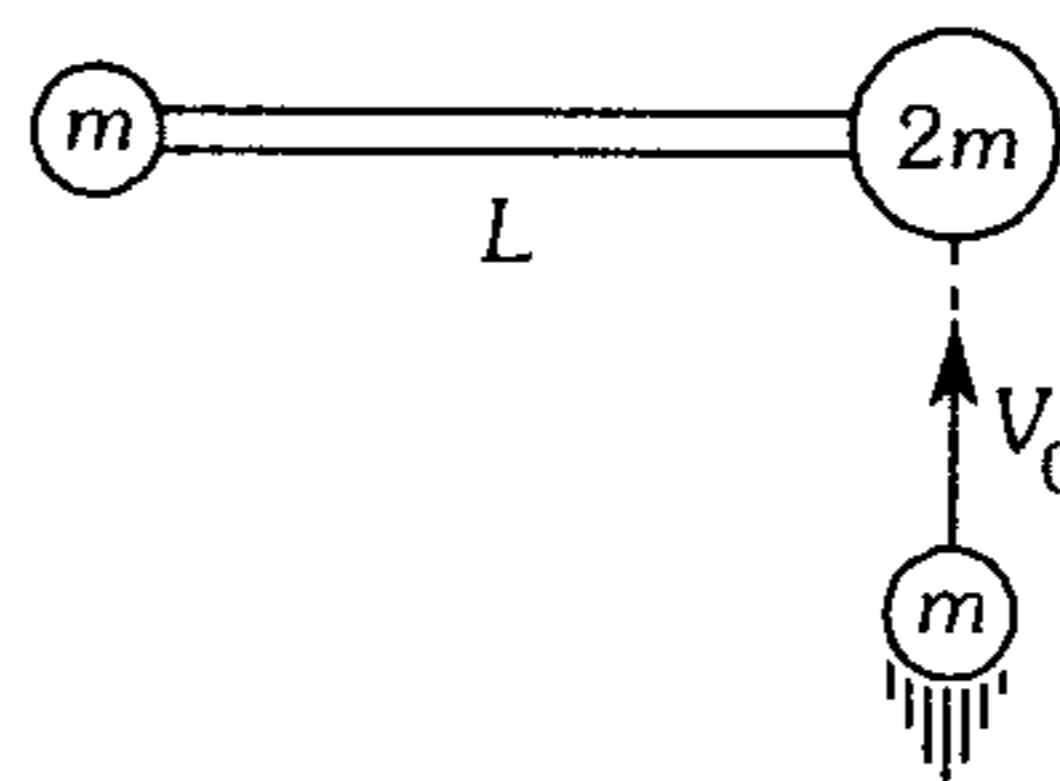


382. Se tiene 3 bloques de 1 kg cada uno, en donde el bloque A se mueve con una rapidez  $V$  y choca elásticamente con el bloque B. Determine el mayor valor de  $V$  tal que el bloque C no se mueva (suponer que A y B son lisos).



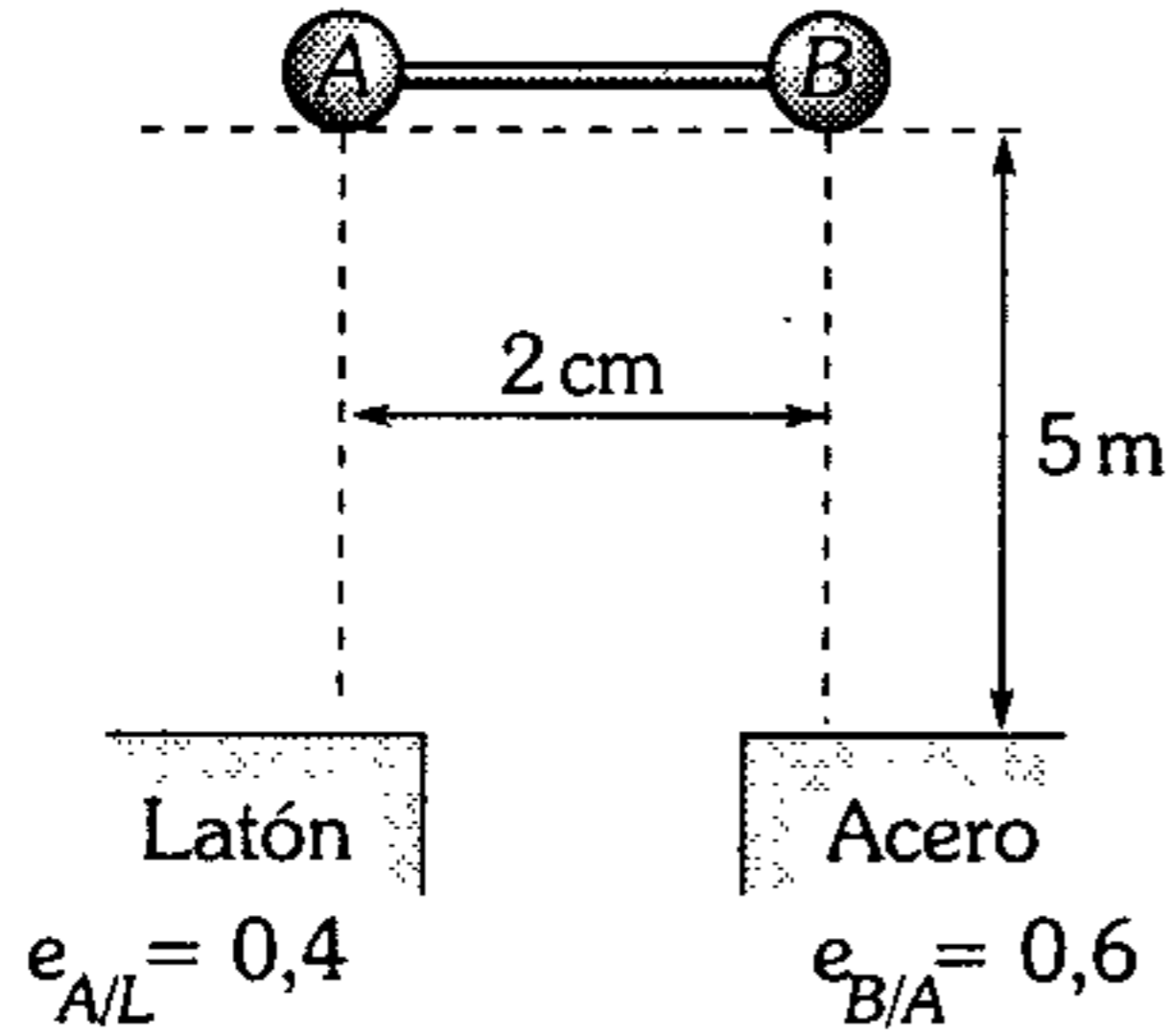
- A) 0,1 m/s   B) 0,2 m/s   C) 0,3 m/s  
 D) 0,5 m/s   E) 0,6 m/s

383. El cuerpo de masa  $m$  va a realizar un choque plástico con el sistema mostrado que reposa sobre una superficie horizontal lisa. Despreciando la masa de la varilla señale la alternativa incorrecta.



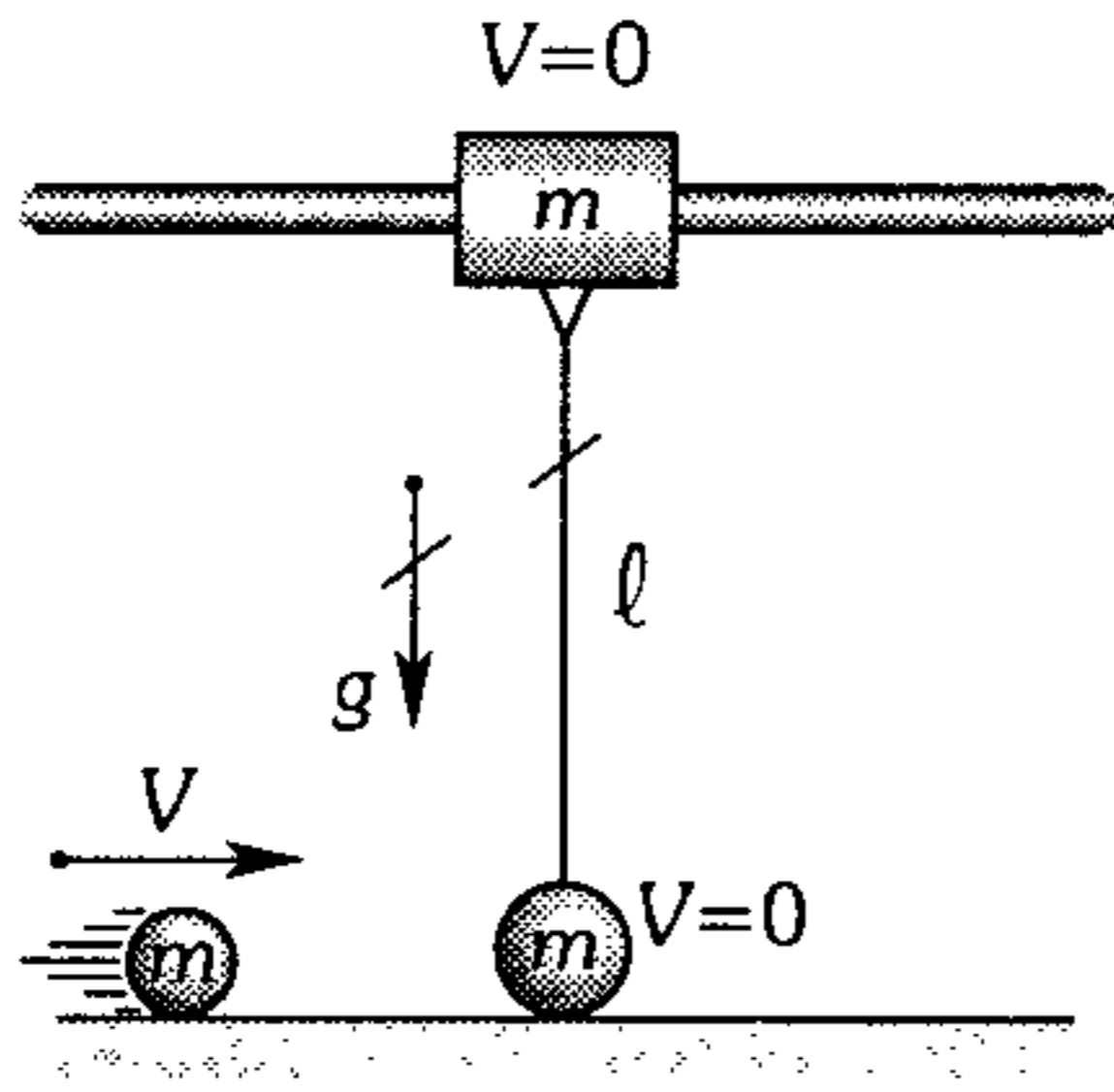
- A) Después del choque  $m$  se adhiere a  $2m$ .  
 B) Después del choque el sistema gira y se traslada a la vez.  
 C) Después del choque sólo observaremos movimiento de rotación, si corremos en la dirección de  $V_0$  con  $V_0/4$ .  
 D) Después del choque el sistema gira en torno al centro de masa.  
 E) El centro de masa se ubica a  $2L/3$  respecto de la masa  $m$  sobre la varilla.

384. Dos bolas iguales unidas a una barra rígida de masa despreciable se sueltan tal como se muestra sobre dos superficies distintas. Calcule la rapidez angular  $\omega$  de la barra inmediatamente después del rebote, suponer que ambos impactos duran igual intervalo de tiempo. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



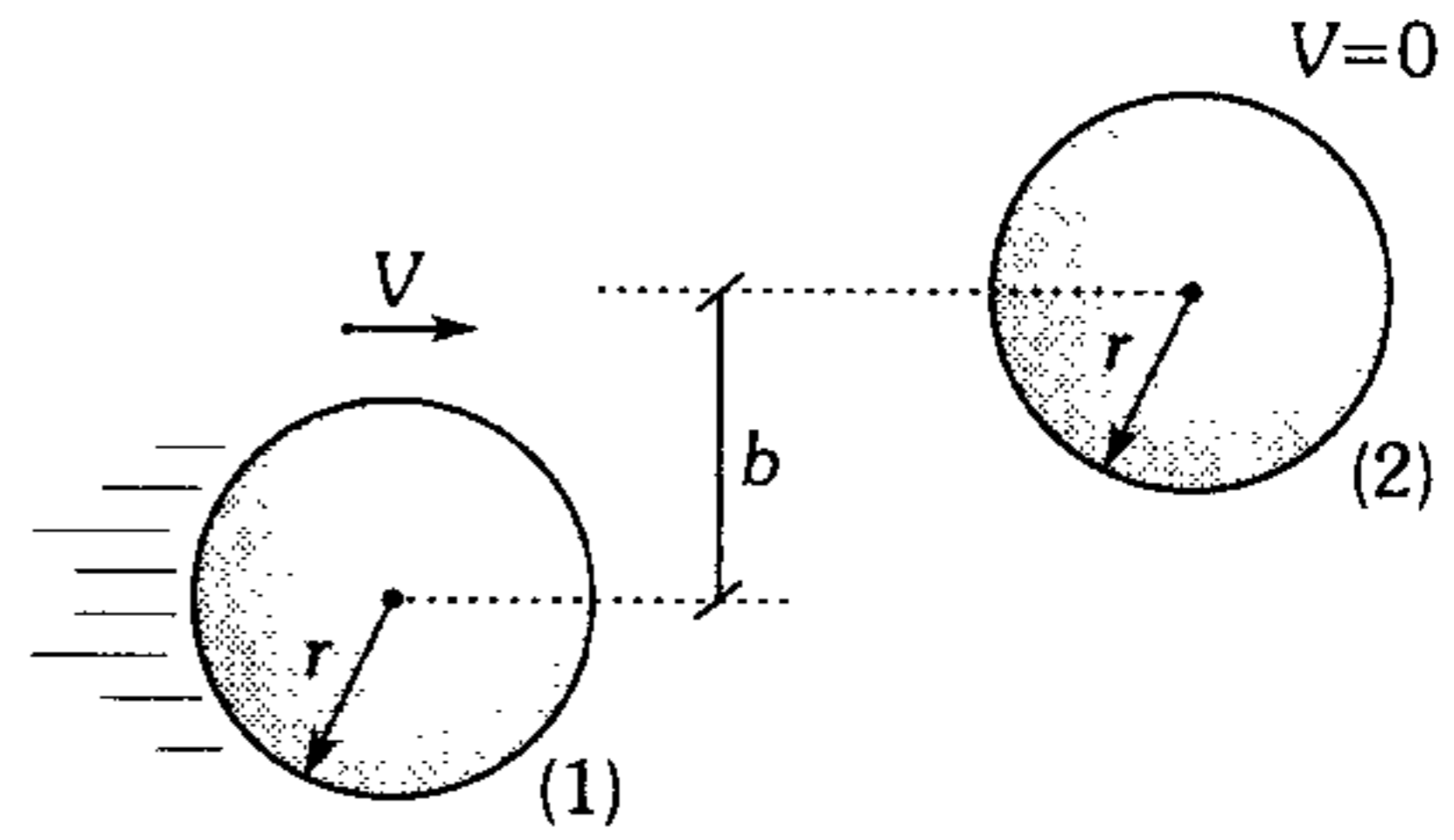
- A) 4 rad/s    B) 1 rad/s    C) 6 rad/s  
D) 0,5 rad/s    E) 5 rad/s

385. Si el choque entre las dos pequeñas esferas idénticas es frontal elástico, determine el menor valor de  $V$  para que la varilla de masa despreciable que une el collarín con una de las esferas logre colocarse en forma horizontal. Desprecie todo rozamiento.



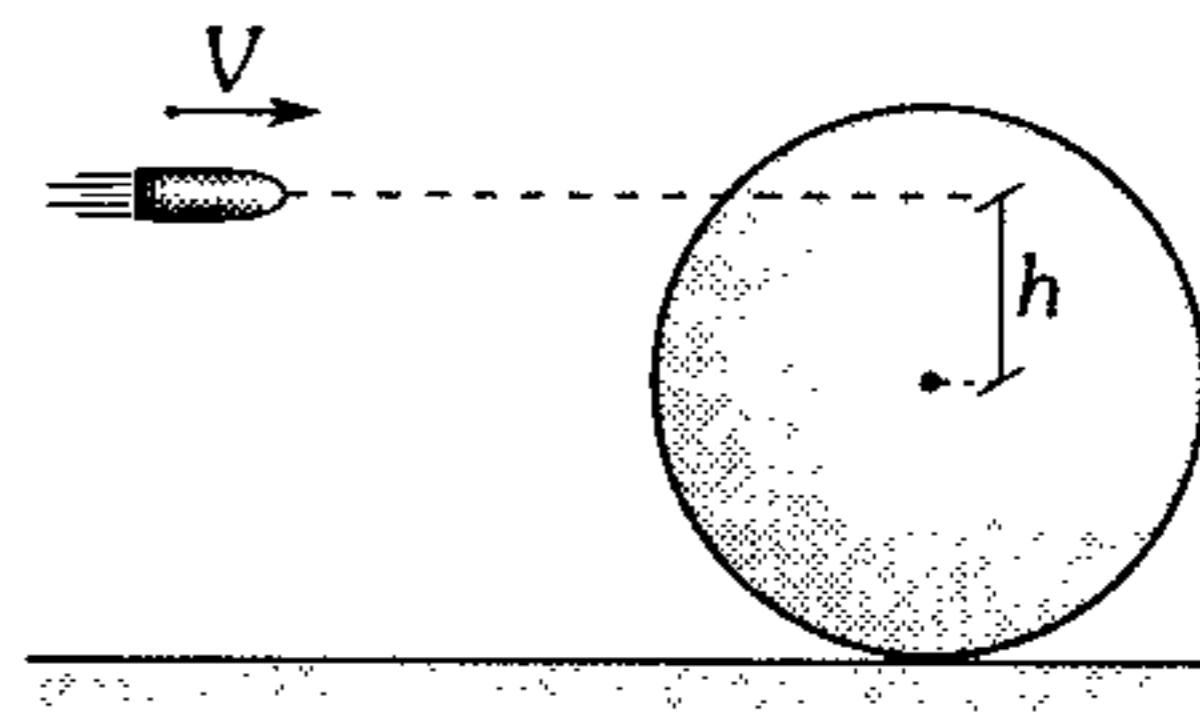
- A)  $\sqrt{gl}$     B)  $\sqrt{2gl}$     C)  $2\sqrt{gl}$   
D)  $4\sqrt{gl}$     E)  $\frac{\sqrt{gl}}{8}$

386. Dos discos idénticos se encuentran sobre una mesa horizontal lisa tal como se muestra. Si el choque que experimentan es central y tiene un coeficiente de restitución  $e$ ; determine la rapidez que adquiere el disco (2) luego del choque.



- A)  $\frac{V(e-1)}{4} \sqrt{2r^2 - b^2}$   
B)  $\frac{V(e-1)}{4} \sqrt{\frac{4r^2 - b^2}{b}}$   
C)  $\frac{V(e+1)}{2} \sqrt{\frac{4b^2 - r^2}{r^2}}$   
D)  $\frac{V(e+1)}{2} \sqrt{1 - \frac{b^2}{4r^2}}$   
E)  $V(e+1) \sqrt{1 + \frac{b^2}{r^2}}$

387. Sobre el disco homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  que se encuentra en reposo, impacta plásticamente una bala de masa  $m$ . Considerando  $m \leq M$ , determine la rapidez con la cual se traslada el disco luego del choque y la rapidez angular con la cual rueda. Desprecie todo rozamiento.



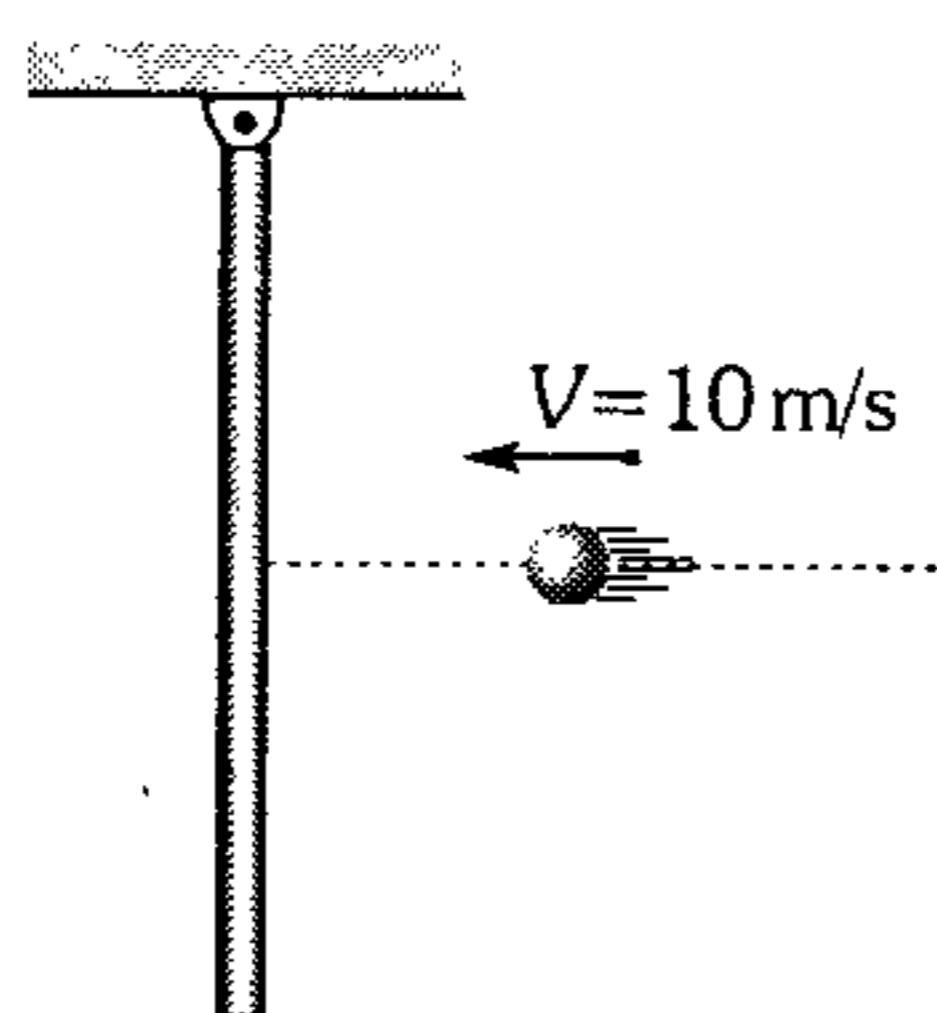
- A)  $\frac{m}{M} V$ ;  $\frac{2mVh}{MR^2}$   
B)  $\left(\frac{m+M}{2M}\right) V$ ;  $\frac{2mVh}{MR^2}$   
C)  $\frac{m}{M} V$ ;  $\frac{mVh}{R^2}$   
D)  $\left(\frac{m}{M} + 1\right) V$ ;  $\frac{mVR}{h^2}$   
E)  $\left(1 - \frac{m}{M}\right) V$ ;  $\frac{mVh}{2M(R+h)^2}$

388. En el problema anterior determine  $h$  para que el disco ruede sin deslizar.

- A) 0            B)  $R/4$             C)  $2/3$   
 D)  $R/2$             E)  $R$

389. Una varilla homogénea de 3 kg y 2 m de longitud está suspendida en uno de sus extremos mediante una articulación lisa. Una pequeña esfera de 1 kg impacta contra la varilla y se adhiere en su punto medio. ¿Cuánto se desviará la varilla con respecto a la vertical? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A)  $\arcsen \frac{2}{3}$   
 B)  $\arccos \frac{1}{3}$   
 C)  $\arccos \frac{3}{4}$   
 D)  $\arcsen \frac{1}{5}$   
 E)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$



390. En la periferia de un disco homogéneo de masa  $M$  y que rota con rapidez angular constante  $\omega$  alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular al disco, se encuentra parada una persona de masa  $m$ . ¿En cuánto cambiará la energía cinética del sistema si la persona camina por el disco y se coloca en su centro? Considere las dimensiones de la persona pequeñas en comparación con el radio ( $R$ ) del disco.

- A)  $\frac{m^2\omega^2R^2}{2M}$             B)  $\frac{m\omega^2R^2}{2M}(M+2m)$   
 C)  $\frac{m\omega^2R^2(M+m)}{M}$   
 D)  $\frac{M\omega^2R^2}{2m}(2M+m)$             E)  $\frac{(m+M)^2\omega^2R^2}{2m}$

## Gravitación

391. Un cuerpo sobre la superficie de la Tierra tiene cierto peso y a una altura  $h$  de la superficie de la Tierra su peso disminuye 30%. ¿Qué porcentaje de  $R_T$  representa  $h$  (aprox.)?

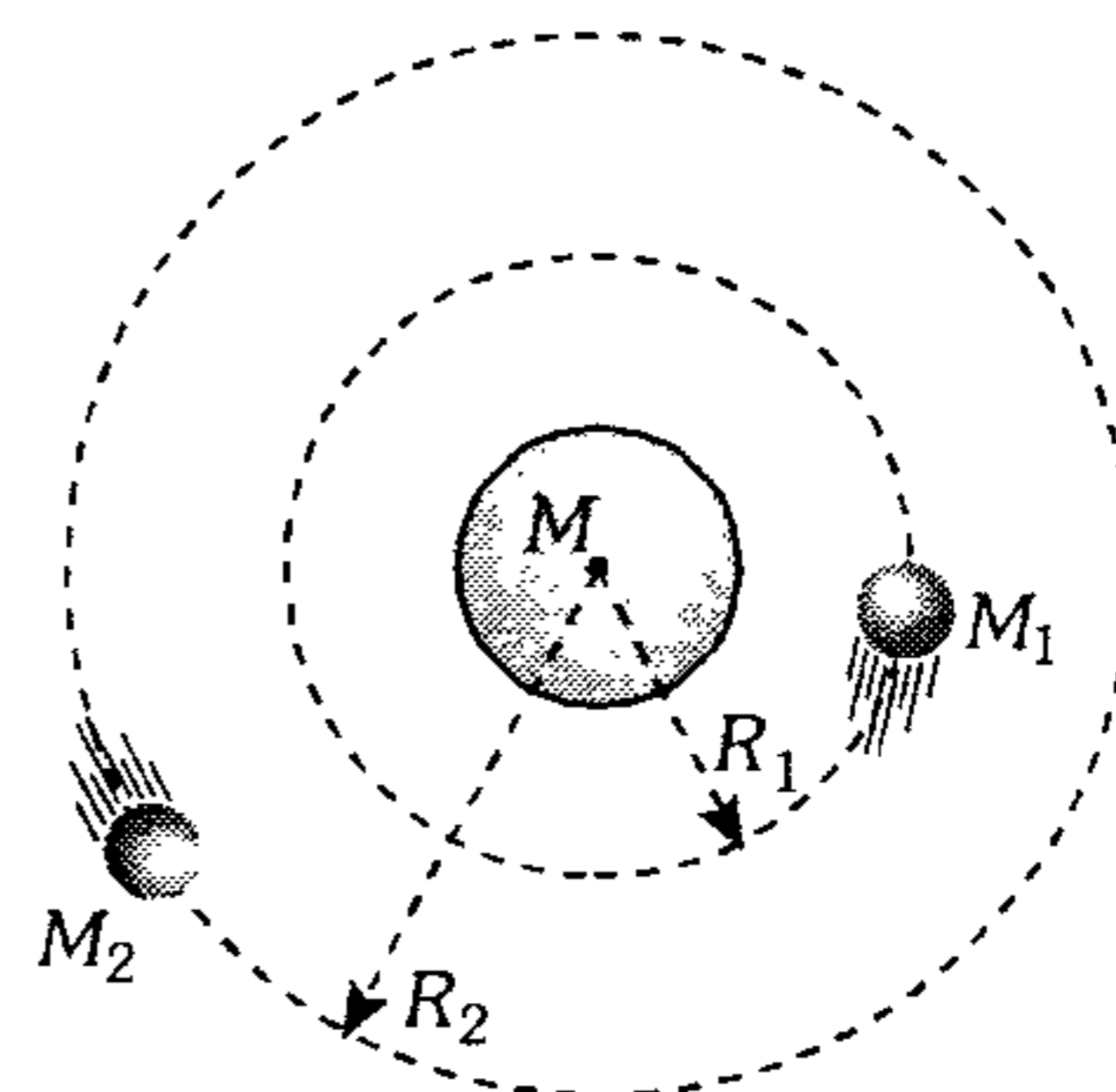
- A) 10%            B) 15%            C) 25%  
 D) 30%            E) 20%

392. Las masas de 2 planetas están en la relación de 1 a 64 y la distancia entre sus centros es de 90000 km. ¿A qué distancia del planeta de mayor masa se debe colocar un cuerpo para que se equilibren las atracciones que ejercen los 2 planetas (en km)?

- A) 10 000            B) 9 600            C) 6 670  
 D) 80 000            E) 66 700

393. Alrededor de un planeta  $M$  giran 2 satélites de masas,  $M_1$  y  $M_2$  con radios  $R_1$  y  $R_2$  tal que  $R_2 = 4R_1$ . Calcule el período de  $M_2$  siendo el de  $M_1$ , 30 días (en días).

- A) 30  
 B) 60  
 C) 90  
 D) 120  
 E) 240



394. Un satélite gira en una órbita circular alrededor de la tierra a una altura donde la aceleración de la gravedad es la cuarta parte de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. Halle el período de revolución del satélite (considere  $R$  el radio de la Tierra).

- A)  $4\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$             B)  $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$             C)  $4\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$   
 D)  $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$             E)  $4\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$



**395.** Un péndulo simple cuando se encuentra sobre la superficie terrestre tiene un período de oscilación de 2 s. Si elevamos el péndulo hasta una altura igual a la mitad del radio terrestre; entonces el nuevo período será

- A) 6 s      B) 5 s      C) 4 s  
D) 3 s      E) 2,5 s

**396.** Un reloj de péndulo indica correctamente la hora en la Tierra. Si es llevado a un planeta cuya masa es la cuarta parte de la terrestre pero de doble radio al terrestre, cuando en la Tierra ha transcurrido 20 minutos, en tal planeta, el reloj indica

- A) 20 minutos.      B) 40 minutos.  
C) 10 minutos.  
D) 50 minutos.      E) 5 minutos.

**397.** Un astronauta de un planeta extraño sin atmósfera mide la aceleración de la gravedad en su superficie y encuentra que es  $6 \text{ m/s}^2$ . ¿Qué explicación coincide con su medición?

- A) La masa del planeta es igual que la de la Tierra pero su radio es menor que el de la Tierra.  
B) La masa del planeta es menor que la de la Tierra y su radio es igual al de la Tierra.  
C) Tanto la masa como el radio son menores que sus correspondientes a los de la Tierra.  
D) El reloj del astronauta marcha más lento.  
E) Tanto (B) como (D) pueden explicar tal medición.

**398.** ¿En cuanto cambiará el peso de una persona si la Tierra fuera hueca y su radio interno fuera la mitad de su radio externo?

- A) Aumenta en un 50%  
B) Disminuiría en un 50%  
C) Disminuiría en un 25%  
D) Aumenta en un 75%  
E) No cambiaría

**399.** Se tiene un planeta de densidad uniforme  $\rho$ , si el planeta es perforado diametralmente y dejamos una pequeña esfera en libertad de uno de los extremos, ¿qué tiempo tardaría en llegar hasta el extremo opuesto?

- A)  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$       B)  $\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$       C)  $\sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}$   
D)  $\sqrt{\frac{3\pi}{4G\rho}}$       E)  $\sqrt{Gl}$

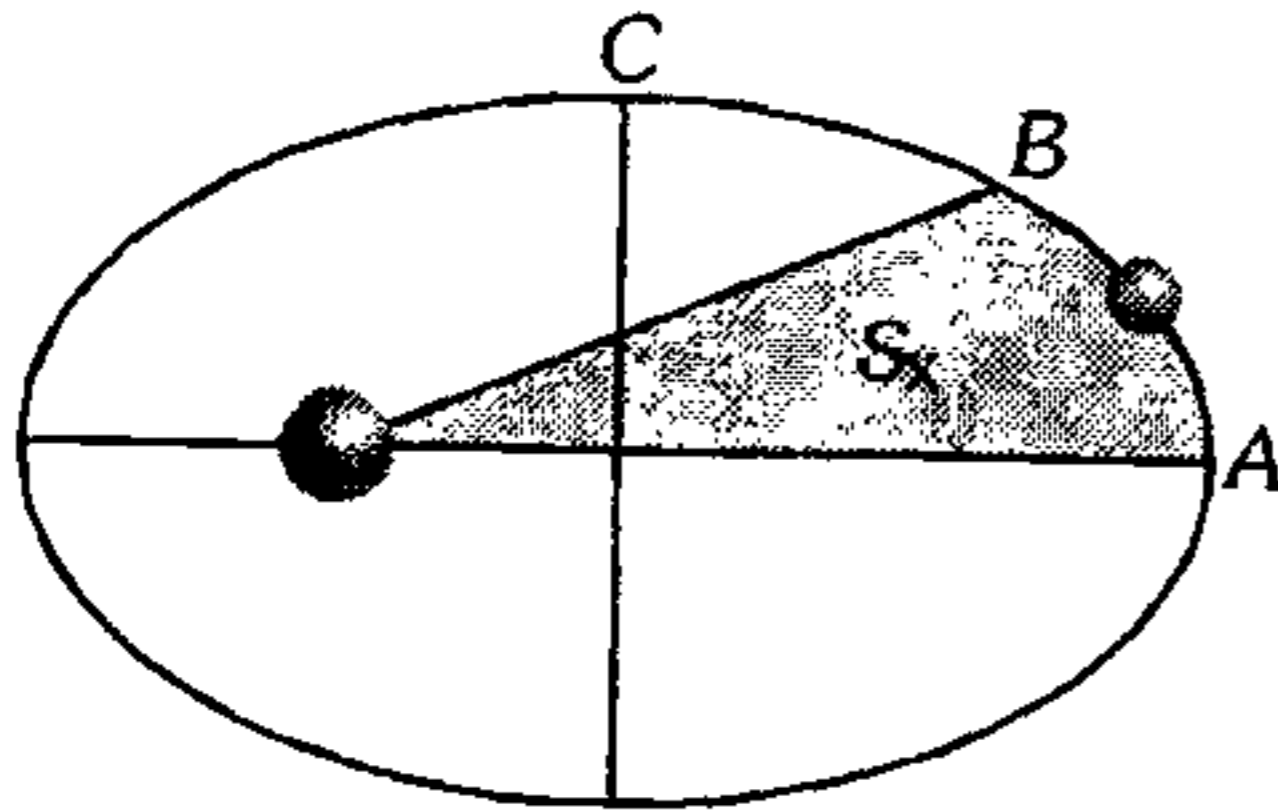
**400.** Para crear una gravedad artificial en el tramo pasivo de vuelo, dos partes de una nave cósmica cuya relación de masa es de 1 a 2, fueron separadas una distancia  $R$  la una de la otra y las hicieron girar alrededor del centro de masa. Determine el período de giro de las partes de la nave, si la fuerza de gravedad artificial que actúa sobre cada parte de la nave es la mitad del valor de la fuerza de gravedad en la Tierra.

- A)  $2\pi g$       B)  $\frac{4\pi}{\sqrt{3g}}$       C)  $\frac{1}{\sqrt{g}}$   
D)  $2\pi\sqrt{g}$       E)  $\frac{2\pi}{3}\sqrt{g}$

**401.** Considerando que la Tierra sólo rota uniformemente, además sabiendo que la Luna siempre muestra la misma cara a la Tierra; calcule en qué relación está el período de rotación en torno a su eje y período en torno a la Tierra en su órbita circular (período orbital).

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 2      C) 1  
D)  $\frac{28}{1}$       E)  $\frac{36}{50}$

402. La trayectoria elíptica de un planeta encierra una región de área  $S$ . Determine  $S_x$  sabiendo que desde  $A$  hasta  $B$  emplea 30 días, que de  $B$  hacia  $C$  demora 60 días, y que un año en dicho planeta dura 280 días.



- A)  $(3/28)S$     B)  $(1/7)S$     C)  $(5/28)S$   
 D)  $(7/49)S$     E)  $(5/27)S$

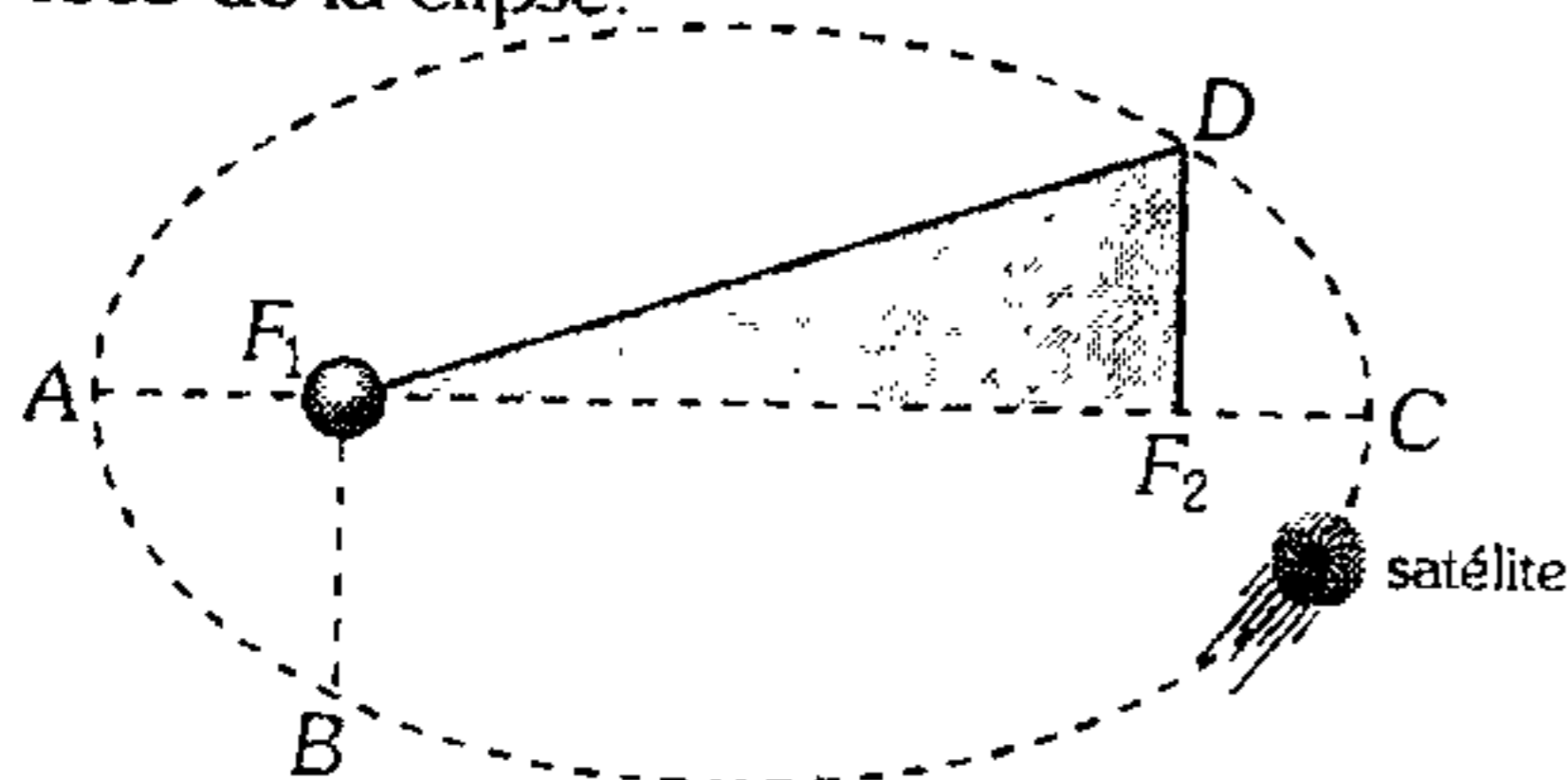
403. Un planeta gira en torno al Sol en órbita elíptica y recorre el 80% del área total de la elipse en 2 años terrestres. ¿Cuántos años terrestres equivale un año de dicho planeta?

- A) 2,5    B) 5    C) 2,25  
 D) 3    E) 2

404. Dos satélites,  $S_1$  y  $S_2$ , orbitan alrededor del mismo planeta teniendo por trayectoria circunferencias de radios  $R_1$  y  $R_2$ . Si el radio vector del primero barre en 1620 horas las  $(3/4)$  partes del área total de su órbita y el segundo la mitad del área total de su órbita en 40 horas, la relación  $R_1/R_2$  es

- A) 2    B) 5    C) 3  
 D) 9    E) 16

405. Un satélite gira en torno al planeta  $P$  ubicado en el foco  $F_1$ , empleando 18 meses. Si el tiempo para ir de  $A$  hacia  $B$  es de 1 mes, y de  $C$  hasta  $D$  es de 3 meses. ¿Qué parte de toda la elipse es la región sombreada?  $F_2$  segundo foco de la elipse.

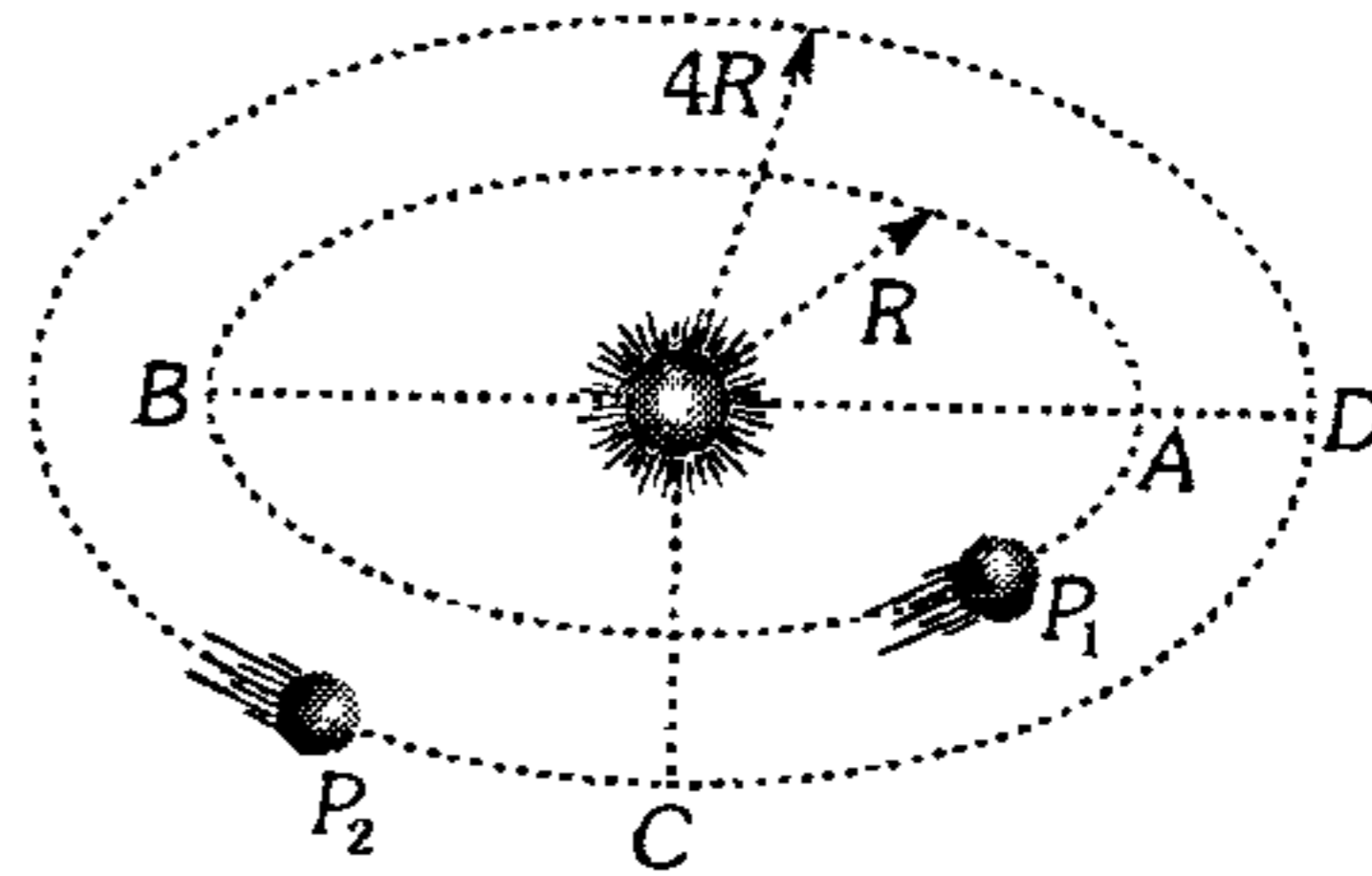


- A)  $1/5$     B)  $1/4$     C)  $1/6$   
 D)  $1/8$     E)  $1/9$

406. Un planeta gira en torno al Sol en órbita elíptica, su semieje mayor es  $9/4$  veces el semieje mayor de la tierra. Determine el tiempo que demora en ir desde el afelio hasta el perihelio. Exprese la respuesta en años terrestres.

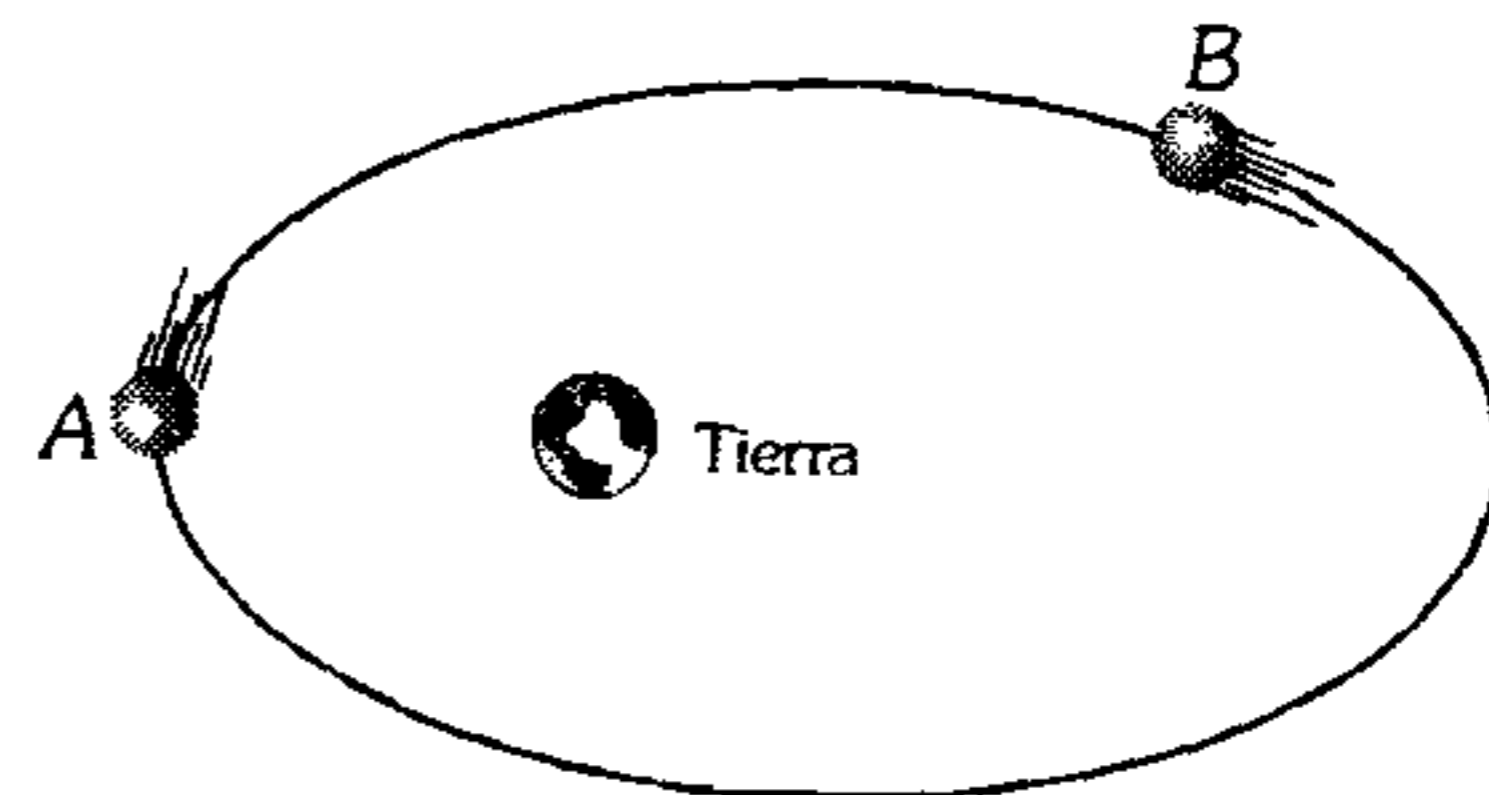
- A)  $27/16$     B)  $27/8$     C)  $36/25$   
 D)  $9/4$     E)  $216/25$

407. En una galaxia existe un sistema solar formado por dos planetas, que orbitan alrededor de un sol tal como se muestra. Si el planeta  $P_1$  para ir de  $A$  hacia  $B$  demora 200 días terrestres, determine cuánto demora el planeta  $P_2$  en ir de  $C$  hacia  $D$ . Considere órbitas circunferenciales.



- A) 800 días    B) 1 200 días    C) 2 800 días  
 D) 2 500 días    E) 3 200 días

408. Un satélite de la Tierra se encuentra en una órbita elíptica, tal como se muestra, luego al afirmar



- I. La energía cinética en  $A$  es mayor que en  $B$ .  
 II. La energía potencial en  $A$  es mayor que en la  $B$ .  
 III. La energía total en  $A$  es mayor que en  $B$ .  
 Lo correcto es

- A) solo I    B) solo II    C) I y II  
 D) solo III    E) II y III

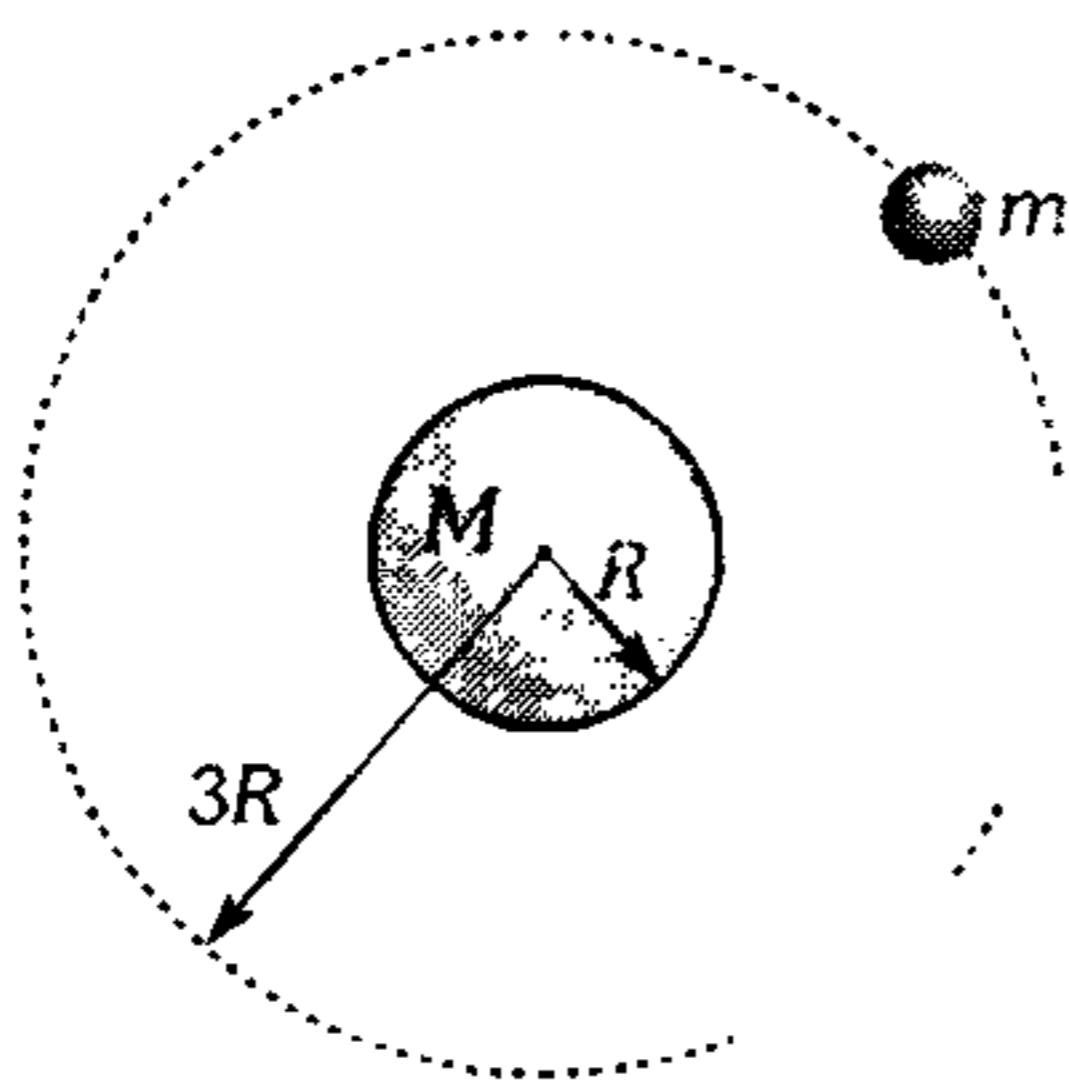
409. La segunda velocidad cósmica para la Tierra es de 11,2 km/s. ¿Qué velocidad tendrá el proyectil muy lejos de la Tierra si fue lanzado radialmente de un polo geográfico con 12 km/s? ( $R_{\text{tierra}} = 6\,400\text{ km}$ )

- A) 4 km/s    B) 5,4 km/s    C) 3,3 km/s  
D) 12,3 km/s    E) 8,3 km/s

410. Un cuerpo de masa  $m$  es abandonado a una altura  $h = 8R_T$  ( $R_T$ : radio de la Tierra). Determine qué rapidez tendrá al llegar a la superficie terrestre, desprecie todo tipo de fricción ( $m \ll M_T$ ,  $M_T$ : masa de la Tierra).

- A)  $\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$     B)  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$   
C)  $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$   
D)  $\frac{8}{3}\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$     E)  $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$

411. Determine la expresión para la energía cinética del satélite cuya masa es  $m$ .



- A)  $G\frac{mM}{4R}$     B)  $G\frac{mM}{8R}$   
C)  $G\frac{mM}{6R}$   
D)  $G\frac{mM}{R}$     E)  $\frac{4}{3}G\frac{mM}{R}$

412. Dos masas  $m_1$  y  $m_2$  se mueven una respecto de otra de manera que la distancia entre ellas permanece constante e igual a  $a$ . Busque la energía del sistema.

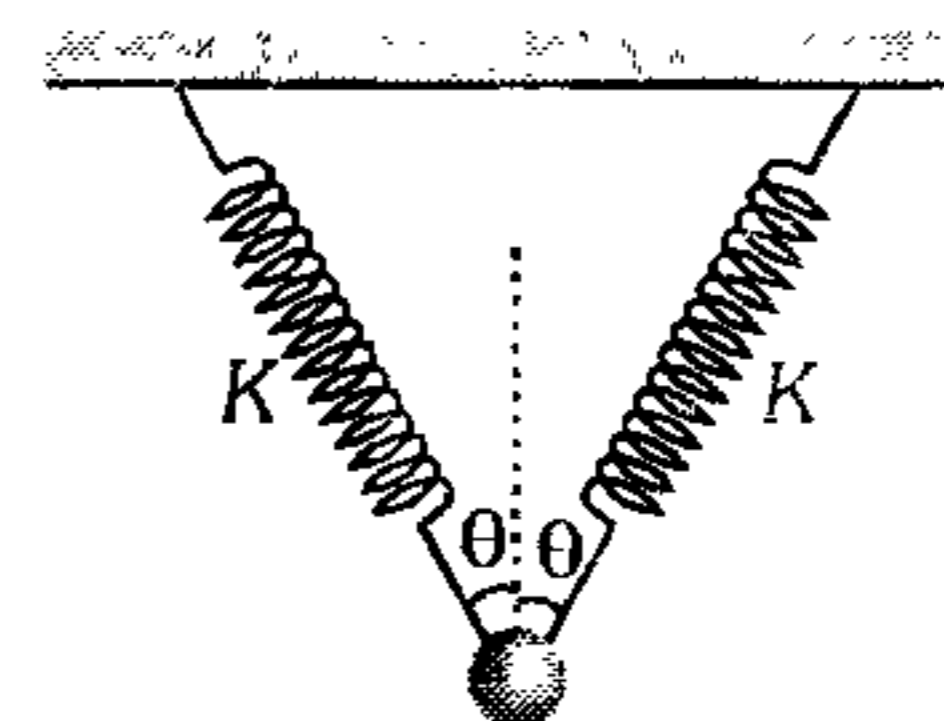
- A)  $G m_1 m_2 / a$     B)  $-G m_1 m_2 / 2a$   
C)  $G m_1 m_2 / 2a$   
D)  $-2G m_1 m_2 / a$     E)  $-(3/2) G m_1 m_2 / a$

413. Un planeta describe una trayectoria elíptica en torno de un Sol, siendo la máxima y mínima distancia el acercamiento al Sol  $b$  y  $a$  respectivamente. ¿En qué relación se encuentra la energía cinética de traslación del planeta y su energía potencial de interacción con el Sol en el instante en que pasa por el afelio?

- A)  $-\frac{a}{b}$     B)  $-\frac{b}{a}$     C)  $\frac{-a}{(a+b)}$   
D)  $\frac{-b}{(a+b)}$     E)  $-\frac{(b-a)}{(a+b)}$

### Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)

414. La figura muestra a una pequeña esfera sujeta a 2 resortes idénticos. Determine el período de las pequeñas oscilaciones del sistema; desprecie los efectos gravitatorios.



- A)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$     B)  $\frac{2\pi}{\cos\theta}\sqrt{\frac{m}{2k}}$   
C)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k\sin\theta}}$   
D)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k\cos\theta}}$     E)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k\tan\theta}}$

415.  $n$  moles de un gas ideal se encuentra en un recipiente cilíndrico a una temperatura  $T$ . Inicialmente se encuentra en equilibrio. Con una fuerza externa al pistón se le comprime una pequeña distancia  $x$  ( $x \ll h$ ) y luego se le abandona. Determine el período de oscilación del pistón si en todo momento la temperatura es constante.

$R$ : constante general de los gases.

$M$ : masa del pistón.

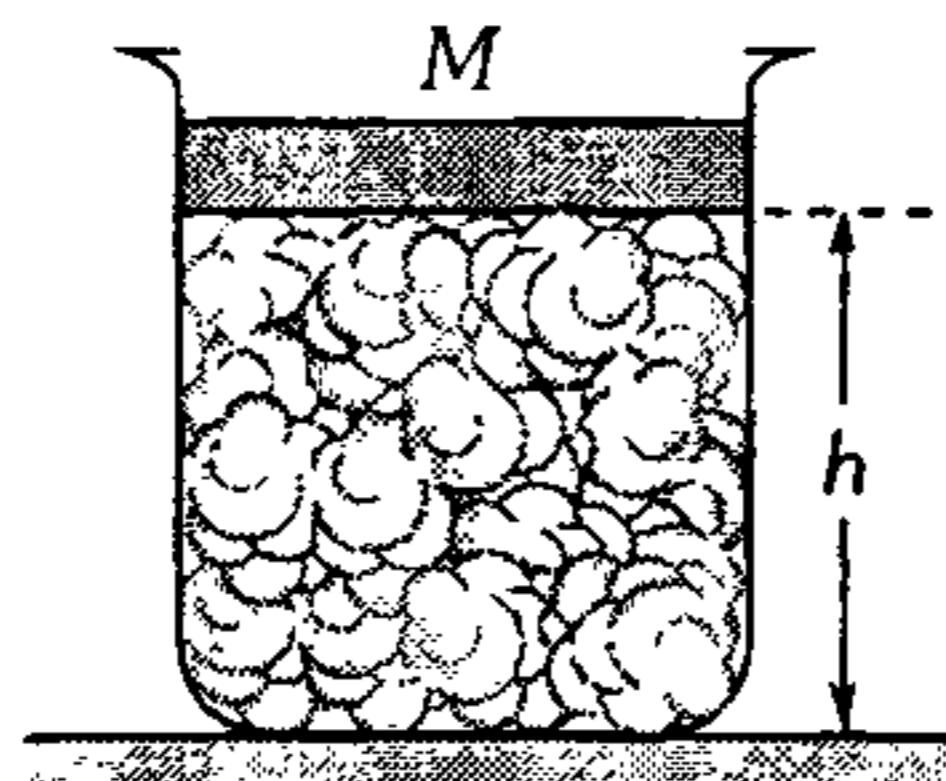
A)  $\frac{2\pi}{h} \sqrt{\frac{TR}{M}}$

B)  $\frac{2\pi}{h} \sqrt{\frac{T}{nR}}$

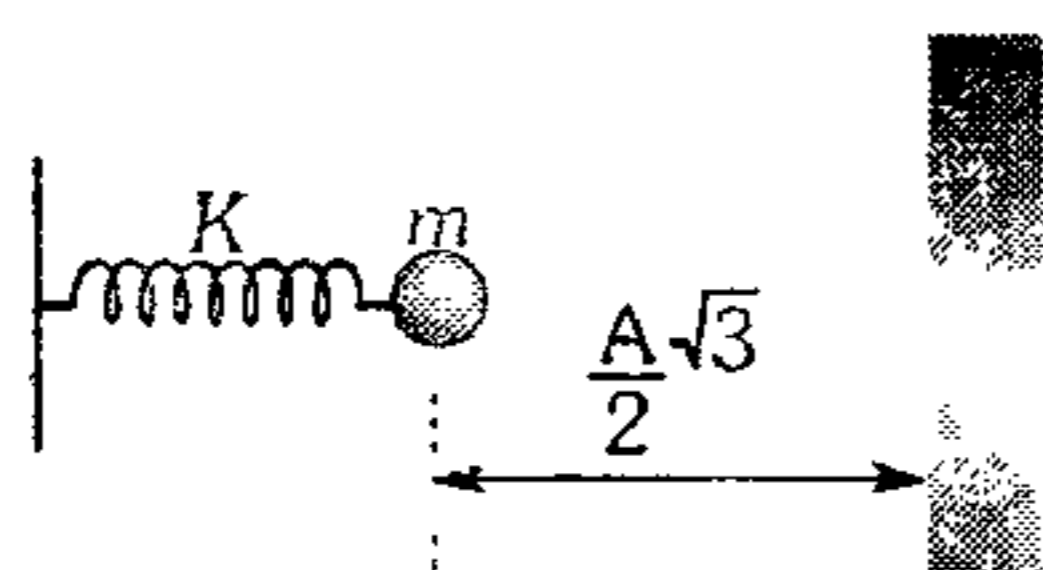
C)  $2\pi \sqrt{\frac{M}{nRT}}$

D)  $2\pi h \sqrt{\frac{M}{nRT}}$

E)  $\frac{2\pi}{h} \sqrt{\frac{MT}{nR}}$



416. Una pequeña esfera de masa  $m$  sujeta a un resorte de rigidez  $K$ , realiza oscilaciones armónicas de amplitud  $A$ , sobre un plano horizontal liso. A la distancia  $\frac{A}{2}\sqrt{3}$  de la posición de equilibrio se coloca una plancha de acero de gran masa, en la cual rebota la esferita. Si el choque es elástico, determine el período de las oscilaciones en este caso.



A)  $\frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

B)  $\frac{5}{6}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

C)  $\frac{5}{3}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

D)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

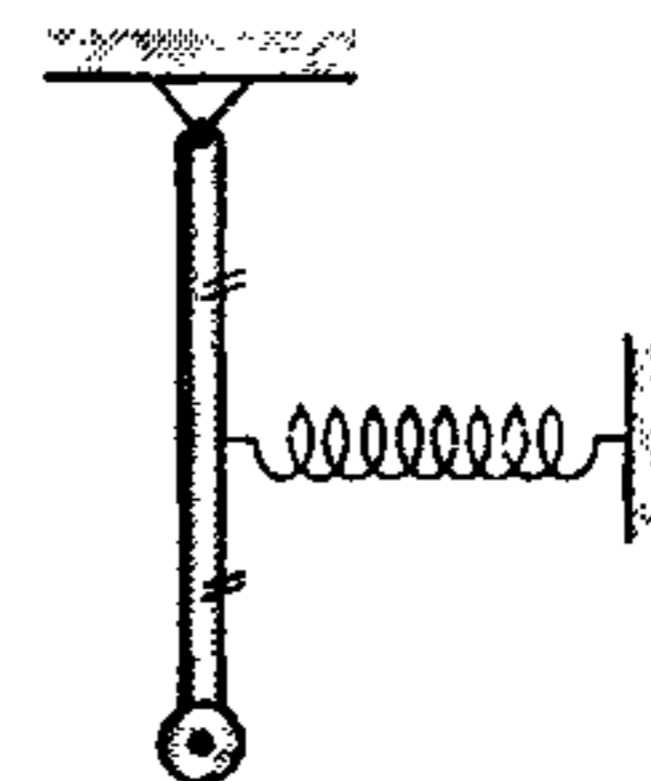
E)  $4\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

417. Una partícula realiza un M.A.S. y pasa por dos puntos separados 20 cm con la misma velocidad, empleando como mínimo 1 s para ir de un punto a otro; luego emplea 2 s más para pasar por el segundo punto en dirección opuesta. Calcule la amplitud de la partícula oscilante.

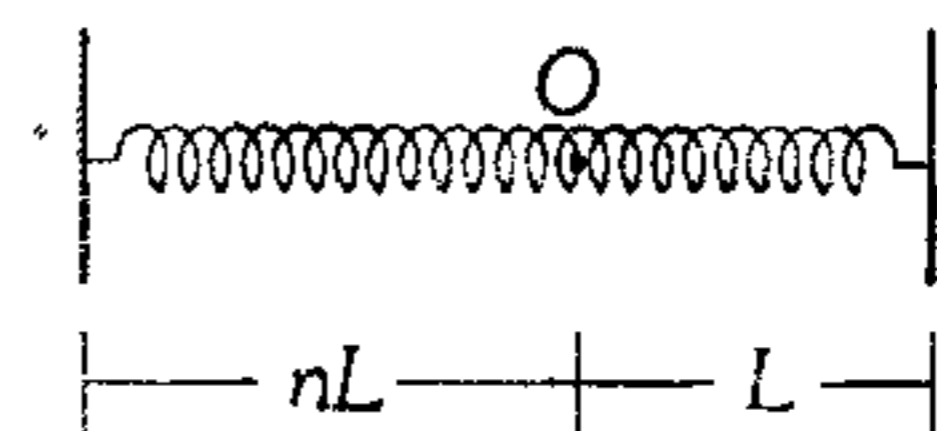
- A) 10 cm    B) 15 cm    C) 20 cm  
D) 25 cm    E) 30 cm

418. Se muestra un sistema formado por una varilla rígida de 50 cm y masa despreciable, la cual está soldada a una pequeña esfera de 2,5 kg y en su punto medio es soldado un resorte de 50 N/m. Si el sistema se desvía de su posición de equilibrio, determine el período de sus pequeñas oscilaciones.

- A)  $0,2\pi$  (s)  
B)  $0,4\pi$  (s)  
C) 2 s  
D)  $\pi$  (s)  
E)  $0,8\pi$  (s)



419. Un resorte de constante de rigidez  $K$ , se encuentra entre dos paredes, tal como muestra la figura. En el punto  $O$  se corta al resorte y se sujeta un bloque de masa  $m$ . Determine el período de las pequeñas oscilaciones, sobre una superficie horizontal lisa.



A)  $\frac{2\pi}{(n+1)} \sqrt{\frac{mn}{k+1}}$

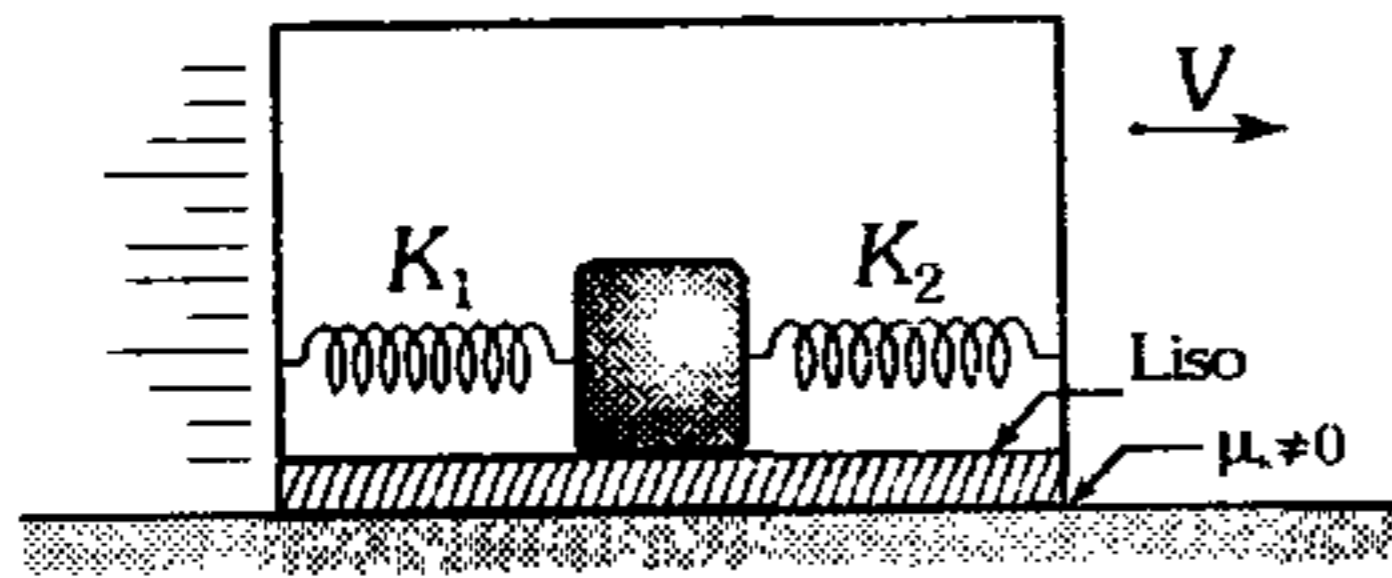
B)  $\frac{2\pi}{n} \sqrt{\frac{m}{k+1}}$

C)  $\frac{2\pi}{(n+1)} \sqrt{\frac{mn}{k}}$

D)  $\frac{2\pi}{n} \sqrt{\frac{m(n+1)}{k}}$

E)  $\frac{\pi}{n+1} \sqrt{\frac{mn}{k}}$

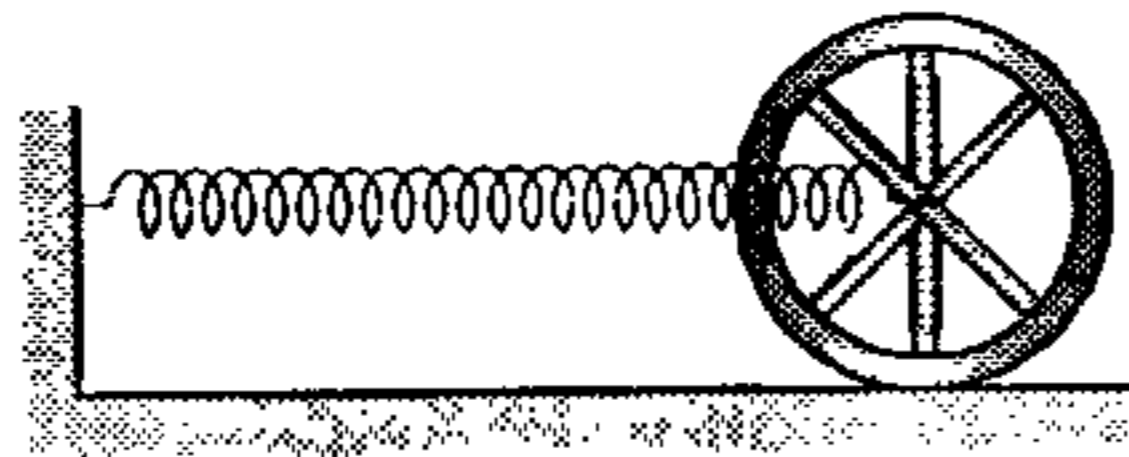
420. El sistema en el instante mostrado presenta una rapidez de 3 m/s; si transcurrido 0,5 s se detiene, el bloque de 2 kg a partir de dicho instante oscila con amplitud de ( $K_1=10$  N/m y  $K_2=30$  N/m).



- A) 50 cm    B) 30 cm    C)  $30\sqrt{6}$  cm  
D) 20 cm    E)  $30\sqrt{2}$  cm

421. Un resorte de constante de rigidez  $K=32$  N/m se encuentra unido al eje de una rueda de 1 kg que puede rodar sin deslizar. Determine el período de las pequeñas oscilaciones que experimenta el eje de la rueda (la masa de la rueda se encuentra distribuida homogéneamente en la llanta).

- A)  $2,5 \pi$  s  
B)  $4 \pi$  s  
C)  $0,5 \pi$  (s)  
D)  $2 \pi$  s  
E)  $0,8 \pi$  (s)



422. Una partícula oscilante de 0,1 kg en un instante dado tiene la posición

$$\vec{x} = 0,5 \text{sen}\left(4t + \frac{\pi}{3}\right) \text{m}$$

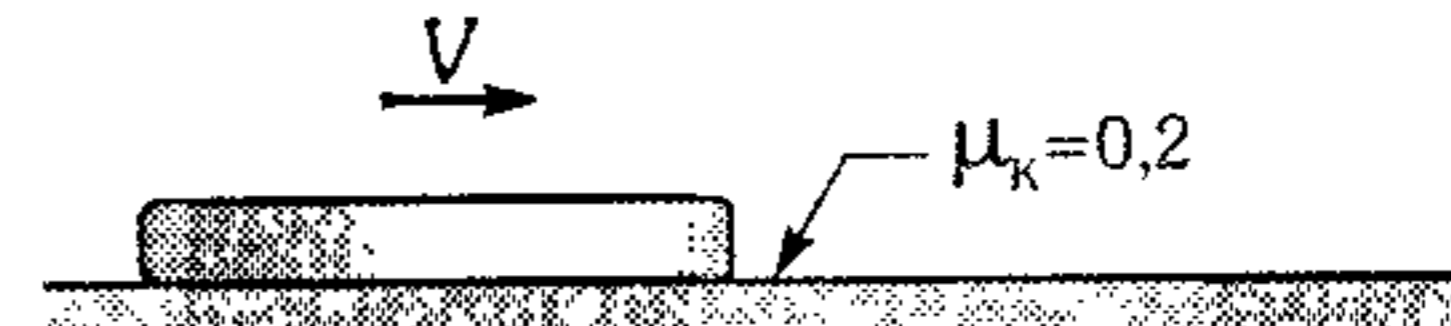
Entonces es correcto afirmar que

- A) su máxima aceleración es  $16 \text{ m/s}^2$ .  
B) su velocidad máxima es 3 m/s.  
C) su máxima energía cinética es 0,4 J.  
D) su energía potencial máxima es 0,2 J.  
E) su período de oscilación es  $\frac{\pi}{4}$ .
423. Considere un resorte horizontal ( $K=0,1$  N/cm) con un extremo fijo y en el otro extremo un bloque de 0,4 kg apoyado en un piso horizontal liso.

Si el bloque es desplazado 10 cm hacia la derecha y soltado, ¿qué ecuación tiene su posición durante el movimiento de dicho bloque?

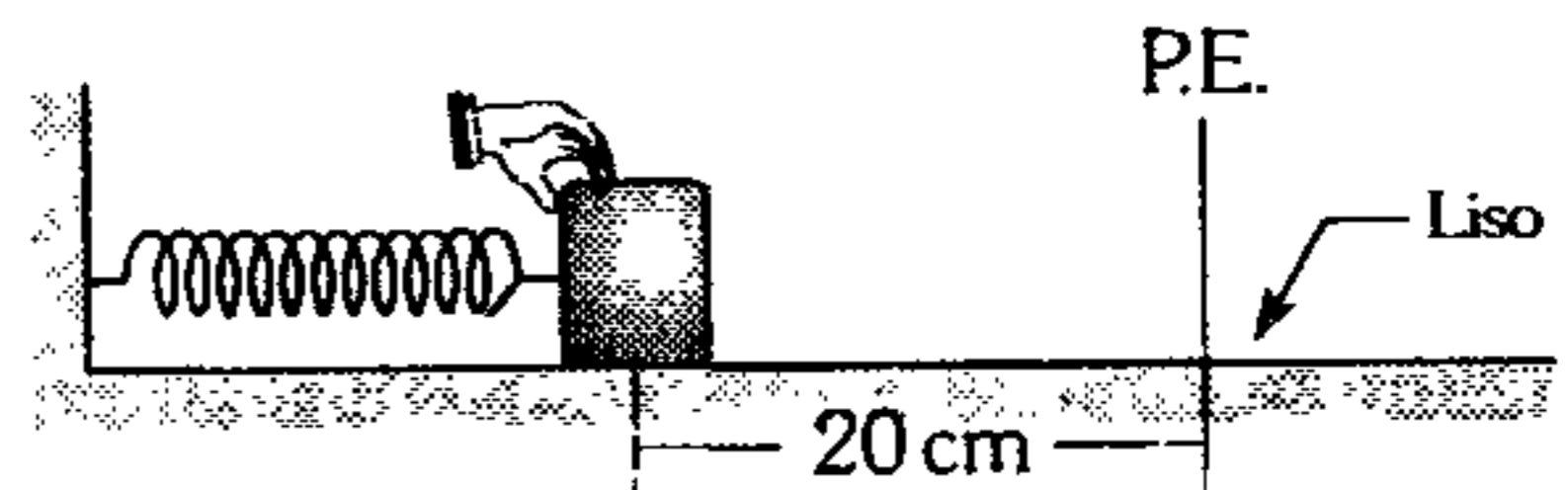
- A)  $0,1 \text{sen}\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) \text{m}$     B)  $0,1 \text{cos}\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) \text{m}$   
C)  $0,1 \text{sen}(5t) \text{m}$   
D)  $0,1 \text{cos}(5t) \text{m}$     E)  $0,1 \text{sen}(10t) \text{m}$

424. Una barra homogénea de 8 m de longitud es lanzada sobre una pista horizontal de tal forma que comienza a ingresar a una zona áspera. Si la barra logra ingresar completamente con las justas; determine la rapidez con la cual fue lanzada y el tiempo que tardó para ingresar. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 10 m/s y 2 s    B) 8 m/s y 4 s  
C) 5 m/s y 3 s  
D) 4 m/s y  $\pi$  s    E) 2 m/s y  $2 \pi$  s

425. Si el bloque de 2 kg es desplazado 20 cm respecto de su posición de equilibrio tal como se indica y se abandona; indique la gráfica que corresponde a la velocidad del bloque en función al tiempo  $K=200$  N/m.



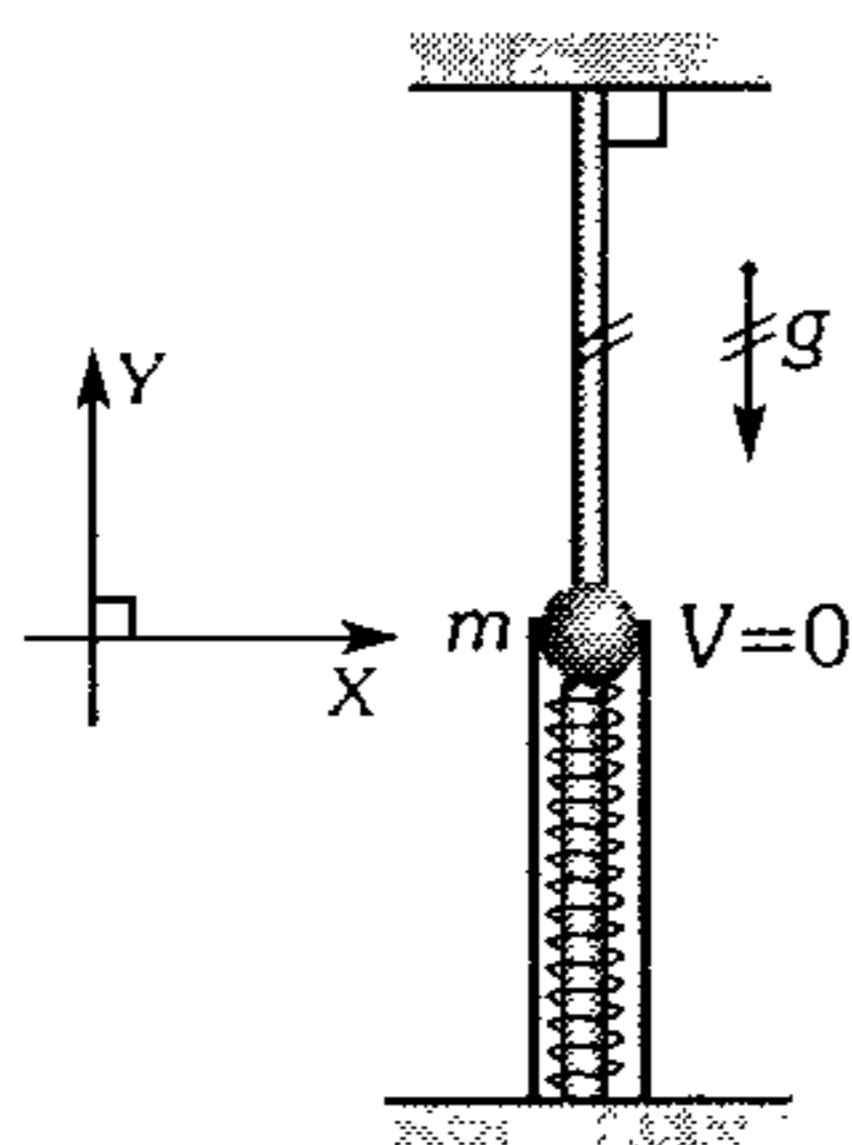
- A)
- B)
- C)
- D)
- E) Falta mayor información

426. Un oscilador realiza un M.A.S. con período  $T$  de acuerdo a  $\vec{y} = -A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ m}$ . ¿En qué instante el oscilador está en  $\vec{y} = -A \frac{\sqrt{3}}{2}$  subiendo?

Nota: la oscilación se da en un plano vertical.

- A)  $T$       B)  $\frac{T}{2}$       C)  $\frac{T}{3}$   
 D)  $\frac{T}{6}$       E)  $\frac{2T}{3}$

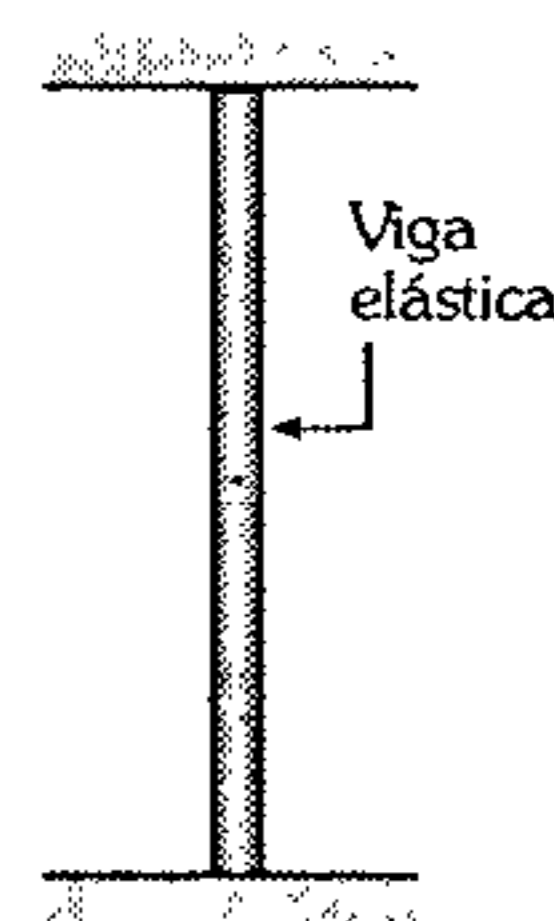
427. En el gráfico se muestra una esfera lisa de 1 kg soldada a un resorte ideal de  $K = \frac{1 \text{ N}}{\text{cm}}$ . Cada cuerda soporta una tensión de 10 N; si se corta las cuerdas, determine la ecuación del movimiento de la esfera ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



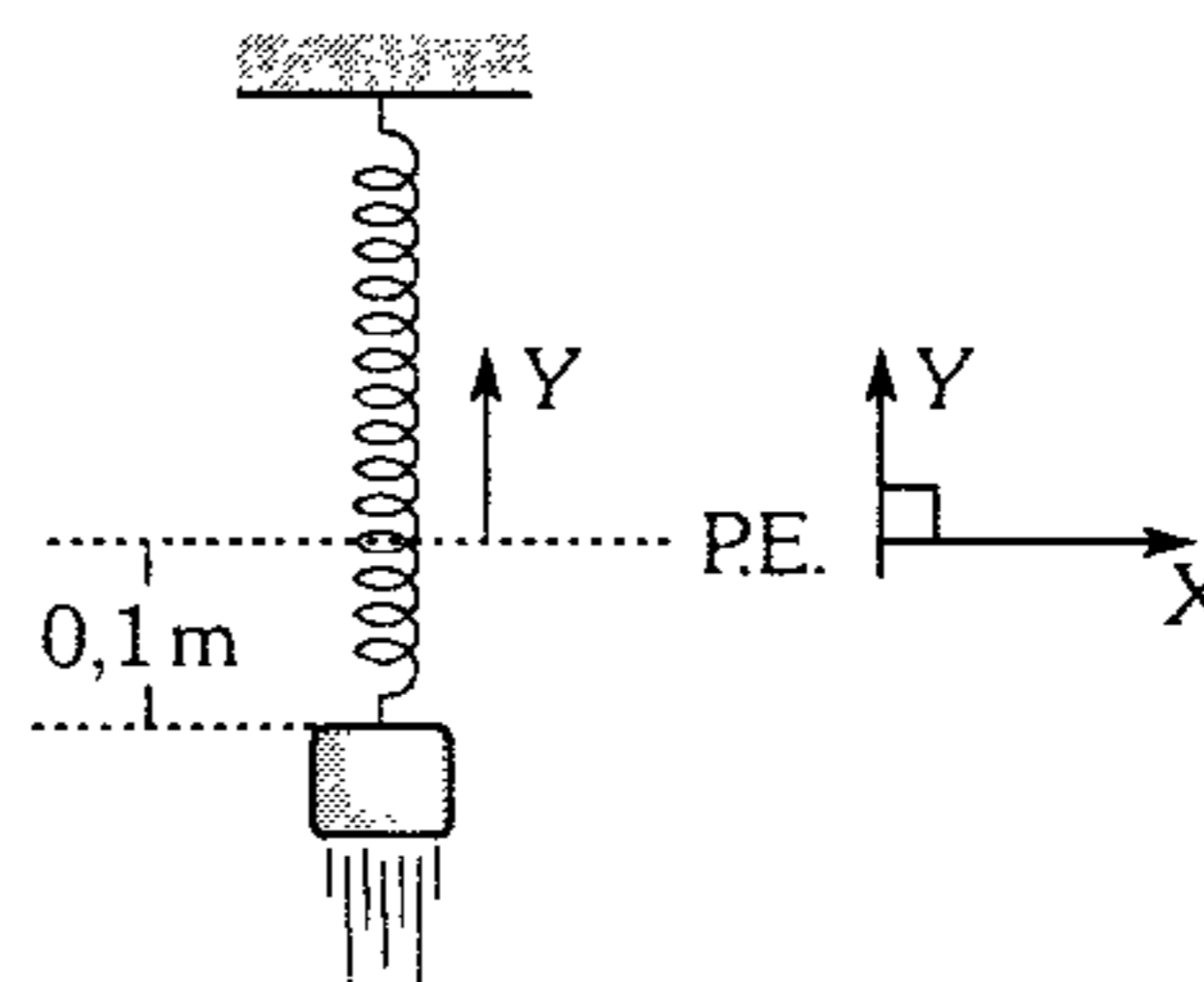
- A)  $\vec{y} = 0,3 \text{ sen}\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$   
 B)  $\vec{y} = 0,3 \text{ sen}\left(t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ m}$   
 C)  $\vec{y} = 0,2 \text{ sen}\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$   
 D)  $\vec{y} = 0,2 \text{ sen}\left(t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ m}$   
 E)  $\vec{y} = 0,2 \text{ sen}\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ m}$

428. La amplitud de oscilaciones de una carga de 5 kg situada en la parte media de una viga elástica de rigidez  $k = 20 \text{ N/cm}$  es 3 cm. Determine la rapidez inicial de la carga, si en el instante  $t = 0$ , la carga estaba en la posición de equilibrio.

- A) 0,2 m/s  
 B) 0,3 m/s  
 C) 0,4 m/s  
 D) 0,6 m/s  
 E) 1,2 m/s

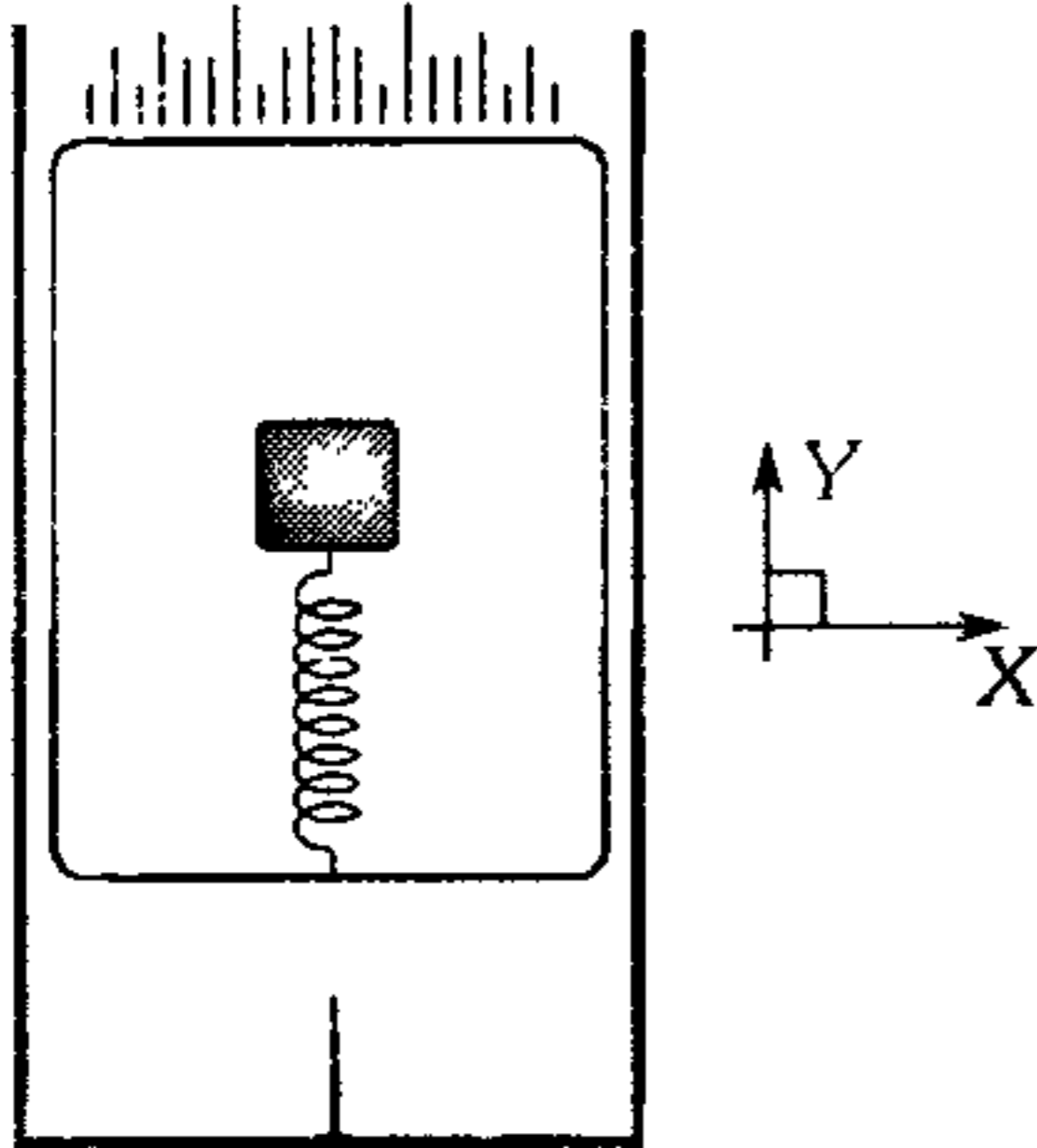


429. A partir del instante mostrado se comienza a analizar el movimiento del bloque de 2 kg que se encuentra unido a un resorte constante de rigidez  $k = 200 \text{ N/m}$ . Halle la ecuación de su movimiento. Considere que para dicho instante la rapidez del bloque es  $\sqrt{3} \text{ m/s}$  y desprecie el rozamiento ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



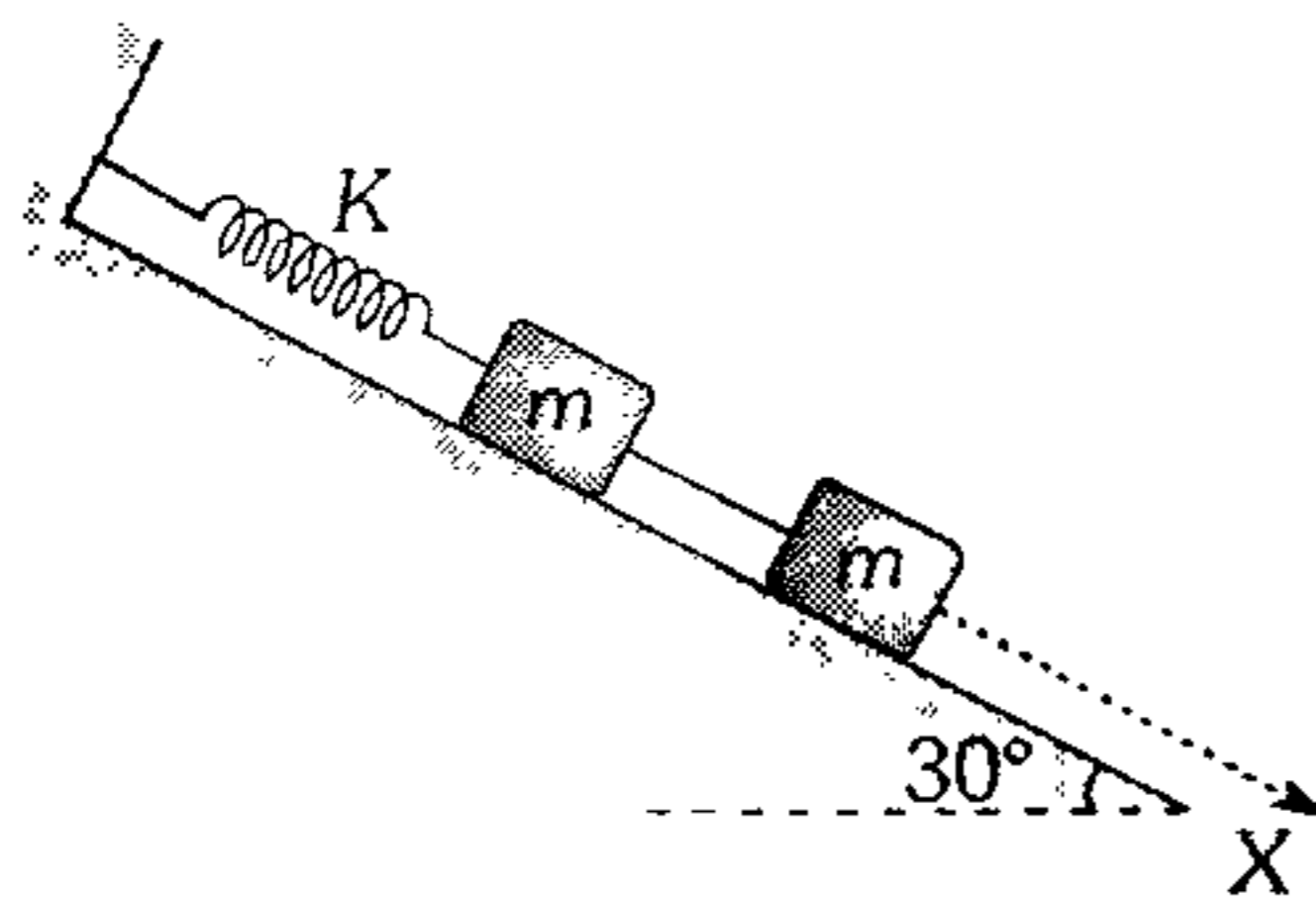
- A)  $\vec{y} = 0,2 \text{ sen}\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ m}$   
 B)  $\vec{y} = 0,2 \text{ sen}\left(t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$   
 C)  $\vec{y} = -0,2 \text{ sen}\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ m}$   
 D)  $\vec{y} = 0,2 \text{ sen}\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m}$   
 E)  $\vec{y} = -0,2 \text{ sen}\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ m}$

430. El recipiente de madera contiene un bloque conectado a un resorte, el cual está comprimido 40 cm. El conjunto descende con una rapidez constante de 1,5 m/s y de pronto se incrusta en el clavo mostrado. ¿Cuál será la ecuación del movimiento del bloque después del impacto? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A)  $\vec{y} = 0,3 \text{ sen } t \text{ (m)}$
- B)  $\vec{y} = 0,6 \text{ sen}(t + \pi) \text{ (m)}$
- C)  $\vec{y} = 0,3 \text{ sen}(5t + \pi) \text{ (m)}$
- D)  $\vec{y} = 0,4 \text{ sen}(25t - \pi) \text{ (m)}$
- E)  $\vec{y} = 0,3 \text{ sen}(t + \pi) \text{ (m)}$

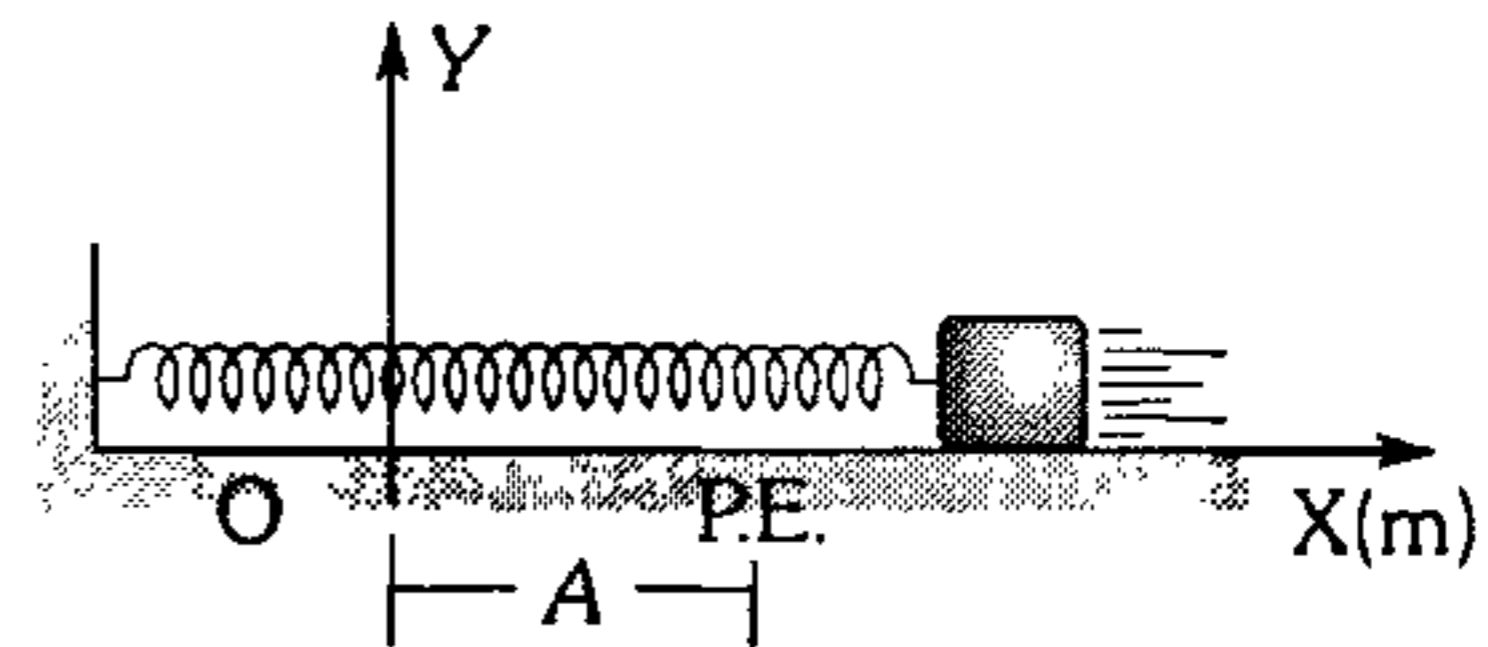
431. El sistema mostrado reposa sobre el plano inclinado liso, donde  $m=1 \text{ kg}$  y  $K=25 \text{ N/m}$ . En cierto instante cortamos el cable que une a ambos bloques; determine la ecuación de movimiento del bloque oscilante.



- A)  $\vec{x} = 0,2 \text{ sen}\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m}$
- B)  $\vec{x} = 0,5 \text{ sen}\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$

- C)  $\vec{x} = 0,4 \text{ sen}\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ m}$
- D)  $\vec{x} = 0,2 \text{ sen}\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$
- E)  $\vec{x} = 0,2 \text{ sen}(5t) \text{ m}$

432. Un oscilador armónico se desplaza sobre una superficie lisa con amplitud  $A$ . ¿En qué posición su energía cinética será tres veces su energía potencial elástica?

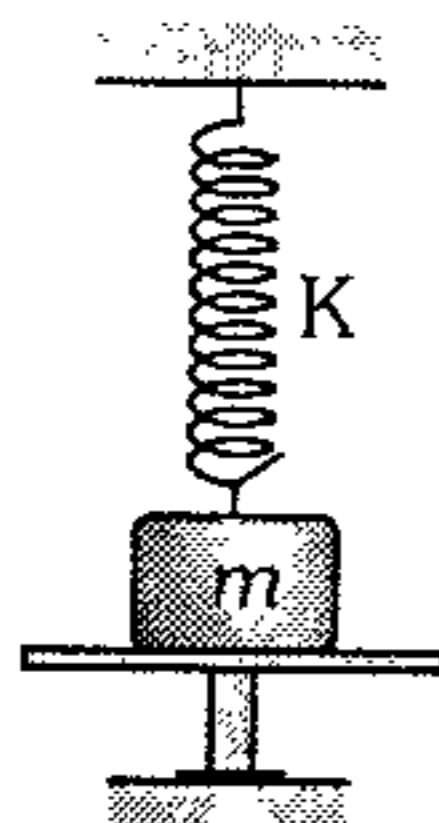


- A)  $\frac{A}{4}$
- B)  $\frac{3}{4}A$
- C)  $\frac{5}{4}A$
- D)  $\frac{3}{2}A$
- E)  $\frac{5}{2}A$

433. Un oscilador armónico con una masa de 2 kg oscila en un plano horizontal. El oscilador tiene una energía total de 20 J. Halle su ecuación del movimiento si en el instante  $t=0$ , su posición es  $\vec{x}_0 = +10 \text{ cm}$  y está moviéndose hacia la derecha. La constante de rigidez del resorte es  $k=1000 \text{ N/m}$ .

- A)  $\vec{x} = 0,2 \text{ sen}\left(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{3}\right)$
- B)  $\vec{x} = 0,1 \text{ sen}\left(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{6}\right)$
- C)  $\vec{x} = 0,2 \text{ sen}\left(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{6}\right)$
- D)  $\vec{x} = 0,1 \text{ sen}\left(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$
- E)  $\vec{x} = 0,2 \text{ cos}\left(10\sqrt{5}t + \frac{3\pi}{4}\right)$

434. Cierta carga de masa  $m$ , sujeta al resorte de rigidez  $K$ , se encuentra sobre un soporte, por lo que el resorte resulta no deformado. El soporte se retira muy rápido; calcule la deformación máxima que experimenta el resorte y la rapidez máxima de la carga.

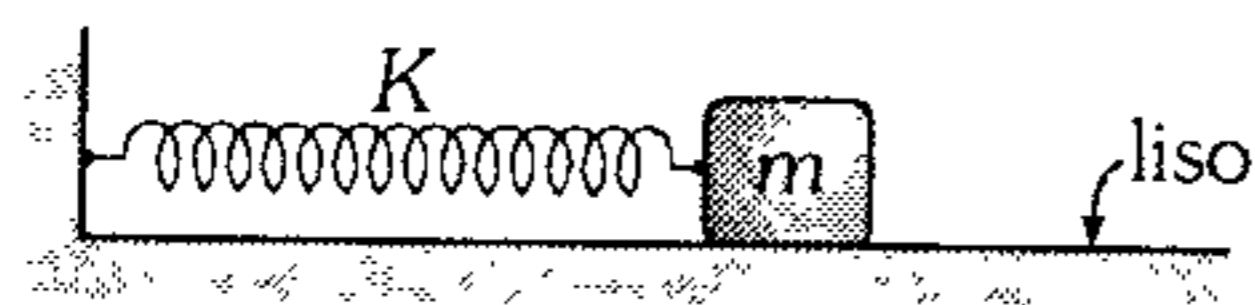


- A)  $x_{\text{máx}} = \frac{mg}{k}$ ;  $V_{\text{máx}} = g\sqrt{\frac{m}{k}}$   
 B)  $x_{\text{máx}} = \frac{2mg}{k}$ ;  $V_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$   
 C)  $x_{\text{máx}} = \frac{2mg}{k}$ ;  $V_{\text{máx}} = g\sqrt{\frac{m}{k}}$   
 D)  $x_{\text{máx}} = \frac{mg}{2k}$ ;  $V_{\text{máx}} = \frac{g}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$   
 E)  $x_{\text{máx}} = \frac{4mg}{k}$ ;  $V_{\text{máx}} = 2g\sqrt{\frac{k}{m}}$

435. Una porción  $m=1,5$  kg se desprende de la parte inferior de la carga  $M=2$  kg colgado de un resorte de rigidez  $k=100$  N/m. ¿Cuánto se comprime como máximo el resorte después del desprendimiento de  $m$ ?

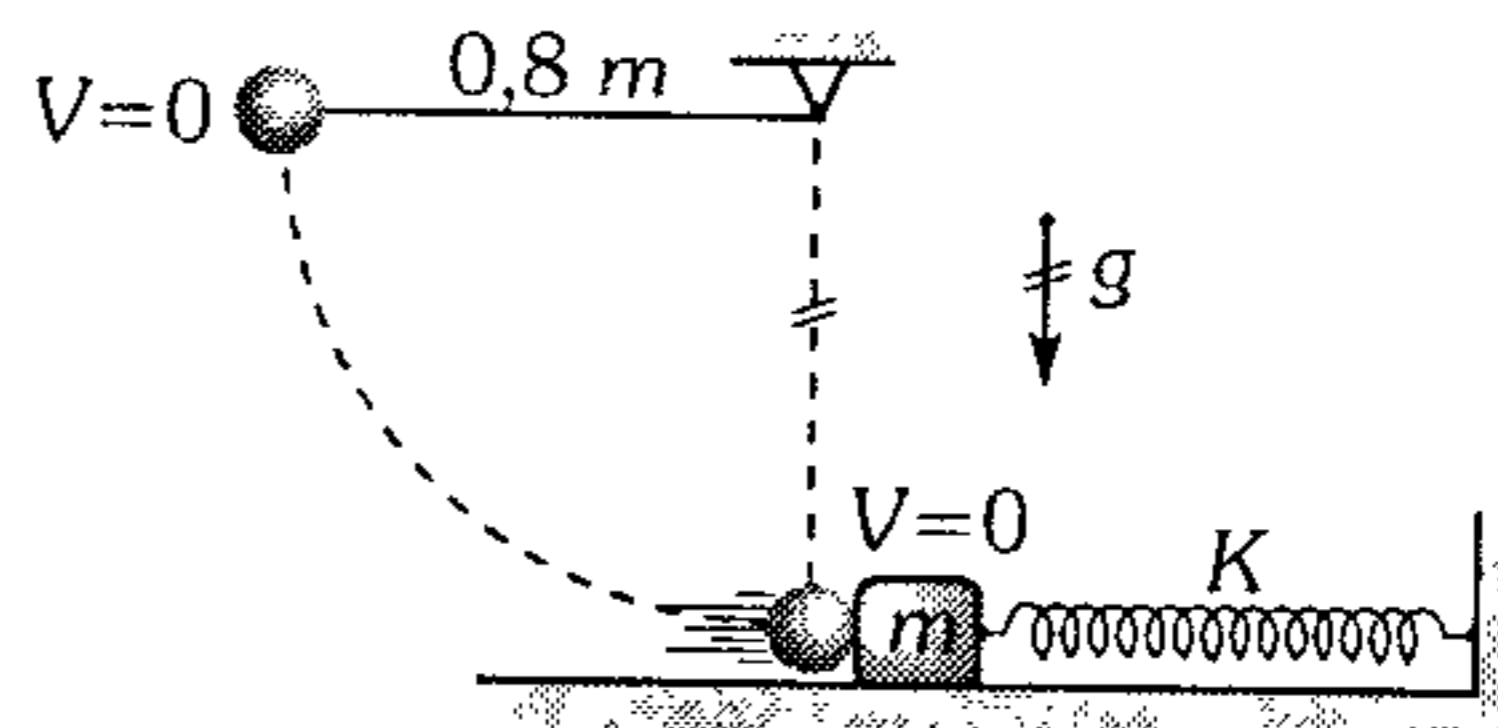
- A) 5 cm      B) 10 cm      C) 30 cm  
 D) 18 cm      E) 20 cm

436. El bloque de 1 kg reposa y es golpeado con un martillo, de modo que el impulso transmitido es  $\vec{T} = 20\hat{i}$  N.S. Halle la ecuación del movimiento del bloque en el S.I., considere  $K=100$  N/m.



- A)  $\vec{x} = 5\text{sen}(10t)$  m      B)  $\vec{x} = 4\text{cos}(5t)$  m  
 C)  $\vec{x} = 2\text{sen}(5t)$  m  
 D)  $\vec{x} = 4\text{cos}(10t)$  m      E)  $\vec{x} = 2\text{sen}(10t)$  m

437. Se abandona a la esfera de 1 kg en la posición mostrada, si esta choca elásticamente con el bloque que está unido a un resorte de rigidez  $k=100$  N/m. Determine después de cuánto tiempo luego de producido el choque, la separación ( $d$ ) entre la esfera y el bloque es máxima, determine también dicha distancia ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>,  $m=1$  kg).

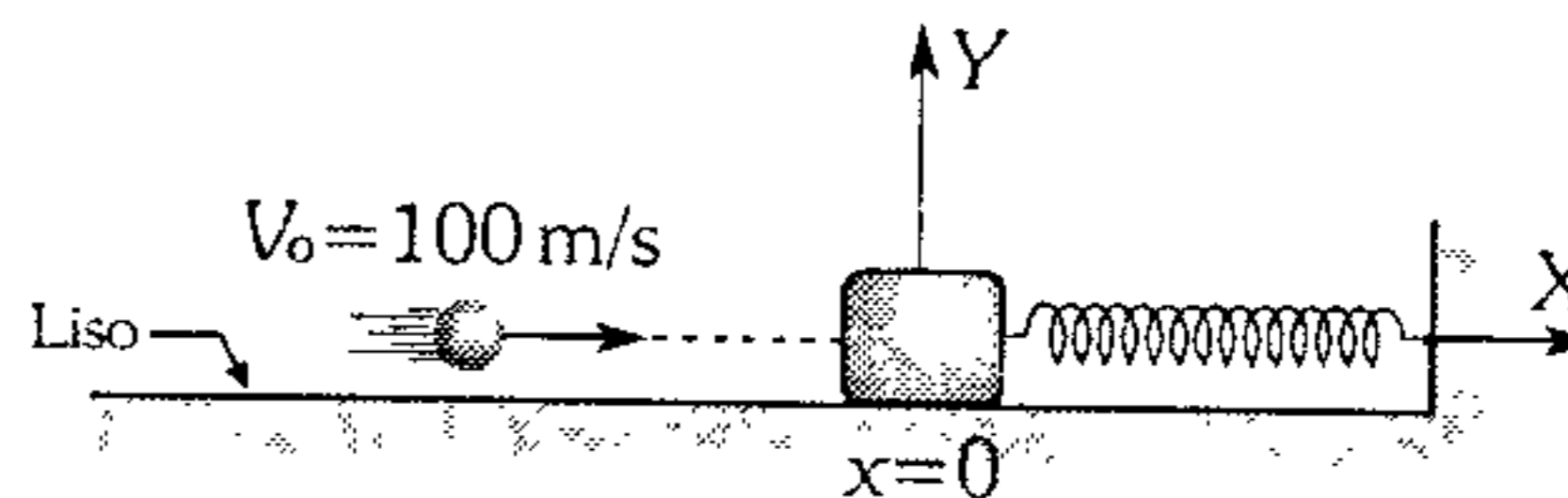


- A)  $0,1\pi$ s; 0,2 m      B)  $\pi$ s; 0,1 m  
 C)  $0,05\pi$ s; 0,4 m  
 D)  $0,2\pi$ s; 0,4 m      E) 0,10s; 0,8 m

438. Un resorte está unido por un extremo a una pared vertical y por el otro a un bloque de masa  $m$  apoyado en el piso, lo estiramos y lo soltamos llegando a comprimir al resorte completamente en 2 s, en ese instante le adherimos una masa de  $3m$  sobre  $m$ . Determine el tiempo que demora en regresar a su posición inicial, desde que fue soltado sobre la superficie horizontal lisa.

- A) 4 s      B) 8 s      C) 2 s  
 D) 1 s      E) 6 s

439. Un cuerpo pequeño de 50 g impacta horizontalmente con una rapidez de 100 m/s sobre un bloque de 950 g al cual se adhiere. ¿Determine la ecuación que describe el movimiento oscilatorio?  $K=100$  N/m.



- A)  $\vec{x} = 0,3\text{sen}\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$  m  
 B)  $\vec{x} = 0,5\text{sen}\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$  m  
 C)  $\vec{x} = 0,4\text{cos}(10t)$  m  
 D)  $\vec{x} = 0,5\text{sen}(10t)$  m  
 E)  $\vec{x} = 0,5\text{sen}(5t)$  m

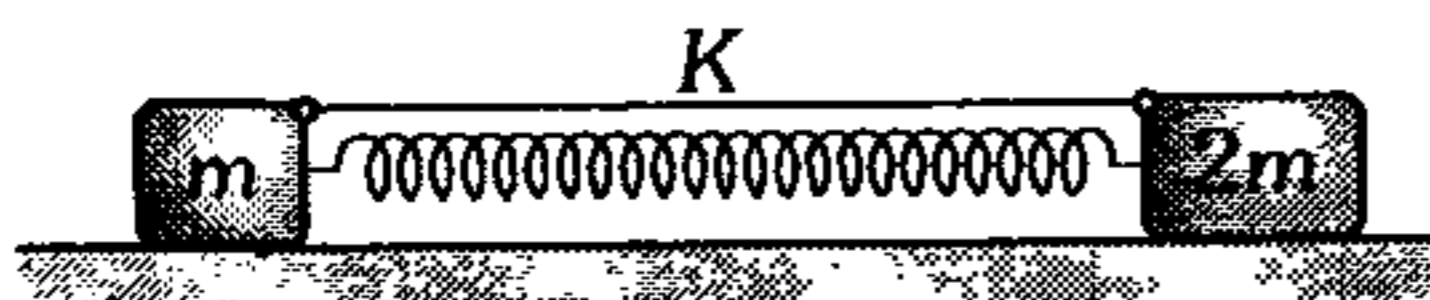


440. Dos bolas lisas de masas  $m$  unidas por un resorte de rigidez  $k$  y sin deformación, se mueven horizontalmente hacia una pared vertical. Después del choque elástico, determine el período de oscilación que adquiere el sistema y cuántas veces impacta en total sobre la pared.



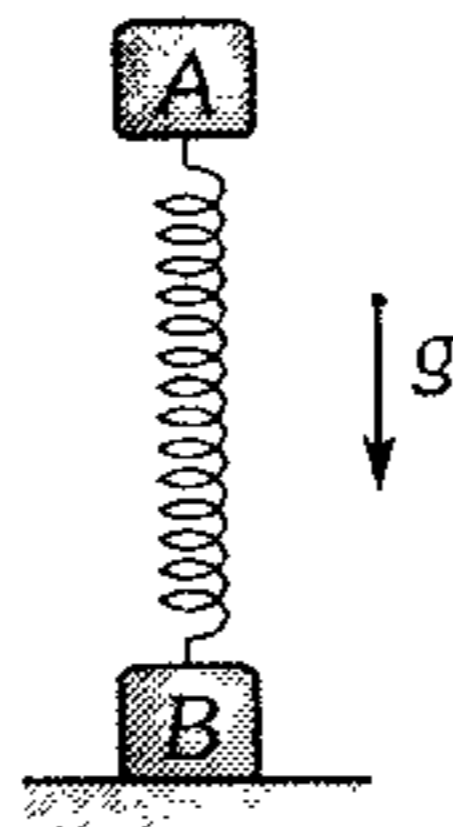
- A)  $\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$  ; 1      B)  $2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$  ; 1  
 C)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$  ; 1  
 D)  $\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$  ; 2      E)  $\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$  ; 2

441. Al quemar el hilo que une los bloques sujetos al resorte de rigidez  $k$  que reposan sobre una superficie lisa, se puede afirmar que es erróneo que



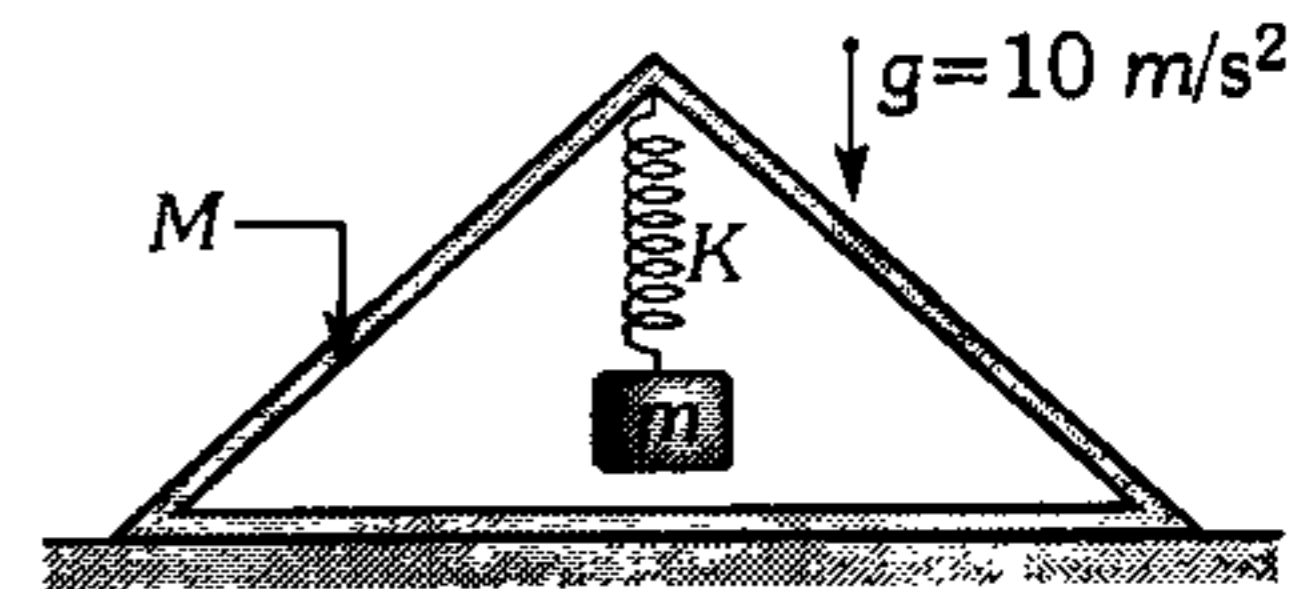
- A) el sistema no oscila.  
 B)  $m$  y  $2m$  oscilan con igual período.  
 C) el centro de masa del sistema no cambia de posición.  
 D)  $m$  oscila con un período  $2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$   
 E)  $(2m)$  oscila con un período  $2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$

442. Los cuerpos A y B son de 1 kg y 4 kg respectivamente y están unidos por un resorte ideal. Si A efectúa oscilaciones libres con amplitud 1,6 cm y frecuencia angular 25 rad/s, calcule la máxima y mínima fuerza sobre el plano de apoyo ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



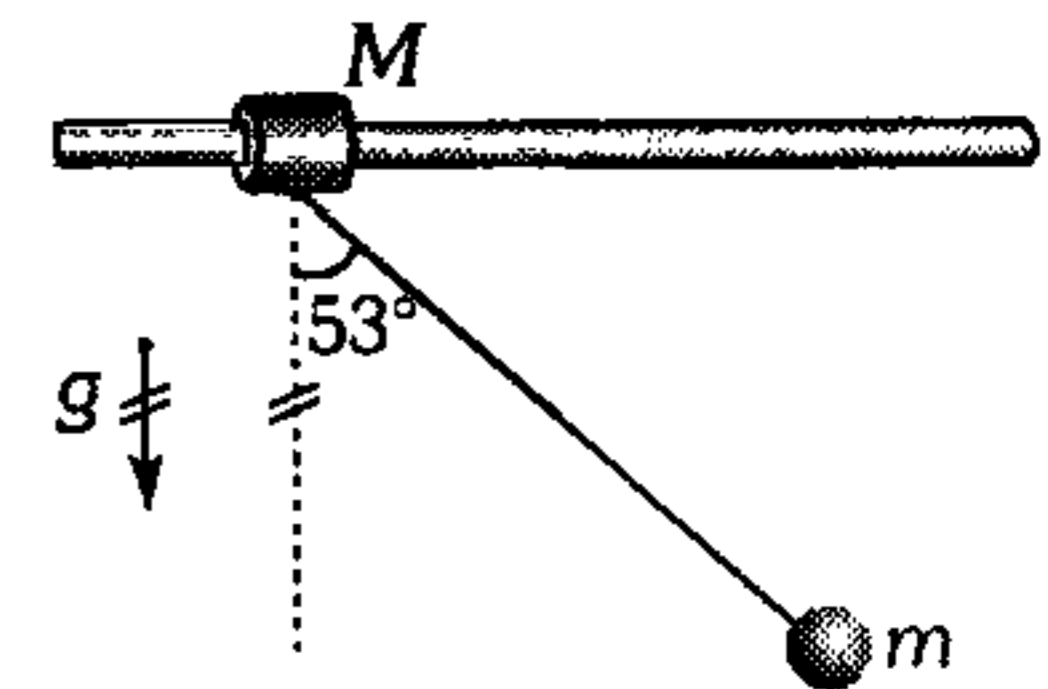
- A) 60 y 40 N  
 B) 80 y 60 N  
 C) 100 y 60 N  
 D) 120 y 80 N  
 E) 100 y 80 N

443. Una caja triangular, de lados iguales y de masa igual a 5 kg, se encuentra sobre una superficie horizontal. Un bloque de 1 kg está suspendido de él tal como indica la figura. ¿Con qué amplitud de las oscilaciones verticales del bloque, la caja empezará a saltar sobre la superficie?  $k=10 \text{ N/cm}$ .



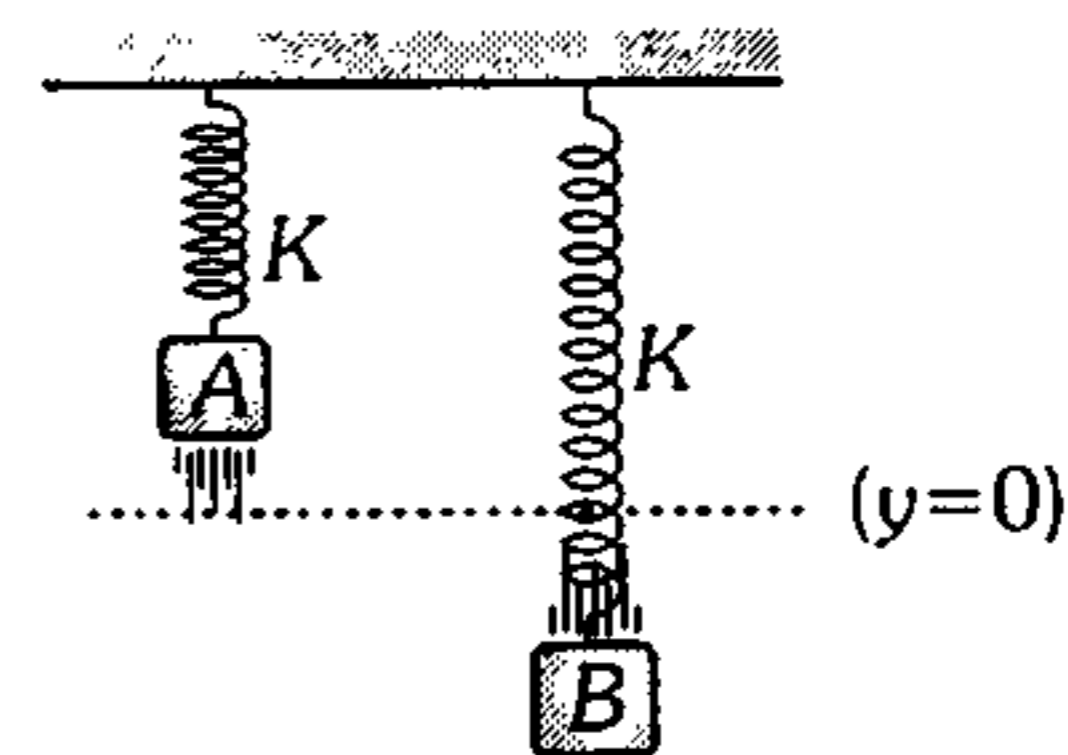
- A) 2 cm  
 B) 3 cm  
 C) 4 cm  
 D) 5 cm  
 E) 6 cm

444. Se tiene un sistema formado por un collarín liso de 2 kg y una pequeña esfera de 0,5 kg, ambos unidos por un cable ideal de 1 m de longitud. Si el sistema se abandona en la posición mostrada, determine la amplitud de las oscilaciones del collarín y el módulo de la tensión máxima que soporta el cable. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



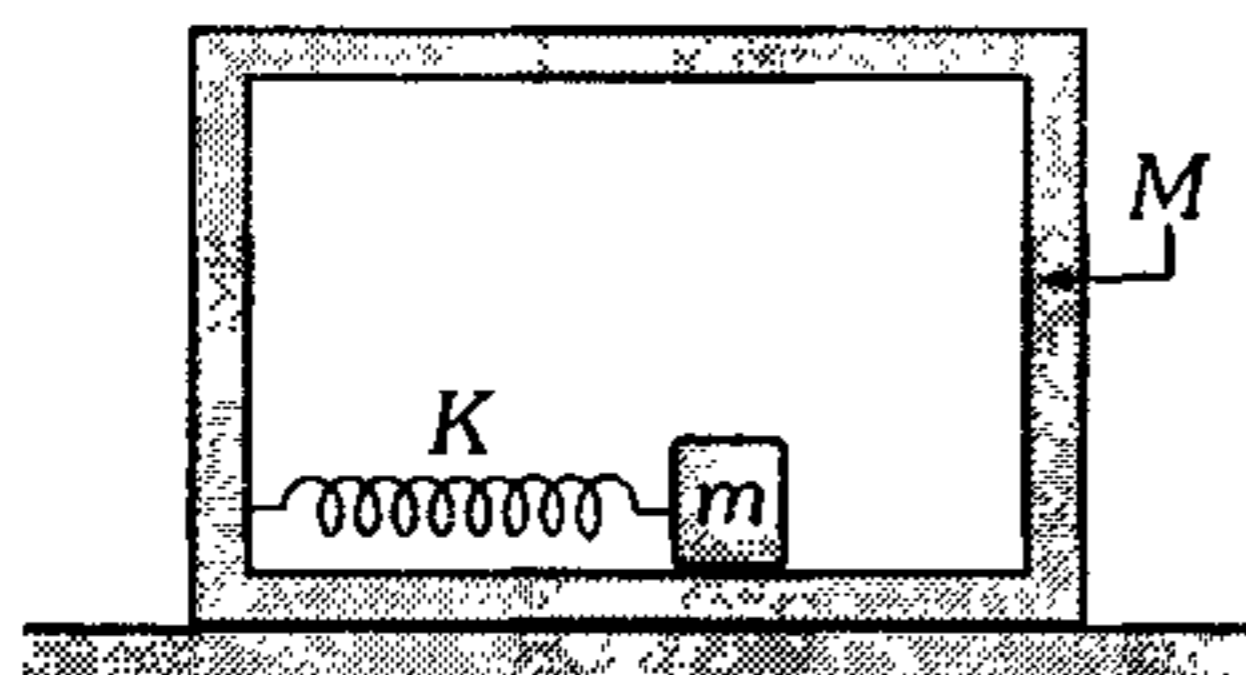
- A) 15 cm y 12 N  
 B) 16 cm y 5 N  
 C) 12 cm y 3 N  
 D) 20 cm y 5 N  
 E) 16 cm y 9 N

445. Dos bloques A y B de masas iguales oscilan con igual amplitud  $A$ . Después de transcurrido un tiempo  $t$ , cuando A está en  $\vec{y} = \frac{A}{2}$  (subiendo), la posición de B es  $\vec{y} = -\frac{\sqrt{3}A}{2}$  (bajando). El ángulo de fase de B con respecto a A, es entonces



- A)  $\frac{7\pi}{6}$       B)  $\frac{5\pi}{6}$       C)  $\frac{\pi}{3}$   
 D)  $\frac{\pi}{6}$       E)  $\frac{\pi}{4}$

446. Una caja de masa  $M$  está sobre una mesa horizontal. Determine la amplitud de las oscilaciones de  $m$ , para que la caja empiece a moverse por la mesa. El coeficiente de rozamiento entre la caja y la mesa es  $\mu$ . El bloque de masa  $m$  es liso.

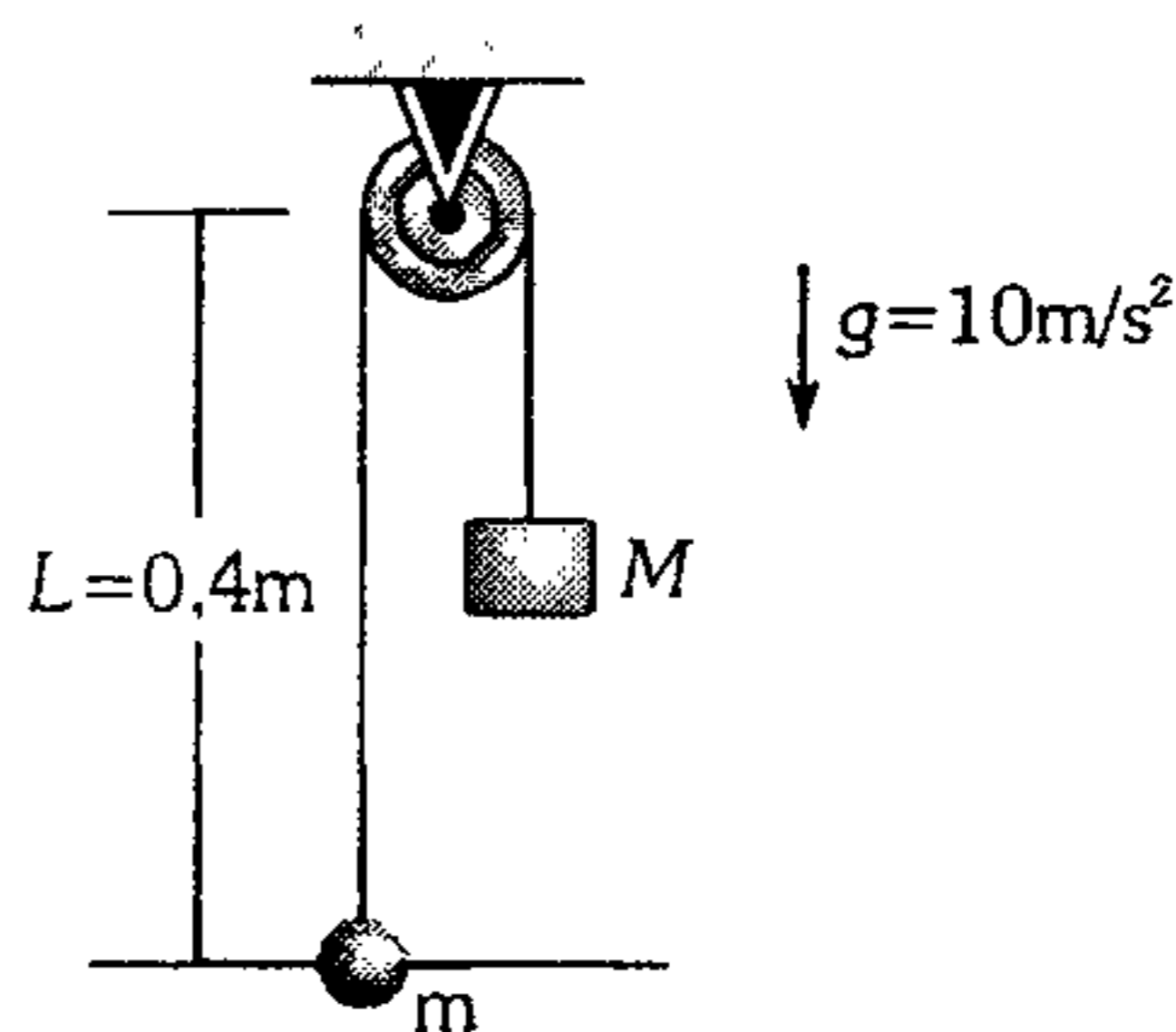


- A)  $A \geq \mu \frac{Mg}{k}$       B)  $A \geq \mu \frac{Mg}{2k}$   
 C)  $A \geq \mu \frac{(M+m)g}{2k}$   
 D)  $A \geq \mu \frac{(M+m)g}{k}$       E)  $A \geq \mu \frac{mg}{k}$

447. Respecto a un péndulo simple que oscila en un plano vertical, podemos afirmar que

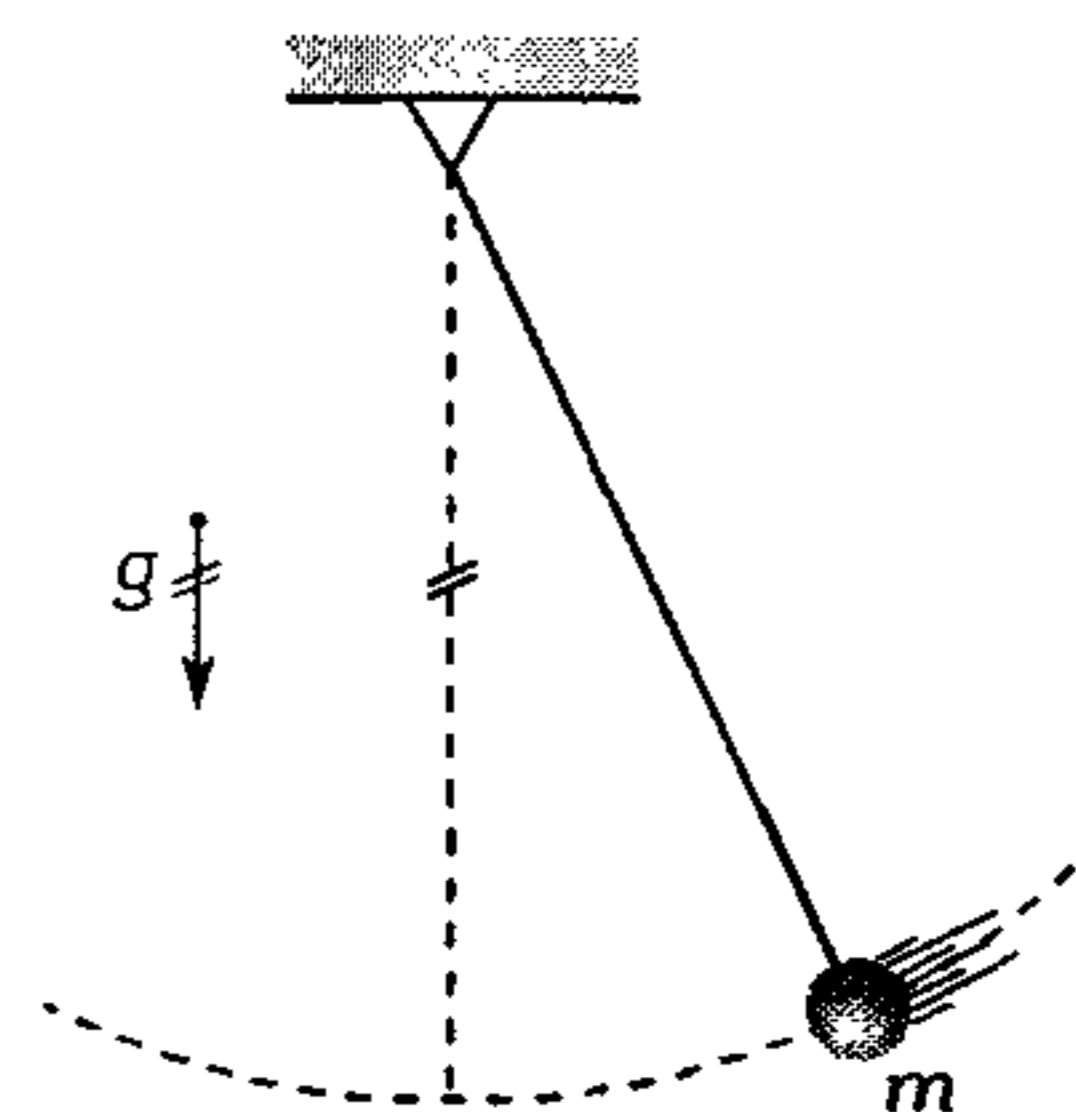
- A) en el punto más alto de su trayectoria su aceleración tangencial es nula.  
 B) en el punto más bajo de su trayectoria su aceleración centrípeta es cero.  
 C) su período de oscilación es independiente de la aceleración del sistema.  
 D) se mueve más rápido si aumentamos su longitud.  
 E) oscilará más rápido si lo colocamos en un ascensor que sube aceleradamente con  $a < g$ .

448. Una pequeña esfera hueca de masa  $m$  está insertada en una aguja horizontal lisa y una carga de masa  $M$  está unida a la esfera mediante una cuerda. Si desviamos ligeramente a la esfera, ¿cuál será su periodo de oscilación? ( $M=4m$ ).



- A)  $0,1 \text{ s}$       B)  $0,2 \pi \text{ s}$       C)  $0,5 \pi \text{ s}$   
 D)  $0,1 \pi \text{ s}$       E)  $\frac{1}{10\pi} \text{ s}$

449. El péndulo que se muestra, realiza oscilaciones armónicas. Si la amplitud de sus oscilaciones es  $A_0$ , determine el máximo valor de la fuerza de tensión en el hilo de longitud  $L$ .



- A)  $mg \left( 2 + \left( \frac{2A_0}{L} \right)^2 \right)$   
 B)  $2mg \left( 1 + \left( \frac{A_0}{L} \right)^2 \right)$   
 C)  $mg \left( 2 + \left( \frac{A_0}{L} \right)^2 \right)$   
 D)  $mg \left( 1 + \left( \frac{A_0}{L} \right)^2 \right)$   
 E)  $mg \left( 1 + \left( \frac{A_0}{2L} \right)^2 \right)$

**450.** Un péndulo simple se ubica dentro de un ascensor, el ascensor estaba en reposo y acelera hacia arriba con una aceleración  $a$  ( $a < g$ ) luego en un segundo tramo mantiene su velocidad constante, en un tercer tramo desacelera y luego se detiene. En este último tramo su aceleración es  $a$  ( $a < g$ ). ¿Qué afirmación es verdadera y qué afirmación es falsa?

- En el primer tramo el período de oscilación es menor.
- En el último tramo el período de oscilación es mayor.
- En la primera parte el péndulo realiza mayor número de oscilaciones por cada segundo.
- En el segundo tramo el período de oscilación es mayor que en el primer tramo.

- A) VFVV      B) VVFF      C) VVVV  
D) VFVF      E) VFFV

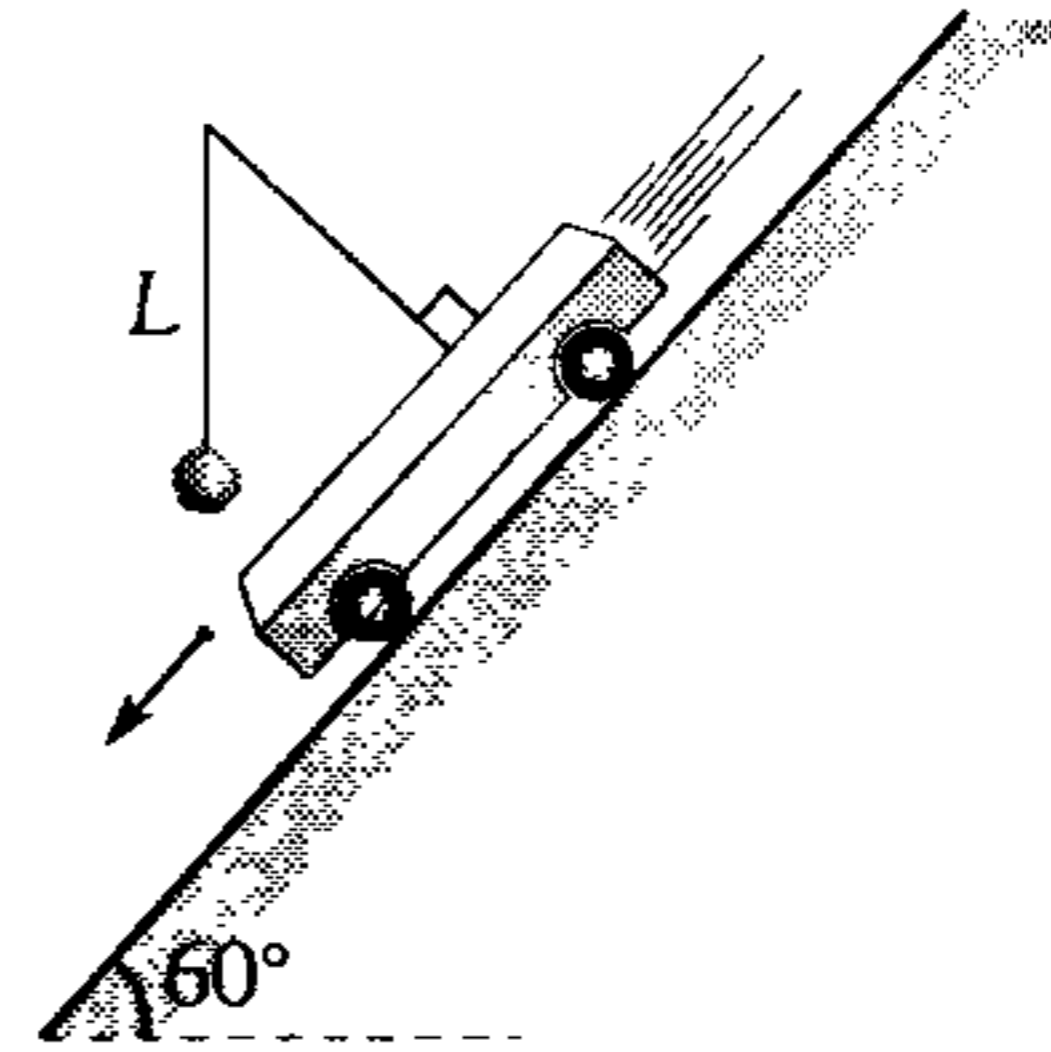
**451.** Un péndulo oscila dentro de un ascensor que sube con velocidad constante. Si el ascensor comienza a frenar con una aceleración  $a = \frac{g}{4}$ , ¿en cuánto se debe acortar la longitud del péndulo para que el período no se altere? Dé la respuesta en porcentaje.

- A) 75%      B) 25%      C) 30%  
D) 50%      E) 10%

**452.** Un péndulo en la superficie terrestre tiene un período de 3 s. Lo llevamos a un planeta cuya masa es 9 veces la masa de la Tierra y cuyo radio es 2 veces el radio terrestre. ¿Cuántas oscilaciones completas realiza en ese planeta en el mismo tiempo en que en la Tierra realiza 2 oscilaciones completas?

- A) 3      B) 2      C) 1  
D) 6      E) 5

**453.** Una carretilla desciende sobre un plano inclinado liso. Determine el período de las pequeñas oscilaciones del péndulo de 1,25 m de longitud instalado en la carretilla. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



- A)  $0,5 \pi$  (s)    B)  $\pi$  (s)      C)  $\frac{\pi}{3}$  (s)  
D) 2 s            E) 0,5 s

### Ondas Mecánicas

**454.** Entre la cresta y el valle adyacente de las olas en la superficie de un lago, hay una distancia de 1,5 m. En medio minuto pasan 50 crestas por la posición en que se encuentra una boya anclada en el lago. ¿Cuál será la velocidad de las olas?

- A) 1 m/s      B) 2 m/s      C) 3 m/s  
D) 4 m/s      E) 5 m/s

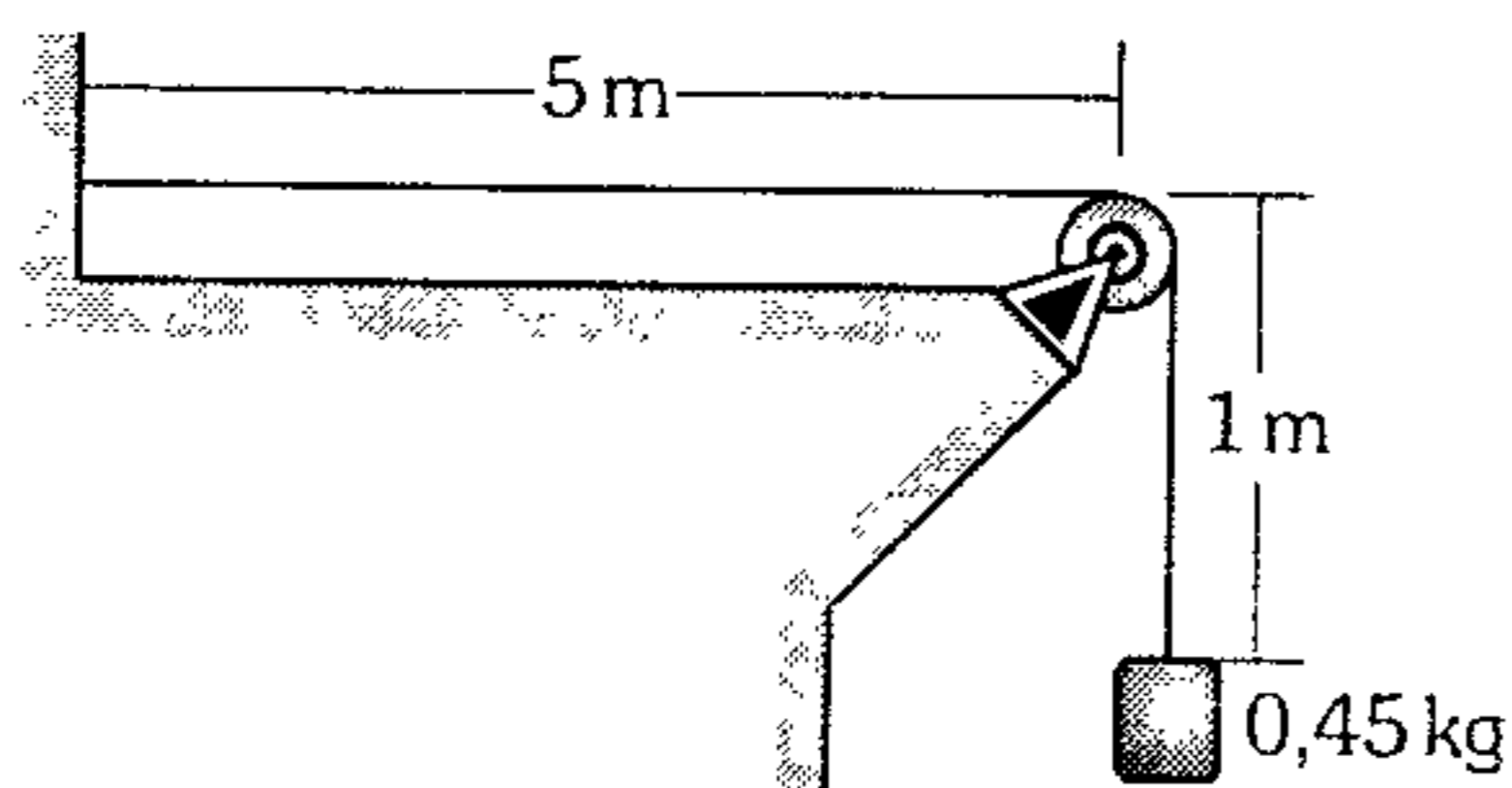
**455.** En una piscina de aguas tranquilas, se lanza una piedra a una distancia de 6 m de un bote de juguete y luego de 3 s de dicho lanzamiento, empieza a oscilar a razón de 2 oscilaciones por segundo. Determine la rapidez de propagación de las ondas y la longitud de onda de las ondas producidas.

- A) 1 m/s ; 2 m  
B) 2 m/s ; 2 m  
C) 2 m/s ; 1 m  
D) 3 m/s ; 3 m  
E) 4 m/s ; 2 m

456. ¿A cuánta tensión está sometida una cuerda de densidad  $6\,000\text{ kg/m}^3$  y de radio  $0,1\text{ mm}$  si un movimiento ondulatorio transversal se propaga en ella con una rapidez de  $100\text{ m/s}$ ?

- A)  $\frac{3\pi}{5}\text{ (N)}$                       B)  $\frac{6\pi}{5}\text{ (N)}$   
 C)  $\frac{\pi}{5}\text{ N}$   
 D)  $\frac{7\pi}{10}$                               E)  $6 \times 10^6\text{ N}$

457. Una cuerda tiene una masa de  $0,3\text{ kg}$  y una longitud de  $6\text{ m}$ . La cuerda se mantiene tensa suspendiendo un bloque de  $2\text{ kg}$  de un extremo. Determine el tiempo que tarda un pulso en viajar desde la pared hasta la polea ( $g=10\text{ m/s}^2$ ).



- A)  $\frac{1}{2}\text{ s}$                       B)  $\frac{1}{3}\text{ s}$                       C)  $\frac{1}{4}\text{ s}$   
 D)  $\frac{1}{5}\text{ s}$                               E)  $\frac{1}{6}\text{ s}$

458. Un avión de retropropulsión a chorro vuela con una rapidez de  $600\text{ m/s}$  y a una altura de  $1,7\text{ km}$ . ¿A qué distancia se encuentra el avión de una persona, cuando ésta escucha el ruido producido por sus motores?

( $V_{\text{son}}=340\text{ m/s}$ )

- A)  $2\text{ km}$                       B)  $1,7\text{ km}$                       C)  $3\text{ km}$   
 D)  $5\text{ km}$                               E)  $2,5\text{ km}$

459. La ecuación de cierta onda transversal es

$$y = 0,02\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{0,01} - \frac{x}{0,3}\right)$$

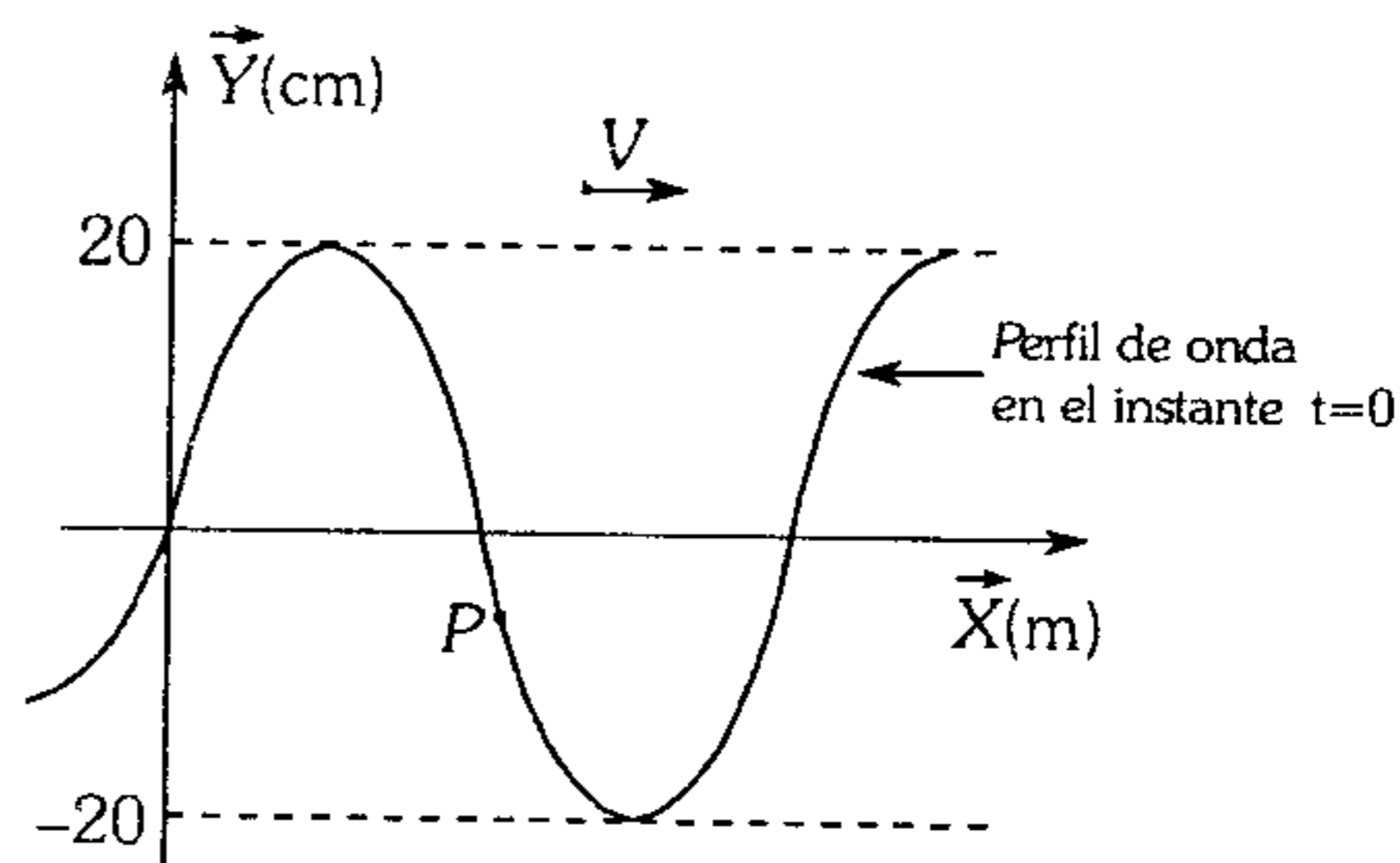
donde  $x$  e  $y$  se mide en metros y  $t$  en segundos; halle la velocidad de propagación de la onda.

- A)  $30(-\hat{i})\text{ m/s}$                       B)  $30(+\hat{i})\text{ m/s}$   
 C)  $\frac{1}{30}(+\hat{i})\text{ m/s}$   
 D)  $15(-\hat{i})\text{ m/s}$                       E)  $100(+\hat{i})\text{ m/s}$

460. La ecuación de una onda transversal en una cuerda es  $y = 5\text{cos}(6t - 3x)$  con  $x, y$  en  $\text{cm}$  y  $t$  en segundos; luego, la rapidez de propagación, en  $\text{m/s}$  es igual a

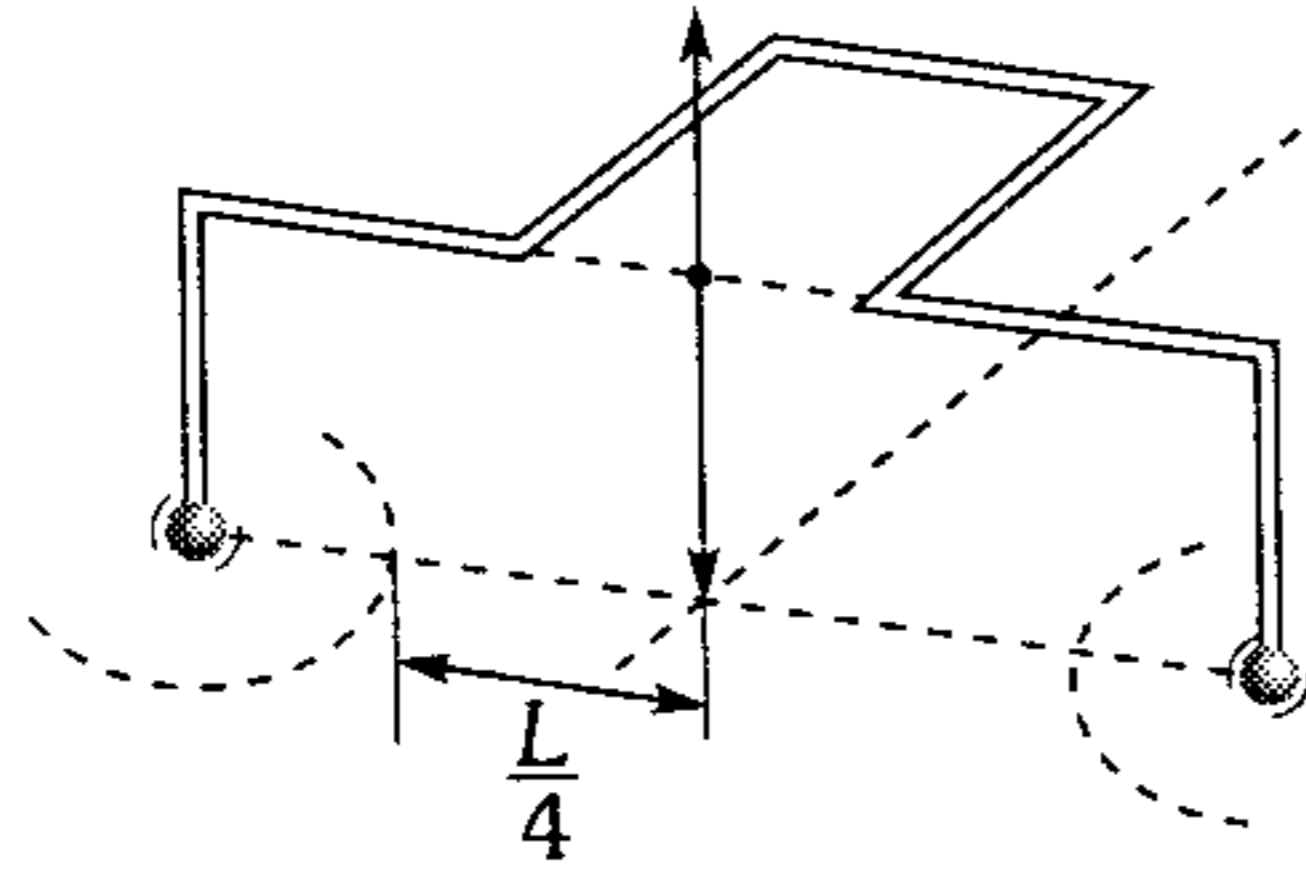
- A)  $0,01$                       B)  $0,2$                       C)  $0,02$   
 D)  $2$                               E)  $0,5$

461. En la figura se muestra la representación de una onda que se propaga con una rapidez de  $8\text{ m/s}$ . Indique cuál de las alternativas corresponde a su ecuación. Considere que  $P$  oscila con una frecuencia de  $10\text{ Hz}$ .



- A)  $Y = 0,2\text{sen}2\pi(10t - 2,5x + 1)$   
 B)  $Y = 0,4\text{sen}2\pi(5t - 1,25x + 0,5)$   
 C)  $Y = 0,4\text{sen}2\pi(10t + 1,25x + 0,5)$   
 D)  $Y = 0,2\text{sen}2\pi(10t - 1,25x)$   
 E)  $Y = 0,2\text{sen}2\pi(10t - 1,25x + 0,5)$

462. A un dipolo de frecuencia cíclica  $\omega$  se sujetan dos pequeñas esferas que distan  $L$ . Ellos generan ondas en la superficie del agua. Determine la rapidez de propagación de las ondas en la superficie del agua.

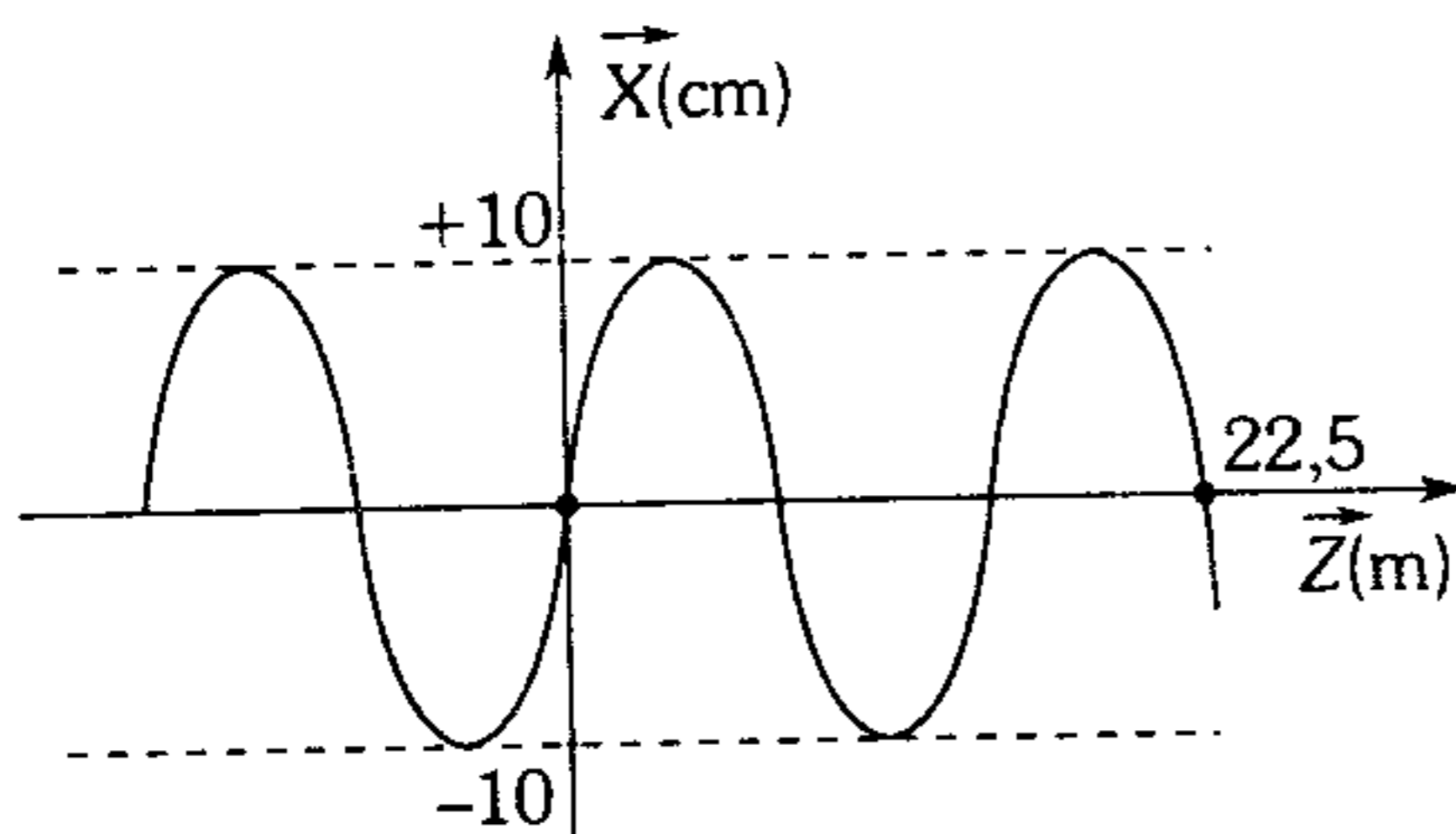


- A)  $2\pi\omega L$     B)  $2\omega L$     C)  $\omega L$   
 D)  $\frac{\omega L}{8\pi}$     E)  $\frac{\omega L}{4\pi}$

463. La ecuación de las oscilaciones de un vibrador armónico es  $\vec{Y} = 0,02\text{sen}20\pi t \hat{j}$ ; considerando que la onda que se produce es plana, determine el desplazamiento  $\vec{Y}$  de una partícula que se encuentra a 5 cm, de la fuente de oscilaciones pasados 0,1 s después de iniciadas éstas, siendo la velocidad de propagación de la onda  $2\hat{i}$  (m/s).

- A)  $\vec{Y} = 0,02m\hat{j}$     B)  $\vec{Y} = 0,04m\hat{j}$   
 C)  $\vec{Y} = 0,1m\hat{j}$   
 D)  $\vec{Y} = 0,2\sqrt{3}m\hat{j}$     E)  $-0,02m\hat{j}$

464. La figura muestra el perfil de una onda en el instante  $t=0,5$  s. Determine la ecuación de la onda, sabiendo que se propaga hacia la izquierda con 5 m/s.

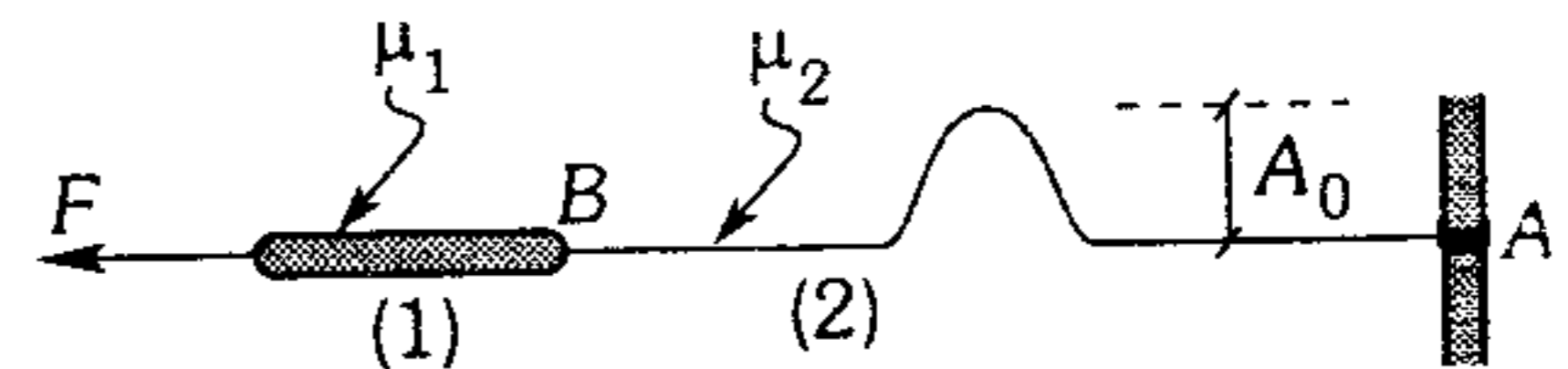


- A)  $\vec{Z} = 10\text{sen}\pi\left[\frac{t}{3} + \frac{x}{15} + \frac{5}{6}\right]$  cm  
 B)  $\vec{X} = 10\text{sen}2\pi\left[\frac{t}{3} + \frac{z}{15} + \frac{5}{6}\right]$  cm  
 C)  $\vec{Z} = 5\text{sen}\pi\left[\frac{t}{6} + \frac{x}{15} + \frac{4}{6}\right]$  cm  
 D)  $\vec{X} = 10\text{sen}2\pi\left[\frac{t}{3} + \frac{z}{15}\right]$  cm  
 E)  $\vec{X} = 10\text{sen}\pi\left[\frac{2t}{3} + \frac{2z}{15} + \frac{5}{6}\right]$  cm

465. Señale la alternativa correcta.

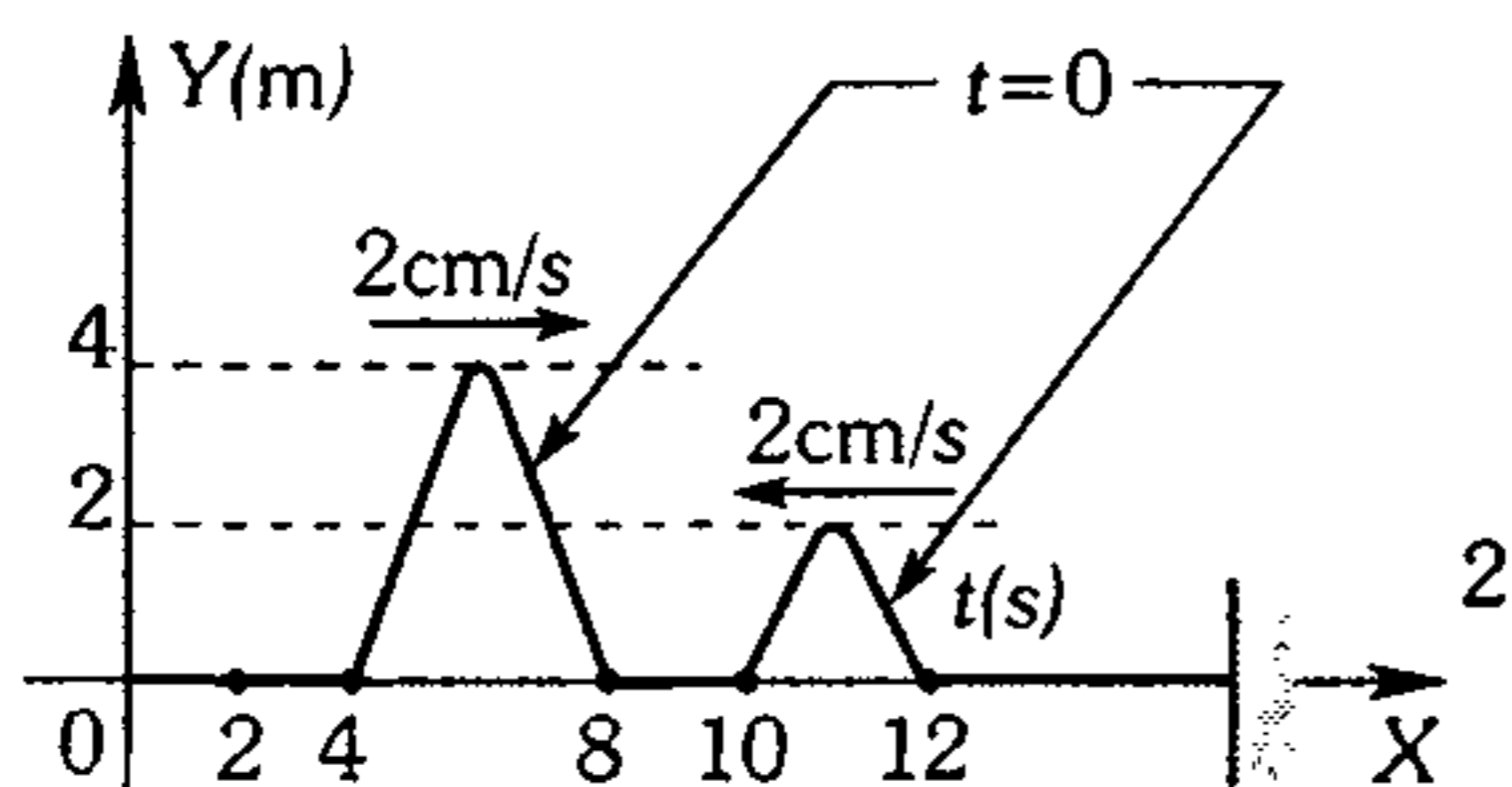
- A) Las ondas sonoras pueden ser transversales.  
 B) Cuando una onda sonora pasa del aire al agua, su frecuencia disminuye.  
 C) Cuando una onda mecánica pasa de un medio más denso a un medio menos denso su longitud de onda disminuye.  
 D) La rapidez de propagación en una barra de acero es mayor que en una barra de oro.  
 E) Todas las afirmaciones son falsas.

466. En la figura, el pulso viaja hacia la derecha. luego, es cierto que



- A) el pulso en A, se refleja y refracta.  
 B) en B, sólo existe reflexión.  
 C) el pulso refractado en B, mantiene la amplitud del pulso incidente.  
 D) el pulso reflejado en B tiene amplitud menor a  $(A_0)$ .  
 E) en B el pulso reflejado mantiene la forma del pulso incidente.

467. Dos pulsos A y B se mueven en direcciones opuestas a lo largo de una cuerda tensa. Entonces, es cierto que



- A) la máxima amplitud es 6 cm en  $x=8$  cm.  
 B) en  $t=3$  s, terminan de cruzarse.  
 C) en  $x=8,5$  cm, la amplitud es máxima.  
 D) en  $t=4$  s, la amplitud es máxima.  
 E) luego del cruce, cada pulso no mantiene sus propiedades originales.
468. Un tren se desplaza a rapidez constante de 10 m/s y en línea recta. Si el silbato de la locomotora vibra con una frecuencia de 660 Hz, ¿con qué frecuencia escucha el silbato un joven parado en la estación? (Desprecie los efectos de amortiguamiento del sonido y considere  $V_{\text{sonido}}=340$  m/s).

- A) 660 Hz    B) 540 Hz    C) 680 Hz  
 D) 700 Hz    E) 800 Hz

469. La ecuación de una onda estacionaria está dada por  $y = \cos(5\pi x)\text{sen}(40\pi t)$  m con  $x$  en metros y  $t$  en segundos. ¿Con qué rapidez se propaga las ondas y cuál es la ecuación de la onda que se propaga hacia la izquierda?

- A) 8 m/s ;  $\vec{y} = 0,5\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{0,05} + \frac{x}{0,4}\right)$  m  
 B) 8 m/s ;  $\vec{y} = 0,5\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{0,05} - \frac{x}{0,4}\right)$  m  
 C) 4 m/s ;  $\vec{y} = 0,05\text{sen}\left(\frac{t}{5} - \frac{x}{4}\right)$  m  
 D) 6 m/s ;  $\vec{y} = 0,2\text{sen}\left(\frac{t}{0,3} + \frac{x}{5}\right)$  m  
 E) 8 m/s ;  $\vec{y} = 0,5\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{0,4} + \frac{x}{0,05}\right)$  m

470. Un cable tenso vibra con una frecuencia fundamental de 256 Hz. Calcule la frecuencia fundamental si el cable fuera la mitad de largo, de doble diámetro y sometida a una tensión cuatro veces menor.

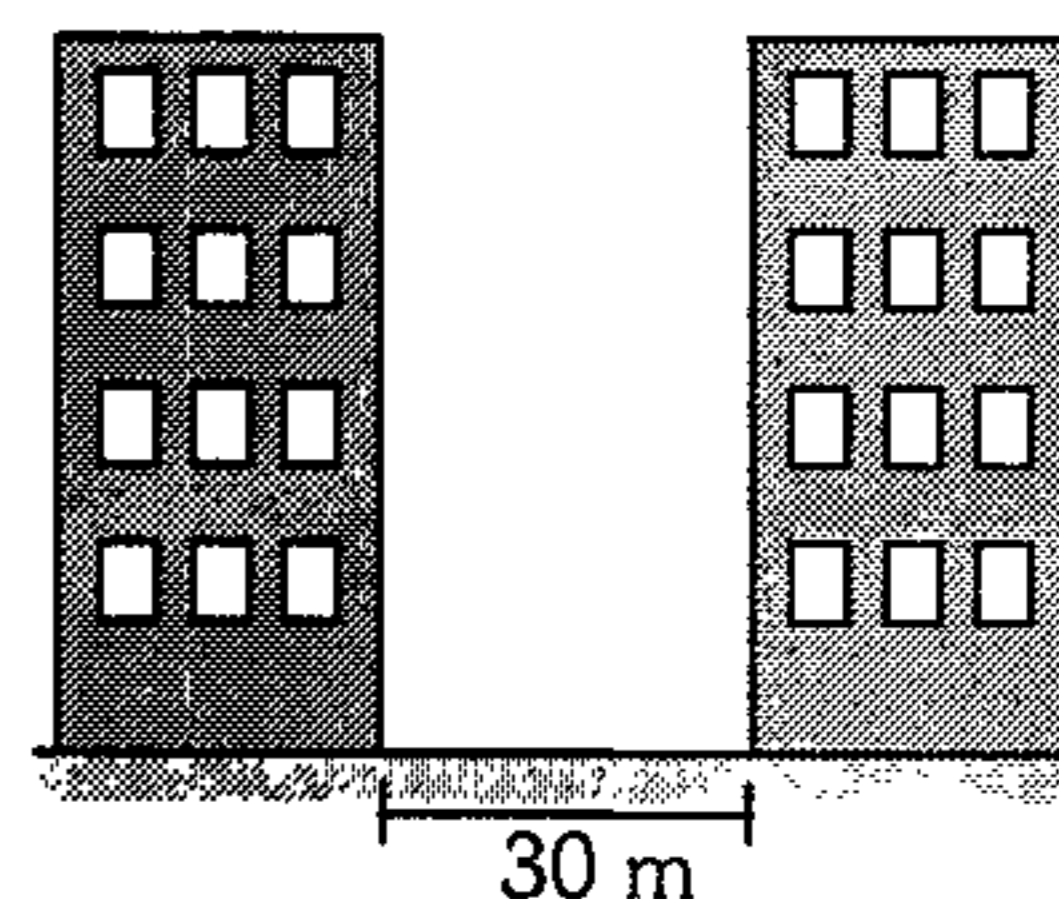
- A) 96 Hz    B) 160 Hz    C) 144 Hz  
 D) 128 Hz    E) 64 Hz

471. Una cuerda de instrumento musical mide entre sus soportes 60 cm, si la tensión de dicha cuerda es 80 N y se le perturba por un extremo y la hacemos vibrar a razón de 200 Hz. ¿Cuántos nudos se establece en la cuerda? La densidad lineal de la cuerda es  $(1/80)$  kg/m.

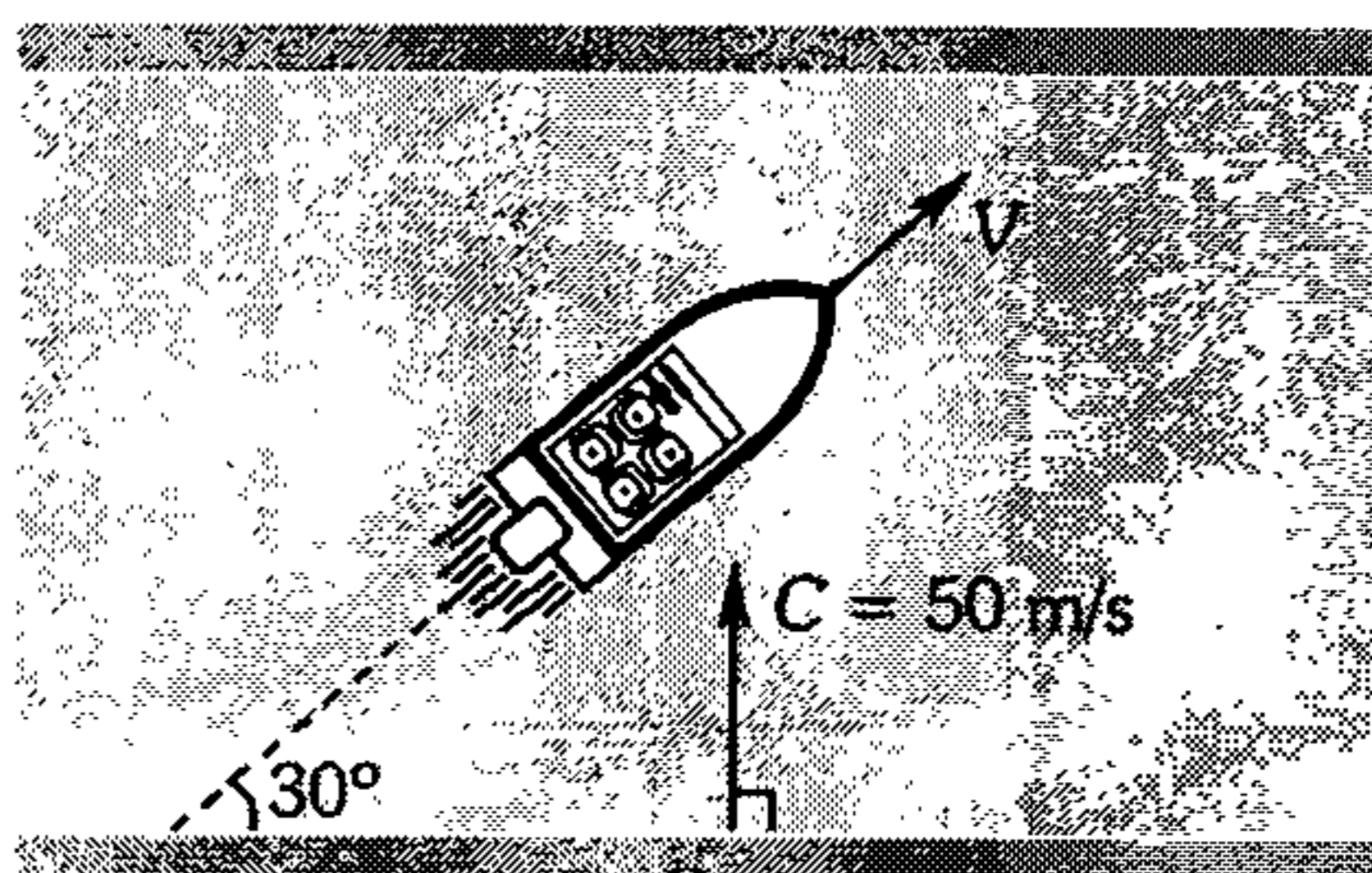
- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 4    E) 5

472. Determine la tercera frecuencia de resonancia de las oscilaciones del aire entre dos edificios paralelos que distan 30 m. La altura de los edificios es considerablemente mayor que esta distancia. Considere que la velocidad del sonido en el aire es 330 m/s.

- A) 10 Hz  
 B) 5 Hz  
 C) 16,5 Hz  
 D) 8,75 Hz  
 E) 11 Hz



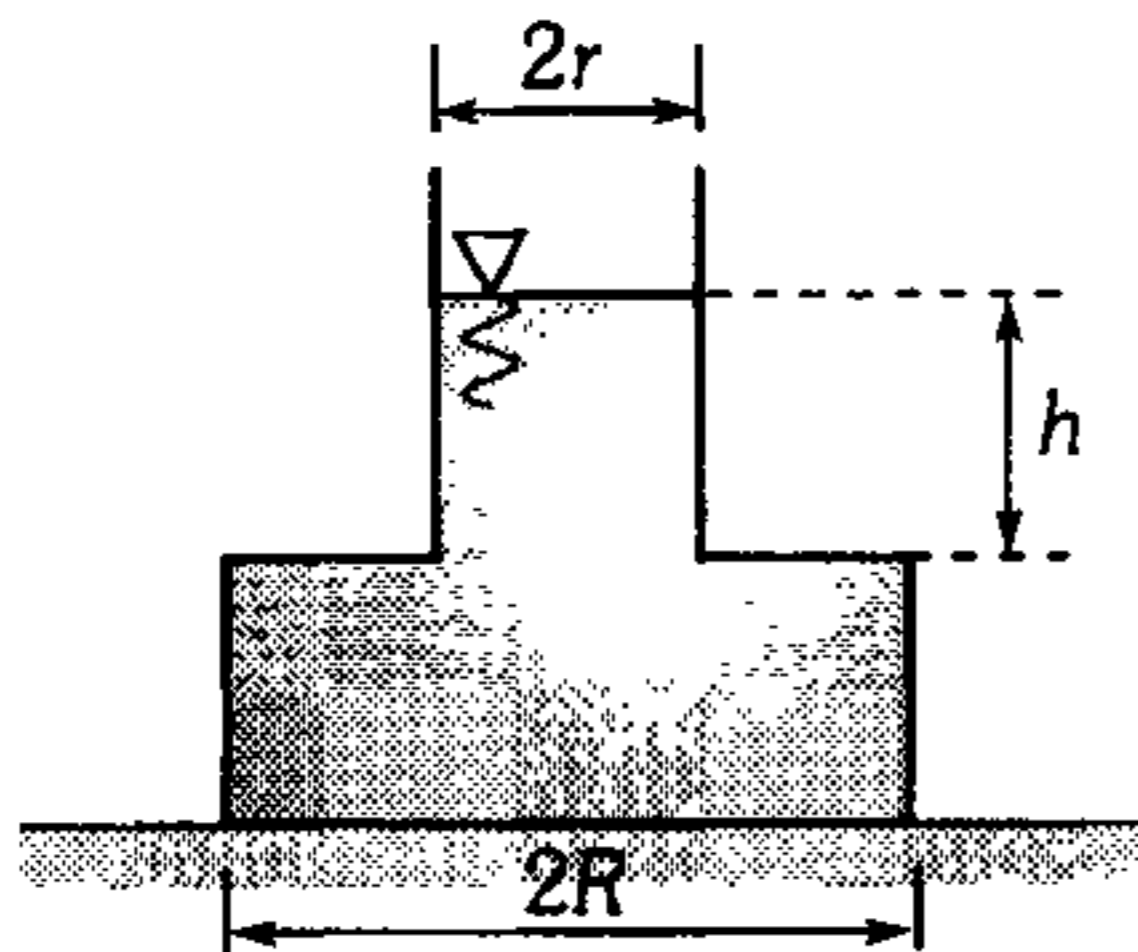
473. Las olas inciden paralelamente sobre la orilla con una frecuencia de 10 Hz. ¿Con qué frecuencia chocarán contra una lancha motora que se aleja de la orilla a la rapidez de 10 m/s? La rapidez de las olas en el agua es  $c=50$  m/s.



- A) 6 Hz    B) 10 Hz    C) 8 Hz  
 D) 5 Hz    E) 9 Hz

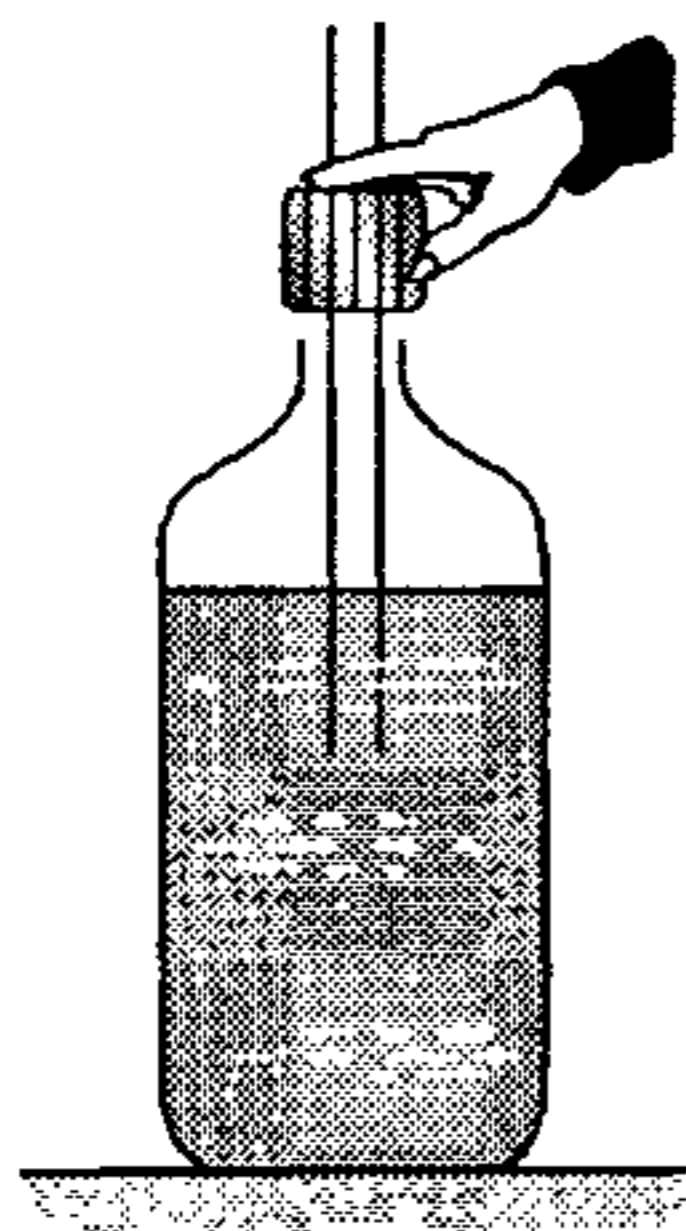
**Estática de Fluidos**

474. Un recipiente sin base y de paredes cilíndricas cuya fuerza de gravedad es  $P$ , se encuentra sobre una mesa. Los bordes del recipiente están bien ajustados a la superficie de la mesa. En el recipiente se vierte un líquido y una vez que el nivel de éste alcanza una altura  $h$  el recipiente prácticamente pierde el contacto con el piso; determine la densidad del líquido.



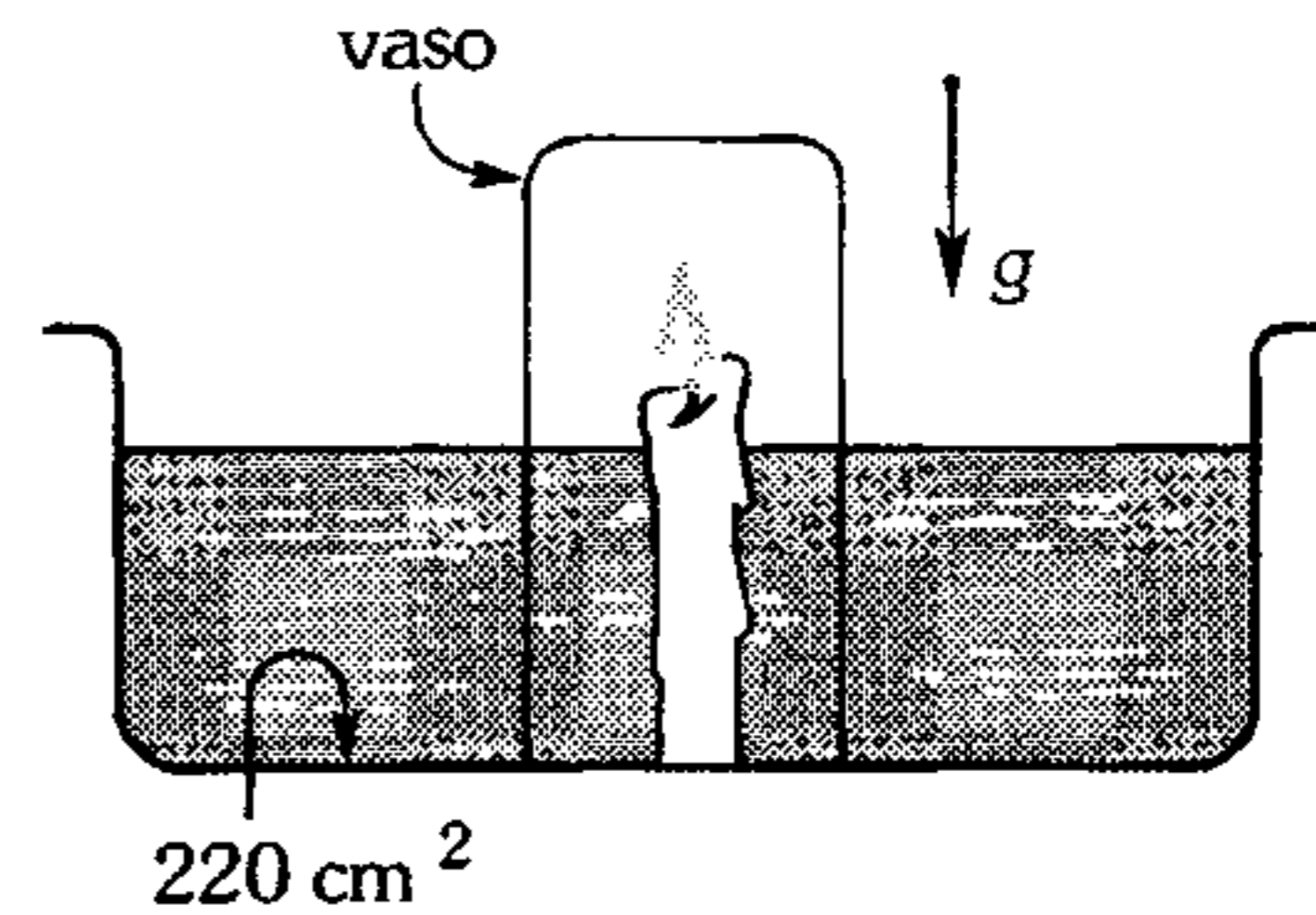
- A)  $\frac{P}{2gh\pi(R^2 - r^2)}$       B)  $\frac{2P}{gh\pi(R^2 - r^2)}$   
 C)  $\frac{P}{gh\pi(R^2)}$   
 D)  $\frac{P}{gh\pi(r^2)}$       E)  $\frac{P}{gh\pi(R^2 - r^2)}$

475. La tapa atravesada por un tubo se enrosca totalmente en el recipiente tal que la presión del aire encerrado es 1,05 bar. ¿Cuánto desciende el nivel del agua en el recipiente? La sección transversal del tubo es la décima parte que la del recipiente  $P_{atm} = 1 \text{ bar}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- A) 2 cm      B) 3 cm      C) 5 cm  
 D) 7 cm      E) 9 cm

476. En el siguiente experimento después de cubrir la vela con un vaso, cuya sección transversal es  $20 \text{ cm}^2$ , la vela se apaga y el agua en su interior asciende 10 cm. ¿Cuál es la presión (en bar) del gas contenido en el vaso? ( $P_{atm} = 1 \text{ bar}$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 0,900      B) 0,800      C) 0,854  
 D) 0,989      E) 0,960

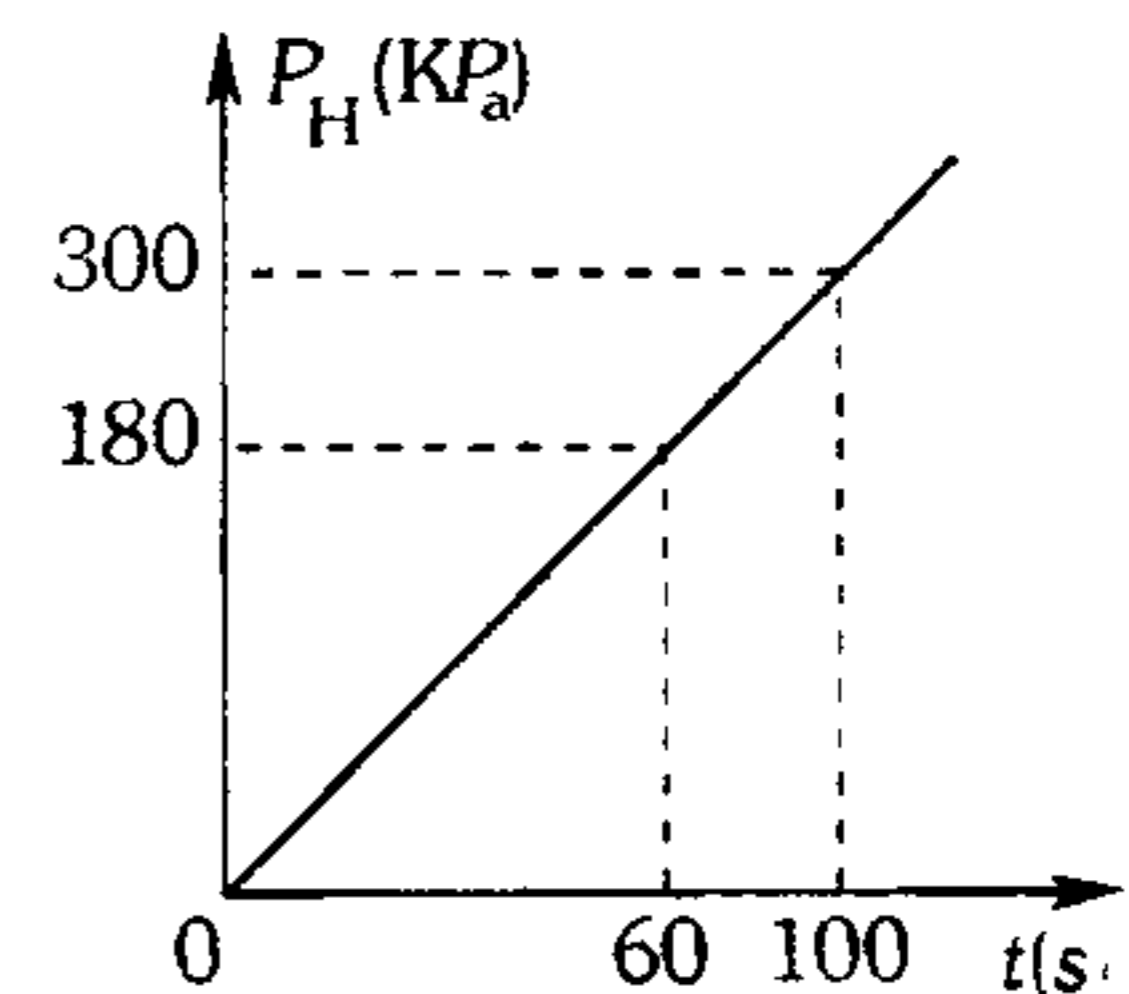
477. Un densímetro se compone de una ampolla esférica y de una varilla cilíndrica de sección transversal  $0,4 \text{ cm}^2$  el volumen total de la ampolla y de la varilla es 13,2 cc. Cuando se sumerge en el agua el densímetro flota con 8 cm de la varilla fuera de la superficie libre del agua. En alcohol queda 1 cm de la varilla fuera del líquido. Calcule la densidad del alcohol.

- A) 0,625 g/cc      B) 0,81 g/cc  
 C) 0,78 g/cc  
 D) 0,94 g/cc      E) 0,75 g/cc

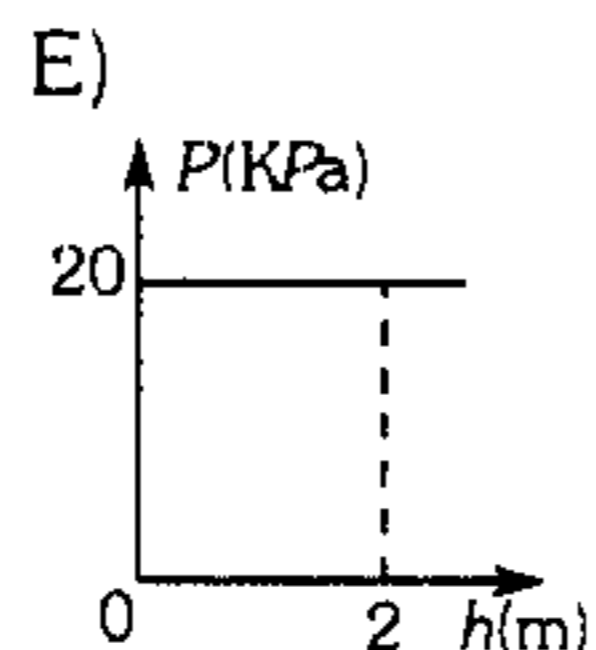
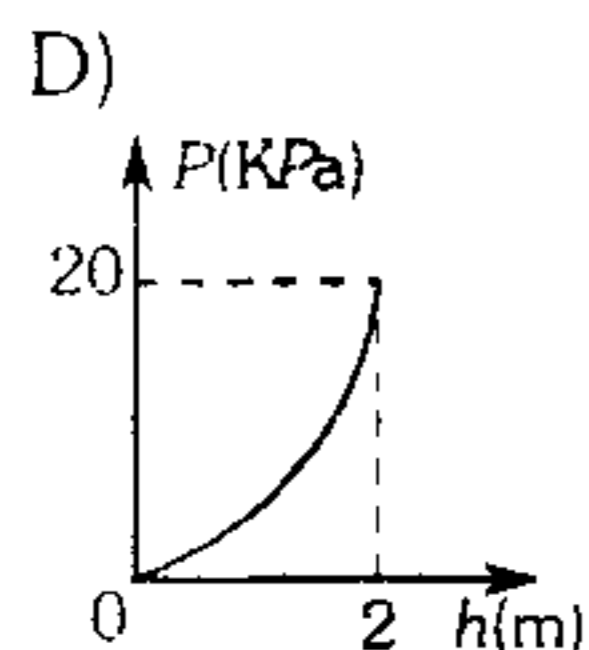
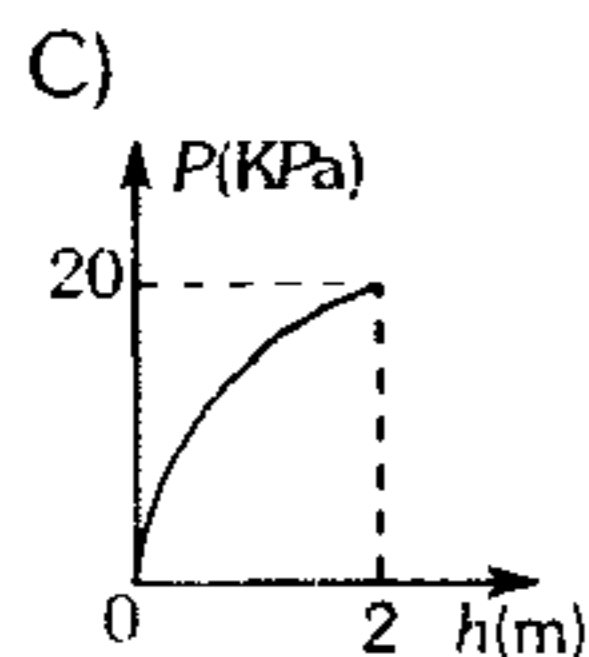
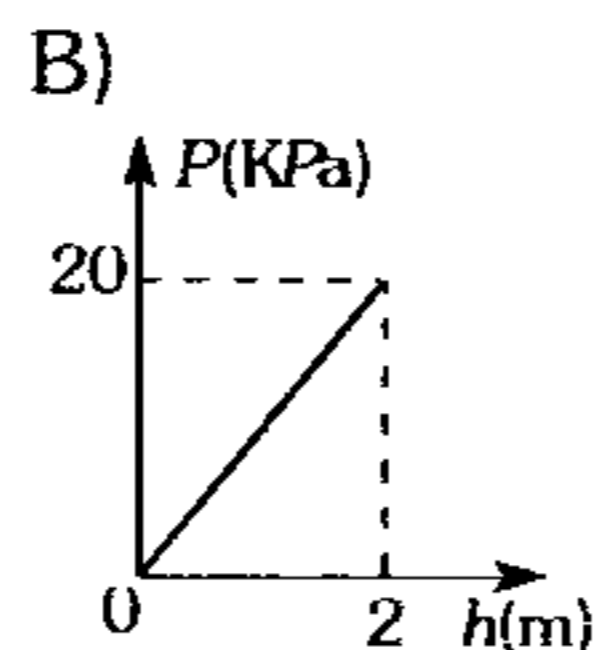
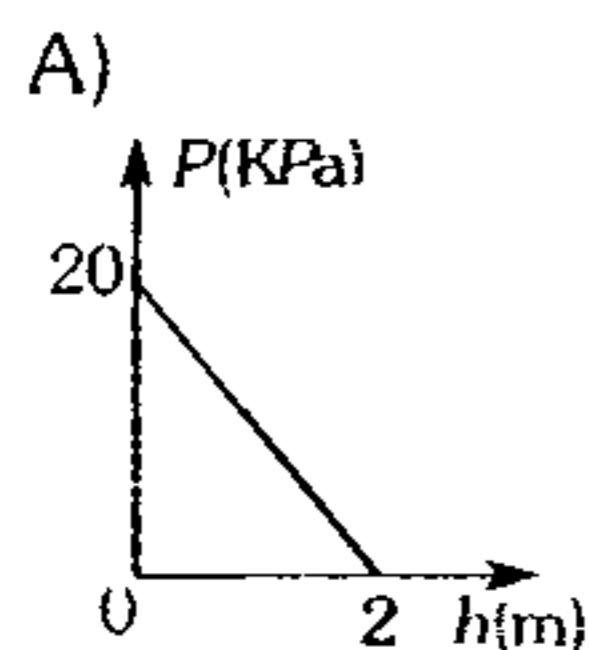
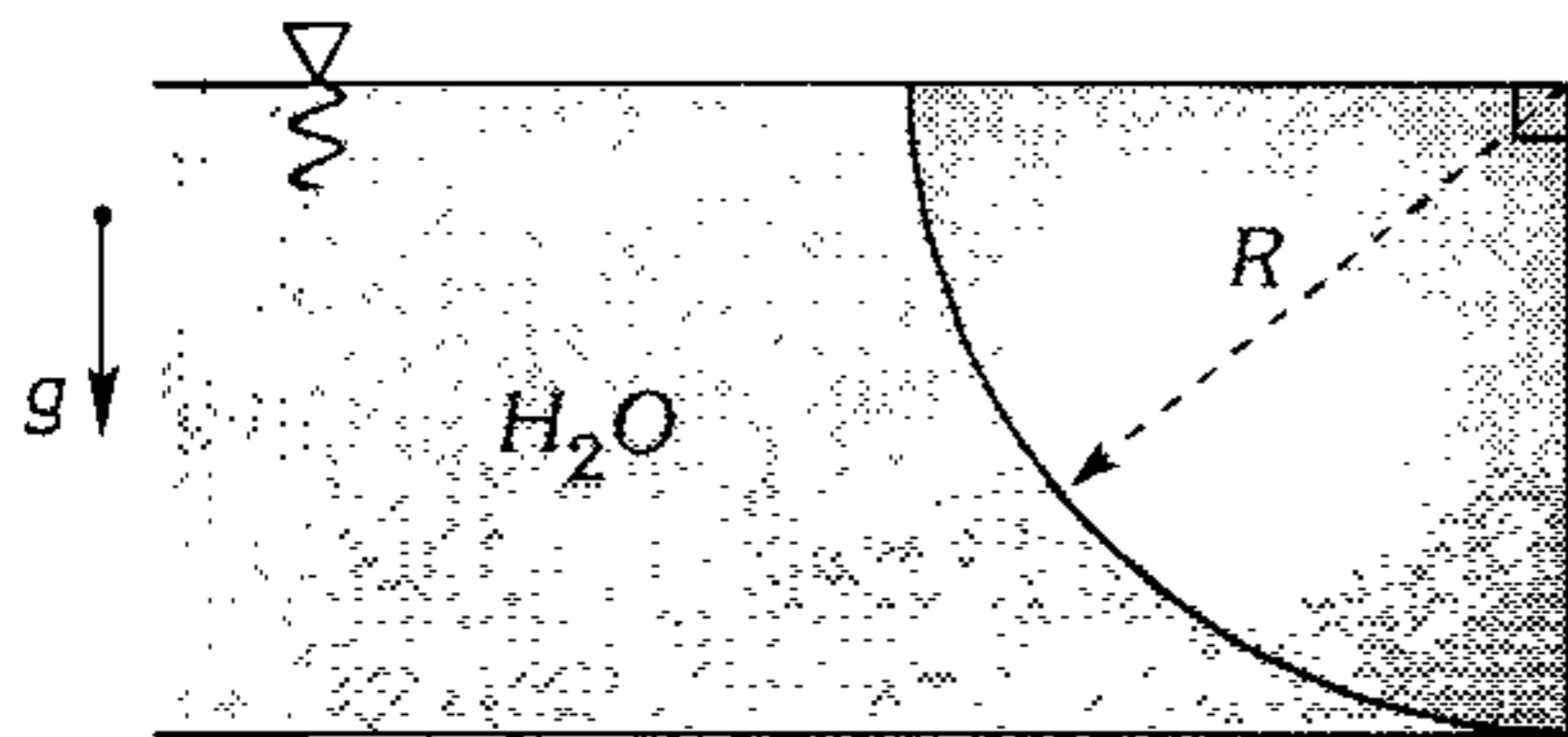
478. La gráfica nos indica la lectura de un instrumento (que mide la presión hidrostática) colocada en un submarino que se sumerge rectilíneamente formando un ángulo de  $37^\circ$  respecto a la horizontal. Determine la rapidez del submarino.

Considere  $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 0,1 m/s  
 B) 0,3 m/s  
 C) 0,4 m/s  
 D) 0,5 m/s  
 E) 0,6 m/s



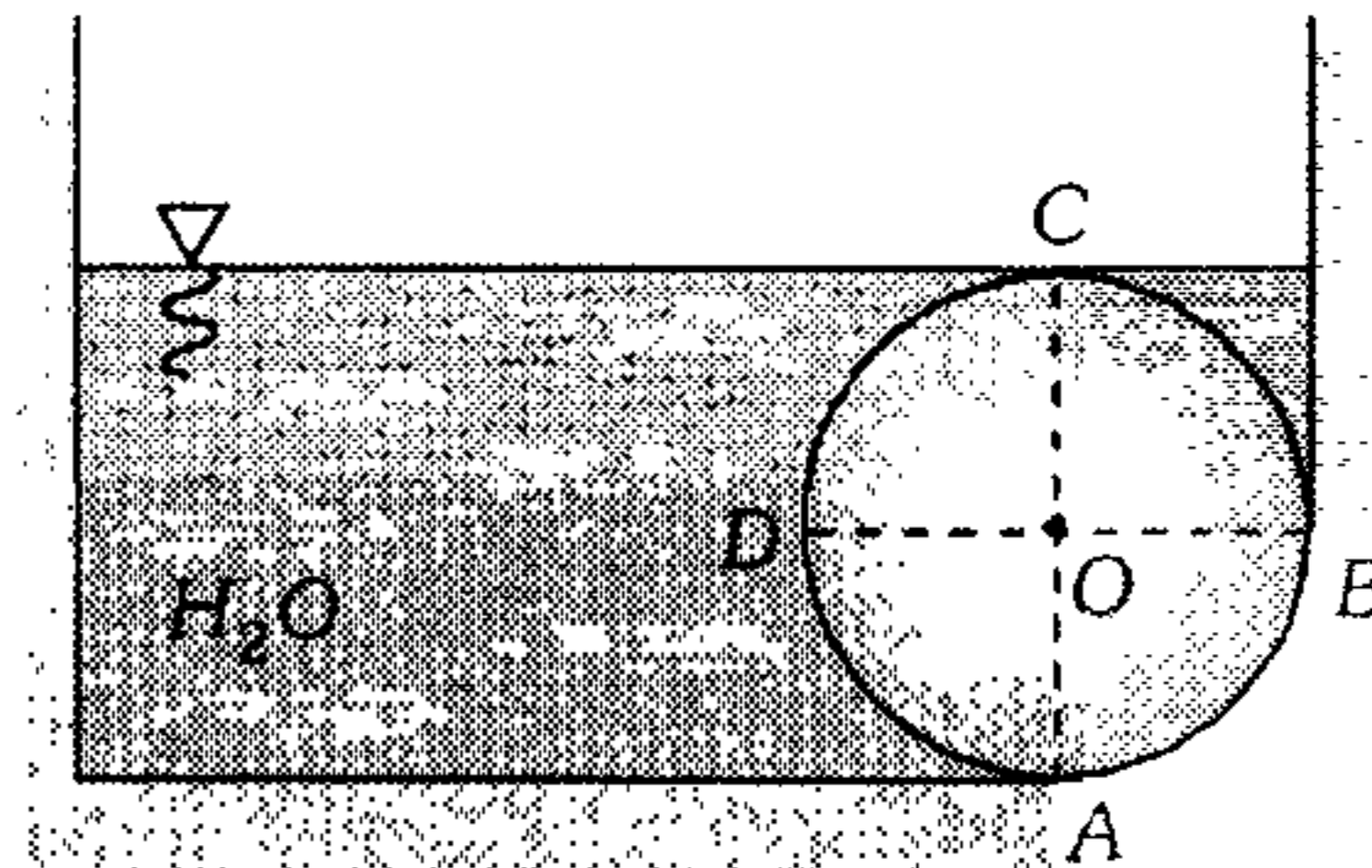
479. Determine la gráfica que corresponde a la presión hidrostática en la superficie del cilindro en función a la profundidad  $h$ . ( $R=2\text{m}$ ;  $g=10\text{ m/s}^2$ )



480. Un tubo de 1 m de largo con el extremo inferior cerrado se invierte y se introduce lenta y verticalmente 20 cm en cierto líquido, notándose que internamente el líquido penetra 10 cm por la boca del tubo. Determine aproximadamente la densidad del líquido.

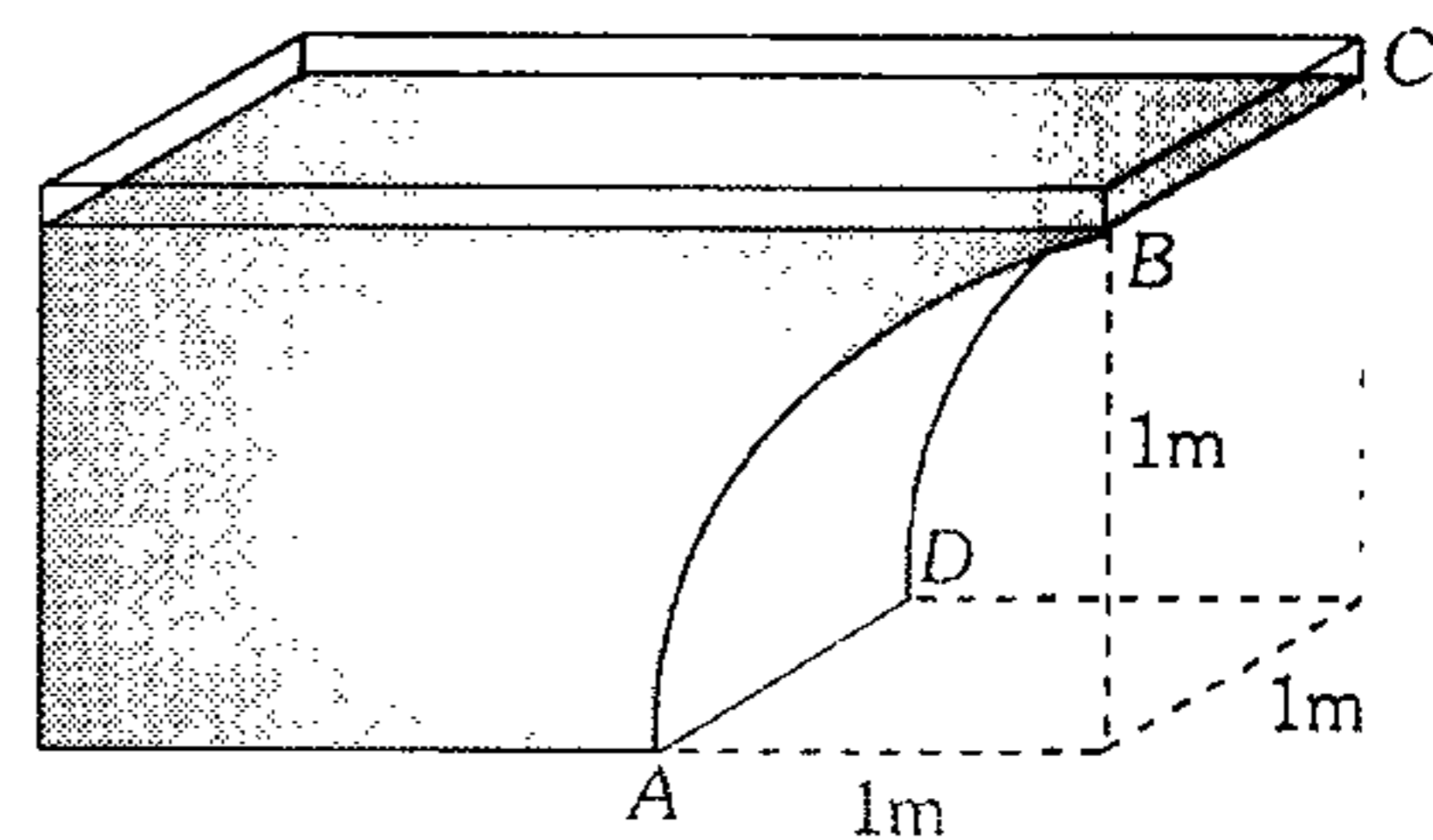
- A)  $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$     B)  $9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$     C)  $10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$   
 D)  $11 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$     E)  $13 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

481. El cilindro de radio  $R$  y generatriz  $L$  cubre el agujero  $AB$ , impidiendo que salga el agua. Es erróneo que la fuerza hidrostática es



- A)  $2P_{H_2O}gR^2L$ , en dirección horizontal.  
 B)  $0,5P_{H_2O}gR^2L$ , en dirección vertical sobre la superficie  $BC$ .  
 C)  $P_{H_2O}gR^2L$ , en dirección vertical sobre el volumen  $ADC$ .  
 D)  $0,5P_{H_2O}gR^2L$ , en la dirección vertical hacia arriba.  
 E)  $2P_{H_2O}gR^2L$  horizontal sobre  $BC$ .

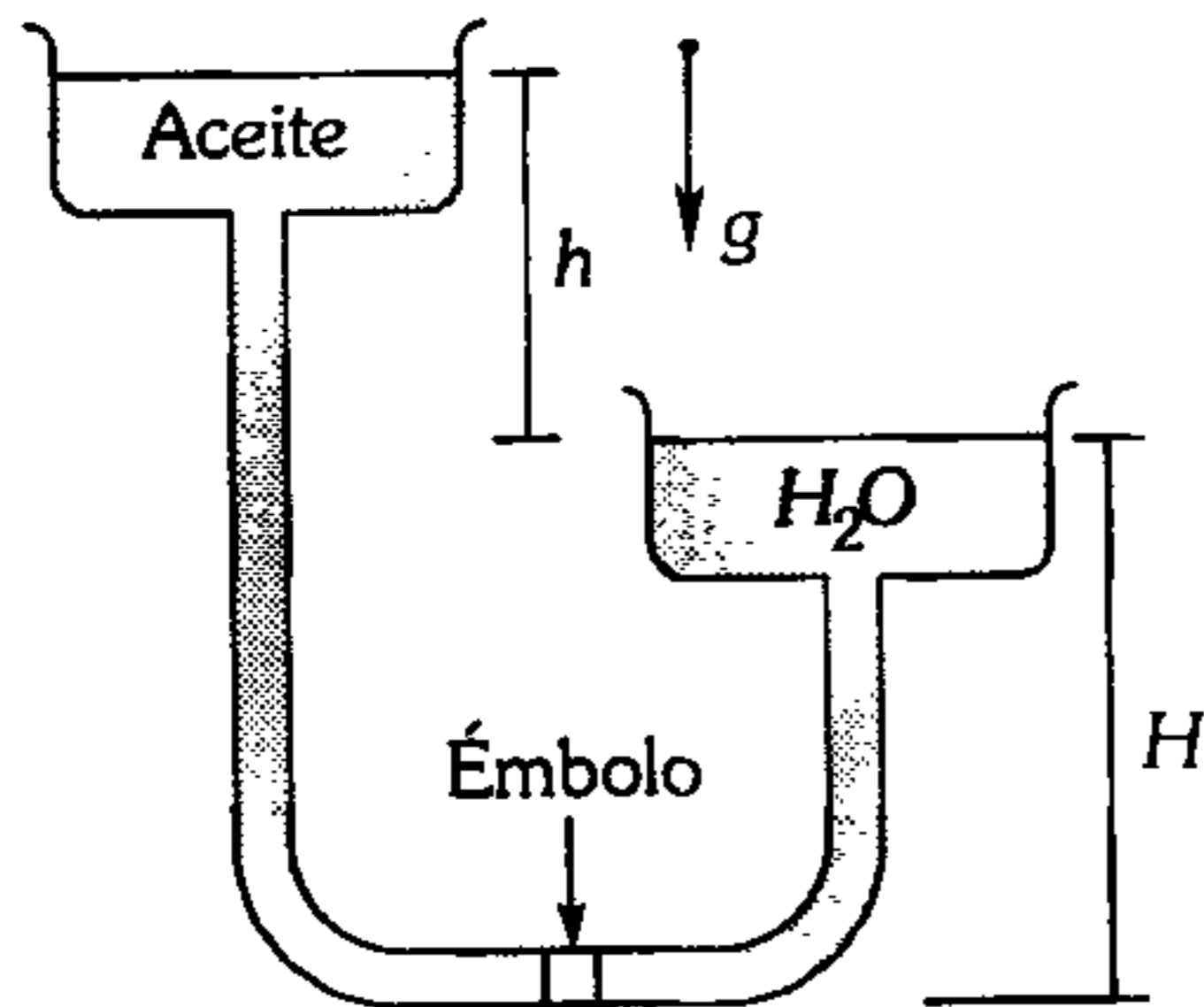
482. El recipiente que se indica está lleno de agua. Determine la fuerza horizontal que le ejerce el agua a la superficie  $ABCD$  (parte de un cilindro) ( $g=10\text{ m/s}^2$ ).



- A) 2 000 N    B) 3 000 N  
 C) 4 000 N    D) 5 000 N  
 E) 7 850 N

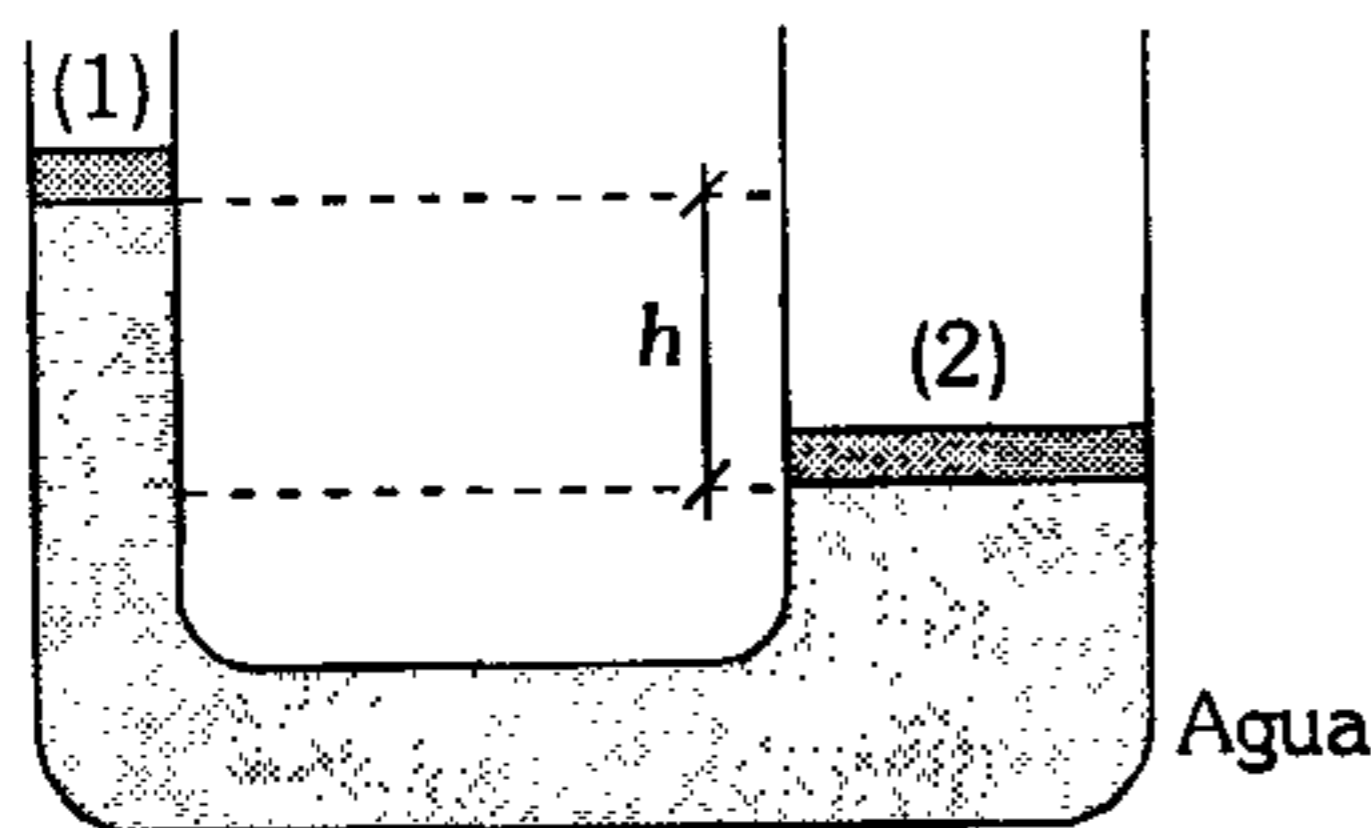


483. Dos recipientes, conectados por un tubo de sección uniforme, contienen agua y aceite tal como se muestra. Si el émbolo liso está en equilibrio; determine  $\frac{H}{h}$ . ( $\rho_{\text{aceite}} = 800 \text{ kg/m}^3$ )



- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 4,5

484. El sistema mostrado permanece en equilibrio, determine  $h$  sabiendo que si se ubica un bloque de 1 kg sobre el émbolo izquierdo dicho émbolo se ubica 12 cm debajo del otro, pero, si se ubicara el bloque sobre el émbolo derecho origina que este émbolo se ubique 12 cm debajo del otro. ( $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$ )

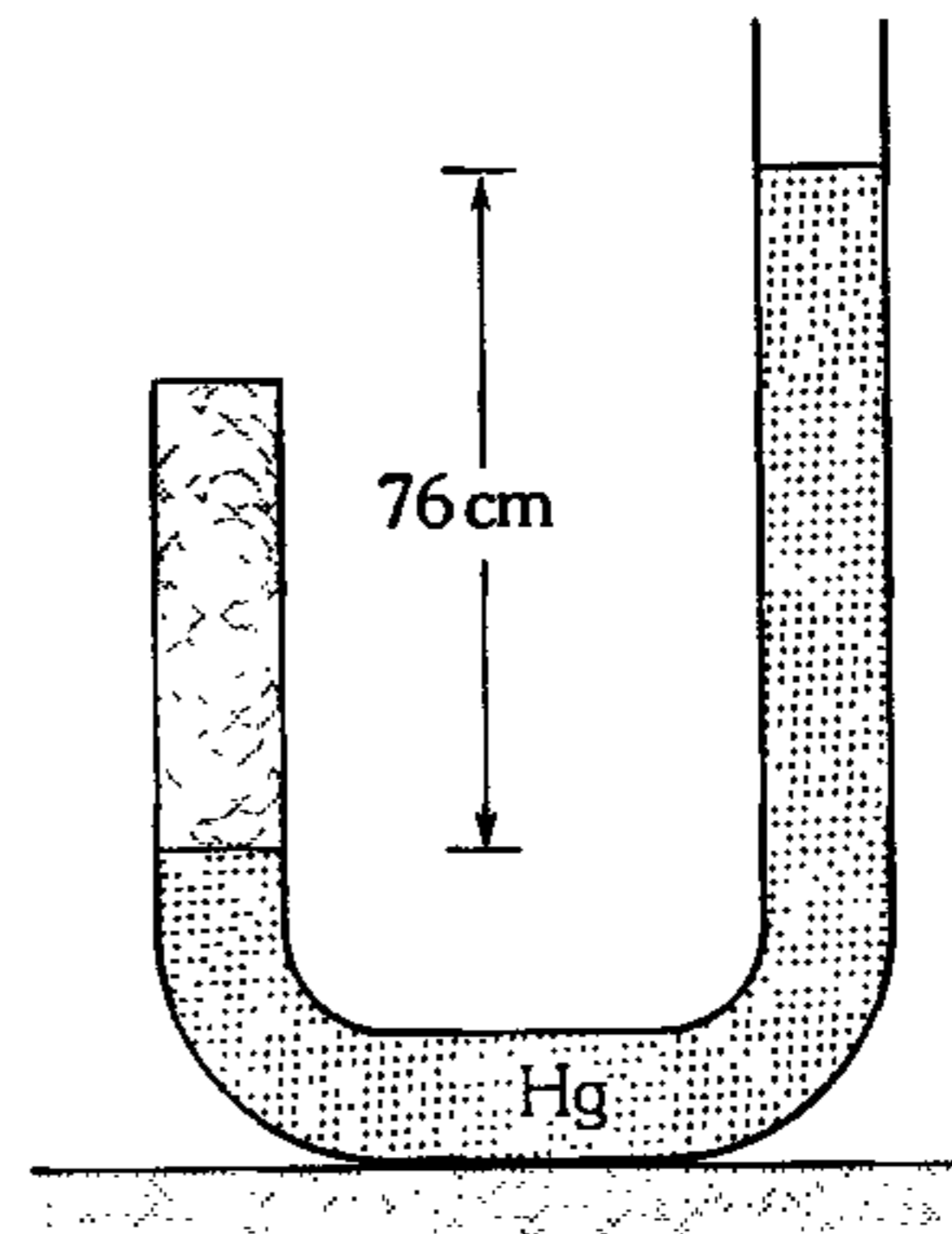


- A) 1 cm        B) 2 cm        C) 3 cm  
D) 4 cm        E) 5 cm

485. Una burbuja de aire se desprende desde el fondo de un lago logrando triplicar su volumen cuando llega a la superficie. Calcule la profundidad del lago.

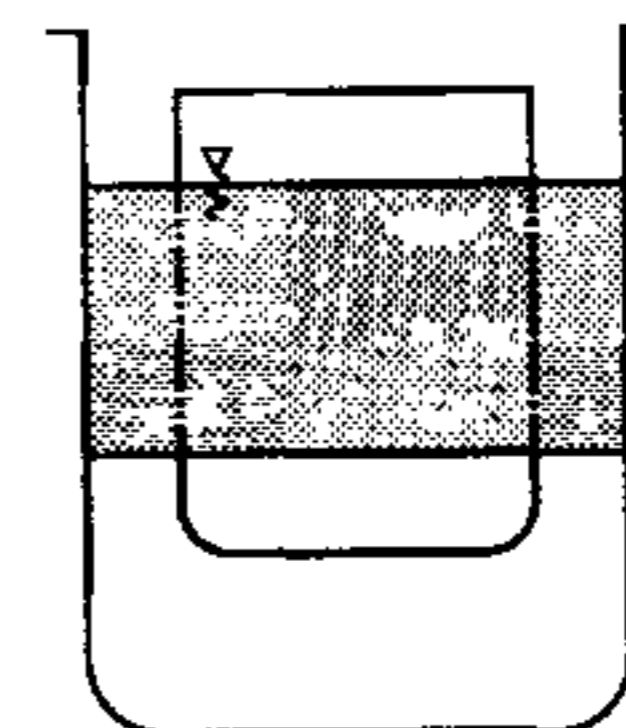
- A) 5 m        B) 10 m        C) 15 m  
D) 20 m        E) 25 m

486. La rama corta y cerrada de un tubo contiene 18 cm de una columna de aire. ¿Qué longitud de mercurio adicional debemos hacer ingresar en la rama larga, si se desea reducir en  $\frac{1}{3}$  el volumen de aire?



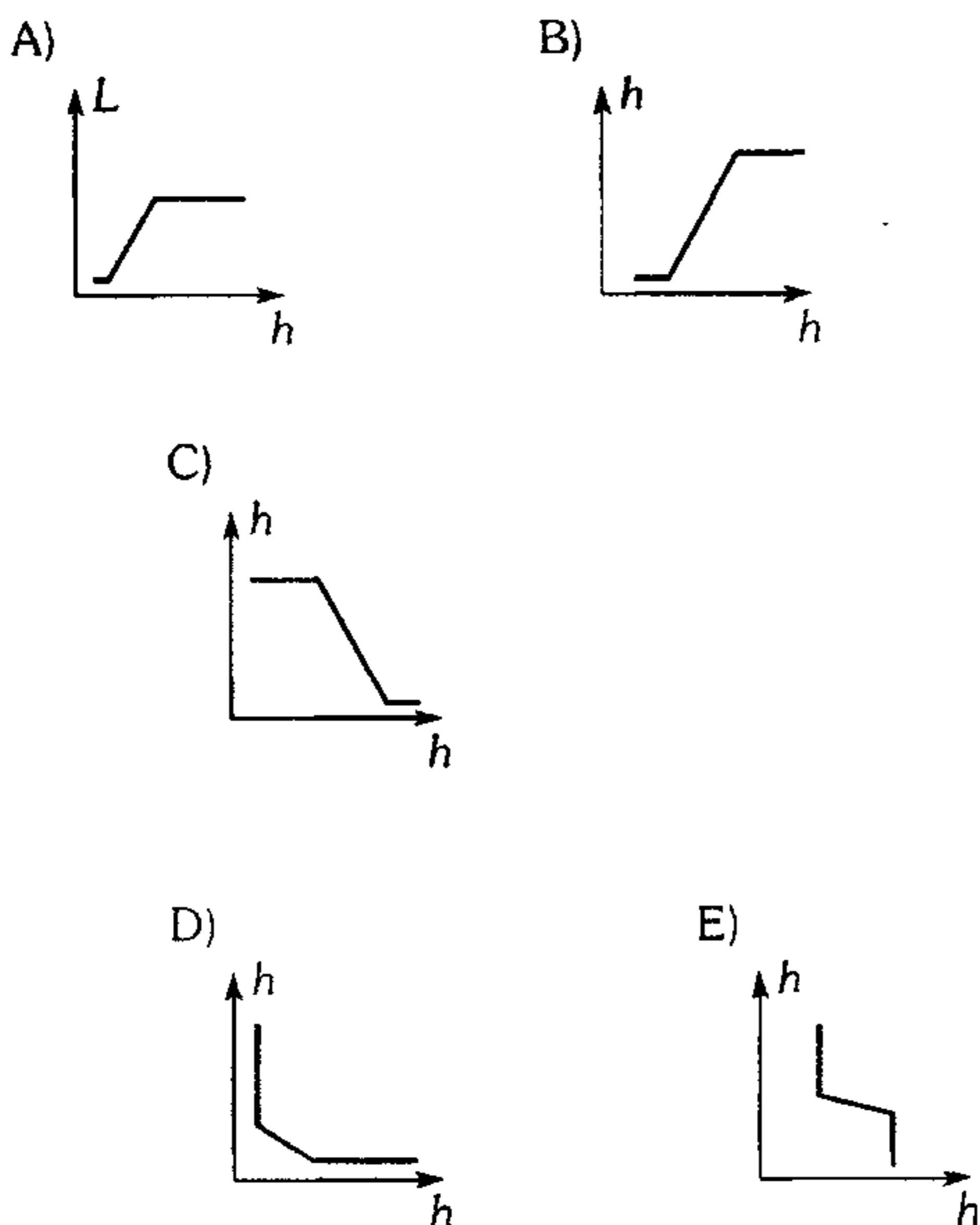
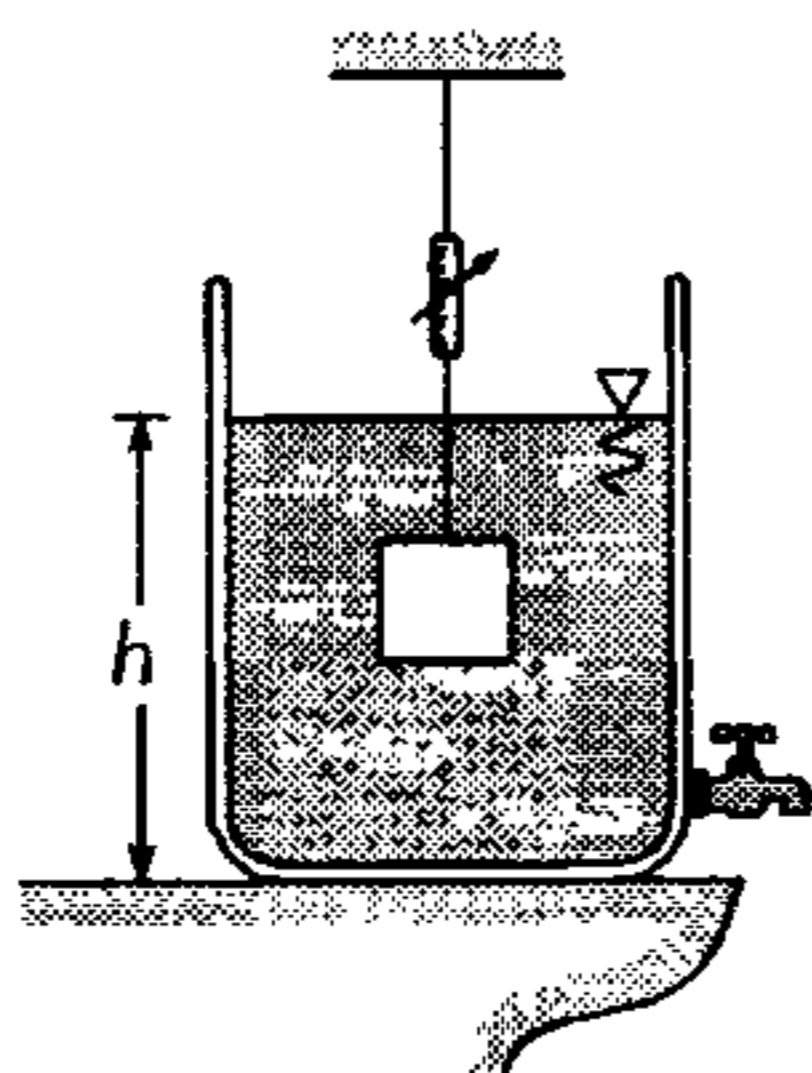
- A) 100 cm    B) 88 cm    C) 76 cm  
D) 60 cm    E) 48 cm

487. Un cilindro flota parcialmente sumergido en agua y en aceite, tal como se muestra. Si se agrega más aceite al recipiente

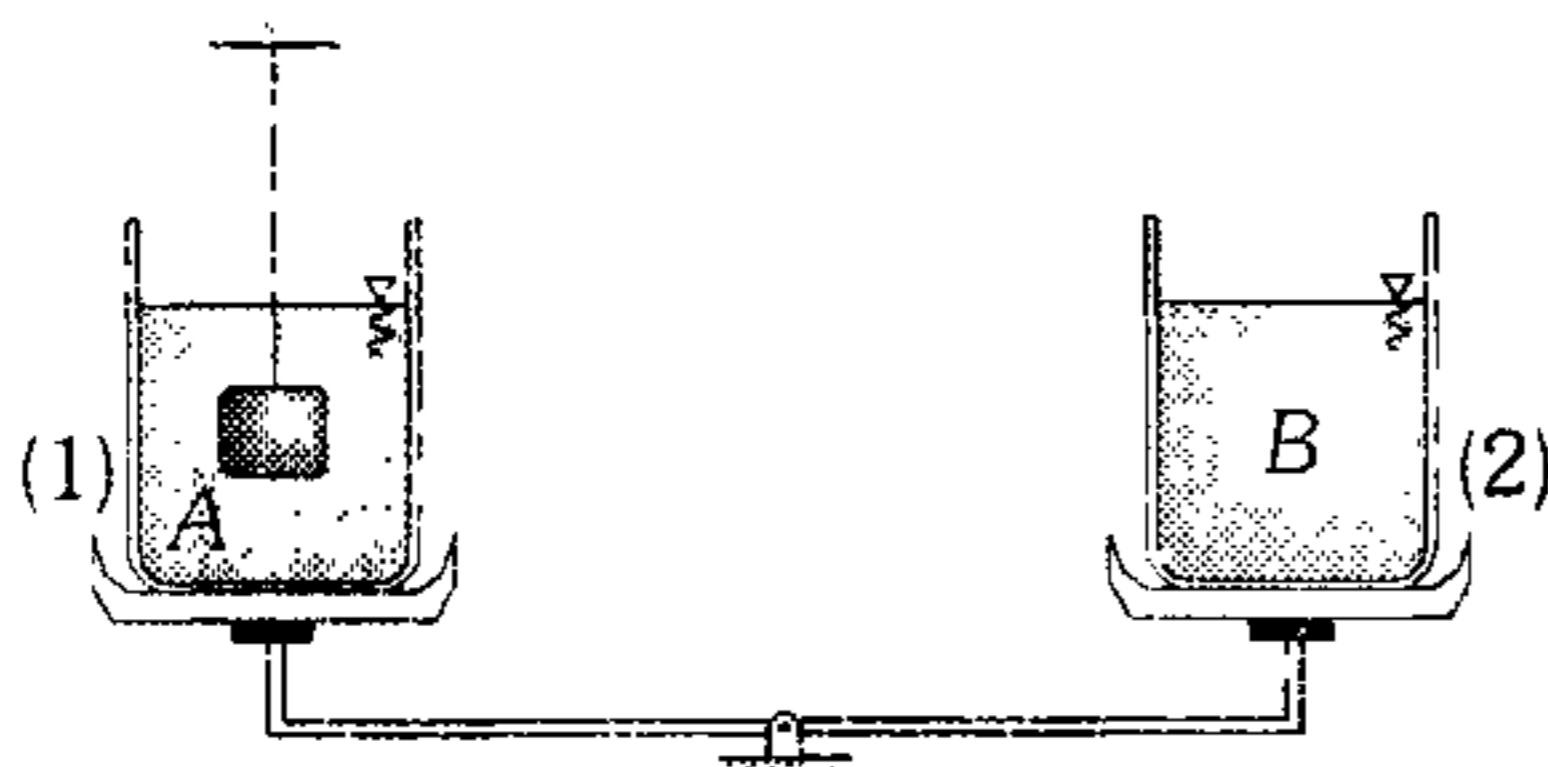


- A) el volumen sumergido en el agua aumenta.  
B) el volumen sumergido en el agua no cambia.  
C) el volumen sumergido en el agua disminuye.  
D) el volumen sumergido en el agua disminuye y luego aumenta.  
E) no se sabe que sucede.

488. Dado el sistema, al abrir el caño sale agua en forma uniforme, luego el gráfico que mejor representa la indicación del dinamómetro respecto a  $h$  es

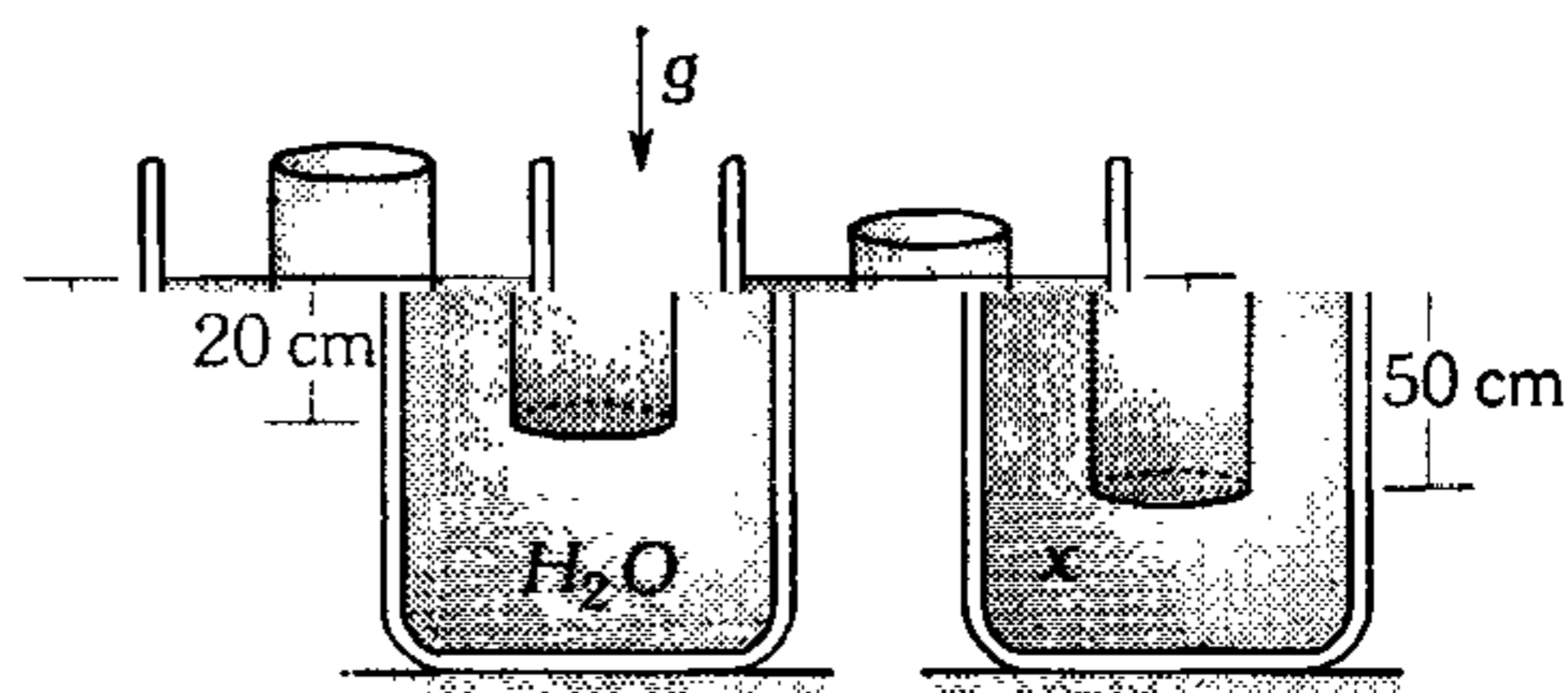


489. Cuando el bloque, todavía no está sumergido, la balanza de brazos iguales está en equilibrio. Si el bloque se sumerge en el líquido tal como se indica; ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta para el equilibrio de la balanza?



- A) Se debe hacer ingresar un volumen del líquido B igual al volumen del bloque, en el recipiente (2).
- B) Se debe retirar del recipiente (1) una masa del líquido A equivalente a la masa del bloque.
- C) En el recipiente (2) se debe hacer ingresar un volumen de líquido A igual al volumen del cilindro D.
- D) En el líquido B se debe sumergir un cilindro idéntico a D.
- E) La balanza continúa en equilibrio esté o no sumergido el cilindro D en el líquido A.

490. Un cilindro se sumerge en dos líquidos y se mantiene a flote según se indica. ¿Cuál es la densidad del líquido desconocido?



- A)  $100 \text{ kg/m}^3$
- B)  $200 \text{ kg/m}^3$
- C)  $300 \text{ kg/m}^3$
- D)  $400 \text{ kg/m}^3$
- E)  $500 \text{ kg/m}^3$

491. Dos cuerpos, uno de acero y otro de aluminio, tienen la forma de un cubo y de un disco respectivamente. Ambos tienen el mismo volumen y se encuentran sumergidos completamente en un mismo líquido. Con relación al empuje que experimenta podemos afirmar que

- A) el empuje sobre el cubo  $>$  que el empuje sobre el disco.
- B) el empuje sobre el disco  $>$  que el empuje sobre el cubo.
- C) el empuje es el mismo sobre ambos cuerpos.
- D) no podemos afirmar nada sin conocer las densidades.
- E) todas las afirmaciones anteriores son incorrectas.

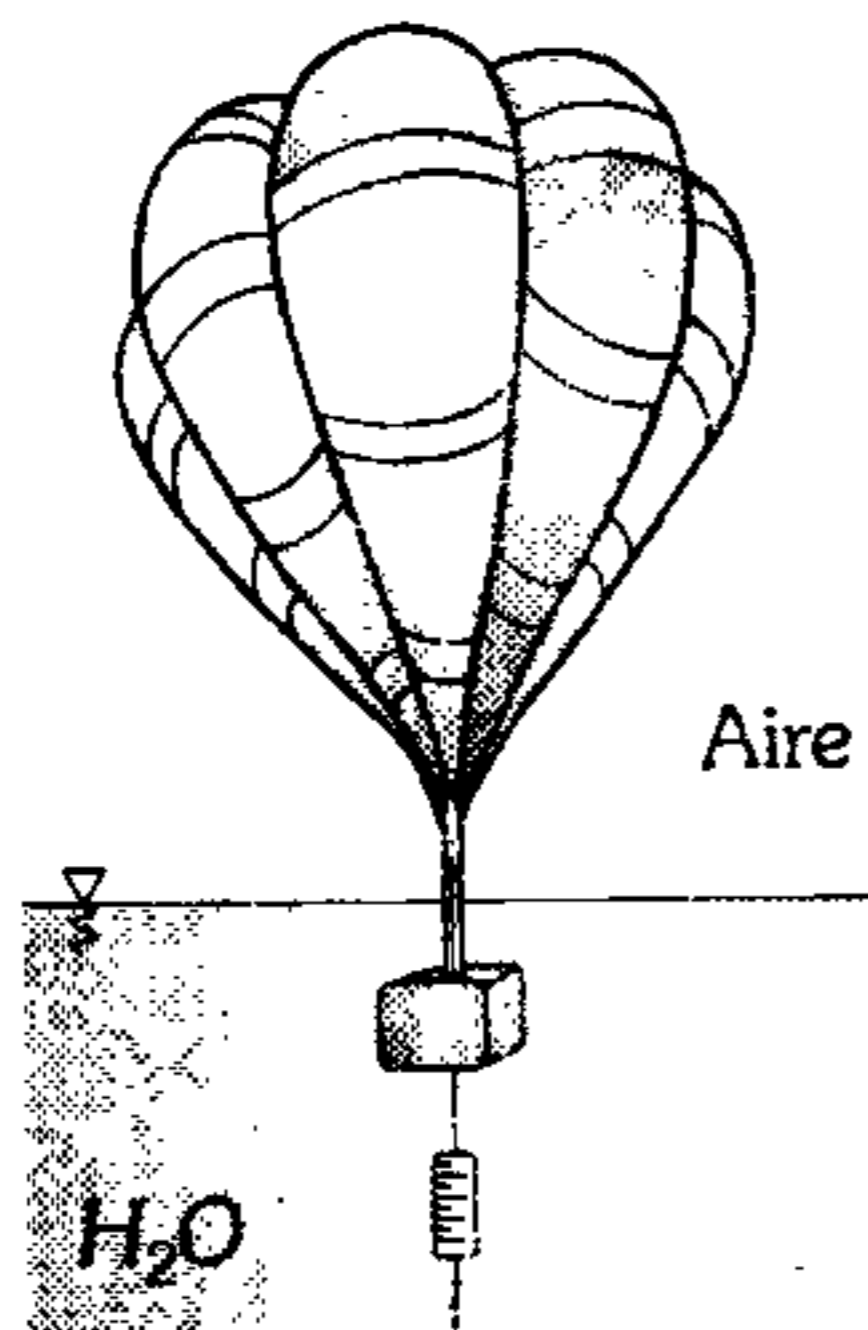
492. En la superficie de separación de dos líquidos con densidades  $\rho_1$  y  $\rho_2$  flota una arandela de densidad  $\rho$  ( $\rho_1 < \rho < \rho_2$ ). La altura de la arandela es  $h$ . Determine qué profundidad se sumergirá ésta en el segundo líquido.

- A)  $\frac{\rho_1 h}{\rho_2}$                       B)  $\frac{\rho - \rho_1}{2\rho_1 - \rho_2} h$   
 C)  $\frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} h$   
 D)  $\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho - \rho_1} h$                       E)  $\frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho} h$

493. Un cubo de estaño ( $\rho_{sn} = 7,3 \text{ g/cm}^3$ ) de 10 cm de arista, flota en mercurio. Si sobre el mercurio se vierte agua, ¿qué mínimo espesor debe tener la capa de agua para que cubra la cara superior del cubo?  $\rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3$ .

- A) 2 cm                      B) 3 cm                      C) 4 cm  
 D) 6 cm                      E) 5 cm

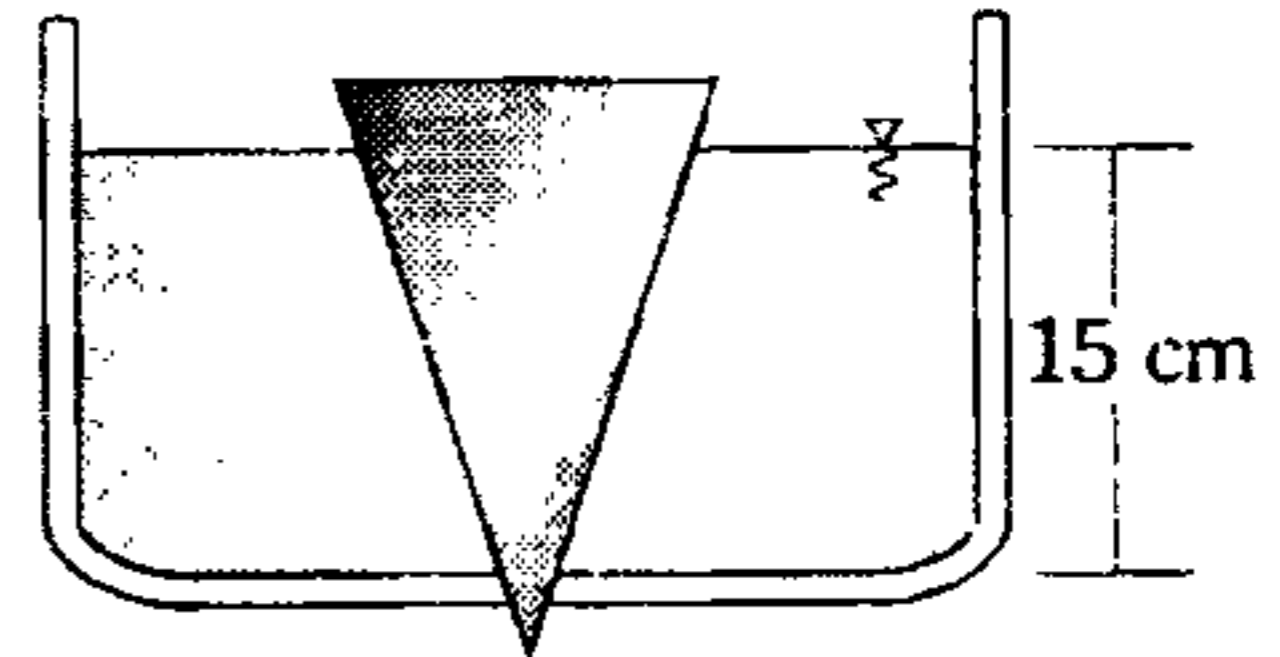
494. Un globo de  $5 \text{ m}^3$  y 10 N flota en el aire y sujeta a un bloque de madera de  $0,02 \text{ m}^3$ , cuya densidad es  $0,5 \text{ g/cm}^3$  por medio de una barra delgada de masa despreciable. Calcule cuánto indica el dinamómetro ( $\rho_{\text{aire}} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ).



- A) 40 N                      B) 150 N                      C) 160 N  
 D) 170 N                      E) 45 N

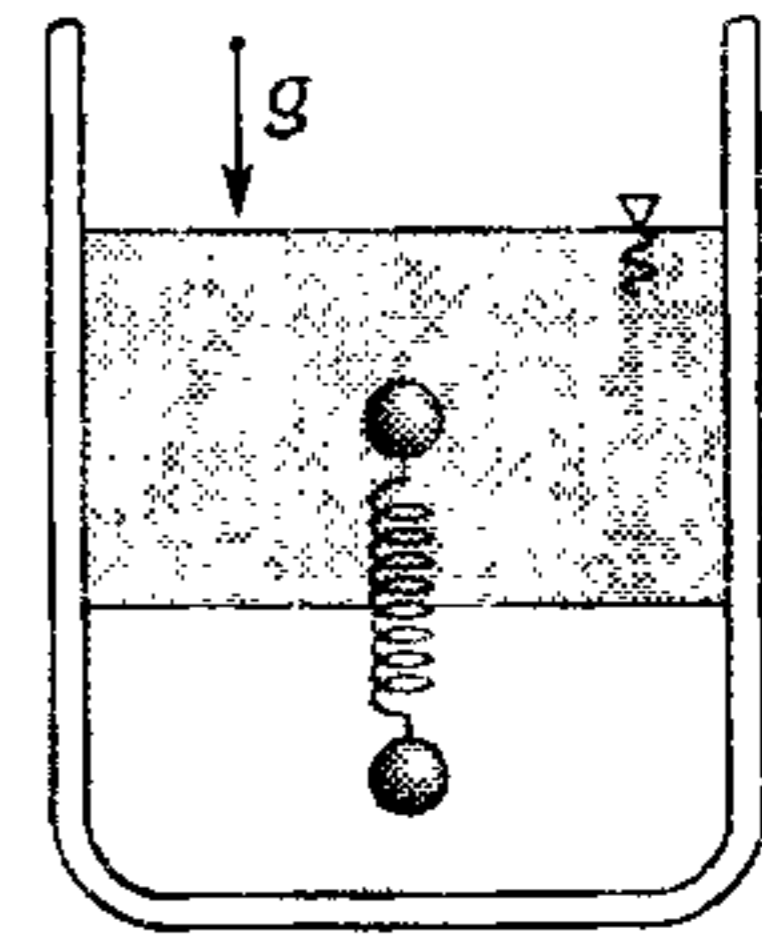
495. Un orificio de  $400 \text{ cm}^2$  de área situado en el fondo de un depósito que contiene agua, se cierra mediante un cono colocado con el vértice hacia abajo tal como indica la figura. Si la altura del cono es de 60 cm y el área de su base es de  $1600 \text{ cm}^2$ , ¿qué fuerza hidrostática resultante actúa sobre el cono?

- A) 15 N  
 B) 25 N  
 C) 35 N  
 D) 45 N  
 E) 60 N

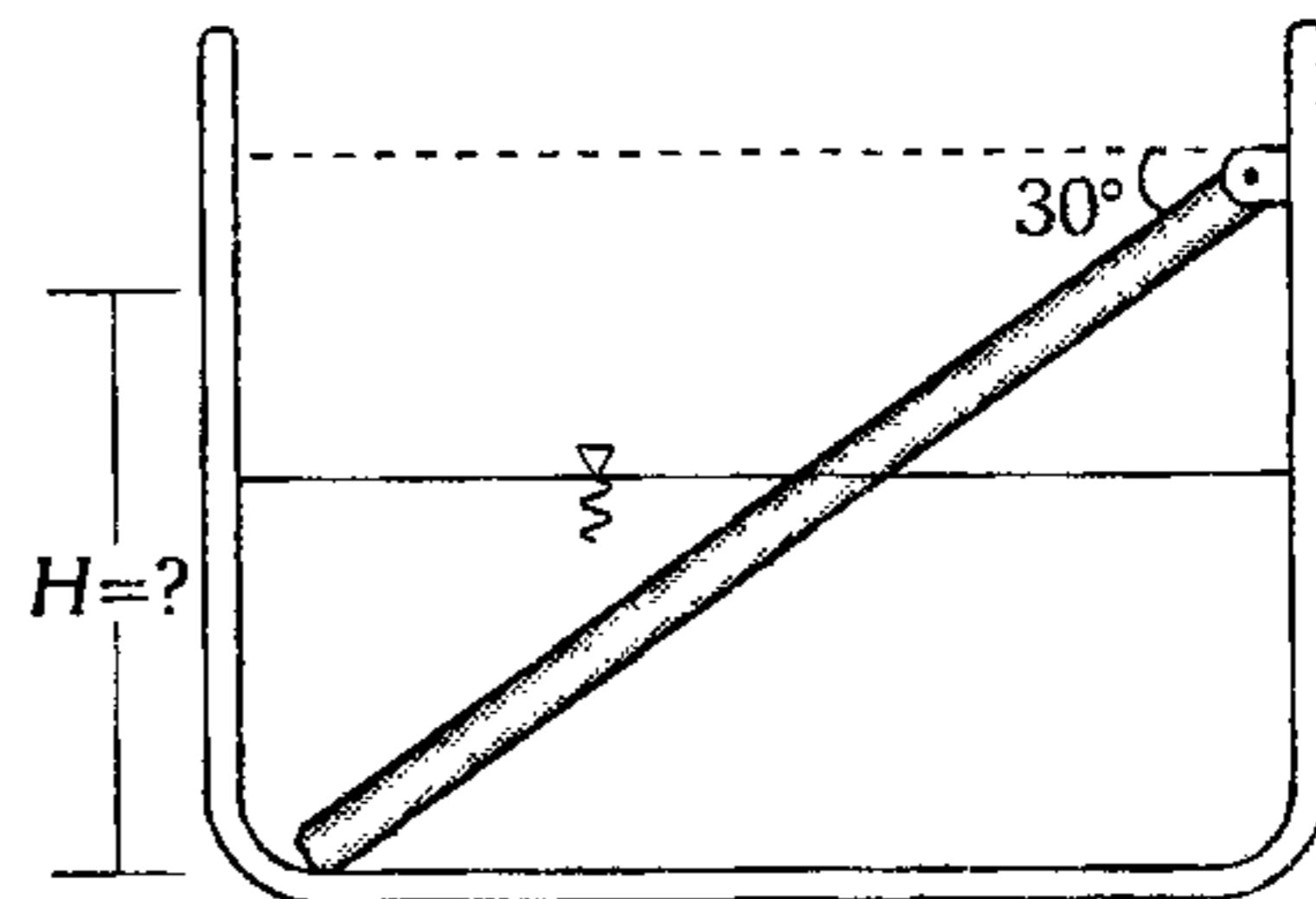


496. Dos esferas de 1,2 kg y 4,2 kg se encuentran en equilibrio sumergidas en aceite y agua según se indica. Halle el estiramiento del resorte si las esferas tienen igual volumen. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $K = 500 \text{ N/m}$ ).

- A) 1,8 cm  
 B) 2,4 cm  
 C) 3,0 cm  
 D) 7,2 cm  
 E) 80 cm

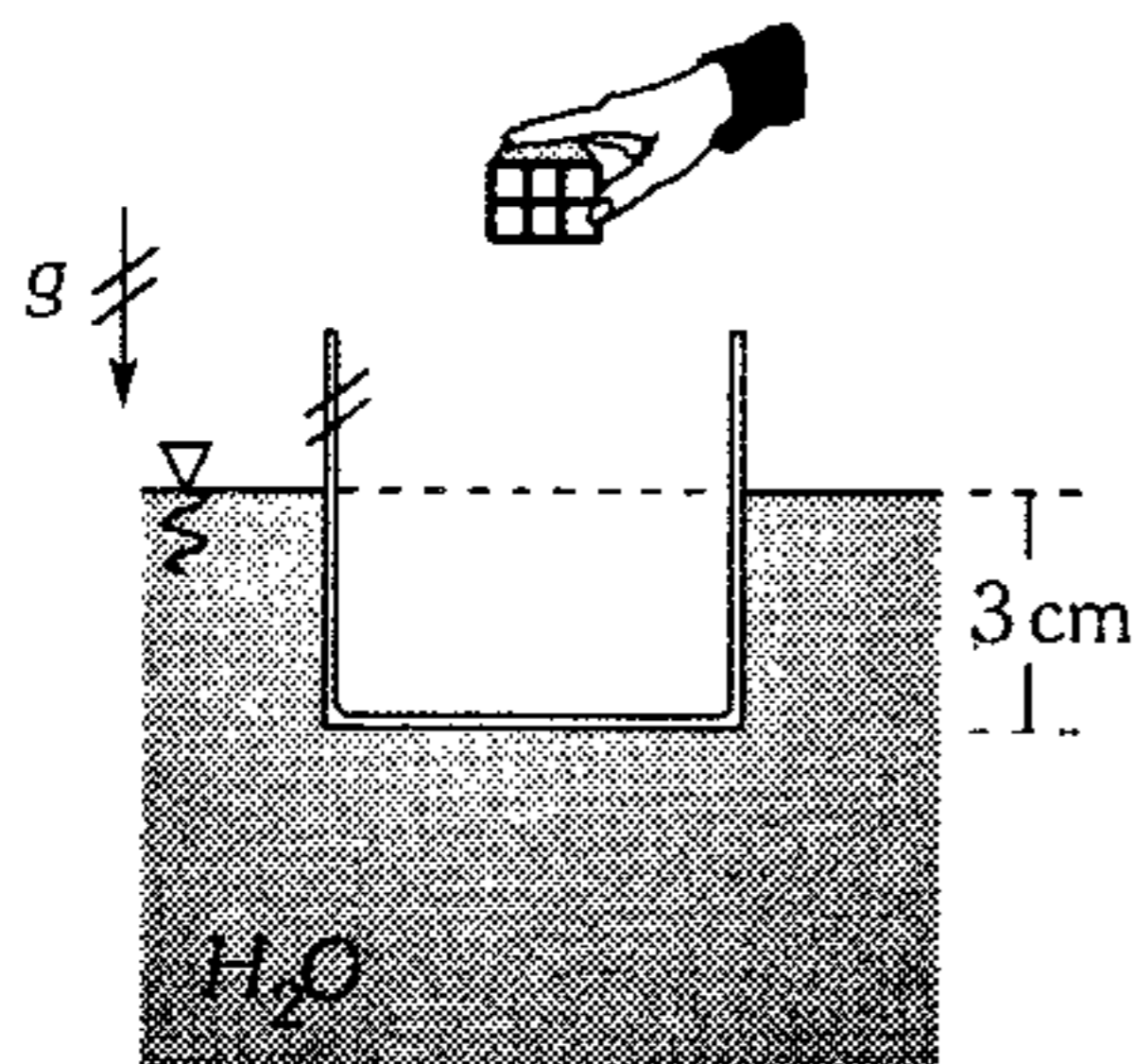


497. La barra homogénea de 10 m de longitud y  $960 \text{ kg/m}^3$  de densidad se encuentra parcialmente sumergida en agua, encontrándose su extremo libre apoyado en el fondo del recipiente. Calcule la altura necesaria de agua para que la barra pierda contacto con el fondo del recipiente.



- A) 1 m                      B) 2 m                      C) 4 m  
 D) 5 m                      E) 6 m

498. Una caja cúbica de 0,5 kg flota en equilibrio tal como se muestra. Si se introduce un pedazo de ladrillo de 1,5 kg, ¿cuánto más desciende dicha caja hasta alcanzar el equilibrio? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 4 cm      B) 5 cm      C) 7 cm  
D) 9 cm      E) 10 cm

499. Un cono recto se coloca en forma invertida sobre el agua y de su vértice se sujeta un trozo de cadena de tal forma que el cono flota con la mitad de su altura sumergida. Halle la longitud de la cadena para tal efecto si  $\rho_{\text{cadena}} = 1600 \text{ kg/m}^3$ ,  $V_{\text{cadena}} = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$  (por cada cm de largo)  $V_{\text{cono}} = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ ,  $\rho_{\text{cono}} = 100 \text{ kg/m}^3$ .

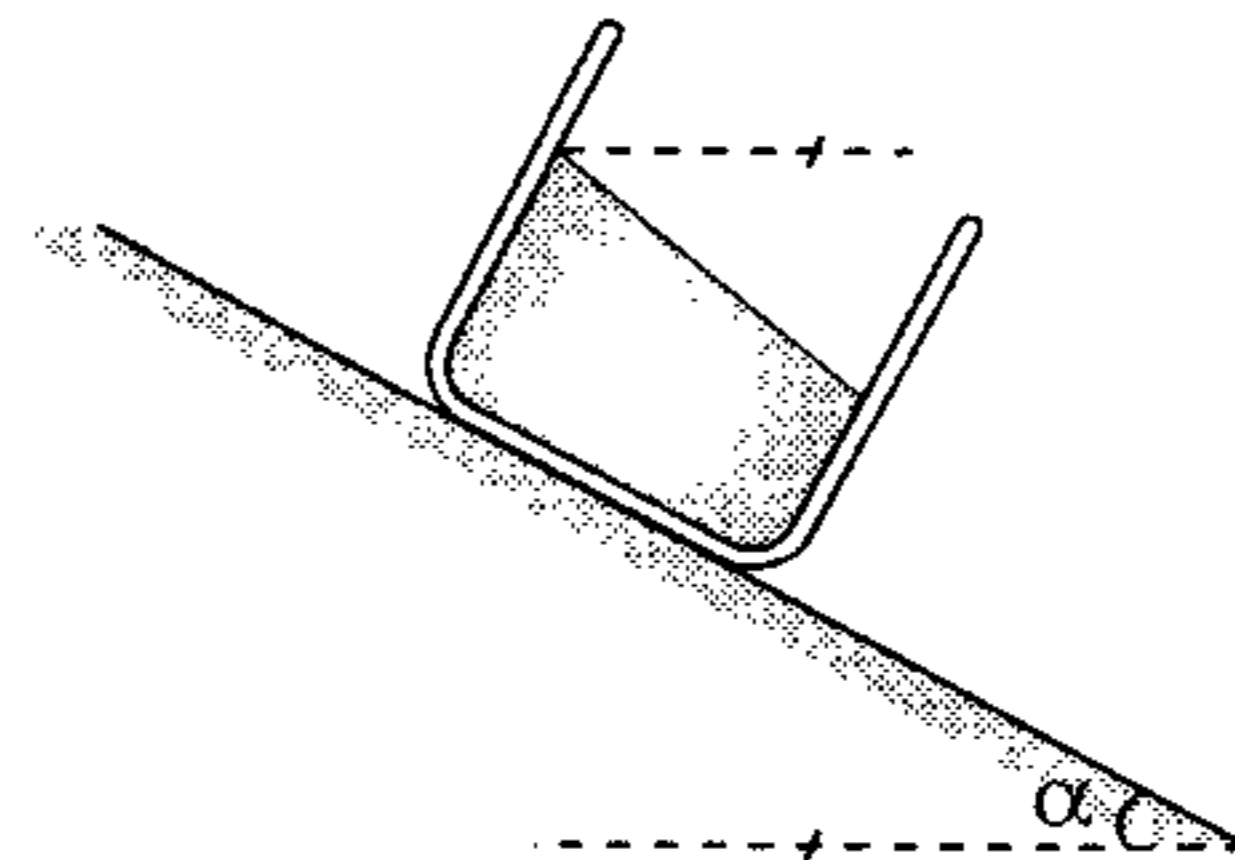
- A) 1 cm      B) 2 cm      C) 3 cm  
D) 4 cm      E) 5 cm

500. Un globo se llena de cierto gas a presión atmosférica. La masa de la tela del globo es de 3 kg y el volumen, cuando está lleno de dicho gas, es de  $150 \text{ m}^3$ . Bajo esas condiciones, ¿cuál es la carga que puede levantar el globo?

( $\rho_{\text{aire}} = 0,13 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{gas}} = 0,03 \text{ kg/m}^3$ )

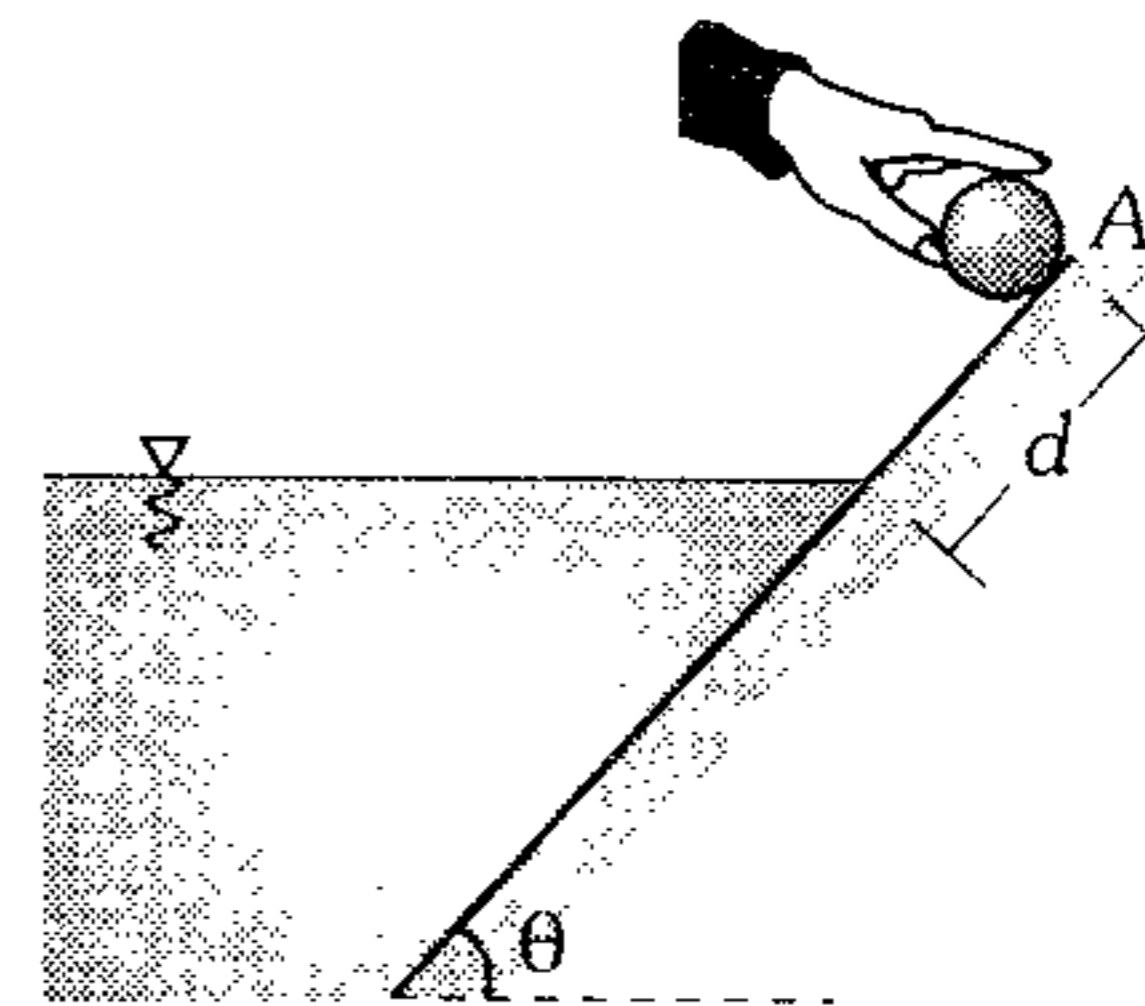
- A) 100 N      B) 120 N      C) 135 N  
D) 150 N      E) 175 N

501. ¿Qué ángulo haría con la horizontal la superficie libre de un líquido contenido en un depósito que se desliza en una pendiente lisa?



- A)  $\alpha$       B)  $2\alpha$       C)  $\frac{\alpha}{2}$   
D)  $\frac{3}{2}\alpha$       E)  $\frac{3}{4}\alpha$

502. En la figura mostrada la esfera pequeña es soltada en A y resbala sin fricción. Hasta qué profundidad máxima respecto a la superficie libre se sumerge en el líquido, cuya densidad es el doble de la densidad de la esfera.



- A)  $d \cos^2 \theta$       B)  $d \sin^2 \theta$       C)  $d \tan \theta$   
D)  $d \cos \theta$       E)  $d \sin \theta$

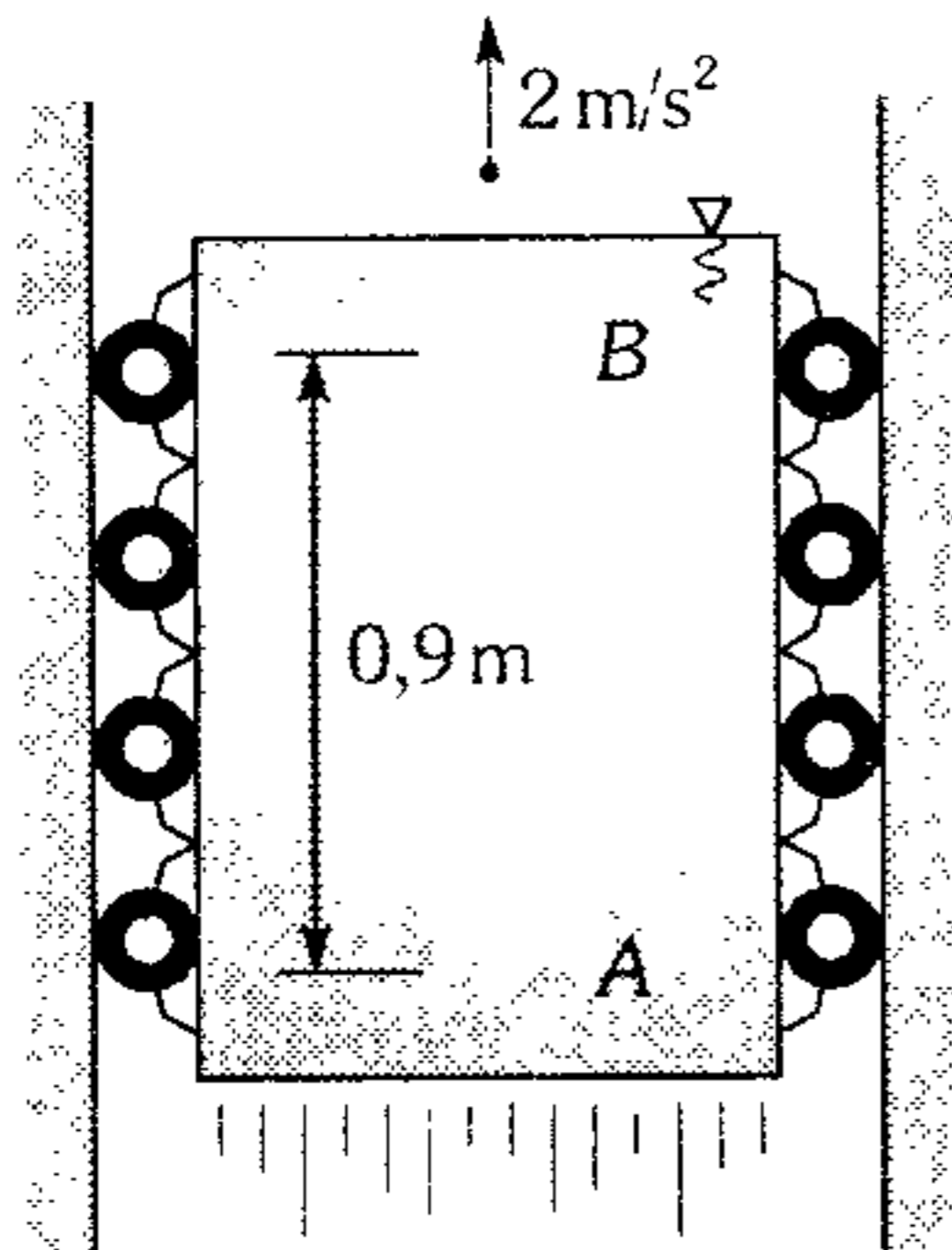
503. Una esfera de corcho se encuentra sumergido en el interior de un recipiente que contiene agua y atada por una cuerda al fondo del mismo. Si la tensión de la cuerda cuando el recipiente está en reposo es 10 N; calcule la variación de la tensión cuando al recipiente se deja en caída libre.

- A) 10 N      B) -10 N      C) 20 N  
D) -20 N      E) cero

**504.** Dos esferas homogéneas *A* y *B* que tienen el mismo volumen y están pegadas por medio de un pegamento se mantienen en equilibrio, inmersas en el agua. Cuando las esferas se despegan, la esfera *A* sube y flota con la mitad de su volumen fuera del agua, y la esfera *B* se hunde hasta el fondo del recipiente. Determine la densidad en  $\text{g/cm}^3$  de las esferas *A* y *B* respectivamente.

- A) 0,50 ; 1,50                      B) 1,50 ; 0,50  
 C) 0,50 ; 1,00  
 D) 0,05 ; 1,50                      E) 0,05 ; 15,0

**505.** Se tiene un recipiente que contiene agua, el cual acelera verticalmente hacia arriba. Determine en cuánto se diferencian las presiones en *A* y *B* ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

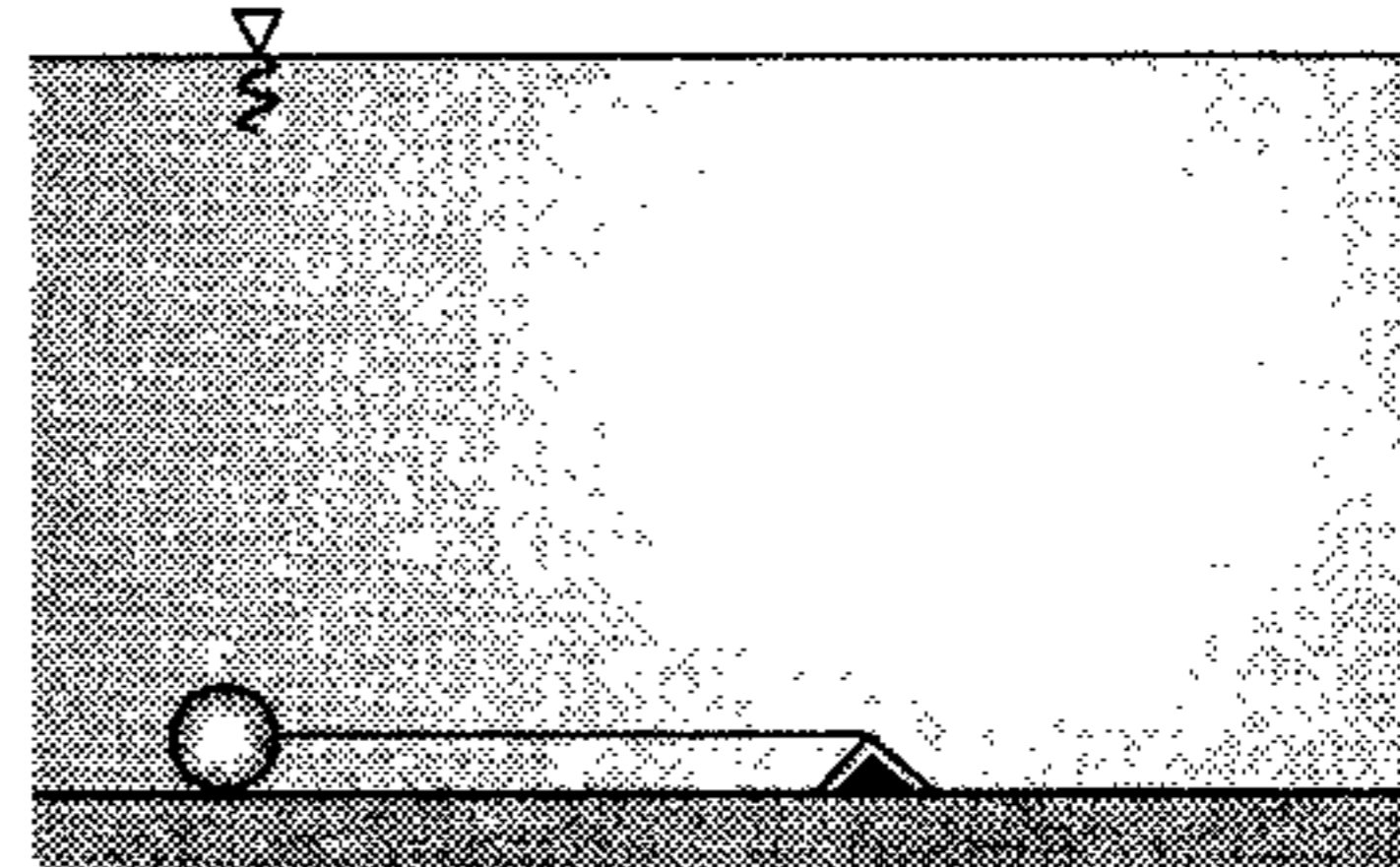


- A) 10 000 Pa                      B) 10 800 Pa  
 C) 10 700 Pa  
 D) 12 000 Pa                      E) 15 000 Pa

**506.** Un cilindro recto de  $0,5 \text{ m}$  de altura y  $100 \text{ cm}^2$  de área de la base, contiene  $1 \text{ dm}^3$  de agua ( $1 \text{ dm}=10 \text{ cm}$ ). En el cilindro se introduce una barra de igual tamaño que el cilindro pero de sección recta igual  $80 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es la menor masa que debe tener la barra para que pueda llegar al fondo del cilindro?

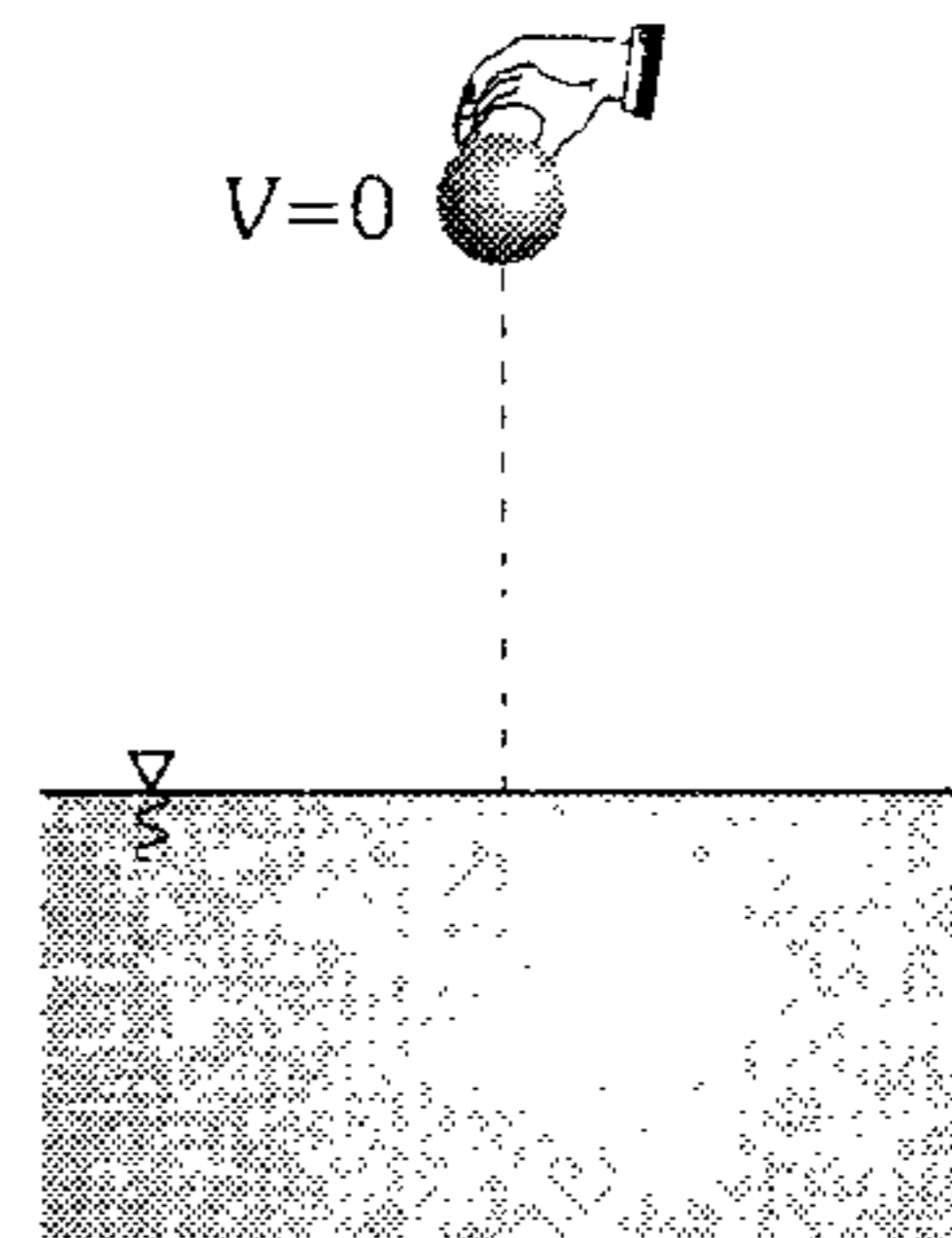
- A) 1,6 kg                      B) 2,4 kg                      C) 3,2 kg  
 D) 4 kg                              E) 4,8 kg

**507.** La esfera de  $1 \text{ N}$  es soltada en la posición mostrada. Determine la tensión en el hilo de masa despreciable cuando éste se ubique verticalmente. Desprecie la viscosidad del agua ( $\rho_{\text{agua}}=4\rho_{\text{esfera}}$ ,  $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 8 N                      B) 1 N                      C) 4 N  
 D) 9 N                              E) 3 N

**508.** Una esfera de  $3 \text{ kg}$  y densidad  $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , es soltada sobre un lago. Si consideramos que la densidad del agua varía de acuerdo a la ecuación  $\rho = (10^3 + 2h) \text{ kg/m}^3$ , ( $h \rightarrow$  profundidad), determine la cantidad de trabajo desarrollado por la fuerza de empuje, hasta que la esfera alcanza su máxima rapidez. El lago es de gran profundidad. Desprecie efecto viscoso. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



- A) 5 kJ                      B) 10 kJ                      C) 15 kJ  
 D) 20 kJ                              E) 25 kJ

509. Un cubo homogéneo de 1 m de arista flota en un líquido cuya densidad es 10 veces mayor. Si con una fuerza externa presionamos ligeramente la tapa superior del cubo (se le hunde) y luego lo abandona, calcule el período de oscilación del cubo ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 0,25 s    B) 0,46 s    C) 0,62 s  
D) 0,78 s    E) 0,96 s

510. Un recipiente de 4 kg y 2 L de capacidad contiene 1,5 L de agua y se encuentra sobre una balanza. Si se logra introducir lentamente un bloque cúbico de 10 cm de arista y 8 kg; determine ahora la lectura de la balanza ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

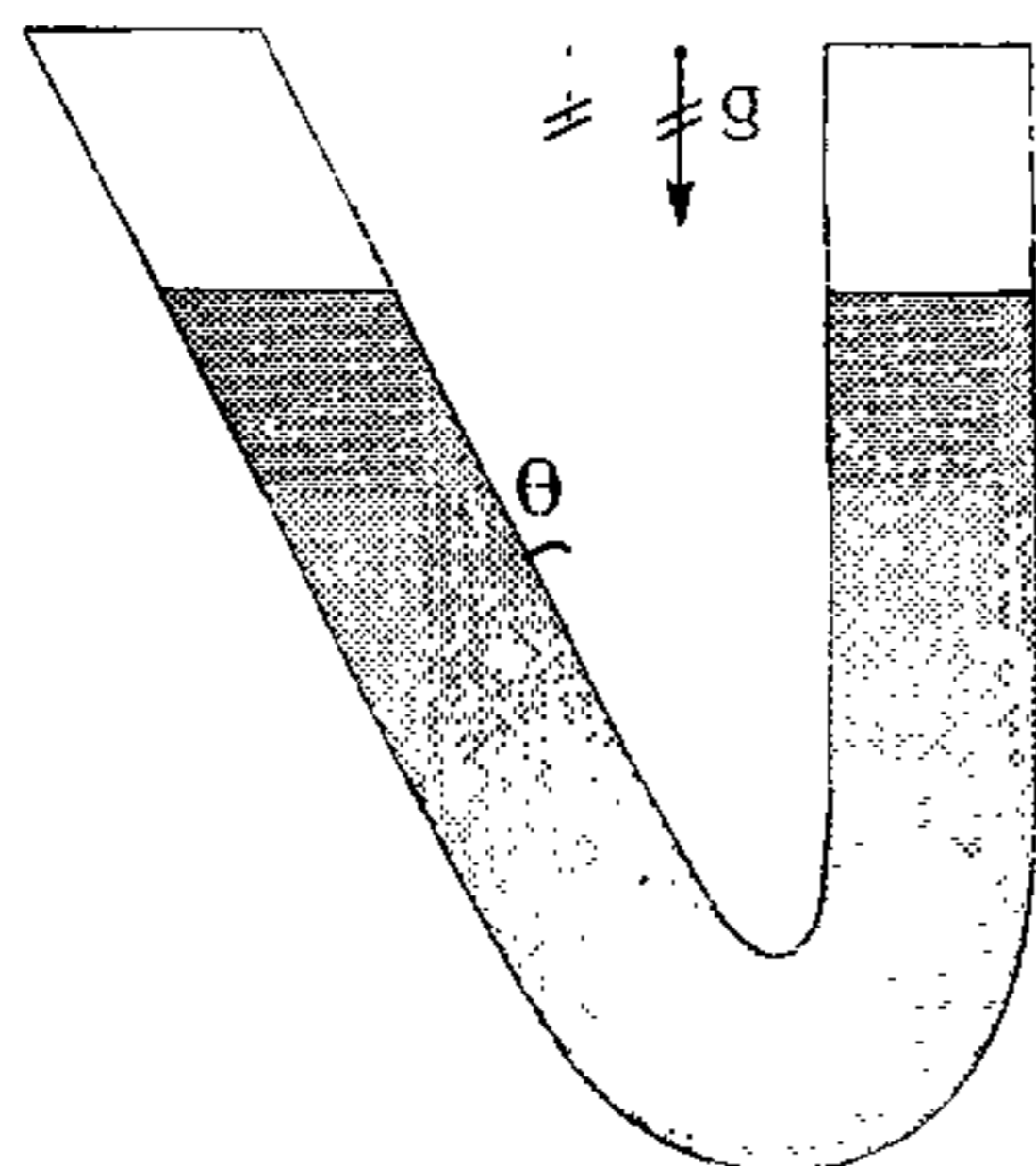
- A) 135 N    B) 130 N    C) 120 N  
D) 60 N    E) 55 N

511. En el tubo mostrado se tiene 200 g de mercurio que desarrolla pequeñas oscilaciones. Despreciando todo rozamiento, determine el período de dichas oscilaciones.

$$A_{\text{seccion del tubo}} = 0,5 \text{ cm}^2, g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3, \theta = 37^\circ$$

- A) 0,2 s  
B) 0,4 s  
C) 0,6 s  
D) 0,8 s  
E) 1 s

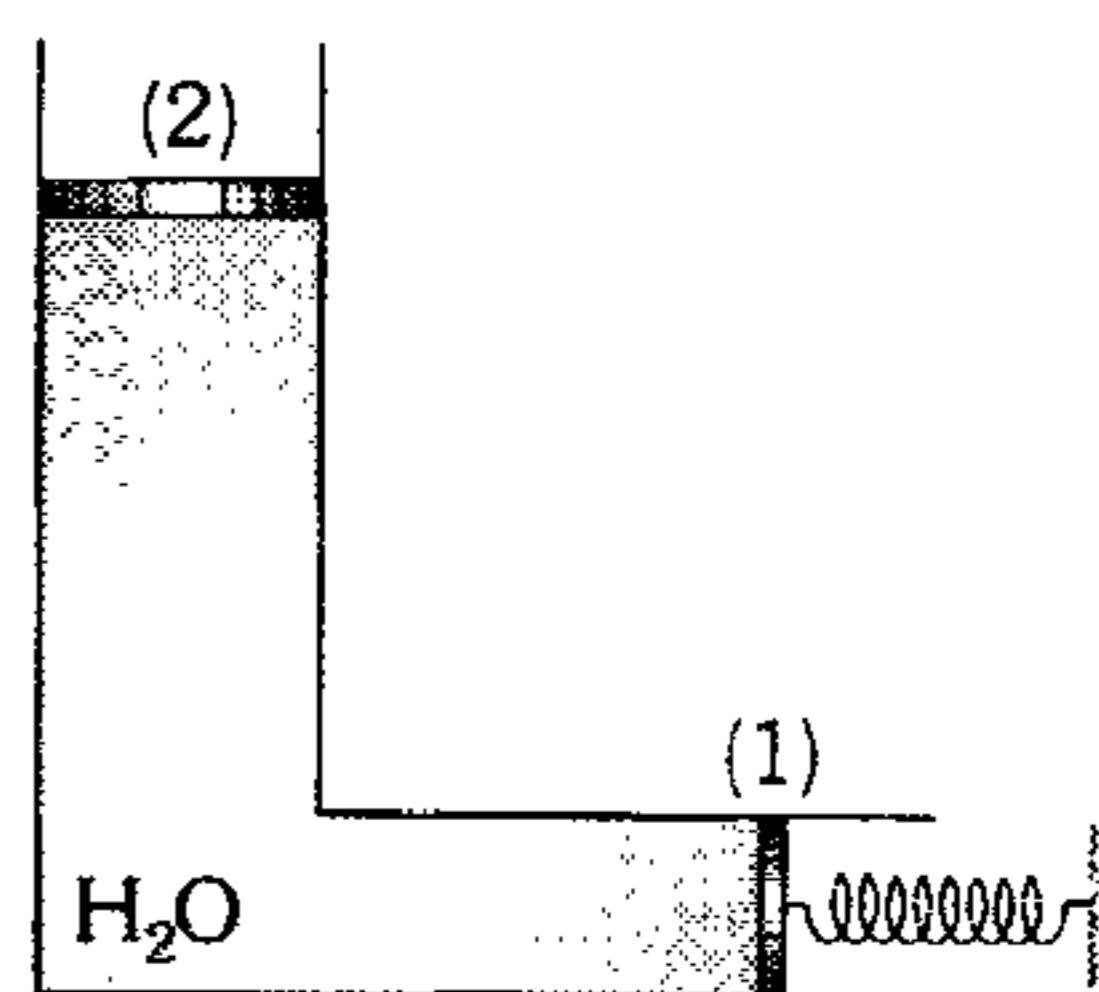


512. La densidad de una solución de sal varía con la profundidad  $h$  según  $\rho = \left[1 + \frac{h}{50}\right] \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .  $h$  se expresa en cm. En esta solución se introduce 2 bolitas, unidas entre sí por un hilo, cuyos volúmenes y masas son  $0,1 \text{ cm}^3$ ,  $0,2 \text{ cm}^3$  y  $0,13 \text{ g}$ ,  $0,34 \text{ g}$  respectivamente.

Hasta alcanzar el equilibrio la primera bolita se hundió 20 cm, determine la longitud del hilo ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

- A) 6 cm    B) 7,5 cm    C) 8 cm  
D) 12,5 cm    E) 15 cm

513. El sistema mostrado se encuentra en reposo. Determine el módulo de la fuerza vertical y hacia abajo que debemos aplicar en el émbolo liviano (2) para lograr que el resorte  $k=10 \text{ N/m}$  incremente su deformación en 1 cm ( $A_2 = 10A_1 = 10 \text{ cm}^2, g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) 0,5 N    B) 0,505 N    C) 1 N  
D) 1,01 N    E) 2,02 N

### Fenómenos Térmicos

514. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- La energía transmitida a un cuerpo como consecuencia de la diferencia de temperaturas recibe el nombre de calor.
- El calor específico de una sustancia es el mismo en sus distintas fases.
- Un cuerpo de mayor temperatura posee mayor cantidad de calor que otro más frío.
- Una sustancia de menor temperatura puede tener más energía interna que otra de mayor temperatura.

- A) FVFF    B) VFVF    C) VFFV  
D) VVFF    E) VVVV

**515.** Cuando un nadador sale del agua de la piscina

- A) siente frío, porque su ropa está mojada.
- B) siente frío, porque aumenta la transferencia de calor de su cuerpo hacia el aire estacionario.
- C) siente frío, porque su cuerpo evapora la humedad.
- D) siente frío, porque aumenta la transferencia de calor de su cuerpo a la corriente de aire.
- E) siente frío, porque su temperatura corporal disminuye.

**516.** Indique la alternativa incorrecta.

- A) La transferencia de energía por convección es debido al flujo de la sustancia.
- B) En épocas de verano en Lima sentimos calor porque el medio nos transfiere energía.
- C) En épocas de verano la superficie terrestre se calienta por conducción y convección.
- D) La transferencia de energía entre dos cuerpos se puede dar aún en el vacío.
- E) La transferencia de energía interna se puede dar por conducción, radiación y convección.

**517.** Identifique la afirmación incorrecta.

- A) El agua es un mal conductor del calor.
- B) La convección del calor hace posible que el agua en la parte superior de una tetera se caliente cuando colocamos dicha tetera en la hornilla.
- C) El calor se puede transmitir en el vacío.
- D) Los metales tienen mayor coeficiente de conductividad de calor que los sólidos no metálicos.
- E) La temperatura de un cuerpo sólo puede aumentar cuando le damos calor.

**518.** Indique la alternativa incorrecta.

- A) La conductividad térmica es la propiedad de transferir energía de una parte del cuerpo a otra.
- B) Los metales tienen mayor conductividad térmica que los gases.
- C) En la conductividad térmica la sustancia no se desplaza de un punto a otro.
- D) La transferencia de energía de una parte del cuerpo a otra es realizada por las moléculas.
- E) Los bloques de hielo se cubren con paja, arena o tierra porque tienen alta conductividad térmica.

**519.** Dos sólidos de masas diferentes a partir de una misma temperatura inicial reciben iguales cantidades de calor, tal que, la temperatura final de los sólidos es la misma, entonces

- A) sus capacidades caloríficas son iguales.
- B) sus calores específicos son iguales.
- C) sus calores específicos son diferentes.
- D) sus capacidades caloríficas son diferentes.
- E) A y C

**520.** En un calorímetro de capacidad calorífica despreciable se mezcla 120 g de agua y 350 g de otra sustancia. Si se observa que la temperatura de la sustancia desciende  $50^{\circ}\text{C}$ , por cada  $6^{\circ}\text{C}$  de aumento de la temperatura del agua; determine el calor específico de dicha sustancia.

- A)  $0,02 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$
- B)  $0,03 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$
- C)  $0,04 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$
- D)  $0,06 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$
- E)  $0,1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

521. En un calorímetro de capacidad calorífica  $C=80 \text{ cal/}^\circ\text{C}$  se tiene 20 g de agua a  $20^\circ\text{C}$ . Al sistema se hace ingresar un bloque de 100 g a  $140^\circ\text{C}$ . Si la temperatura de equilibrio resultó  $60^\circ\text{C}$ ; determine el calor específico de dicho bloque (en  $\text{cal/g}^\circ\text{C}$ ).

- A) 0,2      B) 0,3      C) 0,5  
D) 0,8      E) 0,9

522. En un recipiente se tiene agua a  $30^\circ\text{C}$ , si en ella se introduce una barra metálica que se encuentra a  $90^\circ\text{C}$ , notamos que cuando el agua a cambiado su temperatura en  $1^\circ\text{C}$  la barra lo hace en  $5^\circ\text{C}$ . Determine la temperatura de equilibrio. Considere que sólo existe transferencia de energía entre el agua y la barra.

- A)  $25^\circ\text{C}$       B)  $35^\circ\text{C}$       C)  $40^\circ\text{C}$   
D)  $45^\circ\text{C}$       E)  $48^\circ\text{C}$

523. Una sustancia a  $30^\circ\text{C}$  se mezcla con agua a  $90^\circ\text{C}$  y se llega al equilibrio térmico a  $50^\circ\text{C}$ . Se duplica la masa de la sustancia a la misma temperatura inicial y se le mezcla con la misma cantidad de agua a igual temperatura inicial; entonces, ¿cuál será la nueva temperatura de equilibrio?

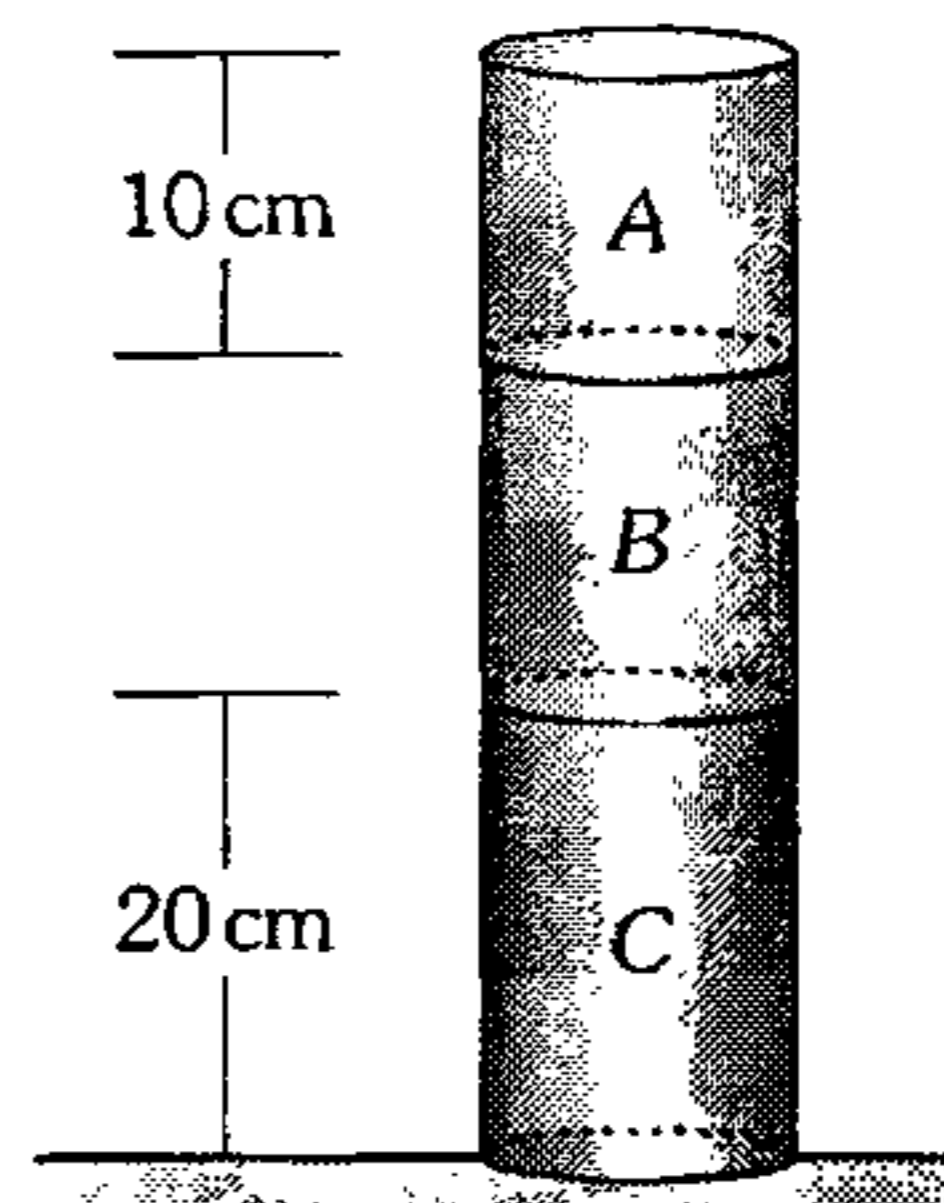
- A)  $40^\circ\text{C}$       B)  $42^\circ\text{C}$       C)  $45^\circ\text{C}$   
D)  $47^\circ\text{C}$       E)  $36^\circ\text{C}$

524. Dos esferas metálicas, una de acero y otra de plomo, se ponen en contacto. Determine la temperatura común de los cuerpos, si hasta ese instante el medio ha absorbido 24 kJ de calor.

	Acero	Plomo
Masa	3 kg	5 kg
Calor específico	$500 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$	$140 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$
Temperatura inicial	$80^\circ\text{C}$	$20^\circ\text{C}$

- A)  $30^\circ\text{C}$       B)  $40^\circ\text{C}$       C)  $50^\circ\text{C}$   
D)  $60^\circ\text{C}$       E)  $70^\circ\text{C}$

525. Tres cilindros A, B y C del mismo material, cuyas temperaturas iniciales son  $80^\circ\text{C}$ ,  $60^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$ , se colocan tal como se indica. Si la temperatura final del sistema es  $50^\circ\text{C}$ , determine la altura del cilindro B (solamente existe transferencia de energía entre ellos).



- A) 10 cm      B) 20 cm      C) 30 cm  
D) 40 cm      E) 50 cm

526. Un recipiente de aluminio ( $C_e=0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ) de 0,5 kg de masa contiene 110 g de agua a  $20^\circ\text{C}$ . Se introduce un bloque de hierro de 200 g de masa ( $C_e=0,11 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ) a  $75^\circ\text{C}$ . Calcule la temperatura final de equilibrio.

- A)  $10^\circ\text{C}$       B)  $15^\circ\text{C}$       C)  $20^\circ\text{C}$   
D)  $25^\circ\text{C}$       E)  $35^\circ\text{C}$

527. Una resistencia eléctrica de 48 g de masa calienta 6 kg de agua hasta su punto de ebullición en un tiempo de 3 minutos. Pero si la resistencia es conectada sin el agua se daña al cabo de 4 s. ¿Cuál es la temperatura de fusión del metal resistivo? El calor específico de la resistencia es 0,5 veces el calor específico del agua. Considere que la temperatura inicial en ambas situaciones es  $10^\circ\text{C}$ .

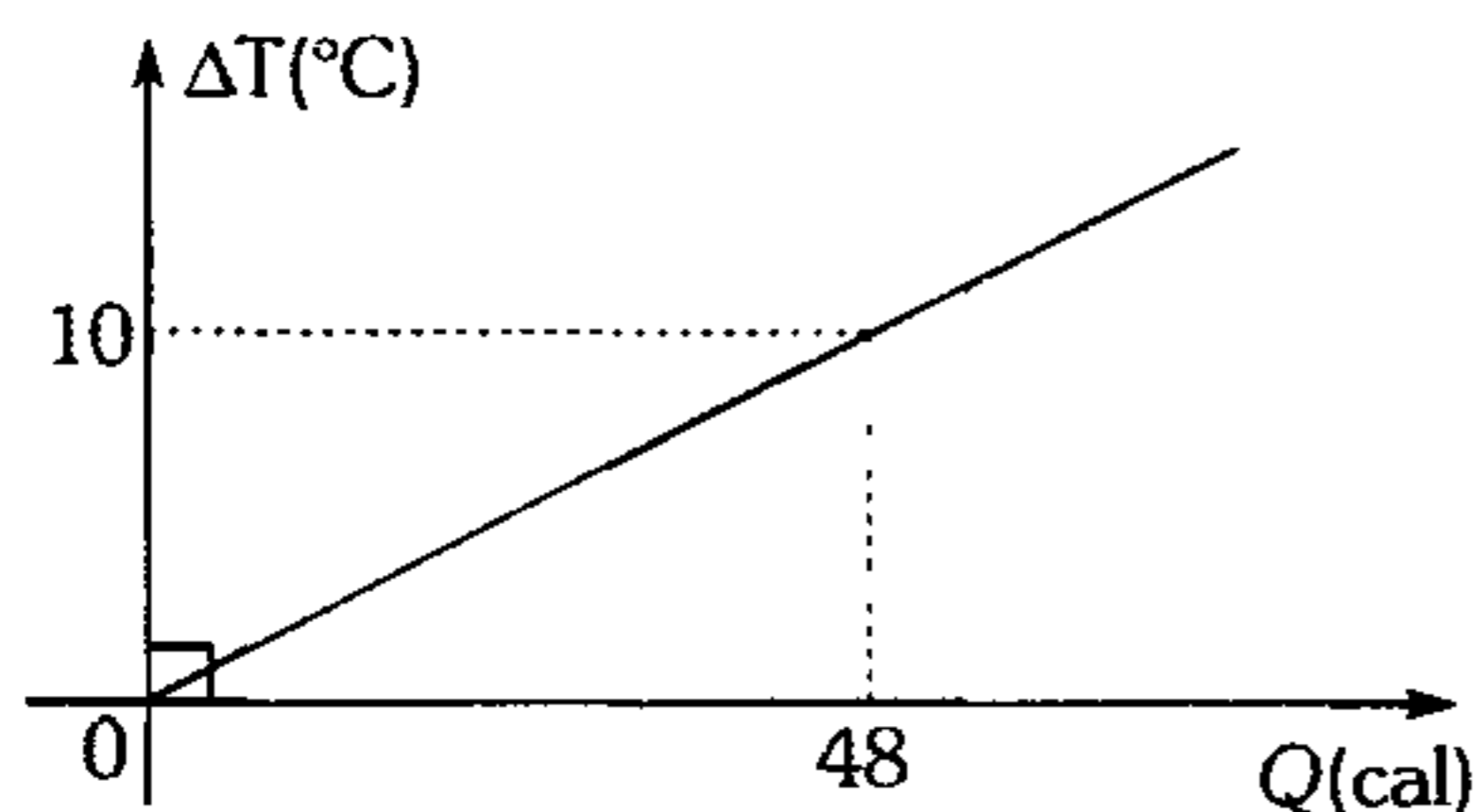
- A)  $400^\circ\text{C}$       B)  $476^\circ\text{C}$       C)  $503^\circ\text{C}$   
D)  $505^\circ\text{C}$       E)  $540^\circ\text{C}$



528. Dentro de una caja térmicamente aislante se ubica dos objetos cúbicos, del mismo material y de aristas  $a$  y  $2a$ , a temperaturas  $9^{\circ}\text{C}$  y  $18^{\circ}\text{C}$  respectivamente. Determine la temperatura en el equilibrio térmico. (No hay cambio de fase).

- A)  $11^{\circ}\text{C}$       B)  $13^{\circ}\text{C}$       C)  $16^{\circ}\text{C}$   
 D)  $17^{\circ}\text{C}$                       E)  $18^{\circ}\text{C}$

529. Se tiene 10 g de un sólido desconocido a la temperatura ambiente. Si le suministramos energía térmica, comienza a experimentar cambios en su temperatura según como se indica en la gráfica. Determine el equivalente en agua de 50 g de dicho sólido.



- A) 30 g      B) 24 g      C) 32 g  
 D) 50 g                      E) 48 g

530. En un depósito se tiene  $1,8 \text{ m}^3$  de agua a  $5^{\circ}\text{C}$ , se dispone de agua a  $65^{\circ}\text{C}$  que se vierte por un grifo a razón de  $100 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Determine el tiempo que debe estar abierto el grifo para que la temperatura de la mezcla sea  $35^{\circ}\text{C}$ , desprecie toda influencia externa sobre el sistema.

- A) 1 hora      B) 2 horas      C) 4 horas  
 D) 5 horas                      E) 9 horas

531. Un calentador de inmersión de 500 W se coloca en un depósito que tiene 2 litros de agua a  $20^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánto tiempo se requerirá para llevar el agua a su temperatura de ebullición, suponiendo que el 80% de la energía disponible es absorbida por el agua?

- A) 50 min      B) 1,6 min      C) 28 min  
 D) 20 min                      E) 15 min

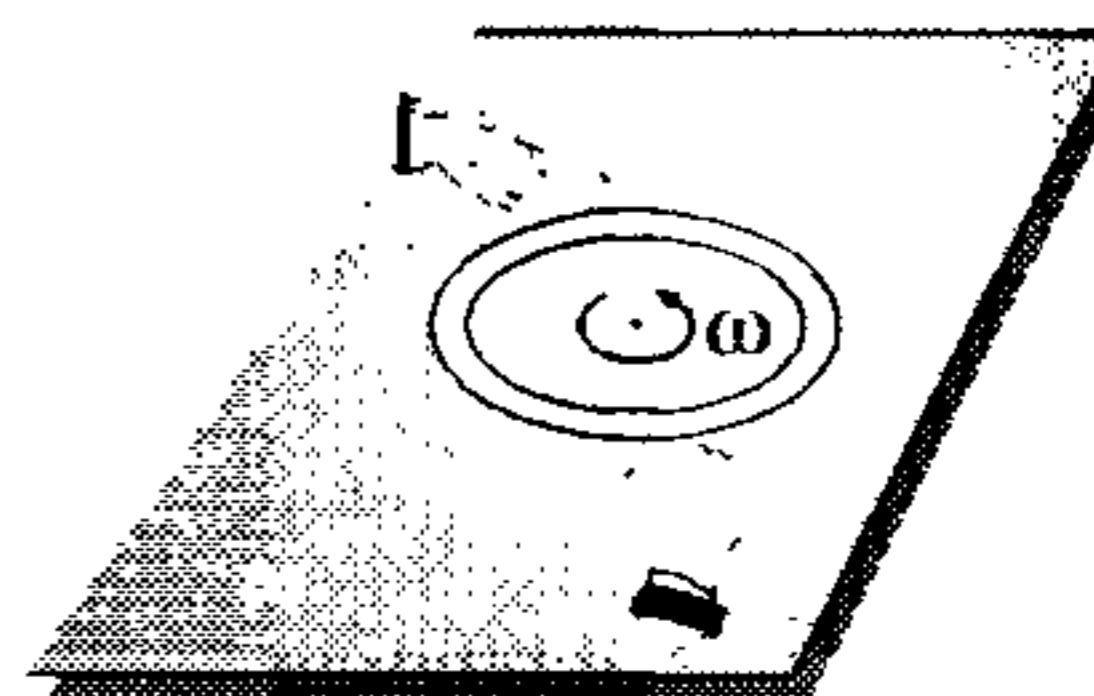
532. Una sustancia de 20 g se encuentra a  $10^{\circ}\text{C}$  y se observa que su calor específico ( $C_e$ ) varía con la temperatura de acuerdo a la siguiente relación  $C_e(t) = 2t + 4$  ( $t$  en segundos y  $C_e$  en  $\text{cal/g}^{\circ}\text{C}$ ). Determine la cantidad de calor que se requiere entregar para variar su temperatura en  $30^{\circ}\text{C}$ .

- A) 30 Kcal      B) 32,4 Kcal      C) 24 Kcal  
 D) 10 kcal                      E) 50 kcal

533. Una bola de plomo que se desplaza con una velocidad de 400 m/s, choca contra una pared, considerando que el 5% de su energía cinética se invierte en calentarla. Determine la variación de temperatura que sufre la bola si su  $C_e = 0,03 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ .

- A)  $30^{\circ}\text{C}$       B)  $31^{\circ}\text{C}$       C)  $32^{\circ}\text{C}$   
 D)  $40^{\circ}\text{C}$                       E)  $50^{\circ}\text{C}$

534. Un anillo metálico ( $C_e = 0,24 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ ) cuya masa es 0,5 kg se hace girar sobre una mesa horizontal rugosa tal como se indica. Si el anillo adquirió 50 rad/s, ¿en cuánto incrementa su temperatura hasta que deja de girar? Considere que el anillo no experimenta disipación de energía (radio del anillo: 10 cm).



- A)  $0,0125^{\circ}\text{C}$                       B)  $0,0200^{\circ}\text{C}$   
 C)  $0,0400^{\circ}\text{C}$   
 D)  $0,125^{\circ}\text{C}$                       E)  $0,12^{\circ}\text{C}$

- 535.** Se tiene dos cuerpos, *A* y *B*, de la misma masa, siendo el calor específico del primero  $C_A$ , mayor que el del segundo  $C_B$ . Los dos cuerpos están a la misma temperatura  $T > 0^\circ\text{C}$  y se ponen en contacto con una gran masa de hielo. Escoja el enunciado correcto.
- A) Los dos cuerpos no pierden calor.  
 B) Ambos cuerpos pierden la misma cantidad de calor.  
 C) El cuerpo *A* pierde más calor que el *B*.  
 D) El cuerpo *A* pierde menos calor que el *B*.  
 E) El cuerpo *A* gana calor y el *B* pierde calor.
- 536.** Se desea fundir un bloque de hielo de 10 kg que se encuentra a  $-15^\circ\text{C}$  de temperatura. ¿Cuál será la menor cantidad de agua a  $87,5^\circ\text{C}$  requerida para fundir el bloque de hielo?
- A) 1,5 kg    B) 8 kg    C) 9 kg  
 D) 10 kg    E) 12 kg
- 537.** Se tiene 10 g de agua en un calorímetro cuyo equivalente en agua es de 5 gramos. Determine qué temperatura presentará el sistema luego de recibir 5 650 calorías. Inicialmente el sistema se encontraba a  $90^\circ\text{C}$ .
- A)  $100^\circ\text{C}$     B)  $110^\circ\text{C}$     C)  $102^\circ\text{C}$   
 D)  $105^\circ\text{C}$     E)  $150^\circ\text{C}$
- 538.** En un recipiente de capacidad calorífica  $20 \text{ cal}/^\circ\text{C}$  se tiene 106 g de agua a  $50^\circ\text{C}$ . ¿Qué masa de hielo a  $-30^\circ\text{C}$  se debe introducir al sistema a fin de que el 60% de su masa se fusione?
- A) 100 g    B) 200 g    C) 300 g  
 D) 400 g    E) 500 g
- 539.** Un cubo de hielo de 3,6 kg y cuya temperatura es de  $-40^\circ\text{C}$ , se coloca en un estanque de agua que se encuentra a  $0^\circ\text{C}$ . ¿Qué cantidad de agua se solidificará?
- A) 1,5 kg    B) 1,2 kg    C) 0,9 kg  
 D) 0,8 kg    E) 0,6 kg
- 540.** Un recipiente térmicamente aislado, contiene agua a  $40^\circ\text{C}$ , se introduce 100 g de hielo a  $-8^\circ\text{C}$  y luego de cierto tiempo se observa que no todo el hielo se funde, ¿cuántos gramos de agua como mínimo debe haber inicialmente en el recipiente?
- A) 150 g    B) 180 g    C) 210 g  
 D) 280 g    E) 320 g
- 541.** ¿Hasta qué temperatura (aprox.) se debe calentar un cubo de aluminio, para que al colocarlo sobre hielo a  $0^\circ\text{C}$ , se logre sumergir totalmente en el hielo? Las densidades del hielo y el aluminio son 0,9 y  $2,7 \text{ g}/\text{cm}^3$ . El calor específico del aluminio es  $880 \text{ J}/\text{kg}\cdot\text{K}$ .
- A)  $300^\circ\text{K}$     B)  $350^\circ\text{K}$     C)  $400 \text{ K}$   
 D)  $450^\circ\text{K}$     E)  $500 \text{ K}$
- 542.** En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se tiene 1 kg de hielo a  $-20^\circ\text{C}$ . ¿Qué mínima cantidad de un líquido a  $80^\circ\text{C}$  debe ingresar al sistema para que finalmente quede 225 g de hielo? El líquido tiene un calor específico que varía con la temperatura (*T*) según la ley  $C_e = 10 + 2T \text{ (cal/g}^\circ\text{C)}$ .
- A) 100 g    B) 80 g    C) 50 g  
 D) 30 g    E) 10 g
- 543.** 1 kg de vapor a  $100^\circ\text{C}$  ingresa a un depósito de capacidad calorífica despreciable que contiene 20 kg de hielo a  $-68^\circ\text{C}$ . ¿Qué energía calorífica intercambian el hielo con el vapor hasta llegar al equilibrio térmico?
- A) 640 kcal    B) 680 kcal    C) 720 kcal  
 D) 800 kcal    E) 540 kcal
- 544.** Un recipiente de capacidad calorífica despreciable contiene 6,5 g de vapor de agua a  $100^\circ\text{C}$ . Determine cuántos cubitos de hielo de 10 g cada uno, que se encuentra a  $-20^\circ\text{C}$ , debe introducirse en dicho recipiente para que la mezcla alcance el equilibrio térmico a  $40^\circ\text{C}$ .
- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 4    E) 5

545. En un recipiente impermeable al calor se ponen juntos 0,3 kg de hielo a  $0^{\circ}\text{C}$ , 1,8 kg de agua a  $10^{\circ}\text{C}$ ; y 0,15 kg de vapor de agua a  $100^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la temperatura de la mezcla una vez alcanzado el equilibrio térmico?

- A)  $20^{\circ}\text{C}$       B)  $30^{\circ}\text{C}$       C)  $40^{\circ}$   
D)  $50^{\circ}\text{C}$                       E)  $60^{\circ}\text{C}$

546. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable, se tiene 20 g de hielo a  $-10^{\circ}\text{C}$ . Si se logra verter 20 g de agua a  $25^{\circ}\text{C}$  en dicho recipiente, determine la composición final de la mezcla.

- A) 5 g de hielo, 35 g de agua líquida  
B) 10 g de hielo, 30 g de agua líquida  
C) 15 g de hielo, 25 g de agua líquida  
D) 4 g de hielo, 36 g de agua líquida  
E) 34 g de agua líquida, 6 g de hielo

547. 100 g de hielo, a temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$  se hallan dentro de una envoltura impermeable al calor y sometidos a la compresión hasta la presión  $P=1200$  atm. Encuentre la masa de hielo derretido, si el descenso de la temperatura es directamente proporcional a la presión y al aumentar la presión en 120 atm, la temperatura de fusión disminuye en  $1^{\circ}\text{C}$ .

- A) 10 g      B) 12,5 g      C) 15 g  
D) 20 g                      E) 6,25 g

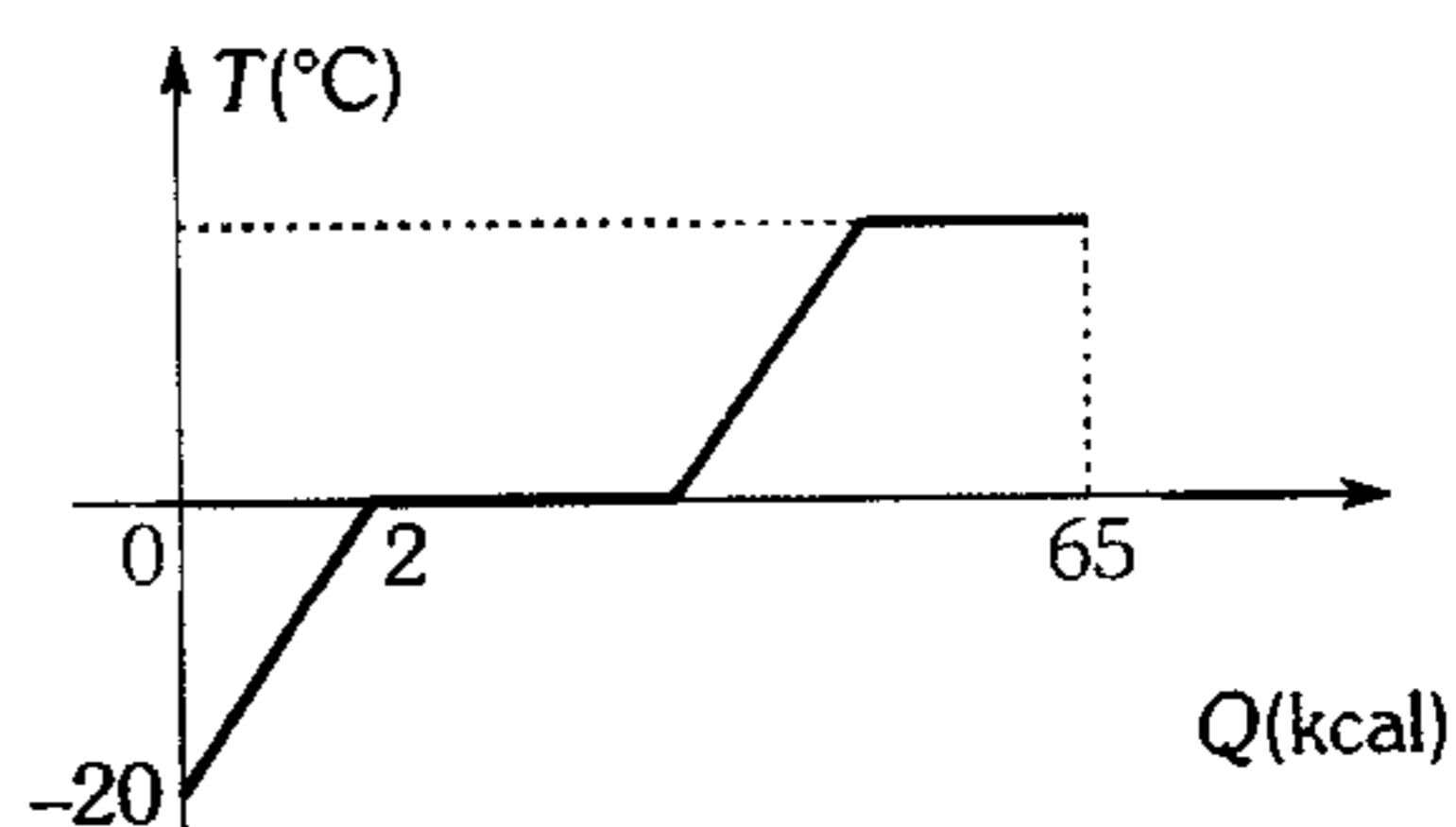
548. En una cazuela se echa agua fría (a temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$ ) y se pone a calentar en un hornillo. Pasado 10 minutos el agua comienza a hervir, a partir de ese instante, ¿dentro de cuánto tiempo el agua se vaporizará por completo?

- A) 50 minutos  
B) 60 minutos  
C) 70 minutos  
D) 40 minutos  
E) 55 minutos

549. En un matraz se encontraba agua a  $0^{\circ}\text{C}$ . Evacuando, por medio de una bomba, el vapor se logró congelar todo el agua que quedaba en el matraz. ¿Qué % de agua se evacuó?

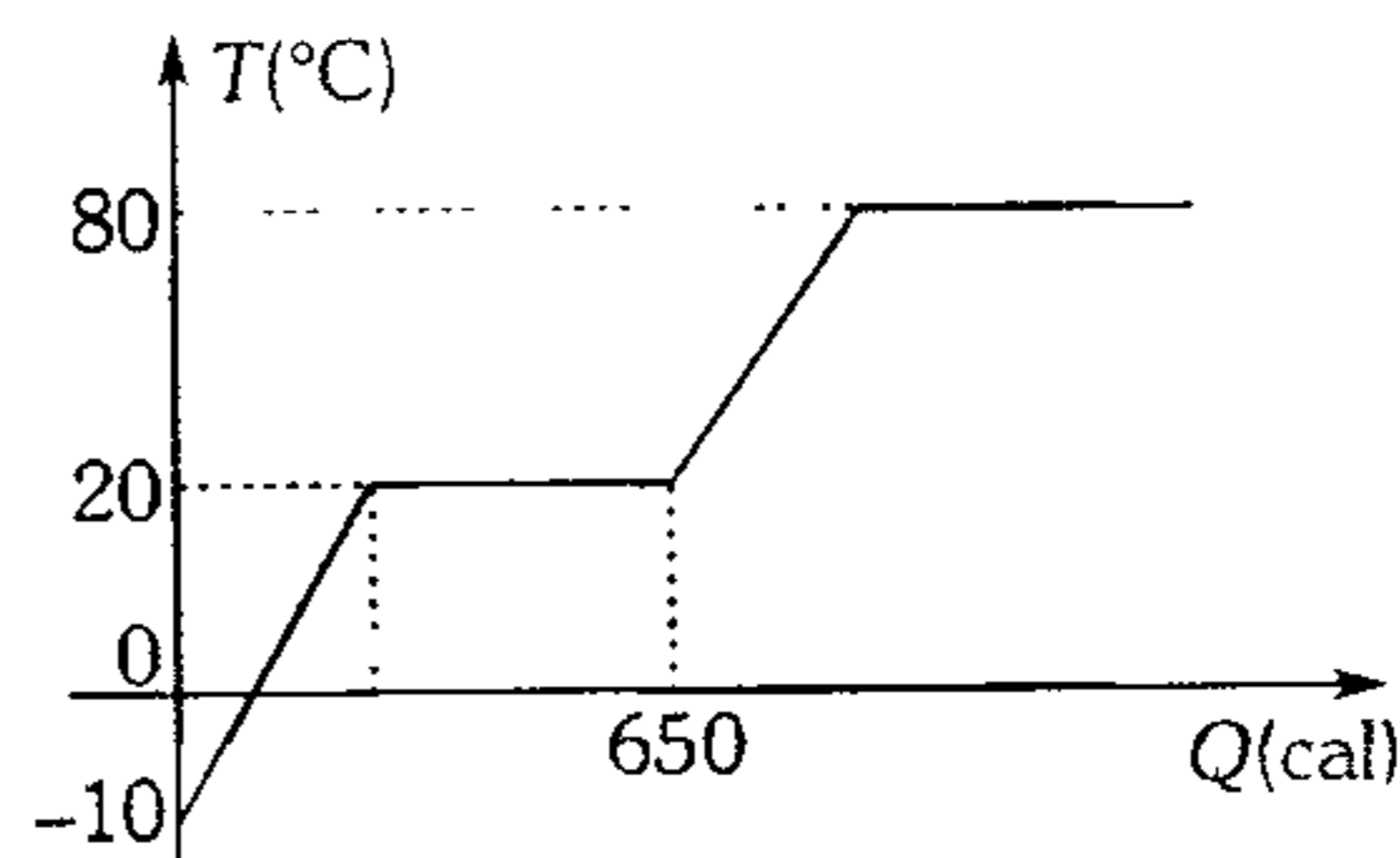
- A) 10 %      B) 11 %      C) 12 %  
D) 13 %                      E) 0 %

550. El gráfico que se muestra corresponde al comportamiento de la temperatura de cierta cantidad de agua cuando se le entrega calor. ¿Cuál es la composición final del sistema? Desprecie el calor que absorbe el recipiente.



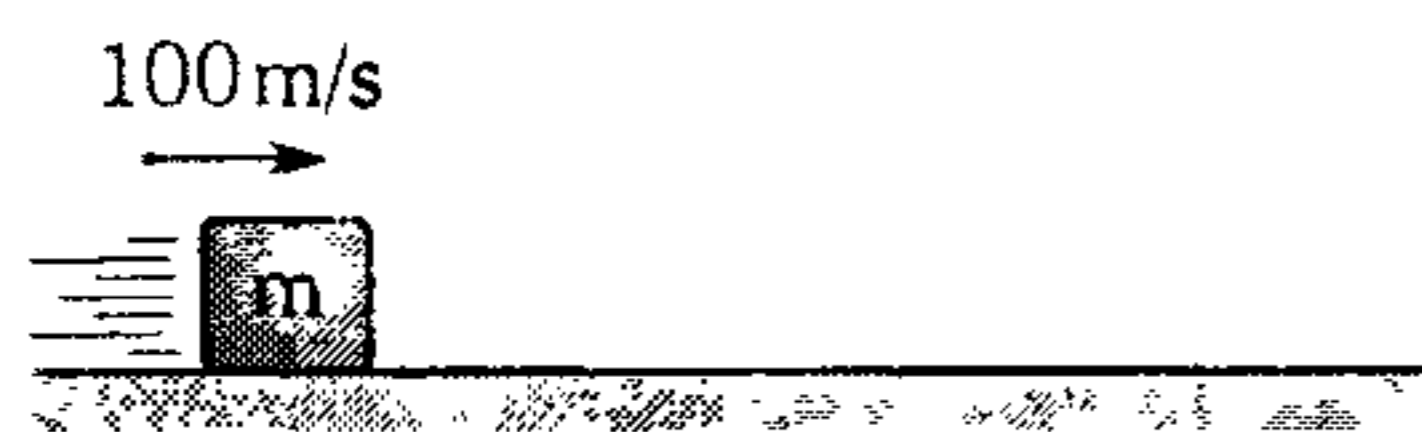
- A) 50 g de vapor , 100 g de líquido.  
B) 50 g de vapor , 200 g de líquido.  
C) 150 g de vapor , 50 g de líquido.  
D) 50 g de vapor , 150 g de líquido.  
E) 100 g de vapor, 100 g de líquido.

551. La figura muestra el comportamiento de la temperatura de una sustancia sólida de 50 g cuando le suministramos calor. Si el calor latente de fusión es 10 cal/g, determine su calor específico en la fase sólida.



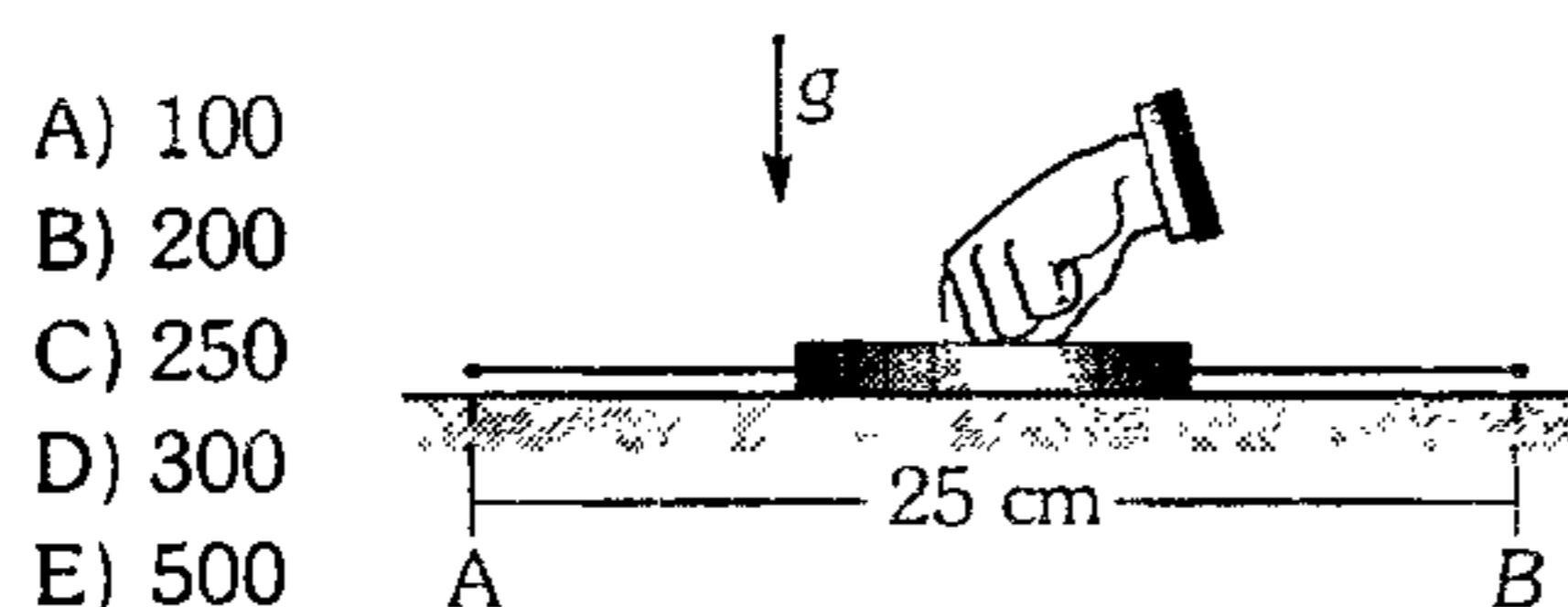
- A) 1 cal/g°C  
B) 0,5 cal/g°C  
C) 0,1 cal/g°C  
D) 0,2 cal/g°C  
E) 0,32 cal/g°C

552. Un bloque de hielo a  $0^{\circ}\text{C}$  se lanza sobre una superficie rugosa. Determine qué masa tiene el bloque de hielo, cuando se detiene, si el 50% de la energía cinética se disipa al medio en forma de calor ( $m=2\text{ kg}$ ).



- A) 1 960 g    B) 1 970 g    C) 1 985 g  
D) 1 990 g    E) 1 890 g

553. Una moneda de cobre de 20 g es friccionada sobre una superficie horizontal áspera ( $\mu_k=0,1$ ) entre A y B. Si la fuerza normal de la persona sobre la moneda es 15 N y ésta absorbe el 80% del calor producido; ¿cuántas veces debe recorrer dicho tramo para incrementar su temperatura en  $10^{\circ}\text{C}$ ?  $C_{e_{\text{Cu}}}=380\text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$  ( $g=10\text{ m/s}^2$ )



- A) 100  
B) 200  
C) 250  
D) 300  
E) 500

554. Una cinta metálica de 1 m de longitud está calibrada a  $10^{\circ}\text{C}$ , pero es utilizada a  $80^{\circ}\text{C}$  en la medición del largo de un terreno; si la cinta indicó 200 m, ¿cuál es la longitud real del terreno? ( $\alpha_{\text{cinta}} = 4 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ )

- A) 199,44 m    B) 199,22 m    C) 200 m  
D) 200,44 m    E) 200,56 m

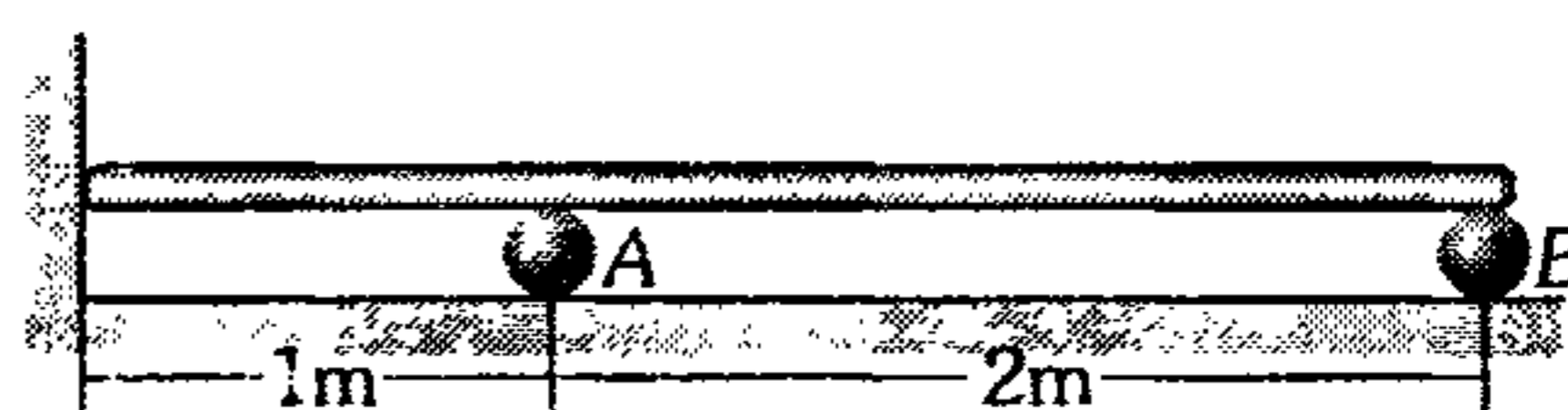
555. Un matraz de vidrio de  $250\text{ cm}^3$  de capacidad se llena completamente con mercurio a  $30^{\circ}\text{C}$ . Si los coeficientes de dilatación cúbica para el vidrio y el mercurio son  $1,2 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  y  $18 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  respectivamente. ¿Qué volumen de mercurio se derramará si el sistema se calienta hasta  $80^{\circ}\text{C}$ ?

- A)  $2,05\text{ cm}^3$     B)  $2,10\text{ cm}^3$     C)  $2,15\text{ cm}^3$   
D)  $2,20\text{ cm}^3$     E)  $2,25\text{ cm}^3$

556. Un reloj de péndulo metálico se adelanta 5 s por día a  $15^{\circ}\text{C}$  y se atrasa 10 s por día a  $30^{\circ}\text{C}$ . Determine el coeficiente de dilatación lineal del metal del cual está hecho el péndulo.

- A)  $20 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$     B)  $18 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$   
C)  $23 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$   
D)  $26 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$     E)  $28 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

557. Una varilla metálica ( $\alpha_{\text{metal}} = 1,7 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) de 3 m longitud se encuentra sujeta por un extremo y apoyada sobre dos rodillos de 0,5 cm de radio. Se calienta por acción de una corriente eléctrica desde  $20^{\circ}\text{C}$  hasta  $220^{\circ}\text{C}$ , lo cual hace rotar a los rodillos. Determine cuánto es la diferencia de lo que rotan cada uno de los rodillos debido a la dilatación de la varilla. Desprecie los efectos térmicos sobre los rodillos.



- A) 0,23 rad    B) 0,24 rad    C) 0,40 rad  
D) 0,02 rad    E) 0,68 rad

558. Un perno de acero se coloca con pequeña holguera en un orificio de una lámina de cobre, si  $\alpha_{\text{Cu}} = 17 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  y  $\alpha_{\text{acero}} = 11 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ , entonces ocurrirá que

- A) al calentar únicamente el perno la holguera aumentará.  
B) al calentar solamente la lámina, la holguera disminuirá.  
C) al calentar ambos la holguera aumentará.  
D) al calentar ambos la holguera disminuirá.  
E) al enfriar ambos la holguera aumentará.

559. Dos láminas A y B se encuentran inicialmente a  $20^{\circ}\text{C}$  y  $30^{\circ}\text{C}$  respectivamente. Al aumentar las temperaturas hasta  $60^{\circ}\text{C}$ , sus áreas aumentaron en 2% y 3% respectivamente. Indique la relación correcta de sus coeficientes de dilatación lineal.

- A)  $\alpha_A = \alpha_B$     B)  $\alpha_A = \frac{\alpha_B}{2}$   
C)  $\alpha_A = \frac{\alpha_B}{4}$   
D)  $\alpha_A = 2\alpha_B$     E)  $\alpha_A = 4\alpha_B$

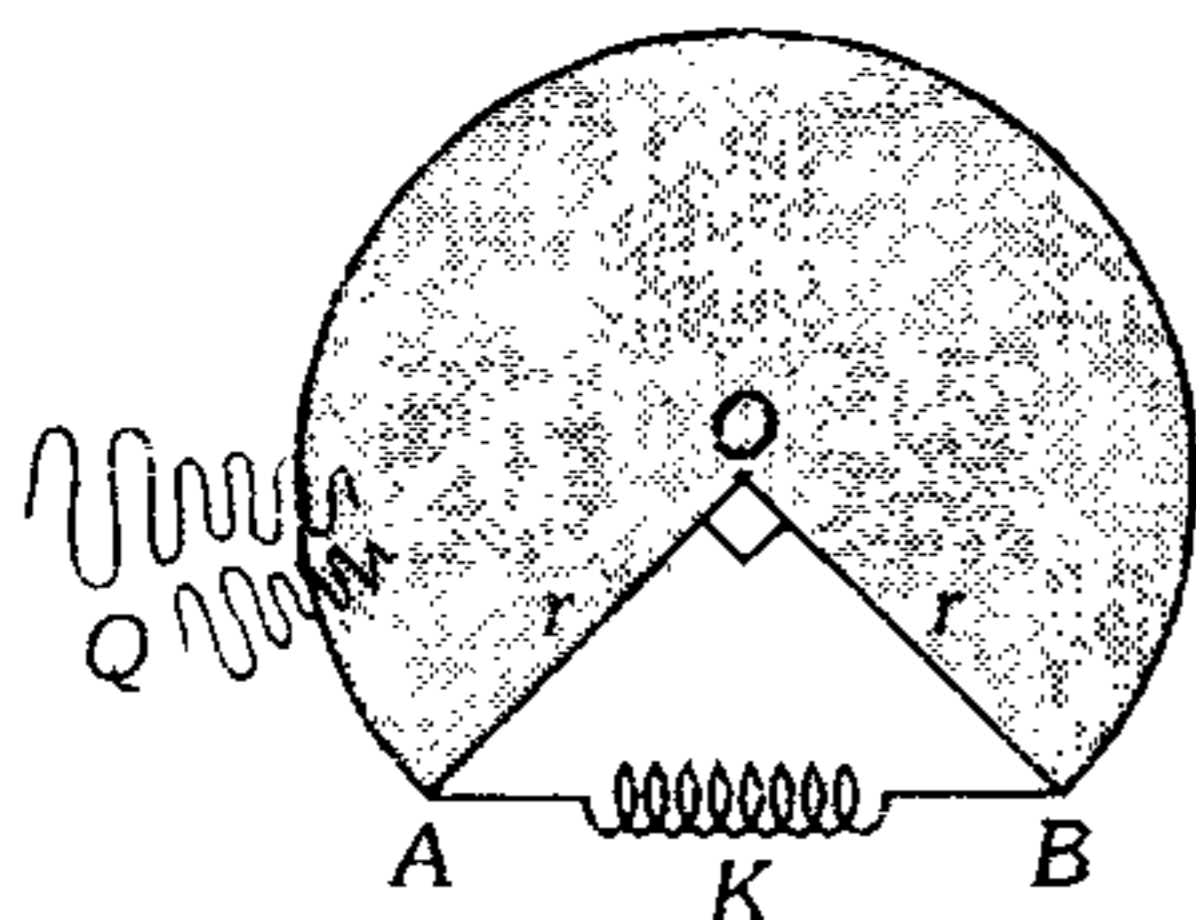
560. Una lámina ( $\alpha_{\text{lámina}} = 2 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ) posee un agujero de 50 mm de diámetro y se desea hacer pasar una esfera de 52 mm de diámetro por este agujero. ¿Cuánto se debe incrementar la temperatura de la lámina para que se logre el objetivo?

- A) 100°C    B) 200 °C    C) 300°C  
D) 400°C    E) 500°C

561. Los puntos periféricos de un disco metálico tienen inicialmente una velocidad tangencial de módulo 5 m/s. ¿En cuánto aumentará la velocidad de dichos puntos, si el disco se calienta uniformemente elevando en 200°C su temperatura? La velocidad de su eje angular se mantiene constante y el coeficiente de dilatación lineal del metal es  $11 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

- A) 6 m/s    B) 4 m/s    C) 3 m/s  
D) 2 m/s    E) 1 m/s

562. La placa mostrada tiene un coeficiente de dilatación lineal  $\alpha = 78 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  y un radio de 1 m, el resorte impermeable al calor tiene una constante de rigidez  $K=1\ 000 \text{ N/m}$  e inicialmente está sin deformar. Si la calentamos uniformemente elevando en 100°C su temperatura; ¿qué energía potencial adquiere el resorte que está soldado a la placa en los puntos A y B?



- A) 180 J    B) 200 J    C) 240 J  
D) 256 J    E) 360 J

563. Dos esferas de cobre, de igual radio, tienen igual temperatura inicial. Si una de ellas es compacta y la otra hueca y se les calienta con la misma cantidad de calor, entonces se puede afirmar que

- A) ambas se dilatan por igual.  
B) la esfera compacta experimenta mayor dilatación.  
C) la esfera hueca experimenta menor dilatación.  
D) los radios finales serán iguales.  
E) la esfera hueca experimenta mayor dilatación.

564. Un cubo de vidrio de 205 g, sumergido en un líquido a 20°C experimenta una pérdida de peso de 1N. Al repetir el experimento con las mismas sustancias, pero con la temperatura del líquido de 70°C la pérdida aparente de peso es 0.997 N. Calcule el coeficiente de dilatación cúbica del líquido ( $\alpha_{\text{vidrio}} = 9 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ ).

- A)  $0,87 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$     B)  $0,92 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$   
C)  $0,96 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$   
D)  $1,2 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$     E)  $1,44 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$

565. Una esfera hecha de un material cuyo coeficiente de dilatación lineal ( $\alpha = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \text{ } \text{K}^{-1}$ ) es sacado de un congelador a 0°C e introducida en un horno a 400°C. ¿En cuánto aumenta su volumen?

- A) 16%    B) 13,6%    C) 16,6%  
D) 26%    E) 9,6%

566. A la temperatura de 0°C se llena de mercurio un recipiente de vidrio cuyo volumen es 1 litro. Se eleva la temperatura a 500°C y se pide determinar la cantidad de mercurio que saldrá del vaso, sabiendo que  $\alpha_{\text{vidrio}} = 8 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  y  $\alpha_{\text{Hg}} = 6 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

- A) 15,6 cm<sup>3</sup>    B) 23,6 cm<sup>3</sup>  
C) 1,56 cm<sup>3</sup>  
D) 0.236 cm<sup>3</sup>    E) 26 cm<sup>3</sup>

567. El volumen de un paralelepípedo sólido y homogéneo se dilata en 0,03%. Determine en qué porcentaje se dio la dilatación superficial de una de sus caras.

- A) 0,01%                      B) 0,02%  
 C) 0,025%  
 D) 0,03%                      E) 0,04%

568. Si de un mismo material tenemos una barra de longitud  $L$ , una placa cuadrada de lado  $L$  y un cubo de arista  $L$ , todas a una misma temperatura, y luego los calentamos hasta que su temperatura se incrementa en  $100^\circ\text{C}$ . De sus dimensiones finales, podemos decir lo siguiente ( $\alpha_M = 2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ).

- A)  $L_B = L_P = L_C$   
 B)  $L_B > L_P > L_C$   
 C)  $L_B < L_P < L_C$   
 D)  $L_B > L_C > L_P$   
 E)  $L_C > L_B > L_P$

569. La energía interna disminuye cuando

- A) se funde el hielo a  $0^\circ\text{C}$ .  
 B) el agua líquida aumenta su temperatura.  
 C) se vaporiza el agua a  $100^\circ\text{C}$ .  
 D) un gas ideal realiza trabajo durante un proceso isotérmico.  
 E) un gas ideal se expande haciendo trabajo durante un proceso adiabático.

570. Señale la afirmación verdadera (V) o falsa (F) según corresponda.

- Si un sistema recibe calor su temperatura aumenta necesariamente.
- Si la energía interna de un sistema aumenta durante un proceso isócoro, entonces el sistema recibe calor.

- A mayor expansión isotérmica de un gas ideal, éste adquiere mayor presión.
- Durante la compresión adiabática de un gas ideal, su energía interna aumenta.

- A) FVVV                      B) FVFF                      C) FFVV  
 D) VFFF                      E) VVFF

571. Considerando el primer principio de la termodinámica, podemos afirmar que

- A) una expansión del gas implica necesariamente que el gas se enfría.  
 B) cuando el gas se expande isobáricamente, el gas no recibe energía.  
 C) si el gas es comprimido isotérmicamente, el trabajo desarrollado sobre el gas es equivalente a la energía liberada en forma de calor.  
 D) si al gas se le entrega energía y su energía interna no varía, no debe desarrollar trabajo.  
 E) en un proceso adiabático el gas no desarrolla trabajo.

572. Indique la proposición errónea.

- A) El calor transferido a un sistema depende del proceso termodinámico que realice dicho sistema.  
 B) El cambio de energía interna en un gas ideal es independiente del proceso que realice.  
 C) Durante la compresión isotérmica de un gas, éste disipa calor.  
 D) Durante la condensación del agua a nivel del mar y a  $100^\circ\text{C}$  su energía interna disminuye.  
 E) En verano sentimos calor porque el medio ambiente nos transfiere energía.

**573.** Señale la proposición verdadera (V) o falsa (F) según corresponda.

- En todo proceso isotérmico, el cambio de energía interna es nulo.
- A mayor presión atmosférica el agua hierve a menor temperatura.
- En todo ciclo termodinámico, el cambio de energía interna es nulo.
- Para un gas ideal la energía interna es directamente proporcional a su temperatura.

- A) FVVV      B) FVfV      C) FFVV  
D) VFFV      E) VVfV

**574.** Un gas contenido en un cilindro se comprime por medio de un pistón; señale la proposición incorrecta.

- A) El volumen del gas disminuye y la presión aumenta.  
B) Se realiza trabajo sobre el gas.  
C) El gas se calienta.  
D) La energía interna del gas varía.  
E) La variación de la energía interna fue mayor que el trabajo realizado sobre él.

**575.** En un proceso isotérmico, la presión de un gas ideal varía de  $10^6 \text{ Pa}$  a  $10^5 \text{ Pa}$ , ¿qué sucede con la densidad de aquel gas?

- A) Aumenta en 10%  
B) Disminuye al 10%  
C) Aumenta en 90%  
D) Disminuye al 90%  
E) No varía

**576.** Sabemos que el aire caliente se eleva. Parecería entonces que la temperatura debería ser más elevada en la cima de las montañas que más abajo. Sin embargo, en general ocurre lo contrario. ¿Por qué?

- A) Porque el aire en la cima de la montaña lo enfría.

B) Porque el aire caliente no llega a la cima de la montaña.

C) Porque el aire caliente se dirige hacia los cuerpos fríos.

D) Porque cuando se eleva experimenta expansión.

E) Porque cuando se eleva experimenta compresión.

**577.** Un cilindro en cuyo interior se desplaza un pistón contiene 2,8 g de nitrógeno a una presión de 1 atm y  $27^\circ\text{C}$ . Si se calienta el gas isobáricamente hasta  $327^\circ\text{C}$ , calcule la variación de energía interna que experimenta el gas. Considere:

Calor específico a presión constante

$$C_p = 7 \text{ cal/mol}\cdot^\circ\text{K}$$

Calor específico a volumen constante

$$C_v = 5 \text{ cal/mol}\cdot^\circ\text{K}$$

- A) 210 cal      B) 150 cal      C) 60 cal  
D) 270 cal      E) 300 cal

**578.** Un ventilador suministra 1,5 kW a un sistema durante un minuto, incrementando su volumen de  $0,03 \text{ m}^3$  a  $0,09 \text{ m}^3$ , mientras la presión del sistema se mantiene constante en 5 atm. Calcule la variación de energía interna del sistema, si éste disipó 12 kJ de calor durante el mencionado proceso.

- A) 72 kJ      B) 60 kJ      C) 48 kJ  
D) 36 kJ      E) 30 kJ

**579.** Durante un proceso de expansión con suministro de 240 kJ de calor, 1 kg de aire efectúa un trabajo igual a 180 kJ. ¿En cuánto se elevará la temperatura del aire en este proceso? El calor específico del aire a volumen constante es  $0,722 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{K}$ .

- A)  $90^\circ\text{C}$       B)  $83^\circ\text{C}$       C)  $75^\circ\text{C}$   
D)  $60^\circ\text{C}$       E)  $50^\circ\text{C}$

580. ¿Cómo varía la energía interna de un gas ideal monoatómico si su presión aumenta 3 veces y su volumen disminuye 2 veces?

- A) Aumenta 1,5 veces
- B) Disminuye 1,5 veces
- C) Aumenta 2 veces
- D) Disminuye 2 veces
- E) Aumenta 3 veces

581. Un recipiente cuya capacidad es  $V$  contiene un gas ocupando un volumen  $V/2$  y éste tiene una tapa de masa despreciable. Al recipiente se le suministra calor cuidadosamente, de tal modo que mantenga la temperatura constante. ¿Cuál es la cantidad de calor que se debe dar hasta que la tapa logra ascender de manera que el gas ocupe todo el recipiente? ( $V=1$  L)

- A) 60,5 J      B) 66,4 J      C) 69,3 J
- D) 76,4 J      E) 98,2 J

582. En un cilindro se tiene cierta cantidad de gas tapado por un émbolo de 10 kN a la presión atmosférica. ¿Qué masa de carbón se debe quemar para incrementar en 10 kJ la energía interna del gas, si el émbolo de  $0,5$  m<sup>2</sup> de sección sube lentamente 50 cm? El poder calorífico del carbón es 20 kJ/kg y su eficiencia de combustión es 80%.

- A) 1 kg      B) 2 kg      C) 2,5 kg
- D) 4 kg      E) 5 kg

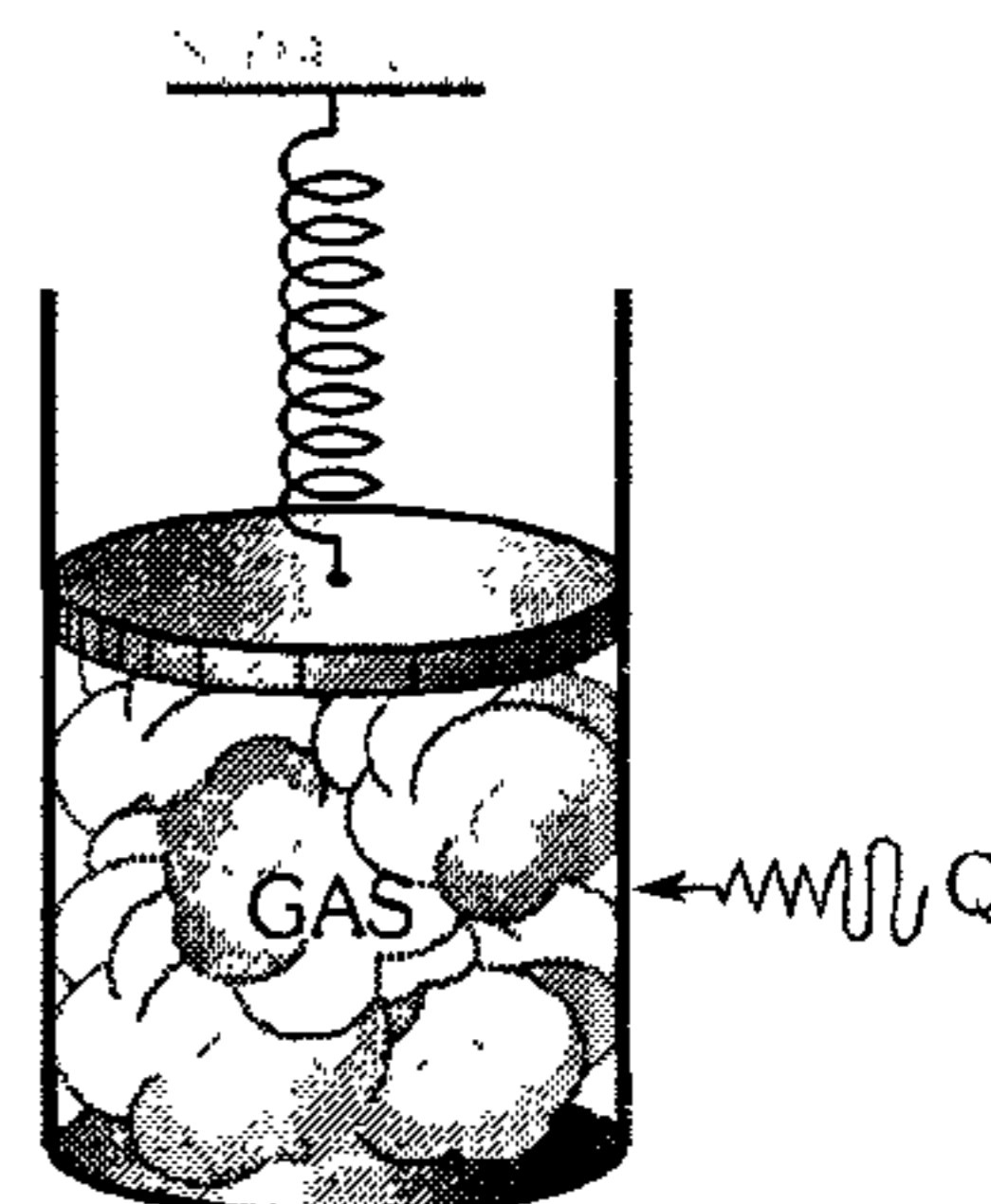
583. Determine qué porcentaje del calor recibido se gasta para desarrollar trabajo durante la expansión isobárica de un gas monoatómico.

- A) 10%      B) 20%      C) 30%
- D) 40%      E) 50%

584. Un cilindro contiene un gas ideal y es tapado por un émbolo de 1 kg y 10 cm<sup>2</sup> de sección que está en equilibrio unido a un resorte de constante de rigidez  $K=400$  N/m sin deformar.

Si le transferimos al gas 185 J de calor y el gas aumenta su energía interna en 80 J, ¿cuánto se comprime el resorte? Considere que la presión atmosférica es de 1 atm.

- A) 20 cm
- B) 30 cm
- C) 50 cm
- D) 60 cm
- E) 80 cm

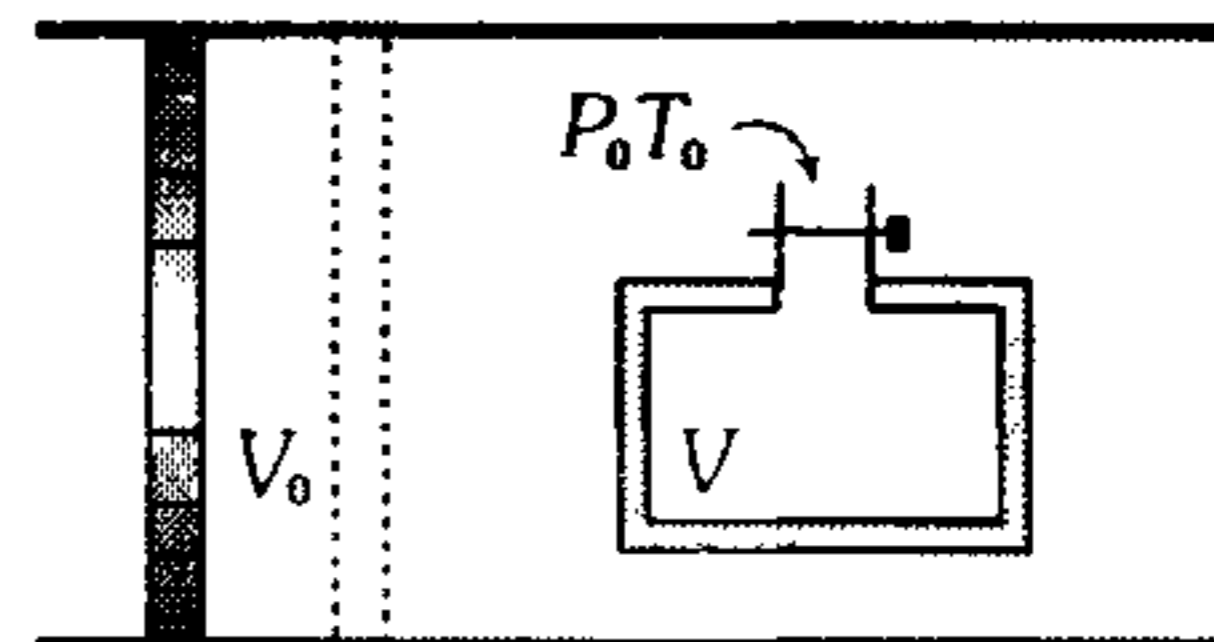


585. Un cilindro de 2 cm<sup>2</sup> de sección, se dispone vertical. El cilindro contiene 40 cm<sup>3</sup> de aire a 1 atm, el cual está encerrado mediante un émbolo liviano. Luego, encima del émbolo se coloca un bloque de 52 kg el cual desciende lentamente hasta quedar en equilibrio. Si el sistema es impermeable al calor; ¿cuánto desciende el émbolo? y ¿cuánto trabajo desarrolló el aire durante el proceso? ( $C_p=0,24$  ;  $C_v=0,16$ )KJ/kg°K ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

- A) 17,78 cm ; -16 J      B) 17,78 cm ; 12 J
- C) 14,22 cm ; -12 J
- D) 14,22 cm ; 16 J      E) 10,24 cm ; -9 J

586. En un recipiente térmicamente aislado con volumen interno  $V$  se ha practicado un vacío profundo. El aire circundante tiene la temperatura  $T_0$  y presión atmosférica  $P_0$ . En cierto momento se abre el grifo, después de lo cual tiene lugar la rápida carga del recipiente con el aire. ¿Qué temperatura  $T$  tendrá el aire en el recipiente una vez que se llene?

- A)  $T=T_0$
- B)  $T<T_0$
- C)  $T>T_0$
- D)  $T \leq T_0$



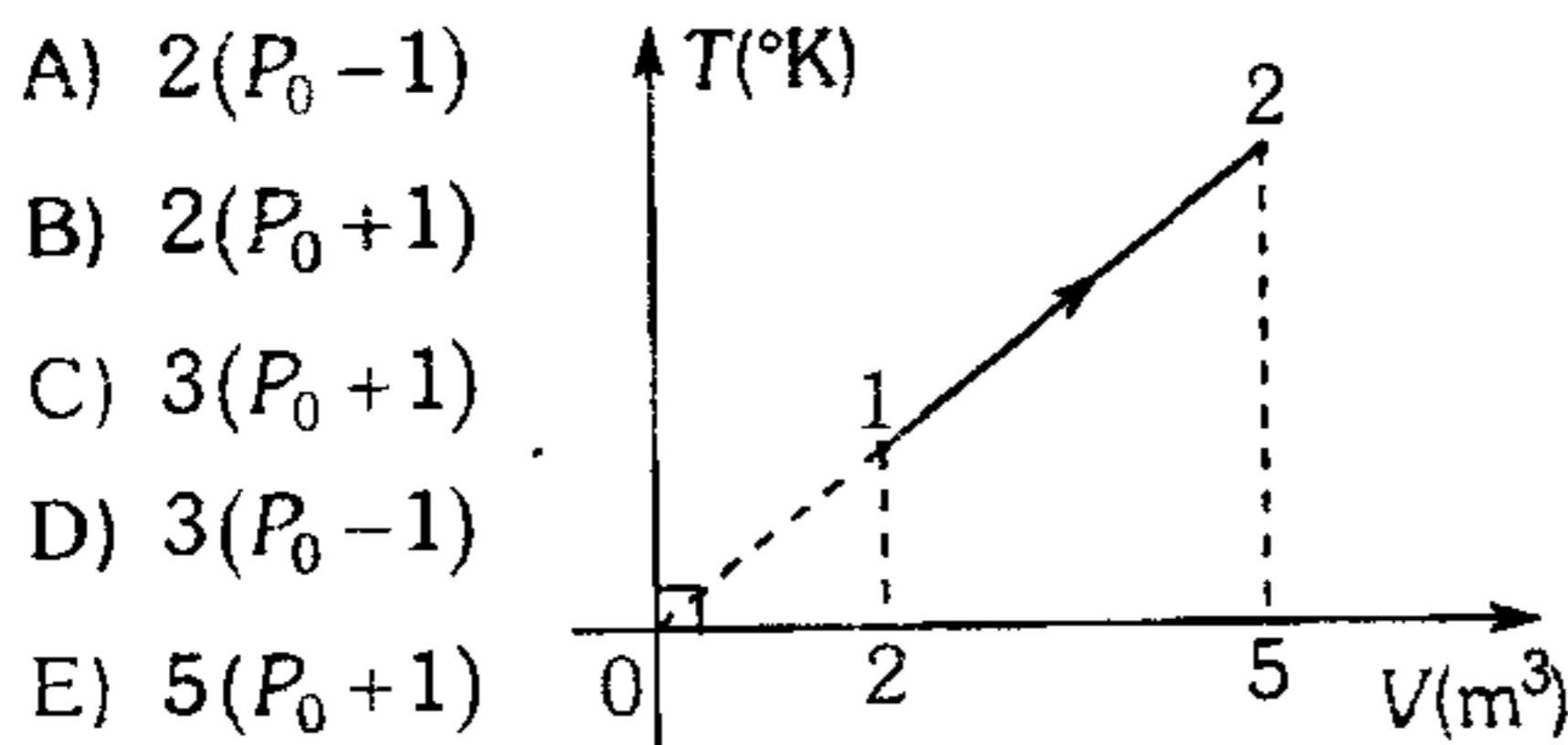
- E) No se puede precisar



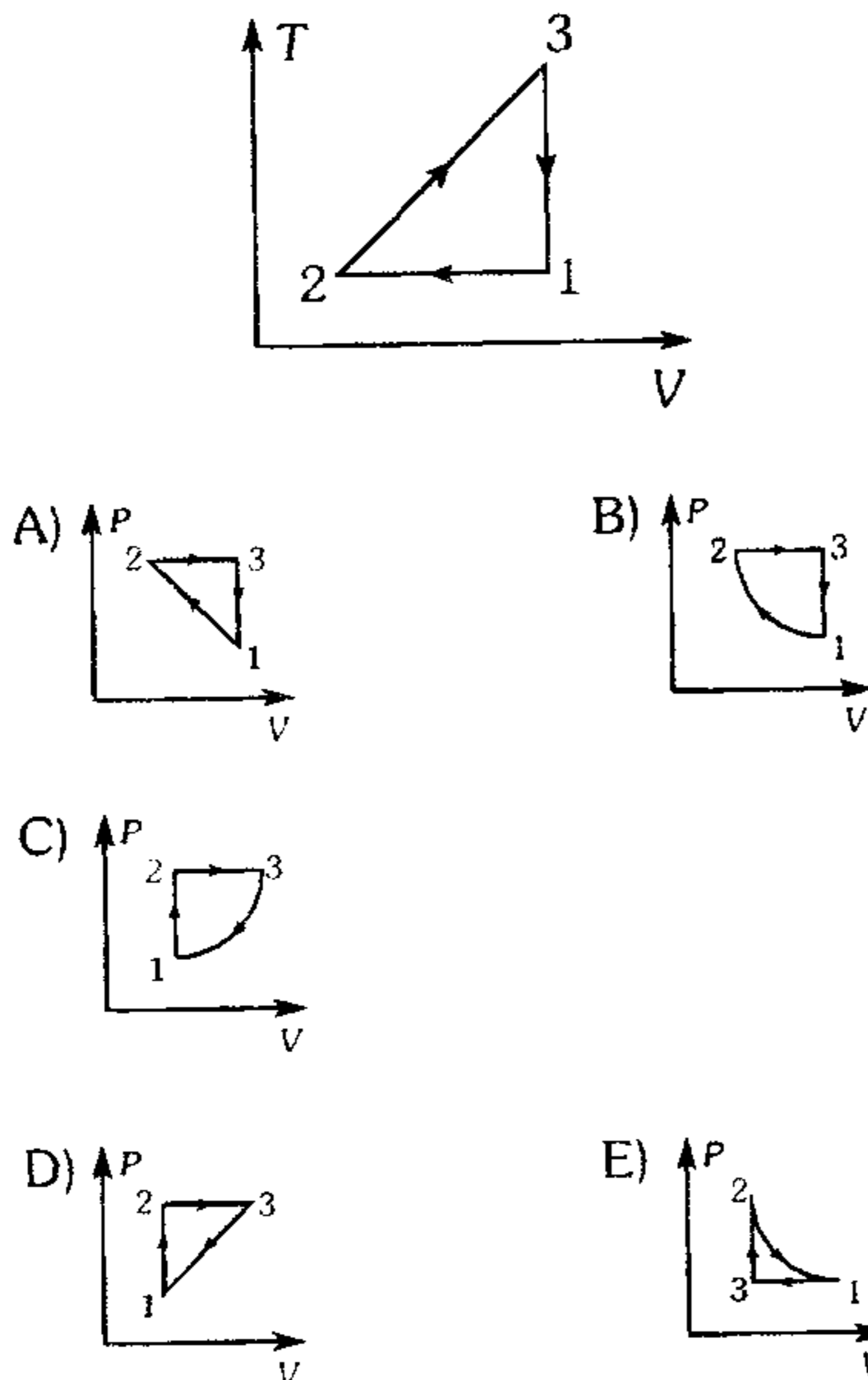
587. Un gas ideal se encuentra a 1 atm y ocupa un volumen de 2 litros. Si se expande isotérmicamente hasta alcanzar 6 litros; ¿cuánto calor se le suministró?

- A) 300,4 J    B) 219,7 J    C) 206,3 J  
D) 178,8 J    E) 102,2 J

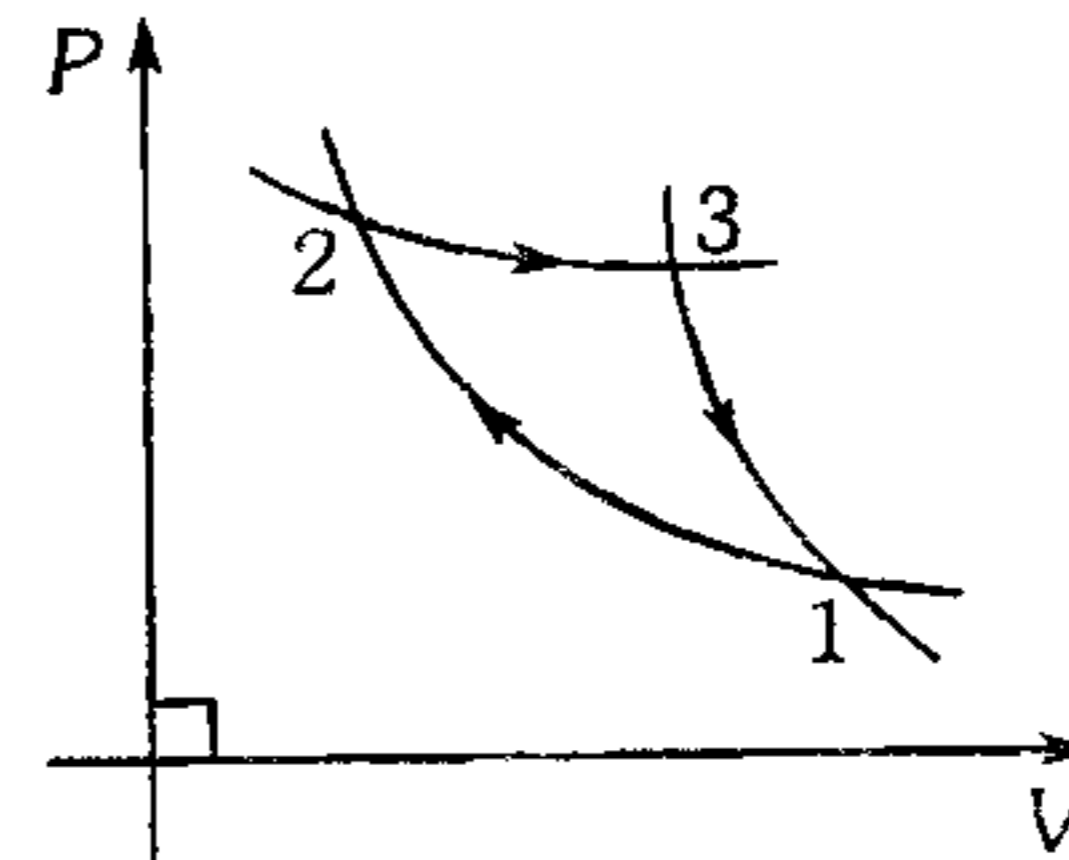
588. Un gas ideal realiza el proceso que se muestra. Si  $P_1 = P_0$  y la variación en la energía interna es  $\Delta U = 3J$ ; halle la cantidad de calor transferido.



589. Un gas ideal realiza el ciclo que se muestra en el diagrama T-V. Indique qué diagrama P-V corresponde a tal ciclo.

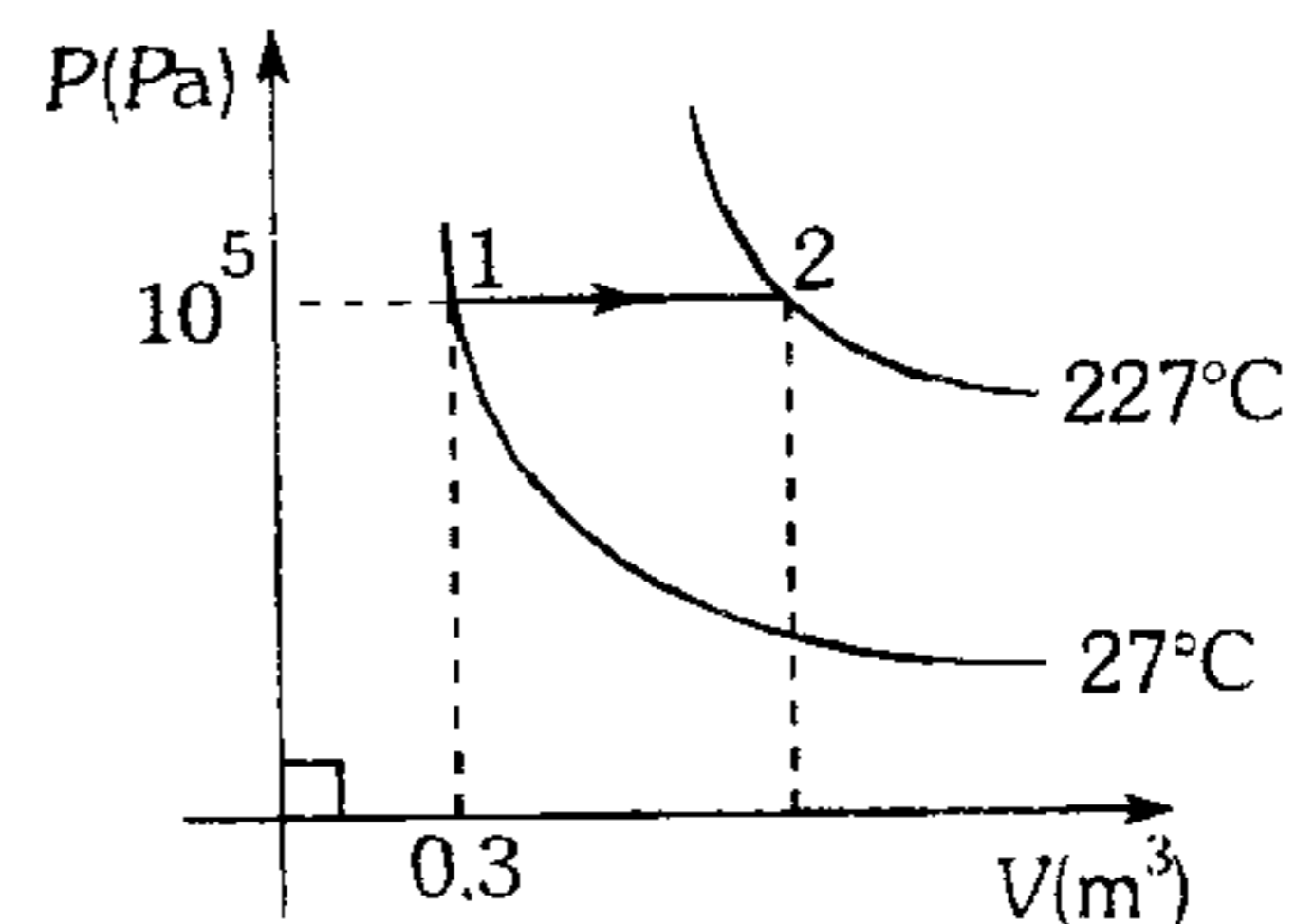


590. El ciclo mostrado está constituido por 1-2 proceso adiabático, 2-3 proceso isotérmico, 3-1 proceso adiabático; entonces podemos afirmar que



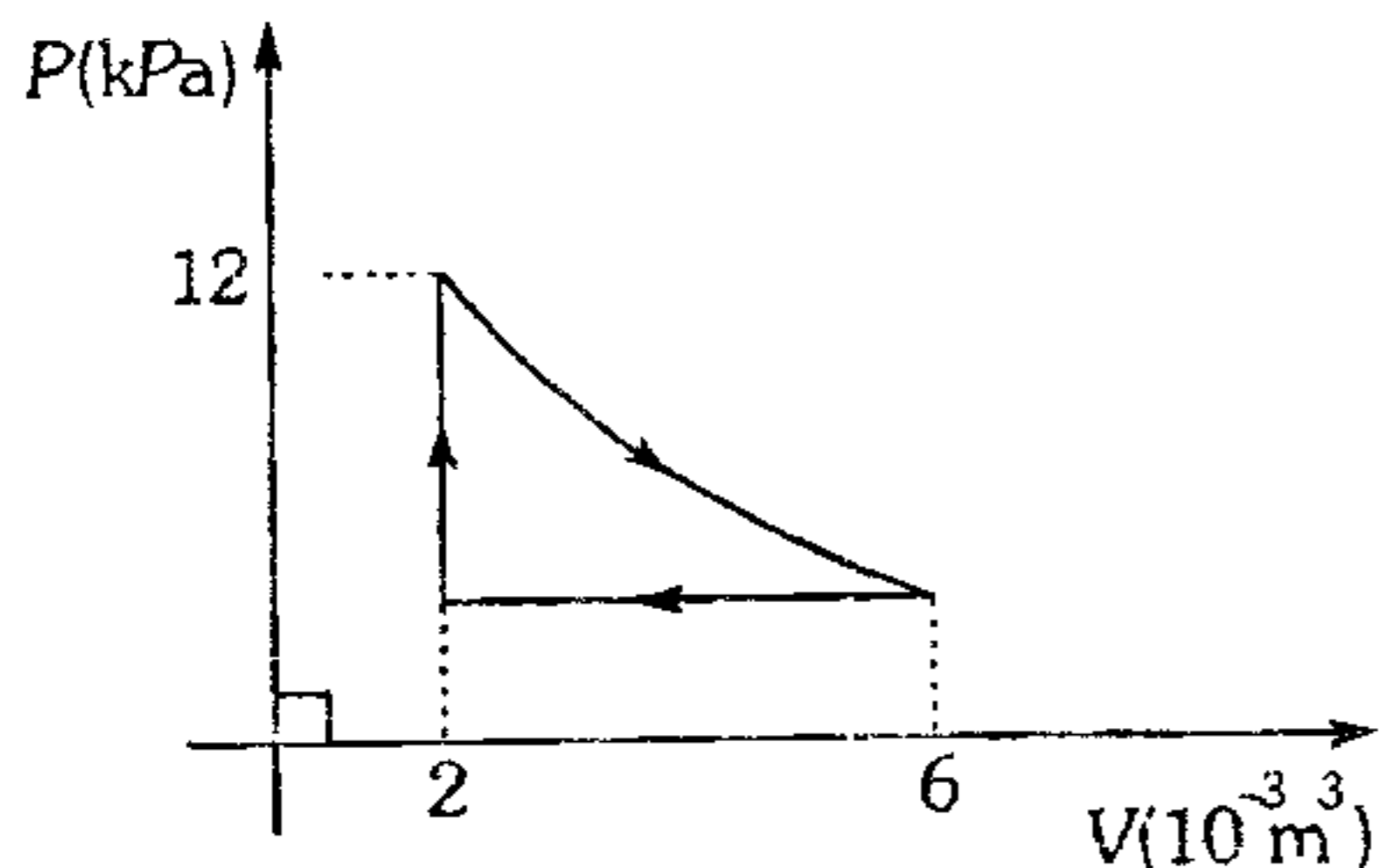
- A) el ciclo termodinámico puede ser efectuado por un motor térmico que trabaje con gas ideal.  
B) el estado 1 no es posible.  
C) la eficiencia de este ciclo es menor que la eficiencia del ciclo de Carnot.  
D) el cambio de energía interna de 2 a 3 es mayor que cero.  
E) ninguna proposición es correcta

591. Un gas ideal experimenta una expansión tal como se muestra. Si a dicho gas se le entregó la misma cantidad de calor que necesita 10 g de agua a  $80^\circ\text{C}$  para vaporizarse completamente, ¿en cuánto varía la energía interna del gas? ( $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ )



- A) 3,52 kJ    B) 4,51 kJ  
C) 5,1 kJ    D) 6,2 kJ    E) 7,25 kJ

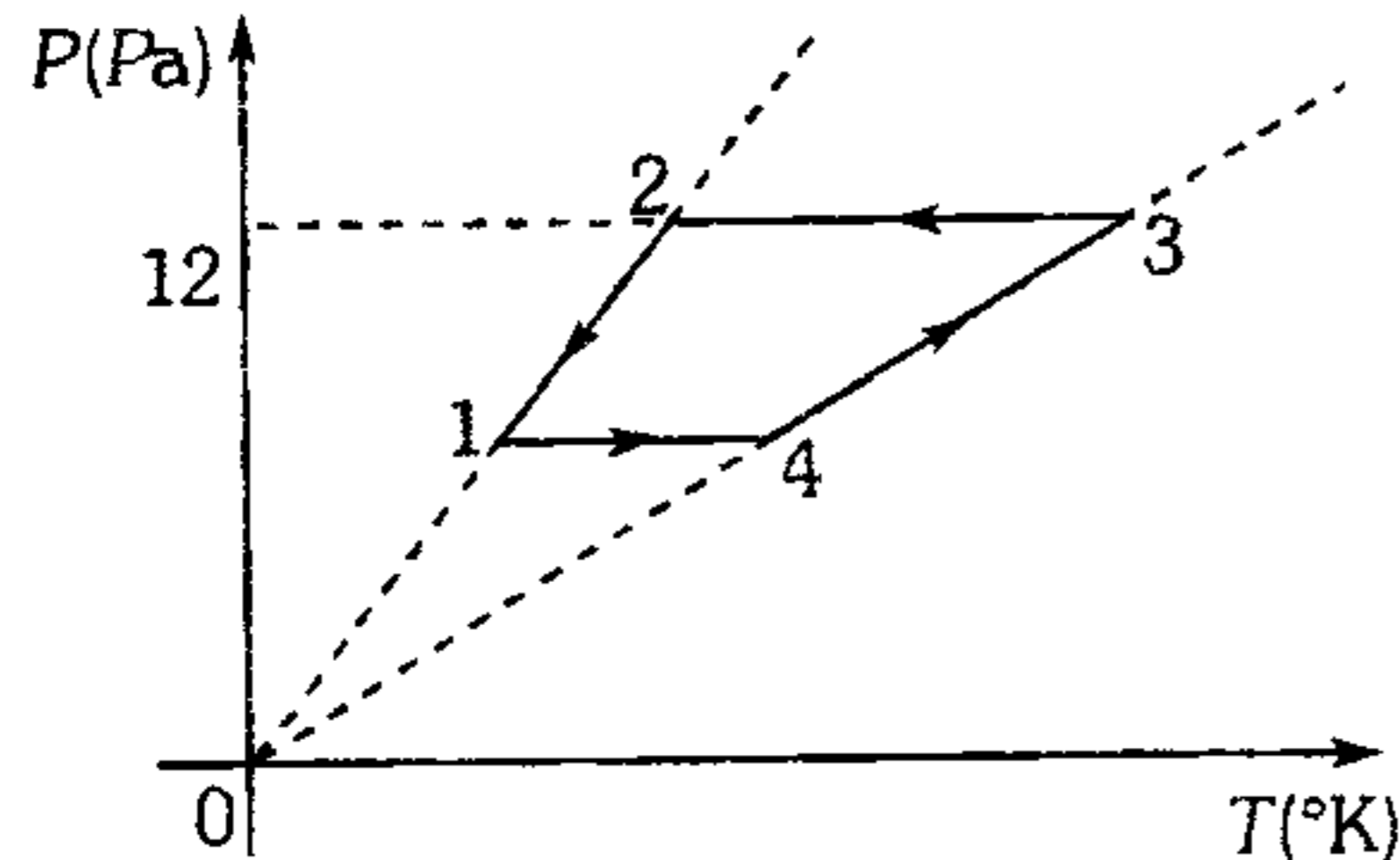
592. Un gas ideal experimenta un ciclo termodinámico, el cual se representa en la gráfica adjunta. Determine el trabajo realizado por el gas ideal en un ciclo, sabiendo que en el proceso isotérmico absorbió 80 J de calor.



- A) 36 J      B) 64 J      C) 24 J  
D) 80 J      E) 16 J

593. Un gas ideal efectúa el ciclo indicado en el gráfico presión-temperatura. Determine el trabajo neto en el ciclo.

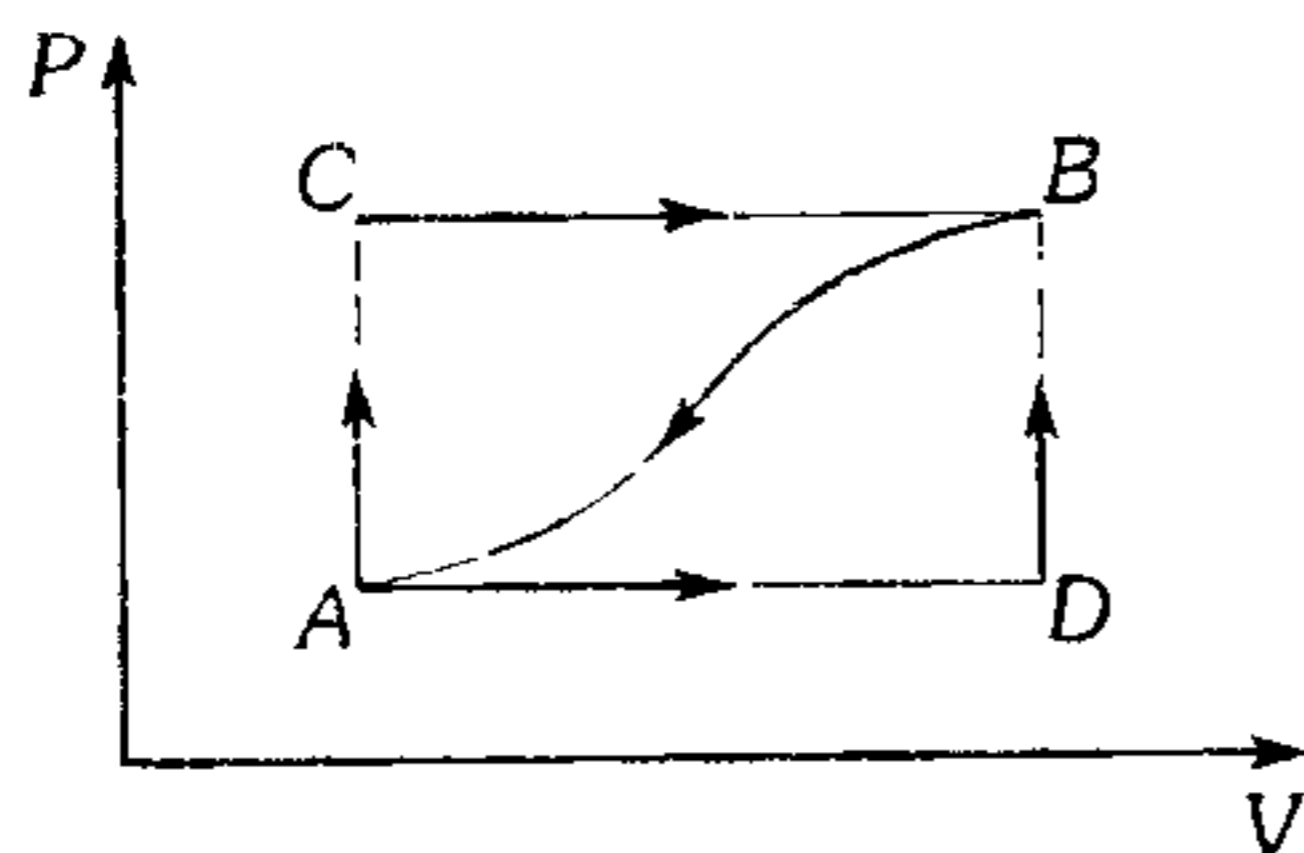
$P_1 = 200 \text{ Pa}$  ,  $P_2 = 700 \text{ Pa}$  ,  $V_1 = 0,5 \text{ m}^3$  ,  
 $V_3 = 3,5 \text{ m}^3$ .



- A) 500 J      B) 1 000 J      C) 1 500 J  
D) 1 800 J      E) 2 500 J

594. Cuando un sistema pasa del estado A al B, siguiendo el proceso ACB, recibe 20 Kcal y realiza 7,5 Kcal de trabajo. ¿Cuánto de calor (en Kcal) recibe el sistema a lo largo del proceso ADB, si el trabajo es de 2,5 Kcal?

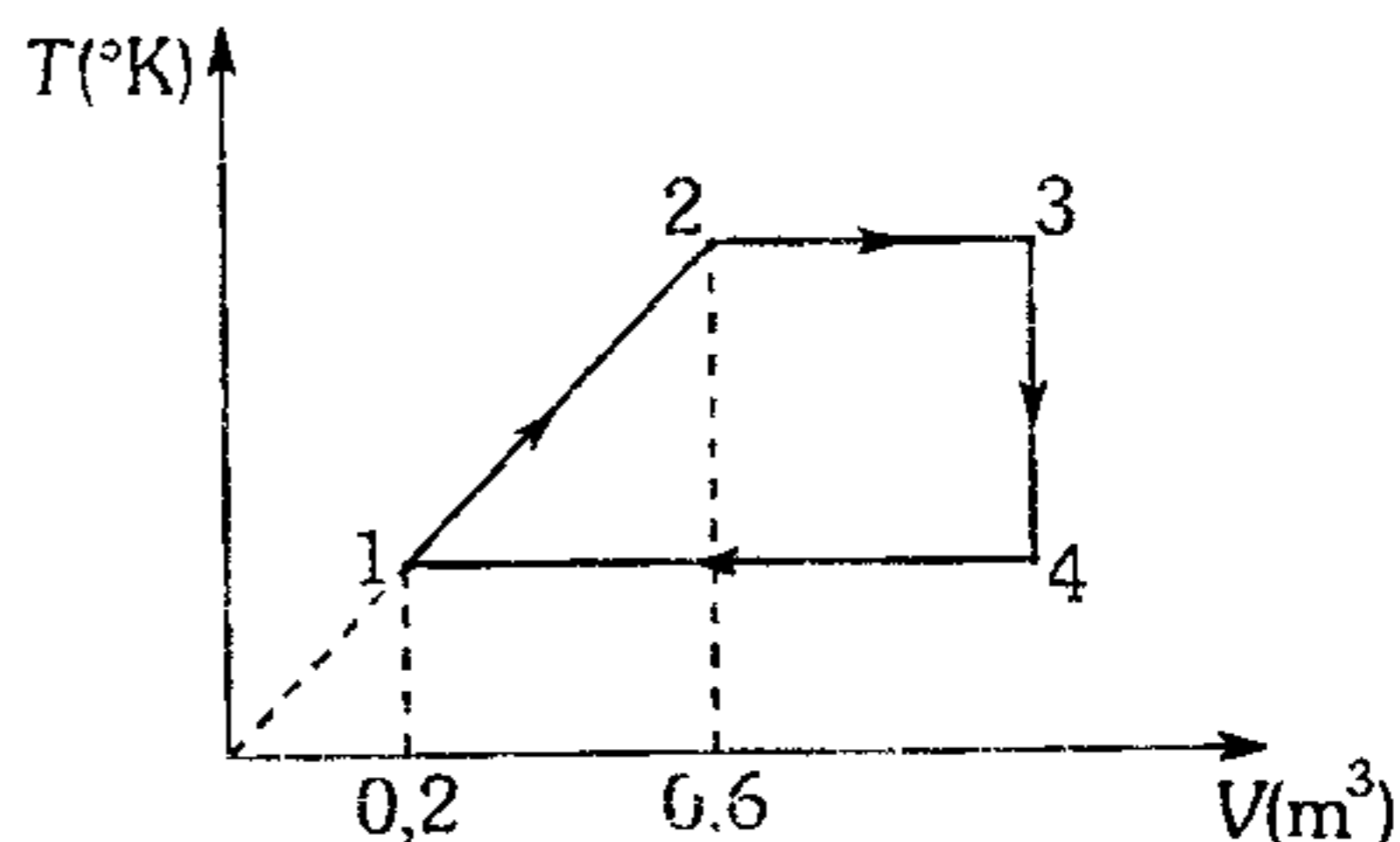
- A) 8,5  
B) 10,5  
C) 12  
D) 15  
E) 16



595. La gráfica muestra el ciclo termodinámico desarrollado por un gas ideal. Determine la eficiencia del ciclo sabiendo que

$Q_{1 \rightarrow 2} = 100 \text{ kJ}$  ,  $P_1 = 100 \text{ kPa}$  ,  $W_{3 \rightarrow 1}^{\text{gas}} = -80 \text{ kJ}$  ,

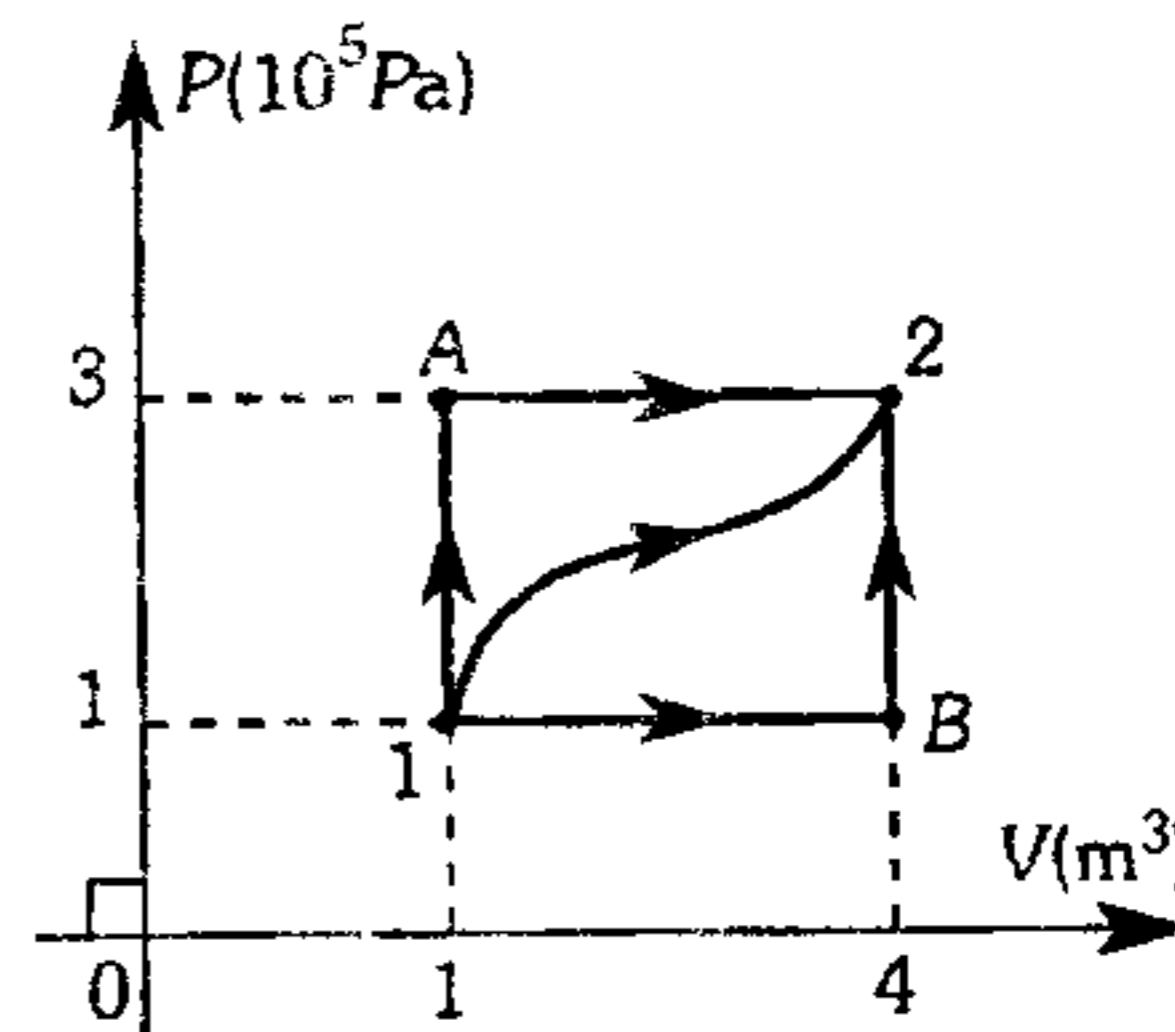
$Q_{2 \rightarrow 3} = 60 \text{ kJ}$



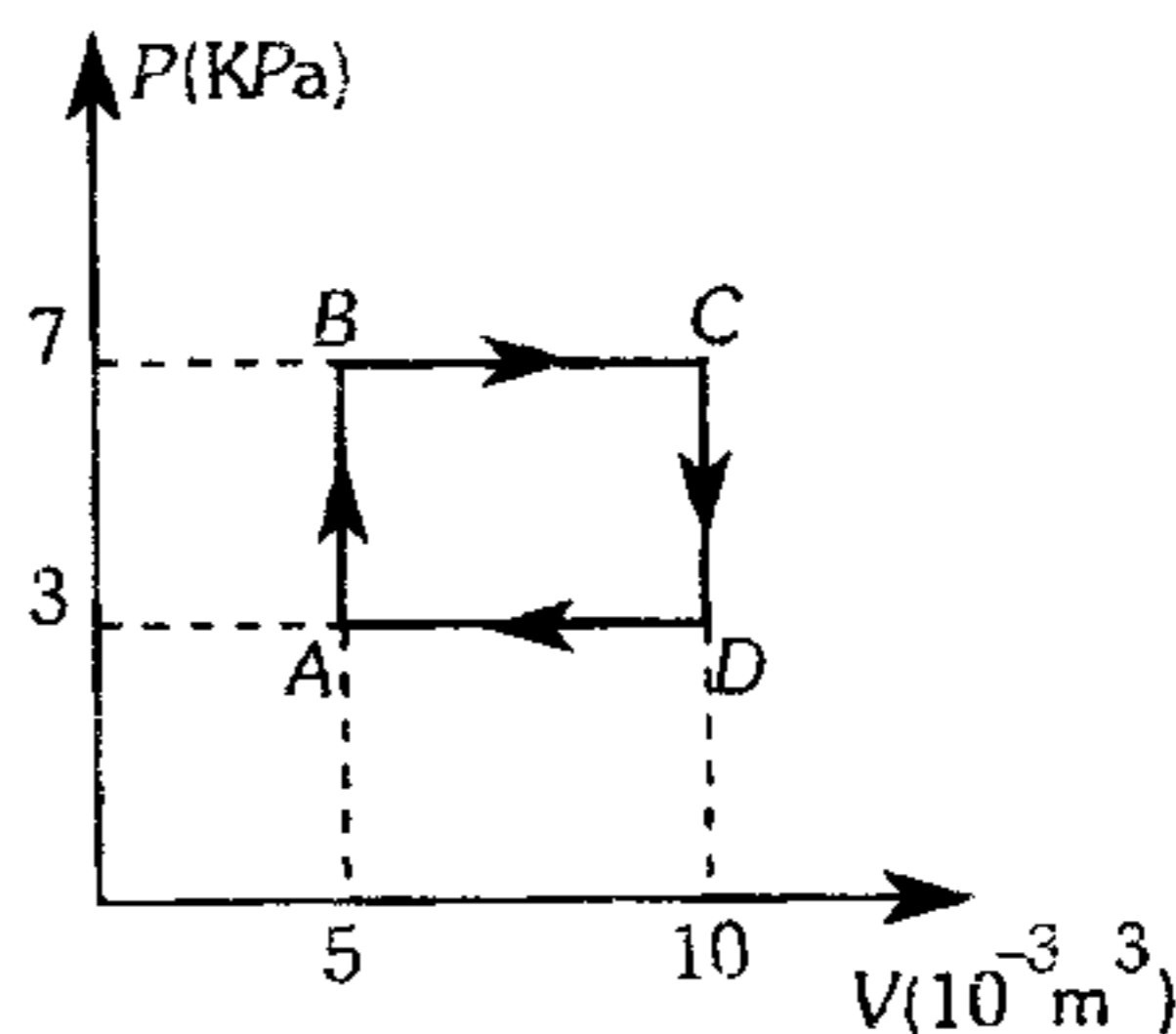
- A) 12,5%      B) 20%      C) 30%  
D) 40%      E) 50%

596. Un gas ideal puede realizar los procesos indicados. Calcule la variación de la energía interna del gas del estado 1 al estado 2. El calor entregado al gas durante el proceso 1B2 es el 75% del calor suministrado durante el proceso 1A2.

- A) 1,0 MJ  
B) 1,5 MJ  
C) 2,0 MJ  
D) 2,5 MJ  
E) 2,0 MJ



597. Determine la eficiencia del ciclo mostrado. ( $\Delta U_{BC} = 15 \text{ J}$  ,  $Q_{A \rightarrow B} = 50 \text{ J}$ )



- A) 10%      B) 20%      C) 25%  
D) 30%      E) 35%

598. Respecto a las máquinas térmicas, es cierto que

- I. funcionan bajo el segundo principio de la termodinámica.
- II. tienen teóricamente la máxima eficiencia si funcionan bajo el ciclo de Carnot.
- III. pueden tener eficiencia de 100%.
- IV. en toda máquina térmica se cumple

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = \left(\frac{Q_A}{Q_B}\right)$$

- A) solo I
- B) I y II
- C) III solamente
- D) solo IV
- E) IV y I

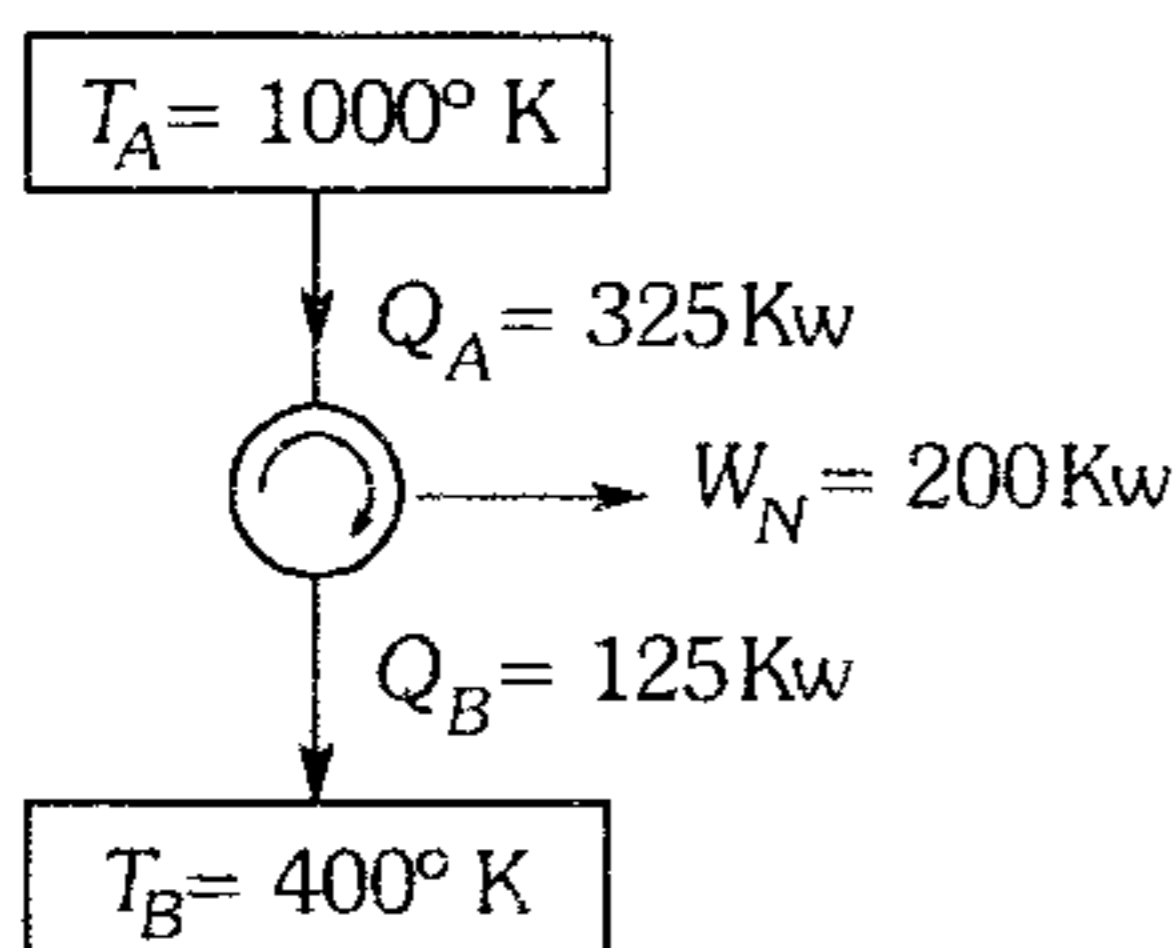
599. La sustancia de trabajo de una máquina térmica al recibir 100 cal en un ciclo desarrolla un trabajo de 105 J, luego al culminar el ciclo es cierto que

- I. la sustancia incrementa su temperatura.
- II. la sustancia pierde 315 J de energía interna.
- III. la sustancia incrementa su energía interna en 20 J.
- IV. la sustancia desarrolla el ciclo entre 2 focos de temperatura donde

$$T_{\text{foco caliente}} \geq \frac{4}{3} T_{\text{foco frío}}$$

- A) solo I
- B) I y IV
- C) III y IV
- D) solo II
- E) solo IV

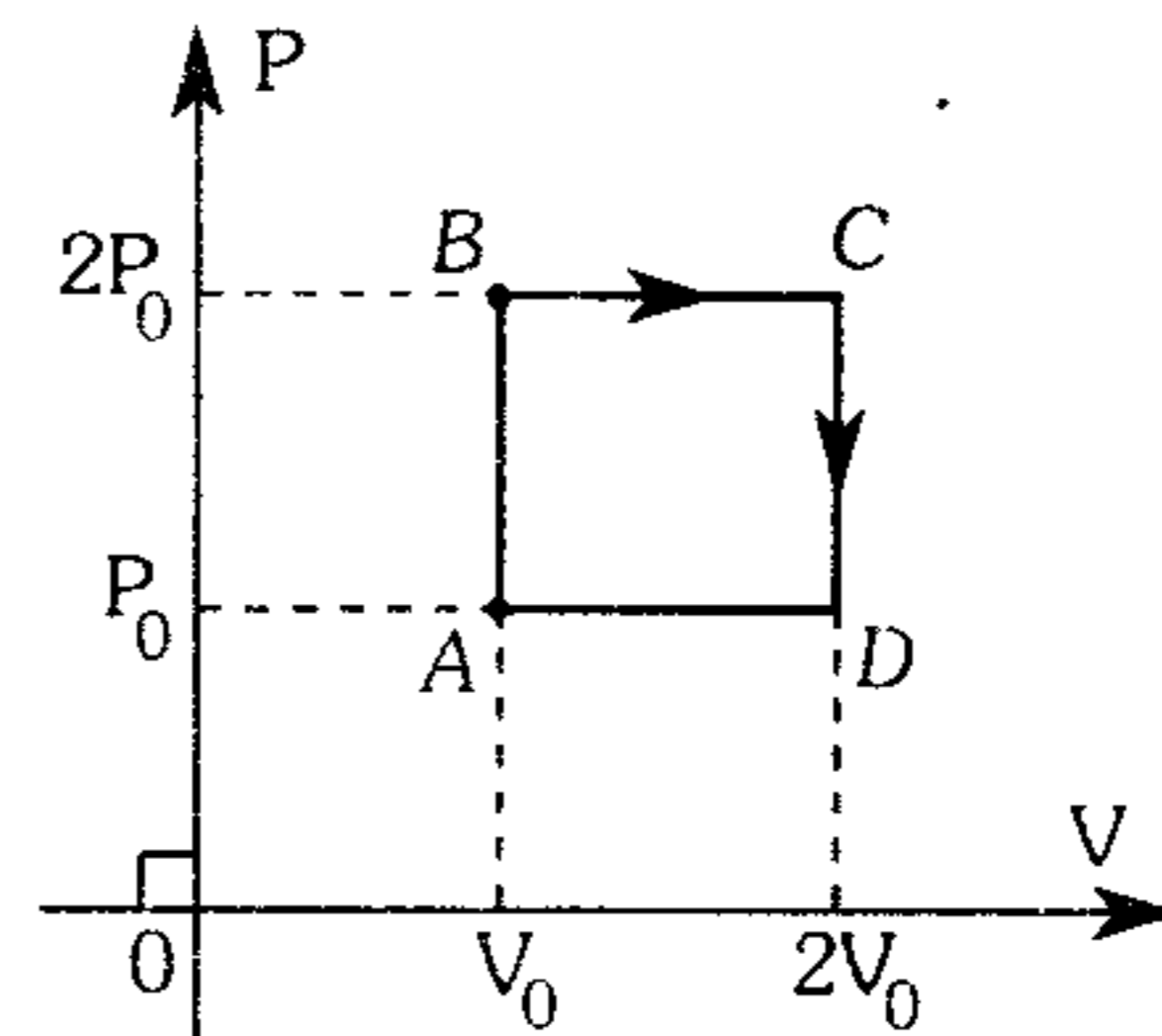
600. Respecto a la máquina térmica que se esquematiza



Es correcto afirmar que

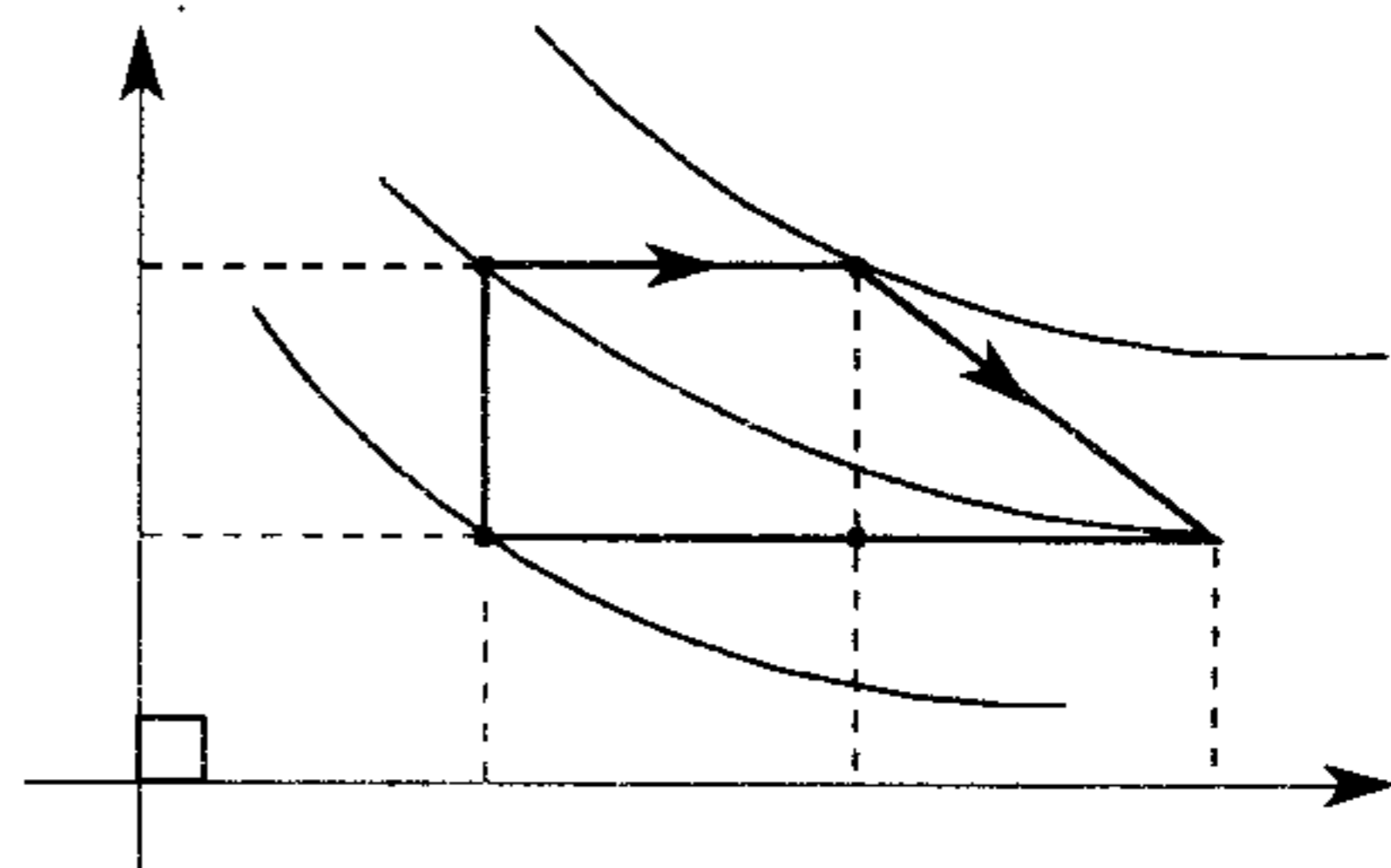
- A) dicho motor es reversible y puede disipar aún menos calor.
- B) el ciclo con el cual opera el motor es irreversible.
- C) la máquina esquematizada es imposible, pues no puede desarrollar el mencionado trabajo.
- D) la máquina realiza el ciclo de Carnot.
- E) la máquina opera cíclicamente, pero con un gas ideal.

601. Un motor térmico realiza el ciclo mostrado en la gráfica, con una sustancia de trabajo que es un gas ideal, cuyo calor específico a volumen constante es  $C_V = \frac{8}{5}R$ . ¿Qué eficiencia térmica tiene dicho motor?



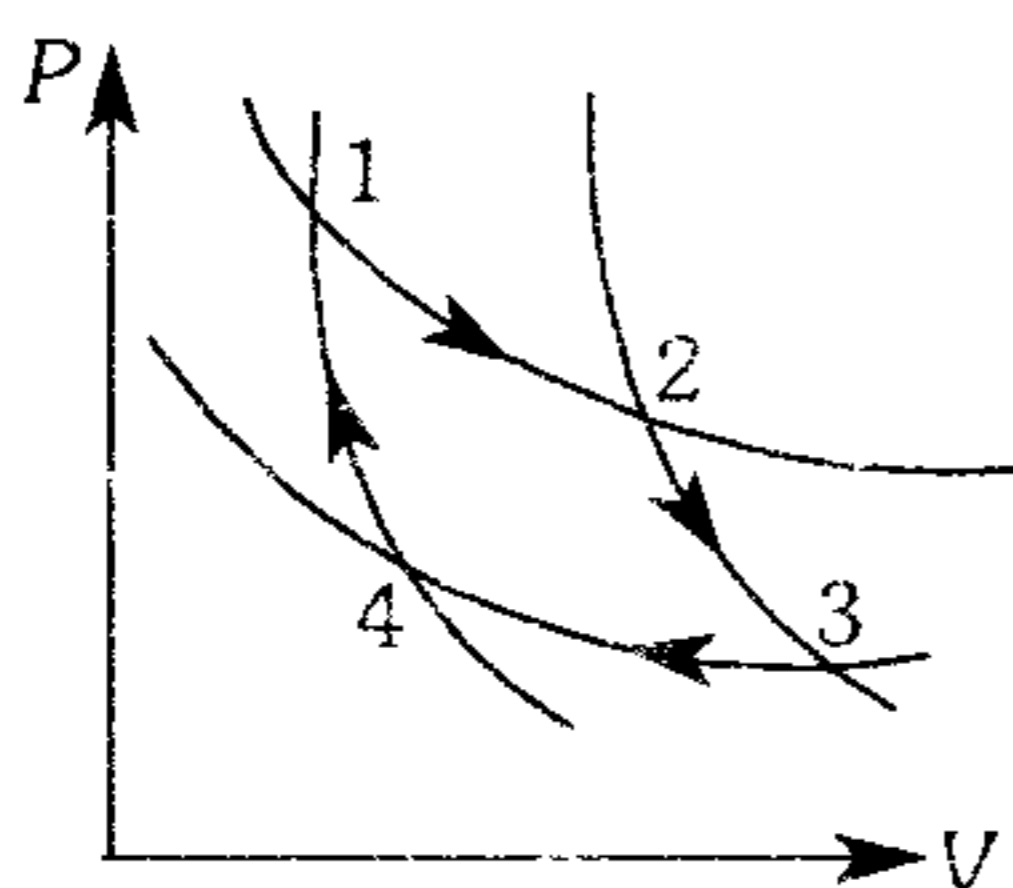
- A) 38,1 %
- B) 31,3 %
- C) 26,5 %
- D) 19,8 %
- E) 14,7 %

602. El ciclo mostrado es realizado por una máquina térmica con un gas ideal. Calcule el trabajo neto realizado por ciclo.



- A) 96 kJ
- B) 81 kJ
- C) 72 kJ
- D) 63 kJ
- E) 54 kJ

603. El ciclo termodinámico mostrado corresponde al ciclo de Carnot desarrollado por un gas ideal, entonces no es cierto que



- A)  $\Delta U_{13} = \Delta U_{24}$
- B)  $Q_{23} = Q_{41}$
- C)  $W_{12} = W_{34}$
- D)  $U_2 = U_1$
- E) el área de la región que encierra el ciclo es el trabajo neto por ciclo.

604. Se tiene una máquina térmica que funciona desarrollando el ciclo de Carnot con una eficiencia del 20%. Si la compresión isotérmica se desarrolla a  $127^\circ\text{C}$  y en tal proceso disipa 400 Kcal, es cierto que

- I. la temperatura del foco caliente es  $500^\circ\text{C}$ .
- II. en la compresión adiabática el gas disipa energía.
- III. el sistema absorbe 1 500 Kcal por cada ciclo.
- IV. por cada ciclo se puede fundir 1,25 g de hielo a  $0^\circ\text{C}$ .

- A) solo I      B) solo II      C) solo III
- D) solo IV      E) I y II

605. Calcule la eficiencia térmica de un motor térmico que opera según el ciclo de Carnot entre  $27^\circ\text{C}$  y  $127^\circ\text{C}$ ; si se quiere duplicar la eficiencia elevando la temperatura del foco caliente manteniendo constante la temperatura del sumidero, ¿qué valor tendrá esta nueva temperatura?

- A) 30% ,  $500^\circ\text{K}$       B) 25% ,  $600^\circ\text{K}$
- C) 35% ,  $600^\circ\text{K}$
- D) 30% ,  $300^\circ\text{K}$       E) 40% ,  $400^\circ\text{K}$

606. Un reservorio térmico de  $1\,435^\circ\text{K}$ , transfiere 35 KJ de calor a una máquina térmica de Carnot, durante un ciclo termodinámico. Si el trabajo neto de la máquina es  $2,5 \times 10^4 \text{J}$ ; la temperatura del reservorio térmico de baja temperatura en  $^\circ\text{K}$  es

- A)  $840^\circ\text{K}$       B)  $750^\circ\text{K}$       C)  $630^\circ\text{K}$
- D)  $520^\circ\text{K}$       E)  $410^\circ\text{K}$

607. Una máquina térmica que trabaja con el ciclo de Carnot, trabaja entre un foco de  $527^\circ\text{C}$  y un sumidero de  $27^\circ\text{C}$ . Si el calor que recibe en el primer tiempo (proceso isotérmico) es 16 Kcal; ¿cuál es el calor que pierde el sumidero en el tercer tiempo (proceso isotérmico)?

- A) 8 Kcal      B) 6 Kcal      C) 10 Kcal
- D) 5 Kcal      E) 9 Kcal

608. Un motor térmico A que funciona según el ciclo de Carnot opera entre una fuente que está a  $1\,200^\circ\text{K}$  y el medio ambiente a  $27^\circ\text{C}$ . Otro motor térmico B que también realiza el mismo ciclo opera entre una fuente que está a  $600^\circ\text{K}$  y el mismo medio ambiente disipando igual cantidad de calor que el motor A. ¿En qué relación se encuentran las potencias mecánicas de los motores A y B? (Ambos motores desarrollan un ciclo en el mismo tiempo).

- A) 1:1      B) 2:1      C) 3:1
- D) 1:2      E) 1:4

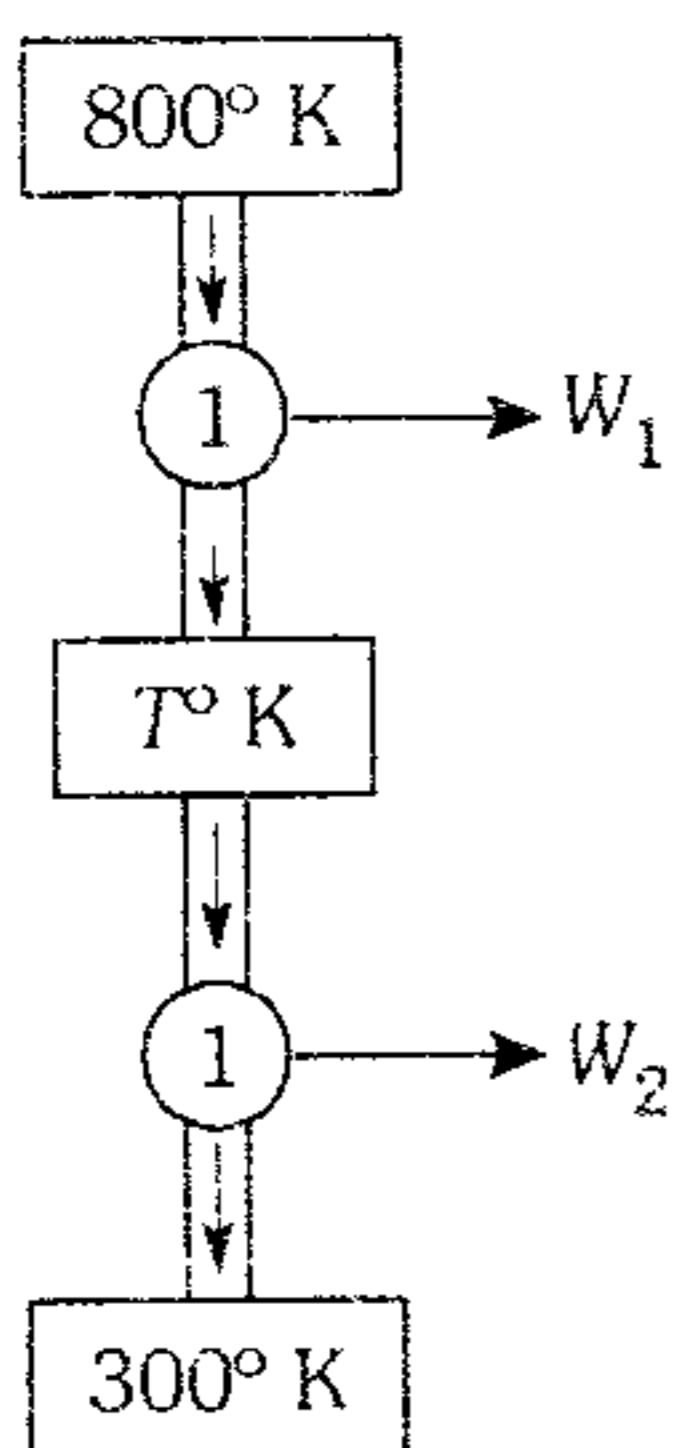
609. Una máquina térmica funciona entre  $500^\circ\text{K}$  y  $300^\circ\text{K}$  y se determina que disipa por el sumidero 12 Kcal en 2 ciclos. Si la máquina recibe el 80% de la máxima cantidad de calor que podría recibir, determine su eficiencia.

- A) 10%      B) 15%      C) 25%
- D) 40%      E) 50%

**610.** Un congelador conserva los alimentos a  $-12^{\circ}\text{C}$ . Si la temperatura del medio ambiente es  $20^{\circ}\text{C}$ , determine el mínimo trabajo que se debe desarrollar para extraer 50 cal del congelador.

- A) 80,3 J    B) 24,8 J    C) 25,6 J  
D) 28,4 J    E) 30,1 J

**611.** La figura muestra dos máquinas térmicas que desarrollan el ciclo de Carnot. Si la eficiencia de la primera es el doble de la segunda, halle la temperatura del foco  $T$ .



- A)  $600^{\circ}\text{K}$     B)  $500^{\circ}\text{K}$     C)  $450^{\circ}\text{K}$   
D)  $400^{\circ}\text{K}$     E)  $350^{\circ}\text{K}$

**612.** Se tiene dos motores de Carnot acoplados. El motor 1 opera entre las fuentes  $1200^{\circ}\text{K}$  y  $900^{\circ}\text{K}$ , el motor 2 opera entre las fuentes  $900^{\circ}\text{K}$  y  $600^{\circ}\text{K}$ . Sabiendo que a 1 se le suministra 1600 J de calor, determine el trabajo que realiza cada motor.

- A)  $W_1=200\text{ J}$  ,  $W_2=600\text{ J}$   
B)  $W_1=400\text{ J}$  ,  $W_2=400\text{ J}$   
C)  $W_1=600\text{ J}$  ,  $W_2=200\text{ J}$   
D)  $W_1=300\text{ J}$  ,  $W_2=500\text{ J}$   
E)  $W_1=500\text{ J}$  ,  $W_2=200\text{ J}$

**613.** Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

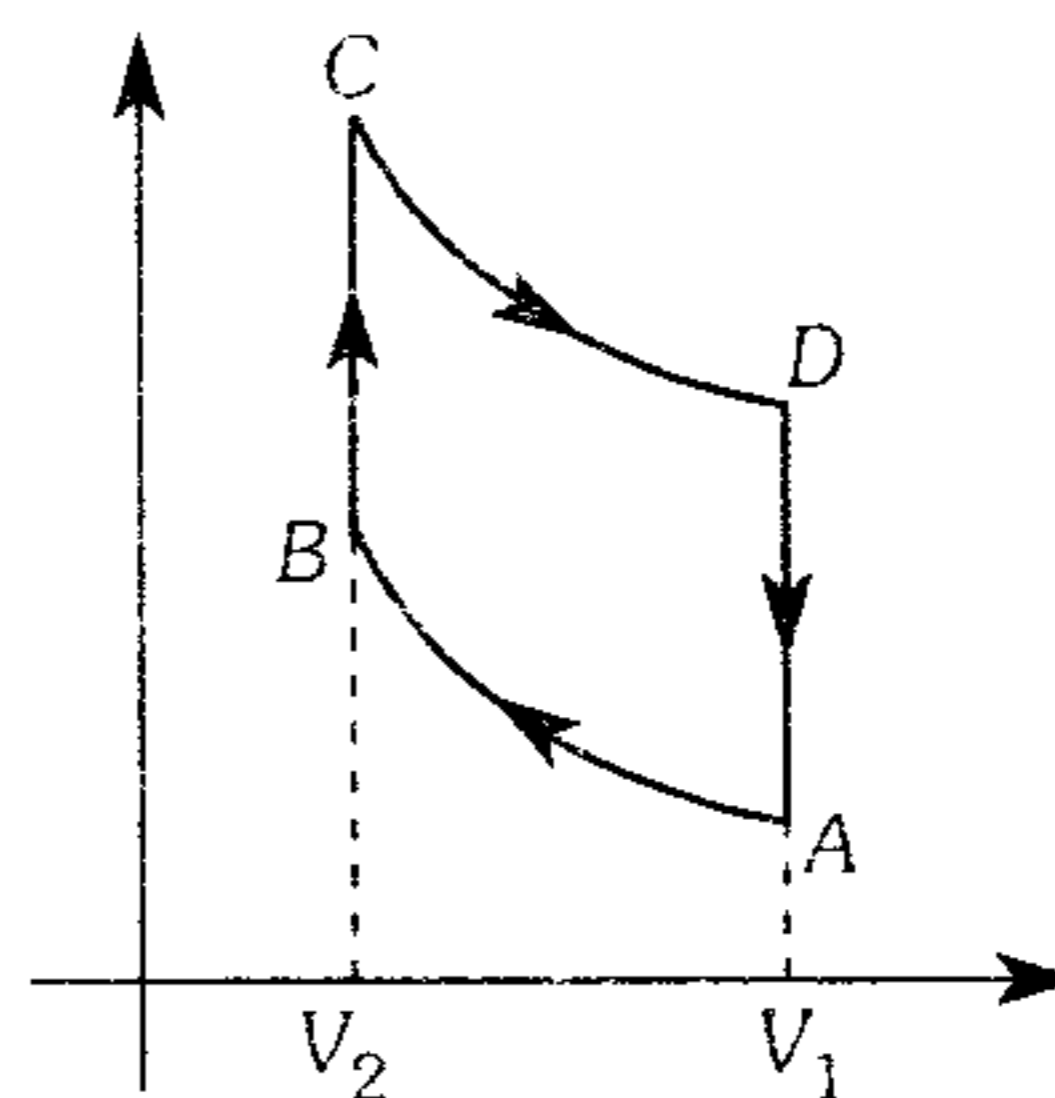
- Los procesos cuasi-estáticos son reversibles.
- Si un proceso es reversible  $\Delta S_{\text{total}} = 0$  (S: entropía).
- Si  $\Delta S_{\text{total}} > 0$  el proceso es irreversible y si  $\Delta S_{\text{total}} < 0$  es imposible.
- Un proceso adiabático reversible es isentrópico.

- A) VFVF    B) VFFF    C) VVVF  
D) FFVV    E) VVVV

**614.** Determine la variación de la entropía (en Kcal/°K) cuando 10 kg de agua se vaporizan a  $100^{\circ}\text{C}$  y cuando se calienta de  $98^{\circ}\text{C}$  a  $100^{\circ}\text{C}$ .

- A) 14,5 ; 0,054  
B) 14,5 ; 14,5  
C) 0,054 ; 14,5  
D) 0,054 ; 0,054  
E) 0 ; 0,054

**615.** La gráfica nos muestra el ciclo termodinámico que desarrollan los motores gasoleros (ciclo de Otto). Determine la eficiencia de dicho ciclo  $\left[ \gamma = \frac{C_p}{C_v} \right]$



- A)  $\left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{\gamma}$     B)  $\left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{\gamma-1}$     C)  $1 - \left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{\gamma}$   
D)  $1 - \left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{\gamma-1}$     E)  $\left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{\gamma+1}$

616. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados.

- Los refrigeradores tienen por objetivo extraer energía en forma de calor de una zona fría y llevarlo a una zona caliente.
- Una bomba de calor tiene por objetivo llevar calor a una zona caliente extrayéndolo de una zona fría.
- En los refrigeradores y bombas de calor se requiere desarrollar trabajo externamente sobre ellos.
- El máximo coeficiente de performance (Cop) de una máquina refrigerante y de una bomba de calor se da cuando desarrollan el ciclo de Carnot invertido.

- A) VVFF      B) VVVF      C) VVVV  
D) FVFF      E) FVVV

### Electrostática

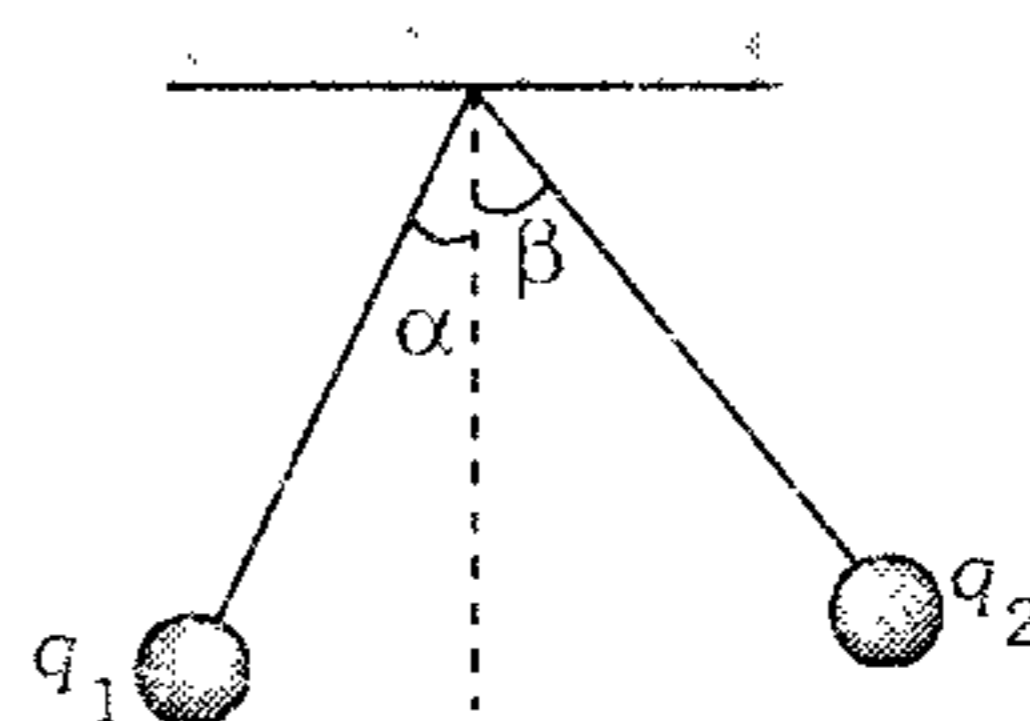
617. Un disco circular de 10 cm de radio contiene una carga total de  $10^{-5}\text{C}$ . La densidad de carga superficial  $\sigma$  es directamente proporcional a la distancia desde el centro del disco. ¿Cuánta cantidad de carga está contenida en un disco de 5 cm de radio concéntrico al anterior?

- A)  $1\ \mu\text{C}$                       B)  $1,25\ \mu\text{C}$   
C)  $1,5\ \mu\text{C}$   
D)  $2\ \mu\text{C}$                       E)  $2,25\ \mu\text{C}$

618. Se tiene dos esferitas metálicas neutras e idénticas, a una de ellas se le entrega  $10^{15}$  electrones y a la otra se le extrae  $3 \times 10^{16}$  electrones. ¿Qué fuerza eléctrica experimentan si se le separa 1,60 m?

- A) 900 N                      B) 1 800 N  
C) 2 700 N  
D) 3 000 N                      E) 3 600 N

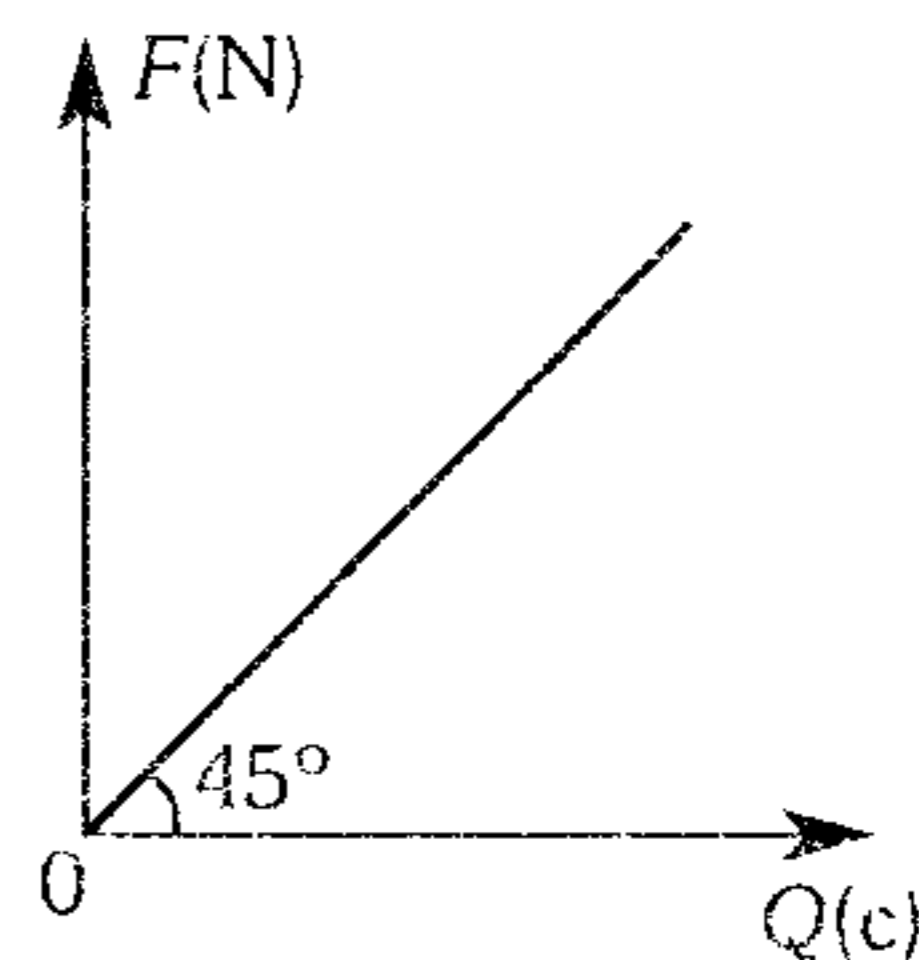
619. En la figura se tiene dos esferas de igual masa con cantidades de carga  $q_1$  y  $q_2$  ( $q_1 > q_2$ ), luego podemos afirmar que los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .



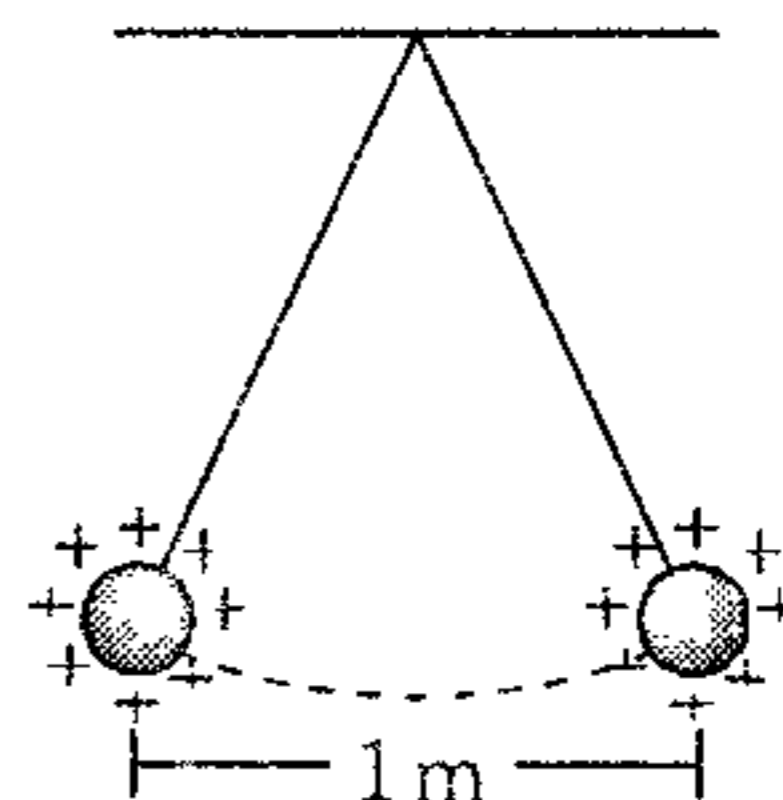
- A)  $\alpha = \beta$                       B)  $\alpha > \beta$   
C)  $\alpha < \beta$   
D)  $\alpha = \left(\frac{q_1}{q_2}\right)\beta$                       E)  $\alpha = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)\beta$

620. Dos partículas puntuales electrizadas con  $Q$  se encuentran separadas 3 cm. Al incrementar la cantidad de carga se encuentra que la fuerza eléctrica entre ellas varía según la gráfica mostrada. Determine la carga  $Q$ .

- A)  $10^{-13}\text{C}$   
B)  $10^{-12}\text{C}$   
C)  $2 \times 10^{-13}\text{C}$   
D)  $3 \times 10^{-12}\text{C}$   
E)  $3 \times 10^{-13}\text{C}$

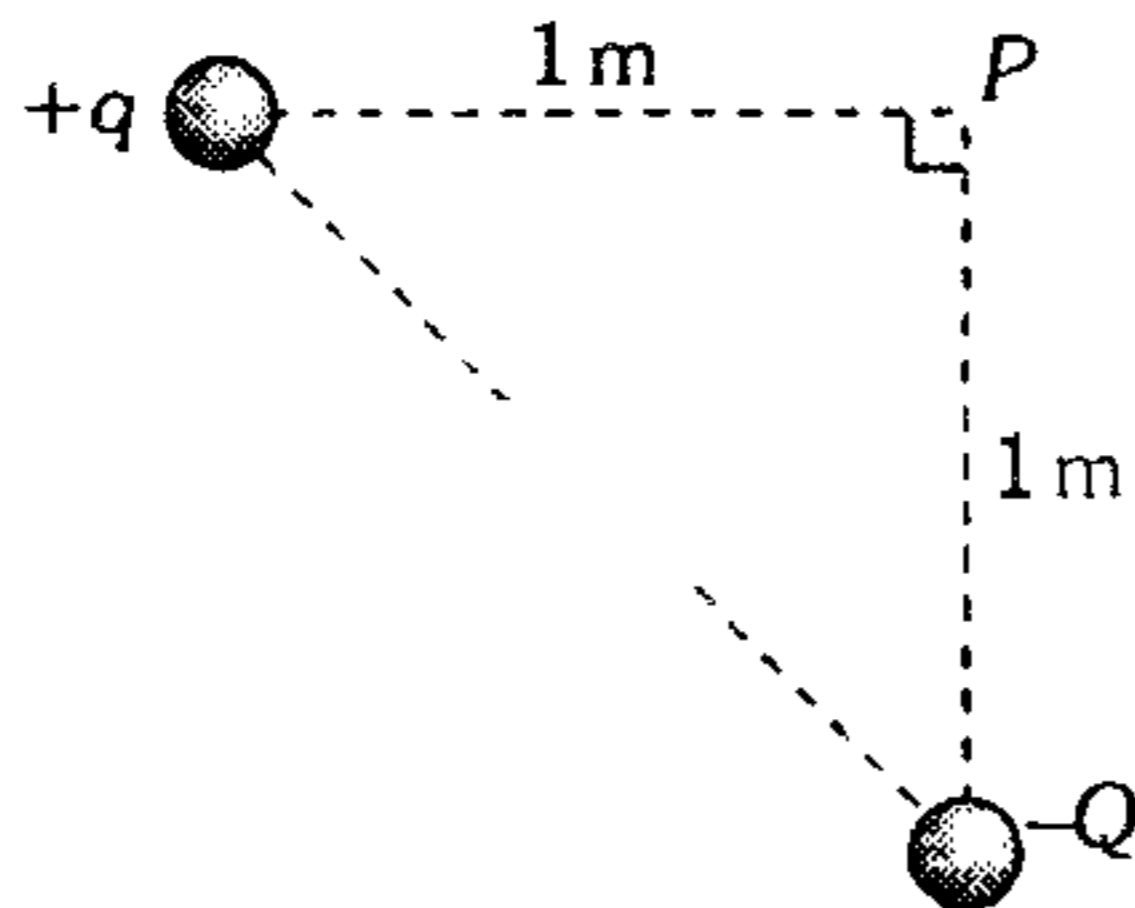


621. Dos esferitas idénticas de  $54 \times 10^{-2}Q$  cada una penden de dos hilos de seda de 1,3 m de longitud. Si éstas esferitas tienen igual cantidad de carga y se encuentran en equilibrio en la posición indicada en la figura, determine la cantidad de carga de cada esferita.



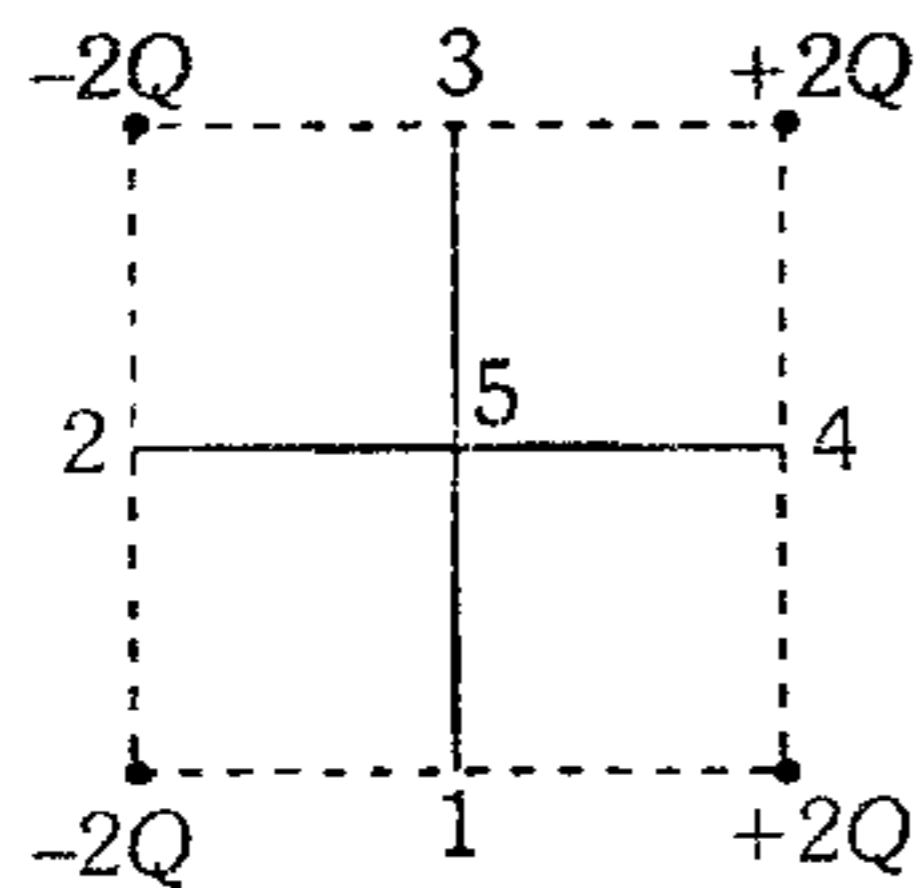
- A)  $2\ \mu\text{C}$   
B)  $3\ \mu\text{C}$   
C)  $4\ \mu\text{C}$   
D)  $5\ \mu\text{C}$   
E)  $6\ \mu\text{C}$

622. Dos partículas electrizadas con  $+3\mu\text{C}$  y  $-4\mu\text{C}$  están fijadas en una superficie horizontal, tal como muestra la figura. Si en  $P$  colocamos una partícula electrizada con  $+1\mu\text{C}$  y de  $9\text{ g}$ , para que esta partícula permanezca en equilibrio es necesario que



- A)  $\mu_s = 0,10$                       B)  $\mu_s > 0,12$   
 C)  $\mu_s > 0,28$   
 D)  $\mu_s = 0,30$                       E)  $\mu_s \geq 0,50$

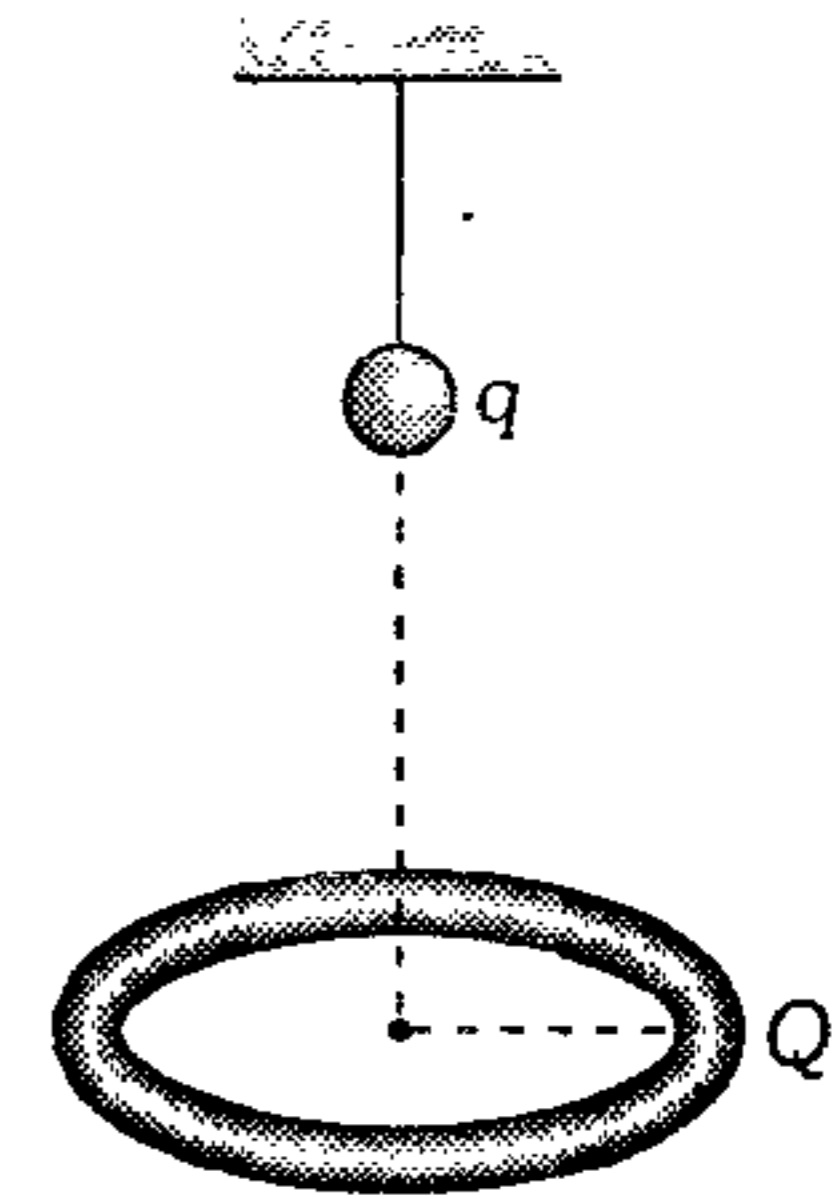
623. Cuatro cargas positivas y negativas, de igual magnitud, están ubicadas en los vértices de un cuadrado con centro en el punto 5. ¿En cuál de los puntos, entre los señalados con los números 1 ; 2 ; 3 ; 4 y 5 deberíamos colocar una partícula electrizada con  $+Q$ , si queremos que la fuerza eléctrica sobre ésta sea máxima?



- A) Solo en 3                              B) Solo en 5  
 C) En 3 ó en 5  
 D) En 4 ó en 2                      E) En 1 ó en 3

624. La partícula está suspendida de un hilo aislante y posee  $q = +2\mu\text{C}$ . El anillo de  $3\text{ cm}$  de radio reposa en el aire cuando su centro se sitúa a  $4\text{ cm}$  de la partícula. El anillo está electrizado uniformemente con  $Q = -2\mu\text{C}$ . Determine la masa del anillo.

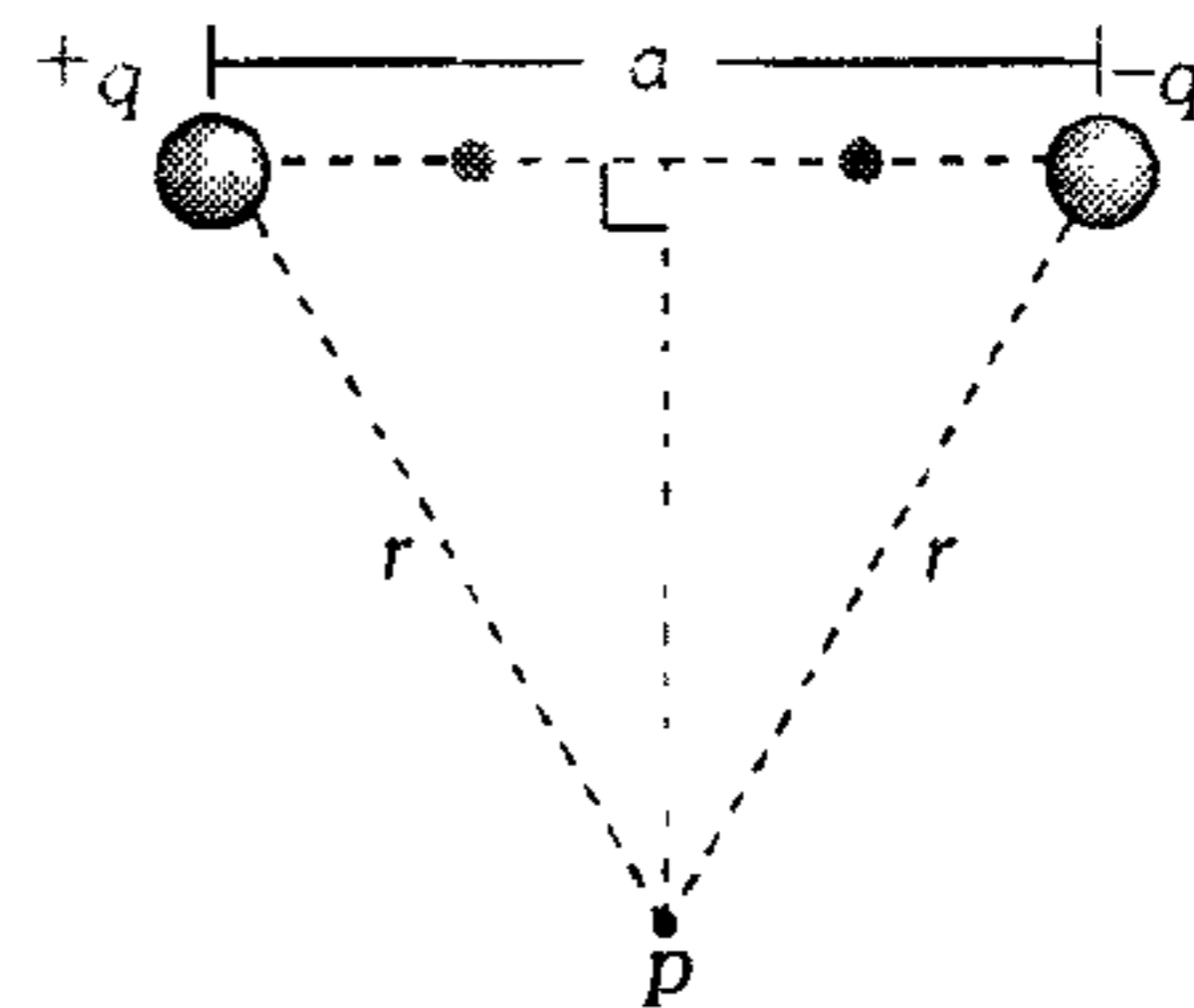
- A)  $1.152\text{ kg}$   
 B)  $3.450\text{ kg}$   
 C)  $27,648\text{ kg}$   
 D)  $2.650\text{ kg}$   
 E)  $0.576\text{ kg}$



625. Una partícula electrizada con  $+Q_3$  está ubicada en el origen de coordenadas, otra partícula con  $+Q_1$  está en el punto  $(2i+0j)\text{ m}$ , y una tercera partícula con  $+Q_2$  está ubicada en el punto  $(2i+3j)\text{ m}$ . Determine la relación  $\frac{Q_1}{Q_2}$  de tal modo que la fuerza eléctrica resultante sobre  $Q_3$  sea colineal al vector  $(4i+6j)\text{ m}$ .

- A)  $\frac{2}{3}$                       B)  $\frac{3}{2}$                       C)  $\frac{27}{8}$   
 D)  $\frac{8}{27}$                       E)  $\frac{9}{4}$

626. La figura muestra a un dipolo eléctrico. Si en  $p$  se coloca una partícula electrizada con  $+q_0$  y se la impulsa con una velocidad  $\vec{V}$  perpendicularmente al dipolo, en ese momento, ¿cuál es el radio de curvatura de la trayectoria seguida por la partícula de masa  $m$ ?

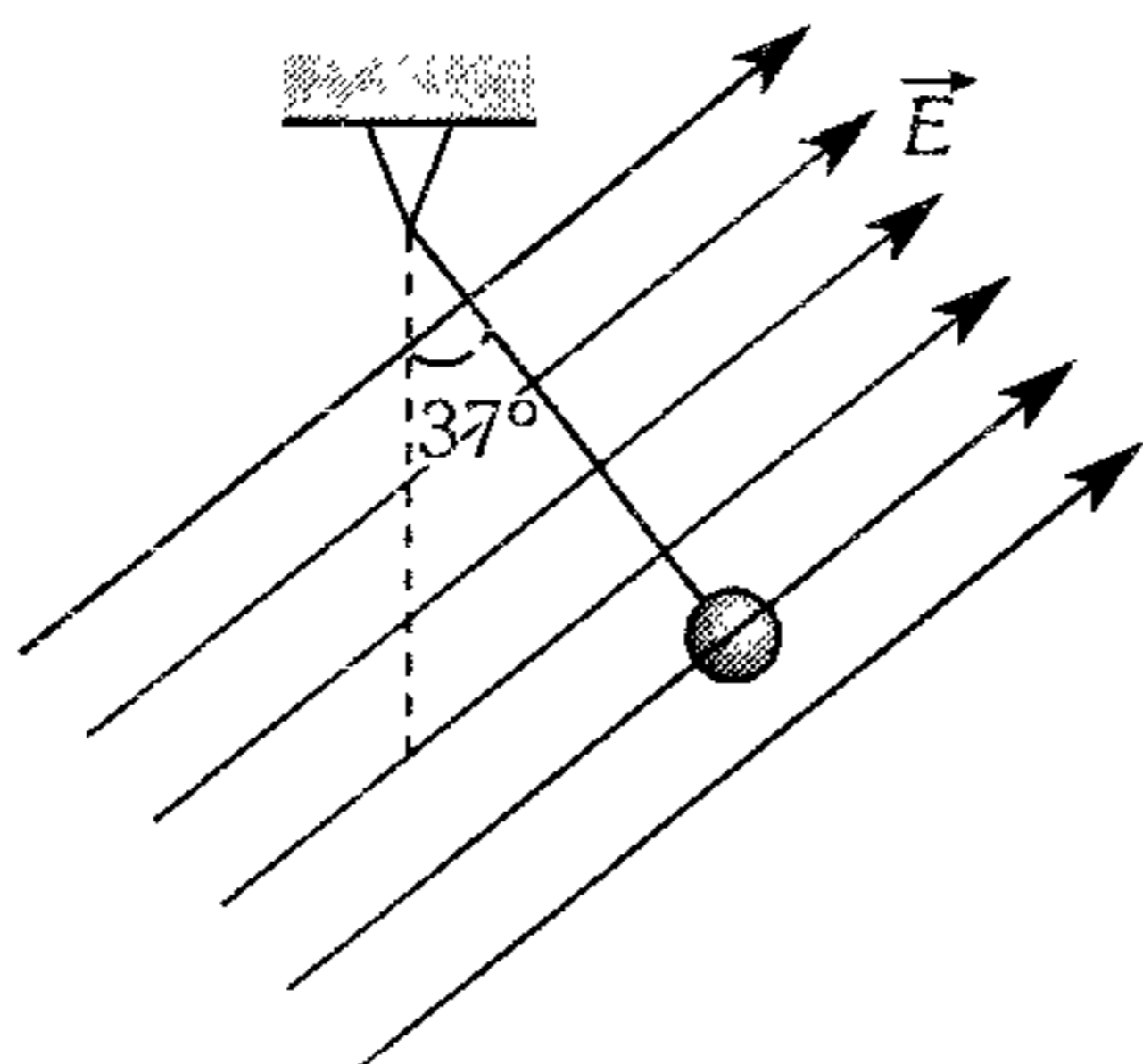


- A)  $\frac{mr^2v^2}{2kq_0a}$                       B)  $\frac{r^3v^2m}{kq_0a}$                       C)  $\frac{kqq_0}{mr^2}$   
 D)  $\frac{2r^2v^2}{3kq_0q}$                       E)  $\frac{mr^2v^2}{kq_0q}$

627. En un campo eléctrico homogéneo se coloca una lámina dieléctrica perpendicular al campo. Indique la afirmación errónea.

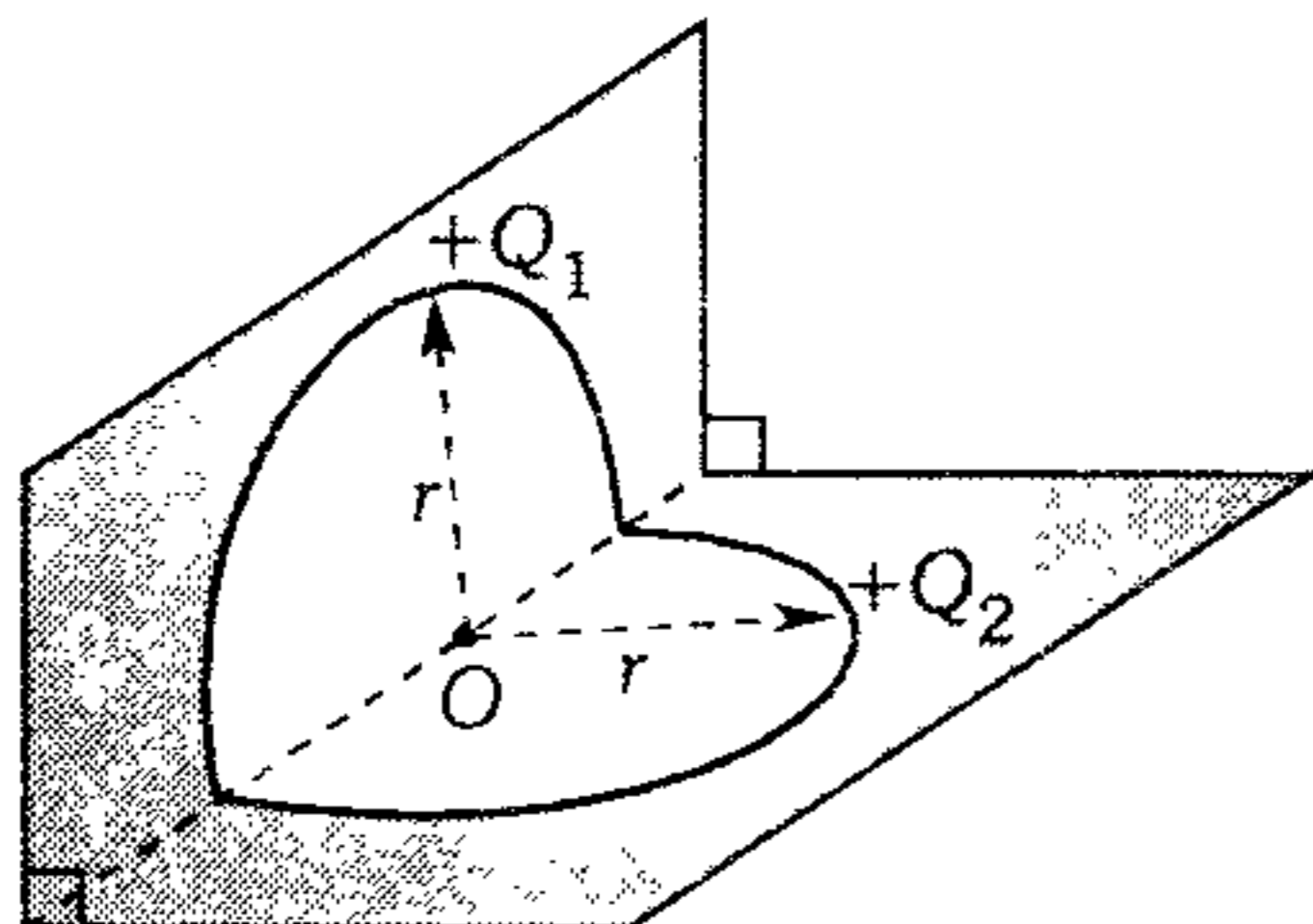
- A) Las moléculas se polarizan y constituyen los llamados dipolos.
- B) Los dipolos generan un campo eléctrico opuesto al campo eléctrico exterior.
- C) El campo eléctrico resultante dentro del dieléctrico es de menor intensidad que el campo eléctrico externo.
- D) El número de líneas de fuerza dentro del dieléctrico disminuye.
- E) Los dipolos se orientan perpendicularmente al campo eléctrico externo.

628. Determine el mínimo módulo de  $\vec{E}$  de tal manera que la partícula electrizada con  $q_0 = 10\mu\text{C}$  y  $m=50\text{g}$  se encuentre en equilibrio en la posición mostrada. ( $g=10\text{ m/s}^2$ )



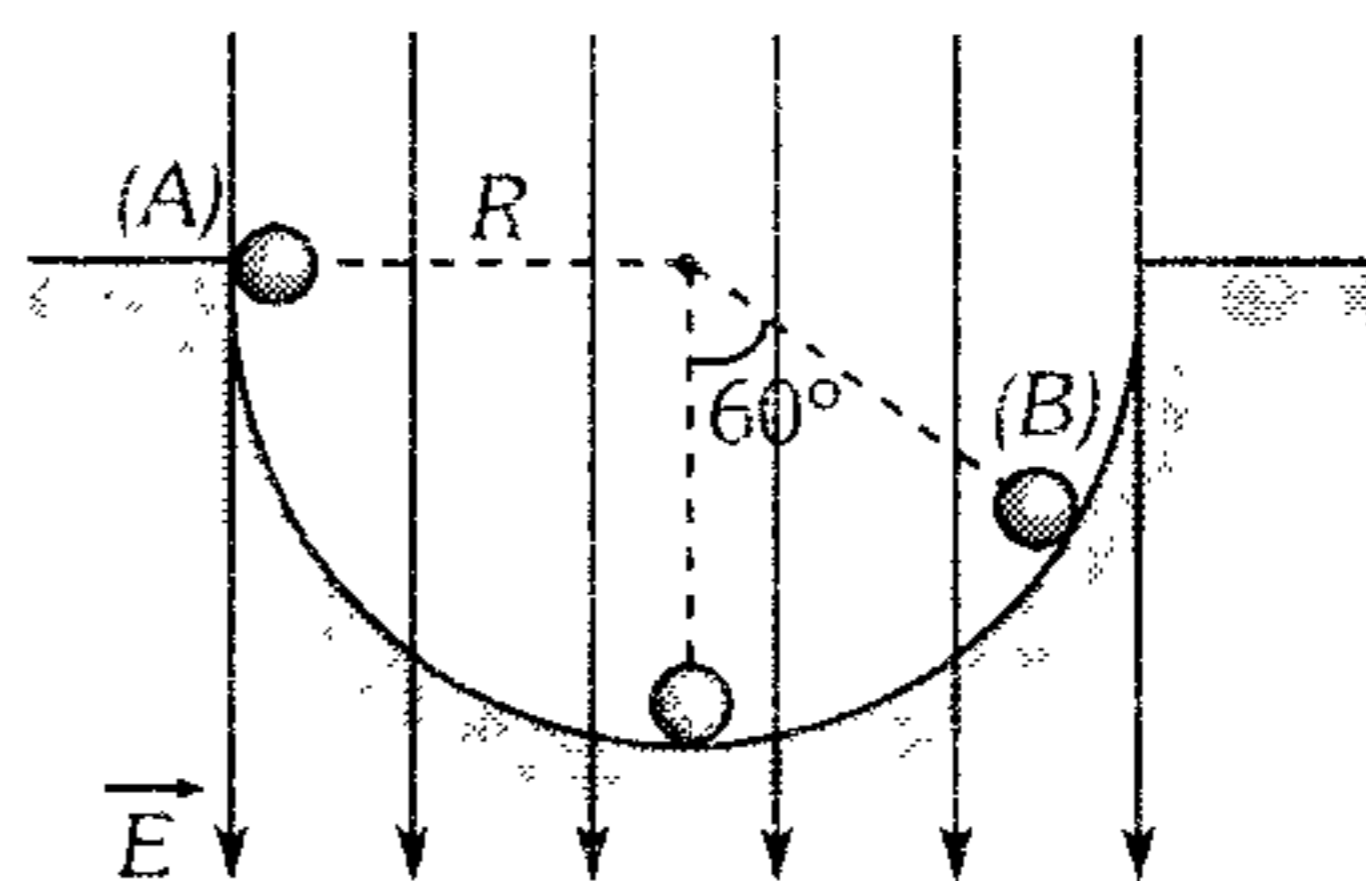
- A) 30 KN/C    B) 40 KN/C    C) 50 KN/C
- D) 60 KN/C    E) 70 KN/C

629. Calcule la intensidad del campo eléctrico en el punto  $O$ , que originan los conductores semicircunferenciales cargados uniformemente con  $Q_1=3q$  y  $Q_2=4q$  ambos tienen igual radio y están situados en planos mutuamente perpendiculares entre sí.



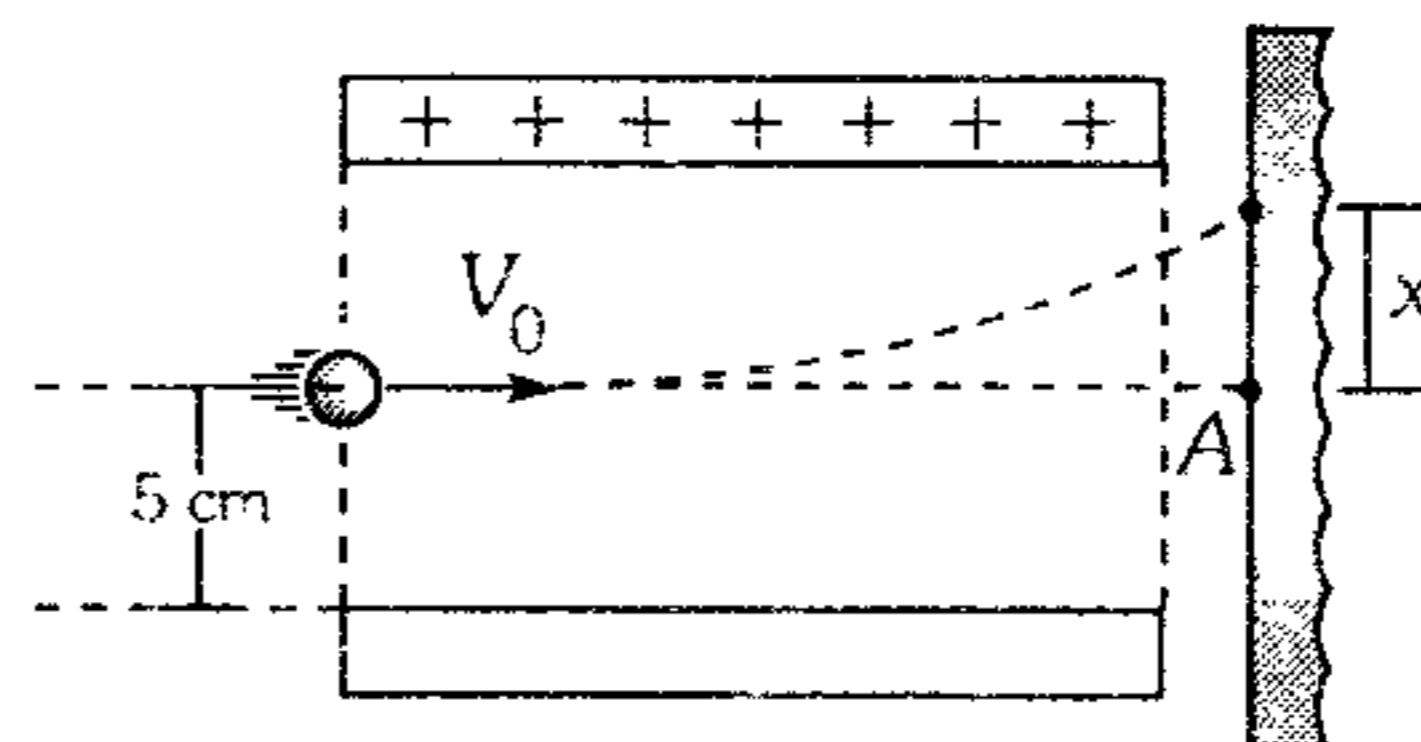
- A)  $K \frac{q}{r^2}$     B)  $2K \frac{q}{r^2}$     C)  $3K \frac{q}{r^2}$
- D)  $4K \frac{q}{r^2}$     E)  $5K \frac{q}{\pi r^2}$

630. Determine la rapidez de la esfera, de masa  $m$  y cantidad de carga  $q$ , al pasar por B, si fue soltada en A, considere las superficies lisas



- A)  $\sqrt{\frac{R}{m}(E+g)}$     B)  $\sqrt{\frac{R}{m}(qE+2g)}$
- C)  $\sqrt{\frac{R}{2m}(qE+mg)}$
- D)  $\sqrt{\frac{R}{m}(qE+mg)}$     E)  $\sqrt{R(qE+mg)}$

631. Dentro de un tubo de rayos catódicos se tiene un capacitor de placas paralelas y horizontales separadas 10 cm a un voltaje de 0,9 voltios. Entre las placas ingresa un electrón con  $10^6\text{ m/s}$  horizontalmente, tal como se muestra. ¿A qué distancia de A impacta el electrón en la pantalla fluorescente? El área de las placas cuadradas es  $4 \times 10^{-2}\text{ m}^2$ . Desprecie efectos gravitatorios. ( $m_{e^-} = 9 \times 10^{-31}\text{ kg}$ )

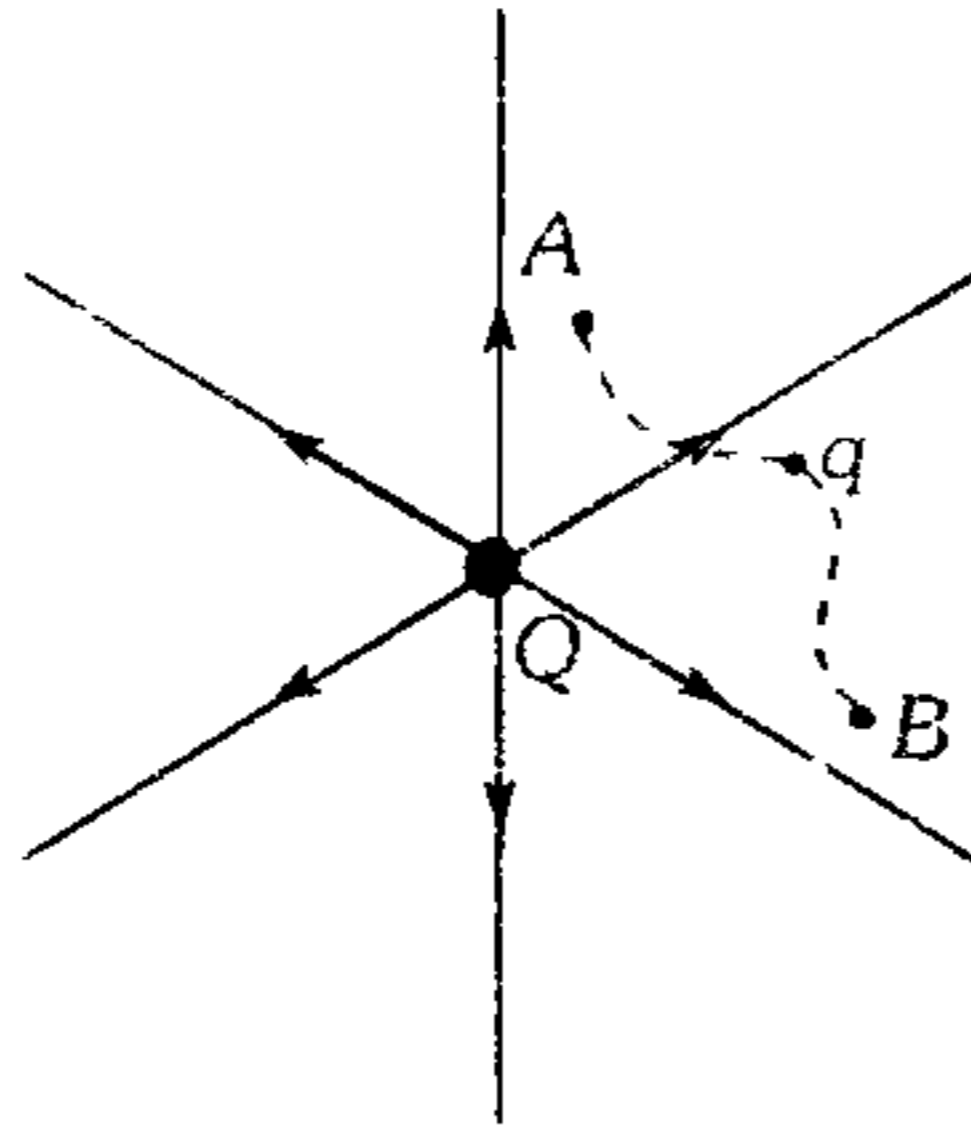


- A) 1,6 cm    B) 1,2 cm    C) 3,2 cm
- D) 2,4 cm    E) 6,4 cm



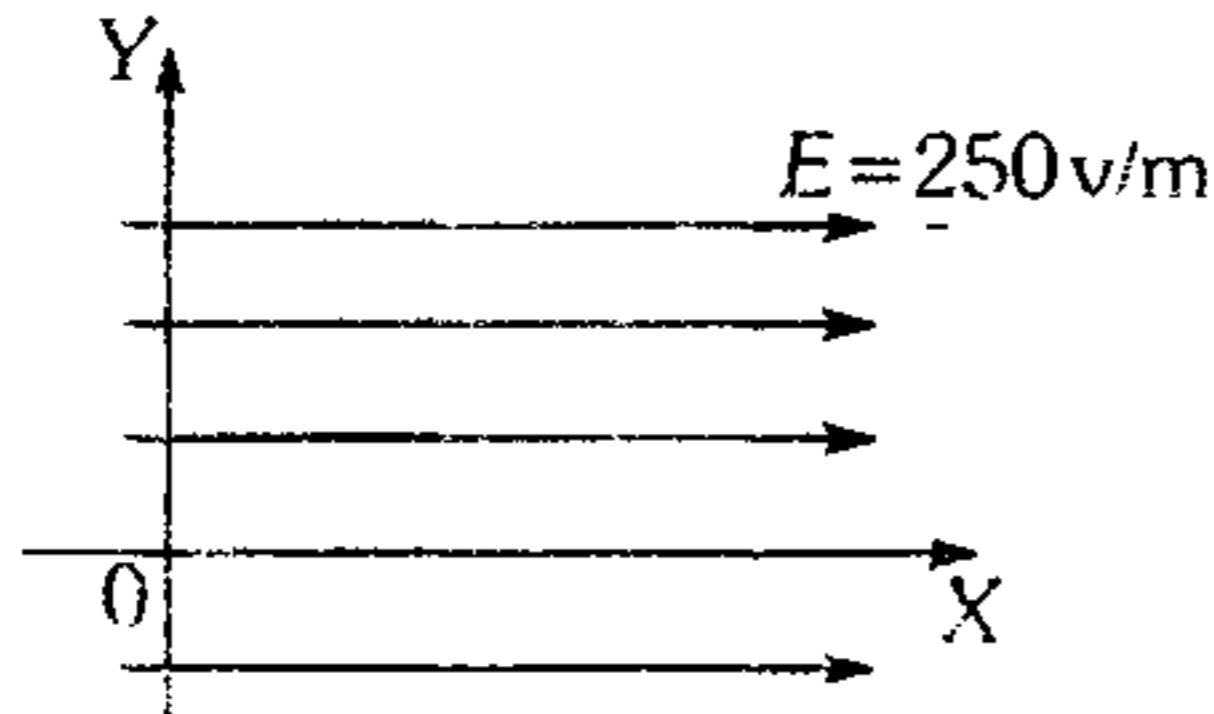
632. Se tiene una partícula electrizada ( $q = +2\text{mC}$ ) en  $A$  ( $q < Q$ ). luego es llevada siguiendo la trayectoria mostrada para pasar por  $B$  con una energía cinética de  $2,5\text{ J}$ . Determine la diferencia de potencial entre  $A$  y  $B$ , si el agente externo sobre el sistema realizó desde  $A$  hasta  $B$  una cantidad de trabajo de  $-1,5\text{ J}$ .

- A)  $+2\text{ kV}$   
 B)  $+4\text{ kV}$   
 C)  $-2\text{ kV}$   
 D)  $-3\text{ kV}$   
 E)  $-750\text{ V}$

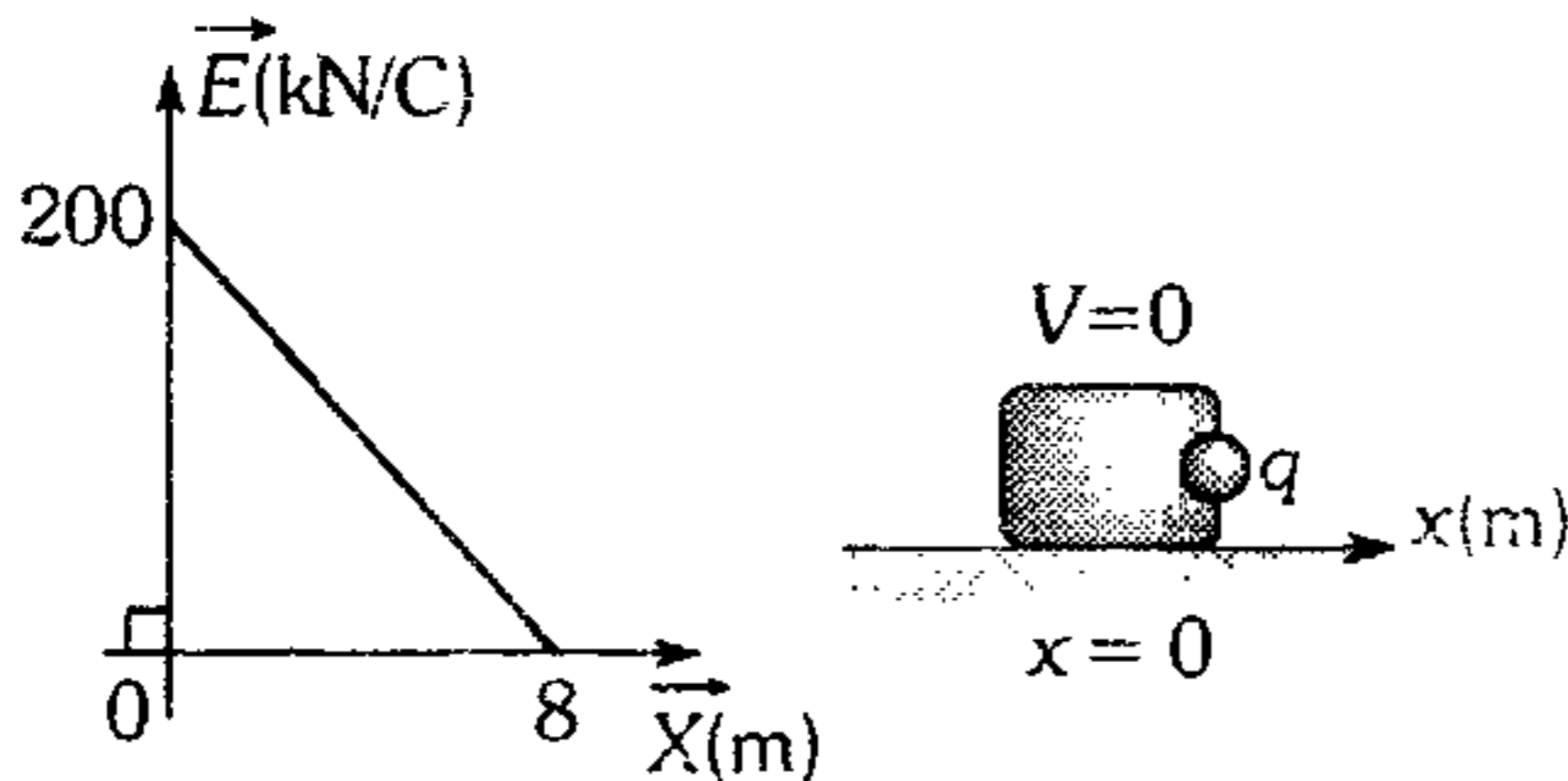


633. Suponga que una partícula electrizada con  $12\mu\text{C}$  se mueve desde el origen hasta un punto  $(x;y) = (20\text{ cm} ; 50\text{ cm})$ , ¿cuál es la variación de su energía potencial eléctrica?

- A)  $600\mu\text{J}$   
 B)  $-600\mu\text{J}$   
 C)  $+12\mu\text{J}$   
 D)  $60\mu\text{J}$   
 E)  $-500\mu\text{J}$



634. Un bloque de  $2\text{ kg}$  tiene incrustada una partícula eléctrica con  $q = +100\mu\text{C}$ . Si dicho bloque es soldado en  $x=0$  y al interior de un campo eléctrico cuya intensidad varía con la posición según la gráfica adjunta, determine su máxima rapidez. ( $\mu_k = 0,5$ ,  $g = 10\text{ m/s}^2$ )



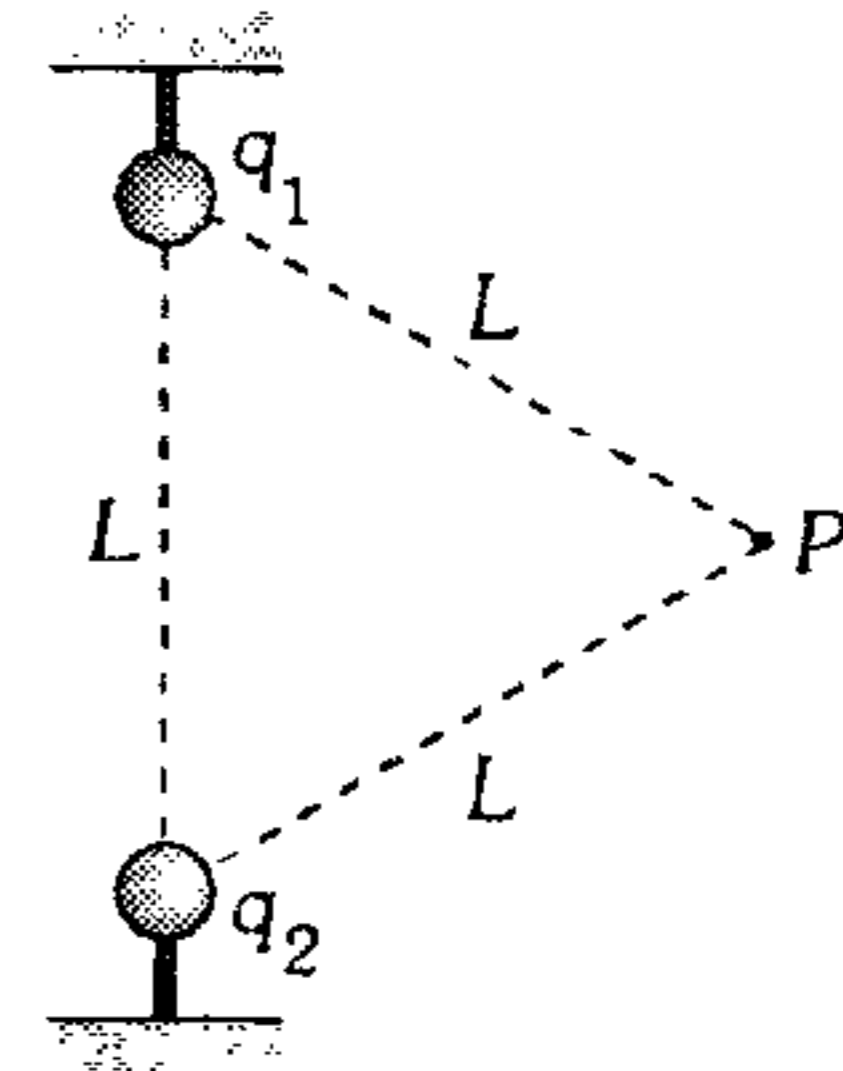
- A)  $2\text{ m/s}$       B)  $2\sqrt{3}\text{ m/s}$       C)  $2\sqrt{5}\text{ m/s}$   
 D)  $7\text{ m/s}$       E)  $9\text{ m/s}$

635. El potencial eléctrico a lo largo del eje  $x$  de una partícula electrizada  $Q$  varía según  $V = \frac{10}{|x+1|}$  voltios, donde  $x$  está en metros. Indique la alternativa correcta.

- A) La partícula electrizada está en el origen de coordenadas.  
 B) La partícula está localizada en  $x = +1\text{ m}$ .  
 C) La partícula está electrizada positivamente.  
 D) Si una partícula electrizada se desplaza desde  $x = 0\text{ m}$  hasta  $x = 1\text{ m}$  la fuerza eléctrica realiza un trabajo nulo.  
 E) Si un electrón se desplaza desde  $x = 0$  hasta  $x = 1\text{ m}$ , la fuerza eléctrica realiza un trabajo de  $8 \times 10^{-19}\text{ J}$ .

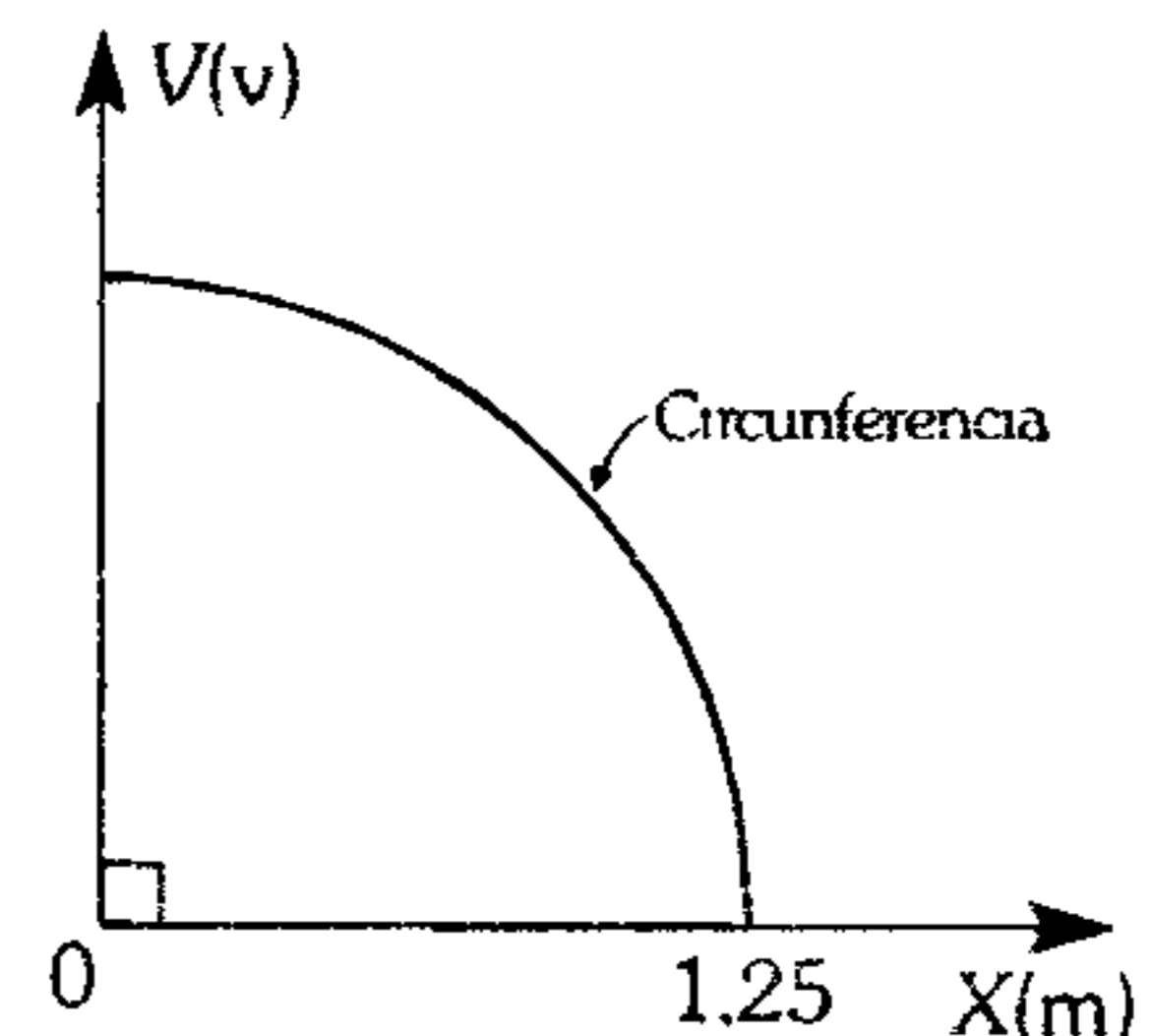
636. Si en el punto  $P$ , se abandona una esfera metálica electrizada con  $-50\mu\text{C}$ , determine la energía cinética máxima de la esfera (desprecie efectos gravitatorios;  $q_1 = q_2 = +40\mu\text{C}$ ;  $L = 90\text{ cm}$ )

- A)  $20\text{ J}$   
 B)  $40\text{ J}$   
 C)  $30\text{ J}$   
 D)  $4\text{ J}$   
 E)  $24\text{ J}$

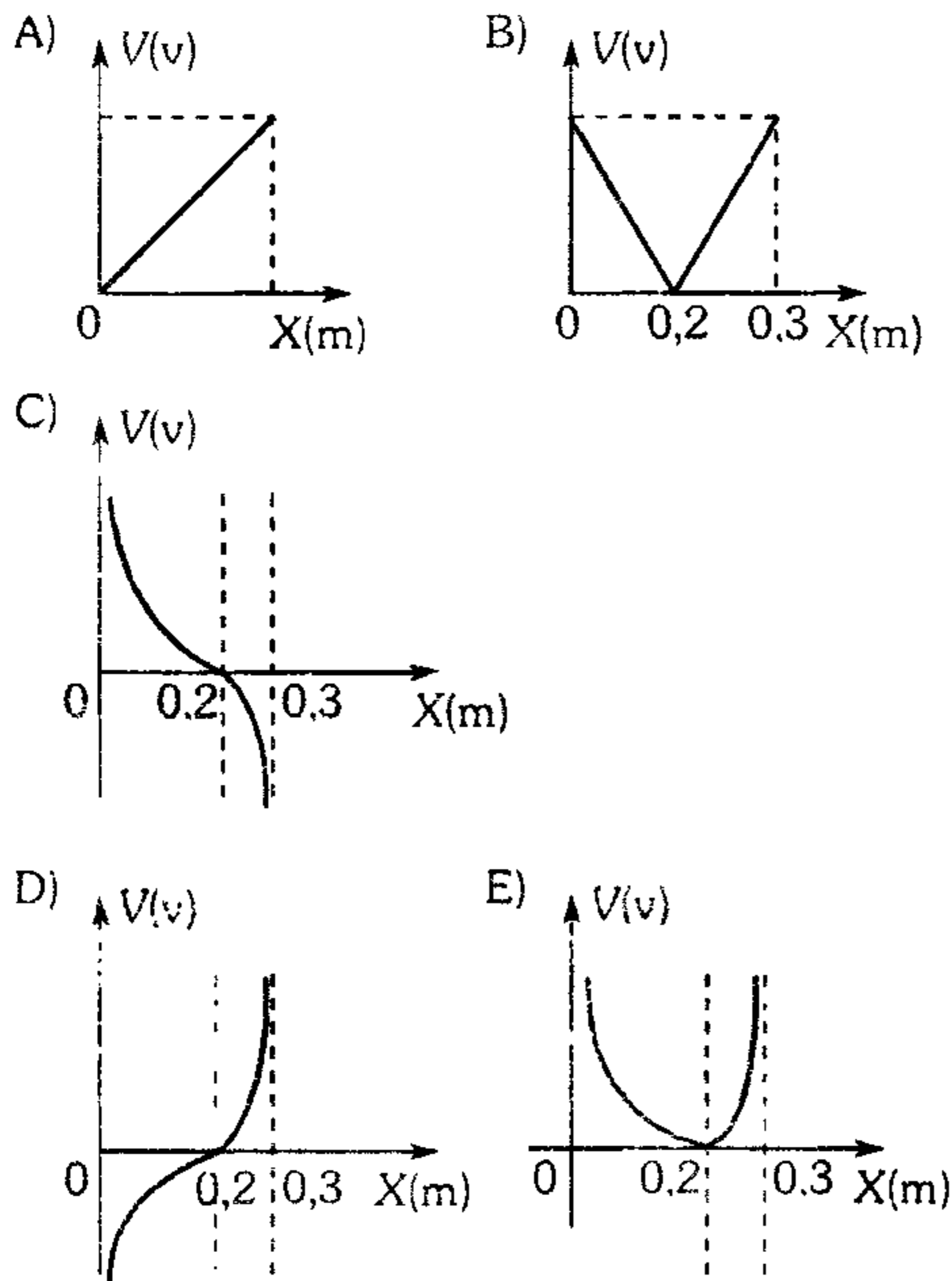
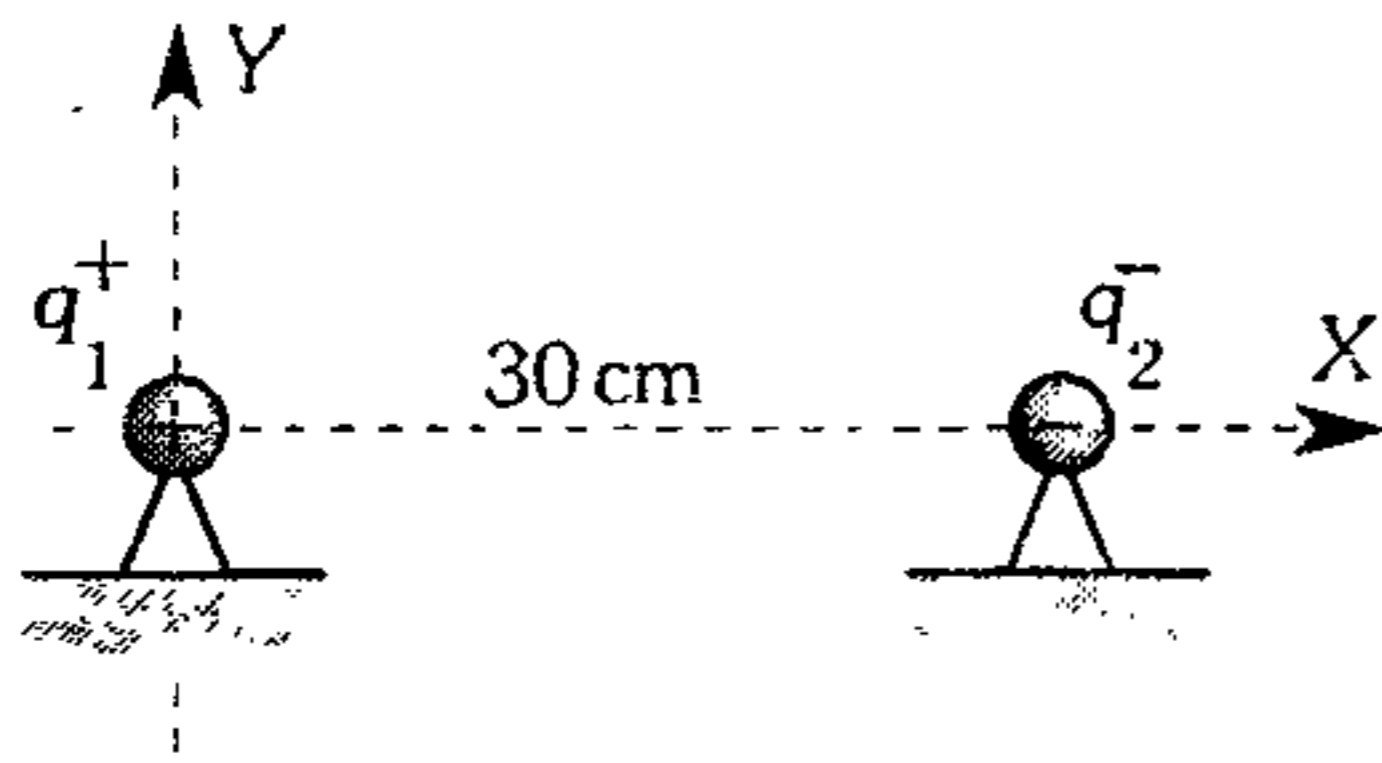


637. En cierta región del espacio el potencial varía con la posición según la gráfica. Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en  $x = 1\text{ m}$ .

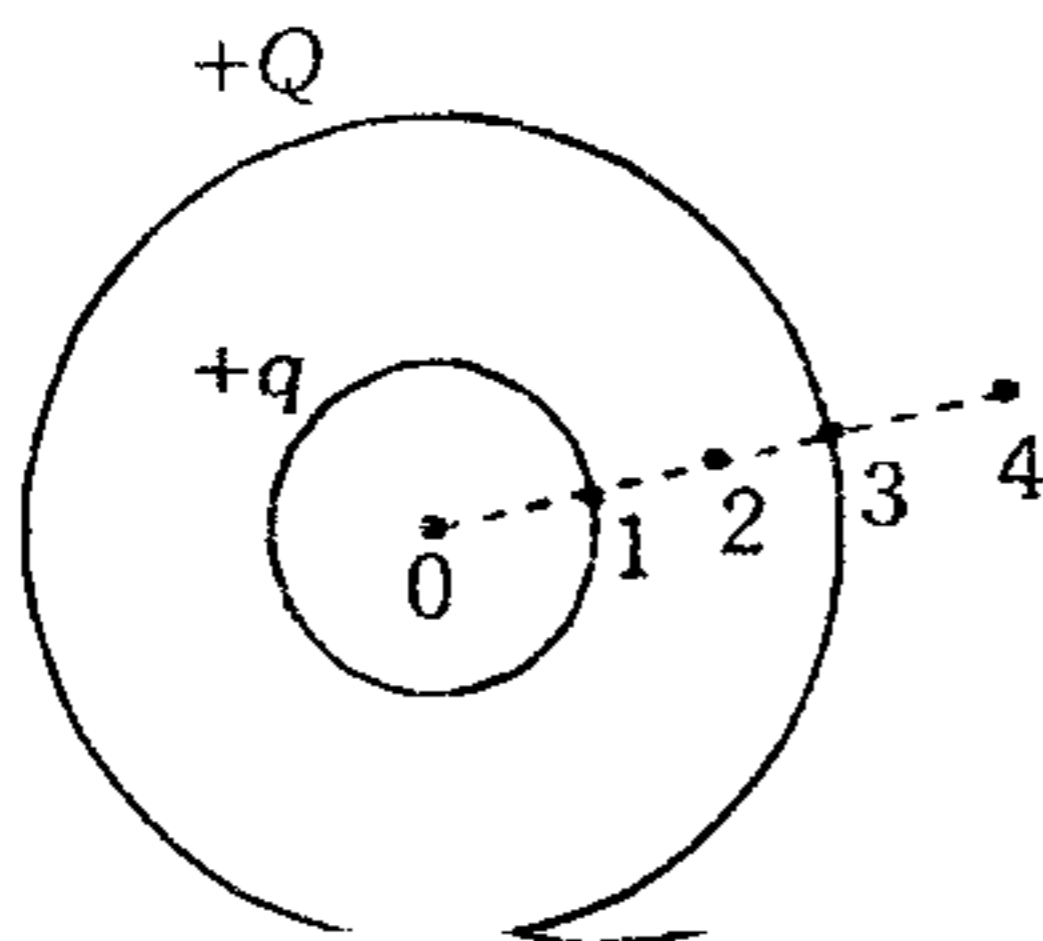
- A)  $4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$   
 B)  $\frac{1}{3} \frac{\text{N}}{\text{C}}$   
 C)  $\frac{4}{3} \frac{\text{N}}{\text{C}}$   
 D)  $\frac{3}{2} \frac{\text{N}}{\text{C}}$   
 E)  $1 \frac{\text{N}}{\text{C}}$



638. Indique la gráfica que corresponde al potencial eléctrico ( $V$ ) en función a la posición ( $x$ ).  $x \in (0; 0,3\text{m})$ . Considere  $|q_1| = 2|q_2|$ .

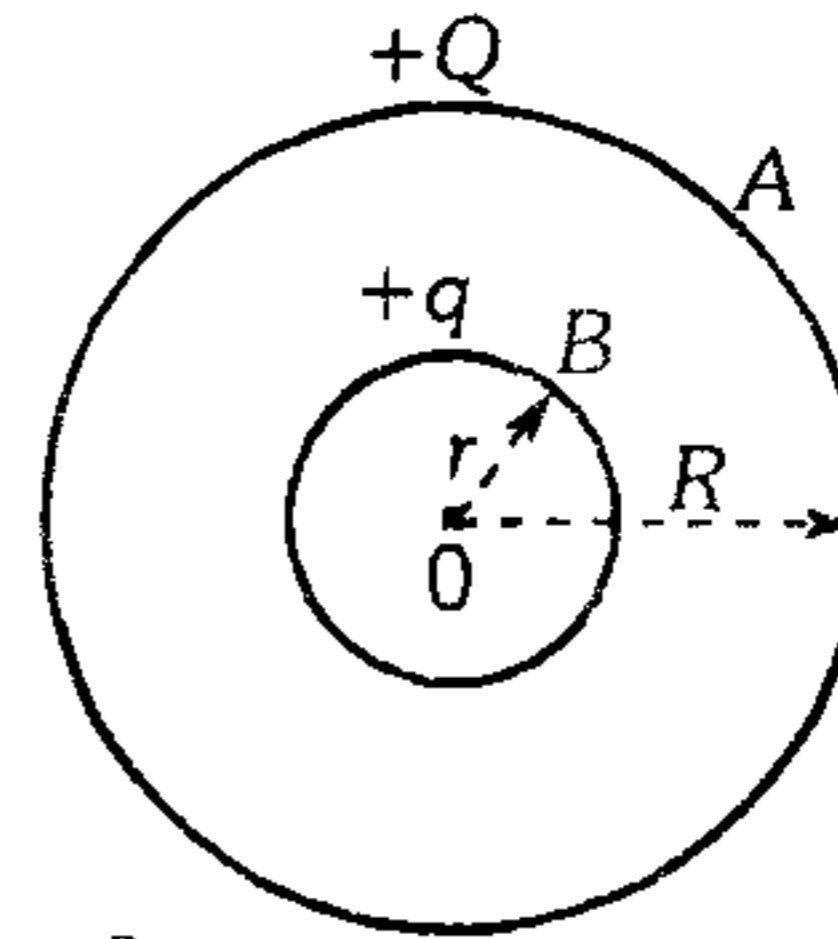


639. Los cascarones concéntricos están electrizados con  $Q$  y  $q$  ( $Q > q$ ) y tienen radios  $R$  y  $2R$ . Indique lo incorrecto.



- A)  $E_0 < E_1$     B)  $V_2 > V_3$     C)  $E_3 < E_4$   
 D)  $V_2 > V_4$     E)  $V_0 > V_3$

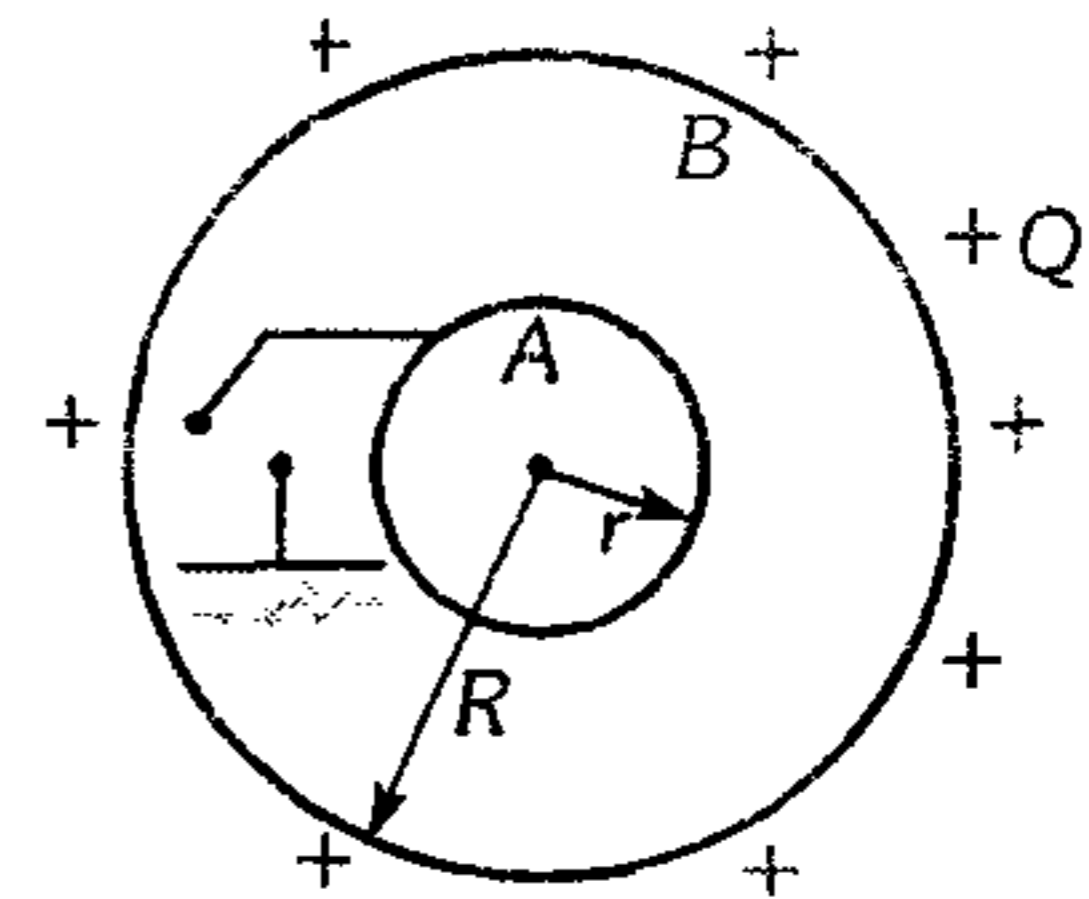
640. Calcule la relación entre los módulos de intensidades de campo eléctrico en los puntos A y B ( $E_A/E_B$ ) sabiendo que los cascarones están electrizados con  $+Q$  y  $+q$ .



- A)  $\frac{Q}{q} \left(\frac{r}{R}\right)^2$     B)  $\frac{q}{Q} \left(\frac{R}{r}\right)^2$   
 C)  $\left(\frac{Q+q}{q}\right) \left(\frac{r}{R}\right)^2$   
 D)  $\left(\frac{Q-q}{Q}\right) \left(\frac{R}{r}\right)^2$     E) cero

641. Se muestra dos cascarones esféricos, uno electrizado y el otro neutro. Al cerrar el interruptor ¿qué cantidad de carga presentarán los cascarones A y B?

- A)  $-Q ; 0$   
 B)  $+Q ; -Q$   
 C)  $-Q ; +Q$   
 D)  $-\frac{QR}{r} ; 0$   
 E)  $-\frac{QR}{R} ; +Q$



642. Una esfera metálica de radio  $R_1$  tiene un potencial eléctrico  $V$ . Si luego se ubica concéntricamente con un cascarón metálico esférico de radio  $R_2$  y neutro ( $R_2 > R_1$ ); y finalmente las unimos mediante un hilo metálico, ¿a qué potencial eléctrico estarán las esferas al final?

- A)  $V$     B)  $V \left(\frac{R_1}{R_2}\right)$     C)  $V \left(\frac{R_2}{R_1}\right)$   
 D)  $V \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$     E) 0

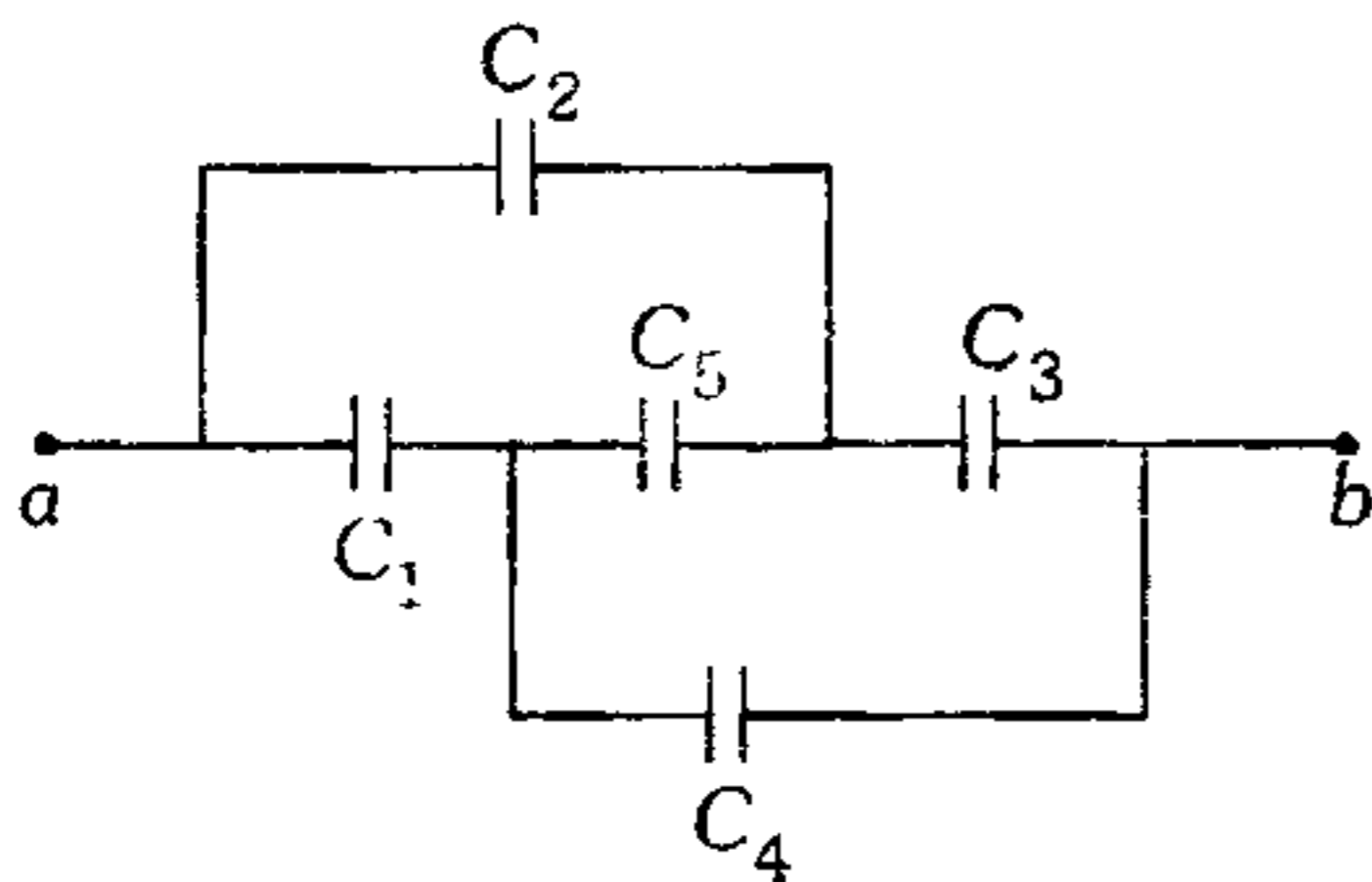
643. ¿Qué carga se induce en la superficie de una esfera metálica, de radio  $R$ , puesta a tierra, por una carga puntual  $q$  que dista  $L$  del centro de aquella? ( $L > R$ )

- A)  $-q\left(\frac{R}{L}\right)$     B)  $-\left(\frac{R}{L}\right)^2 q$     C)  $-L\left(\frac{q}{R}\right)$   
 D)  $\left(\frac{R}{L}\right)q$     E) cero

644. En el problema anterior determine el módulo de la fuerza de atracción entre la carga puntual y la esfera conductora.

- A)  $\frac{kq^2}{L^2}$     B)  $\frac{kq^2 R^2}{L^4}$     C)  $\frac{kq^2}{R^2}$   
 D)  $\frac{kq^2 RL}{(L^2 - R^2)^2}$     E)  $\frac{kq^2}{(L^2 - R^2)}$

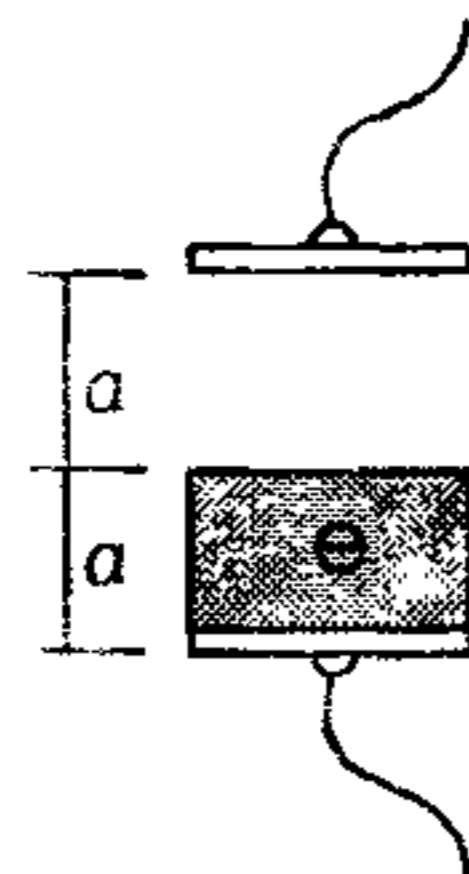
645. Halle la capacidad equivalente entre  $a$  y  $b$ .  
 $C_1 = 6\mu\text{F}$  ;  $C_2 = 3\mu\text{F}$  ,  $C_3 = 3\mu\text{F}$  ;  $C_4 = 6\mu\text{F}$



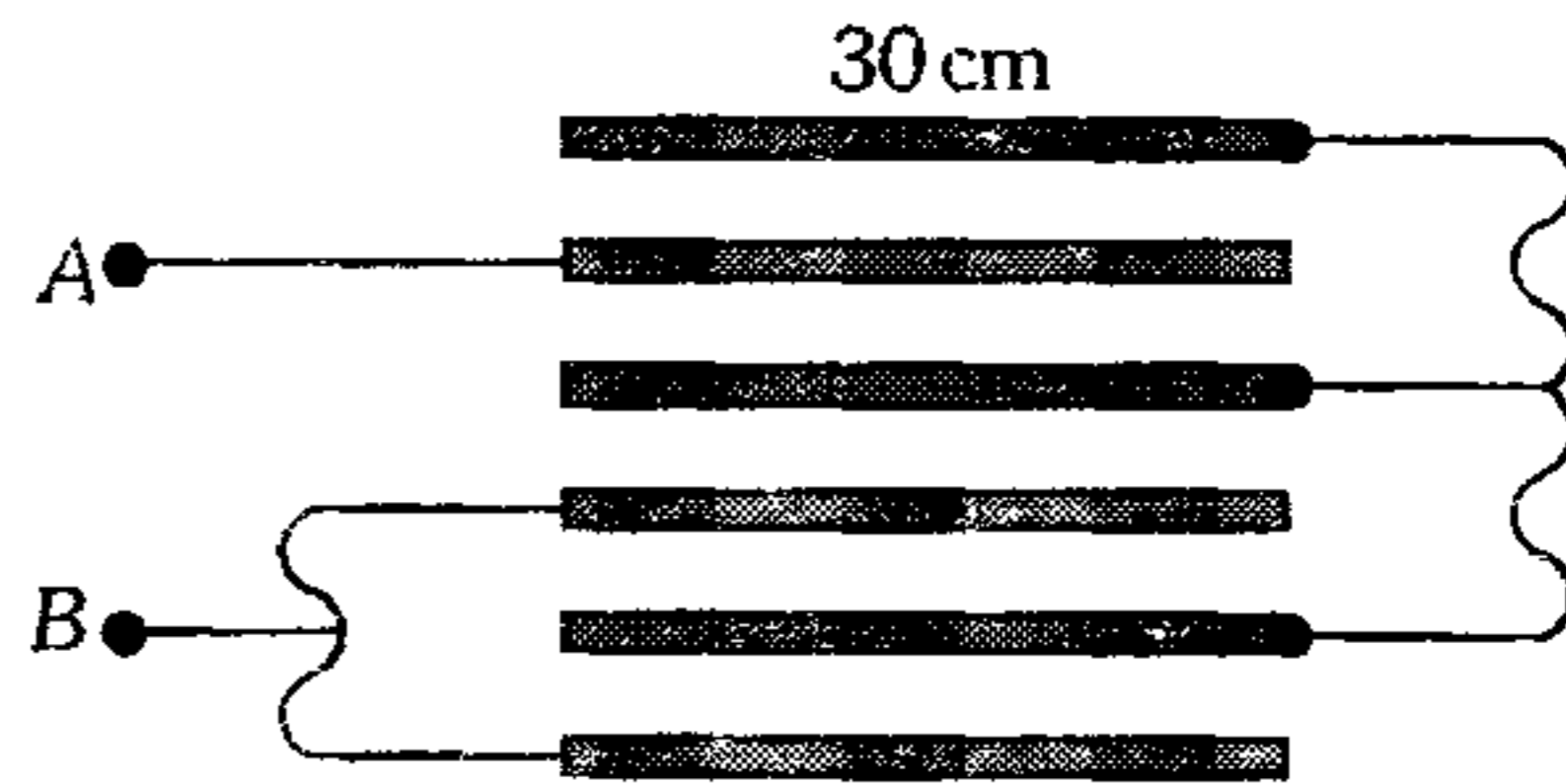
- A)  $2.2\mu\text{F}$     B)  $2.5\mu\text{F}$     C)  $3.6\mu\text{F}$   
 D)  $4.5\mu\text{F}$     E)  $5\mu\text{F}$

646. Si la capacidad eléctrica del capacitor que se muestra es  $6\mu\text{F}$  sin el dieléctrico; ¿qué capacidad tendrá el sistema mostrado? ( $\epsilon = 2$ ).

- A)  $2\mu\text{F}$   
 B)  $4\mu\text{F}$   
 C)  $8\mu\text{F}$   
 D)  $16\mu\text{F}$   
 E)  $30\mu\text{F}$



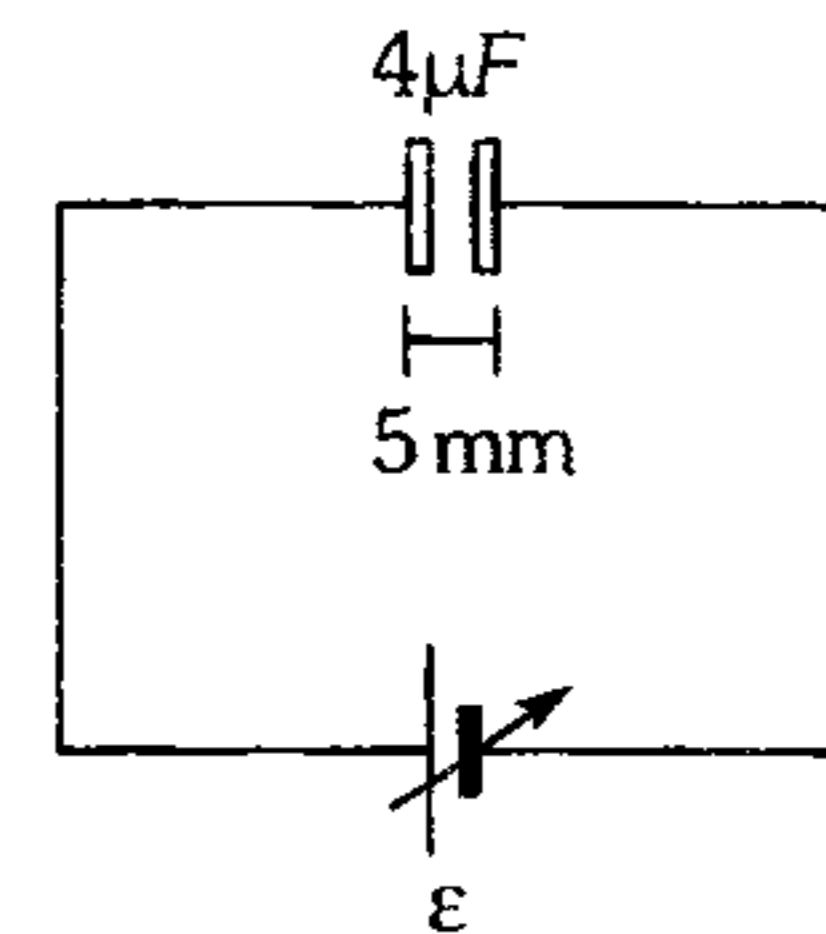
647. Seis láminas metálicas idénticas distantes  $d$  una de la otra se sitúan en el aire. El área de cada lámina es igual a  $S$ . Calcule la capacidad eléctrica entre los puntos  $A$  y  $B$  del sistema, si las láminas se conectan como muestra la figura.



- A)  $\frac{2}{3}\epsilon_0 \frac{S}{d}$     B)  $\frac{4}{3}\epsilon_0 \frac{S}{d}$     C)  $\frac{6}{5}\epsilon_0 \frac{S}{d}$   
 D)  $\frac{5}{6}\epsilon_0 \frac{S}{d}$     E)  $\frac{2}{5}\epsilon_0 \frac{S}{d}$

648. ¿Cuál es la máxima cantidad de carga eléctrica que puede almacenar el capacitor plano mostrado, si se encuentra en el aire, cuya rigidez dieléctrica es  $3 \times 10^6 \text{ N/C}$ ? La tensión en la fuente es variable.

- A) 10 mC  
 B) 20 mC  
 C) 30 mC  
 D) 40 mC  
 E) 60 mC



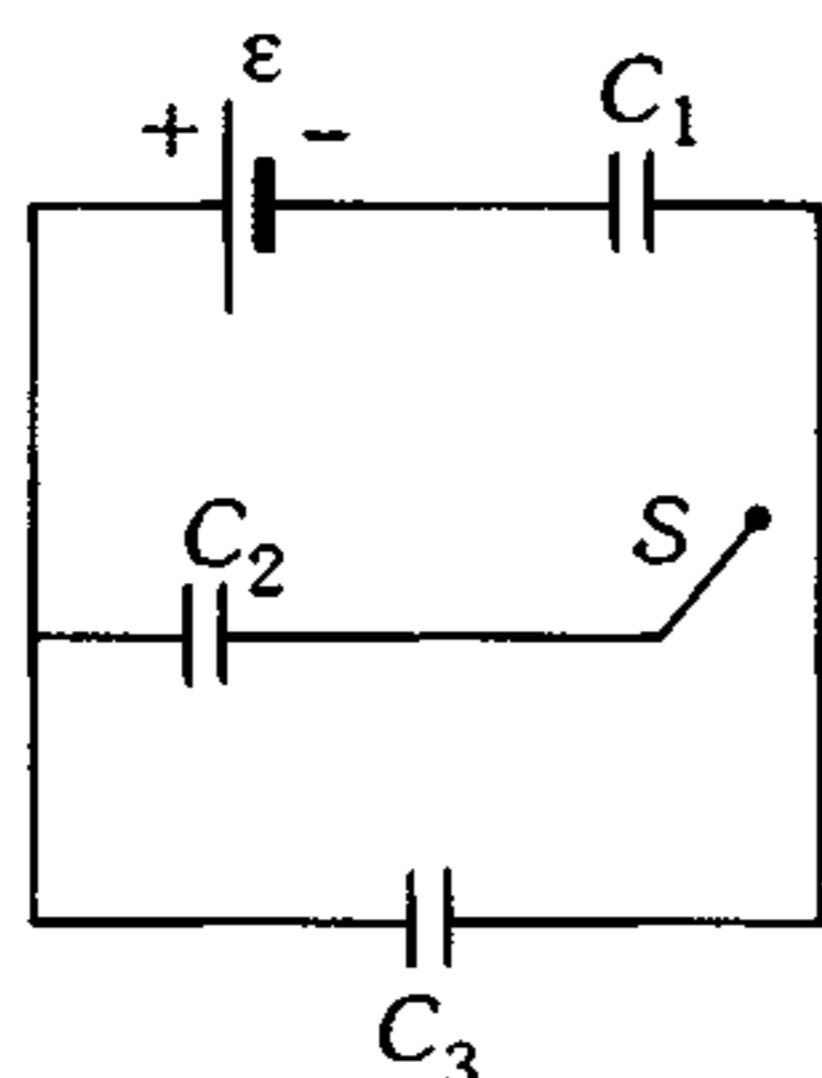
649. Un capacitor electrizado tiene entre sus láminas aire como dieléctrico y sus terminales están libres. Si introducimos entre sus láminas porcelana-dieléctrica, entonces podemos afirmar que

- A) su carga eléctrica disminuirá.  
 B) la intensidad de campo eléctrico entre las láminas no se alterará.  
 C) la capacidad eléctrica del capacitor disminuirá.  
 D) la diferencia de potencial entre sus placas disminuirá.  
 E) la energía almacenada aumentará.

650. Un capacitor con dieléctrico ( $\epsilon = 4$ ) es conectado a una fuente de tensión cuya f.e.m. es 12 V. Si se mantiene al capacitor conectado a la fuente y retiramos el dieléctrico, luego lo incorrecto es

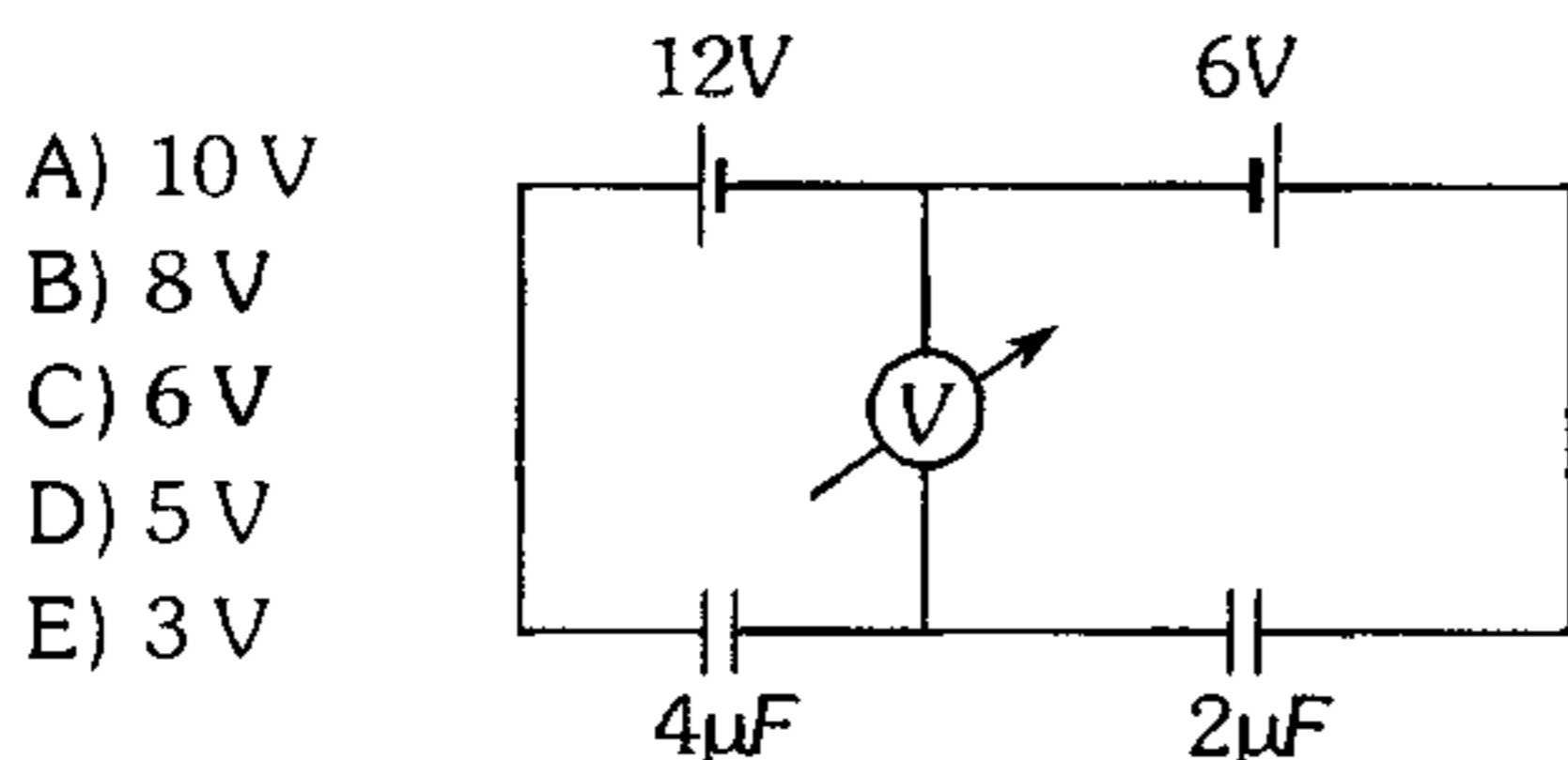
- A) la capacidad del capacitor disminuye.
- B) por la fuente no circulan partículas electrizadas.
- C) el voltaje entre las armaduras del capacitor se mantiene constante.
- D) el campo eléctrico entre las armaduras mantiene su intensidad.
- E) las armaduras experimentan variación en su cantidad de carga eléctrica.

651. Indique la alternativa incorrecta respecto del siguiente circuito capacitivo.



- A) Cuando el interruptor está abierto, los capacitores  $C_1$  y  $C_3$  almacenan igual cantidad de carga eléctrica.
- B) Al cerrar el interruptor el capacitor  $C_1$  almacena mayor carga.
- C) Al cerrar el interruptor el voltaje en  $C_1$  aumenta.
- D) Al cerrar el interruptor el voltaje en  $C_3$  disminuye.
- E) Al cerrar el interruptor el capacitor  $C_3$  aumenta su carga almacenada.

652. ¿Cuánto indica el voltímetro ideal, en el circuito capacitivo?



- A) 10 V
- B) 8 V
- C) 6 V
- D) 5 V
- E) 3 V

653. Determine la capacidad eléctrica en nano faradios (nF) de un capacitor esférico de 18 cm y 20 cm de radios ( $1 \text{ nF} \leftrightarrow 10^{-9} \text{ F}$ ).

- A) 0,01      B) 0,02      C) 0,1
- D) 0,2      E) 0,5

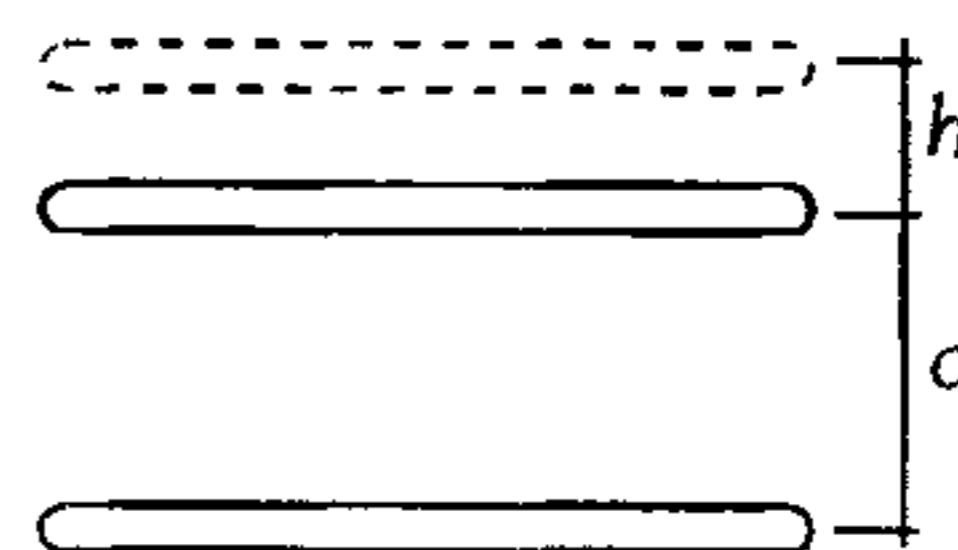
654. Dos capacitores de capacidades  $C_1 = 4 \mu\text{F}$  y  $C_2 = 5 \mu\text{F}$  se conectan en forma independiente a una fuente ideal de 20 V. Si luego son conectados en paralelo con polaridad contraria, el voltaje de  $C_2$ , en el momento del equilibrio electrostático es

- A) 20 V      B) 10 V      C)  $\left(\frac{20}{9}\right) \text{ V}$
- D)  $\left(\frac{10}{9}\right) \text{ V}$       E)  $\left(\frac{8}{9}\right) \text{ V}$

655. Se tiene 3 capacitores de  $2 \mu\text{F}$ ,  $3 \mu\text{F}$  y  $6 \mu\text{F}$  y una fuente de 30 V. ¿Cuál es la máxima energía que se puede almacenar con dichos capacitores?

- A) 4,4 mJ      B) 9,9 mJ      C) 1,1 mJ
- D) 4,99 mJ      E) 6,2 mJ

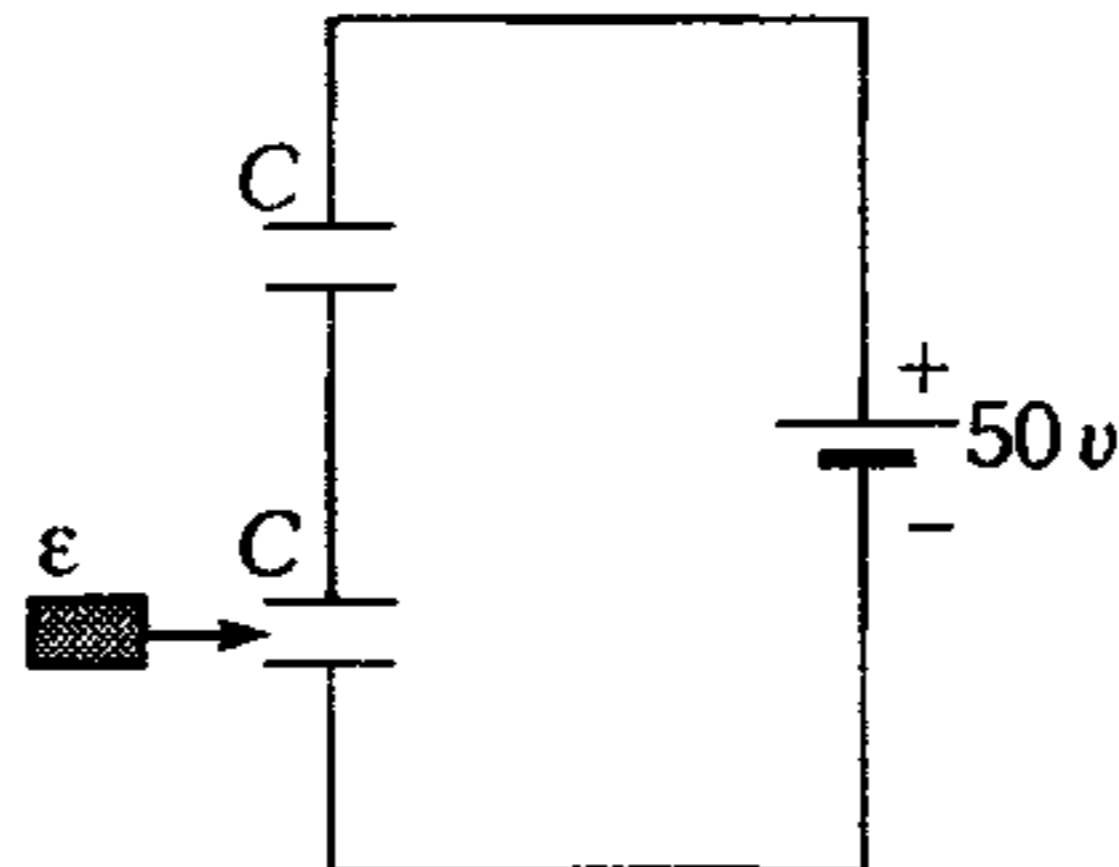
656. A las placas de un capacitor se aplican fuerzas para aumentar su separación en  $h$  ( $h \ll d$ ). El trabajo necesario que se realiza mediante estas fuerzas sobre el capacitor cuya capacidad y cargas iniciales eran  $C$  y  $Q$ , es



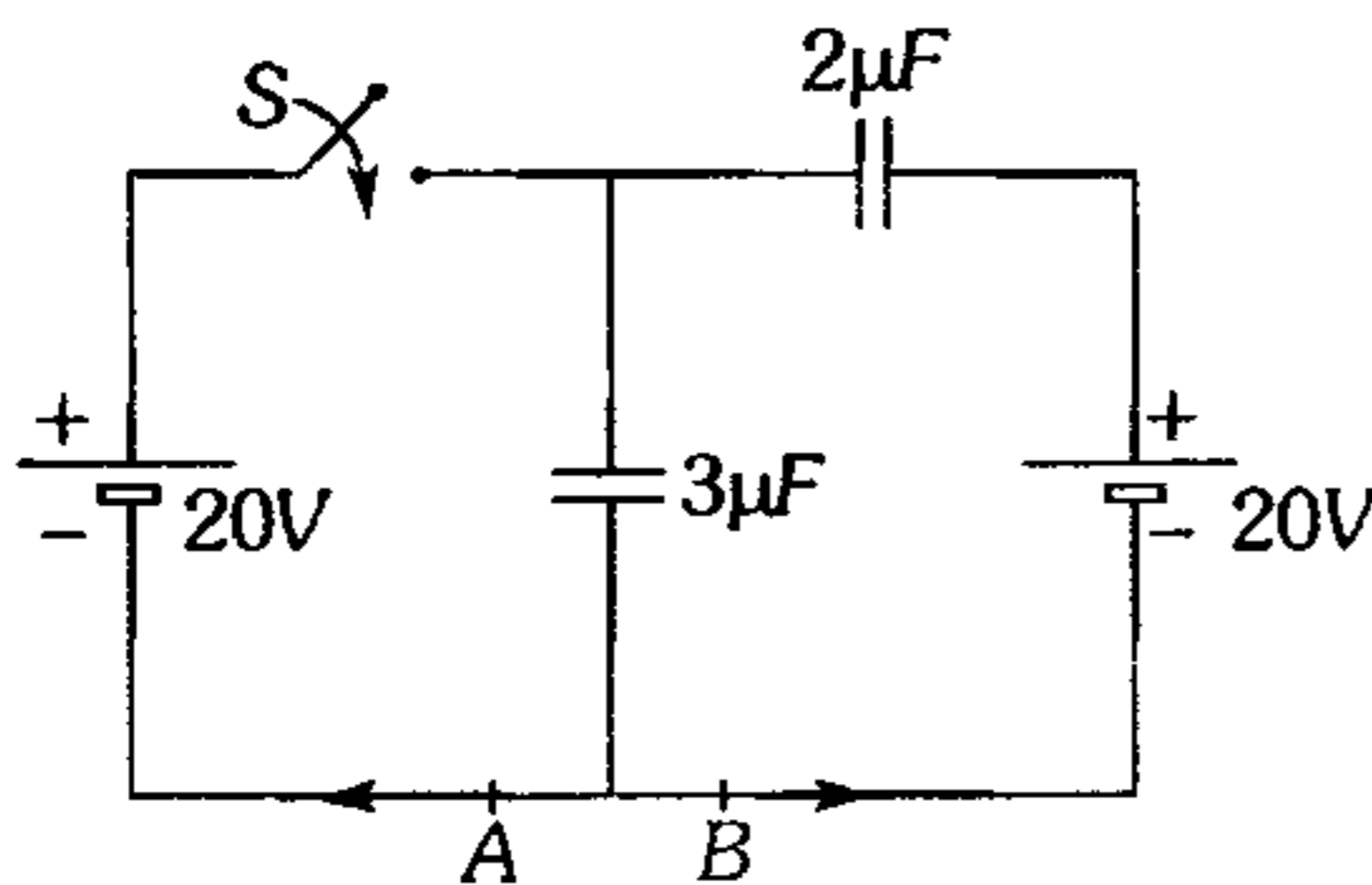
- A)  $\frac{Q^2 h}{2dC}$       B)  $-\frac{Q^2 h}{2dC}$       C)  $\frac{Qh}{2dC^2}$
- D)  $-\frac{Q^2}{2C}$       E)  $-\frac{QCh}{2d}$

657. Calcule el trabajo necesario para introducir una placa dieléctrica de constante  $\epsilon = 7$  en uno de los capacitores de igual capacidad  $C = 0,1\mu\text{F}$ . (El dieléctrico ocupa toda la región entre las armaduras del capacitor).

- A)  $22,5\ \mu\text{J}$
- B)  $20\ \mu\text{J}$
- C)  $18,75\ \mu\text{J}$
- D)  $9,25\ \mu\text{J}$
- E)  $4,45\ \mu\text{J}$



658. ¿Qué cargas circularán después de cerrar el interruptor  $S$  a través de las secciones  $A$  y  $B$  en los sentidos marcados por las flechas?



- A)  $60\ \mu\text{C}$  y  $24\ \mu\text{C}$
- B)  $30\ \mu\text{C}$  y  $-12\ \mu\text{C}$
- C)  $30\ \mu\text{C}$  y  $-36\ \mu\text{C}$
- D)  $60\ \mu\text{C}$  y  $-24\ \mu\text{C}$
- E)  $-60\ \mu\text{C}$  y  $24\ \mu\text{C}$

659. A las armaduras de un capacitor plano con dieléctrico se les comunica con un generador una diferencia de potencial y almacena  $0,02\ \text{mJ}$ . Luego desconectamos el capacitor de la fuente y retiramos el dieléctrico, de modo que hacemos  $0,05\ \text{mJ}$  de trabajo para vencer el campo eléctrico. Halle el valor de la constante dieléctrica del aislante.

- A) 1,5      B) 2,0      C) 2,5
- D) 3,0      E) 3,5

660. Un capacitor de  $10\ \mu\text{F}$  se cargó con una batería de  $90\ \text{V}$  y se le conecta luego a un capacitor descargado de  $5\ \mu\text{F}$  de capacidad. Después el capacitor de  $5\ \mu\text{F}$  se desconecta de dicho capacitor y se vuelve a unir, pero ahora se conectan entre sí las placas de diferente signo de los mismos capacitores. Halle la diferencia de potencial en estas condiciones.

- A)  $8\ \text{v}$       B)  $10\ \text{v}$       C)  $15\ \text{v}$
- D)  $20\ \text{v}$       E)  $30\ \text{v}$

### Electrodinámica

661. Un anillo de radio  $R$  posee una carga por unidad de longitud  $\lambda$ . Si hacemos rotar al anillo con respecto a un eje perpendicular a él que pase por su centro con una rapidez angular constante  $\omega$ , calcule la intensidad de la corriente que se origina.

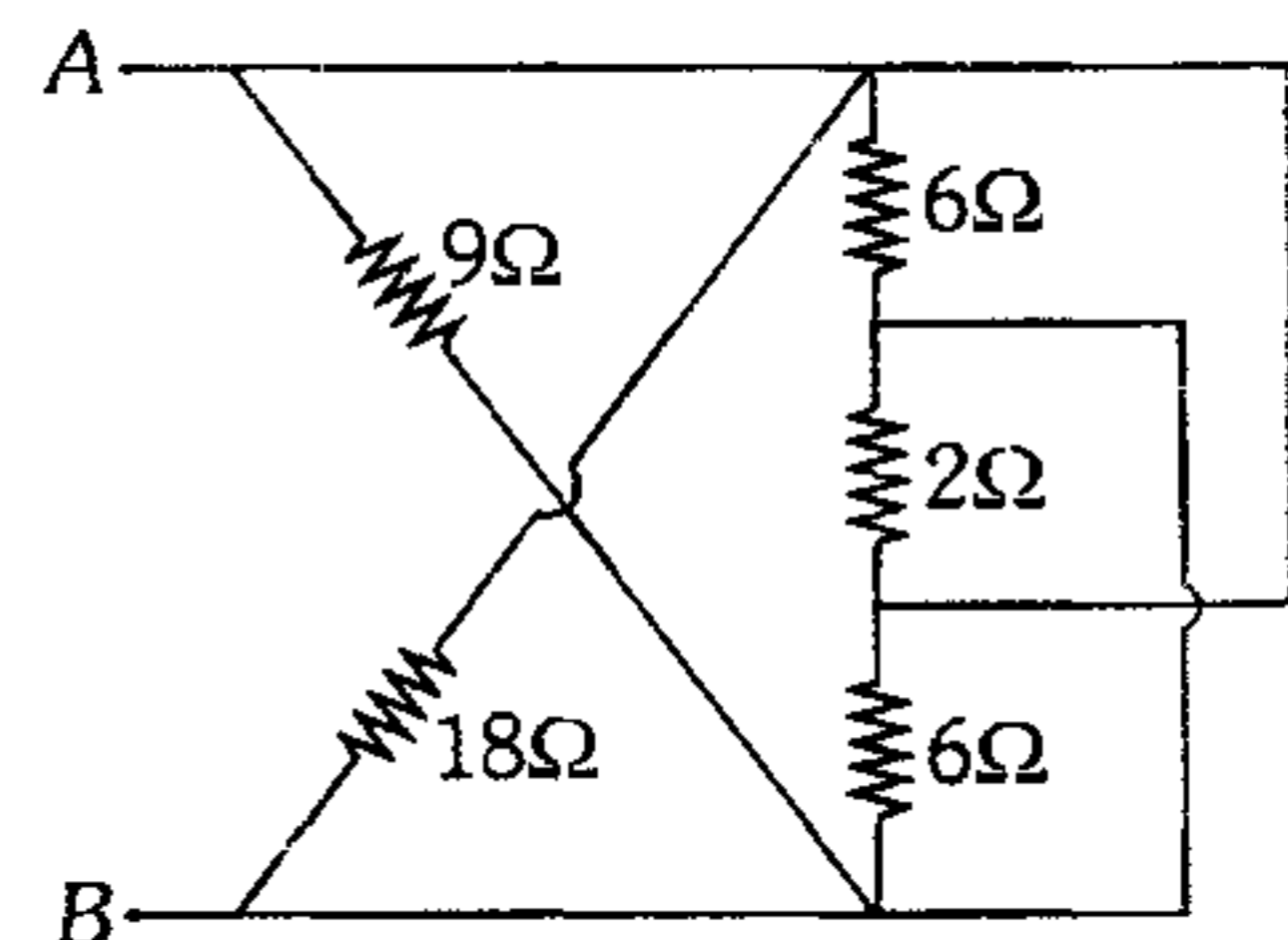
- A)  $\frac{\lambda R \omega}{2\pi}$       B)  $2\pi\lambda R \omega$       C)  $\lambda R \omega$
- D)  $\pi\lambda R \omega$       E)  $\frac{\lambda R \omega}{\pi}$

662. Un conductor grueso y rectilíneo de resistencia  $R$  es cortado longitudinalmente en  $n$  partes iguales. Si estas partes se conectan en serie ¿a qué es igual la resistencia equivalente de la nueva conexión?

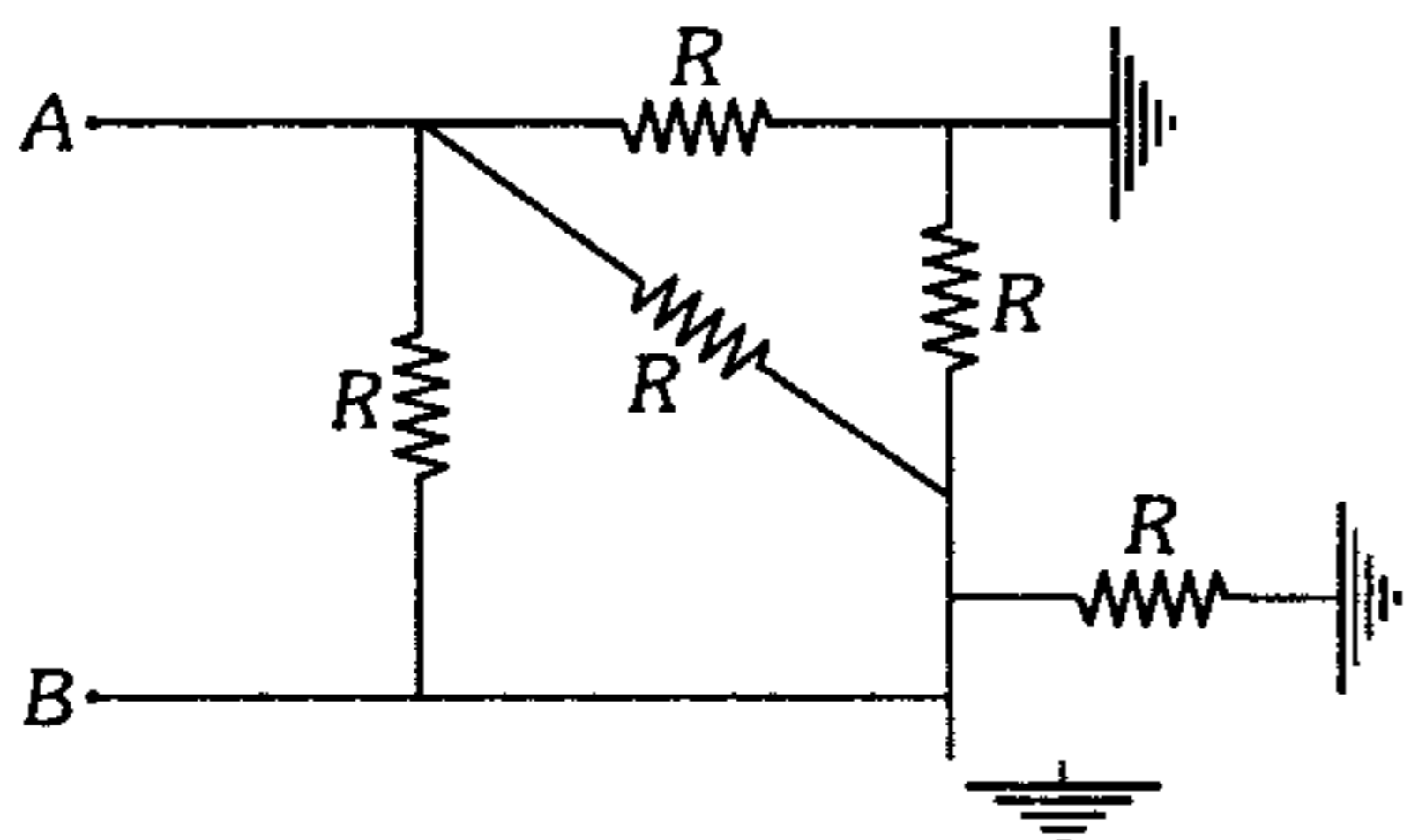
- A)  $R$       B)  $nR$       C)  $\frac{R}{n}$
- D)  $n^2R$       E)  $\frac{R}{n^2}$

663. Halle la resistencia equivalente entre  $A$  y  $B$ .

- A)  $1\ \Omega$
- B)  $2\ \Omega$
- C)  $3\ \Omega$
- D)  $4\ \Omega$
- E)  $5\ \Omega$

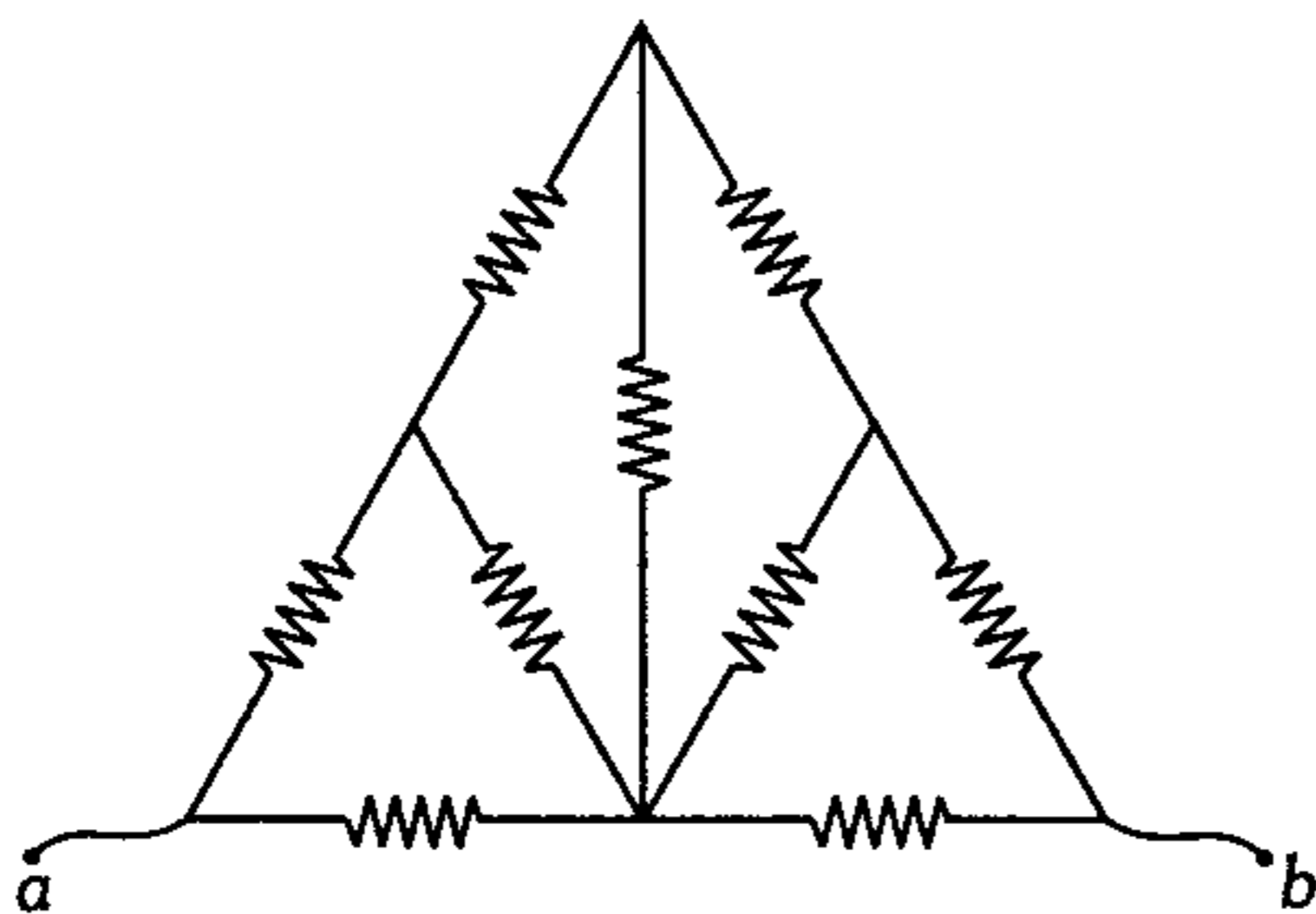


664. Para el circuito mostrado, determine el valor de la resistencia que lo reemplaza entre A y B. ( $R = 12\Omega$ ).



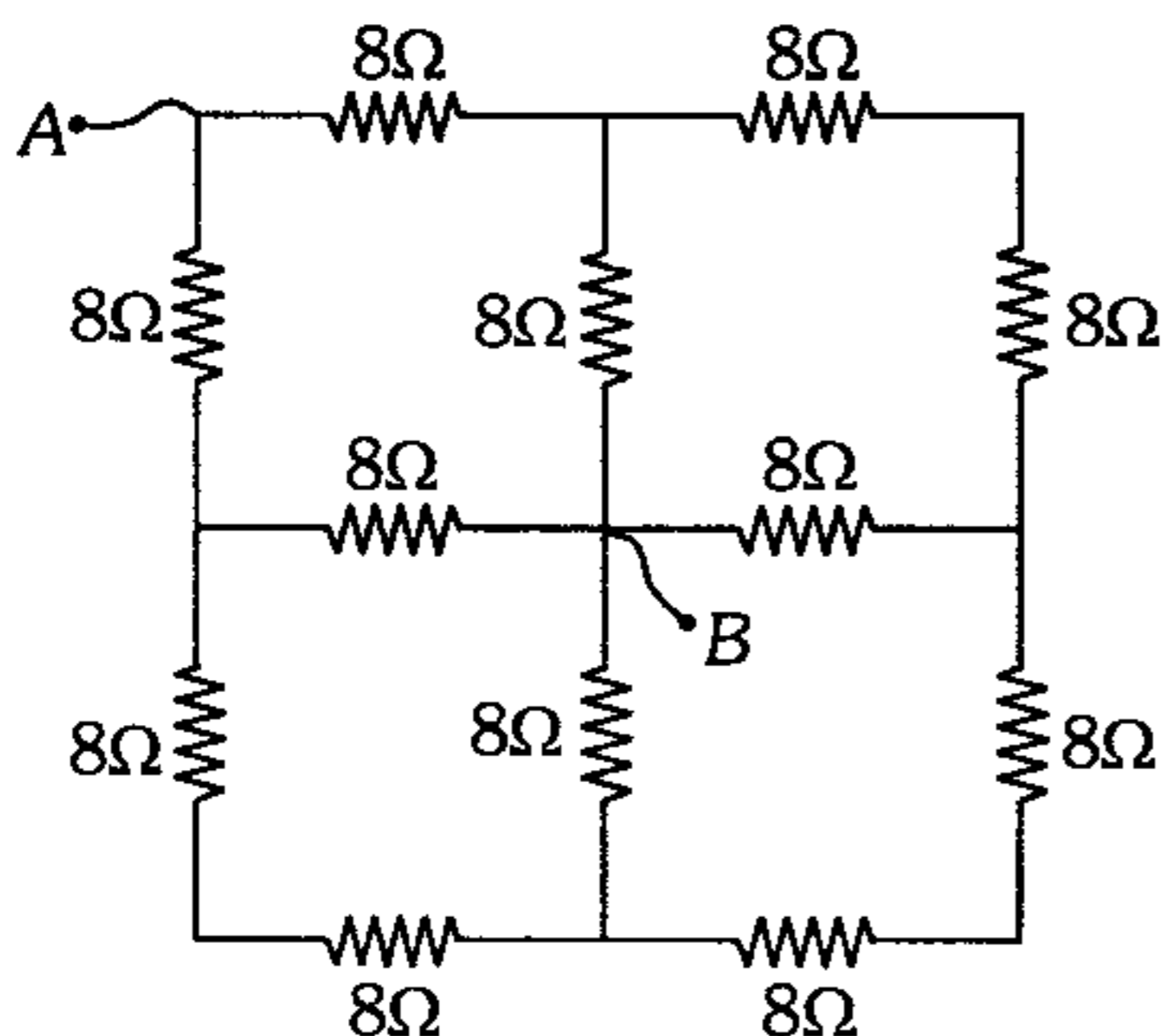
- A)  $2\Omega$       B)  $4\Omega$       C)  $6\Omega$   
 D)  $8\Omega$       E)  $12\Omega$

665. Calcule la resistencia equivalente entre los bornes a y b, si se sabe que todas las resistencias son iguales a  $10\Omega$ .



- A)  $4\Omega$       B)  $6\Omega$       C)  $8\Omega$   
 D)  $10\Omega$       E)  $12\Omega$

666. Halle la resistencia equivalente entre los bornes A y B.



- A)  $8\Omega$       B)  $16\Omega$       C)  $24\Omega$   
 D)  $7\Omega$       E)  $12\Omega$

667. En el interior de un conductor cuya sección transversal es de área  $A$  y resistividad  $\rho$ , se establece un campo eléctrico variable, donde su intensidad depende del tiempo según  $E = Kt$  ( $t$  en segundos). Determine el número de electrones que atraviesa la sección transversal del conductor hasta  $t = T$ . ( $q_e$ : cantidad de carga del electrón)

A)  $\frac{KAT^2}{2|q_e|\rho}$       B)  $\frac{KAT^2}{|q_e|\rho}$       C)  $\frac{KAT}{|q_e|\rho}$   
 D)  $\frac{K\rho T^2}{A|q_e|}$       E)  $\frac{K\rho T^2}{2A|q_e|}$

668. A los terminales de una batería se coloca un alambre de longitud  $L$  y sección transversal  $S$  de manera que por él circulan  $9A$ . ¿Qué amperaje circulará si colocamos a la misma batería otro alambre de igual material pero de longitud  $2L$  y sección transversal  $S/3$ ?

- A)  $6A$       B)  $4A$       C)  $3A$   
 D)  $1,5A$       E)  $1A$

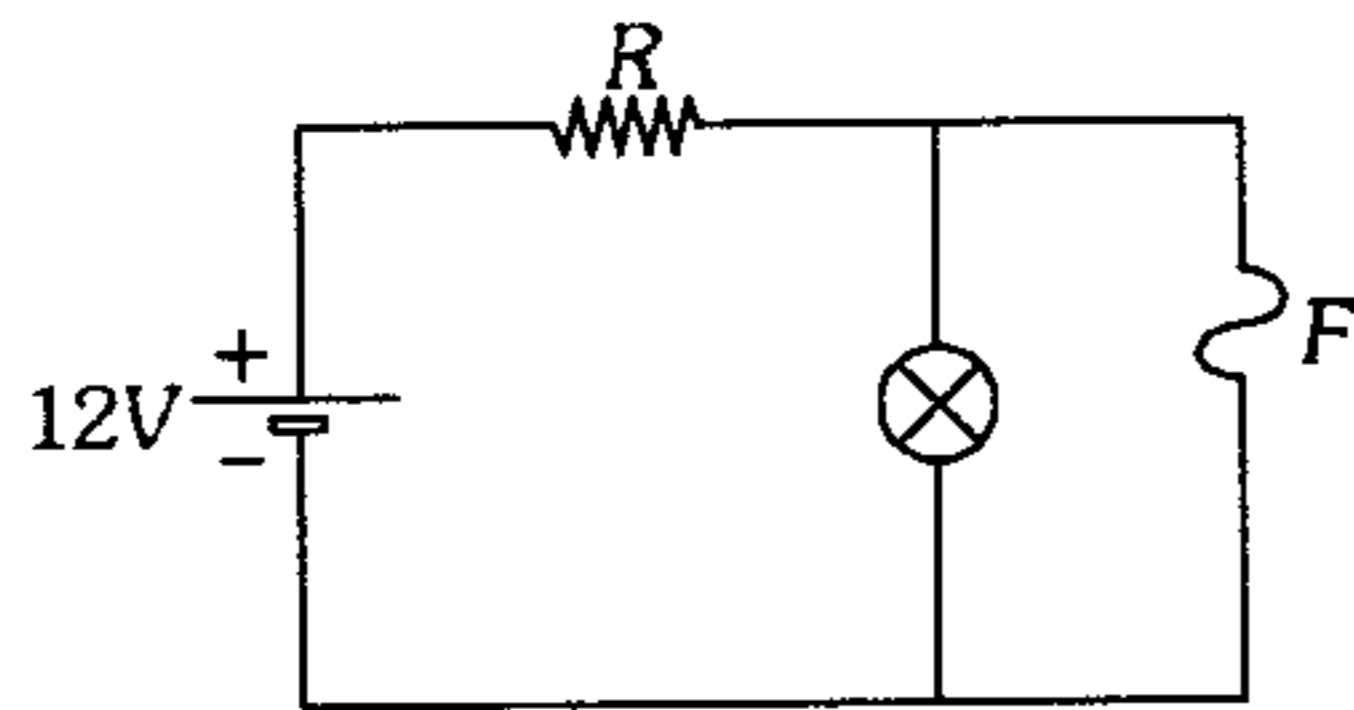
669. ¿Qué resistencia en shunt es necesario conectar a un galvanómetro con escala de 100 divisiones (una división de su escala es de  $1\mu A$ ) y resistencia interna de  $180\Omega$ , para que con su ayuda se pueda medir corrientes hasta de  $1mA$ ?

- A)  $5\Omega$       B)  $10\Omega$       C)  $15\Omega$   
 D)  $20\Omega$       E)  $25\Omega$

670. Tres pilas iguales de resistencia eléctrica interna  $r$  se conectan en serie y a una resistencia externa. ¿Cómo se modifica la intensidad de la corriente eléctrica en la resistencia externa si cambiamos la polaridad de una de las pilas?

- A) Se duplica.  
 B) Se triplica.  
 C) Se reduce a la tercera parte.  
 D) Se reduce a la mitad.  
 E) No varía.

671. El fusible soporta como máximo hasta 4A. Calcule el valor mínimo de la resistencia  $R$  para que el foco pueda encenderse.



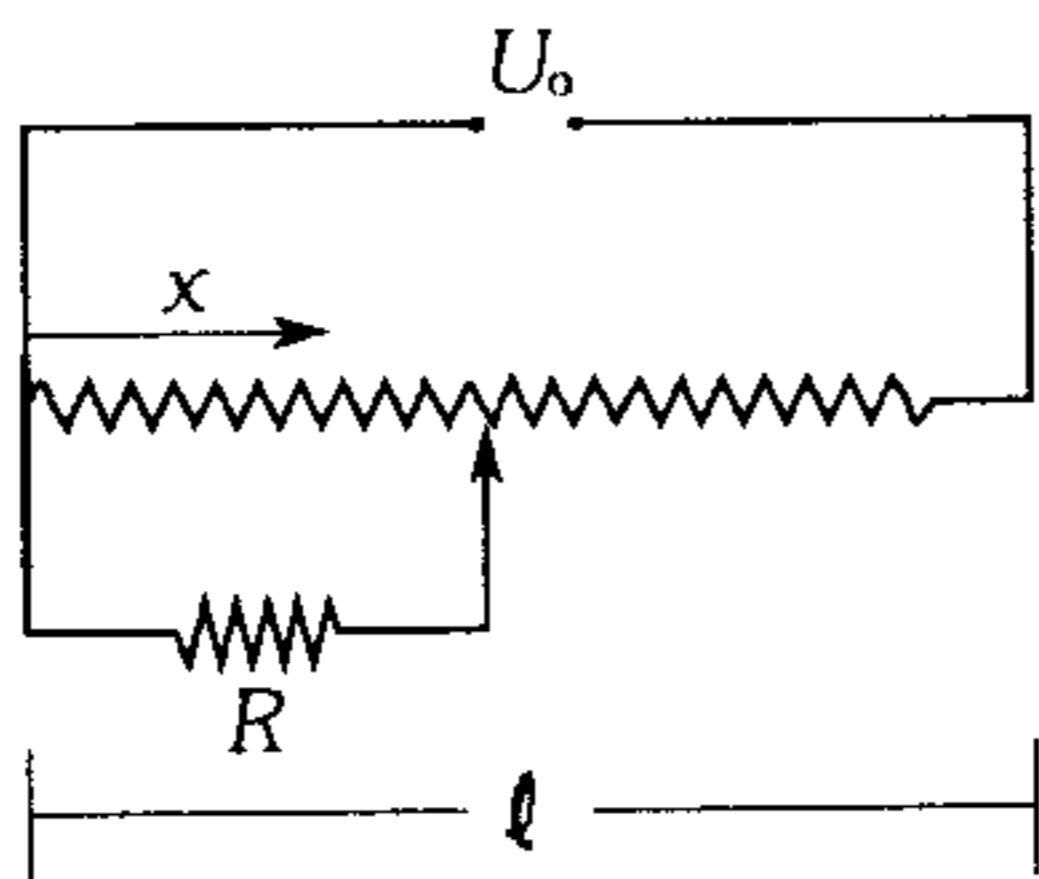
- A)  $1\ \Omega$       B)  $2\ \Omega$       C)  $3\ \Omega$   
 D)  $4\ \Omega$       E) No se enciende jamás

672. A una pila se conecta dos foquitos idénticos. ¿En qué caso se consume más rápido la pila, cuando los foquitos se conectan en serie o en paralelo? ¿Por qué?

- A) En serie, porque la resistencia es mayor.  
 B) En paralelo, porque la corriente es menor.  
 C) En serie, porque la corriente es menor.  
 D) En serie, porque la potencia consumida es mayor.  
 E) En paralelo, porque la potencia consumida es mayor.

673. La figura es un esquema de un potenciómetro, mediante el cual se puede medir la tensión  $U$ , que se aplica a un calentador de resistencia  $R$ , el potenciómetro tiene longitud  $\ell = 1\text{ m}$ , resistencia interna  $R_0$  y se encuentra bajo una tensión  $U_0$ . Determine en función de  $x$ , la tensión  $U$  tomada del calentador.

$(U_0 = 10\text{ V} ; R_0 = 20\ \Omega ; R = 50\ \Omega)$

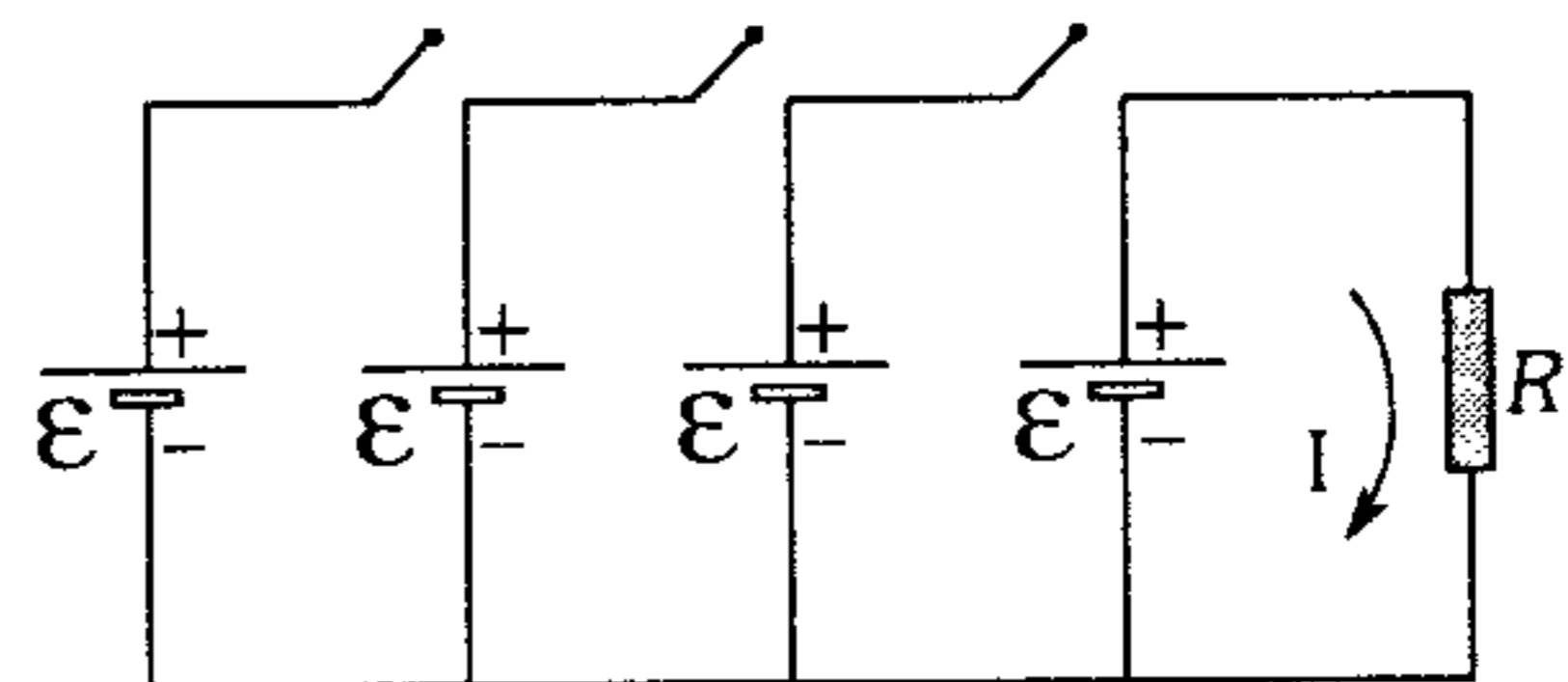


- A)  $\frac{50x}{(5 + 2x + x^2)}$       B)  $\frac{50x}{(5 + 2x - 2x^2)}$   
 C)  $\frac{50x}{(5 + x - x^2)}$   
 D)  $\frac{25x}{(5 + 2x + x^2)}$       E)  $\frac{35}{(5 + 2x - x^2)}$

674. Dos fuentes cuya f.e.m. son iguales, tienen diferentes resistencias internas  $R_1$  y  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) y están conectadas en serie. Halle la resistencia externa, con la cual la diferencia de potencial en los bornes de una de las fuentes se hace nula.

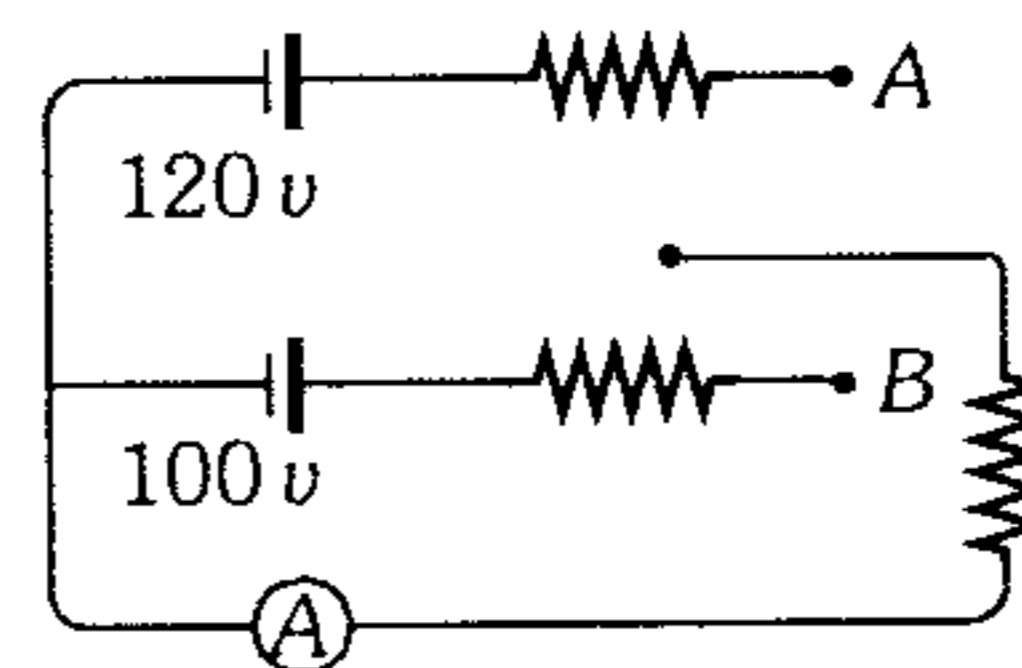
- A)  $R_1 + R_2$       B)  $3R_1 - R_2$       C)  $R_2 - R_1$   
 D)  $2R_2 - R_1$       E)  $2(R_1 - R_2)$

675. Del circuito que se indica, determine la gráfica correspondiente ( $I-t$ ), si los interruptores se cierran uno por uno de derecha a izquierda, con un intervalo de 10 s, luego se abren de izquierda a derecha de igual forma y así sucesivamente. (Las fuentes son ideales).



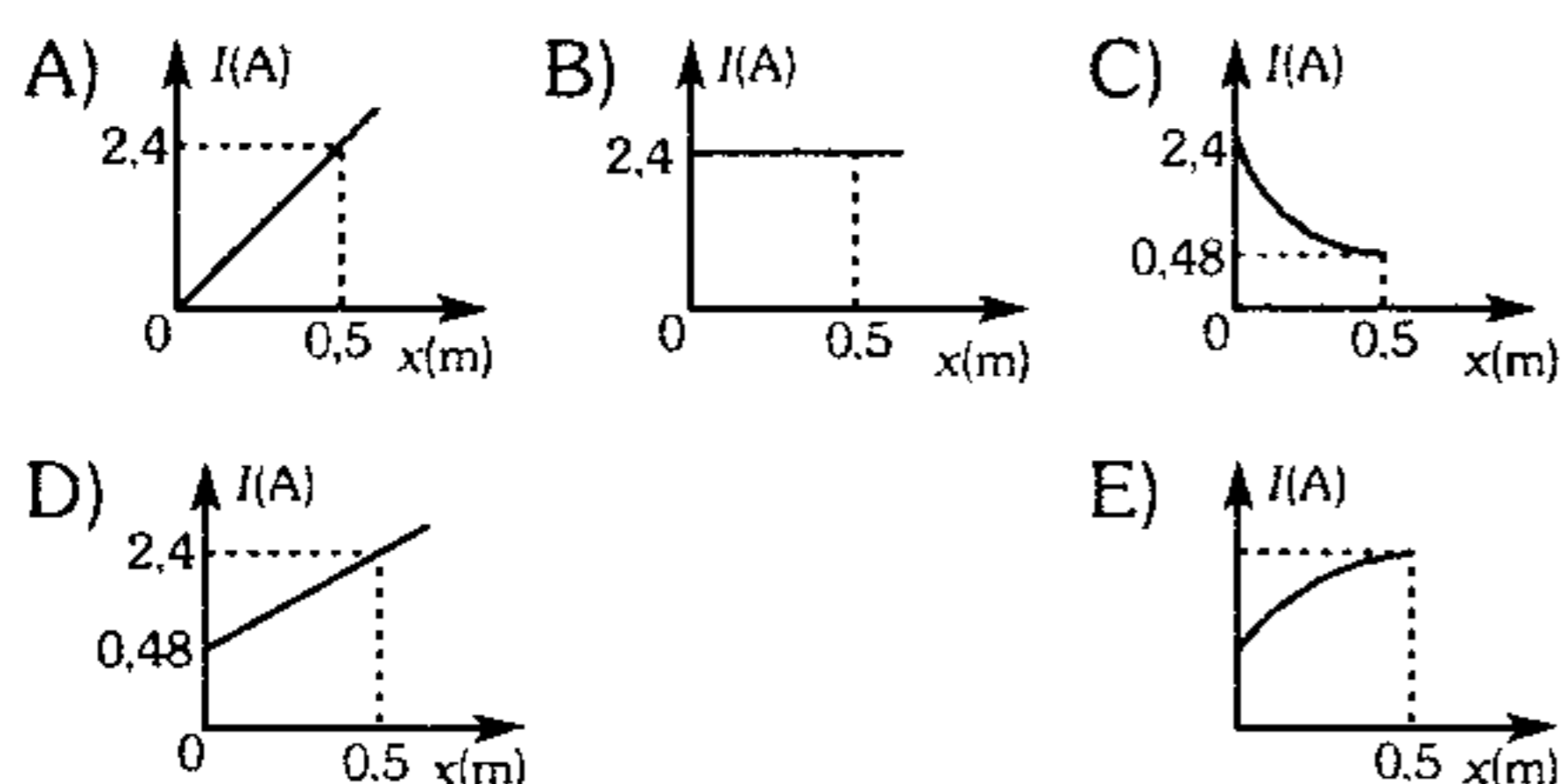
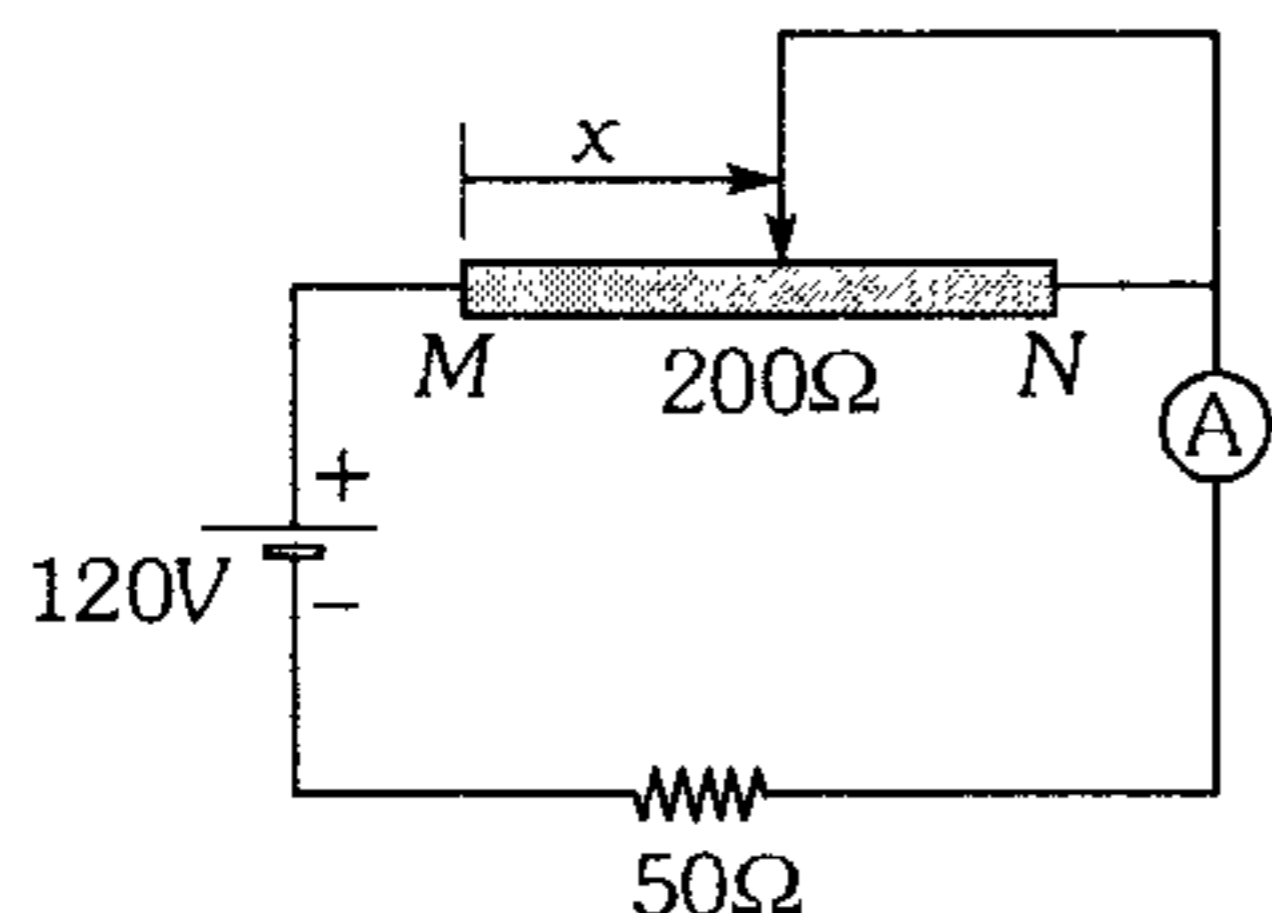
- A)      B)      C)   
 D)      E)

676. Si todos los resistores son de  $50\ \Omega$  y las fuentes ideales; ¿cómo varía la lectura en el amperímetro ideal al llevar el interruptor de A hasta B?



- A) Aumenta en 1,2 A  
 B) Disminuye en 1,2 A  
 C) Se mantiene  
 D) Aumenta en 0,2 A  
 E) Disminuye en 0,2 A

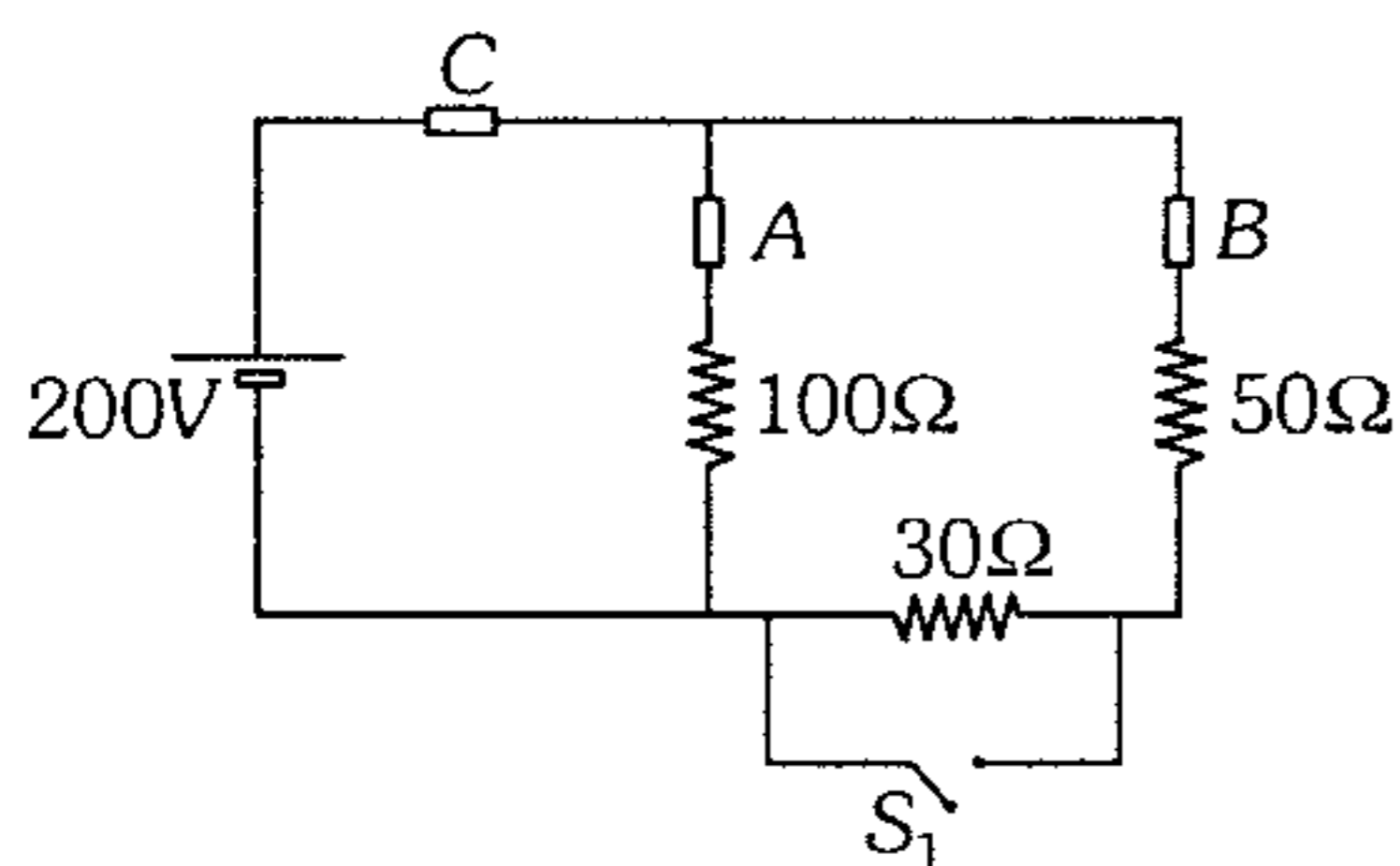
677. ¿Qué gráfica representa mejor la lectura del amperímetro ideal en función a  $x$ ? ( $MN=0,5$  m)



678. Un amperímetro y un voltímetro, ambos ideales, se conectan en serie a una fuente de 6 V de f.e.m. Si en paralelo al voltímetro se conecta cierta resistencia, entonces la indicación de éste disminuye a la mitad y la del amperímetro aumenta en 2 A. Halle la resistencia interna de la fuente.

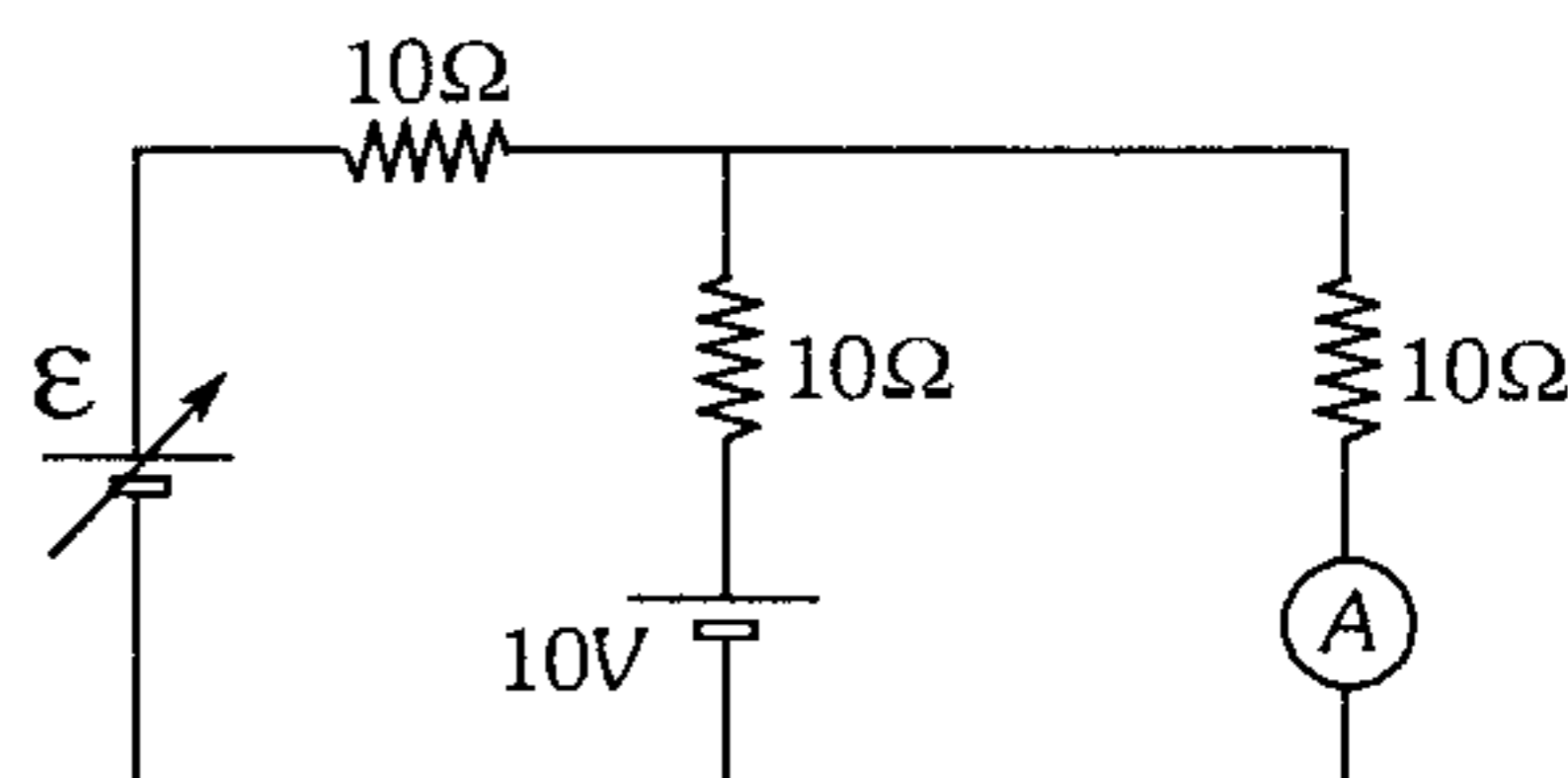
- A) 1 Ω      B) 1,5 Ω      C) 3 Ω  
D) 4 Ω      E) 6 Ω

679. En el circuito que se indica se tiene 3 fusibles A, B y C de intensidad de ruptura 3 A, 3 A y 6A respectivamente. ¿Qué sucede con los fusibles al cerrar el interruptor  $S_1$  (fusibles de resistencia eléctrica despreciable)?



- A) Funciona el fusible C  
B) Funciona el fusible B  
C) Funciona el fusible A  
D) Funcionan los fusibles B y C  
E) Funcionan los fusibles C y A

680. Si se quiere que pasen 4 A por el amperímetro ideal, ¿a qué voltaje se debe ajustar la fuente de voltaje variable? El rango de dicha fuente es de 10 a 50 voltios.

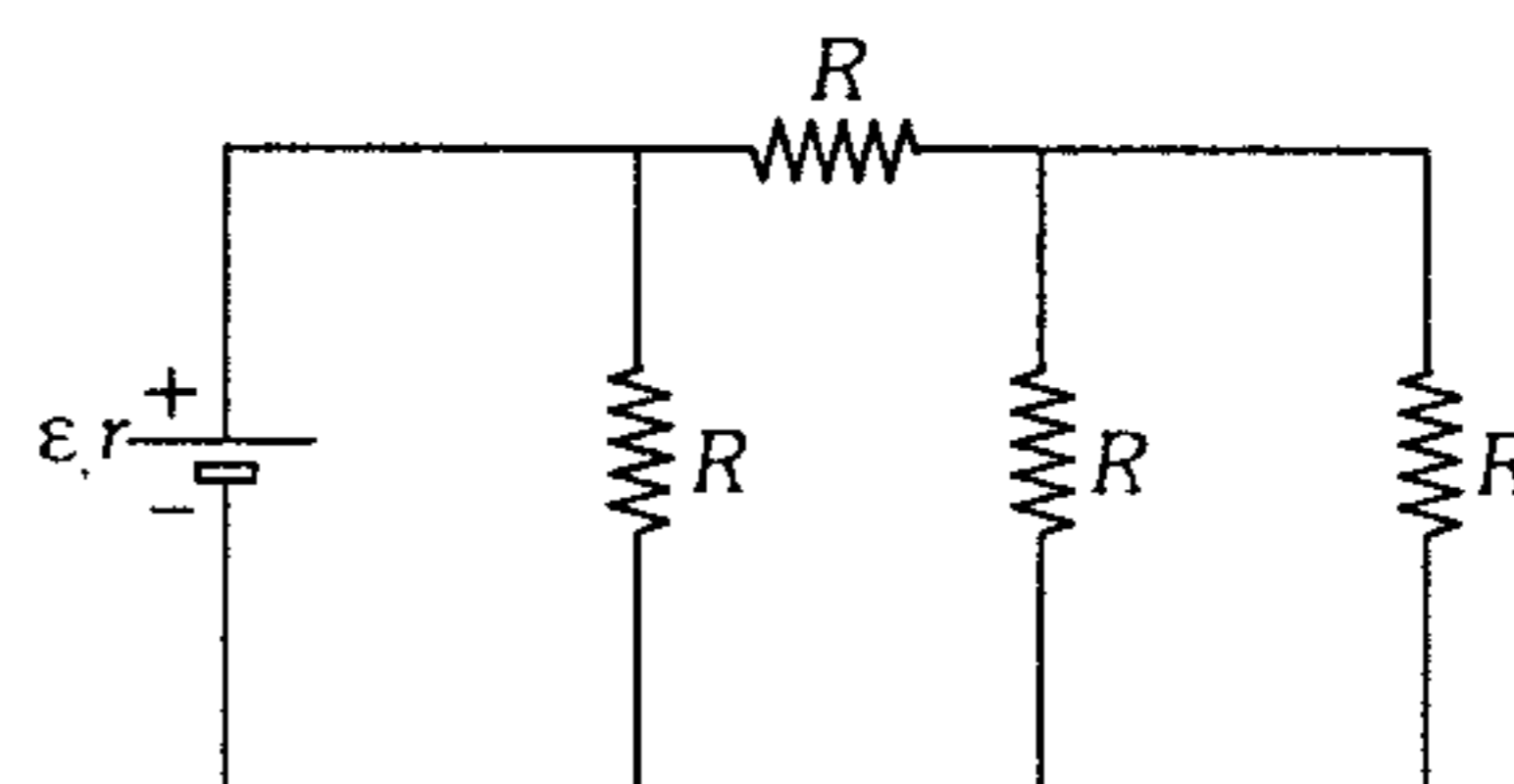


- A) 45 V      B) 50 V      C) 40 V  
D) 10 V      E) Ninguna

681. Se tiene dos pilas iguales con una f.e.m. de 2 V y una resistencia interna de 0,3Ω. ¿Cómo hay que unir estas pilas (en serie o en paralelo) para obtener la mayor intensidad de corriente si la resistencia exterior es igual a 0,2Ω? Indique dicha intensidad de corriente.

- A) En serie;  $I=5$  A  
B) En serie;  $I=5,7$  A  
C) En paralelo;  $I=5,7$  A  
D) En paralelo;  $I=5$  A  
E) En serie;  $I=6$  A

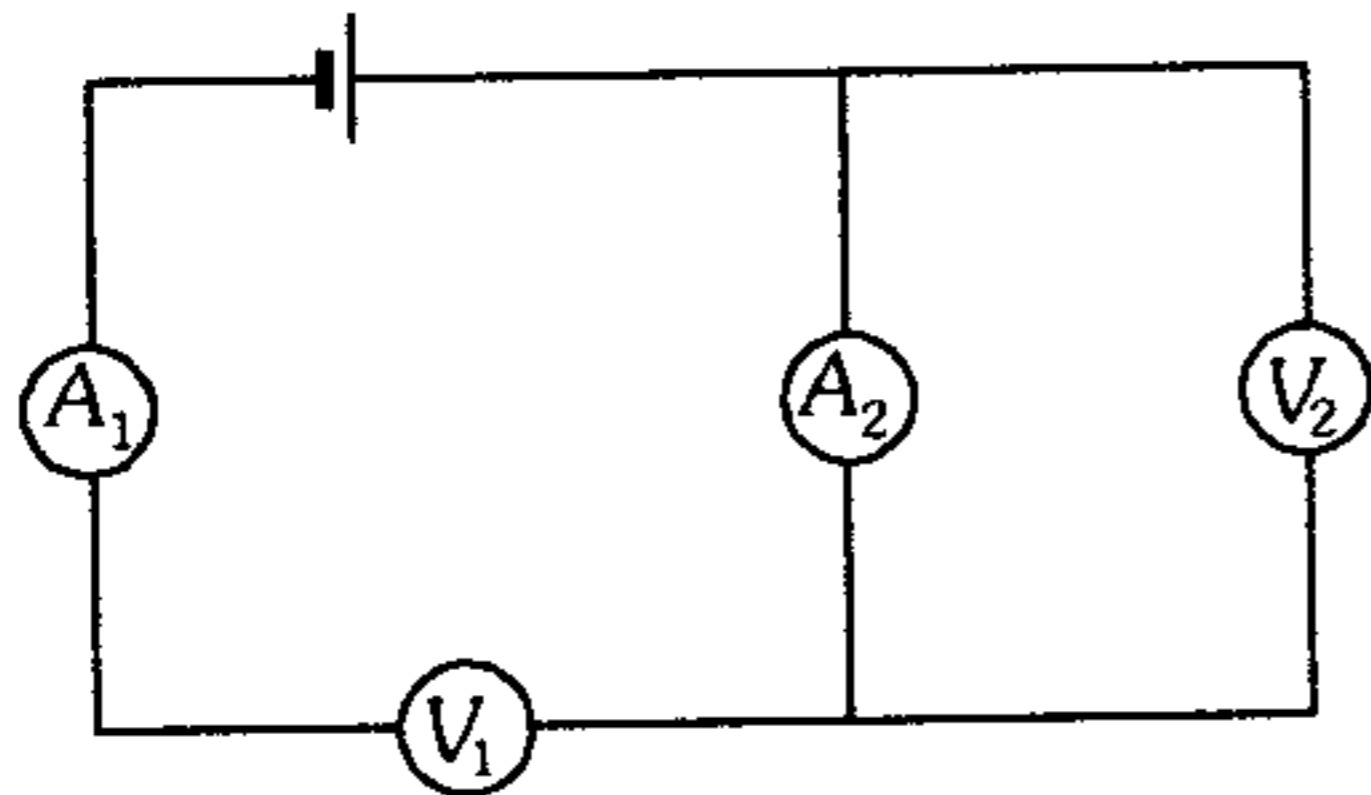
682. En el circuito eléctrico, el rendimiento de la fuente de tensión es 50%. Si  $\epsilon=100$  V y  $r=6$  Ω, determine el valor de la resistencia R.



- A) 15 Ω      B) 20 Ω      C) 10 Ω  
D) 12 Ω      E) 18 Ω

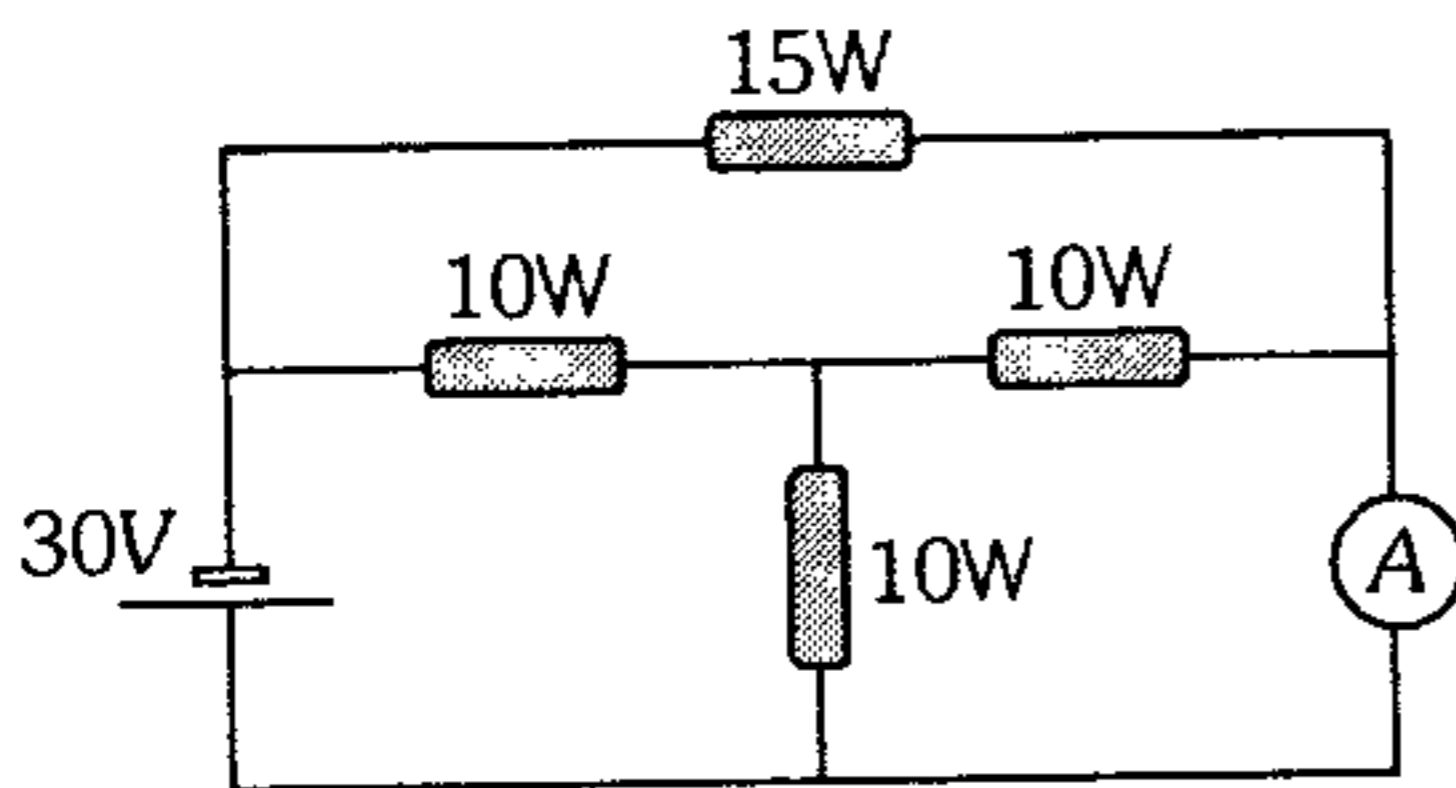


683. En el circuito están conectados dos microamperímetros y dos voltímetros iguales. Las indicaciones de los microamperímetros son  $I_1 = 100 \mu A$ ;  $I_2 = 99 \mu A$  respectivamente y la del voltímetro  $V_1 = 10 V$ . Halle la lectura del voltímetro  $V_2$ .



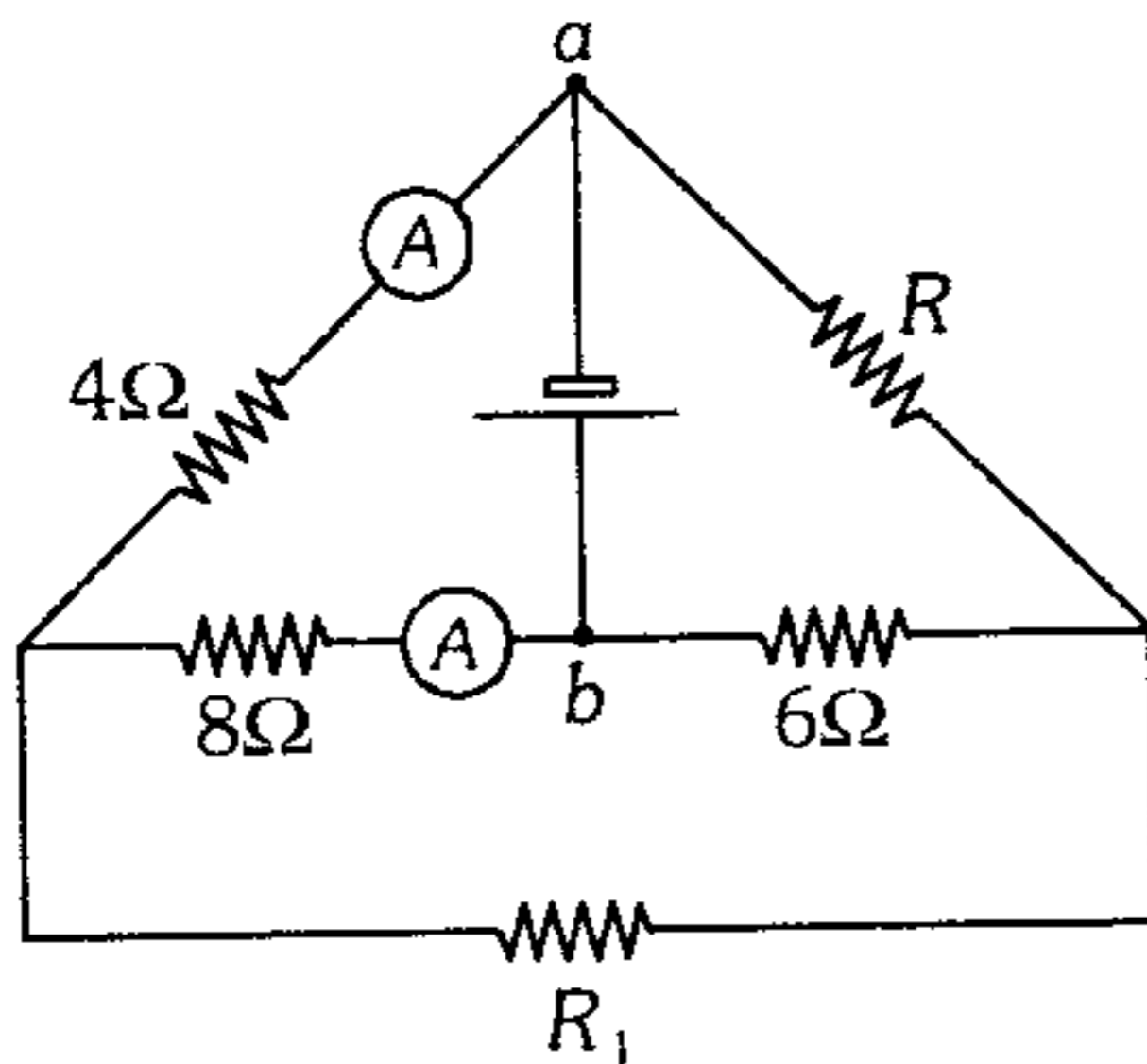
- A) 0,1 V    B) 0,2 V    C) 0,3 V  
D) 0,5 V    E) 1 V

684. Determine la lectura del amperímetro ideal en el circuito que se muestra, si la fuente es ideal.



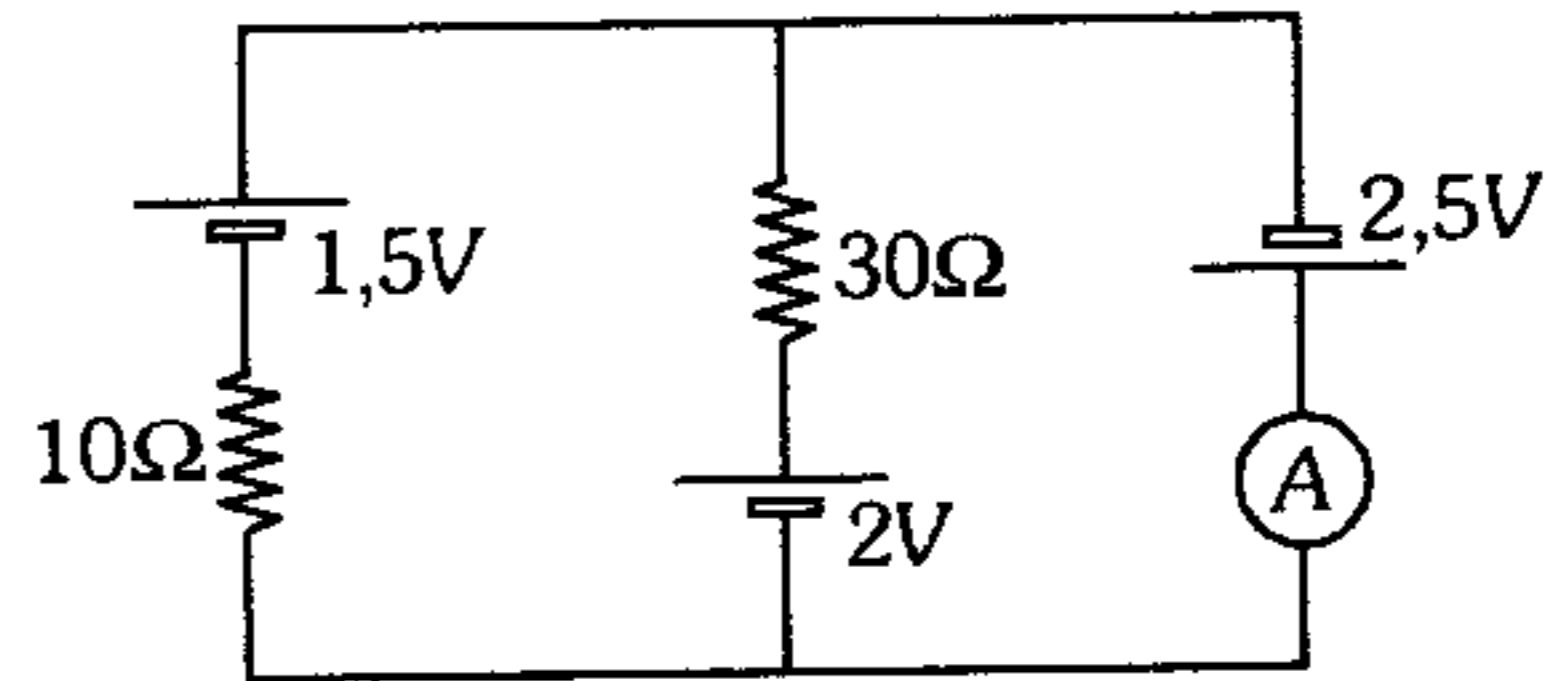
- A) 2 A    B) 1 A    C) 3 A  
D) 4 A    E) 0,5 A

685. Halle la resistencia equivalente entre  $a$  y  $b$  si los amperímetros ideales dan la misma lectura.



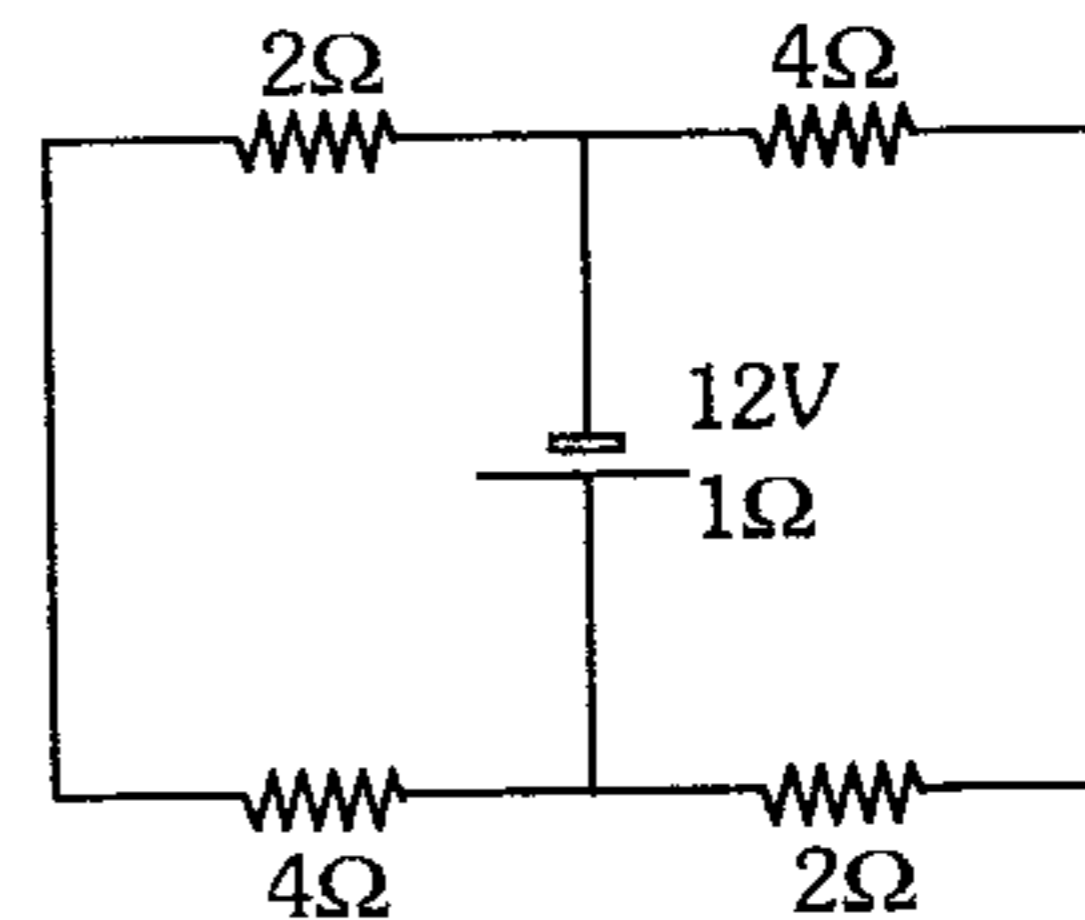
- A)  $\frac{24}{7} \Omega$     B)  $\frac{72}{10} \Omega$     C) 21Ω  
D)  $\frac{36}{7} \Omega$     E)  $\frac{15}{7} \Omega$

686. Halle la lectura del amperímetro ideal, si las fuentes son ideales.



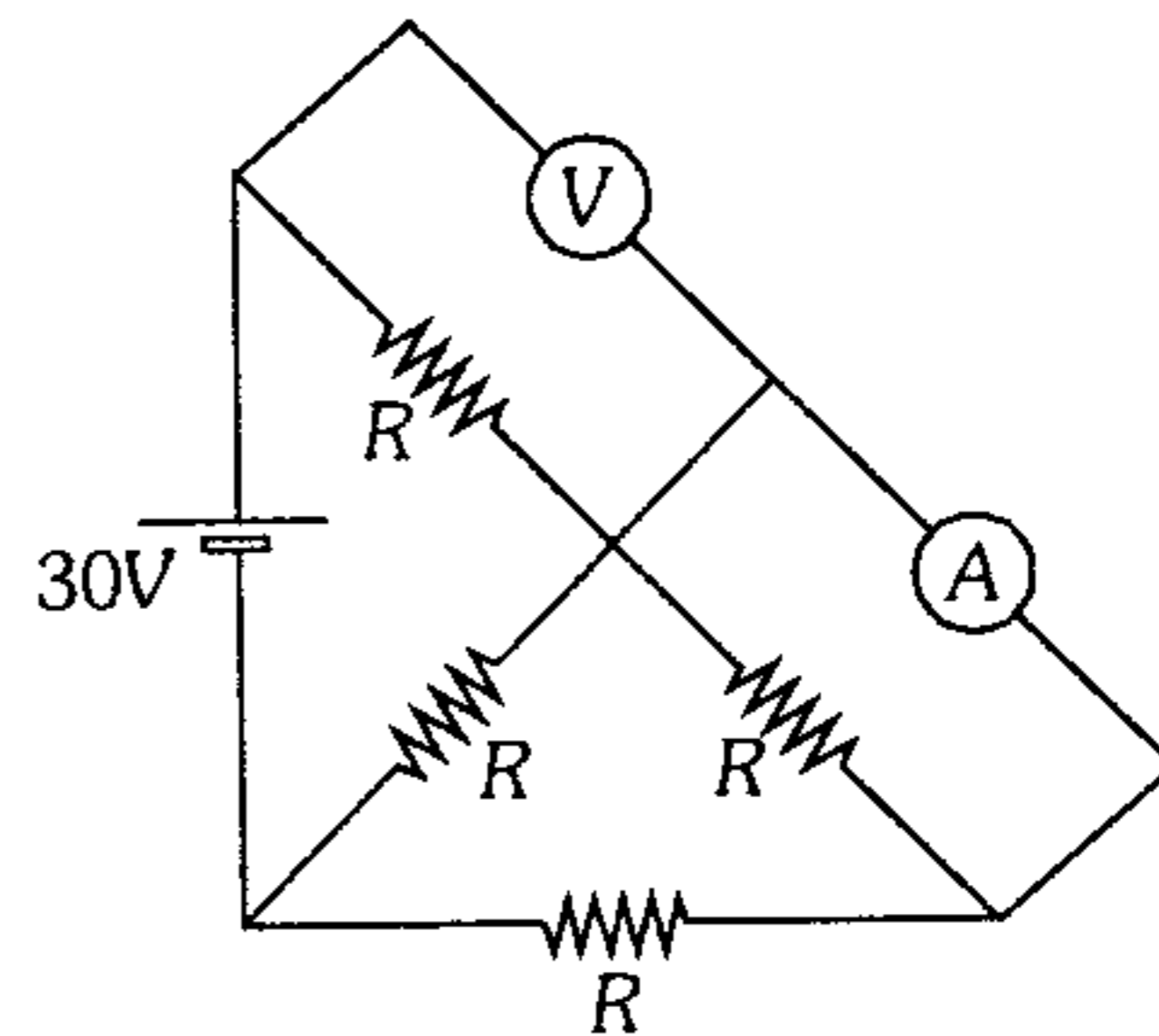
- A) 0,25 A    B) 0,35 A    C) 0,55 A  
D) 0,19 A    E) 0,6 A

687. Calcule el rendimiento de la fuente cuya f.e.m. es 12 V.



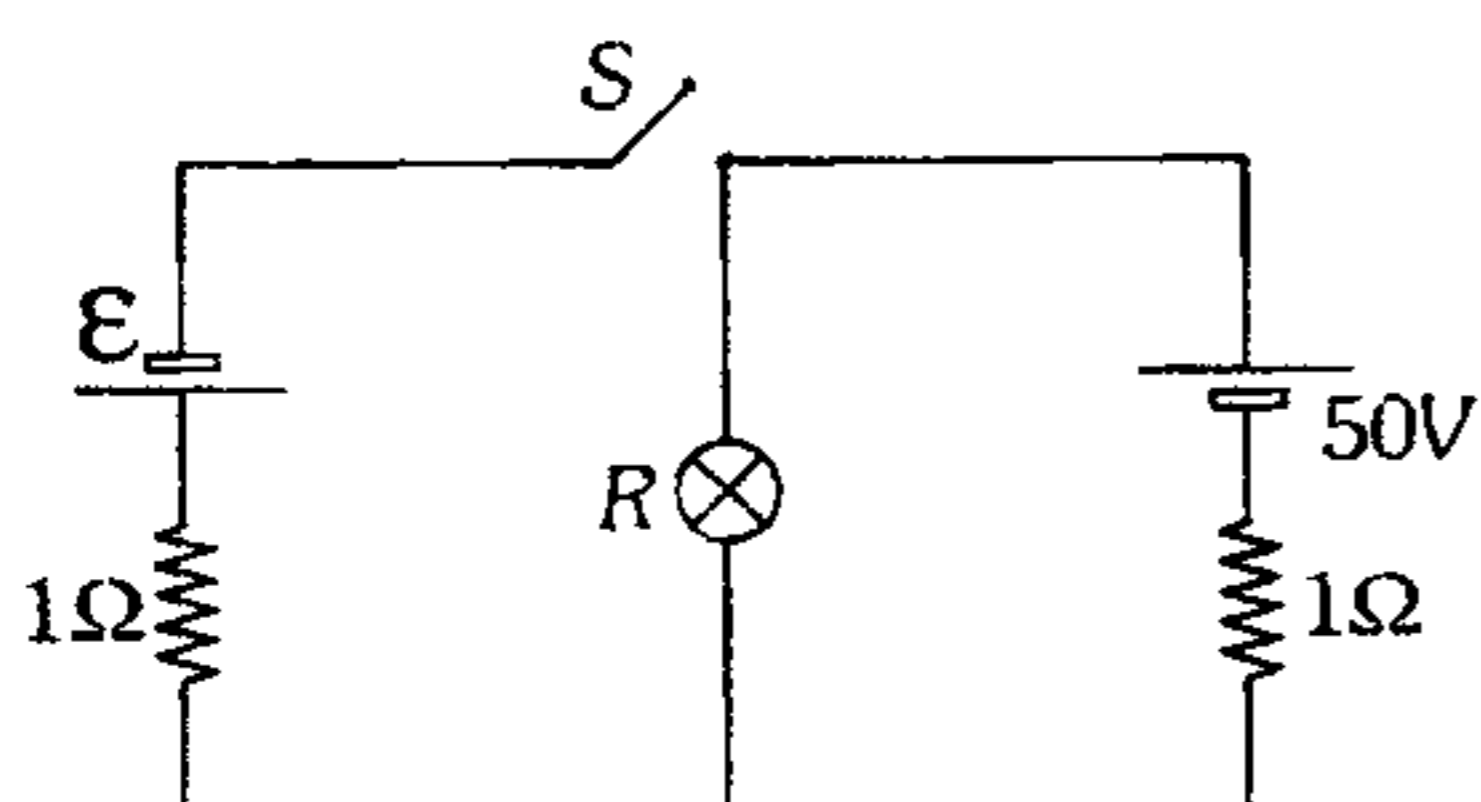
- A) 50%    B) 60%    C) 70%  
D) 75%    E) 10%

688. Del circuito mostrado, determine cuánto marca el voltímetro y amperímetro si ambos se consideran ideales. ( $R = 2 \Omega$ )



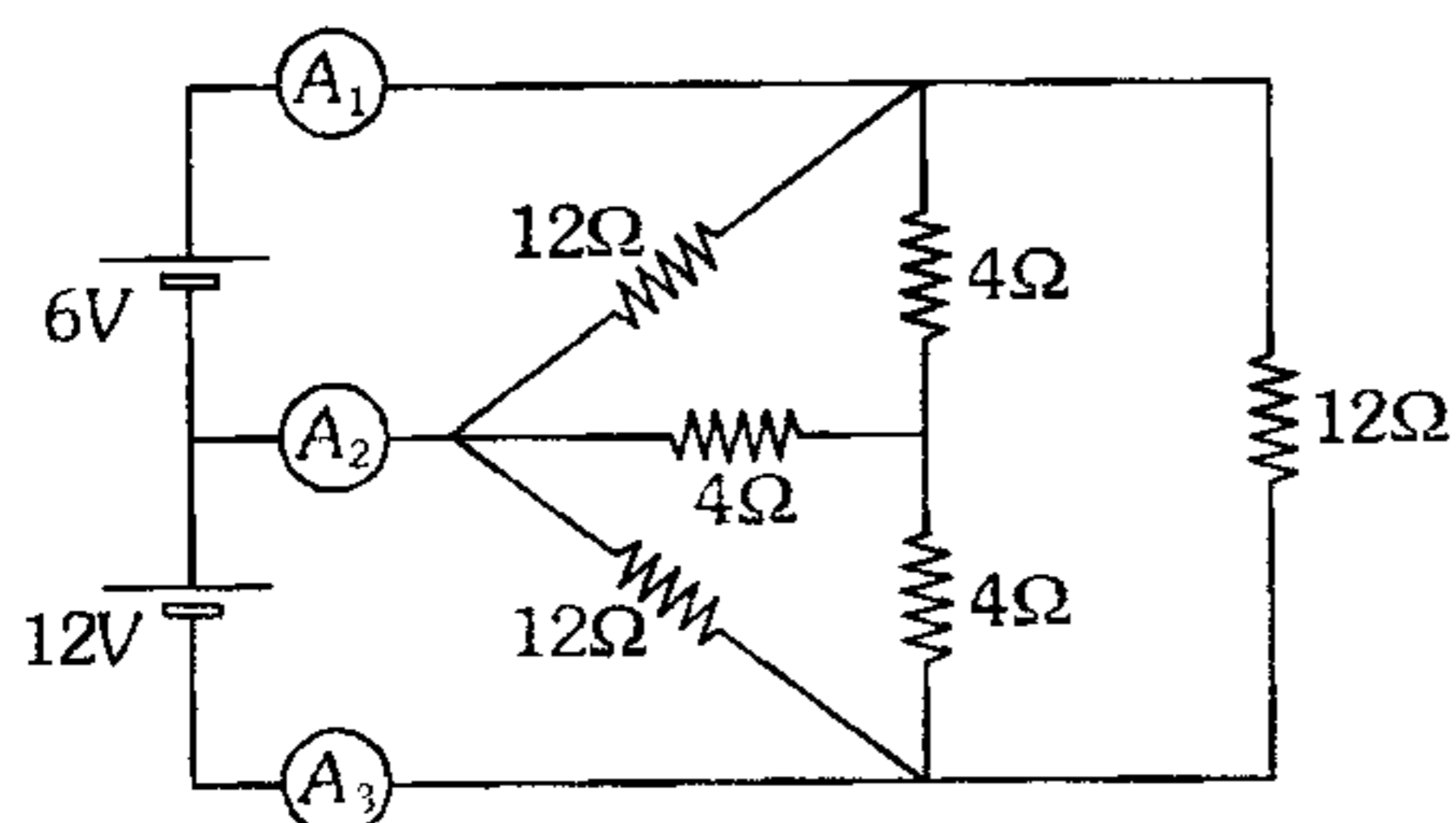
- A) 10 V ; 3 A    B) 20 V ; 5 A  
C) 10 V ; 5 A    D) 20 V ; 3 A  
E) 10 V ; 8 A

689. Determine  $\varepsilon$ , si al cerrar el interruptor sólo se invierte el sentido de la corriente que pasa por  $R = 9\Omega$ .



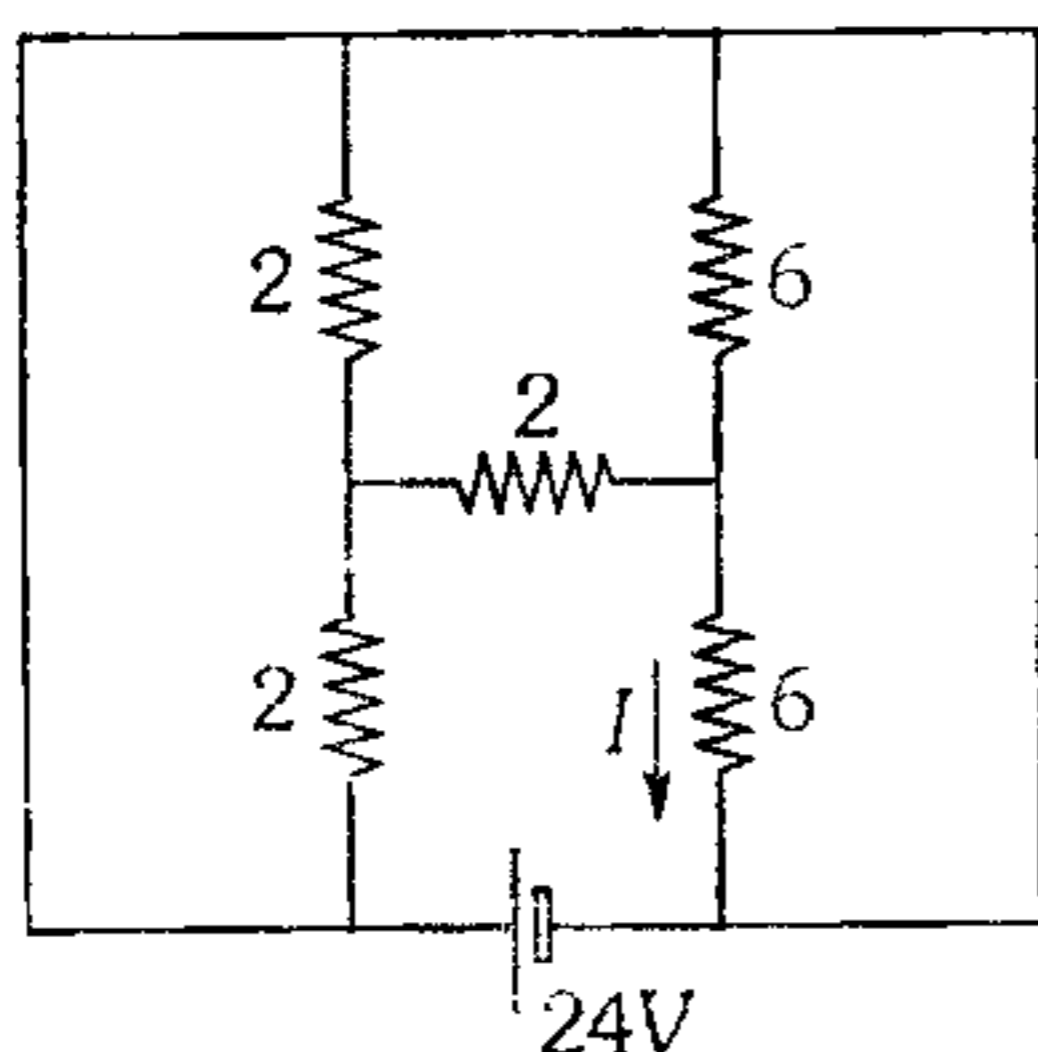
- A) 50 V    B) 100 V    C) 145 V  
D) 150 V    E) 200 V

690. Determine cuánto registran los amperímetros 1, 2 y 3 respectivamente.



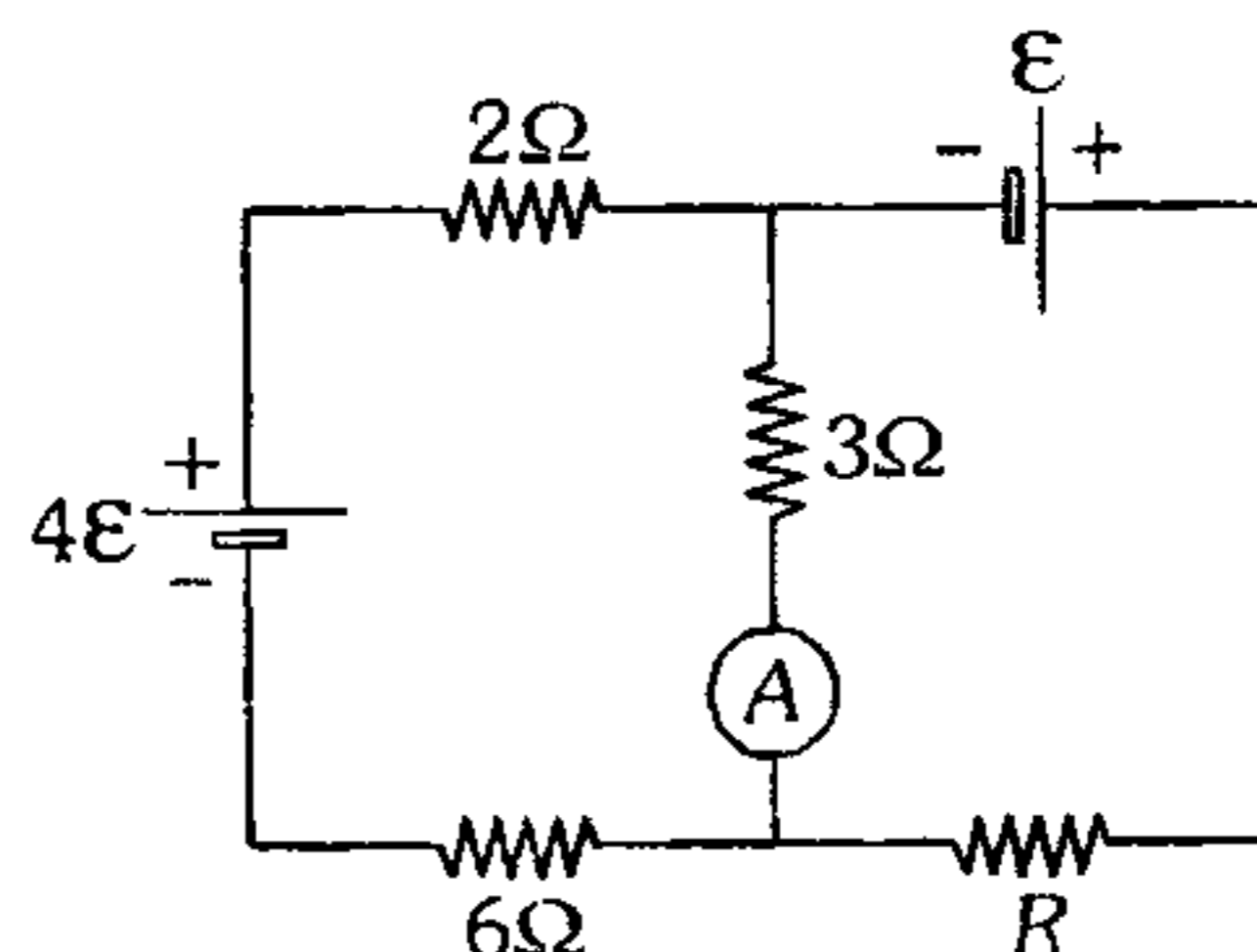
- A) 1 A ; 2 A ; 3 A    B) 4 A ; 2 A ; 5 A  
C) 3 A ; 3 A ; 3 A  
D) 4 A ; 1 A ; 5 A    E) 3 A ; 2 A ; 1 A

691. En el circuito mostrado, determine  $I$ , si todas las resistencias están en ohmios.



- A) 1 A    B) 2 A    C) 3 A  
D) 4 A    E) 5 A

692. Si el amperímetro cuya resistencia interna es  $r$  indica cero, halle  $R$ .



- A) 1 Ω    B) 2 Ω    C) 3 Ω  
D) 4 Ω    E) 5 Ω

693. Determine el rendimiento de una fuente cuya f.e.m. es  $\varepsilon$  y su resistencia interna  $r$ , cuando es conectado a una resistencia exterior  $R$ .

- A)  $\frac{r}{R}$     B)  $\frac{(r+R)}{r}$     C)  $\frac{r}{(R+r)}$   
D)  $\frac{R}{(R+r)}$     E)  $\frac{R-r}{R+r}$

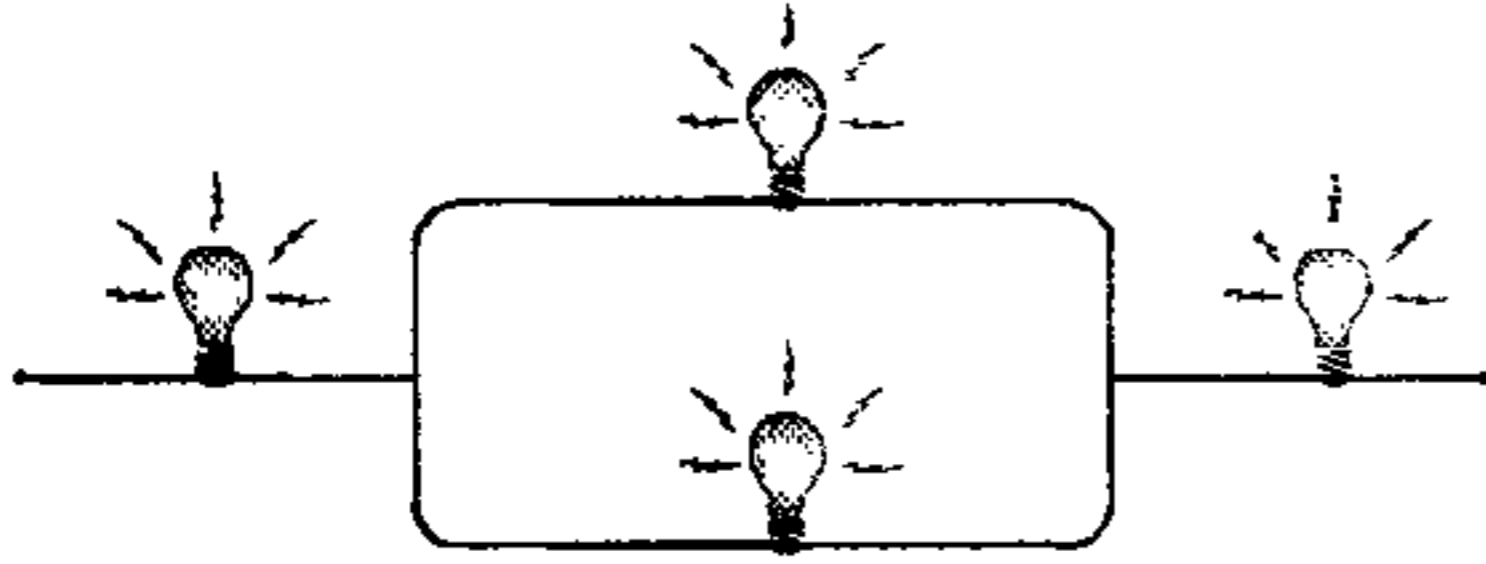
694. En el interior de un conductor cuya resistividad eléctrica es  $p$  y área de la sección transversal  $A$ , se establece un campo eléctrico homogéneo, cuya intensidad es  $\vec{E}$ . Determine la potencia disipada por el conductor, en cada unidad de longitud.

- A)  $\frac{p^2 \cdot A}{E}$     B)  $\frac{p \cdot A}{E}$     C)  $E \cdot A$   
D)  $\frac{E \cdot A}{p}$     E)  $\frac{E^2 \cdot A}{p}$

695. Dos lámparas cuyas especificaciones técnicas son 60 W–120 V y 40 W–120 V respectivamente, están conectadas en serie a una línea de 120 V. ¿Qué potencia se disipa en las dos lámparas, en estas condiciones?

- A) 100 W    B) 24 W    C) 144 W  
D) 12 W    E) 160 W

696. Cuatro bombillas idénticas se conectan tal como se muestra. Determine la máxima potencia que podría disipar el sistema si se sabe que cada bombilla individualmente puede disipar como máximo 18 W.

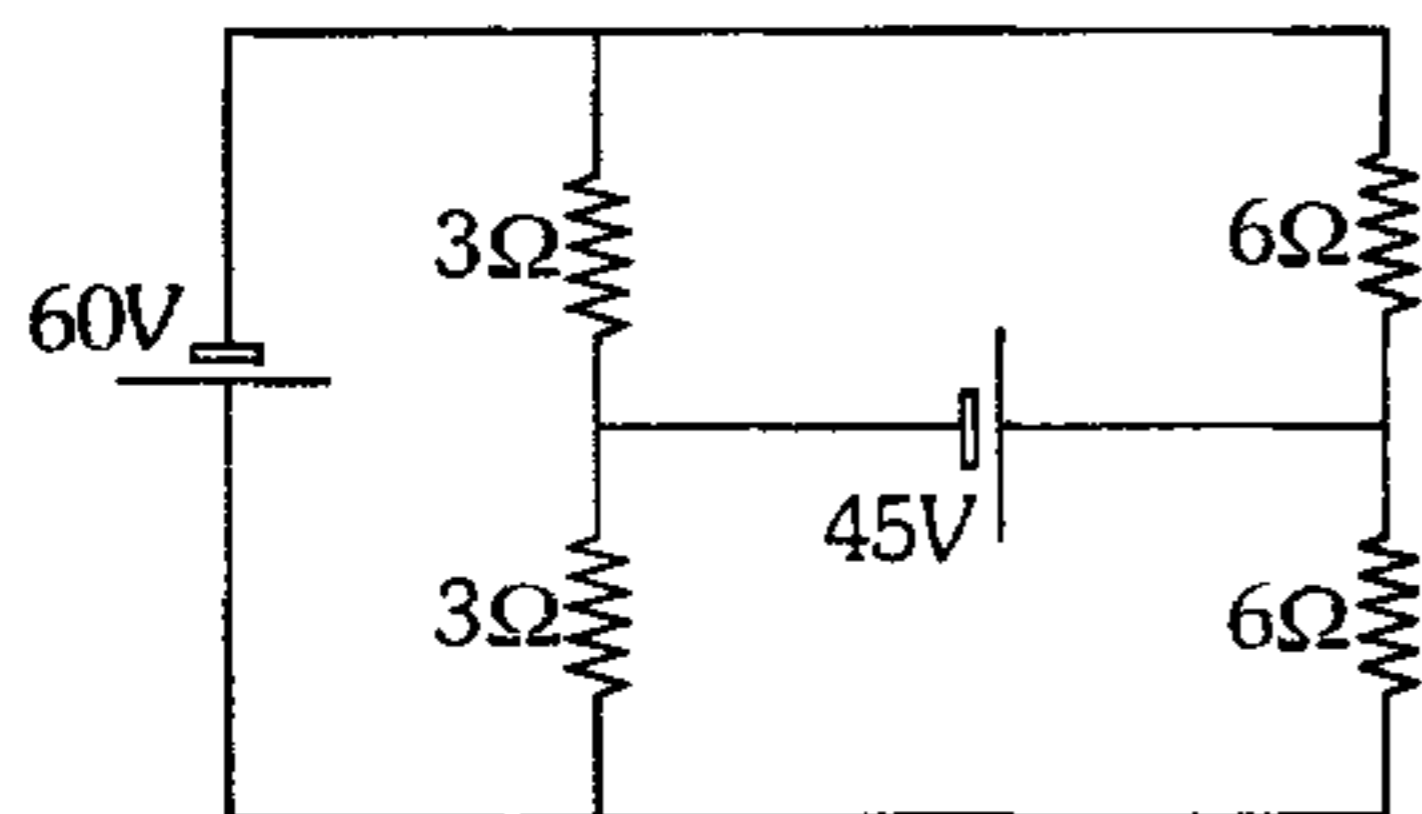


- A) 26 W      B) 72 W      C) 40 W  
D) 45 W      E) 18 W

697. Un motor eléctrico de 90% de eficiencia es movido por un generador de 450 V y 10 A. Si el costo de Kw-h es S/.0,60, calcule la pérdida anual que ocasiona su funcionamiento, si opera durante 15 h diarias. (Considere 1 año=360 años)

- A) S/.1 548      B) S/.1 584      C) S/.1 354  
D) S/.1 458      E) S/.1 235

698. Determine la potencia que entrega la fuente ideal de 45 V.



- A) 200 W      B) 300 W      C) 450 W  
D) 900 W      E) 1 000 W

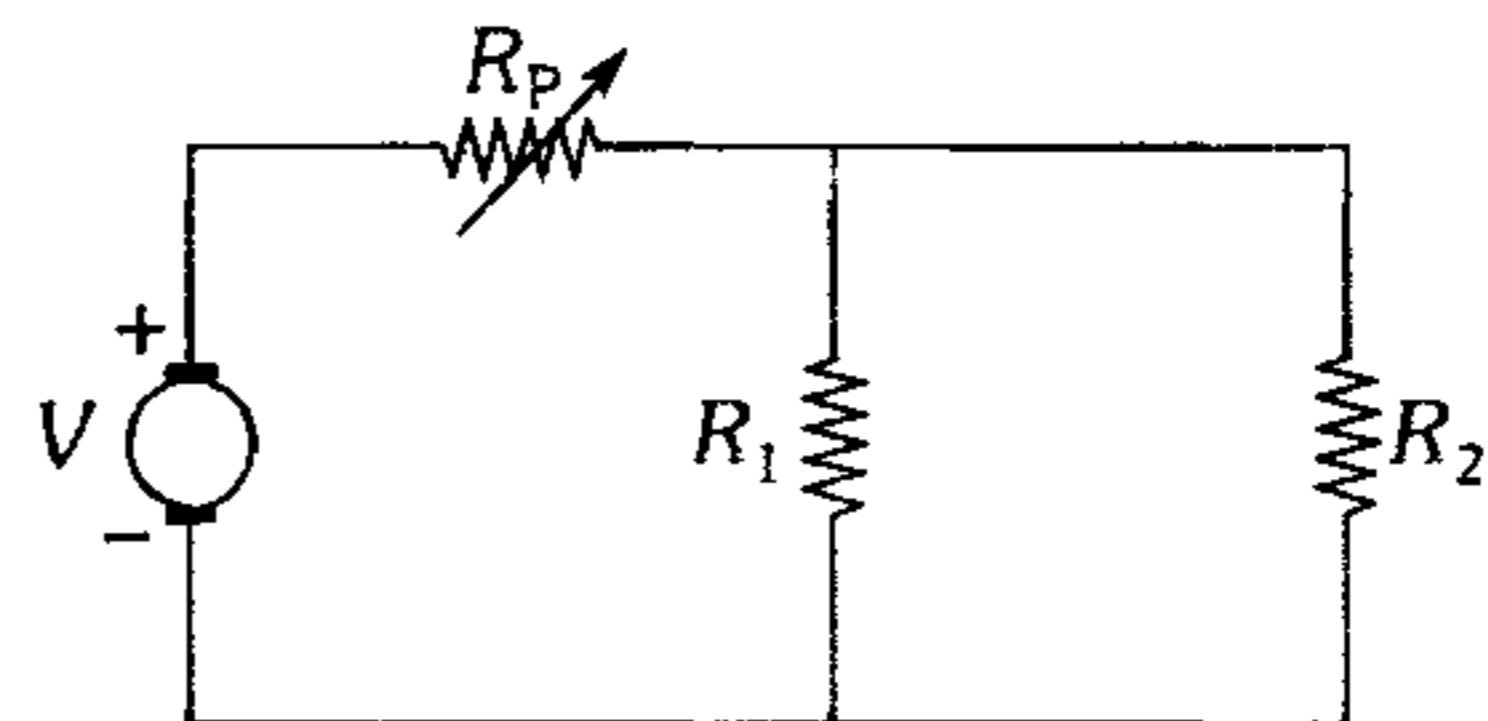
699. Mediante una batería de 36 voltios se desea hacer funcionar normalmente una lámpara diseñada para trabajar con 6 V y 0,5 A, para ello se debe conectar en serie con la lámpara una resistencia de  $R$  ohmios y  $p$  vatios, halle sus valores correctos.

- A) 12Ω;3W      B) 60Ω;15W  
C) 72Ω;30W  
D) 36Ω;20W      E) 36Ω;24W

700. Un ventilador absorbe 810 W de un motor eléctrico de 90% de eficiencia, el cual a su vez es alimentado por un generador de 200 V de f.e.m. y también de 90% de eficiencia. Calcule la resistencia interna del generador.

- A) 2Ω      B) 4Ω      C) 5Ω  
D) 8Ω      E) 9Ω

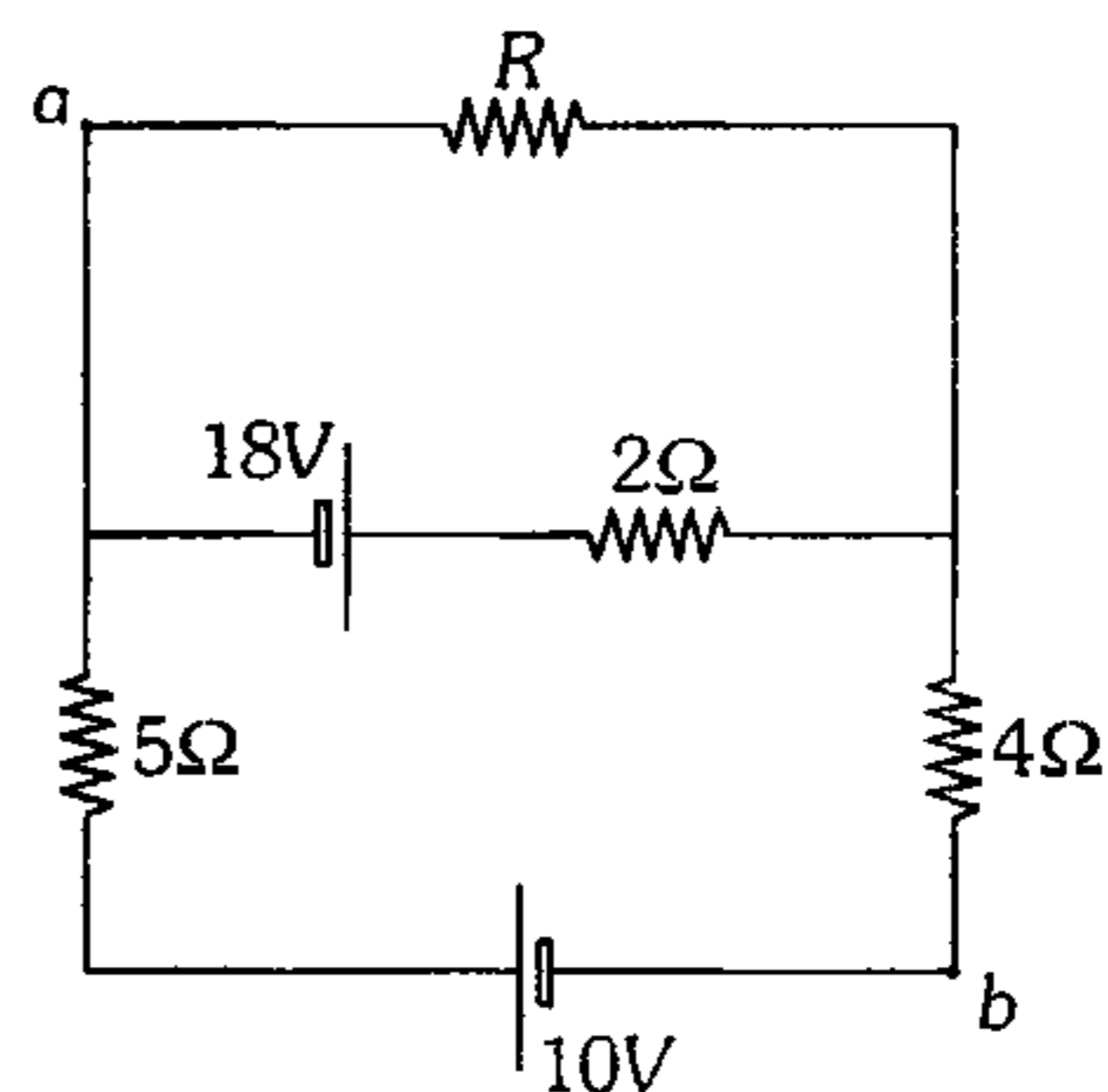
701. En el circuito mostrado  $R_p$  es una resistencia variable (potenciómetro),  $V$  es el voltaje entregado por la fuente de tensión,  $R_1$  y  $R_2$  son las resistencias de dos focos.



Entonces se puede afirmar que

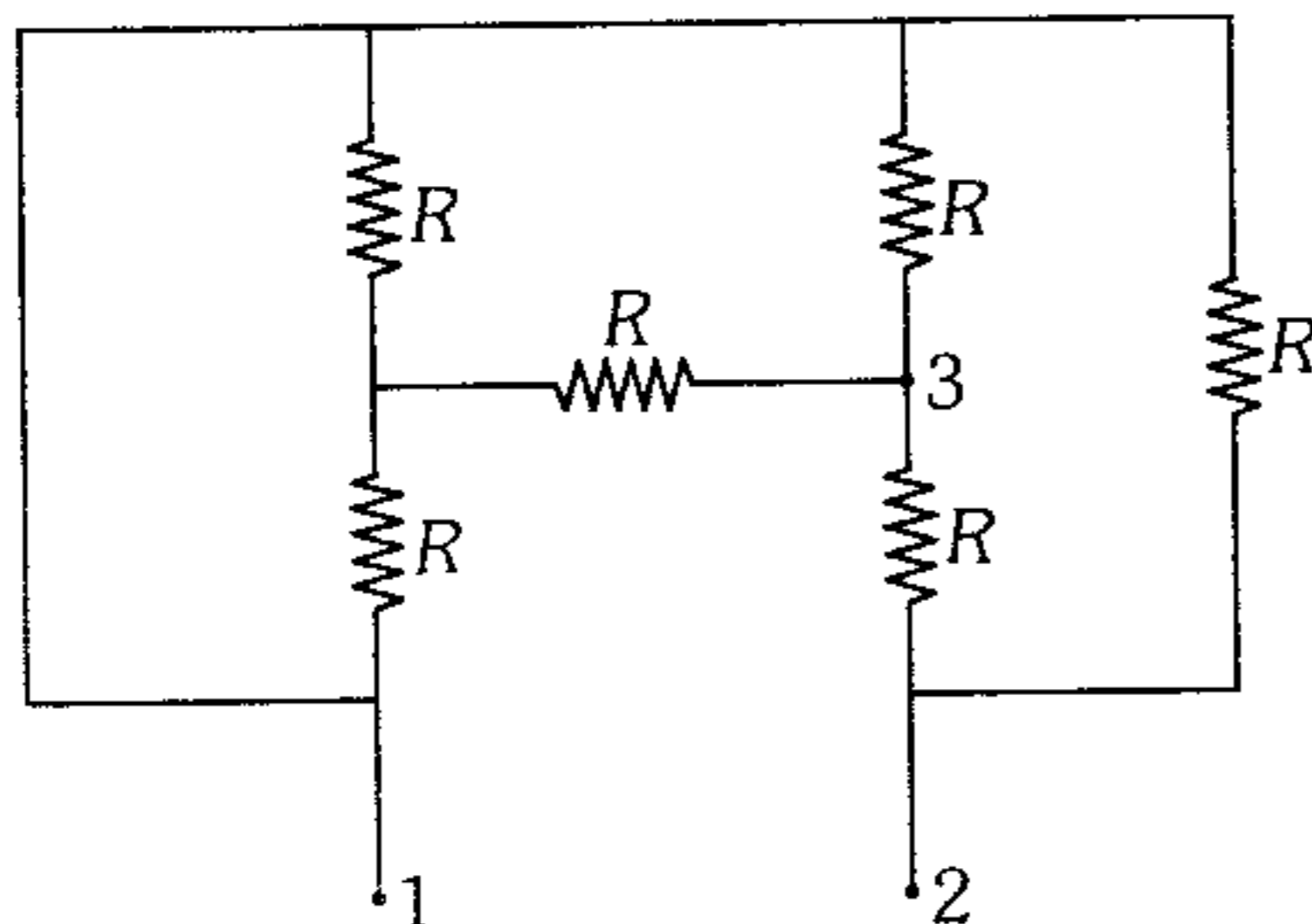
- A) si  $R_p$  disminuye, disminuye la potencia consumida por el sistema.  
B) si  $R_p$  aumenta  $R_1$  ilumina más.  
C) si  $R_p$  disminuye, el voltaje en  $R_2$  aumenta.  
D) si  $R_p$  aumenta,  $R_2$  consume más potencia.  
E) si  $R_p$  disminuye  $R_1$  y  $R_2$  brillan menos.

702. Si en el circuito mostrado se sabe que  $V_{ab}=0$ ; determine la potencia consumida por el resistor  $R$ .



- A) 16 W      B) 18 W      C) 22 W  
D) 24 W      E) 26 W

703. Un hornillo eléctrico tiene la conexión que se muestra en el gráfico. Este circuito se conecta a un generador en los puntos 1 y 2 haciendo hervir 1,5 litros de agua. Transcurrido cierto tiempo, ¿qué cantidad de agua se puede hervir durante el mismo tiempo, al conectar los terminales 1 y 3 al mismo generador? La temperatura inicial de agua en ambos casos es la misma.

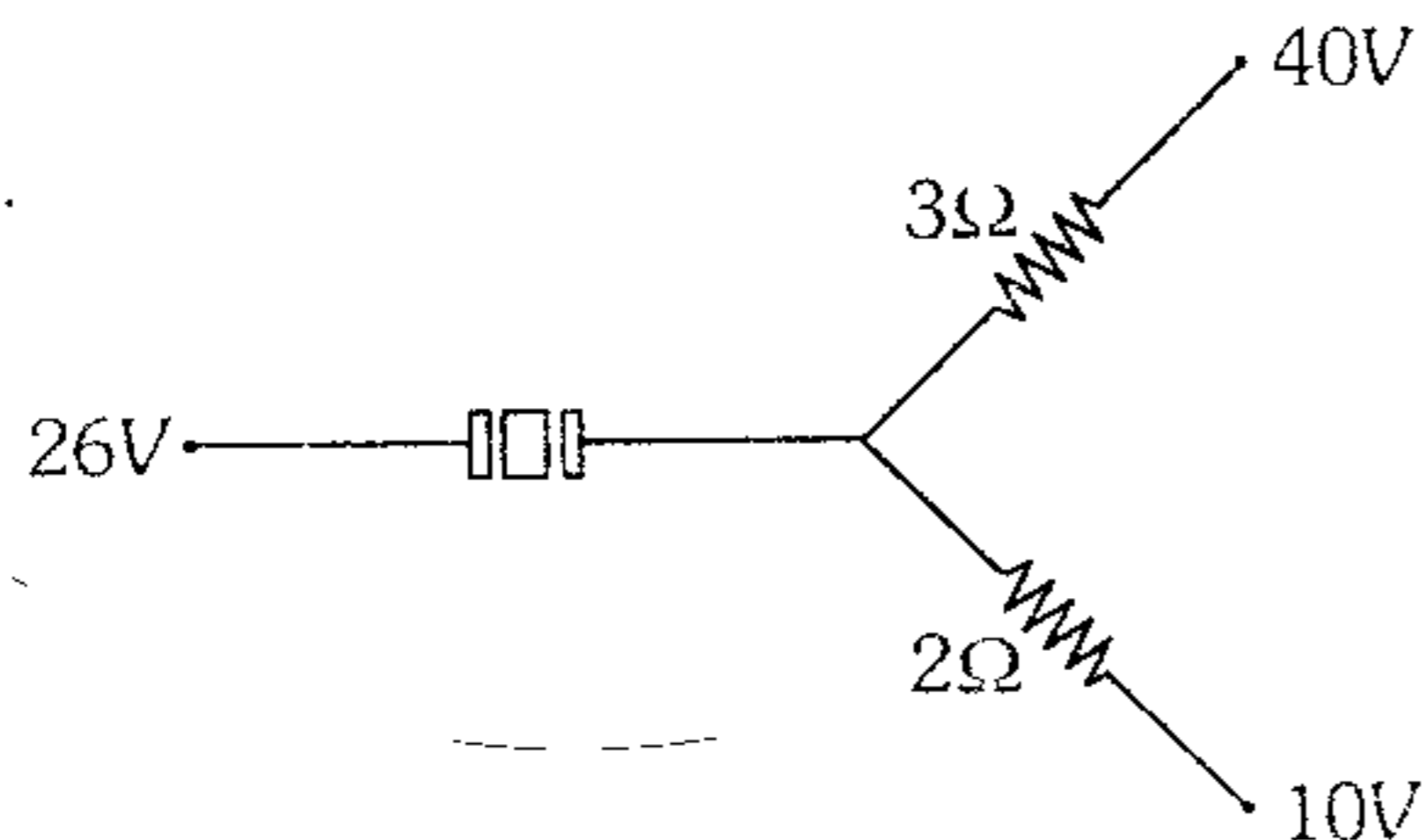


- A) 1 L      B) 2 L      C) 3 L  
D) 4 L      E) 5 L

704. El fusible de la alimentación de corriente para una vivienda soporta hasta 20 A. ¿Cuántos focos de 100 W como máximo se podrá encender? ( $V_{red}=220\text{ V}$ ).

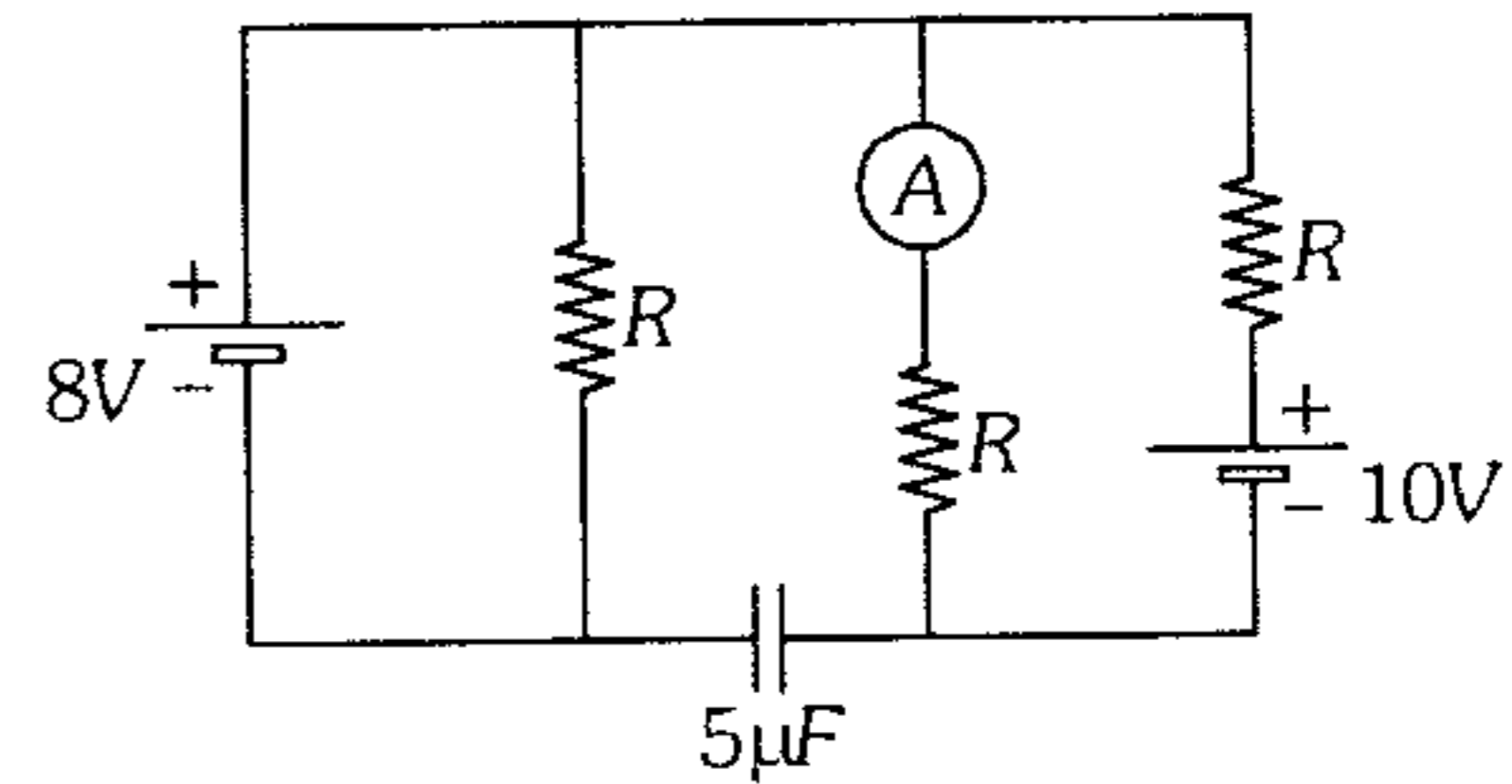
- A) 40      B) 44      C) 50  
D) 55      E) 20

705. La rama que se muestra es parte de un circuito más complejo. Determine la energía almacenada en el capacitor cuya capacidad eléctrica en el vacío es  $2\mu\text{F}$ . Entre las placas del capacitor hay un dieléctrico de constante  $\epsilon = 2$ .



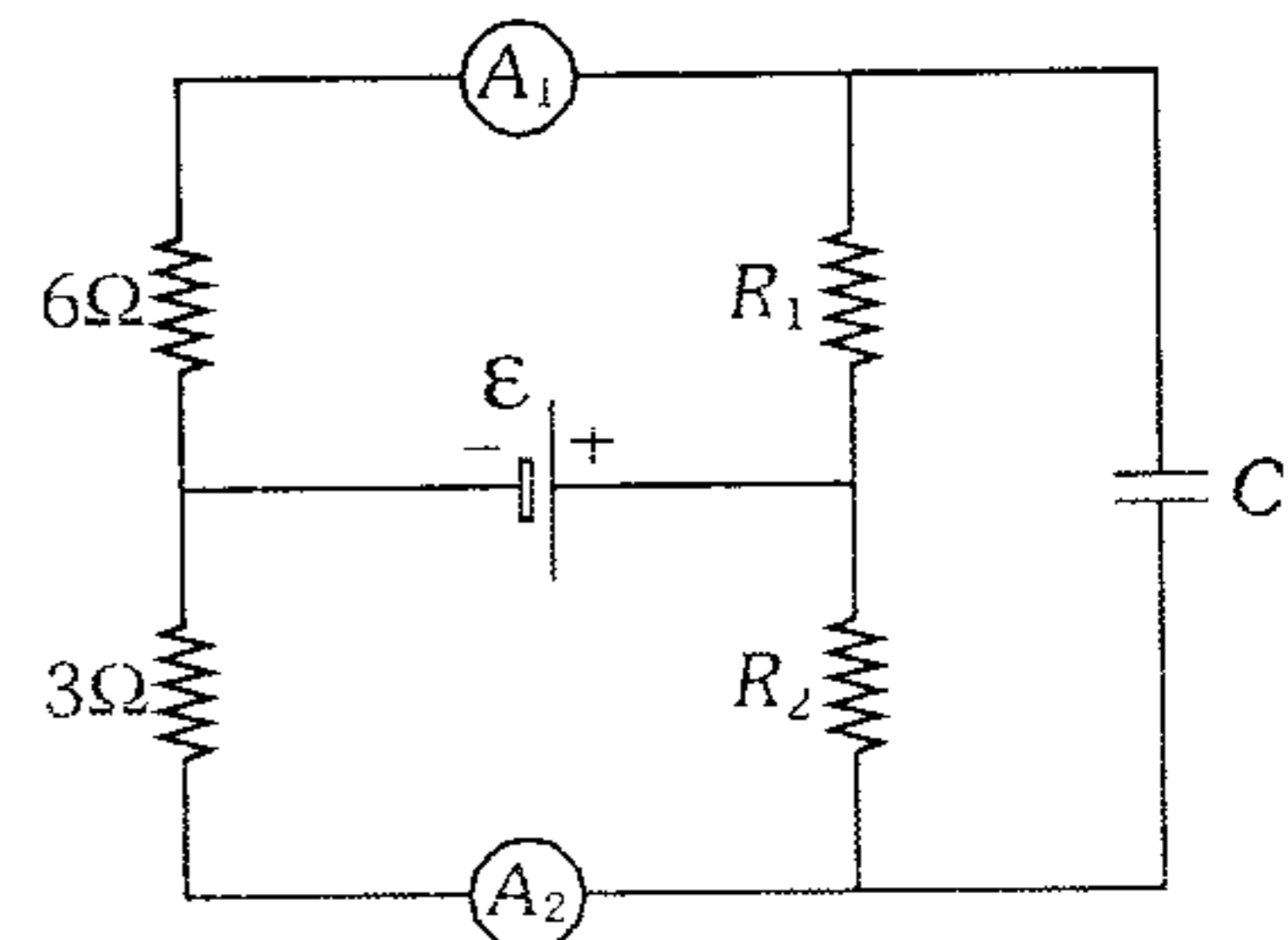
- A)  $16\mu\text{J}$       B)  $32\mu\text{J}$       C)  $40\mu\text{J}$   
D)  $60\mu\text{J}$       E)  $80\mu\text{J}$

706. Determine cuánto indica el amperímetro ideal ( $R=5\Omega$ ).



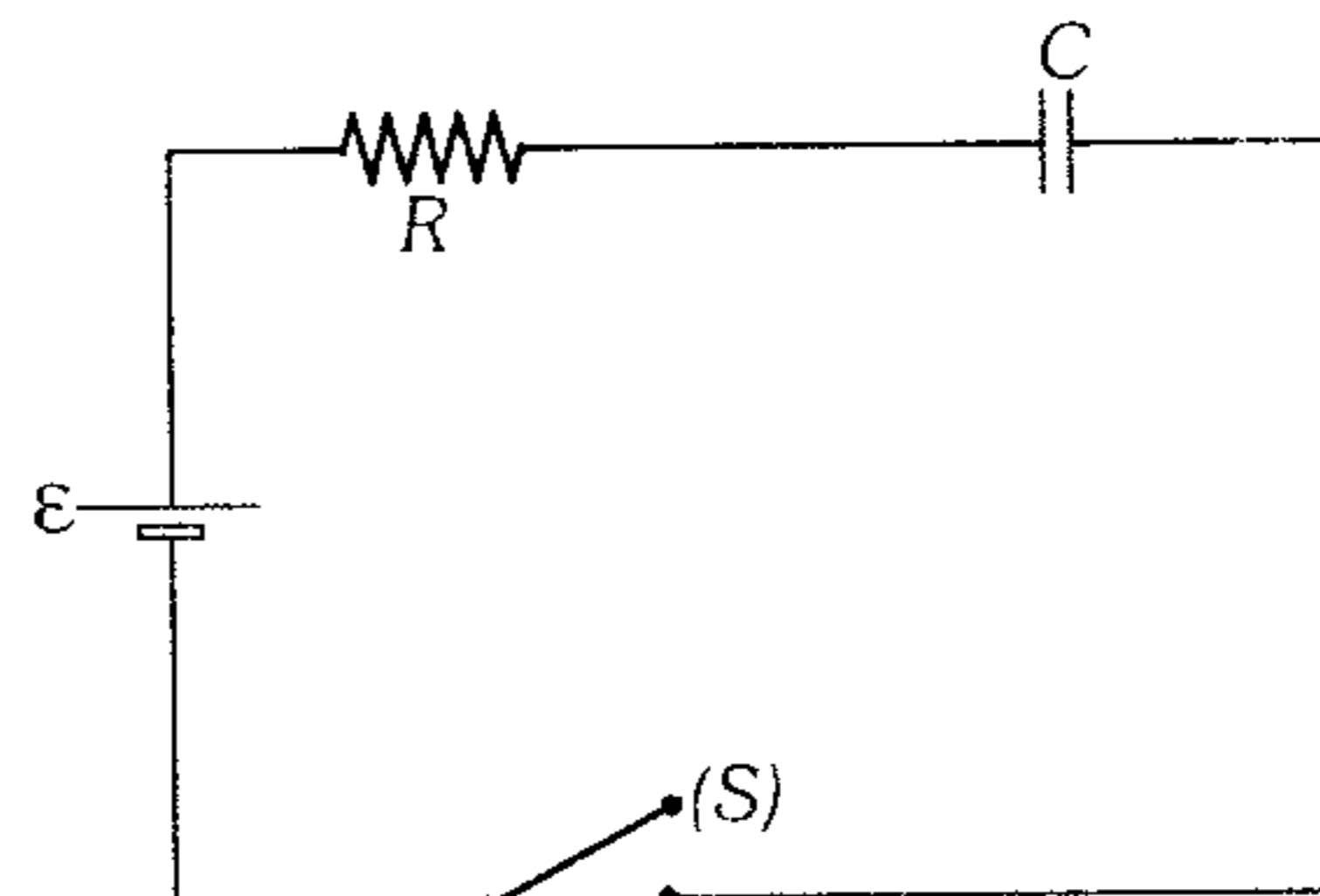
- A) 1 A      B) 2 A      C) 3 A  
D) 4 A      E) 5 A

707. Si los amperímetros 1 y 2 registran 3 A y 2 A respectivamente; determine la cantidad de carga eléctrica que almacena el capacitor de  $10\mu\text{F}$ .



- A)  $100\mu\text{C}$       B)  $120\mu\text{C}$       C)  $150\mu\text{C}$   
D)  $200\mu\text{C}$       E)  $300\mu\text{C}$

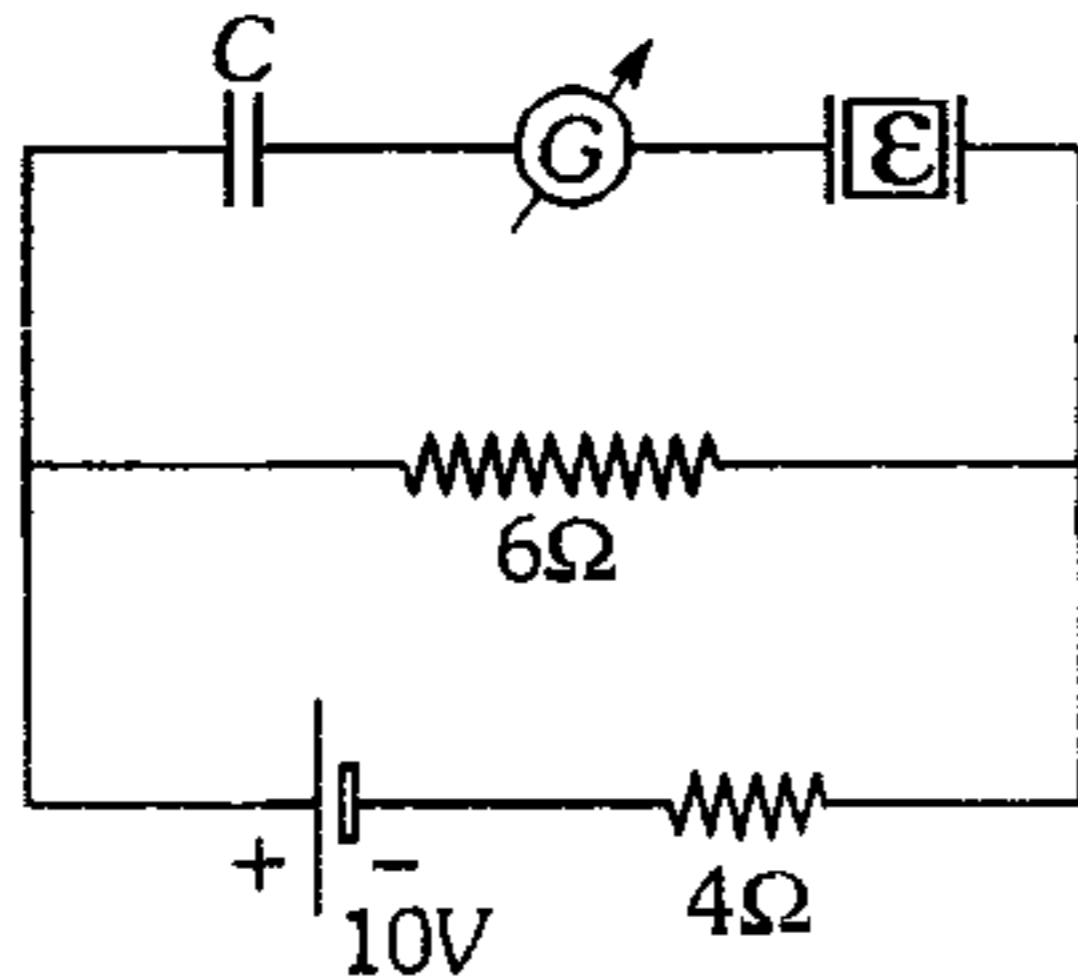
708. ¿Qué cantidad de calor como máximo se disipa en el resistor al cerrar el interruptor S? (Capacitor inicialmente descargado).



- A)  $2C\epsilon^2$       B)  $C\epsilon^2$       C)  $\frac{C\epsilon^2}{2}$   
D)  $\frac{C\epsilon^2}{4}$       E)  $\frac{C\epsilon^2}{8}$

709. El circuito mostrado se encuentra en régimen estable y los capacitores tienen placas de igual área y separadas igual distancia, pero uno de ellos tiene un dieléctrico de constante  $\epsilon = 2$ . ¿Qué cantidad de carga circulará por el galvanómetro al retirar el dieléctrico? Considere  $C = 1\mu\text{F}$ .

- A)  $5\mu\text{C}$
- B)  $4\mu\text{C}$
- C)  $3\mu\text{C}$
- D)  $2\mu\text{C}$
- E)  $1\mu\text{C}$



### Electromagnetismo

710. Indique la expresión falsa.

- A) Si un cuerpo es ubicado dentro de un campo magnético y se imana, se puede decir que se trata de un material de alta permeabilidad magnética.
- B) Los cuerpos con gran permeabilidad magnética ( $\mu \gg 1$ ) son llamados ferromagnéticos.
- C) En los cuerpos ferromagnéticos los campos magnéticos se generan a consecuencia del movimiento de *rotación propia* del electrón y el movimiento de traslación en torno al núcleo.
- D) Los materiales ferromagnéticos no son muy usados en generadores y motores eléctricos por tener alta permeabilidad magnética.
- E) Un material ferromagnético puede perder sus propiedades magnéticas a cierta temperatura.

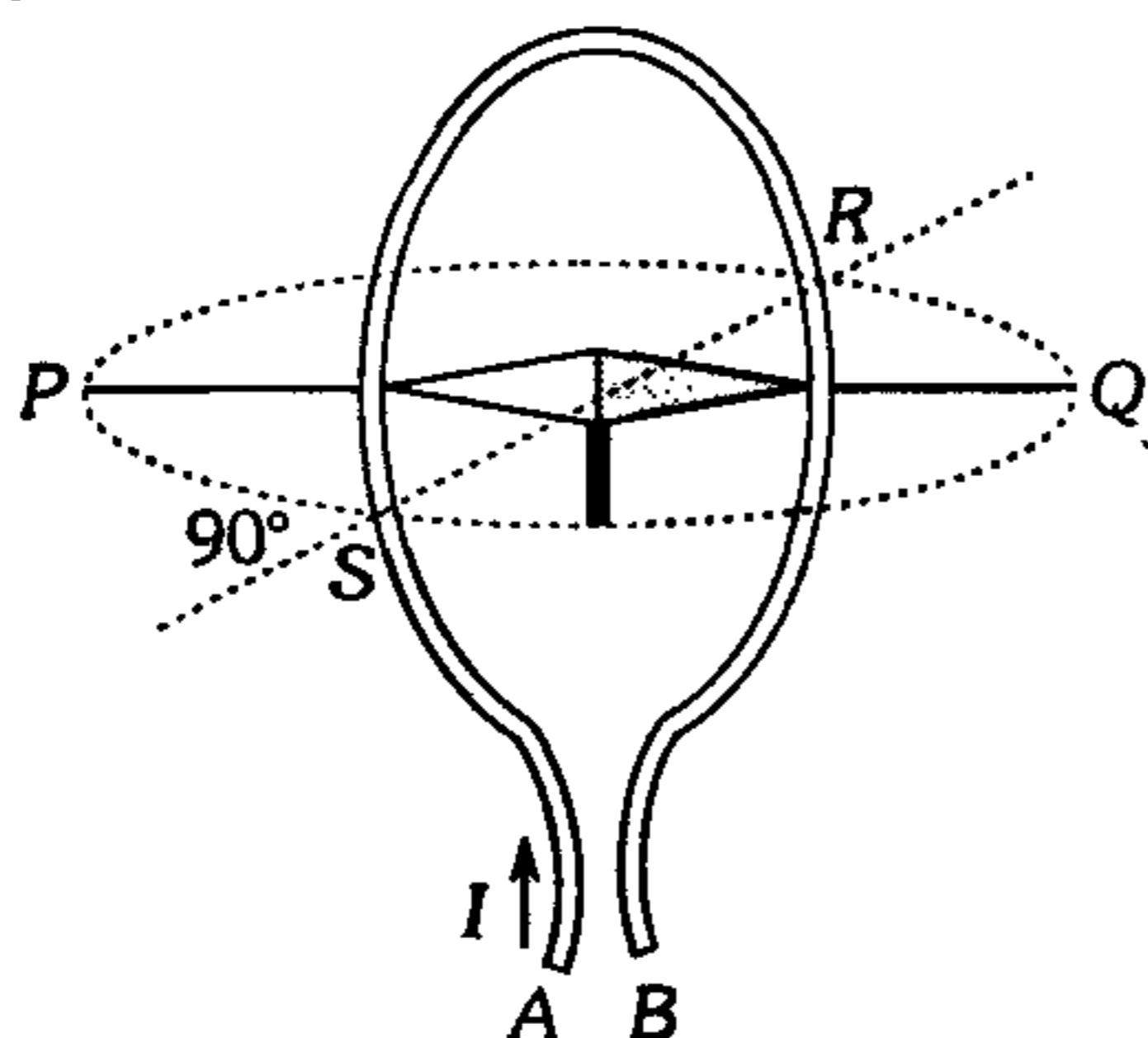
711. Indique la expresión falsa.

- A) Los materiales ferromagnéticos ante la acción de un campo magnético externo intensifican el campo magnético en su interior.
- B) Para los materiales paramagnéticos y diamagnéticos  $\mu \approx 1$ .
- C) Un imán en forma de herradura tiene mayor poder de atracción que un imán de barra.
- D) Toda partícula electrizada en movimiento al encontrarse en un campo magnético externo experimenta una fuerza magnética.
- E) Cuando un electrón es lanzado perpendicularmente a un campo magnético externo describe una trayectoria circular.

712. Indique la expresión falsa.

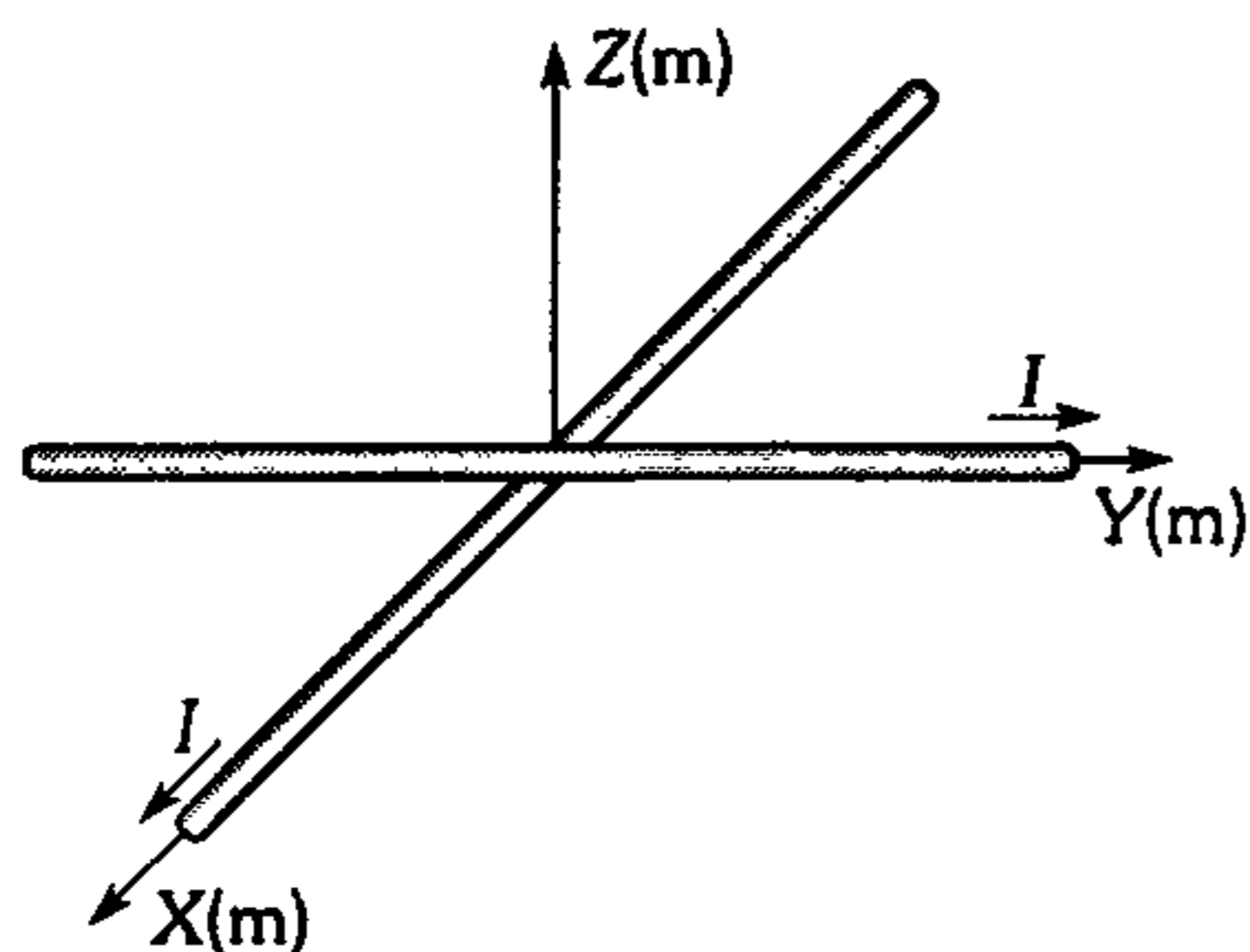
- A) Los electrones debido a su movimiento alrededor del núcleo, generan campo magnético.
- B) Las propiedades magnéticas de todo cuerpo están determinadas por corrientes eléctricas cerradas dentro de él.
- C) Los materiales ferromagnéticos generan campo magnético a consecuencia de que fundamentalmente los electrones presentan rotación propia y además giran en torno al núcleo.
- D) Todos los cuerpos generan campo magnético.
- E) Sólo los imanes generan campo magnético.

713. Si en la posición que se indica se hace circular una corriente eléctrica desde A hacia B ¿hacia dónde apuntará el polo norte de la aguja magnética?



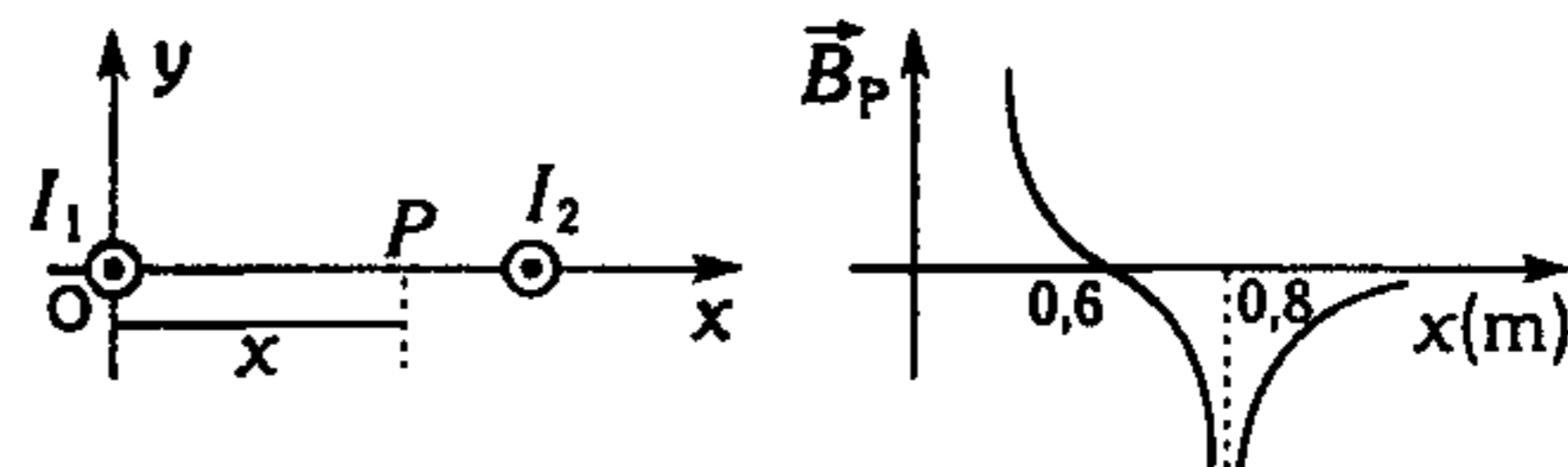
- A) Hacia P
- B) Hacia Q
- C) Hacia R
- D) Hacia S
- E) Faltan datos

714. Los ejes X e Y de un mismo sistema cartesiano XYZ están constituidos por dos alambres infinitos llevando cada uno corriente de 6 A tal como se indica. Determine la inducción magnética en el punto (0; 0 ; 0,3).



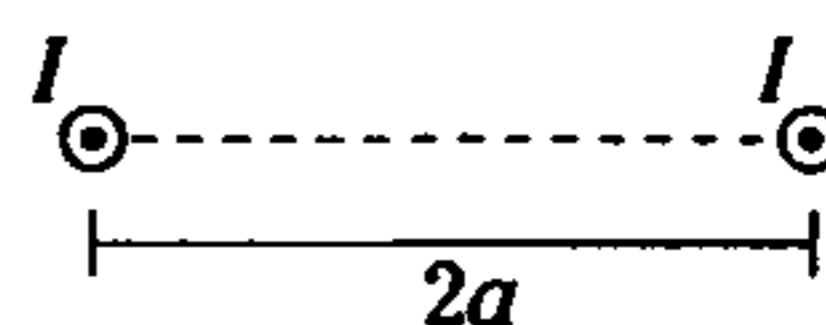
- A) (4;4) $\mu T$
- B) (4;-4) $\mu T$
- C) (2;2) $\mu T$
- D) (2;4) $\mu T$
- E) (3;4) $\mu T$

715. La gráfica (B-X) indica como varía el módulo de la inducción magnética en el punto P en función de x. ¿En qué relación se encuentran  $I_1$  e  $I_2$ ?



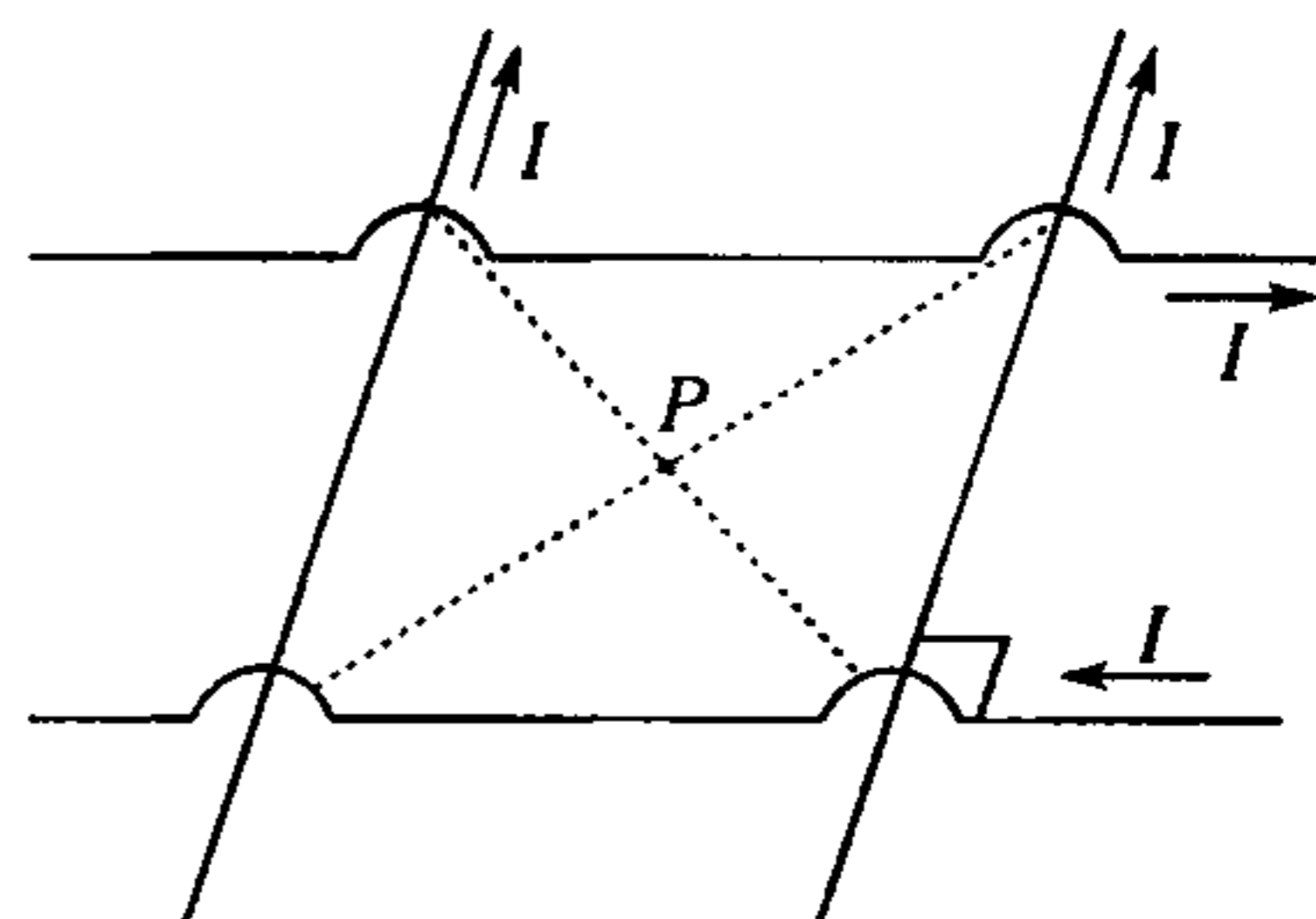
- A) 0,25
- B) 0,5
- C) 1
- D) 1,5
- E) 3

716. Dos conductores muy largos, ubicados paralelamente, transportan igual corriente en el mismo sentido como se indica. Determine la máxima inducción magnética de un punto que equidiste de los conductores.



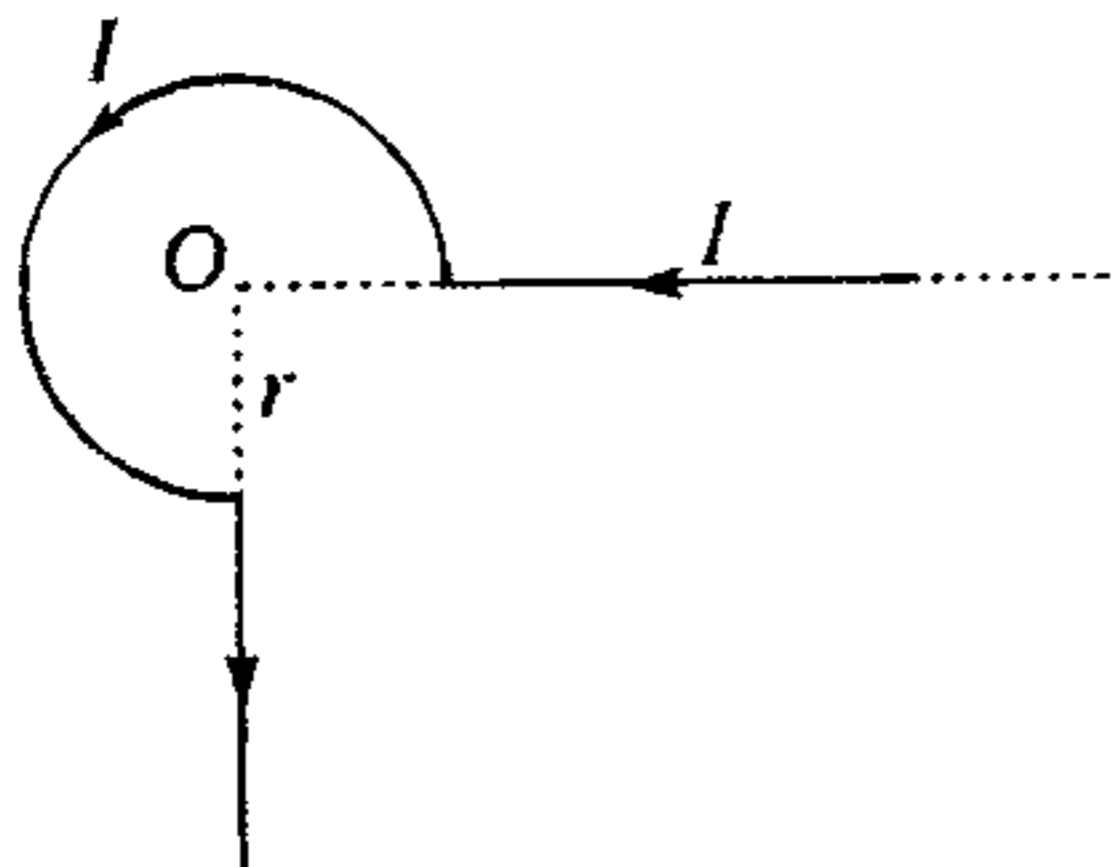
- A)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$
- B)  $\frac{3\mu_0 I}{2\pi a}$
- C)  $\frac{6\mu_0 I}{\pi a}$
- D)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$
- E)  $\frac{\mu_0 I}{3\pi a}$

717. Los conductores paralelos y de gran longitud están separados 0,5 m. Si todos transportan igual intensidad de corriente ( $I=10$  A), determine el módulo de la inducción magnética en el punto P.



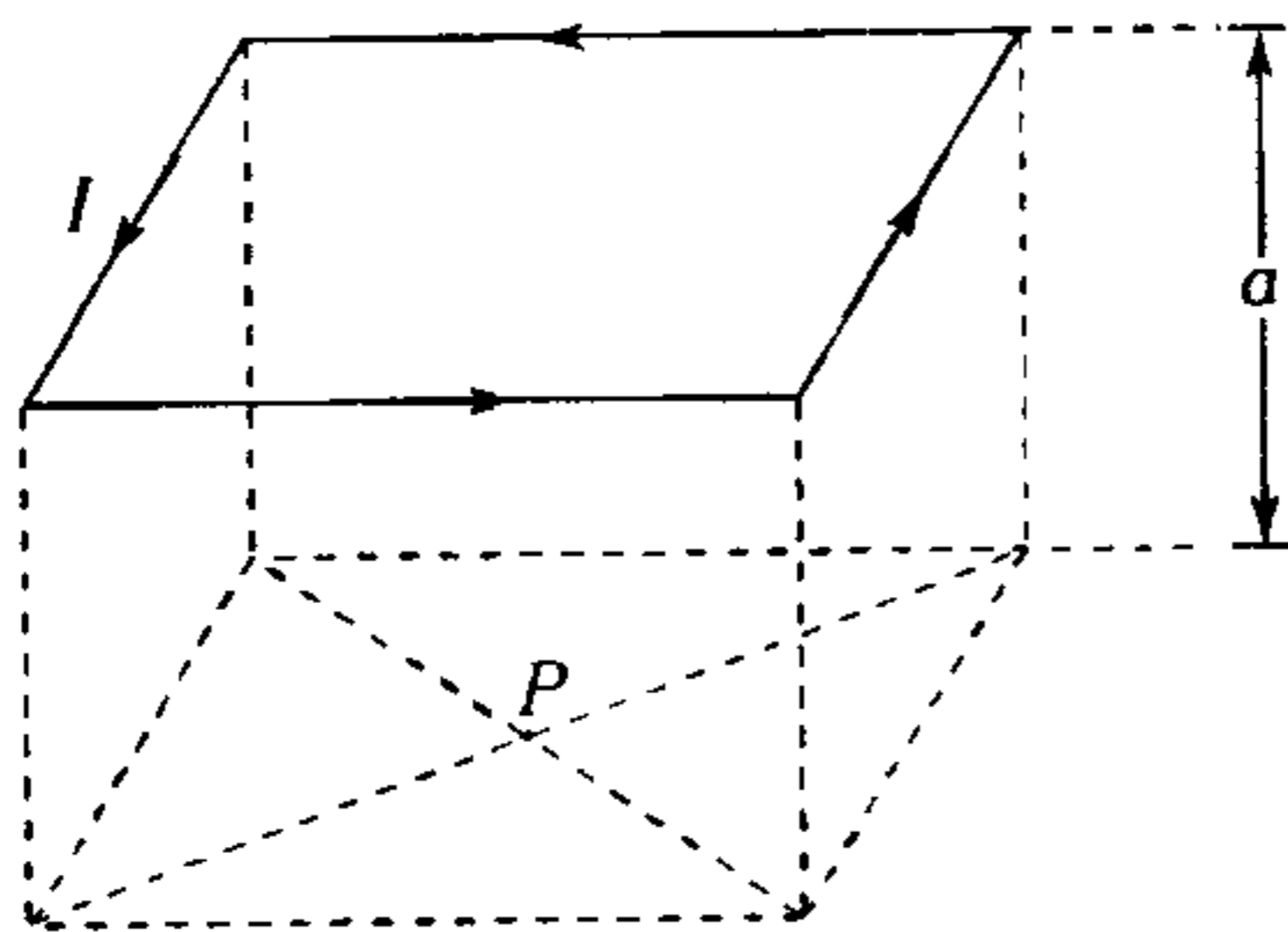
- A) 4  $\mu T$
- B) 8  $\mu T$
- C) 12  $\mu T$
- D) 16  $\mu T$
- E) 32  $\mu T$

718. Determine la inducción magnética en el punto  $O$  para el siguiente conductor muy largo que se encuentra ubicado como se indica transportando corriente de intensidad  $I$ .



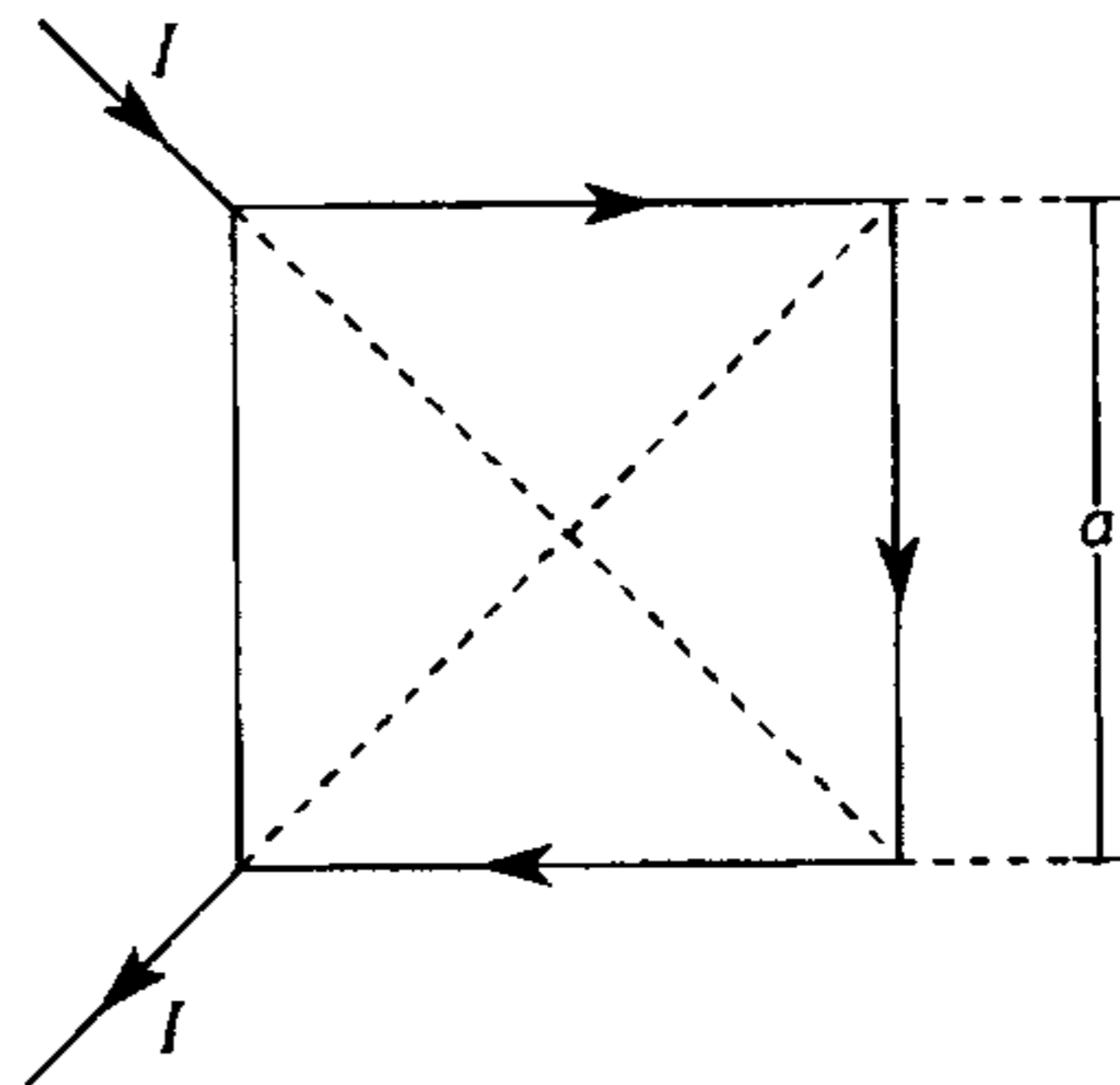
- A)  $\frac{3\mu_0 I}{8r}$                       B)  $\frac{4\mu_0 I}{7r}$   
 C)  $\frac{5\mu_0 I}{2r}$   
 D)  $\frac{7\mu_0 I}{6}$                               E)  $\frac{5\mu_0 I}{8r}$

719. Si por el perímetro de una de las caras de un cubo de lado  $a$  circula una corriente  $I$ , ¿qué inducción magnética se establece en el punto  $P$ ?



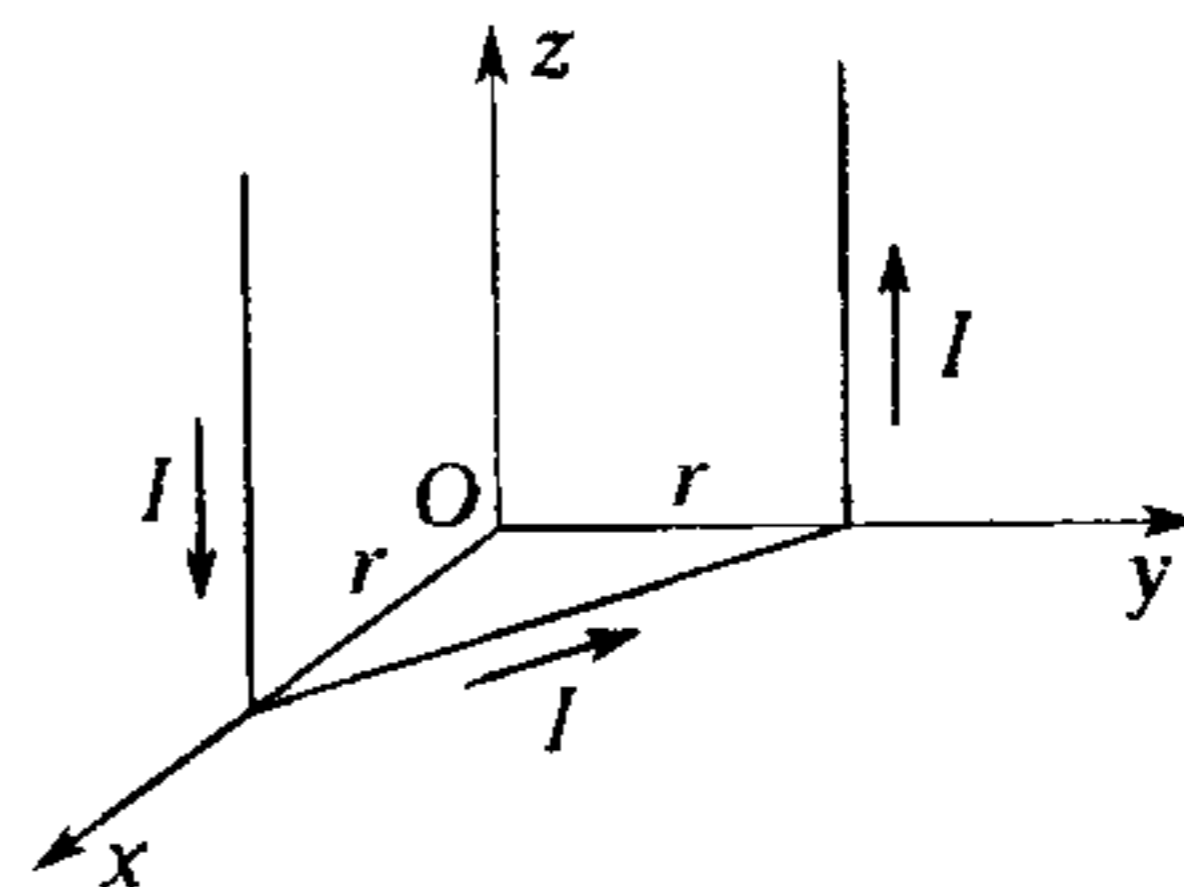
- A)  $\frac{\mu_0 I}{\sqrt{5}\pi a}$                       B)  $\frac{\mu_0 I}{\pi a}$   
 C)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$   
 D)  $\frac{\sqrt{6}\mu_0 I}{30\pi a}$                               E)  $\frac{2\sqrt{6}\mu_0 I}{15\pi a}$

720. La espira cuadrada está definida por un alambre de sección uniforme y tiene lado  $a$ . ¿Qué inducción magnética se origina en el centro geométrico al paso de la corriente  $I$ ?



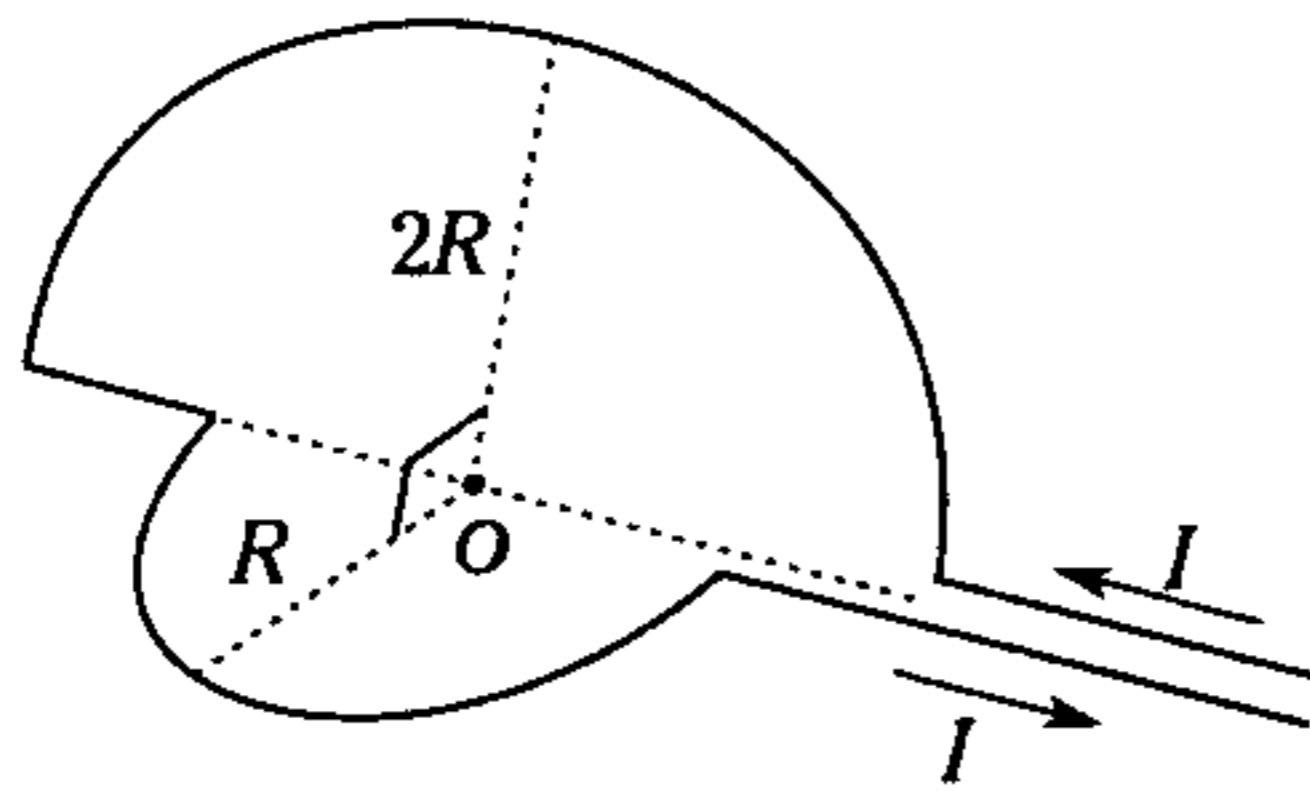
- A)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$                               B)  $\frac{\mu_0 I}{\pi a}$   
 C) Cero  
 D)  $\frac{\mu_0 \sqrt{2} I}{\pi a}$                               E) Faltan datos

721. El conductor, muy largo, transporta corriente cuya intensidad es  $I$ . se encuentra ubicado como se indica. Determine la inducción magnética en el punto  $O$ .



- A)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi r} (1; 1; \sqrt{2})$                       B)  $\frac{\mu_0 I}{\pi r} (1; \sqrt{2}; 1)$   
 C)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi r} (1; 1; 2)$   
 D)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi r} (\sqrt{2}; 2; 1)$                       E)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi r} (3; 2; 1)$

722. A través del alambre conductor circula una corriente cuya intensidad es  $I$ , determine el módulo de la inducción magnética en  $O$ .

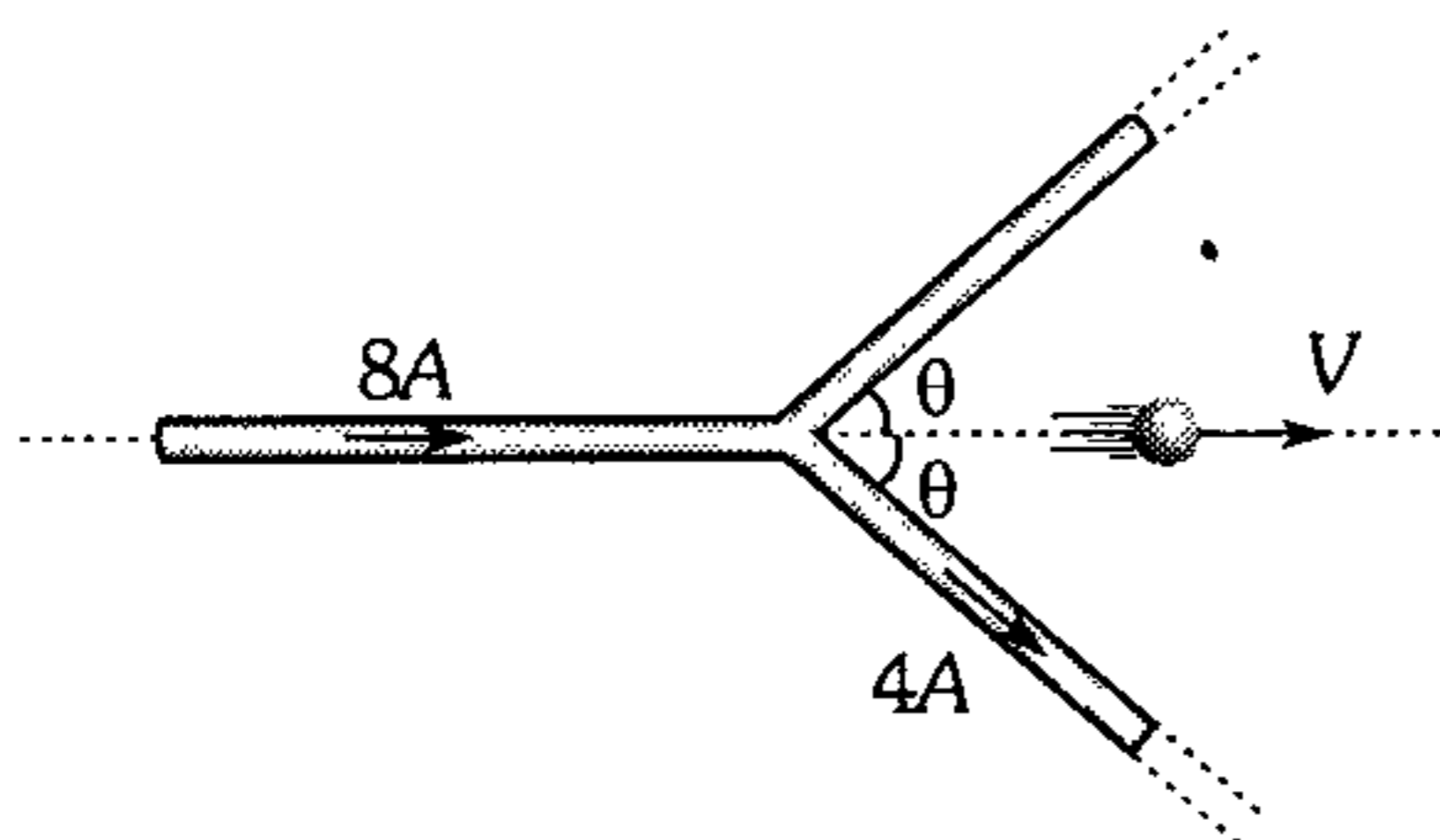


- A)  $\frac{3\mu_0 I}{8R}$       B)  $\frac{\mu_0 I}{4R}$   
 C)  $\frac{\mu_0 I}{8R}$   
 D)  $\frac{\mu_0 I \sqrt{5}}{4R}$       E)  $\frac{\mu_0 I \sqrt{5}}{2R}$

723. Un electrón y protón con la misma energía cinética describen trayectorias circulares en un mismo campo magnético uniforme. Por lo tanto

- A) el electrón tiene trayectoria de mayor radio.  
 B) la trayectoria del protón tiene menor radio.  
 C) la velocidad del electrón es menor que del protón.  
 D) el electrón tiene mayor período de revolución.  
 E) todas las afirmaciones son falsas.

724. ¿Qué gráfica indica mejor la trayectoria que describe el electrón? Desprecie los efectos gravitatorios.

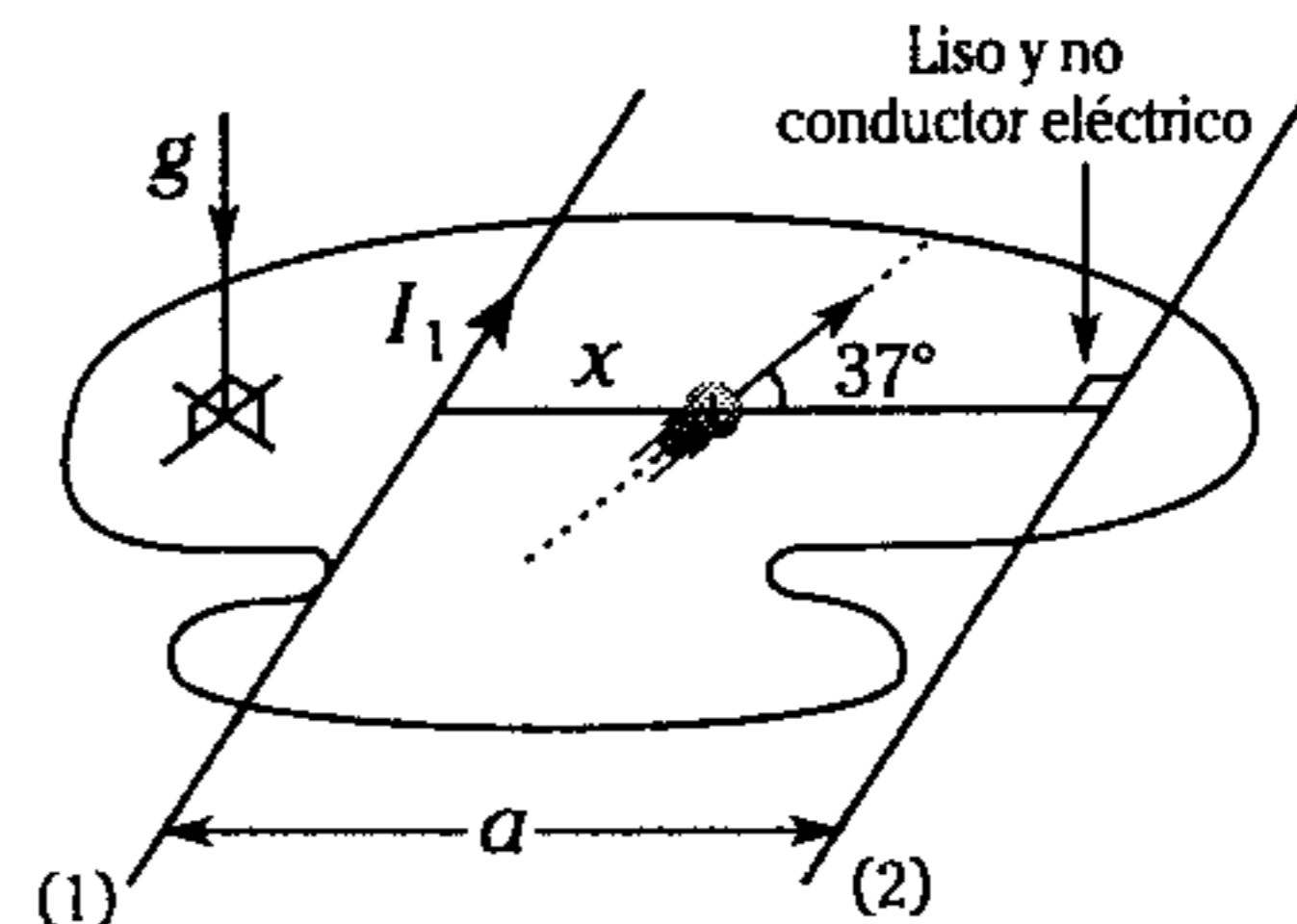


- A)      B)   
 C)      D)   
 E)

725. Una partícula electrizada con  $1\text{mC}$  se mueve dentro de un campo magnético de inducción magnética  $\vec{B} = (300; 400; 500)\text{mT}$  con una velocidad  $\vec{v} = (0; 0; 5)\text{ km/s}$ . Determine el módulo de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula electrizada.

- A) 1 N      B) 1,5 N      C) 2 N  
 D) 2,5 N      E) 3 N

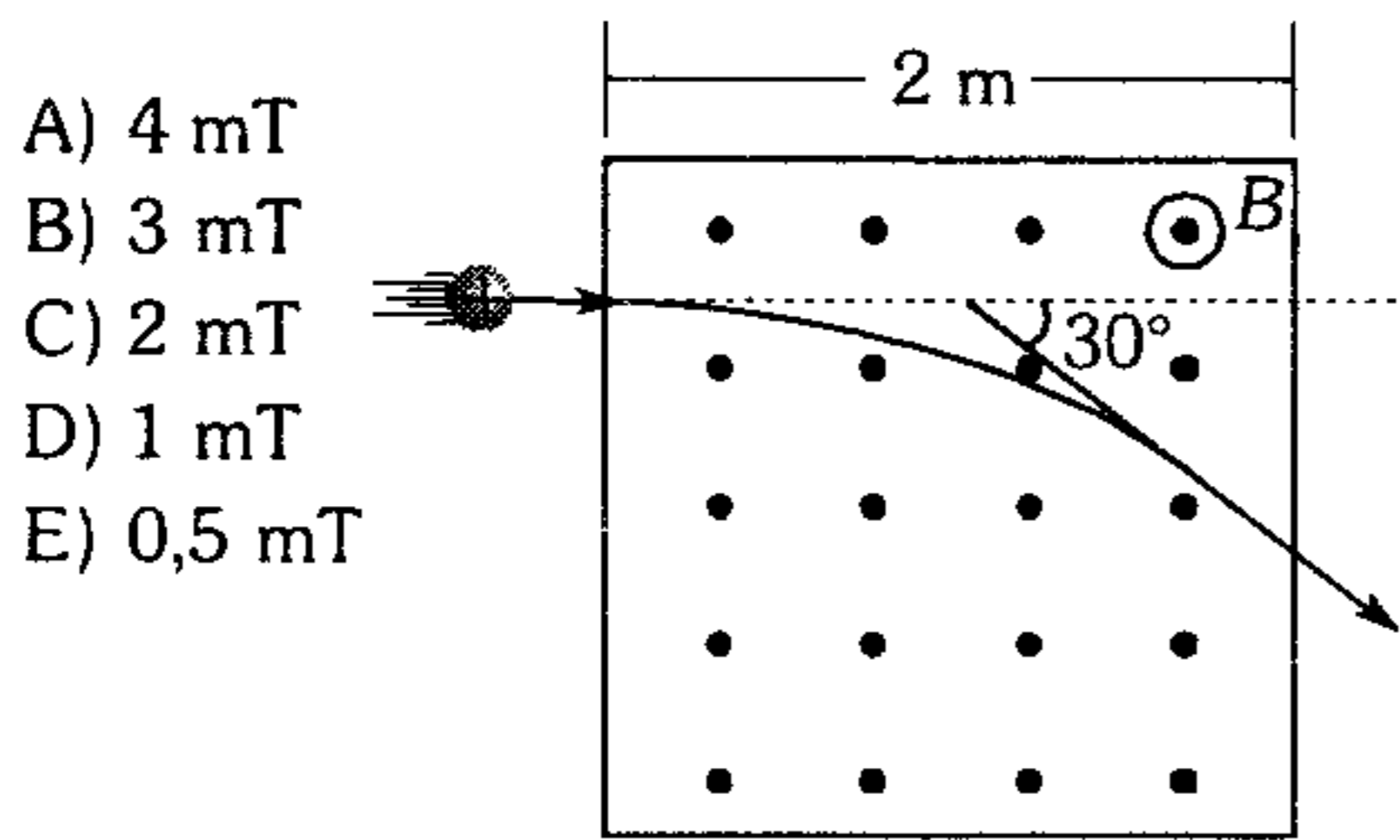
726. Al lanzar una partícula electrizada positiva se observa que la dirección de su movimiento se mantiene. Para que ello ocurra, la intensidad de corriente que circula por el conductor 2 debe variar respecto a  $x$  según:



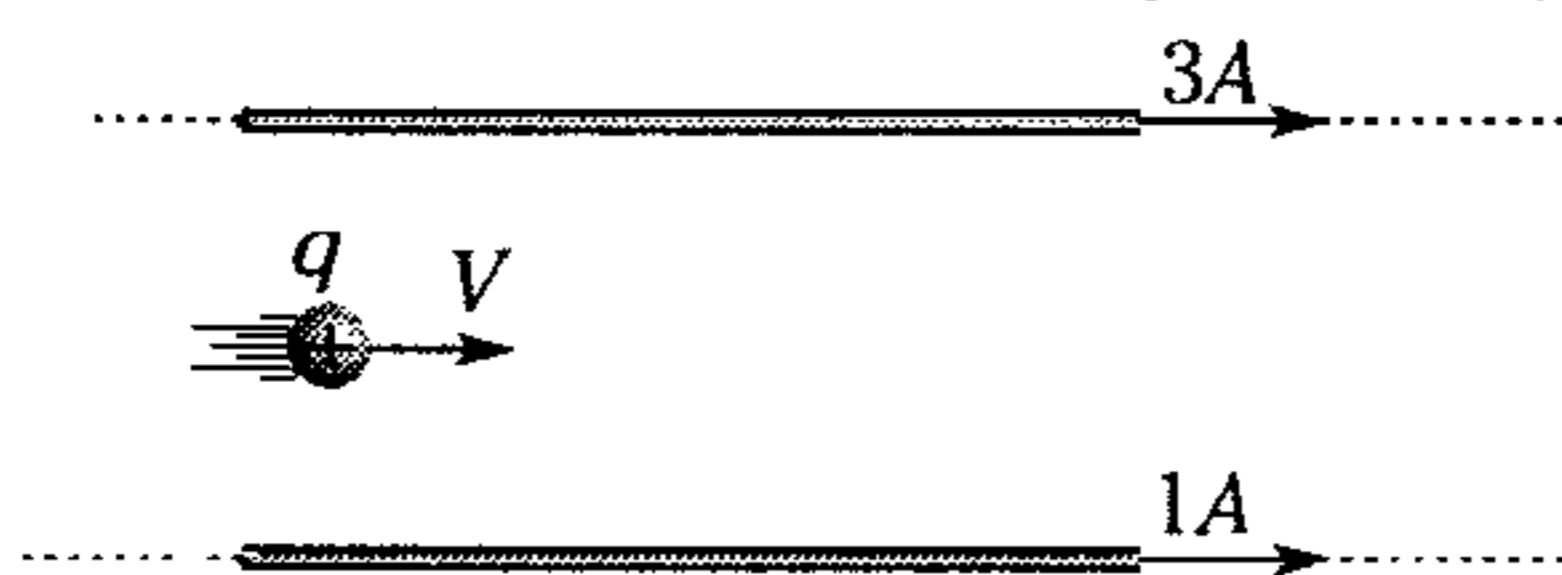
- A)      B)   
 C)   
 D)      E)   
 Labels: Hipérbola, Parábola



727. En un experimento es necesario desviar en  $30^\circ$  a un haz de iones cuya cantidad de carga es  $+8 \times 10^{-4} \text{ C}$  y tiene una masa de  $4 \times 10^{-9} \text{ kg}$ . Estos iones son lanzados con una rapidez de  $1\,600 \text{ m/s}$ , a través de una región donde se manifiesta un campo magnético uniforme. Determine el valor de la inducción magnética ( $\vec{B}$ ).

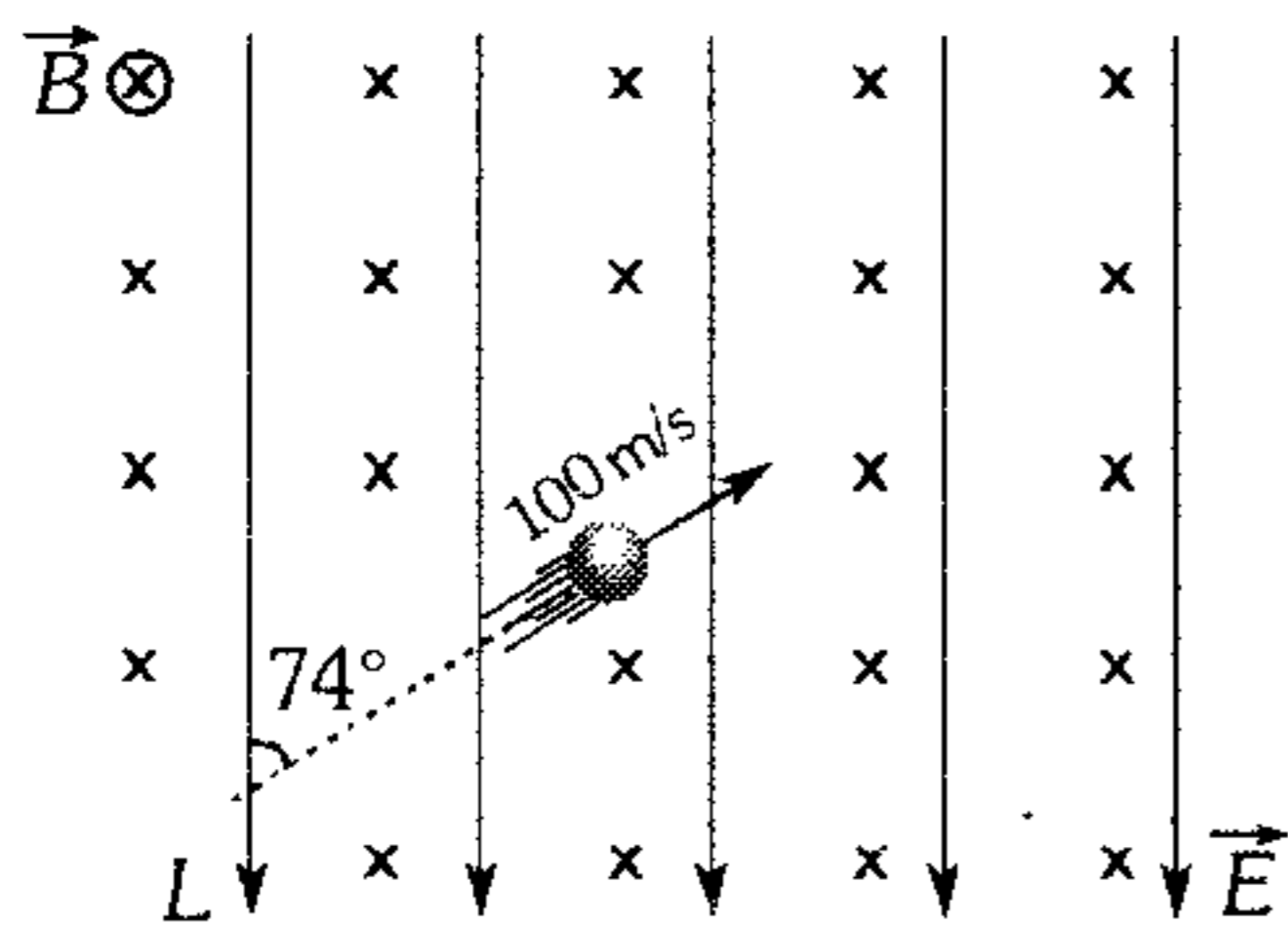


728. ¿Con qué rapidez se debe lanzar una partícula de  $4 \text{ mg}$  y  $50 \text{ mC}$  para que se desplace paralelamente a los conductores en el plano vertical que los contiene equidistante de ambos? Los conductores de gran longitud están distanciados  $1 \text{ m}$  entre sí y transportan  $3 \text{ A}$  y  $1 \text{ A}$ .



- A)  $10^3 \text{ m/s}$     B)  $10^6 \text{ m/s}$     C)  $5 \times 10^3 \text{ m/s}$   
D)  $3 \times 10^3 \text{ m/s}$     E)  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

729. ¿Qué alternativa representa mejor la trayectoria que sigue la partícula electrizada con  $0,1 \text{ mC}$ ? (Desprecie los efectos gravitatorios,  $B=0,24 \text{ T}$  y  $E=25 \text{ N/C}$ )

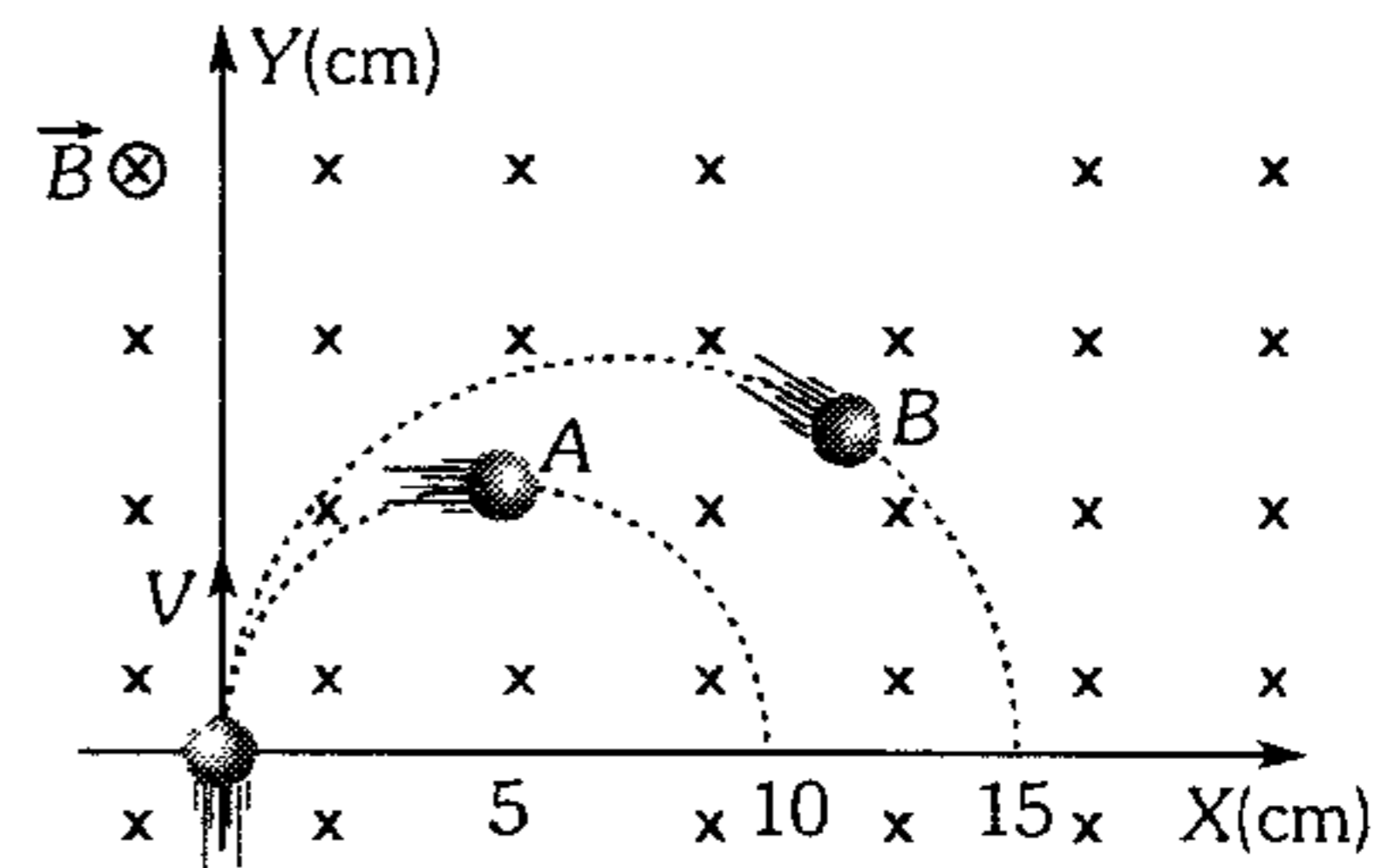


- A) - - - -    B) - . - . - .  
D) - . - . - .    E) - . - . - .

730. Una partícula electrizada con  $36 \times 10^{-10} \text{ C}$  es acelerada por una diferencia de  $1\,200 \text{ V}$  e ingresa a un campo magnético homogéneo ( $B = 0,004\pi \text{ T}$ ) haciendo un ángulo de  $30^\circ$  con las líneas de inducción magnética. Determine la longitud de los pasos que experimenta la partícula, sabiendo que su masa es de  $18 \times 10^{-18} \text{ kg}$ . Desprecie efectos gravitatorios.

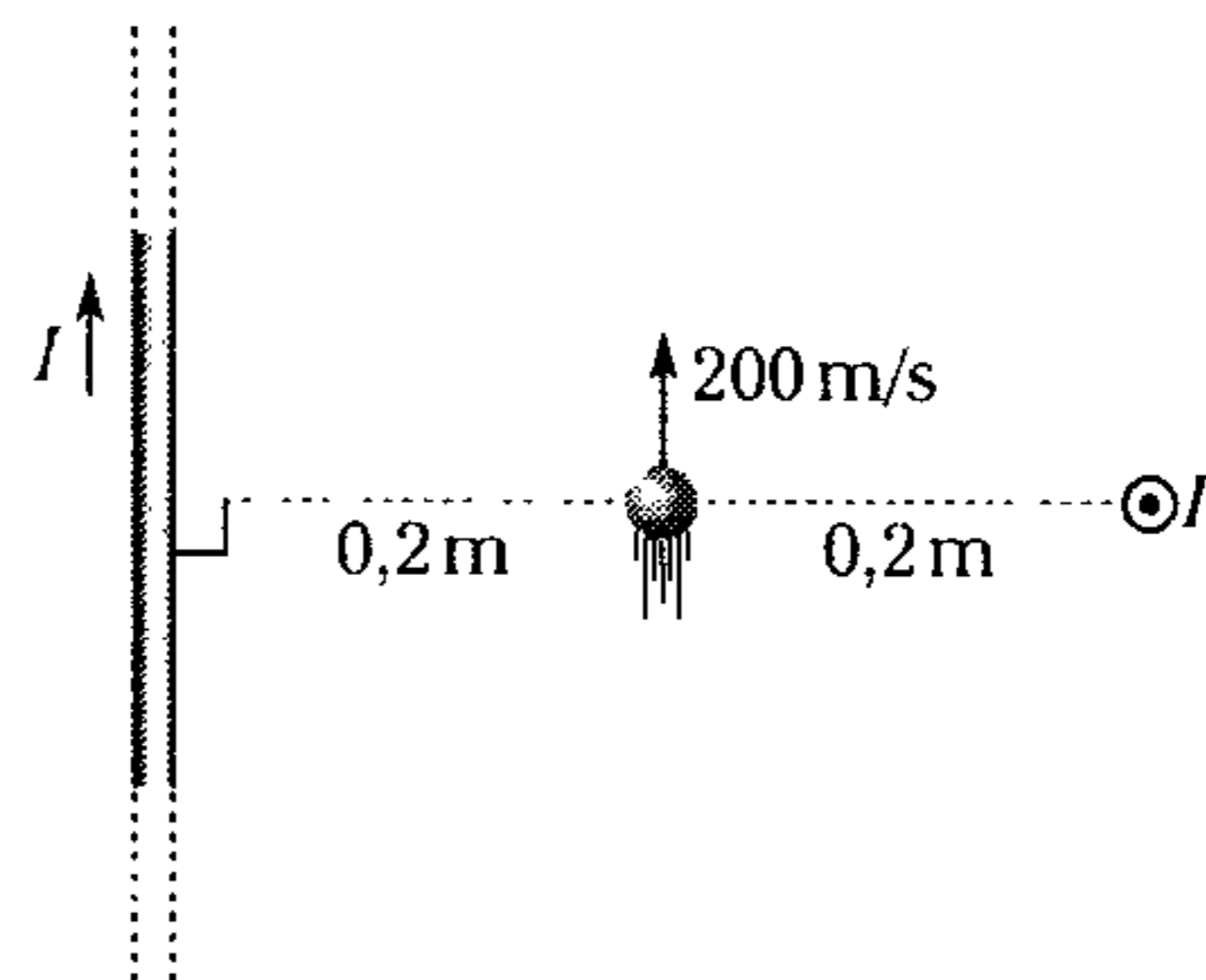
- A) 0,5 m    B) 1,5 m    C) 3 m  
D) 2 m    E) 2,5 m

731. Indique la relación de masas de dos partículas electrizadas con igual cantidad de carga eléctrica y lanzadas con igual rapidez según se indica.



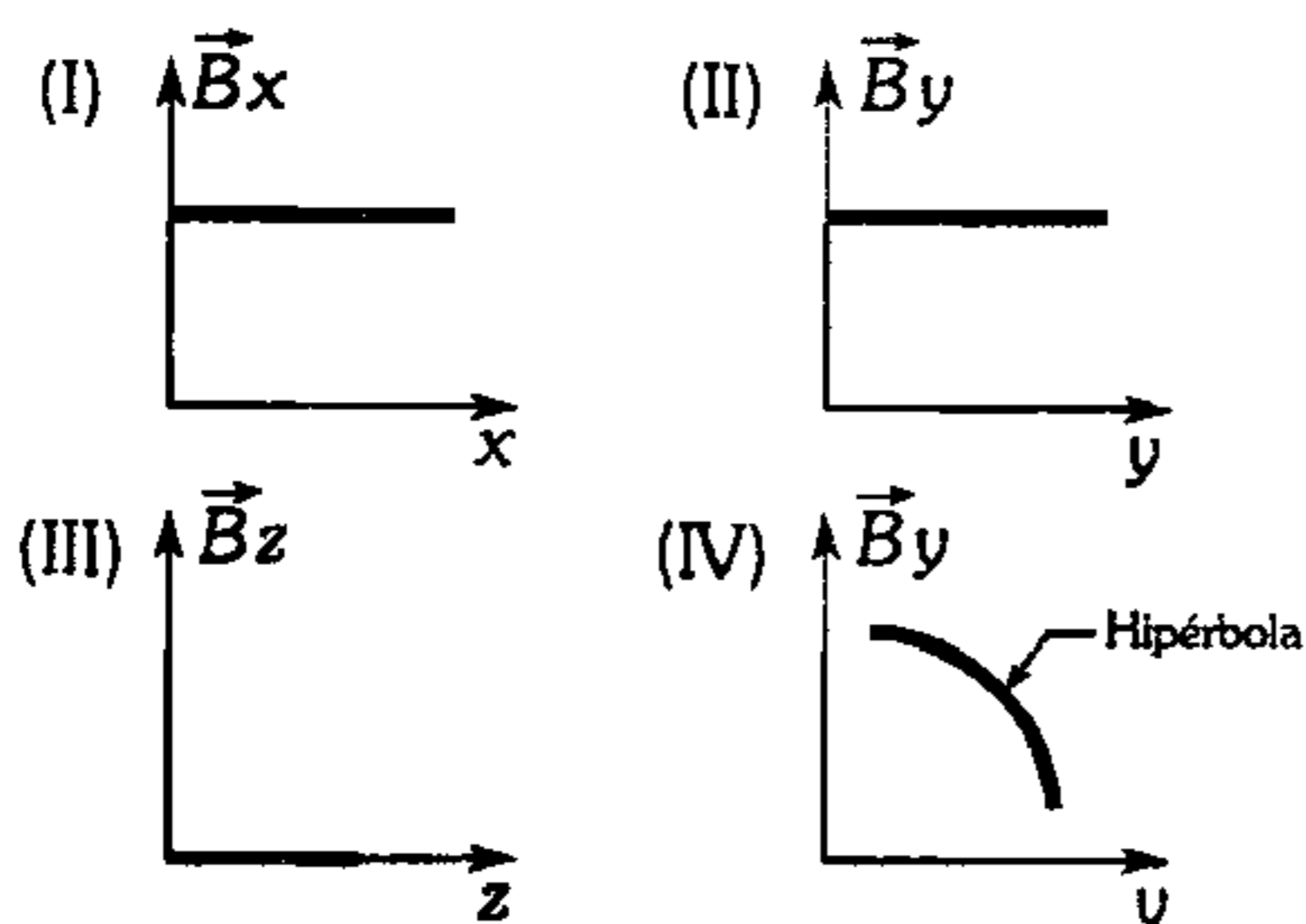
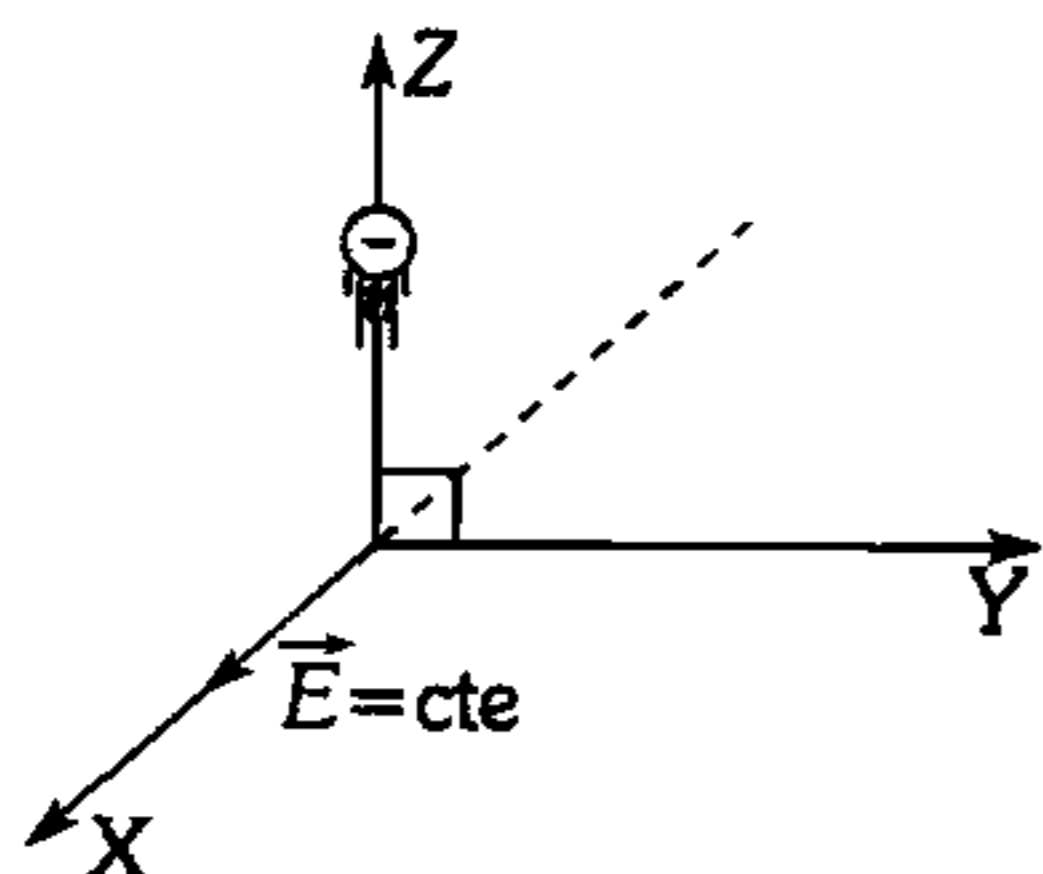
- A) 2 : 3    B) 1 : 2    C) 1 : 3  
D) 3 : 4    E) 1 : 5

732. Determine el módulo de la fuerza magnética que experimenta la partícula electrizada con  $+0,1 \text{ mC}$  ( $I=10 \text{ A}$ ).



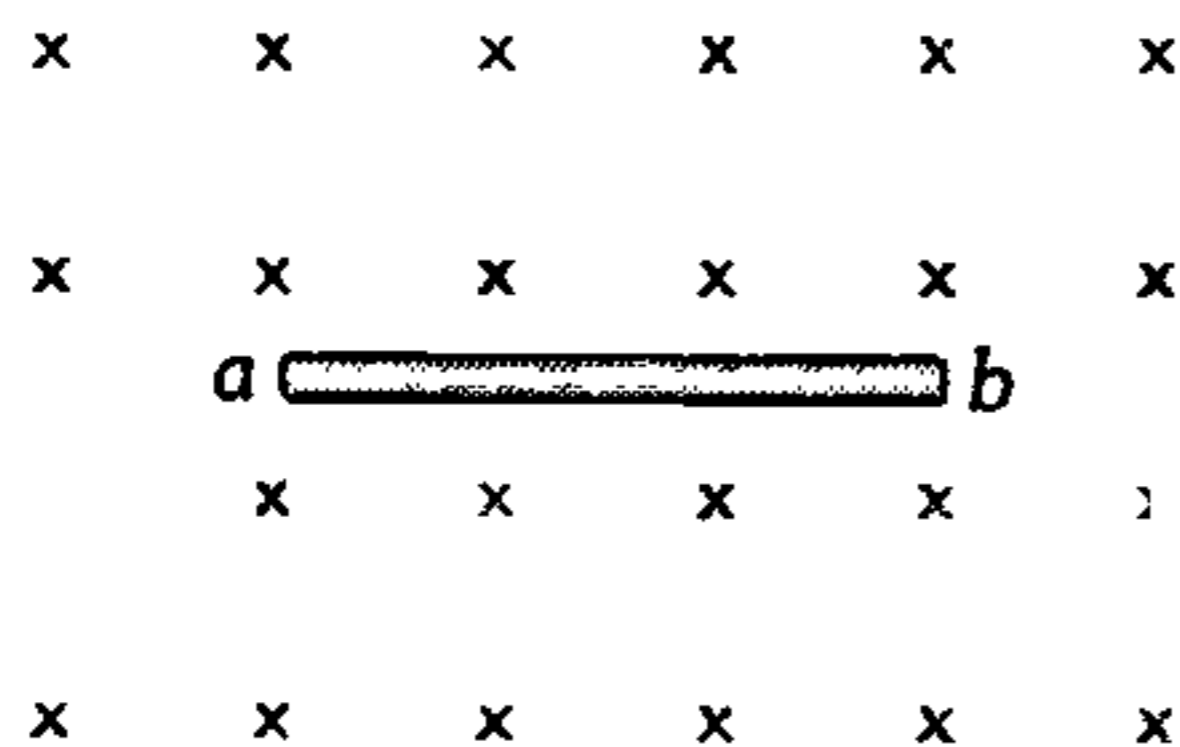
- A)  $0,1 \mu\text{N}$     B)  $0,2 \mu\text{N}$     C)  $0,5 \mu\text{N}$   
D)  $0,7 \mu\text{N}$     E)  $0,8 \mu\text{N}$

733. Una partícula electrizada negativamente es lanzada a lo largo del eje Z. Si se desprecia los efectos gravitatorios, para que tal partícula se desplace uniformemente en dicha región debe existir un campo magnético cuya inducción magnética varíe con la posición según



- A) I y II      B) I y IV      C) II y III  
D) I y IV      E) III

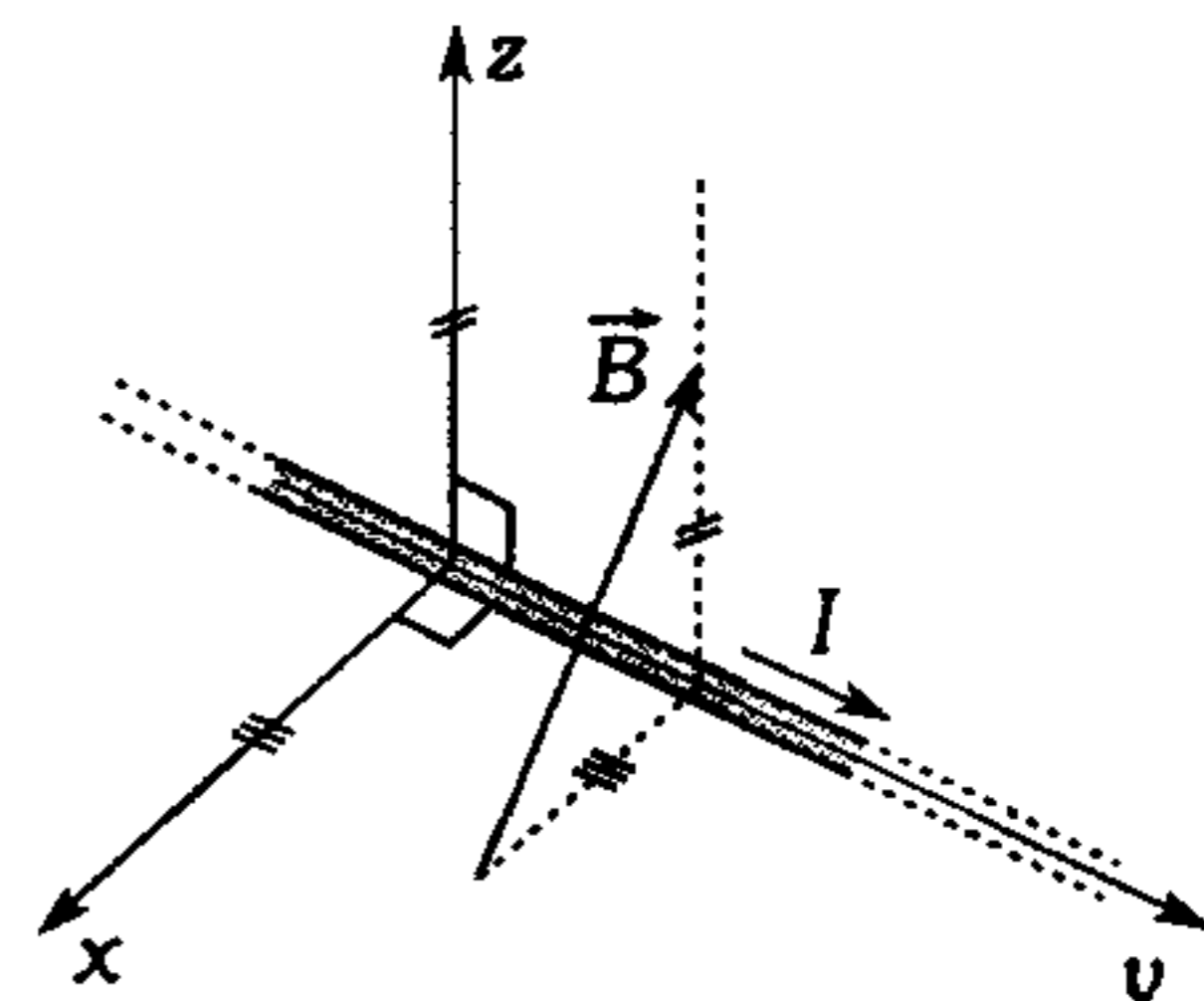
734. Si el potencial eléctrico en el extremo **a** es mayor que en el extremo **b**, pero luego se igualan resultando que el potencial en **b** es mayor que en **a**, entonces podemos afirmar que



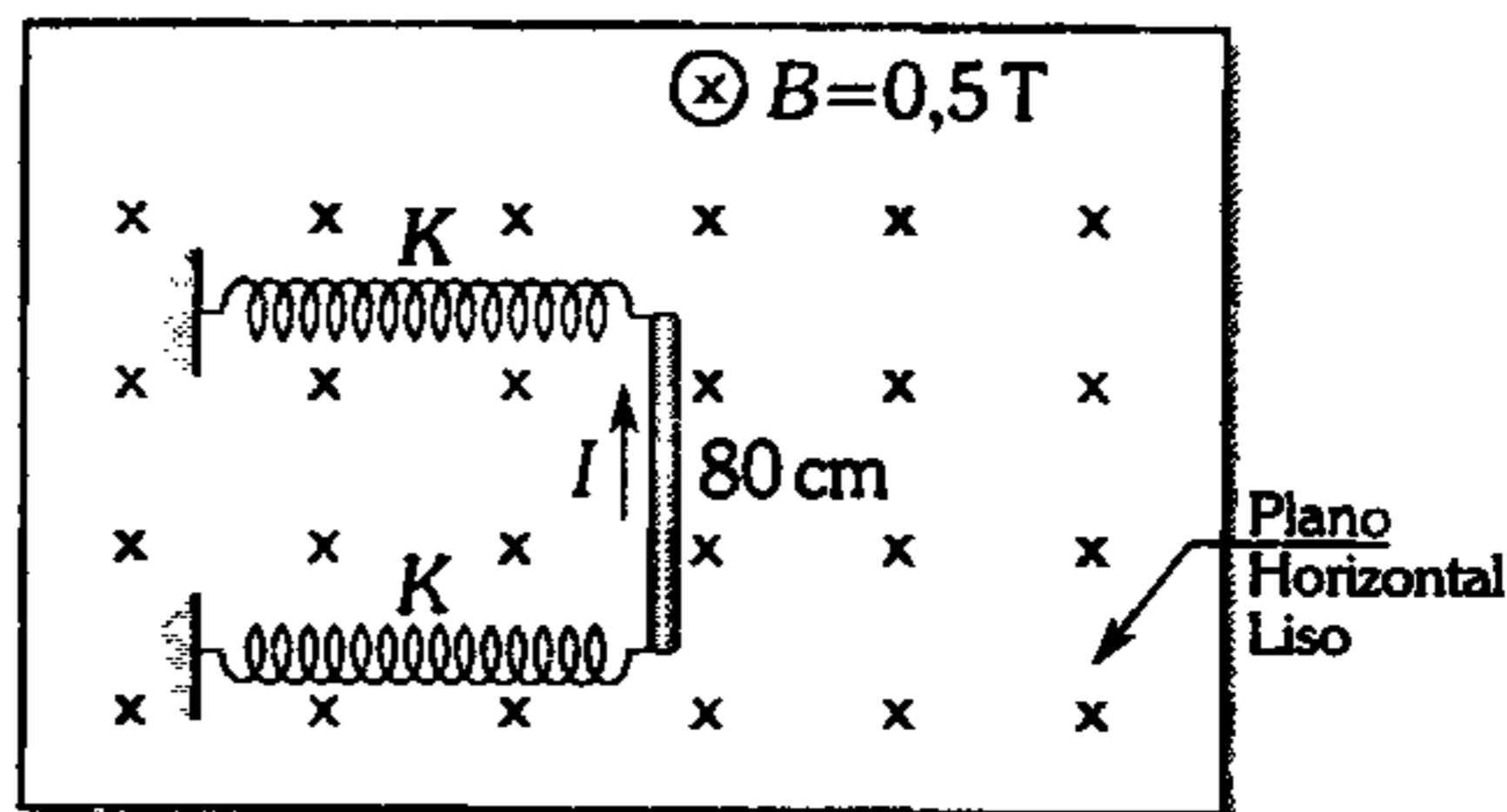
- A) la barra se mueve a la derecha.  
B) la barra se mueve a la izquierda.  
C) la barra baja, se detiene y luego asciende.  
D) la barra asciende, se detiene y luego baja.  
E) la barra se mueve a la derecha, se frena y luego va a la izquierda.

735. Determine la fuerza magnética que experimenta 1 m del conductor de gran longitud que transporta corriente eléctrica de 10 A.  $\vec{B} = (-0,3\hat{i} + 0,5\hat{k})$  teslas.

- A)  $\sqrt{15}$  N  
B)  $\sqrt{17}$  N  
C)  $2\sqrt{19}$  N  
D)  $\sqrt{34}$  N  
E)  $3\sqrt{13}$  N



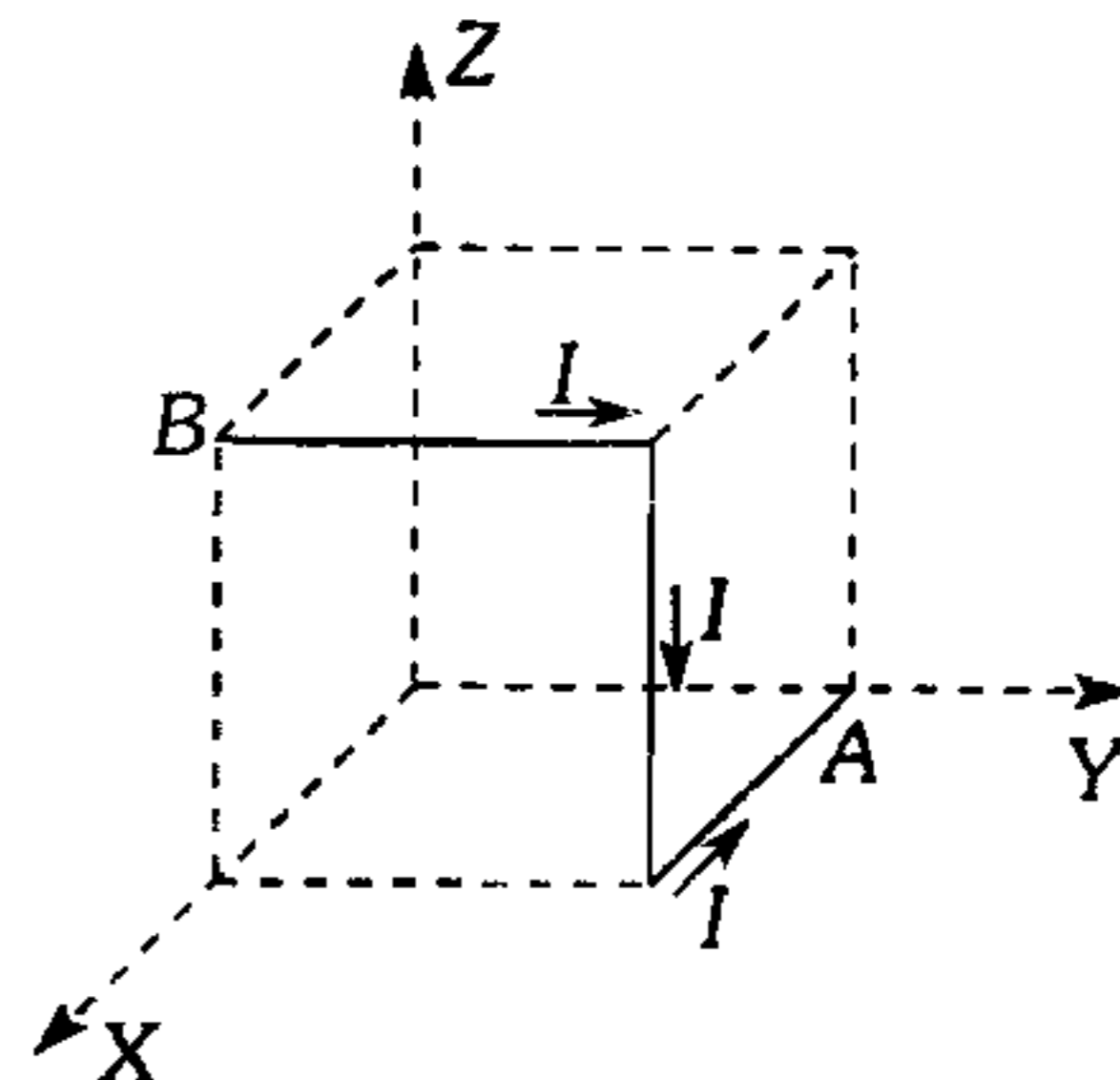
736. La figura muestra un conductor que transporta una corriente eléctrica cuya intensidad es 10 A. Determine la deformación que experimenta cada resorte ( $K=100$  N/m) en el equilibrio.



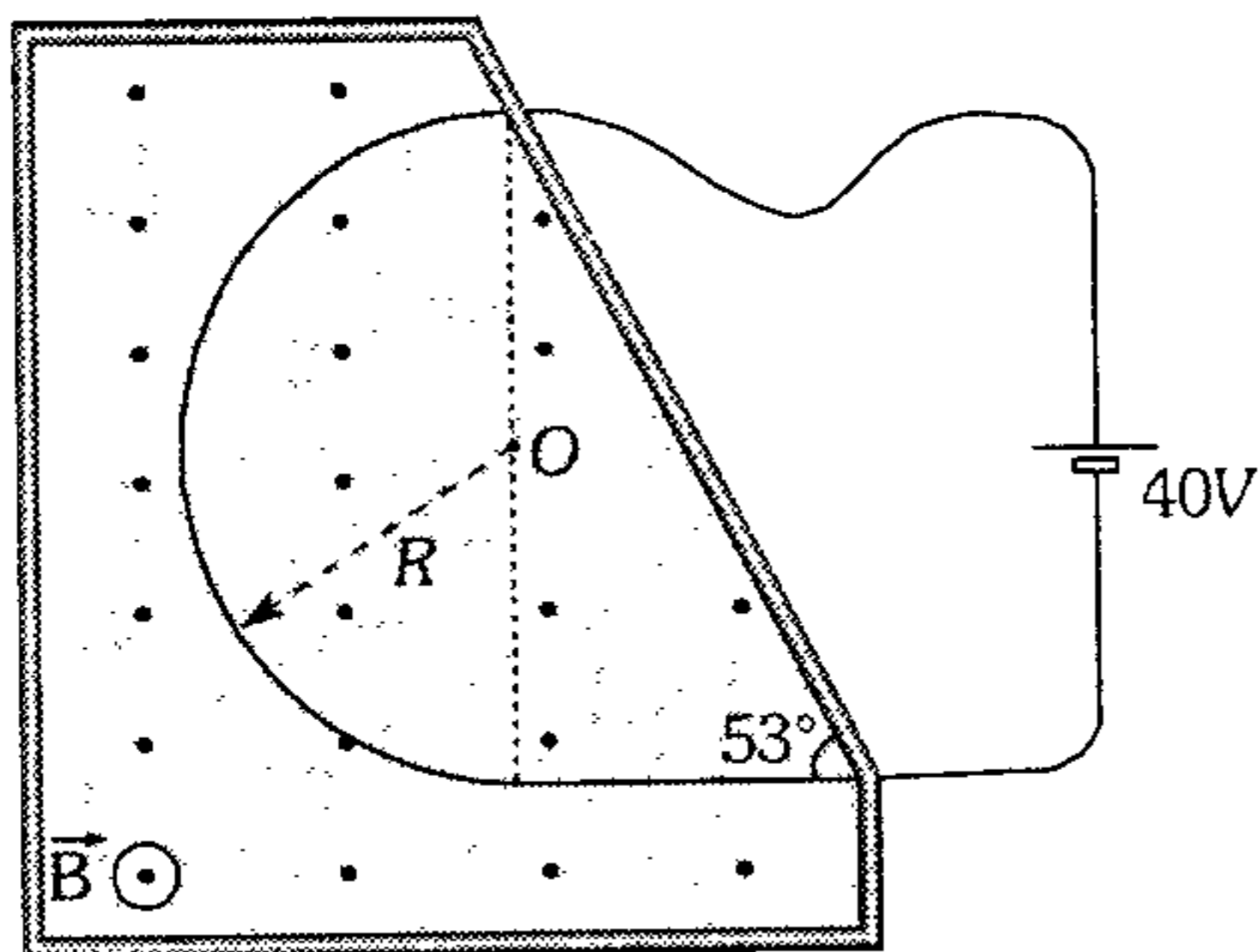
- A) 1 cm      B) 2 cm      C) 3 cm  
D) 4 cm      E) 5 cm

737. Un campo magnético uniforme de 2 T está orientado en dirección del eje Z y la corriente que circula por la barra AB es de 10 A. Halle la fuerza magnética sobre este conductor. El lado del cubo mide 10 cm.

- A)  $2\sqrt{2}$  N  
B) 2 N  
C)  $2\sqrt{3}$  N  
D)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  N  
E)  $5\sqrt{2}$  N

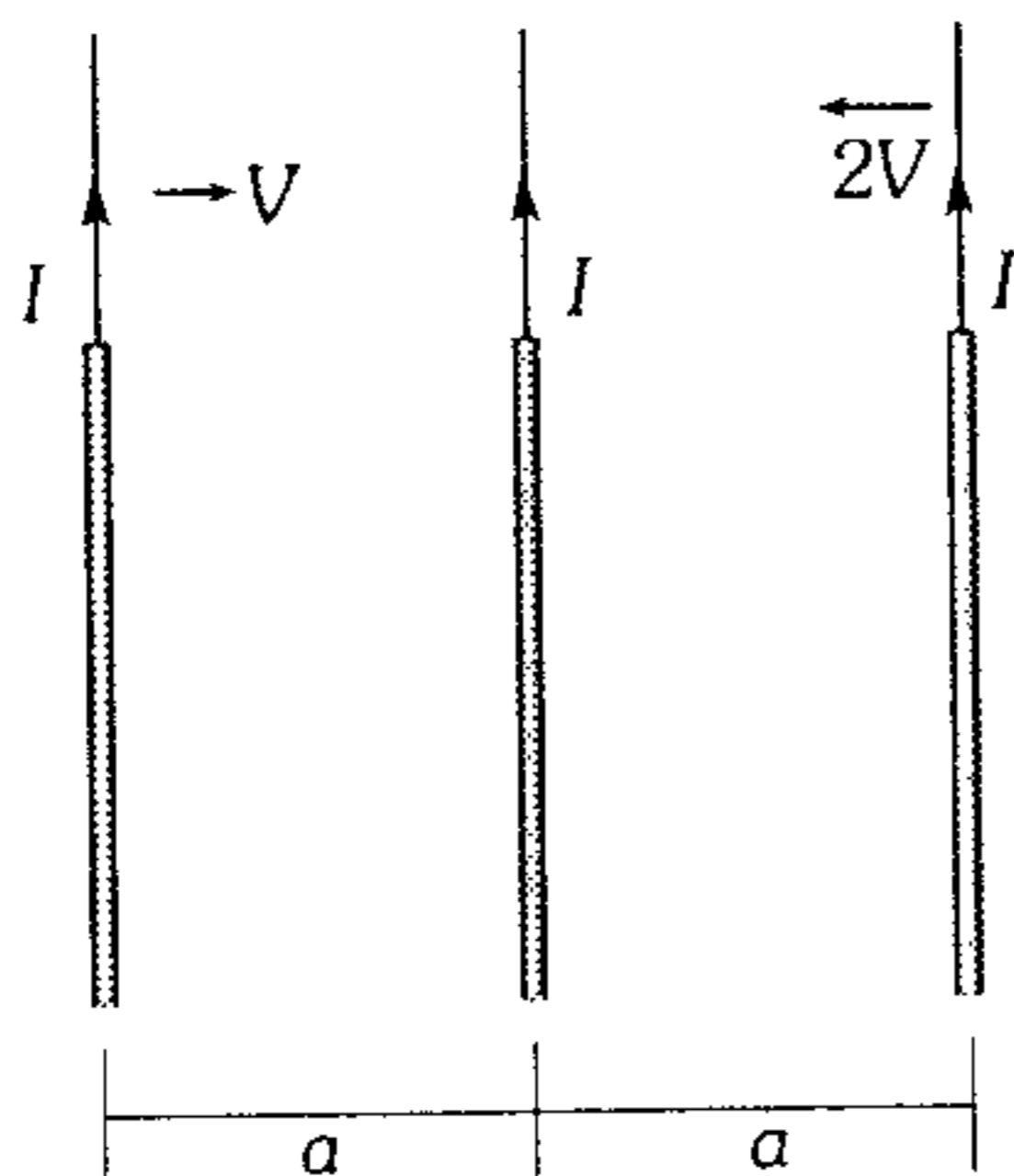


738. Determine la fuerza neta de parte del campo magnético sobre el alambre de  $20\ \Omega$  doblado en la forma mostrada y ubicado en un campo magnético de inducción  $B=0,4\ \text{T}$  ( $R=50\ \text{cm}$ ).



- A) 3 N      B) 10 N      C) 4 N  
D) 1 N      E) 8 N

739. Se tiene 3 cables paralelos que conducen corriente en un mismo sentido, de pronto los 2 cables extremos se acercan con rapidez de  $V$  y  $2V$ . ¿Qué sucede con el cable central?



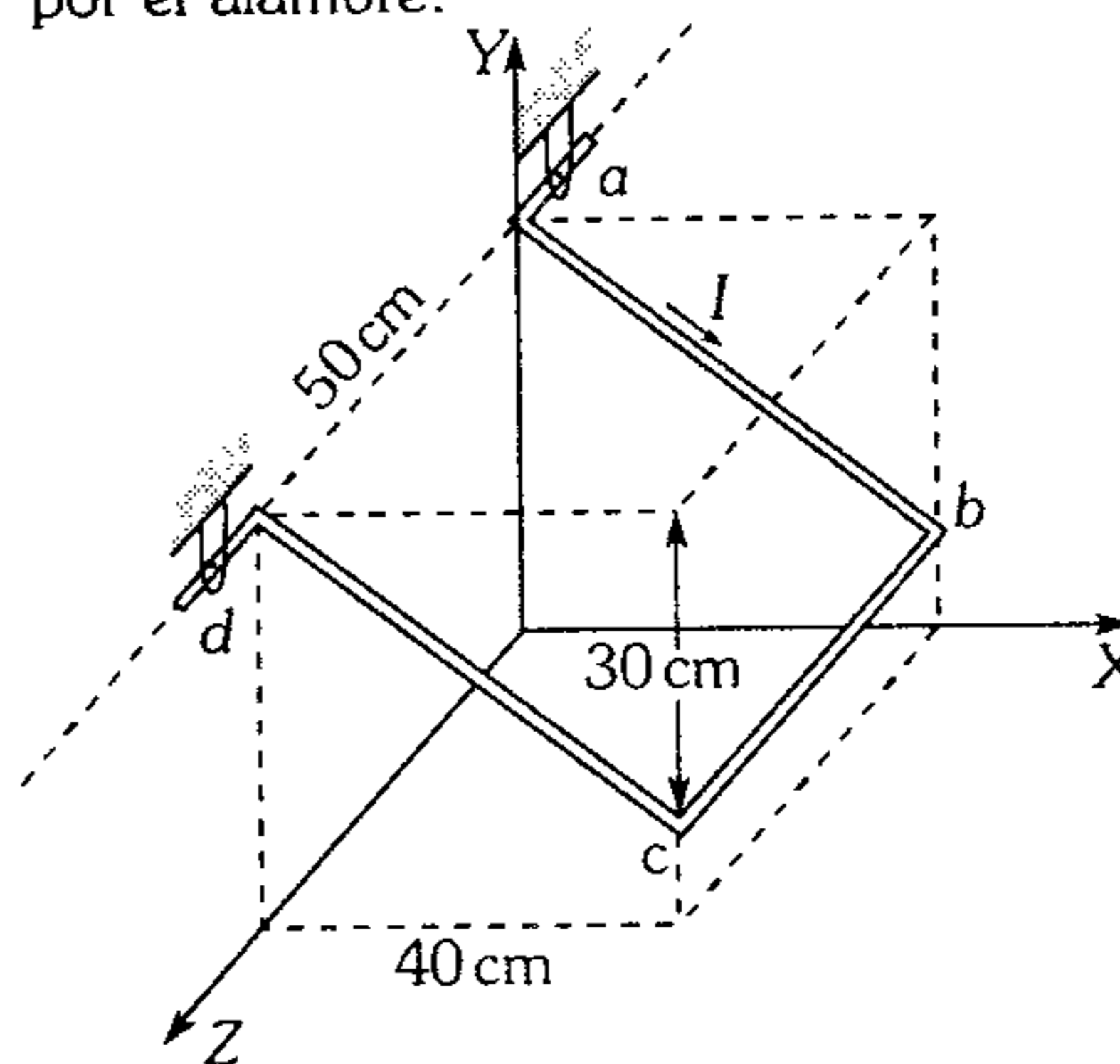
- A) Se queda en el mismo lugar.  
B) Se desplaza a la izquierda.  
C) Se desplaza a la derecha.  
D) Depende de las velocidades.  
E) No se puede precisar.

740. Una barra de aluminio de 5 N reposa apoyada entre dos rieles separados 50 cm que conducen una corriente eléctrica de 40 A de un riel a otro, si se establece un campo magnético  $\vec{B}$  representado por líneas de inducción perpendiculares al plano formado por los rieles. ¿Para qué módulo de  $\vec{B}$  la barra de aluminio resbala?

Considere que el coeficiente de rozamiento estático entre el riel y la barra es 0,8.

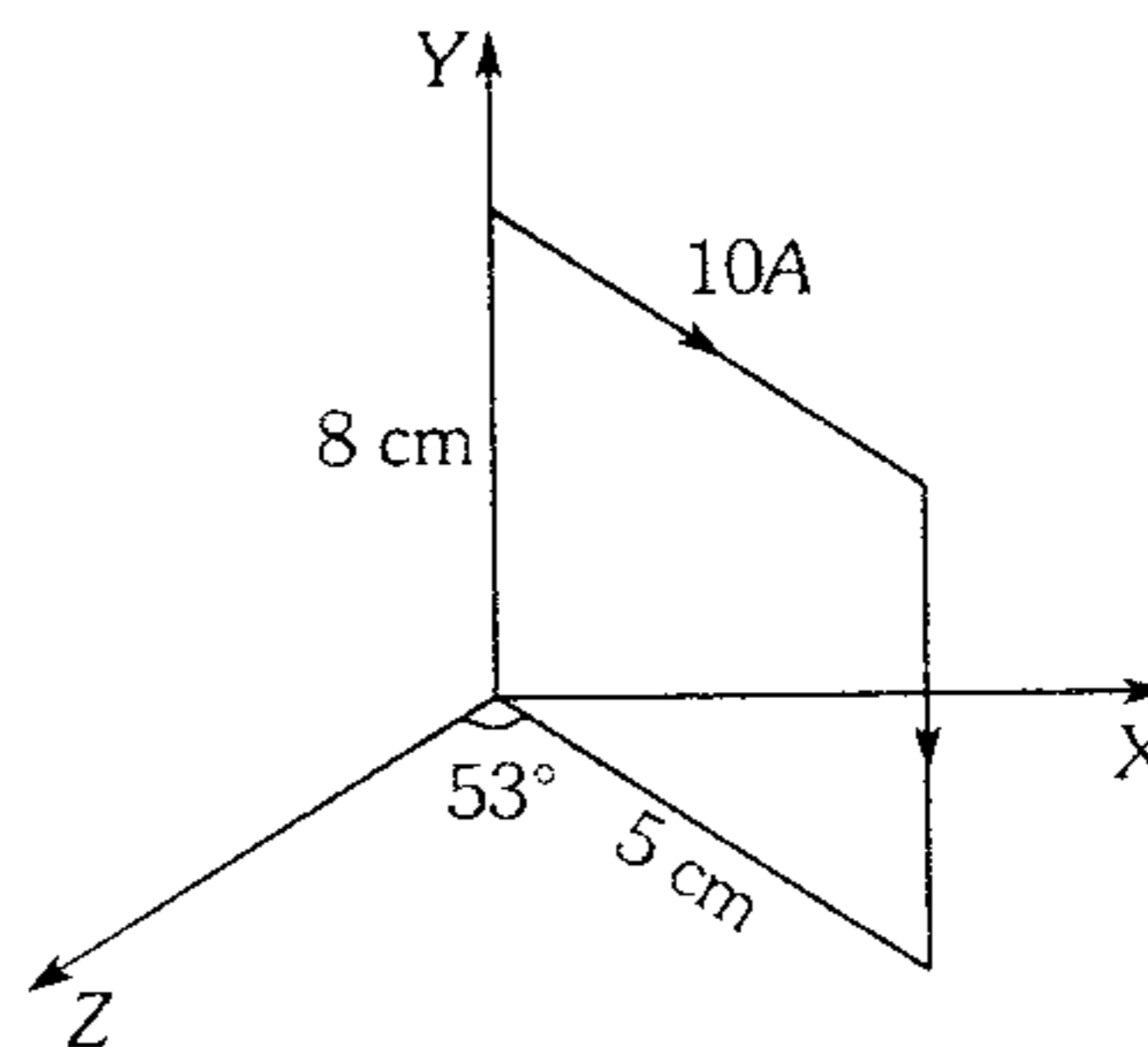
- A)  $B \leq 0,1\ \text{T}$     B)  $B = 0,2\ \text{T}$     C)  $B \geq 0,2\ \text{T}$   
D)  $B > 0,2\ \text{T}$       E)  $B < 0,2\ \text{T}$

741. El conductor  $abcd$  de 300 g se encuentra dentro de un campo magnético de inducción  $\vec{B} = (40; -30)\ \text{mT}$ ; en la posición que se indica. ¿Qué intensidad de corriente circula por el alambre?



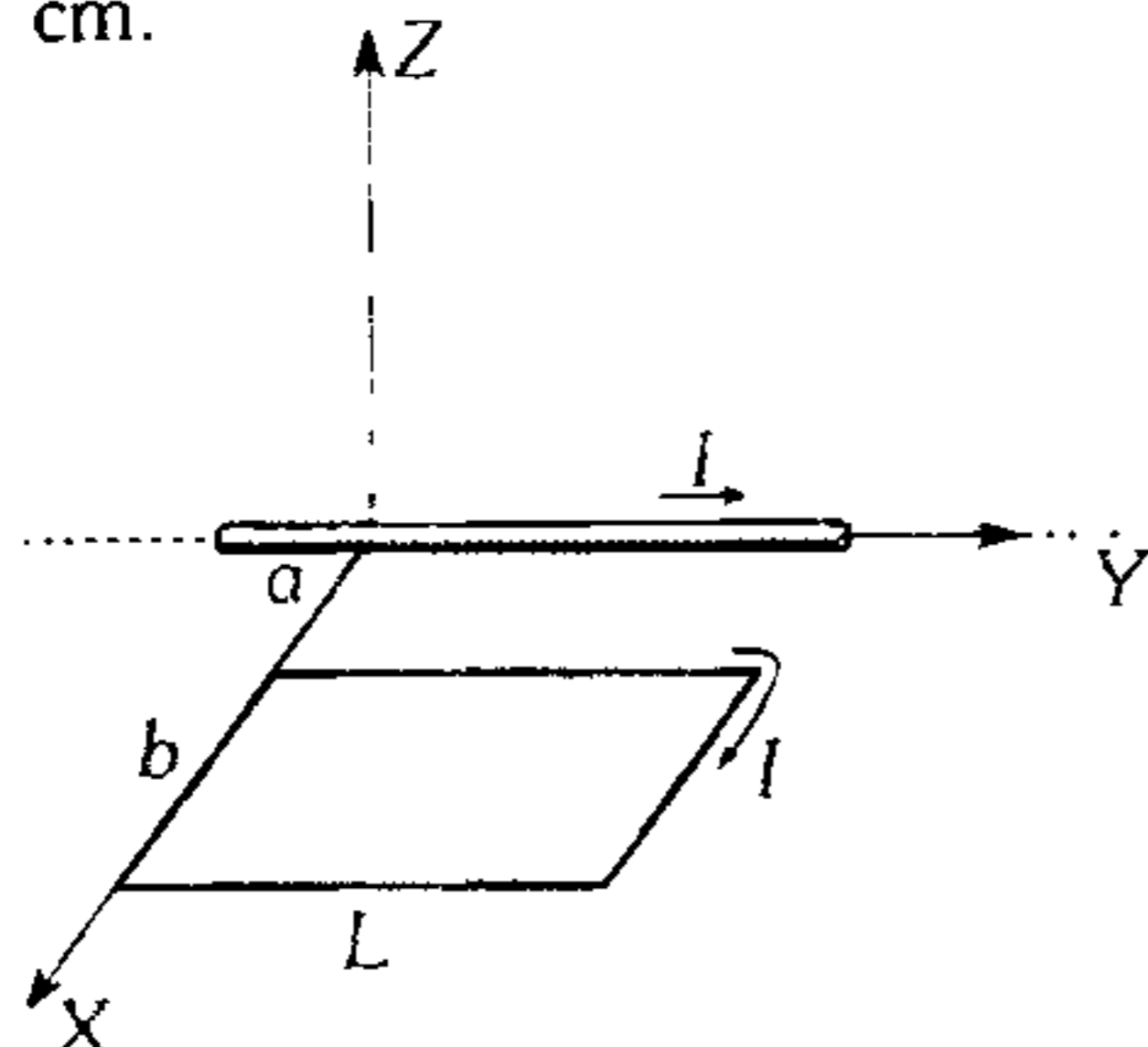
- A) 36 A      B) 32 A      C) 64 A  
D) 128 A      E) 150 A

742. La espira rectangular que se indica puede girar alrededor del eje Y, lleva una corriente de 10 A en el sentido indicado. Si la espira está en un campo magnético uniforme 0,1T paralelo al eje X, determine el módulo del torque requerido para mantenerlo en la posición que se muestra.



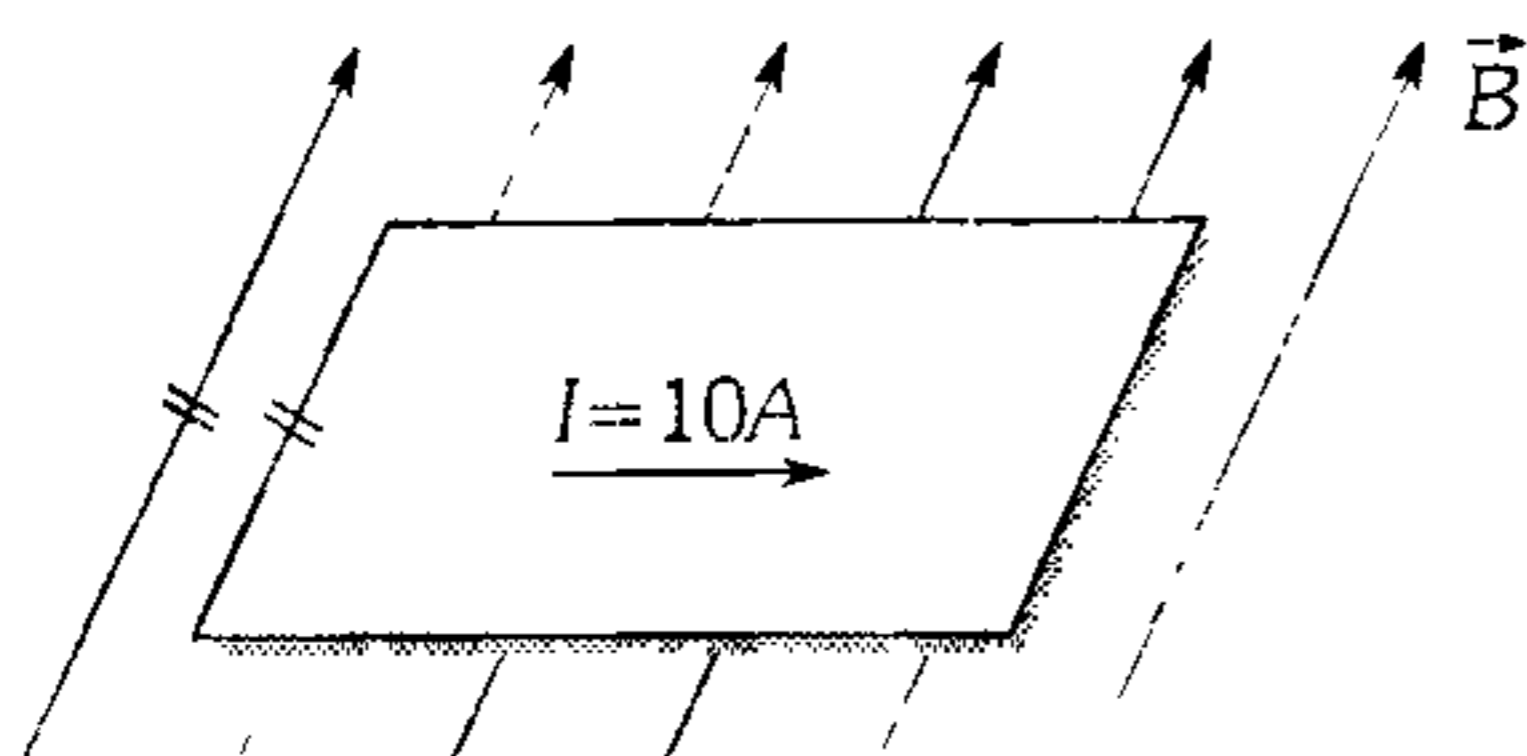
- A)  $16 \times 10^{-4}\ \text{Nm}$       B)  $32 \times 10^{-4}\ \text{Nm}$   
C)  $64 \times 10^{-4}\ \text{Nm}$   
D)  $120 \times 10^{-4}\ \text{Nm}$       E)  $160 \times 10^{-4}\ \text{Nm}$

743. En la figura se muestra un conductor muy largo que lleva una corriente de 20 A y una espira rectangular que lleva una corriente de 20 A. Determine la fuerza magnética que ejerce el conductor a la espira.  $a=1$  cm,  $b=3$  cm y  $L=30$  cm.



- A) 3.2 mN(-î)
- B) 3.2 mN(+î)
- C) 1.8 mN(-î)
- D) 4.2 mN(+î)
- E) 4.2 mN(+k)

744. Por una lámina metálica, cuadrada de 20 cm de lado, se hace pasar corriente eléctrica, tal como se indica. Si la inducción  $\vec{B}$  del campo magnético es 0,2 T determine la presión que soporta dicha lámina por parte del campo magnético.

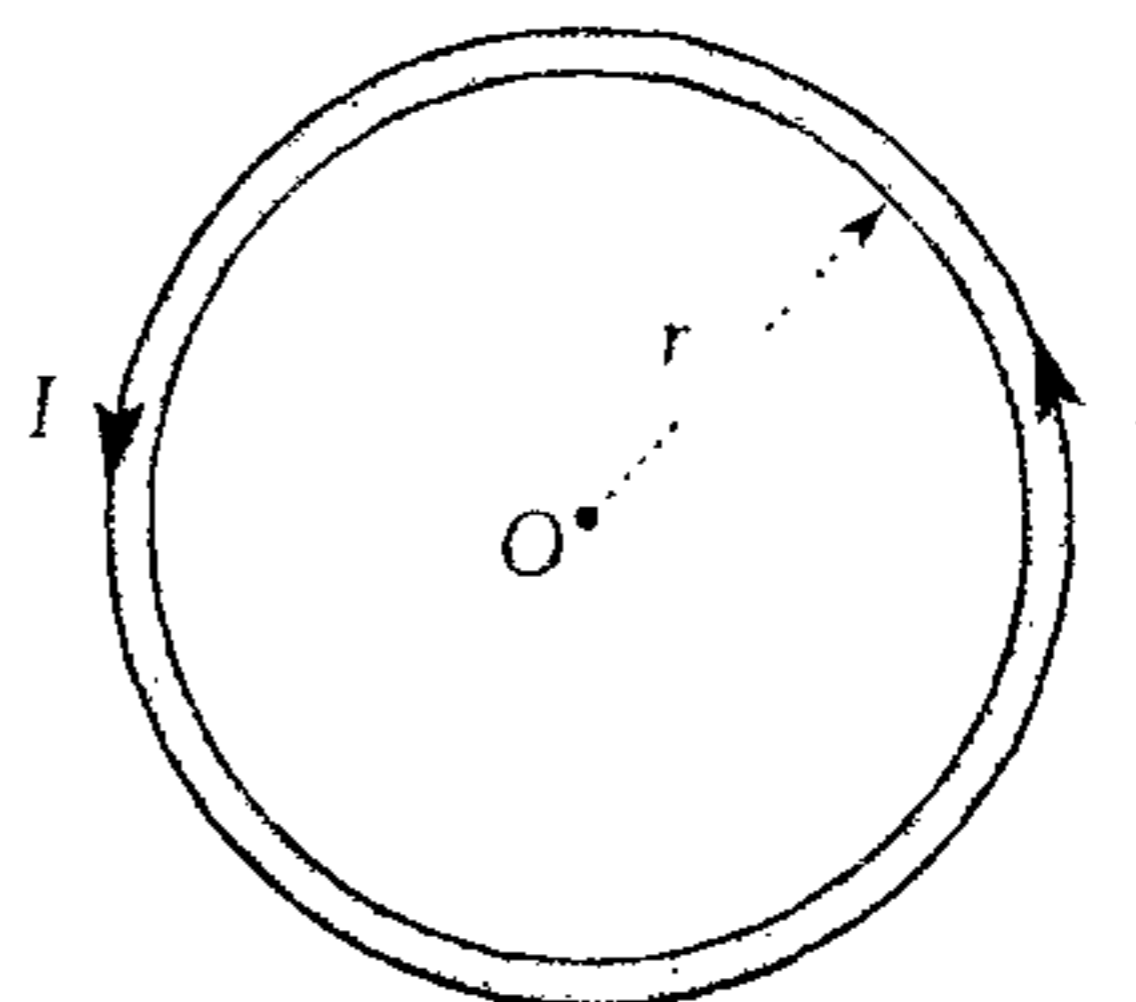


- A) 1 Pa
- B) 5 Pa
- C) 10 Pa
- D) 15 Pa
- E) 20 Pa

745. Un conductor de longitud  $L=0,15$  m, por el cual pasa corriente de  $I=8$  A, es perpendicular a la inducción de un campo magnético homogéneo cuyo módulo es  $B=0,4$  T. Determine el trabajo realizado por el campo magnético al trasladar dicho conductor 0,025 m en la dirección de la fuerza magnética.

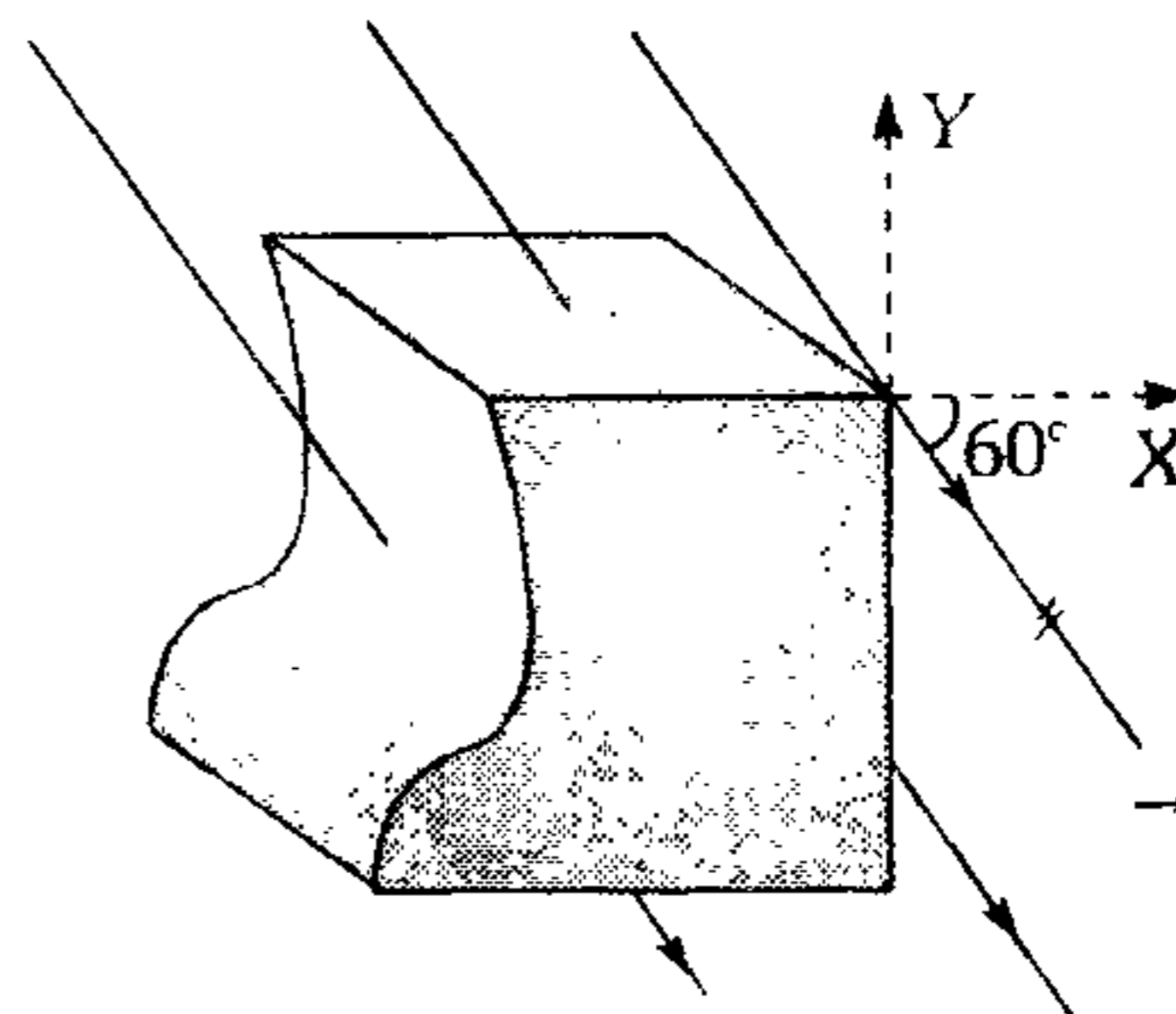
- A)  $1,2 \times 10^{-2}$  J
- B)  $12 \times 10^{-2}$  J
- C)  $6 \times 10^{-2}$  J
- D)  $18 \times 10^{-2}$  J
- E) Cero

746. Considere que por el anillo rígido de 20 cm de radio circula una corriente eléctrica de intensidad  $I$ . Indique la alternativa incorrecta.



- A) El anillo se encuentra tensionado.
- B) La inducción magnética en el centro O no es nula.
- C) Si establecemos un campo magnético uniforme, saliente al plano del papel, la fuerza de tensión en el anillo aumenta.
- D) Si se establece un campo magnético, perpendicular al plano de la espira, la fuerza de tensión en el anillo no cambia.
- E) Si se establece un campo magnético entrante al plano del papel, la fuerza de tensión es el anillo puede ser nula.

747. A un cubo metálico macizo de 10 cm de arista se realiza un corte según se indica. Determine el flujo magnético a través de la superficie curvilínea.  $B=0,1$  teslas. (Las líneas de inducción se ubican en el plano XY).

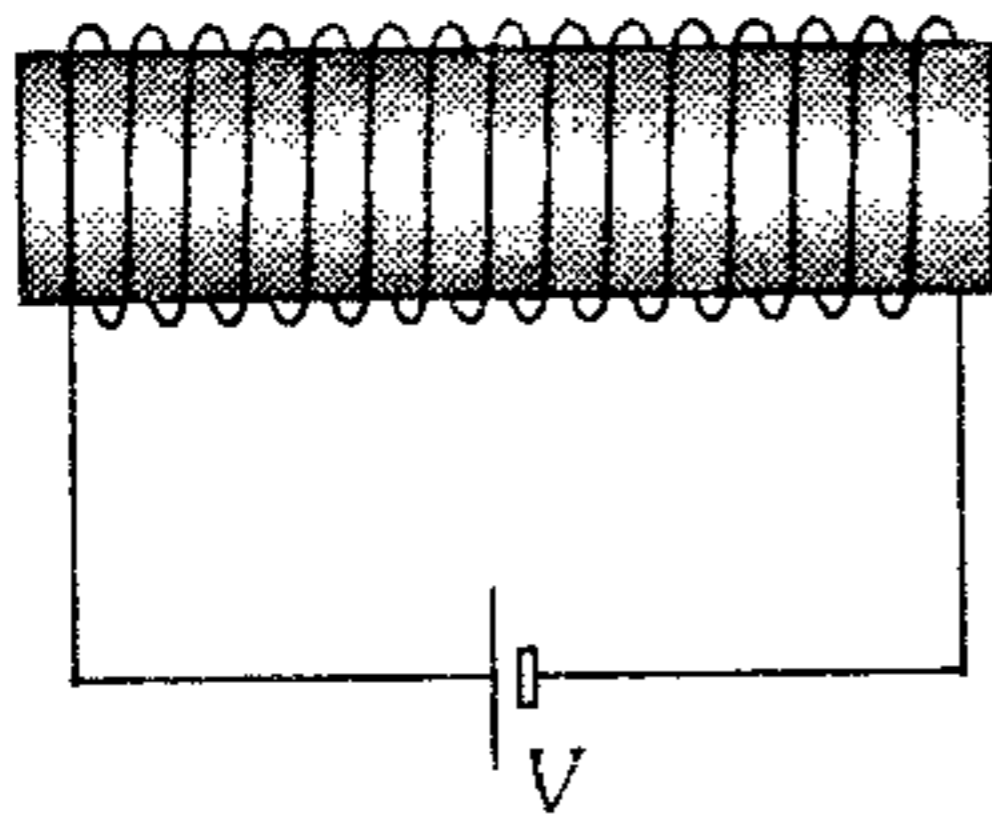


- A) 0,1 mWb
- B) 0,2 mWb
- C) -0,2 mWb
- D) -0,5 mWb
- E) -0,8 mWb

748. Se tiene una bobina (solenoides) de 50 cm de longitud y de 1 500 vueltas. Si por sus espiras circula una corriente de 50 A, determine el flujo magnético en el interior del solenoide (área de la sección recta del solenoide  $20 \text{ cm}^2$ ).

- A) 0,12 mWb                      B) 0,012 mWb  
 C) 0,16 mWb  
 D) 0,4 Wb                          E) 0,37 mWb

749. En la figura se muestra un solenoide de longitud  $L$  tiene una sección recta de área  $A$  y tiene  $N$  espiras. Si el flujo magnético en su interior es  $\phi$ , determine  $V$  sabiendo que el solenoide tiene como resistencia  $R$ .

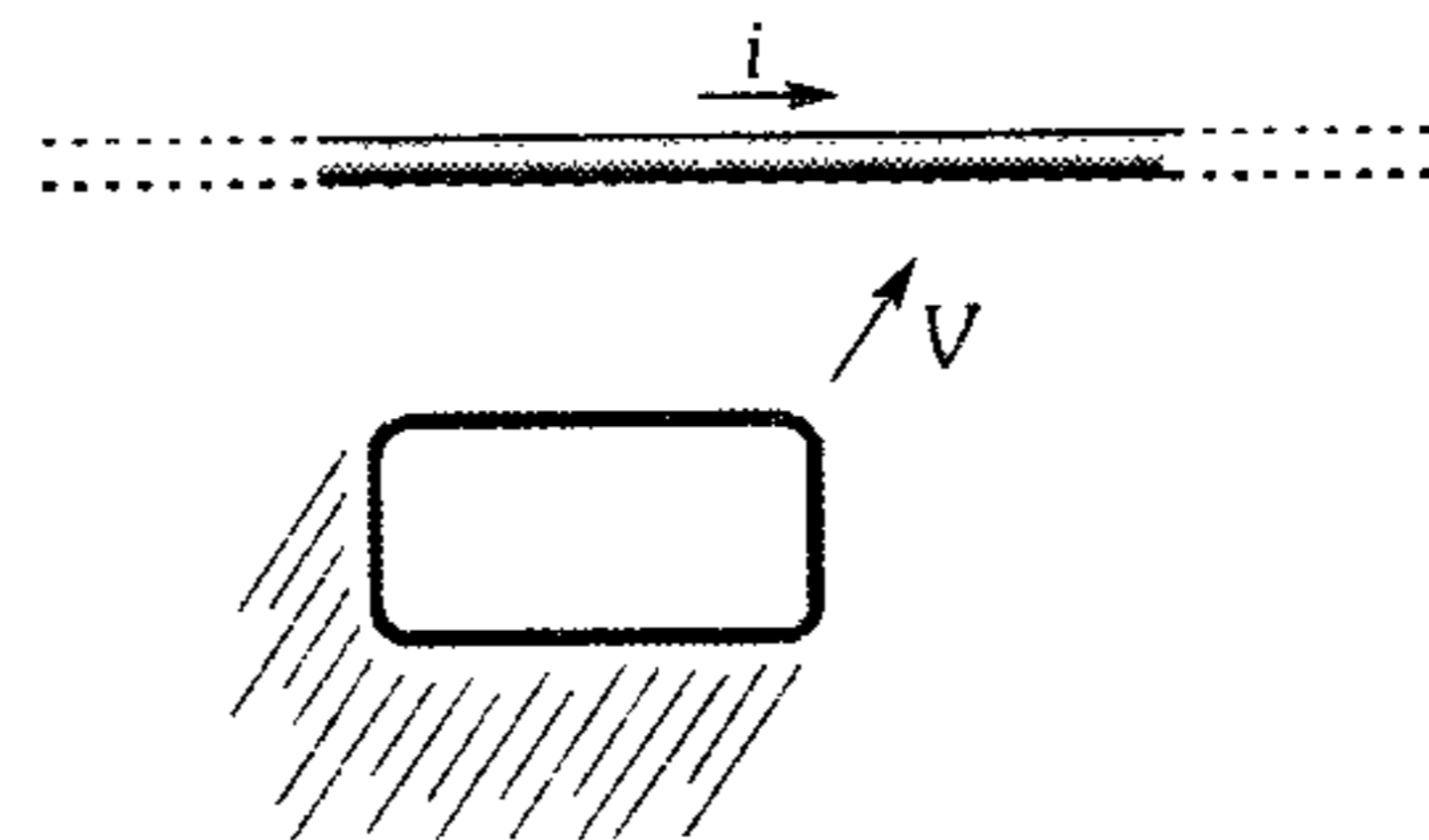


- A)  $\frac{\phi RL}{\mu NA}$       B)  $\frac{\phi RL}{2\mu AN}$       C)  $\frac{\mu RL}{3\mu NA}$   
 D)  $\frac{2\mu RL}{\mu NA}$       E)  $\frac{2\phi RL}{\mu NA}$

750. Una sustancia ferromagnética cuya permeabilidad magnética relativa es de 800, se emplea como núcleo para un arrollamiento toroidal cuyos radios interno y externo son de 32 cm y 38 cm. Si por las 140 espiras del toroide circula una corriente de 25 A, determine el módulo de la densidad del flujo ( $\vec{B}$ ) en el interior del toroide.

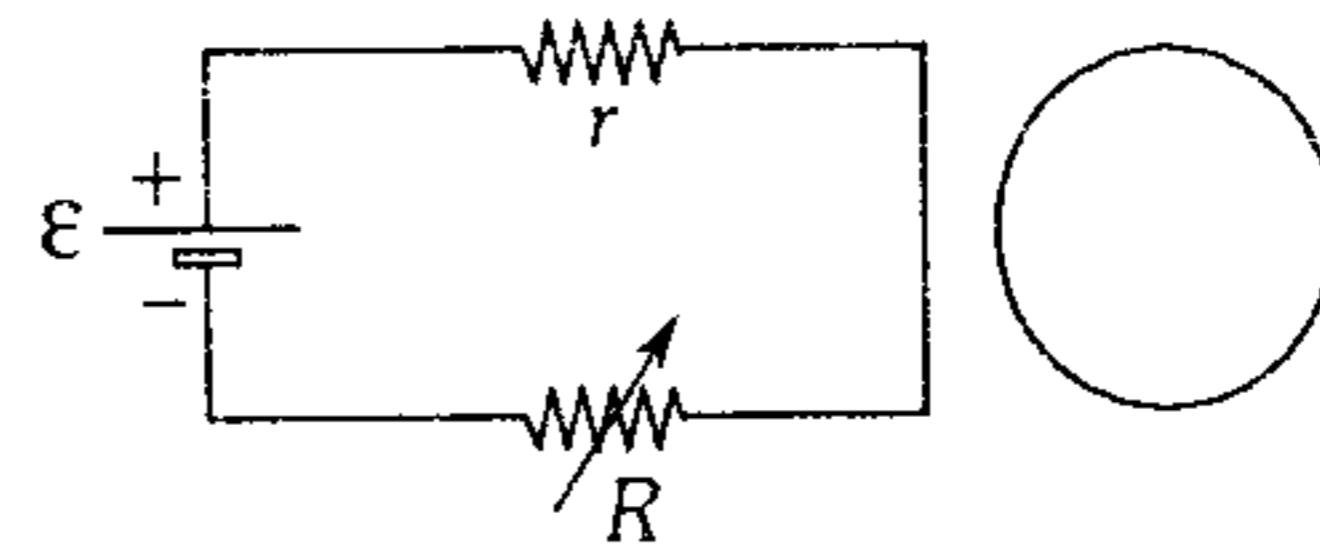
- A)  $1,6 \frac{Wb}{m^2}$       B)  $20 \frac{Wb}{m^2}$       C)  $8 \frac{Wb}{m^2}$   
 D)  $10 \frac{Wb}{m^2}$       E)  $28 \frac{Wb}{m^2}$

751. La espira rectangular de la figura se acerca con una velocidad  $V$  al alambre por el cual circula una corriente de intensidad  $i$ . Determine el sentido de la corriente inducida en la espira. (El alambre y la espira se encuentran en el mismo plano).



- A) Horario.  
 B) Antihorario.  
 C) No se genera corriente.  
 D) No se puede determinar.  
 E) Falta conocer la velocidad.

752. El circuito mostrado está situado en el mismo plano que la espira circular. ¿Qué sucede en la espira cuando la resistencia  $R$  variable aumenta?



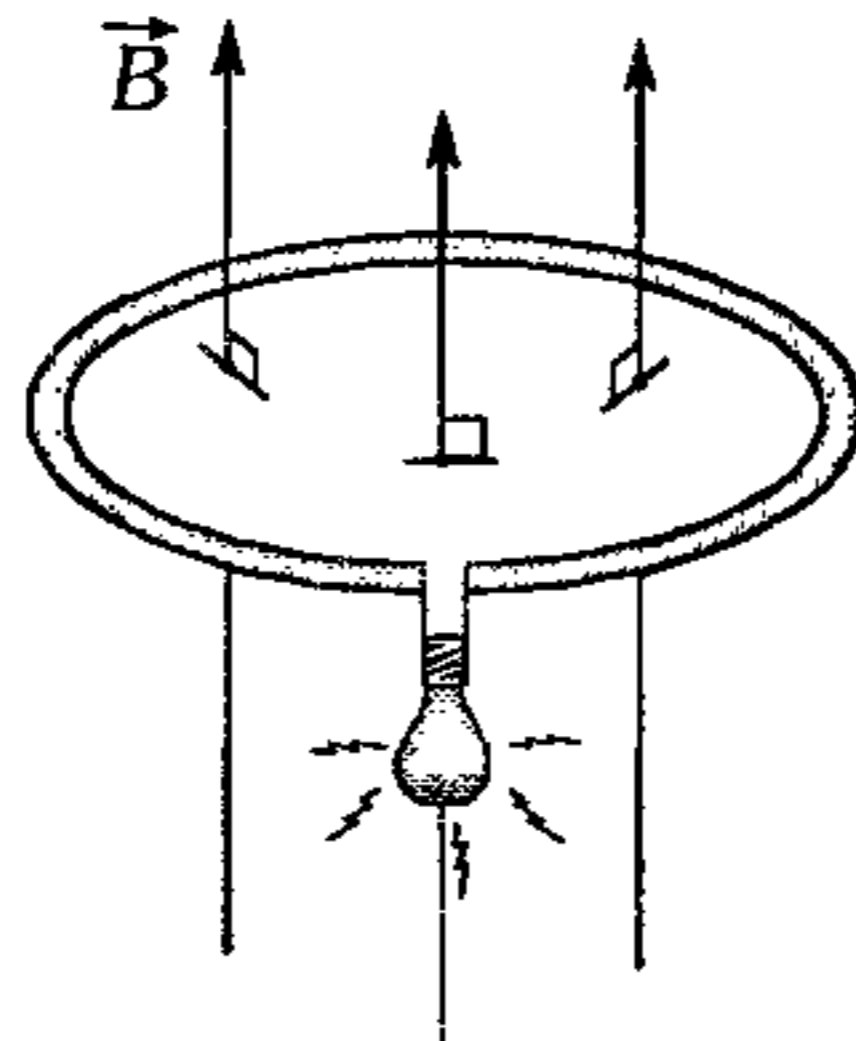
- A) Se induce una corriente horaria.  
 B) Se induce una corriente antihoraria.  
 C) No se induce nada.  
 D) No se puede afirmar nada.  
 E) Todas las alternativas son falsas.

753. El flujo magnético que atraviesa en forma perpendicular al plano de una bobina de 100 espiras obedece a la ley  $\phi = 2t + 3$ , donde  $t$  en segundos y  $\phi$  en wb. Determine la f.e.m. inducida para cualquier intervalo de tiempo:

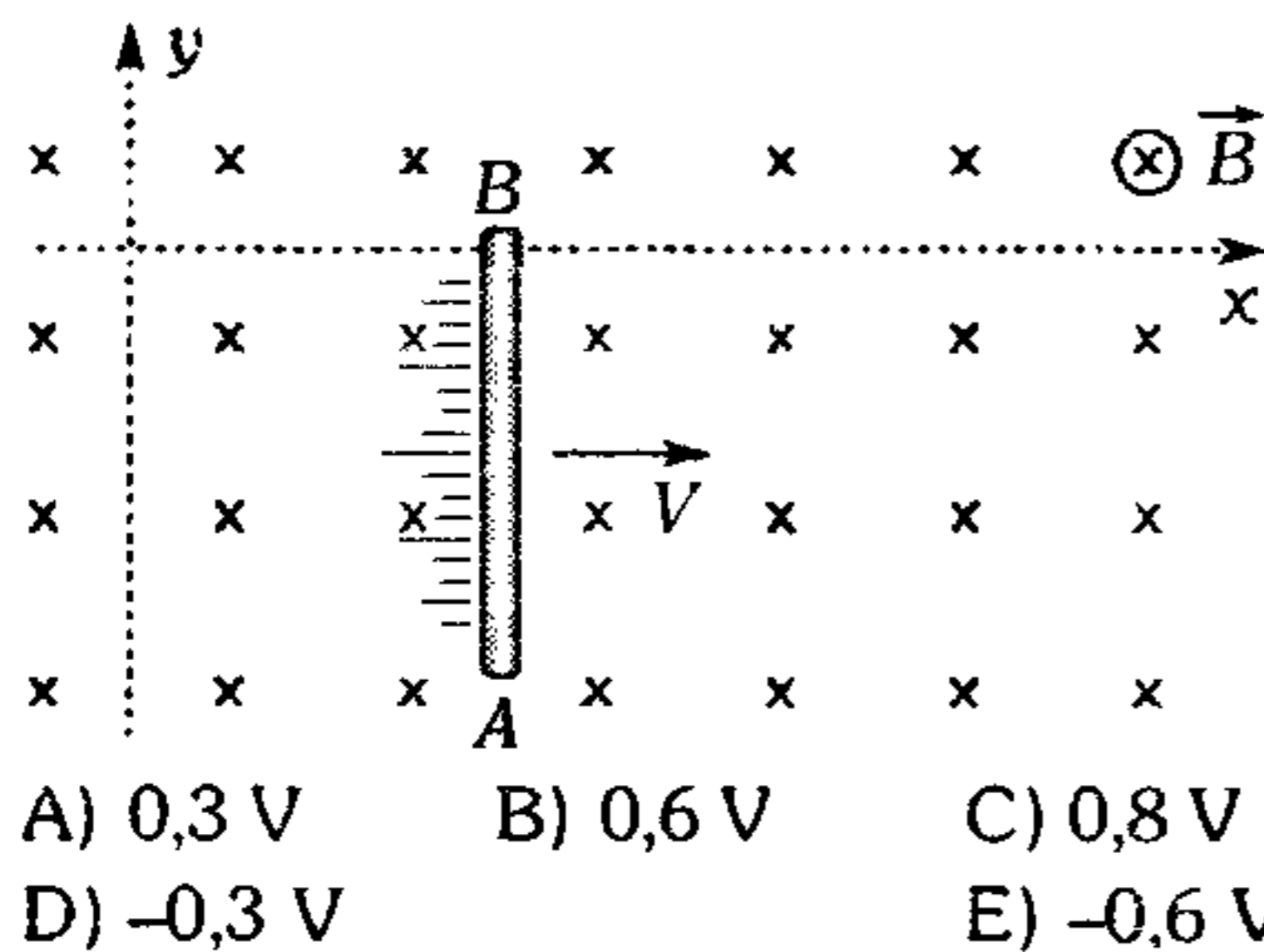
- A) 100 V      B) 2 V      C) 200 V  
 D) 20 V      E) Cero

754. La inducción magnética  $\vec{B}$  que atraviesa la espira varía con el tiempo según la siguiente expresión  $B=(10t^2+5)$  teslas donde  $t$  está en segundos. Determine la intensidad de la corriente eléctrica en el foco de  $4,5 \Omega$ , en  $t=2$  s, si la espira tiene una resistencia eléctrica de  $0,5 \Omega$  y encierra un área de  $5 \text{ cm}^2$ .

- A) 1 mA
- B) 2 mA
- C) 3 mA
- D) 4 mA
- E) 5 mA

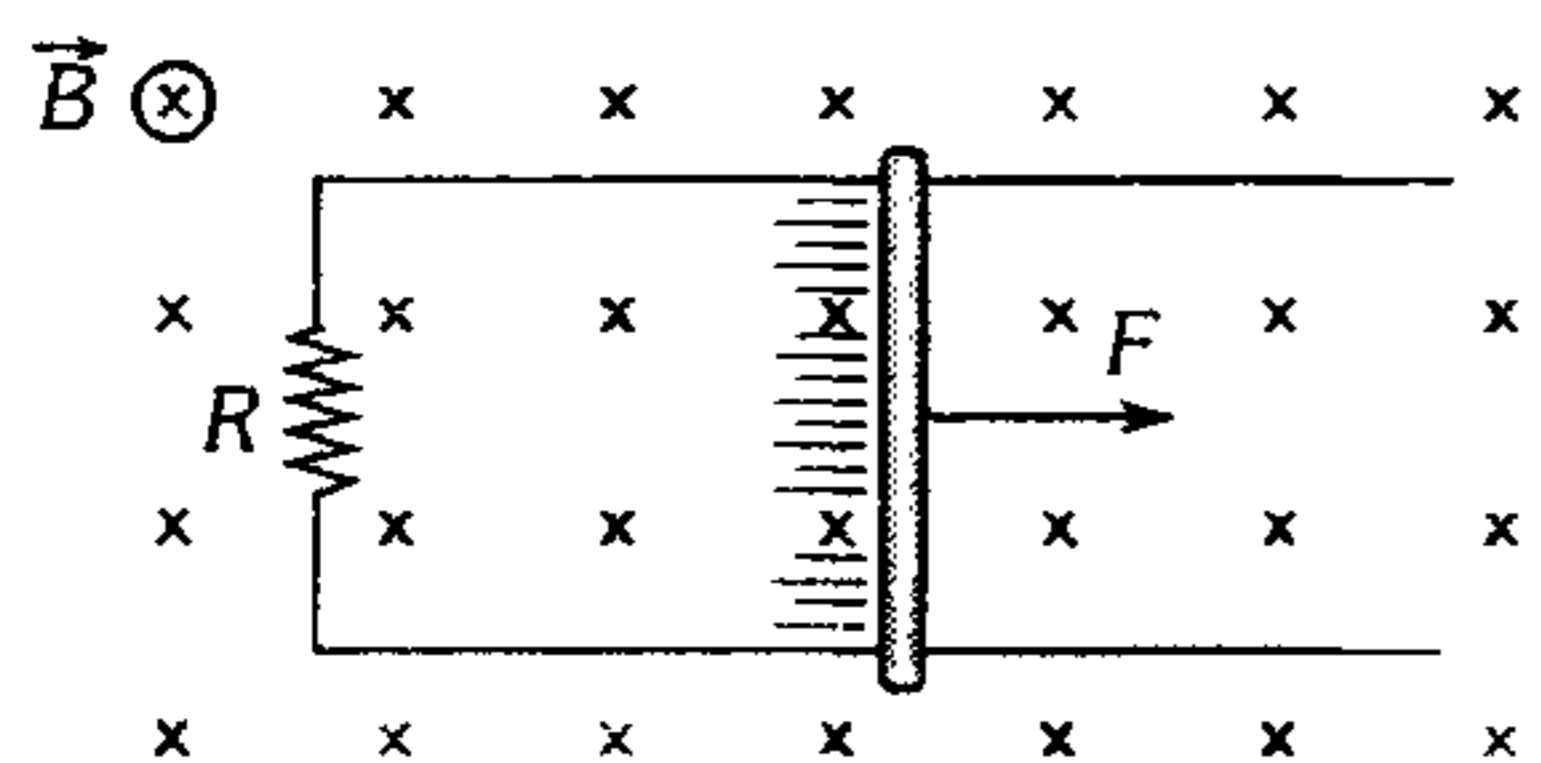


755. Una barra conductora de  $0,5 \text{ m}$  de longitud se traslada con rapidez constante de  $2 \text{ m/s}$ , tal como se muestra, donde la inducción magnética  $\vec{B}$  varía según  $B=0,2(x+1)$  donde  $x$  está en metros y  $B$  en teslas. Determine la diferencia de potencial entre  $A$  y  $B$  cuando la barra se encuentre en  $x=2 \text{ m}$ .



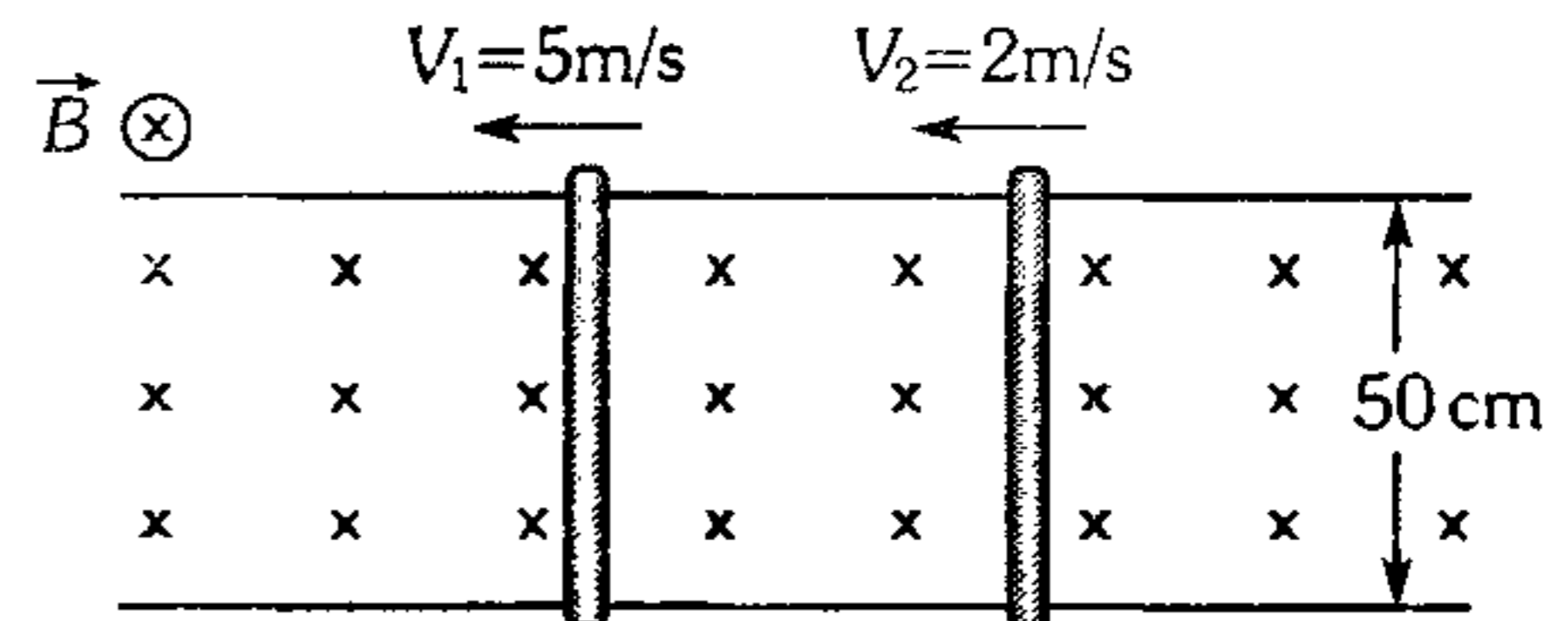
- A) 0,3 V
- B) 0,6 V
- C) 0,8 V
- D) -0,3 V
- E) -0,6 V

756. Una barra conductora de  $0,5 \text{ m}$  se apoya en dos rieles lisos y conductores tal como se muestra. Para qué módulo de la fuerza  $\vec{F}$ , la resistencia  $R = 5 \Omega$  disipa  $20 \text{ W}$  ( $B=50 \text{ mT}$ ).



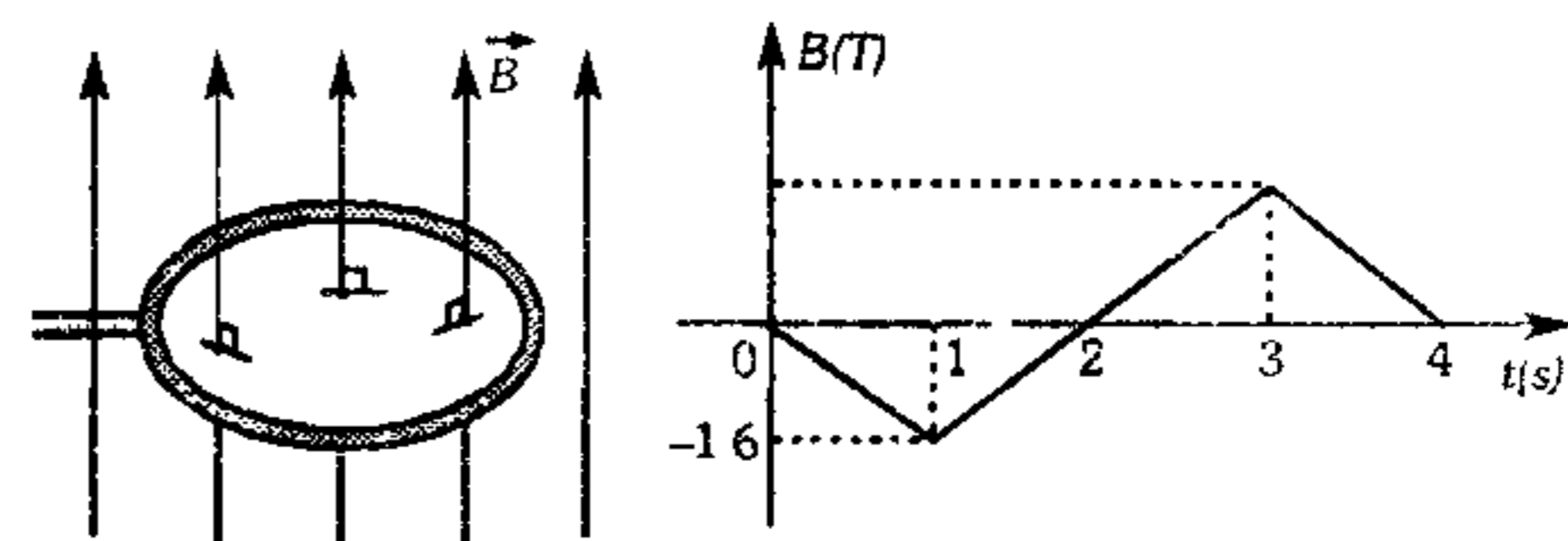
- A) 10 mN
- B) 20 mN
- C) 30 mN
- D) 40 mN
- E) 50 mN

757. Los conductores de  $50 \text{ cm}$  y resistencia de  $100 \text{ m}\Omega$  y  $200 \text{ m}\Omega$  se mueven sobre rieles que están dentro de un campo magnético de inducción  $1 \text{ T}$  como se indica. Determine la intensidad de corriente inducida (desprecie la resistencia de los rieles).



- A) 2 A
- B) 3 A
- C) 4 A
- D) 5 A
- E) 6 A

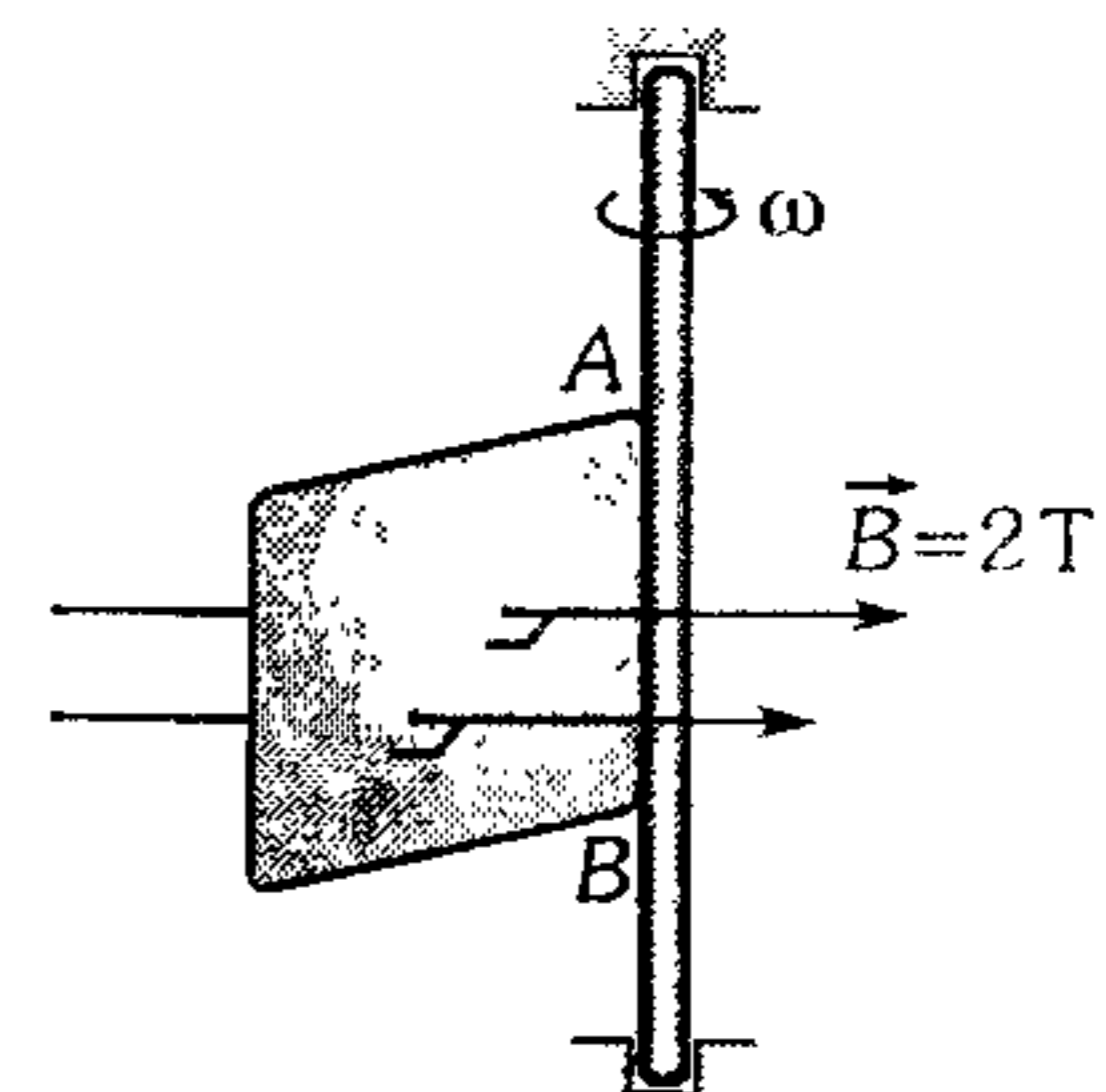
758. Se muestra las líneas de inducción que pasan perpendicularmente a la espira mostrada. Si la inducción magnética  $\vec{B}$  cambia según la gráfica, determine la f.e.m. inducida en  $t=2 \text{ s}$  ( $A=0,2 \text{ m}^2$ ).



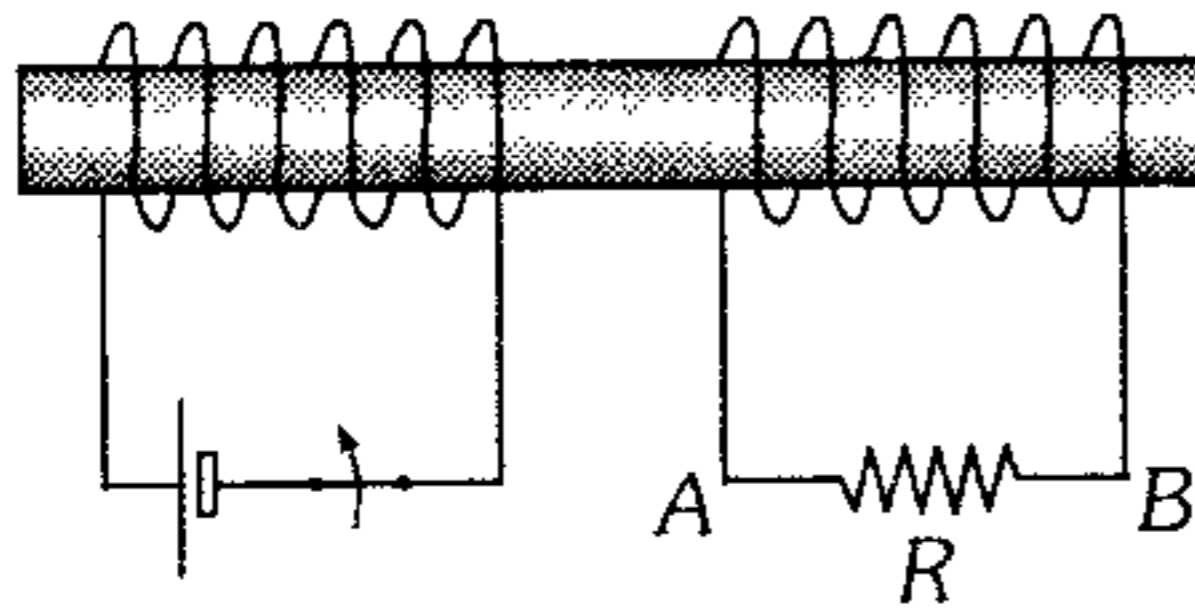
- A) 0,80 V
- B) 1,16 V
- C) 0,32 V
- D) 0,6 V
- E) 2,4 V

759. A partir del instante mostrado, el eje unido al lado  $AB=0,5 \text{ m}$  de la espira cuadrada gira con rapidez angular constante de  $\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{4 \text{ s}}$ . Determine la f.e.m. inducida en  $t=2 \text{ s}$ .

- A)  $\frac{\pi}{8} \text{ V}$
- B)  $\frac{\pi}{4} \text{ V}$
- C)  $\frac{\pi}{2} \text{ V}$
- D)  $\pi \text{ V}$
- E)  $2\pi \text{ V}$

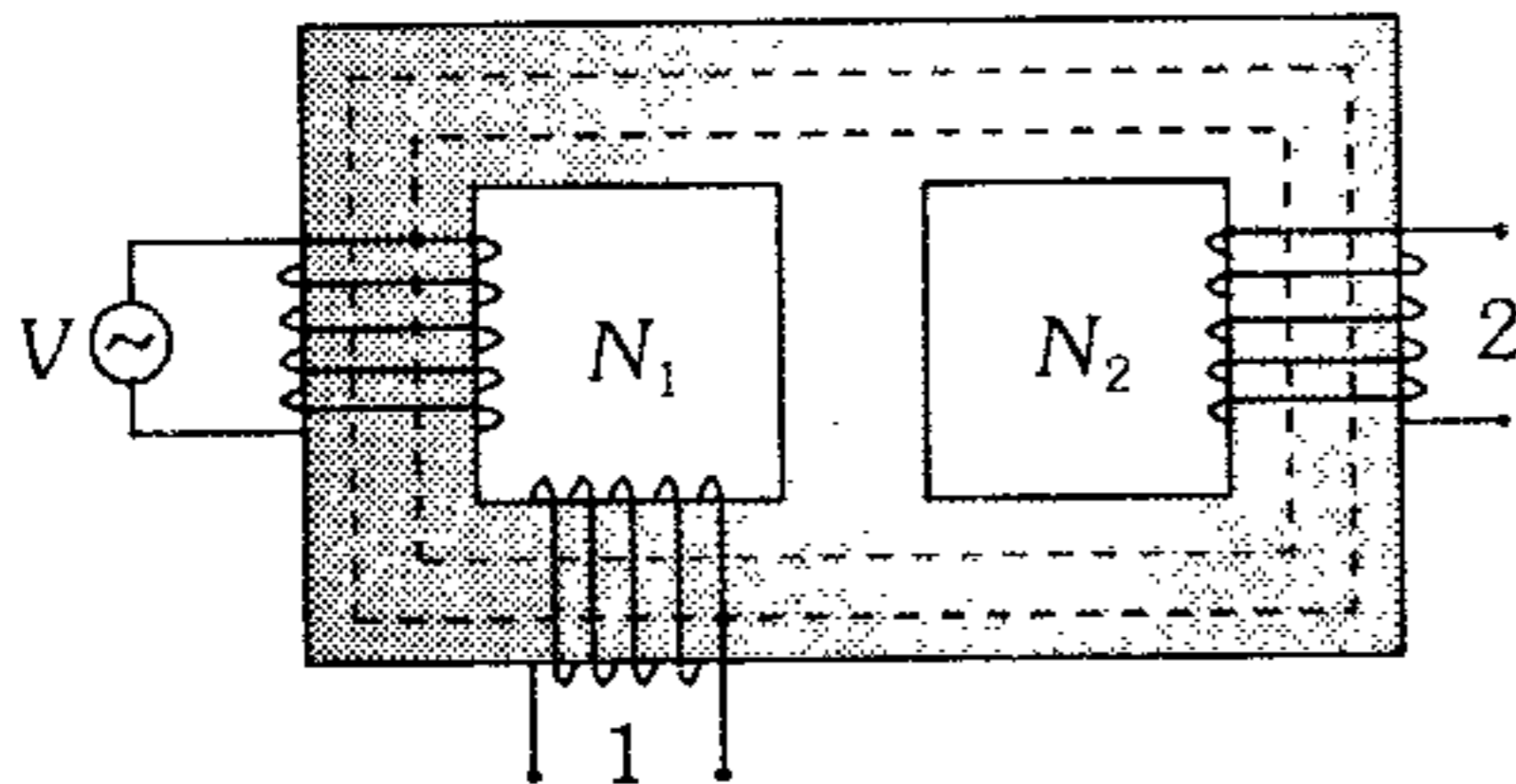


760. Al interrumpir el circuito de la izquierda, ¿qué ocurre con el circuito de la derecha?



- A)  $V_A > V_B$
- B)  $V_B > V_A$
- C)  $V_A = V_B$
- D) La corriente inducida circula de  $B \rightarrow A$ .
- E) La corriente inducida es nula.

761. Indique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.



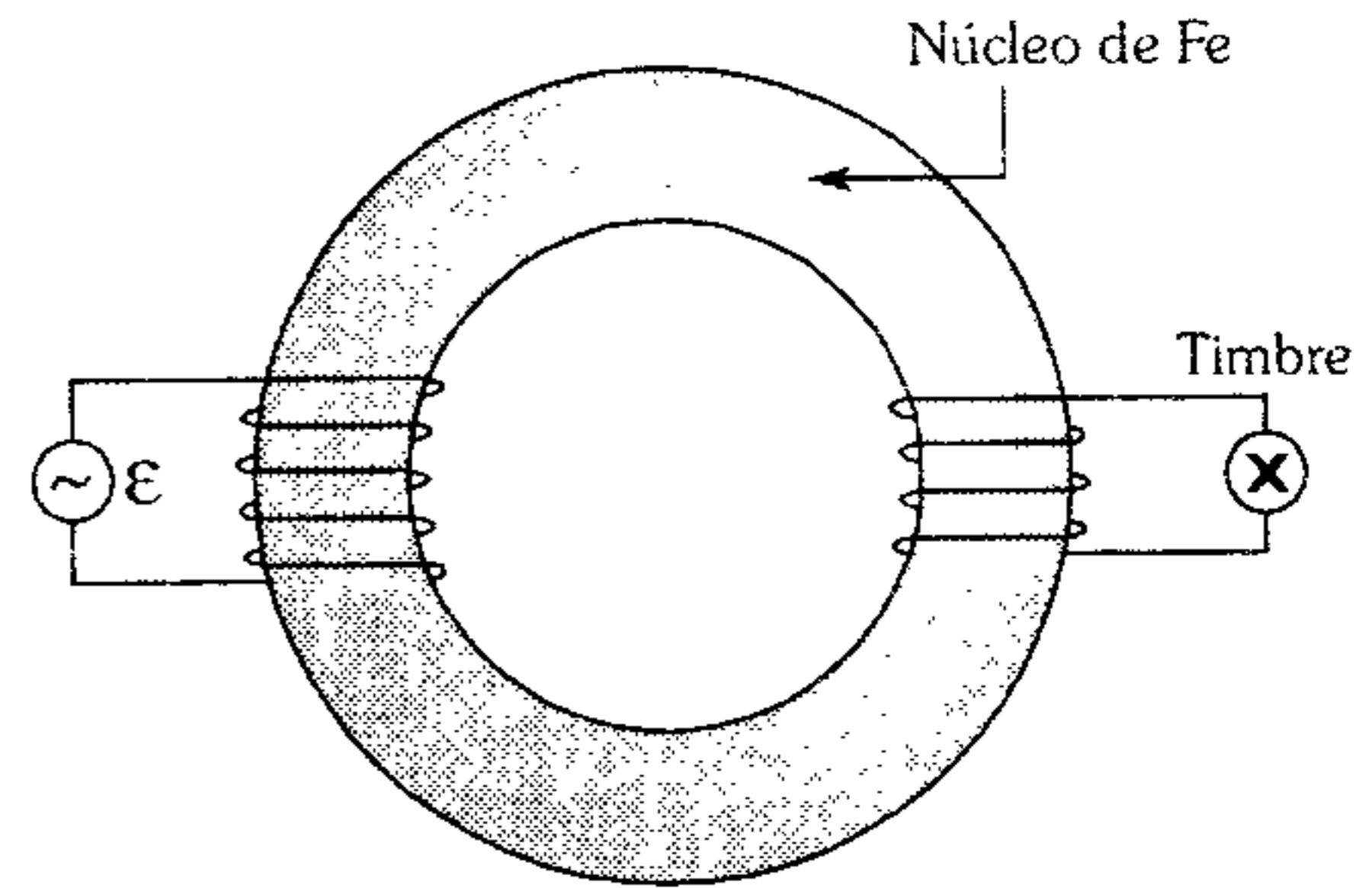
- I. Los voltajes que se reciben en 1 y 2 son iguales independientemente del número de espiras que tengan.
- II. Si  $N_1 = N_2$ , en 1 se recibe mayor voltaje que 2.
- III. Para todo instante, el flujo magnético a través del embobinado 1 es mayor que en 2.

- A) FFV      B) FVV      C) FFF
- D) VVF      E) VFV

762. Un transformador reductor, conectado al extremo de una línea de transmisión, reduce la tensión de 4 400 V a 220 V. La potencia útil es 43,12 KW y el rendimiento total es 98%. El primario presenta 4 000 espiras. ¿Cuántas espiras tendrá el secundario? y ¿cuál es la intensidad de corriente que circula en el devanado primario?

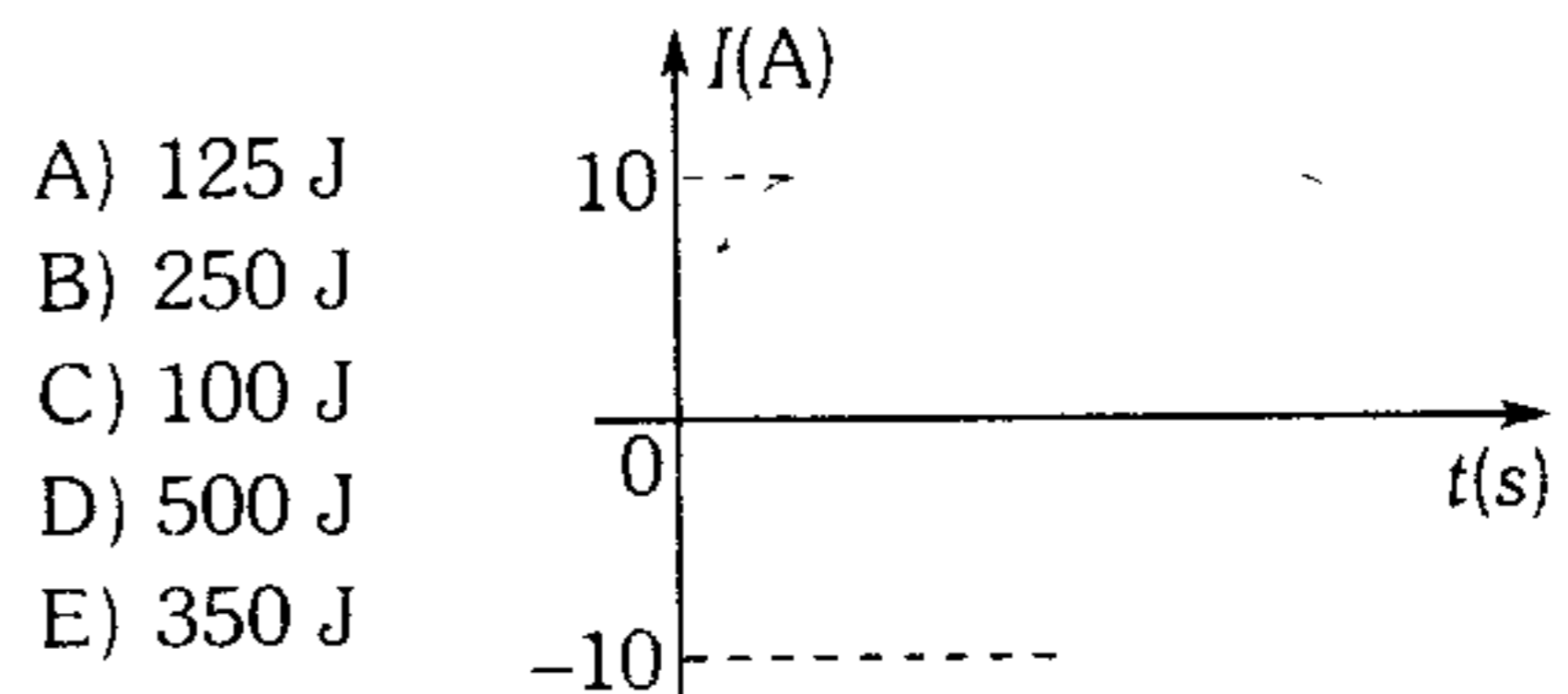
- A) 200 ; 5 A                      B) 2 000 ; 50 A
- C) 20 ; 55 A
- D) 200 ; 20 A                    E) 200 ; 10 A

763. ¿Cuál será la tensión máxima en el timbre que se coloca en la salida del transformador? El número de espiras en la entrada y salida, son 100 vueltas y 40 vueltas respectivamente,  $\varepsilon = 20 \text{ sen}(wt + \alpha)$ .



- A)  $4\sqrt{2}$  V      B) 4 V      C) 8 V
- D) 2 V                      E)  $8\sqrt{2}$  V

764. La gráfica describe el comportamiento de la corriente alterna en función del tiempo que circula por una resistencia de 5 ohmios. Determine el calor que se disipa en el resistor cuando esta corriente circula durante 10 segundos.



- A) 125 J
- B) 250 J
- C) 100 J
- D) 500 J
- E) 350 J

### Ondas Electromagnéticas

765. El vector intensidad de campo eléctrico oscilante, correspondiente a una onda electromagnética linealmente polarizada, vibra en la dirección  $-z$ , y el vector inducción magnética vibra en forma paralela al semieje  $+x$ . Luego la onda se propaga en la dirección.

- A) z                      B)  $-x$                       C)  $-y$
- D)  $+y$                       E)  $-z$

766. Dos ondas electromagnéticas

$$\vec{E}_1 = 4 \text{ sen } 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \hat{k} \quad \text{y}$$

$$\vec{E}_2 = 3 \text{ sen } 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \hat{j}$$

llegan simultáneamente a un lugar del espacio. ¿Qué ángulo forma el plano de oscilación del vector inducción magnética resultante con el plano  $xy$ ? (Dé el menor valor)

- A)  $153^\circ$       B)  $37^\circ$       C)  $143^\circ$   
D)  $90^\circ$       E)  $45^\circ$

767. A una casa llega una señal de radio con frecuencia de 3 Mhz. Si desde la emisora hasta la casa ocupan exactamente 400 crestas de onda con una rapidez de  $3 \times 10^8$  m/s, ¿a qué distancia de la emisora se encuentra la casa?

- A) 10 km      B) 20 km      C) 30 km  
D) 40 km      E) 50 km

768. Una onda electromagnética pasa con una frecuencia  $f=3$  MHz del vacío a un medio no magnético, cuya constante dieléctrica es  $\epsilon_r = 4$ . Halle la variación de su longitud de onda.

- A) 100 m      B) 50 m      C) 25 m  
D) 150 m      E) 75 m

769. Una O.E.M. polarizada linealmente se propaga en dirección  $-X$  en un medio con  $\mu_r = 8$ ;  $\epsilon_r = 2$ . Determine

- La velocidad de propagación.
- La ecuación de  $\vec{B}$ , si  $\vec{E}$  está polarizada en el eje  $Y$  con un valor máximo de 3 mV/m y una frecuencia de 100 MHz.

- A)  $1,5 \times 10^8$  m/s

$$\vec{B} = 4 \text{ sen } \left( \frac{t}{10^{-8}} + \frac{x}{1,5} \right) \hat{k} (nT)$$

- B)  $0,75 \times 10^8$  m/s

$$\vec{B} = 0,04 \text{ sen } 2\pi \left( \frac{t}{10^{-8}} + \frac{x}{0,75} \right) \hat{k} (nT)$$

- C)  $10^8$  m/s

$$\vec{B} = 2 \text{ sen } \left( \frac{t}{5} + \frac{x}{2} \right) \hat{k} (nT)$$

- D)  $10^9$  m/s ;

$$\vec{B} = 0,4 \text{ sen } 2\pi \left( \frac{t}{10} - \frac{x}{0,5} \right) \hat{k} (nT)$$

- E) N.A.

770. En cierto instante el vector intensidad de campo eléctrico es paralelo al semieje  $+X$  y su amplitud es de 60 mV/m, la onda electromagnética se propaga en el vacío y en la dirección  $+Y$ . Entonces la máxima inducción magnética de la onda en dicho instante en picoteslas es

- A)  $-100 \hat{k}$       B)  $100 \hat{j}$       C)  $-200 \hat{k}$   
D)  $250 \hat{k}$       E)  $300 \hat{k}$

771. El campo magnético de una O.E.M. presenta la siguiente expresión

$$\vec{B} = B \text{ sen } \pi \left( \frac{t}{a} - \frac{x}{b} \right) \vec{j} \quad \text{con } t \text{ en segundos y } x$$

en metros. Luego es falso que

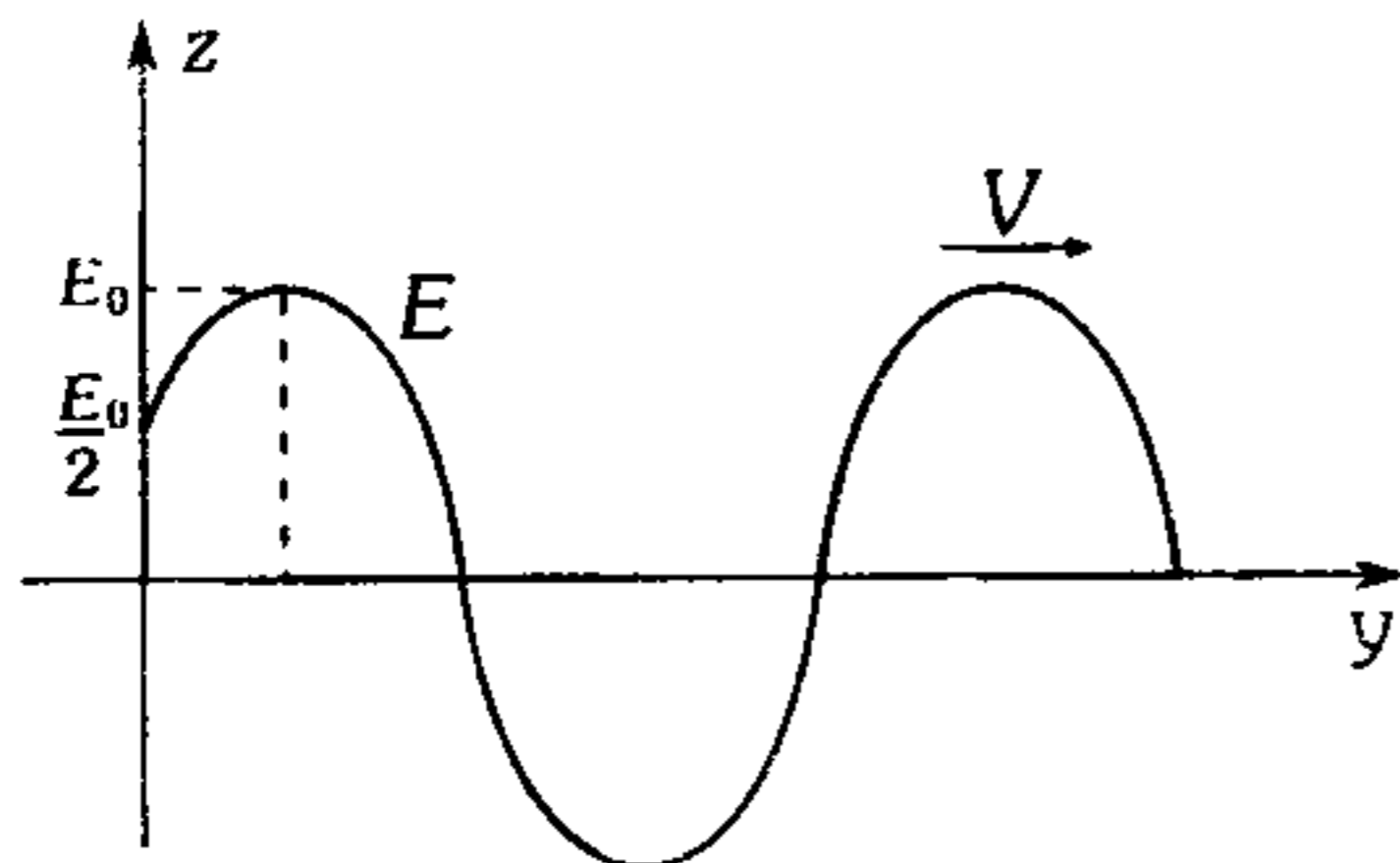
- A) se propaga en dirección  $+x$ .  
B) el campo eléctrico está polarizado en el plano  $zx$ .  
C) la velocidad de propagación es  $b/a$  en dirección  $+x$ .  
D) el período es  $a$  segundos.  
E) el campo magnético oscila en dirección  $(y)$ .



772. Una onda electromagnética monocromática linealmente polarizada se propaga en dirección del semieje  $-z$  en un medio dieléctrico de constante relativa 2,5 y permeabilidad magnética relativa 10, de modo que la amplitud del vector intensidad de campo eléctrico es 30 mV/m y vibra con una frecuencia de 100 MHz estando polarizado en el eje  $-y$ . Halle la ecuación del vector inducción magnética oscilante, en picoteslas.

- A)  $\vec{B} = -100 \text{ sen } 2\pi \left[ 10^8 t + \frac{z}{0,6} \right] j \text{ pT}$
- B)  $\vec{B} = -500 \text{ sen } 2\pi \left[ 10^8 t + \frac{z}{0,6} \right] i \text{ pT}$
- C)  $\vec{B} = 300 \text{ sen } 2\pi \left[ 10^8 t - \frac{z}{0,5} \right] i \text{ pT}$
- D)  $\vec{B} = 500 \text{ sen } 2\pi \left[ 10^8 t - \frac{z}{0,6} \right] i \text{ pT}$
- E)  $\vec{B} = 100 \text{ sen } 2\pi \left[ 10^8 t - \frac{z}{0,6} \right] k \text{ pT}$

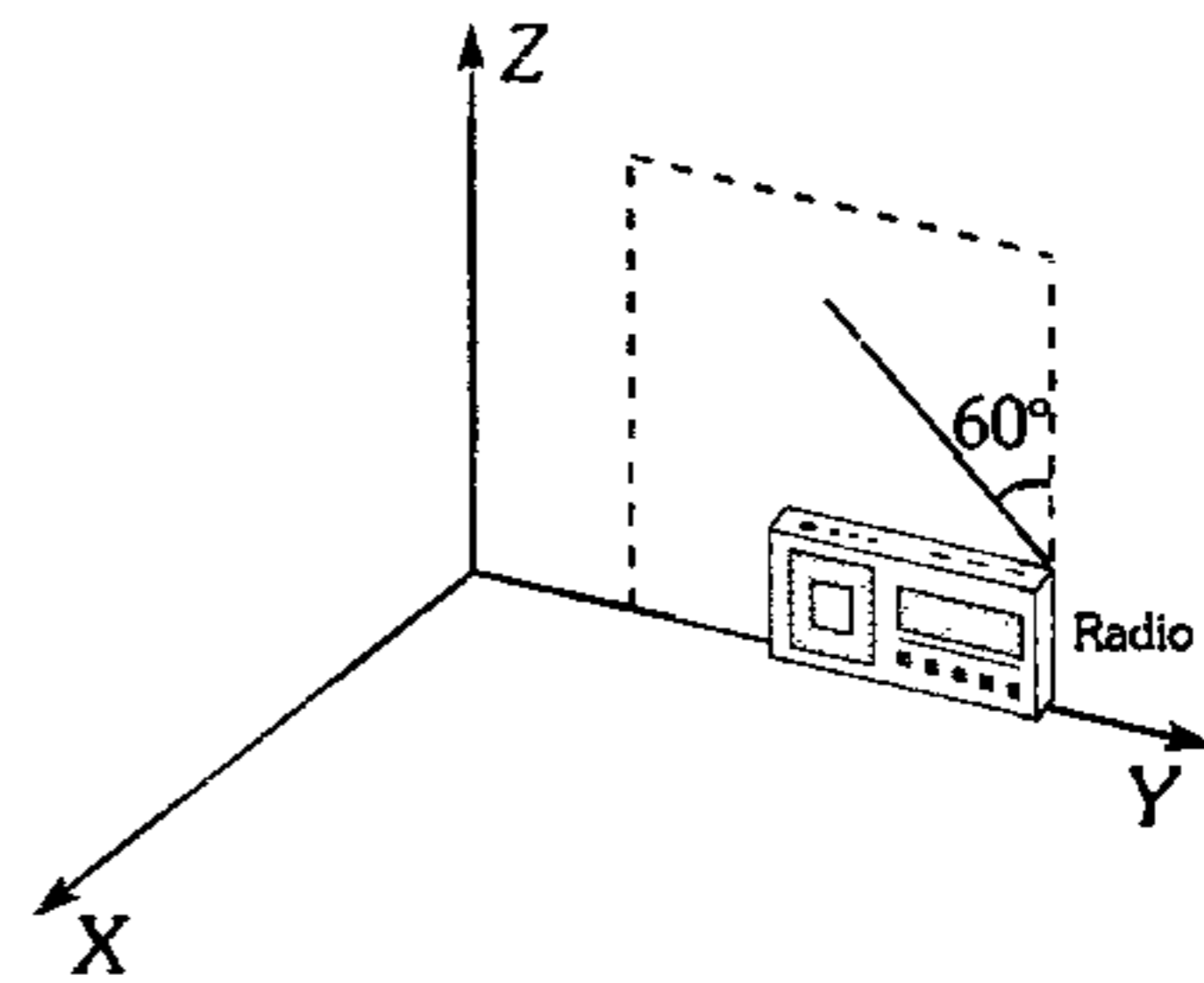
773. En la figura se muestra el comportamiento del campo eléctrico perteneciente a una O.E.M. en el instante  $t=0$ . Determine la ecuación de  $\vec{B}$  si se sabe que  $\lambda = 6 \times 10^{-8} \text{ m}$  y que la onda viaja en el vacío.



- A)  $B_0 \text{ sen } 2\pi \left( 10^{16} t - \frac{y}{10} \times 10^8 + \frac{1}{12} \right) i(T)$
- B)  $B_0 \text{ sen } 2\pi \left( 10^{16} t - \frac{y}{6} + \frac{1}{6} \right) k(T)$

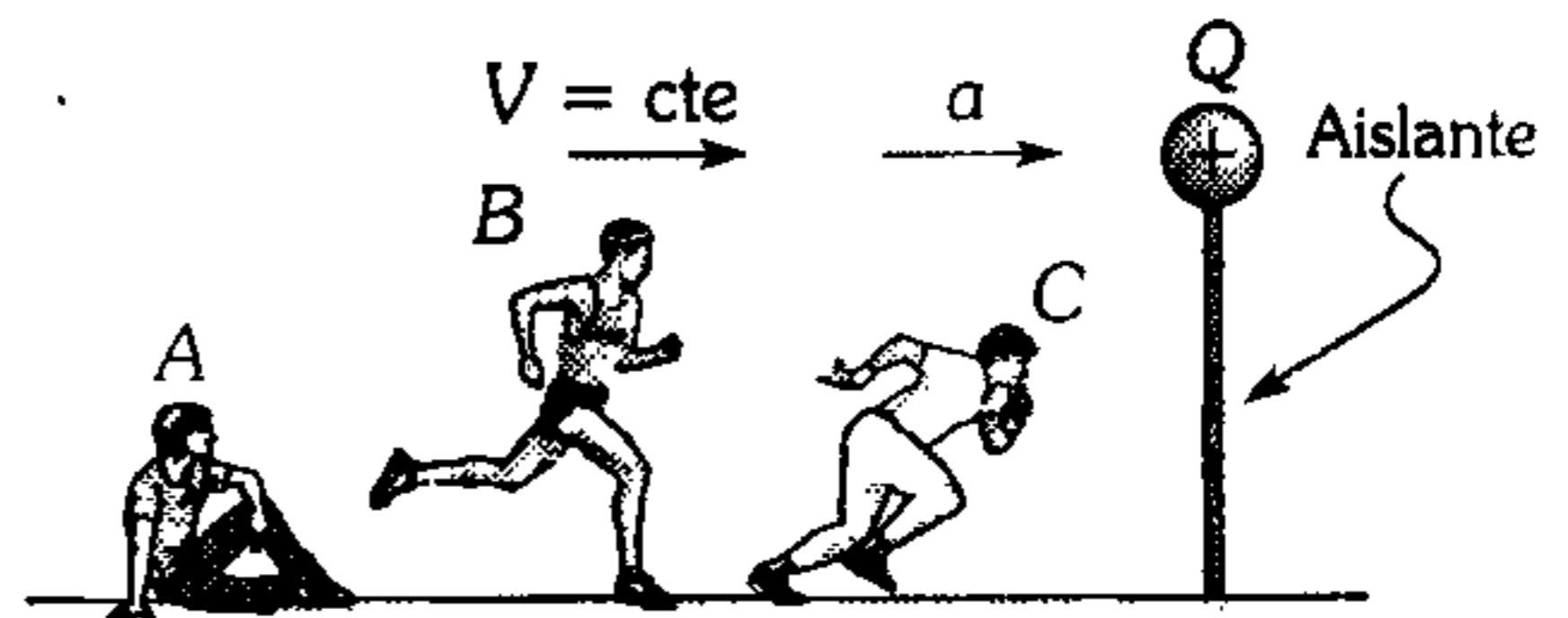
- C)  $B_0 \text{ sen } \pi \left( 0,5 \times 10^{16} t - \frac{x}{6 \times 10^{-8}} + \frac{1}{12} \right) i(T)$
- D)  $B_0 \text{ sen } 2\pi \left( 0,5 \times 10^{16} t - \frac{y}{6 \times 10^{-8}} + \frac{1}{12} \right) i(T)$
- E)  $B_0 \text{ sen } 2\pi \left( 0,5 \times 10^{16} t - \frac{y}{6 \times 10^{-8}} - \frac{5}{12} \right) i(T)$

774. Una O.E.M. plana monocromática polarizada linealmente se propaga en el aire a lo largo del eje  $Y$  positivo.  $\vec{E}$  está polarizado paralelo al eje  $Z$  con valor máximo de 8 mN/C y frecuencia de 100 MHz. Determine el valor máximo de la f.e.m. inducida en una antena de varilla de 50 cm de longitud.



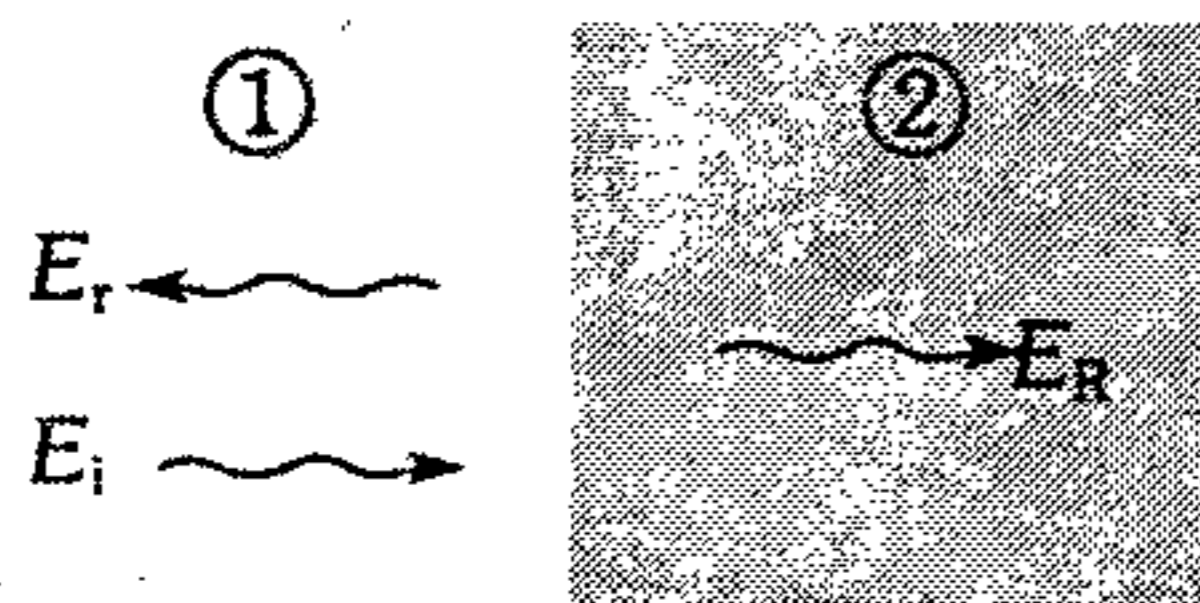
- A) 8 mV      B) 4 mV      C) 1 mV
- D) 2 mV      E) 10 mV

775. Indique qué observador podría detectar O.E.M.



- A) Para A y B
- B) Para B y C
- C) Para A y C
- D) Sólo para B
- E) Sólo para C

776. Una O.E.M. plana monocromática polarizada linealmente, experimenta lo siguiente.



Si  $\epsilon_1 > \epsilon_2$ ;  $\mu_1 > \mu_2$ , indique lo correcto (i: incidente; r: reflejado; R: refractado).

- A) La velocidad de propagación de la onda en los medios es igual.
- B) La longitud de cada onda incidente es igual a la longitud de onda refractada.
- C) Las frecuencias de la onda incidente y onda refractada son iguales.
- D) Las frecuencias de la onda incidente y onda refractada son diferentes.
- E) El período de la onda incidente, reflejada y refractada es diferente.

777. En un medio homogéneo un electrón viaja con una velocidad  $V$ , simultáneamente y del mismo lugar se emite una O.E.M. plana monocromática y linealmente polarizada que viaja con la misma velocidad. ¿Qué sucede con el electrón luego de interactuar con dicha O.E.M.?

- A) Aumenta su velocidad.
- B) Disminuye su velocidad.
- C) Cambia su dirección.
- D) Oscila verticalmente.
- E) Mantiene su velocidad constante.

778. Indique la expresión incorrecta.

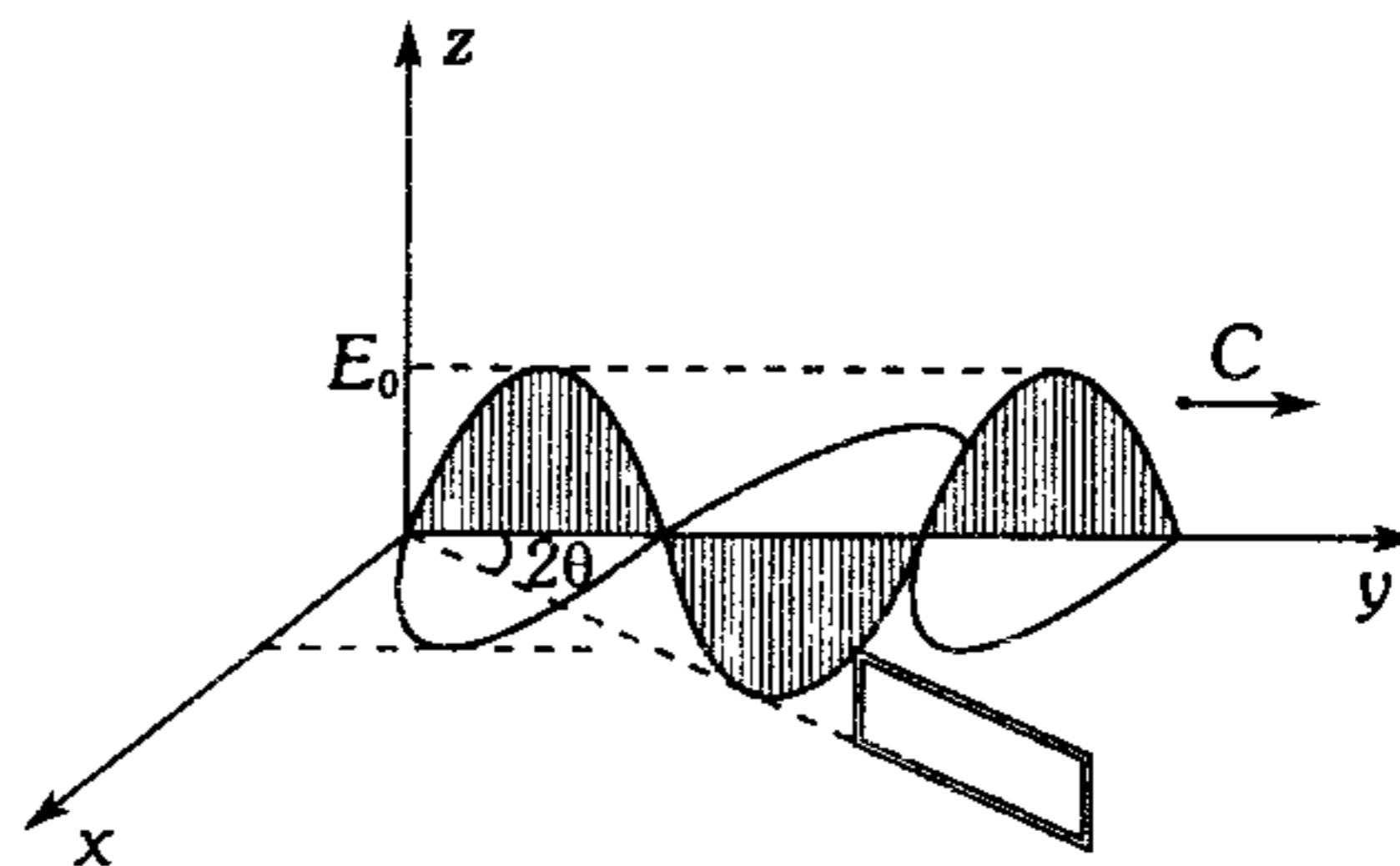
- A) Los infrarrojos son radiaciones producidas por cuerpos calientes, se aplica en campos diversos como la Astronomía, Medicina.
- B) Las microondas son utilizadas en diversos sistemas de comunicación y en el radar.
- C) Los rayos infrarrojos tienen menor frecuencia que la luz visible.

- D) El color violeta es el de mayor frecuencia del espectro visible.
- E) Los rayos ultravioletas son visibles por el ojo humano.

779. Se dice que una onda electromagnética es linealmente polarizada cuando

- A) su campo eléctrico no varía en dirección ni magnitud.
- B) sus campos eléctrico y magnético son mutuamente perpendiculares.
- C) su campo eléctrico está en la dirección de avance de la onda.
- D) sus campos eléctrico y magnético están ambos sobre la misma línea.
- E) su campo eléctrico oscila siempre en el mismo plano.

780. La figura muestra la representación instantánea de una O.E.M. monocromática y linealmente polarizada que se propaga en el aire. Determine la fuerza electromotriz inducida máxima en un marco metálico de área  $A_0$ , cuyo plano forma un ángulo  $\theta$  con el plano YZ, además  $E_{\text{máx}} = E_0$ ; Periodo:  $T_0$ ; Rapidez de la luz:  $C$ .



- A)  $2\pi \frac{A_0 E_0}{CT_0} \text{sen } \theta$
- B)  $2\pi (A_0 E_0)^2 T_0 \text{sen } \theta$
- C)  $\frac{2\pi A_0 E_0}{T_0} \text{cos } \theta$
- D)  $2\pi A_0 T_0 E_0 \text{cos } \theta$
- E)  $\frac{2\pi A_0 E_0}{CT_0} \text{cos } \theta$

## Óptica Geométrica

781. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa respecto a la reflexión?

- A) La medida del ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.
- B) Lo anterior es válido solo en la reflexión regular.
- C) El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal son coplanares.
- D) Cuando un haz de luz incide sobre un espejo esférico no se produce reflexión regular.
- E) En la reflexión difusa los rayos reflejados siguen direcciones no paralelas.

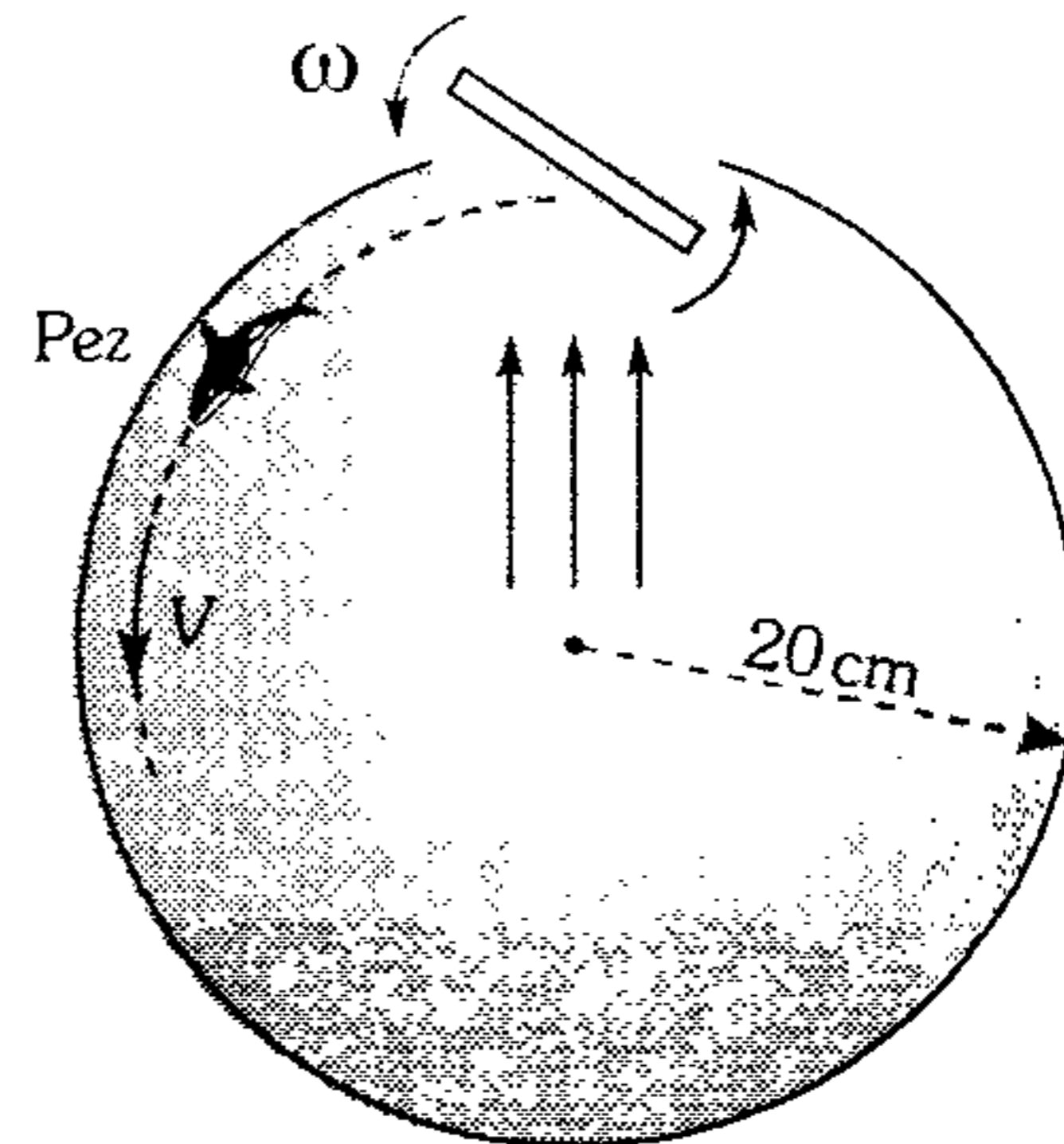
782. En una reflexión regular, el rayo incidente y su respectivo rayo reflejado forman entre sí un ángulo  $2\alpha$ . Si la superficie de reflexión gira un ángulo  $\alpha$ , permaneciendo invariable la dirección del rayo incidente, ¿qué ángulo forman los rayos incidente y reflejado?

- A)  $2\alpha$
- B)  $3\alpha$
- C)  $4\alpha$
- D)  $5\alpha$
- E)  $180 - 2\alpha$

783. Dos espejos planos forman un ángulo de  $15^\circ$ . Determine el ángulo de incidencia de un rayo en uno de los espejos para que después de reflejarse en el segundo sea paralelo al primer espejo.

- A)  $15^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $90^\circ$

784. Se tiene una pecera de forma esférica cuyo radio es 20 cm. en la parte superior de la pecera se tiene un pequeño espejo plano giratorio. Si desde la parte inferior se ilumina el espejo con rayos paralelos, ¿con qué rapidez angular debe girar el espejo?, sabiendo que siempre se debe iluminar un pequeño pez que se mueve bordeando la pecera con 2,4 m/s.

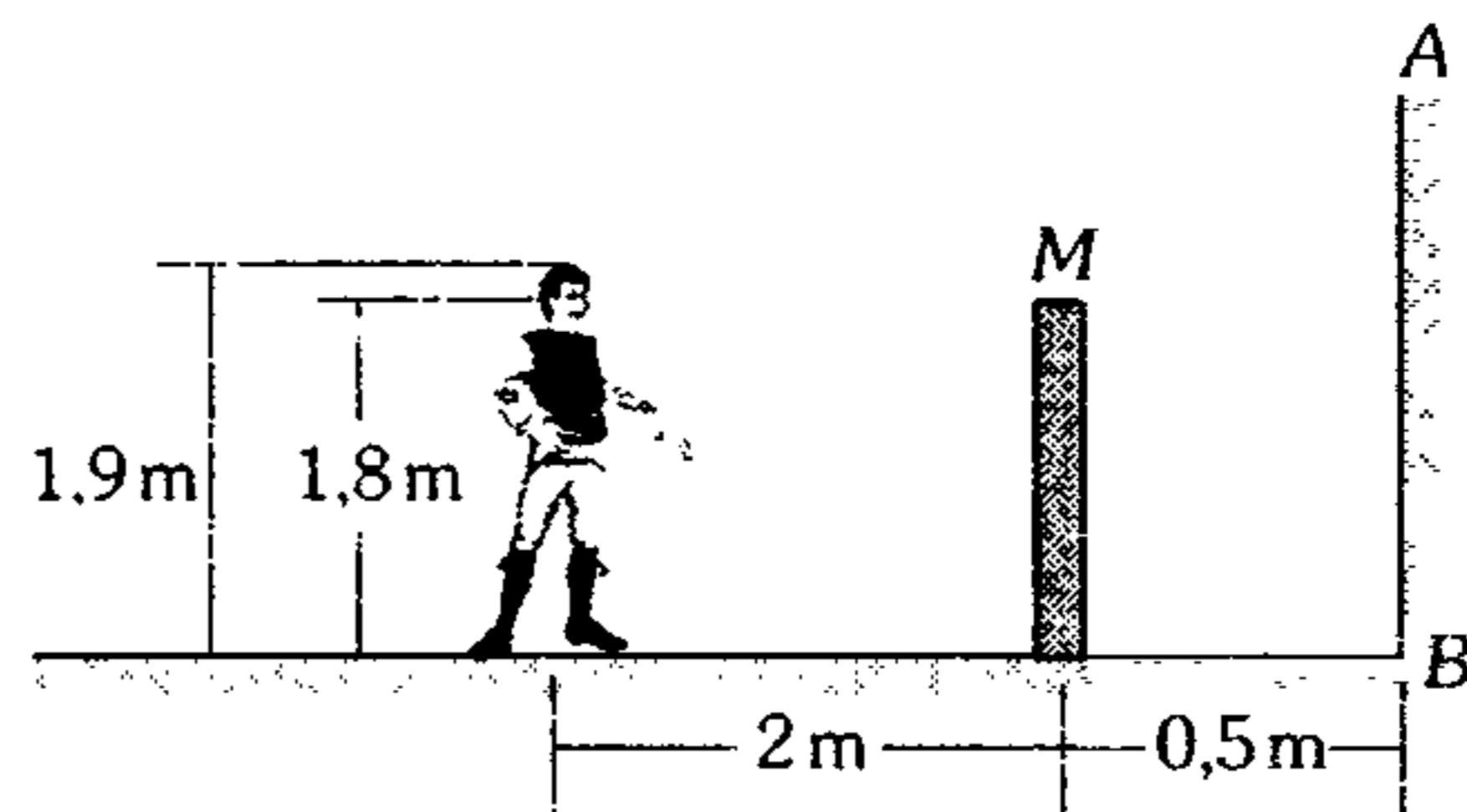


- A) 5 rad/s
- B) 2 rad/s
- C) 3 rad/s
- D) N.A.
- E) 4 rad/s

785. Un objeto se encuentra a 8 cm frente a un espejo plano, si el objeto se acerca al espejo en línea recta a 2 cm/s y el espejo en el mismo instante se aleja del objeto a razón de 6 cm/s, determine la distancia que avanza la imagen en 2 s, respecto al espejo.

- A) 2 cm
- B) 6 cm
- C) 10 cm
- D) 4 cm
- E) 8 cm

786. Una persona de 1,9 m de estatura se encuentra frente a un espejo plano vertical AB. ¿Qué altura como máximo puede tener el muro M de tal manera que la persona todavía pueda ver completamente la imagen de dicho muro?



- A) 20 cm
- B) 30 cm
- C) 40 cm
- D) 50 cm
- E) 60 cm

787. Un objeto pequeño se encuentra entre dos espejos planos que forman entre sí un ángulo  $\alpha = 30^\circ$ . El objeto está a la distancia  $l = 12$  cm, de la línea de intersección de los espejos y a igual distancia de ambos. ¿Qué distancia hay entre las primeras imágenes virtuales?

- A) 5 cm      B) 10 cm      C) 12 cm  
D) 15 cm      E) 20 cm

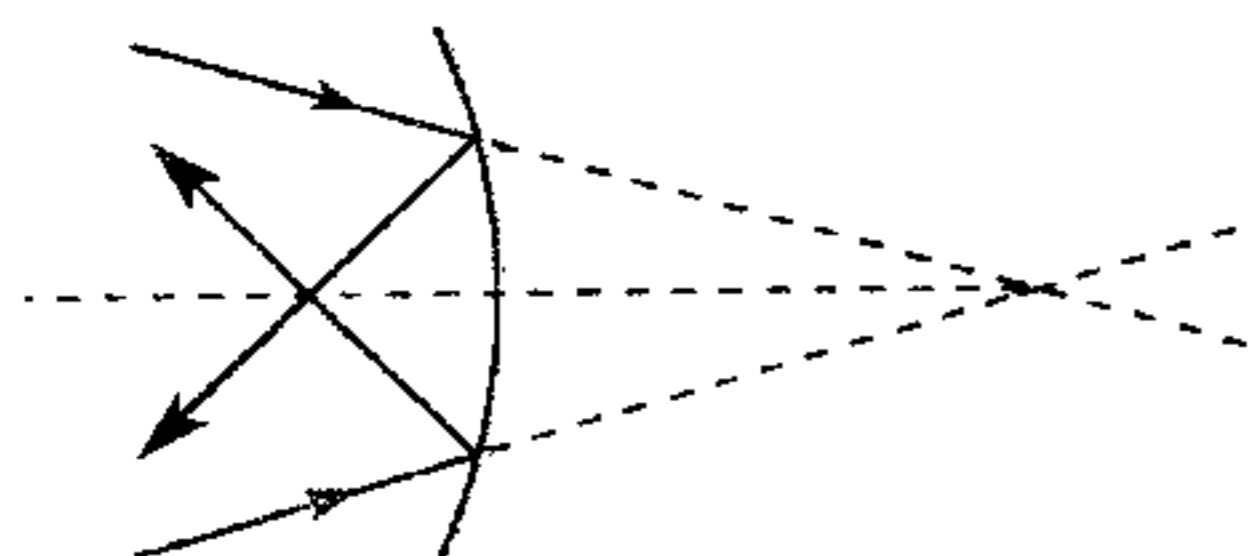
788. Indique la expresión verdadera.

- A) Si la imagen es real, de mayor tamaño e invertida, se trata de un espejo convexo.  
B) Si la imagen es virtual de menor tamaño se trata de un espejo cóncavo.  
C) Se puede obtener una imagen real derecha y de mayor tamaño en un espejo esférico.  
D) Si la imagen es de mayor tamaño se trata de un espejo cóncavo necesariamente.  
E) Si la imagen es de menor tamaño se trata de un espejo convexo necesariamente.

789. Un objeto está situado a 20 cm frente a un espejo esférico cóncavo cuyo radio de curvatura es de 50 cm. ¿Qué característica tiene la imagen?

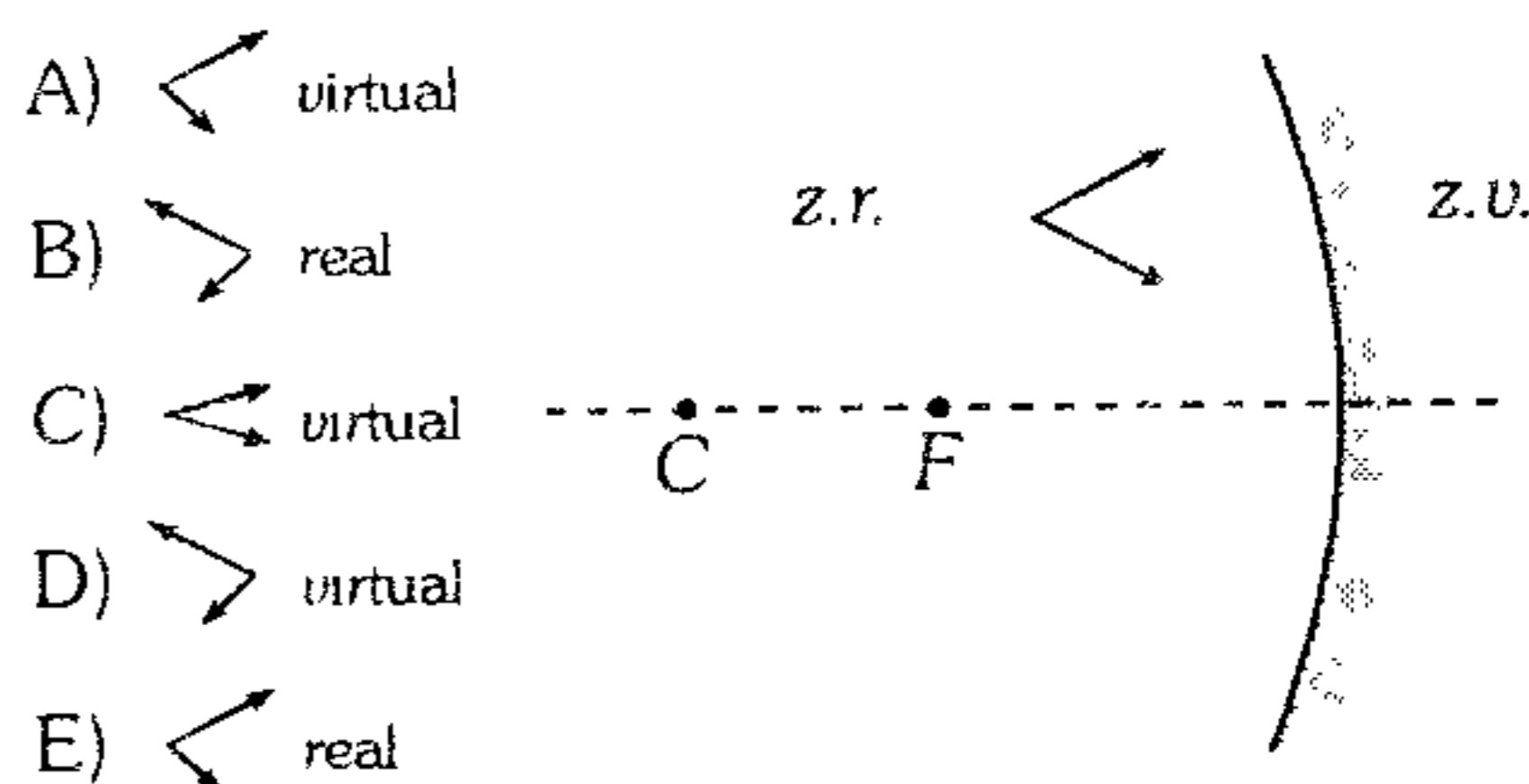
- A) Real, invertida, menor tamaño.  
B) Virtual, derecha, mayor tamaño.  
C) Virtual, invertida, menor tamaño.  
D) Virtual, derecha, menor tamaño.  
E) Real, invertida, mayor tamaño.

790. Un haz cónico convergente de rayos luminosos incide sobre un espejo cóncavo. ¿A qué distancia del foco se intersecan los rayos reflejados, si el radio del espejo es de 80 cm y la continuación de los rayos corta al eje óptico principal a la distancia de 40 cm detrás del espejo?



- A) 20 cm      B) 40 cm      C) 60 cm  
D) 80 cm      E) 100 cm

791. Indique cuál será la imagen del objeto al colocarlo frente a un espejo cóncavo tal como se muestra.



- A) virtual  
B) real  
C) virtual  
D) virtual  
E) real

792. La imagen de un objeto en un espejo cóncavo aparece aumentada a 3 veces. Después de que el objeto fue alejado del espejo en 80 cm, su imagen se hizo la mitad que el objeto. Determine la distancia focal del espejo.

- A) 20 cm      B) 30 cm      C) 40 cm  
D) 50 cm      E) 48 cm

793. La luna tiene un diámetro aproximado de 3 480 km. ¿Cuál es el tamaño aproximado de la imagen de la luna que forma un espejo cóncavo de 3 m de radio cuando la luna se halla a su mínima distancia de la tierra, que es de 356 000 km?

- A) 10 min      B) 11 min      C) 12 min  
D) 13 min      E) 15 min

794. Un niño se acerca caminando con rapidez constante a un espejo cóncavo de radio 60 cm. Si inicialmente presenta una imagen real a 40 cm del espejo y transcurrido 3 s desaparece su imagen, ¿qué rapidez tiene el niño?

- A) 10 cm/s      B) 20 cm/s  
C) 30 cm/s      E) 50 cm/s  
D) 40 cm/s

795. Determine la distancia focal de un espejo esférico sabiendo que si se aleja 20 cm de un objeto que inicialmente estaba 40 cm del espejo, entonces la distancia entre la imagen y el espejo se reduce a la mitad.

- A) 10 cm    B) 20 cm    C) 30 cm  
D) 40 cm    E) 50 cm

796. Un objeto se encuentra a 15 cm del centro de un vidrio esférico de 7,5 cm de diámetro que adorna un árbol de navidad. ¿Cuál es la posición y aumento de su imagen?

- A) 1,607 cm ; 0,143  
B) 1,507 cm ; 0,163  
C) 1,407 cm ; 0,243  
D) 1,627 cm ; 0,131  
E) 1,249 cm ; 0,111

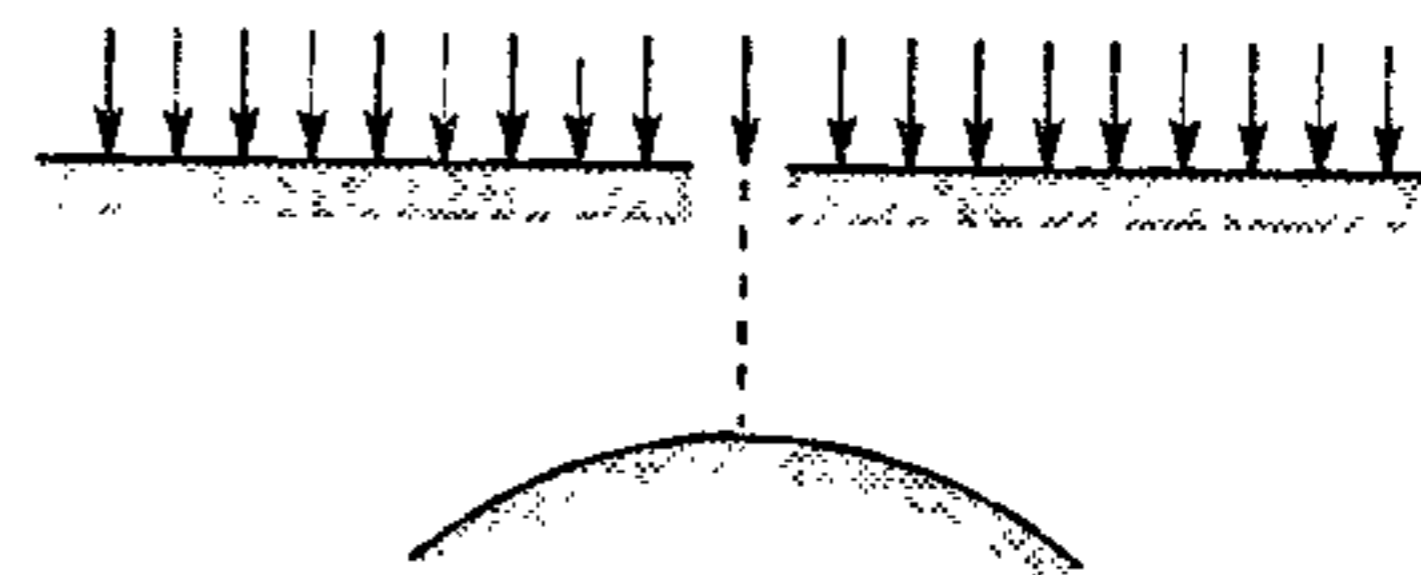
797. Cuando un objeto se coloca frente a un espejo convexo, el aumento que se obtiene es 0,5, y cuando se acerca 20 cm al espejo el aumento es 0,75. Determine la distancia focal del espejo.

- A) -10 cm    B) -20 cm    C) -30 cm  
D) -40 cm    E) -50 cm

798. Frente a un espejo convexo se coloca una bujía que da una imagen de tamaño mitad que el de la llama. Un observador coloca un alambre detrás del espejo y lo mueve hacia atrás y hacia adelante hasta que no haya paralelaje entre la imagen vista en el espejo y el alambre proyectado sobre él. En esta posición la distancia del alambre al espejo es de 250 mm. ¿Cuál es la distancia focal del espejo?

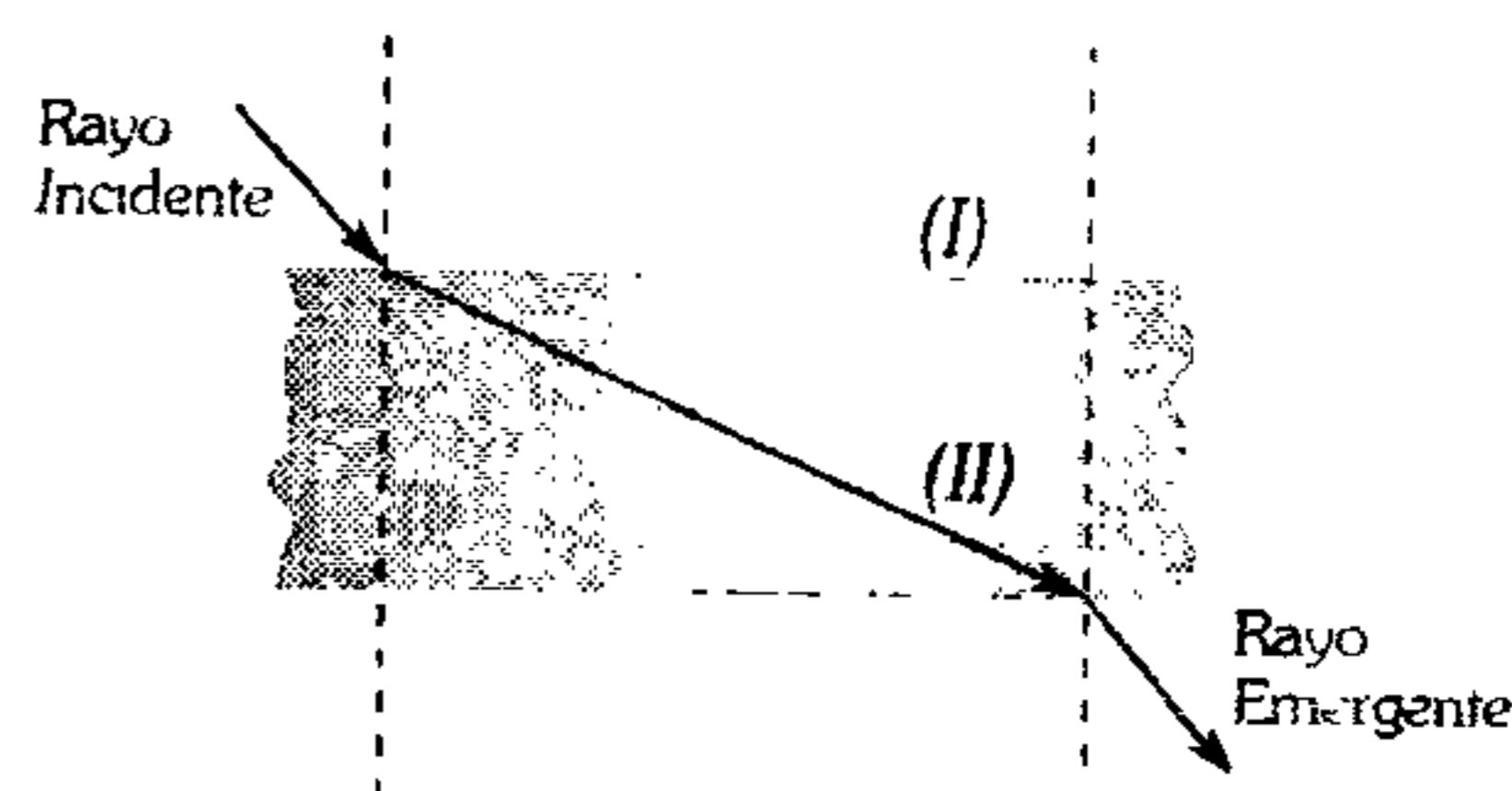
- A) 100 mm  
B) 200 mm  
C) 300 mm  
D) 400 mm  
E) 500 mm

799. El techo de una casa tiene un agujero circular de 10 cm de diámetro e inciden los rayos solares según se muestra. Si a 2 m del techo se coloca un espejo convexo cuya distancia focal es 50 cm, ¿qué diámetro tiene el círculo luminoso que se forma en dicho techo?



- A) 0,5 m    B) 2,5 m    C) 3,2 m  
D) 5,4 m    E) 6 m

800. Indique la proposición correcta

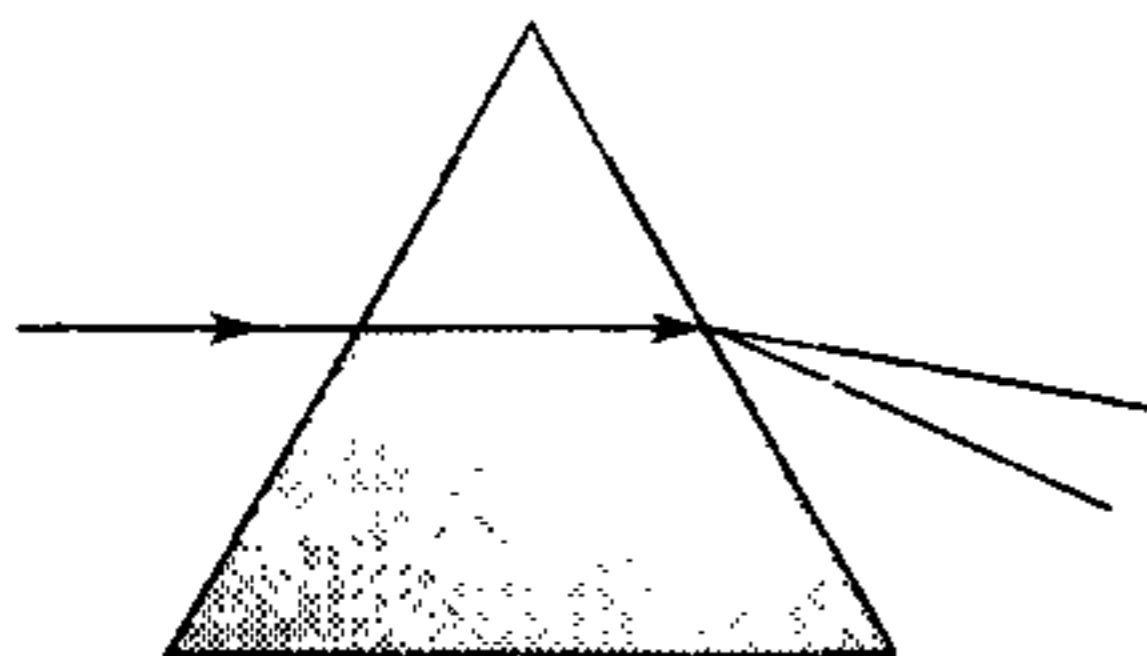


- A) El medio (I) puede ser aire y el medio (II) vacío.  
B) El medio (I) es menos denso que el medio (II).  
C) En (I) la luz tiene igual frecuencia que (II).  
D) La longitud de la onda luminosa es mayor en (I) que en (II).  
E) El medio (I) puede ser aire y el medio (II) vidrio.

801. El índice de refracción en la superficie de separación aire-vidrio es 1,5 y el índice de refracción en la superficie de separación aire-agua es 1,33. ¿Cuál es el índice de refracción en la superficie de separación agua-vidrio?

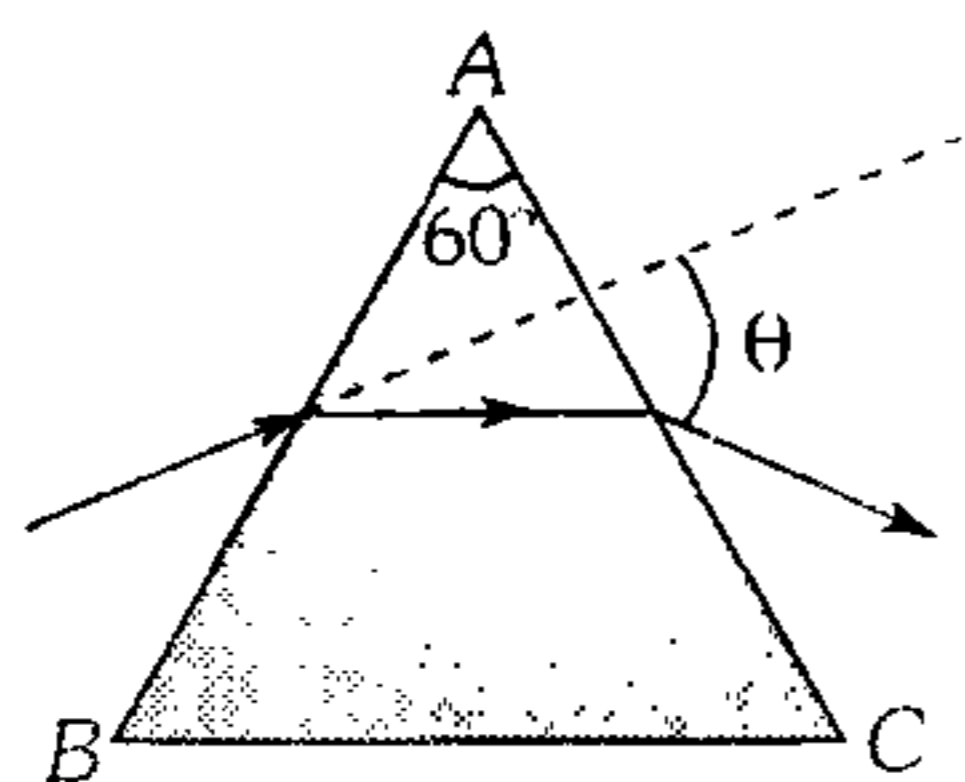
- A) 1,1    B) 1,13    C) 1,15  
D) 1,2    E) 1,4

802. Cuando el haz de luz blanca incide en una cara de prisma mostrado, se descompone en siete colores *dispersión*, esto se debe a que



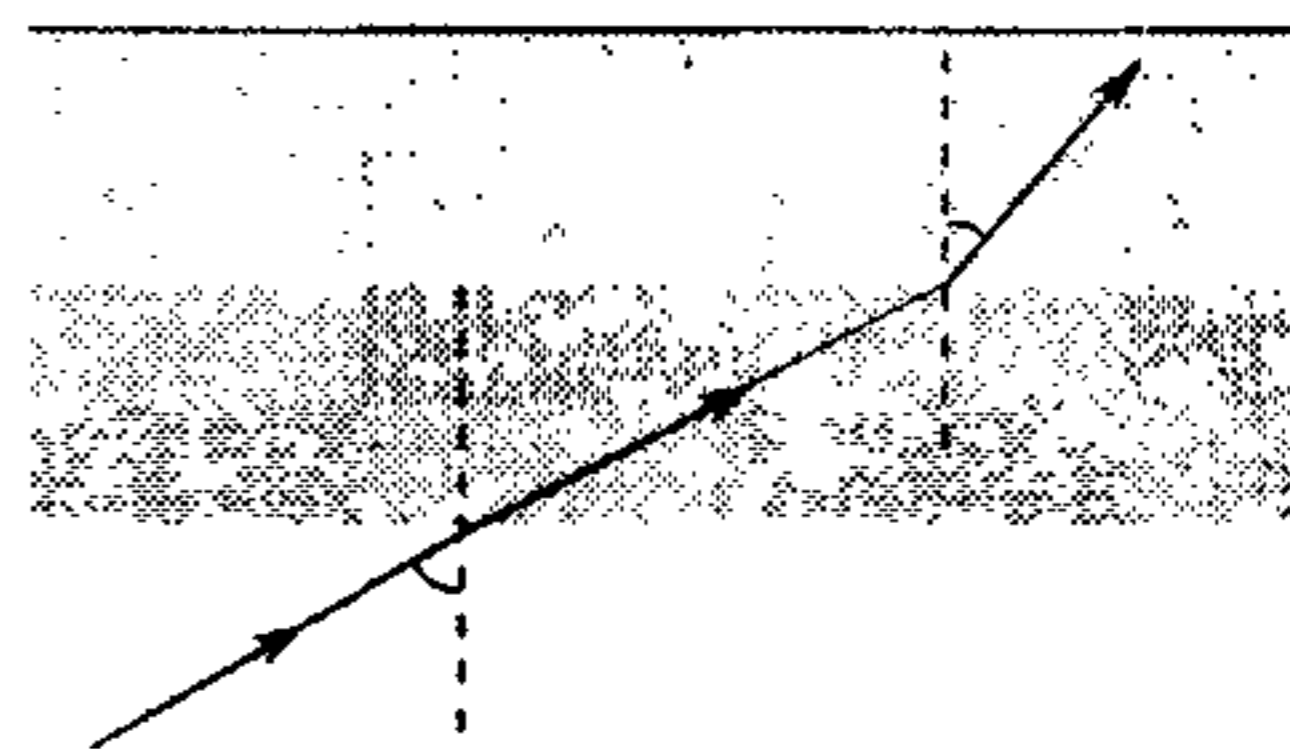
- A) la radiación de cada color tiene diferente ángulo de incidencia.
- B) el índice de refracción del vidrio depende del color de la radiación.
- C) la rapidez del haz de luz aumenta.
- D) el vidrio emite radiaciones de otros colores.
- E) no se ve tal fenómeno.

803. Un rayo luminoso incide sobre un prisma equilátero de cristal  $ABC$ . Luego de la incidencia del rayo, se refracta en forma paralela a  $BC$ . Si el índice de refracción de la sustancia del prisma es 1,6; determine el ángulo  $\theta$  de desplazamiento del rayo.



- A)  $60^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $46^\circ$
- D)  $38^\circ$
- E)  $66^\circ$

804. Un rayo de luz sigue la trayectoria que se indica en la figura y pasa por tres medios diferentes ( $n_1=1,6n$ ). Determine el valor de  $\theta$ .

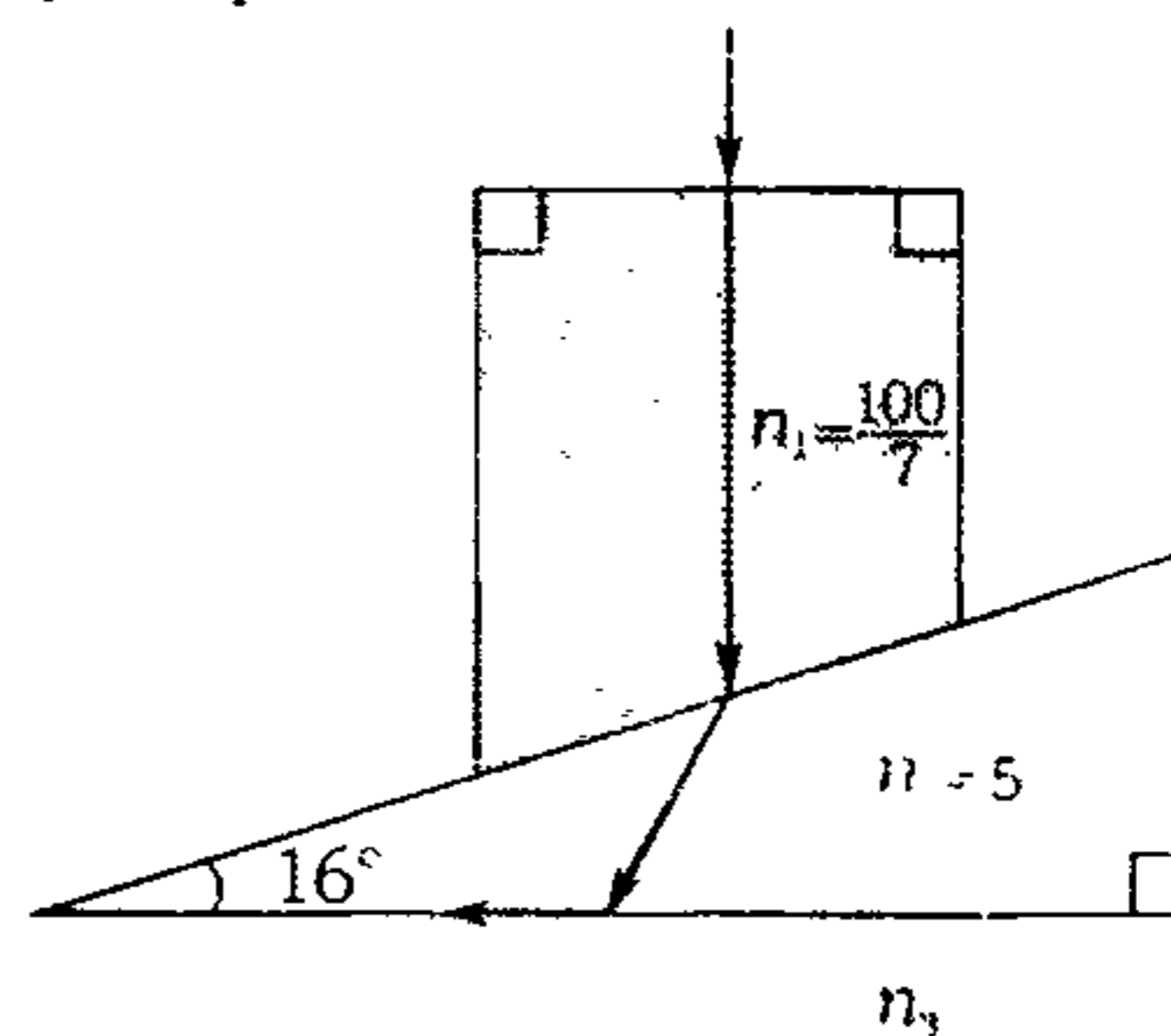


- A)  $16^\circ$
- B)  $23^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $37^\circ$
- E)  $45^\circ$

805. ¿Qué sucederá con la imagen de una fuente puntual en un espejo plano, si entre la fuente y el espejo se coloca paralelamente al espejo una placa de vidrio con grosor  $h$  e índice de refracción  $n$ ?

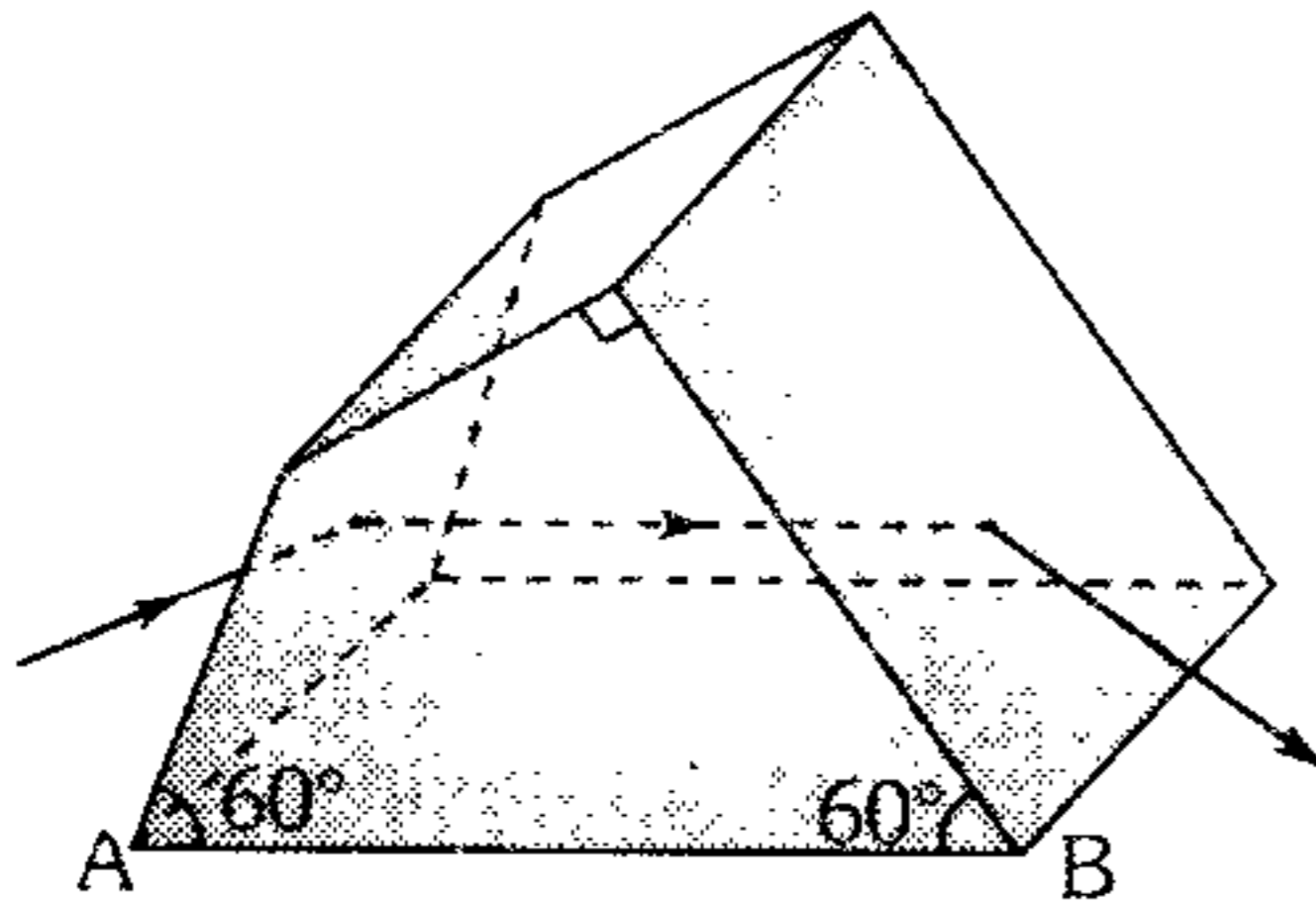
- A) Se desplaza en  $2h(1-1/n)$  en dirección del plano del espejo.
- B) Se desplaza en  $2h(1/n-1)$  en dirección del plano del espejo.
- C) Se desplaza en  $2h(1/n)$  en dirección al espejo.
- D) Se desplaza en  $2h(2-n)$  en dirección al espejo.
- E) Se desplaza en  $(1-n/2)h$  en dirección al espejo.

806. ¿Qué rapidez tiene la luz en el medio 3?



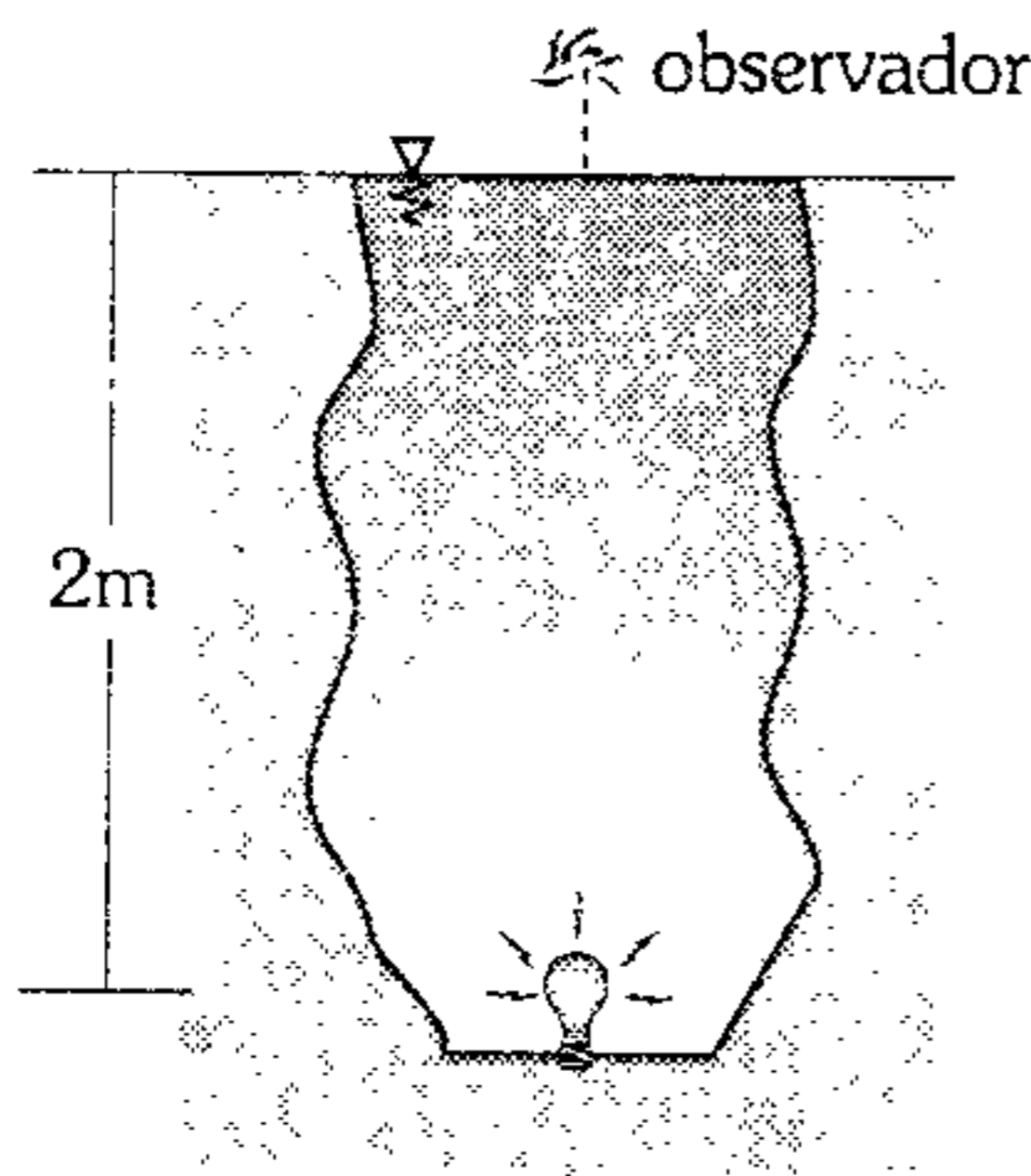
- A)  $3 \times 10^8$  m/s
- B)  $2 \times 10^8$  m/s
- C)  $10^8$  m/s
- D)  $2,5 \times 10^8$  m/s
- E)  $3,5 \times 10^8$  m/s

807. Halle la desviación mínima que experimenta el haz luminoso al emerger del material refrigente de índice de refracción  $n = \sqrt{2}$ .



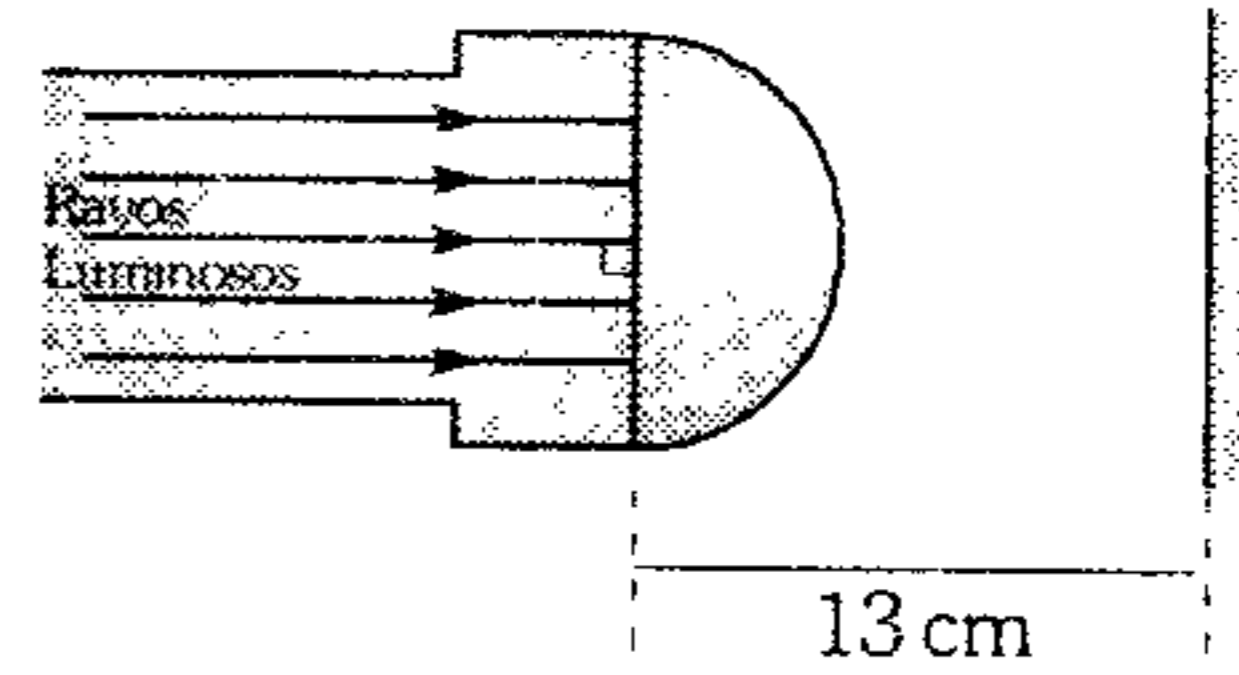
- A)  $15^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $37^\circ$   
 D)  $45^\circ$       E)  $53^\circ$

808. Un gran pozo de 2 m de profundidad se encuentra lleno de cierta sustancia transparente cuyo índice de refracción es  $5/3$ . Si en el fondo del pozo se encuentra una pequeña bombilla encendida, determine el área iluminada que es vista por el observador.



- A)  $4\pi m^2$       B)  $25\pi m^2$       C)  $2,25\pi m^2$   
 D)  $2,56\pi m^2$       E)  $5\pi m^2$

809. Un foco de una linterna está protegido por una pantalla, cuya forma es de una semiesfera de 3 cm de radio. Si con ella se alumbraba a una pared situada a 13 cm de la linterna, determine el radio del círculo brillante que se formará en la pared  $\left(n_{\text{vidrio}} = \frac{5}{4}\right)$ .



- A) 5 cm      B) 6 cm      C) 8 cm  
 D) 7 cm      E) 2 cm

810. En el fondo de un riachuelo yace una pequeña piedra. Un niño desea darle un golpe con un palo. Apuntando, el niño mantiene el palo en el aire bajo un ángulo de  $\alpha$  con respecto a la vertical. ¿A qué distancia de la piedra se clavará el palo en el fondo del riachuelo, si su profundidad es de 32 cm?  $\left(\sin \alpha = \frac{3}{4}\right)$ ,  $\left(n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{5}{4}\right)$ .

- A) 32 cm      B) 20 cm      C) 15 cm  
 D) 12 cm      E) 8 cm

811. Una vara doblada en su mitad se halla sumergida en un tanque de agua, de manera que el vértice está justo en la superficie del agua. A un observador que mira a lo largo de la parte de la barra, que emerge del agua, le parece que ésta es recta y que forma  $37^\circ$  con la horizontal. ¿Qué ángulo forman entre sí las dos partes de la barra  $\left(n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{4}{3}\right)$ ?

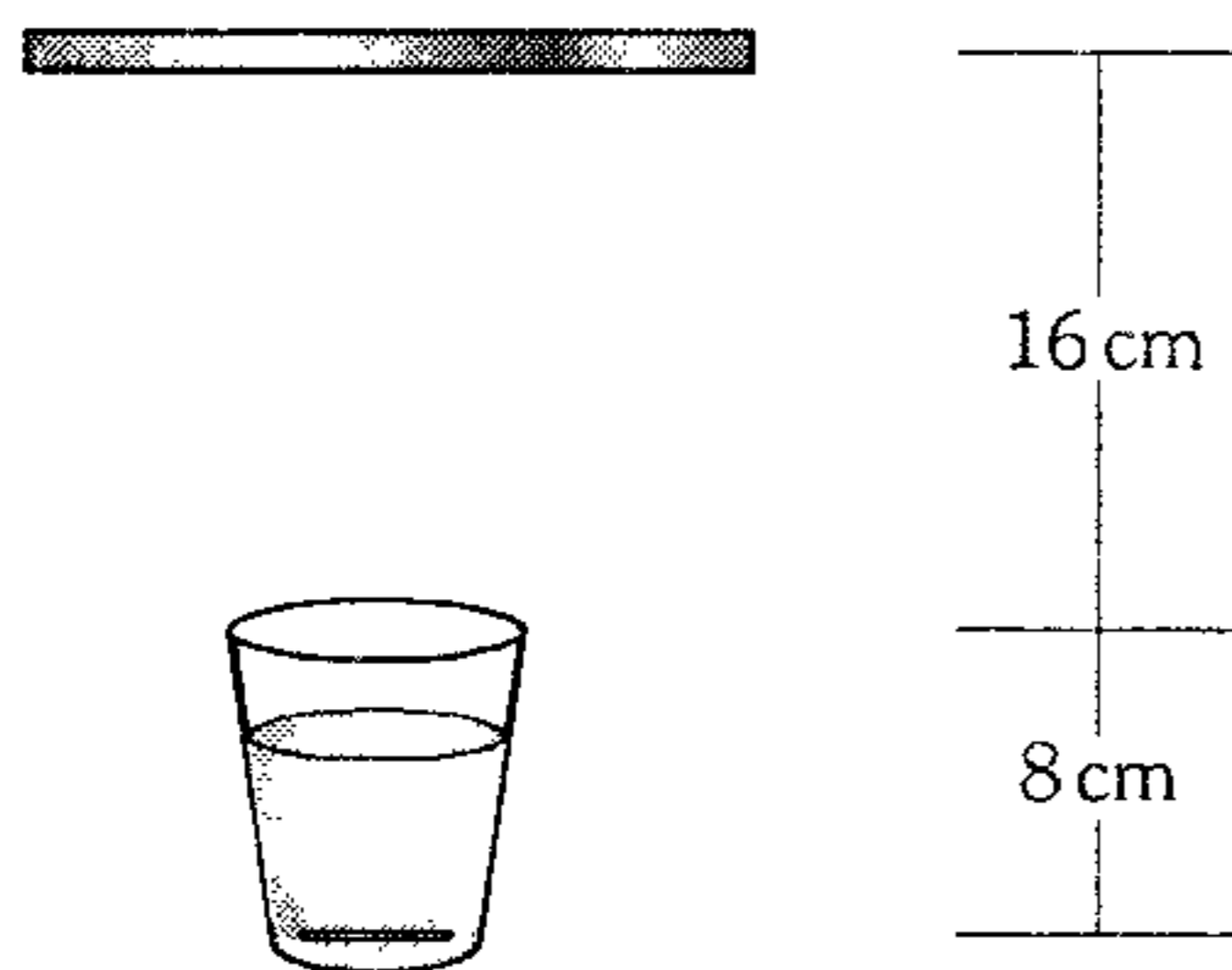
- A)  $37^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $100^\circ$   
 D)  $150^\circ$       E)  $164^\circ$

812. Una barra de madera de 40 cm de longitud se encuentra incrustada verticalmente hasta la mitad de su longitud en un bloque de hielo adherido a un recipiente. Si sobre el hielo se llena de agua hasta cubrir la barra, determine la longitud aparente de la barra.

$$\left(n_{\text{hielo}} = \frac{5}{3}; n_{\text{agua}} = \frac{4}{3}\right)$$

- A) 27 cm      B) 18 cm      C) 13 cm  
 D) 9 cm      E) 20 cm

813. Un espejo plano se encuentra a una altura de 16 cm de la superficie libre de un vaso que contiene aceite. ¿A qué distancia del fondo se formará la imagen de éste en el espejo? (índice de refracción del aceite  $n=1,6$ ).

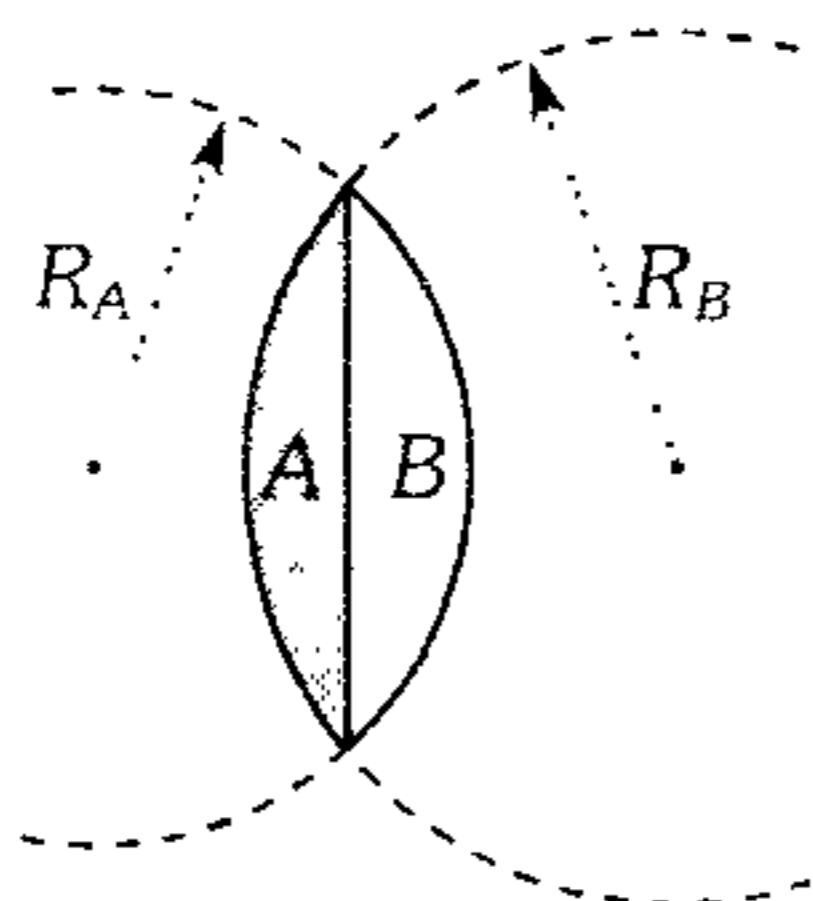


- A) 42 cm    B) 43 cm    C) 45 cm  
D) 48 cm    E) 54 cm

814. Un lente plano-convexo tiene una distancia focal igual a  $-160$  cm, cuando está sumergido en un líquido cuyo índice de refracción es 1,6. Si el lente tiene un índice de refracción de 1,5 halle el radio de curvatura de una de sus caras.

- A) 16 cm    B) 160 cm    C) 20 cm  
D) 320 cm    E) 10 cm

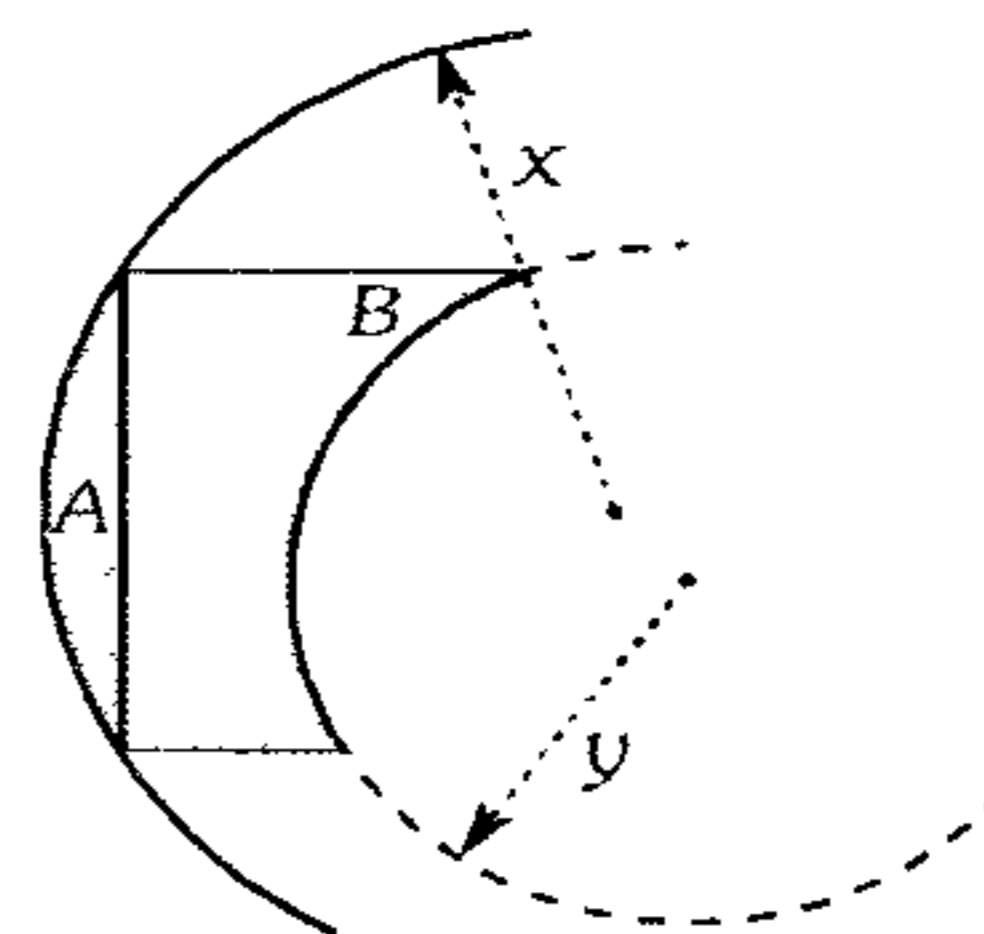
815. La figura muestra dos lentes planos convexos  $A$  y  $B$  en contacto, cuyos índices de refracción son  $n_A=1,3$  ;  $R_A=60$  cm ;  $n_B=1,5$  ;  $R_B=60$  cm. Halle la distancia focal de la lente equivalente al sistema óptico así formado.



- A) 60 cm    B) 75 cm    C) 80 cm  
D)  $-60$  cm    E)  $-75$  cm

816. La figura muestra dos lentes, convexo y cóncavo,  $A$  y  $B$  cuyos índices de refracción son:

$n_A=1,4$  ;  $n_B=1,5$  ;  $x=40$  cm ;  $y=50$  cm. Determine la distancia focal de la lente equivalente del sistema óptico.



- A) Cero    B) 50 cm    C) 45 cm  
D) 90 cm    E) infinito

817. La distancia entre un foco (lámpara eléctrica) y una pantalla plana es 1 m. ¿Para qué posiciones de una lente intermedia entre el foco y la pantalla, con distancia focal  $f=21$  cm, la imagen del filamento incandescente de la lámpara se verá nítida en la pantalla?

- A) 30 cm  
B) 70 cm  
C) 60 cm  
D) 40 cm  
E) Hay dos respuestas

818. Se tiene una lente de 10 dioptrías y de un lado y de otro de uno de los focos, y sobre el eje, hay dos puntos luminosos que distan 2 cm de este foco. Halle la distancia que separa las imágenes de estos dos puntos.

- A) 1 m    B) 2 m    C) 3 m  
D) 3,5 m    E) 2,5 m



**819.** Por medio de una lente se obtiene una imagen de un objeto con aumento de  $A = -1,5$ , después la lente se traslada 12 cm a lo largo del eje principal y se obtiene una imagen de igual tamaño que el objeto. Determine la distancia focal de la lente.

- A) 6 cm      B) 9 cm      C) 18 cm  
D) 27 cm      E) 36 cm

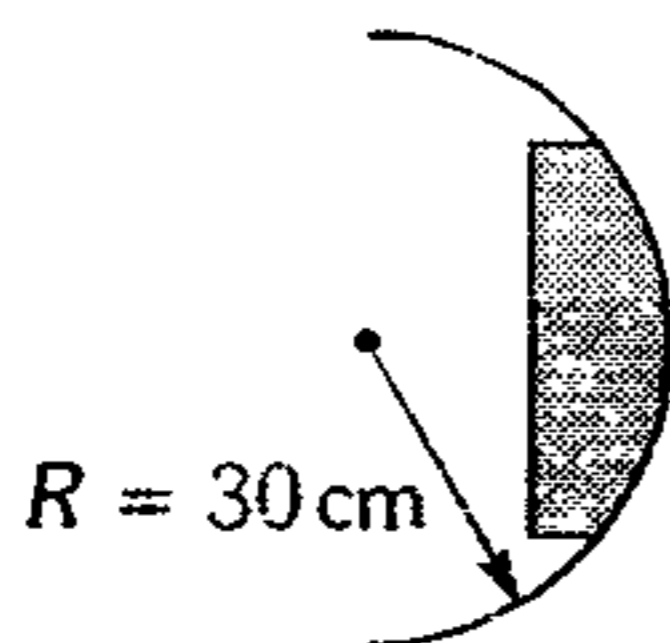
**820.** Un objeto se coloca a 14 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal, otra lente convergente de 7 cm de distancia focal se coloca a 40 cm detrás de la primera lente. Determine la posición de la imagen del objeto en el sistema óptico dado.

- A) 17,5 cm de la segunda lente.  
B) 17,5 cm de la primera lente.  
C) 20 cm de la primera lente.  
D) 34 cm de la segunda lente.  
E) No se forma imagen.

**821.** ¿A qué distancia de un espejo cóncavo de 32 cm de radio debe colocarse una lente convergente de 10 cm de longitud focal, para que un objeto colocado a 30 cm de la lente presente en el espejo una imagen del mismo tamaño que el objeto, pero invertida?

- A) 28 cm      B) 23 cm      C) 18 cm  
D) 15 cm      E) 30 cm

**822.** Un lente cuyo índice de refracción es 1,5 produce una imagen del objeto cuyo aumento es igual a 2. Determine la distancia entre el objeto y la imagen hasta la lente.



- A) 30 cm      B) 90 cm  
C) 60 cm  
D) 80 cm      E) 85 cm

**823.** La distancia mínima de la visión de un miope es de 12 cm. ¿Qué lente a de usar tal que el punto próximo de visión se aleje a 30 cm?

- A) 2 dioptrías  
B) 3 dioptrías  
C) -3 dioptrías  
D) 5 dioptrías  
E) -5 dioptrías

**824.** La distancia mínima de la visión nítida de un hipermetrope es de 50 cm. ¿Qué valor adquiere esta distancia mínima cuando el ojo se auxilia con una lente convergente cuya distancia focal es de 30 cm?

- A) 15,6 cm  
B) 15,7 cm  
C) 16,75 cm  
D) 16,8 cm  
E) 18,75 cm

**825.** Una lente de -10 dioptría es ubicada a 2 cm de un objeto de 36 cm de altura. ¿Qué altura tiene su imagen?

- A) 42 cm      B) 30 cm  
C) 48 cm  
D) 18 cm      E) 12 cm

**826.** ¿A qué distancia de una lente de poder óptico -4,0 dioptrías será necesario colocar un objeto de 60 cm de altura para que su imagen tenga 10 cm altura?

- A) 10 cm      B) 175 cm  
C) 40 cm  
D) 80 cm      E) 125 cm

827. Una lente convergente de 30 cm de distancia focal recibe un haz cilíndrico de 12 cm de diámetro cuyo eje coincide con el de la lente. ¿A qué distancia de esta es preciso disponer una lente divergente para que el haz emergente sea también cilíndrico y de 4 cm de diámetro? Determine la distancia focal de la lente divergente.

- A) 30 cm ; 20 cm
- B) 30 cm ; 25 cm
- C) 20 cm ; 10 cm
- D) 20 cm ; 15 cm
- E) 30 cm ; 10 cm

828. Sobre una lente incide un haz de forma de cilindro circular de 2 cm de radio cuyo eje coincide con el eje principal de la lente. Del otro lado de ésta y a 30 cm de distancia se dispone una pantalla, normal al eje, sobre la cual se observa un círculo luminoso de 10 cm de diámetro. Calcule la distancia focal.

- A) 10 cm      B) 20 cm      C) 30 cm
- D) 40 cm      E) 50 cm

829. Se tiene dos lentes, uno convergente y otro divergente, cuyas longitudes focales son 90 cm y 30 cm respectivamente. Al colocar un objeto frente a la primera se forma una imagen virtual de triple tamaño. Si se cambia de lente, ¿qué altura respecto del objeto tendrá la imagen formada?

- A) La mitad
- B) La tercera parte
- C) La cuarta parte
- D) Igual
- E) El doble

830. En una lente convergente con distancia focal igual a 40 cm, incide un haz de rayos paralelos. ¿A qué distancia de la lente convergente es

necesario colocar a una lente divergente, con distancia focal igual a 15 cm, para que el haz de rayos después de pasar por los dos lentes, continúe paralelo?

- A) 15 cm                      B) 20 cm
- C) 25 cm
- D) 30 cm                      E) 40 cm

## Óptica Física

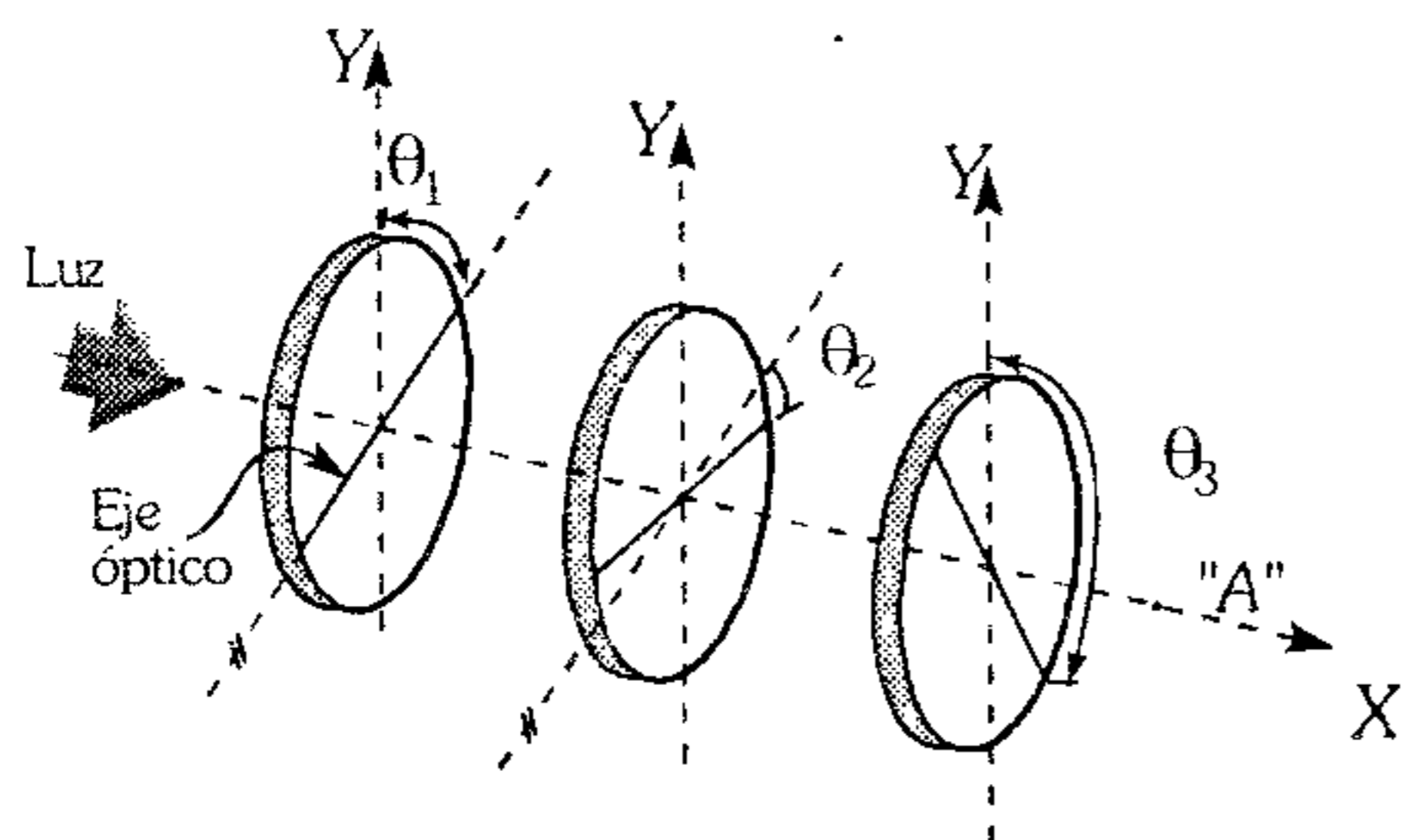
831. En el camino de una radiación monocromática se coloca dos polarizadores con ejes de transmisión paralelos, colocados uno detrás del otro y delante de una pantalla. ¿Qué se observará en la pantalla, si giramos lentamente uno de los polarizadores hasta que su ejes de transmisión formen  $90^\circ$ ?

- A) Se va formando una mancha brillante.
- B) No se observa nada.
- C) Se va oscureciendo hasta que queda una mancha poco brillante.
- D) Se va oscureciendo hasta que queda una mancha oscura.
- E) Se forma en la pantalla franjas brillantes y oscuras.

832. Se coloca tres polarizadores, uno detrás de otro, entre una pantalla y una fuente luminosa. Inicialmente los ejes de transmisión de dichos polarizadores son paralelos. Si giramos  $30^\circ$  el polarizador que está detrás del cual incide la radiación. En cuánto debemos girar el tercero tal que en la pantalla se observe una mancha oscura (los giros se realizan en el mismo sentido).

- A)  $60^\circ$                       B)  $90^\circ$
- C)  $100^\circ$
- D)  $120^\circ$                       E)  $150^\circ$

833. Se muestra tres discos polarizantes, cuyos planos son paralelos y están centrados en un eje común. ¿Cuál debe ser la relación entre  $\theta_1; \theta_2; \theta_3$  para que un observador en A observe una mancha oscura?

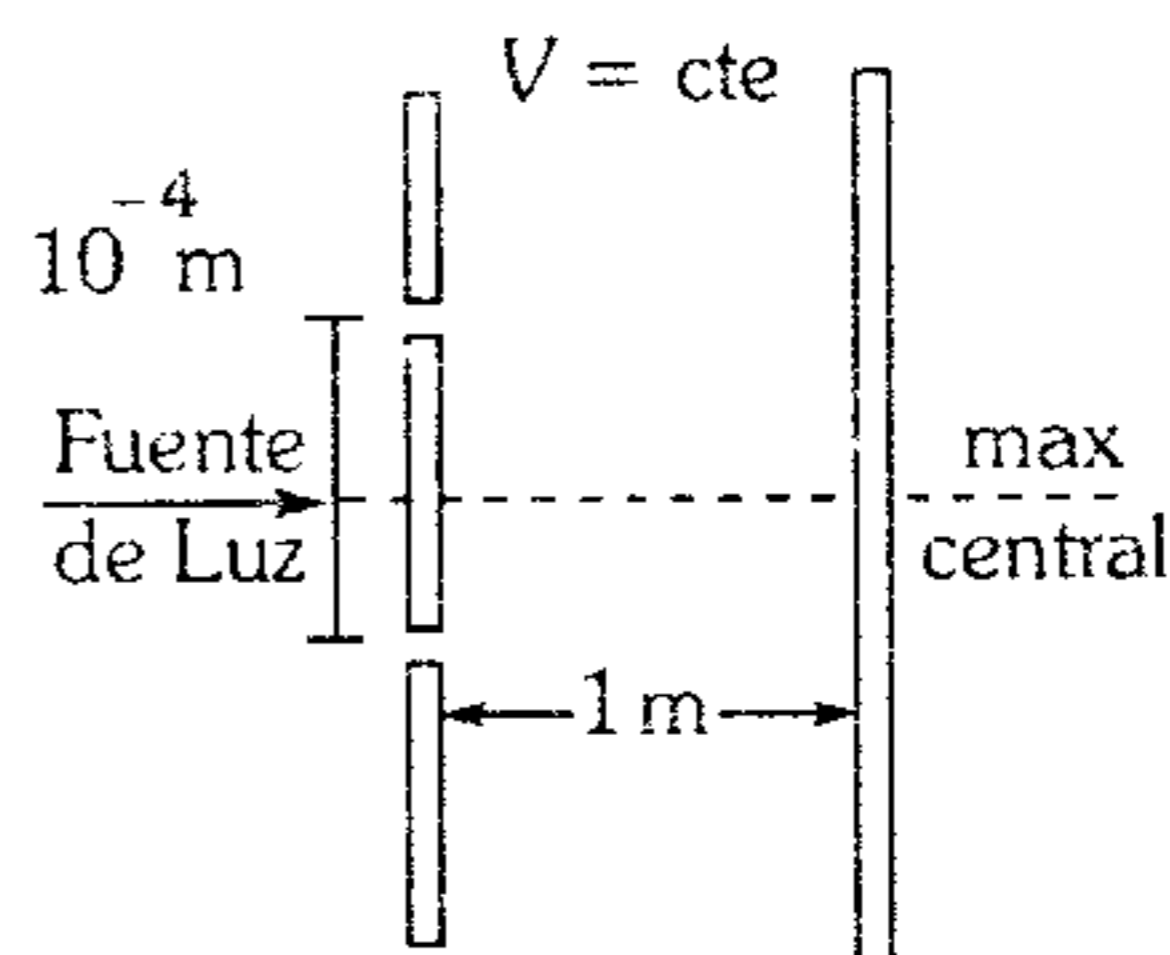


- A)  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 180^\circ$
- B)  $\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 = 270^\circ$
- C)  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$
- D)  $\theta_3 - \theta_1 = 90^\circ$
- E)  $\theta_3 - \theta_1 - \theta_2 = 90^\circ$

834. En el experimento de Young de doble rendija al trabajar con una radiación de frecuencia  $f$  en la posición  $y$  se observa la primera franja de máxima intensidad luminosa. Si duplicamos la frecuencia y reducimos a la mitad la distancia desde las rendijas hasta la pantalla, ¿qué se observará en dicha posición?

- A) El cuarto máximo
- B) El segundo máximo
- C) El primer mínimo
- D) El segundo mínimo
- E) El tercer mínimo

835. En el diagrama, la luz naranja incide sobre la doble ranura con una longitud de onda de  $6 \times 10^{-7}$  m. Calcule la distancia entre el máximo central y la primera franja brillante sobre la pantalla.



- A)  $6 \times 10^{-3}$  m
- B)  $6 \times 10^{-4}$  m
- C)  $6 \times 10^{-5}$  m
- D)  $6 \times 10^{-7}$  m
- E)  $10^{-3}$  m

836. En el experimento de interferencia de doble rendija, se observa en la pantalla que la posición de la franja oscura de quinto orden respecto al eje del sistema en la pantalla es 11 mm. Determine la distancia entre dos franjas claras consecutivas (interfranja).

- A) 5 mm
- B) 3 mm
- C) 2 mm
- D) 6 mm
- E) 1 mm

837. Al observar la interferencia de la luz, procedente de dos fuentes virtuales de luz monocromática con  $\lambda = 520$  nm, resultó que en la pantalla con longitud de 4 cm cabe 8,5 franjas. Determine la distancia entre las fuentes luminosas, si ellas distan 2,75 m de la pantalla.

- A) 0,10 mm
- B) 0,15 mm
- C) 0,3 mm
- D) 0,45 mm
- E) 0,70 mm

838. ¿Cuántas veces aumentará la distancia entre las franjas de interferencia continuas en la pantalla del experimento de Young si el filtro verde ( $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ ) se sustituye por el rojo ( $\lambda = 6500 \text{ \AA}$ )?

- A) 0,76 veces
- B) 0,95 veces
- C) 0,30 veces
- D) 1,30 veces
- E) 1,80 veces

839. En el experimento de Young se interpuso una lámina delgada de vidrio en la trayectoria de uno de los rayos interferentes. Esto hizo que la franja central brillante se desplazara hasta la posición que al principio tenía la quinta franja brillante (sin contar la central). El índice de refracción de la lámina es 1,50 y su longitud de onda es  $6 \times 10^{-7}$  m. ¿Qué espesor tiene la lámina sabiendo que las rendijas se encuentran separadas 3 cm y a la vez éstas se encuentran separadas 2 m de la pantalla?
- A) 8 cm      B) 4 cm      C) 2 cm  
D) 10 cm      E) 5 cm
840. Indique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.
- El calor de un cuerpo depende de la frecuencia de la radiación que emite.
  - Si excitamos los átomos o moléculas de una sustancia, emiten su exceso de energía en forma de radiación electromagnética.
  - Al aumentar la temperatura de un cuerpo aumenta la frecuencia de la radiación que emite.
- A) VFV      B) VVV      C) FFF  
D) VFF      E) FVV
841. Desde una antena de radio se emite una señal continua con una frecuencia determinada. Con un detector se comprueba que la energía radiada en 1 s es 265,2 kJ correspondiente a  $10^{30}$  fotones. Determine la frecuencia de la radiación. ( $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J.s)
- A) 400 MHz    B) 300 MHz    C) 600 MHz  
D) 17,0      E) 18,3
842. La energía necesaria para romper en dos átomos cierta molécula (energía de disociación) es 7,6 eV. ¿Cuál es la máxima longitud de onda (en Å) de la radiación que puede disociar esta molécula?
- A) 13,2      B) 1 600      C) 16,3  
D) 1 633      E) 18,3
843. Respecto del efecto fotoeléctrico, indique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.
- Cuando se aumenta la intensidad de la radiación incidente, sin variar su frecuencia, aumenta la energía de los fotoelectrones.
  - Cuando aumenta la frecuencia de la radiación incidente, sin aumentar la intensidad, aumenta la energía de los fotoelectrones.
  - Cuando aumenta la frecuencia de la radiación incidente aumenta la cantidad de fotoelectrones.
- A) FFF      B) FVF      C) VVV  
D) FVV      E) VVV
844. El umbral fotoeléctrico característico de cierto metal es igual a  $2750 \text{ \AA}$ . ¿Qué valor tendrá la energía necesaria del fotón para que se dé el efecto fotoeléctrico?
- A)  $6,76 \times 10^{-9} \text{ J}$   
B)  $9,45 \times 10^{-19} \text{ J}$   
C)  $8,33 \times 10^{-19} \text{ J}$   
D)  $7,22 \times 10^{-19} \text{ J}$   
E)  $5,14 \times 10^{-19} \text{ J}$
845. El trabajo de salida para los electrones del Cadmio es igual a 4,08 eV. ¿Cuál deberá ser la longitud de onda de la radiación que incide sobre el Cadmio para que, durante el efecto fotoeléctrico, la velocidad máxima de los electrones que se desprende sea igual a  $7,2 \times 10^5$  m/s?
- A) 204 nm      B) 224 nm  
C) 240 nm  
D) 252 nm      E) 265 nm

**846.** Determine la frecuencia de la luz que arranca electrones de la superficie de un metal, y que luego son frenados totalmente por un potencial de 3V. En este metal comienza el efecto fotoeléctrico cuando la frecuencia de luz que incide sobre él es de  $6 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$ .

- A)  $16,4 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$
- B)  $13,2 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$
- C)  $10,5 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$
- D)  $9,7 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$
- E)  $8,8 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$

**847.** Un fotón de longitud de onda  $0,2 \mu\text{m}$  impacta con un electrón libre en reposo, el fotón dispersado tiene una longitud de onda igual a  $1 \mu\text{m}$ . Halle la longitud de onda asociada al electrón dispersado.  
(Desprecie efectos relativistas y considere

$$\sqrt{\frac{h}{2mC}} = 3,46 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$h$ : constante de M. Planck

$m$ : masa del  $e$

$c$ : velocidad de la luz

- A)  $1,73 \times \text{nm}$
- B)  $3,46 \text{ nm}$
- C)  $2 \text{ nm}$
- D)  $0,12 \text{ nm}$
- E)  $9,1 \text{ nm}$

**848.** Un fotón de rayos x, cuya frecuencia inicial es de  $3 \times 10^{19} \text{s}^{-1}$ , sufre una colisión con un electrón y es dispersado  $90^\circ$ . Determine la nueva longitud de onda del fotón.

- A)  $10^{-19} \text{ m}$
- B)  $0,8 \times 10^{-19} \text{ m}$
- C)  $0,62 \times 10^{-19} \text{ m}$
- D)  $0,54 \times 10^{-19} \text{ m}$
- E)  $0,41 \times 10^{-19} \text{ m}$

**849.** Indique la afirmación incorrecta.

- A) La velocidad de la luz en el vacío es igual en todos los sistemas inerciales de referencia.
- B) A bajas frecuencias las propiedades ondulatorias de la luz tienen mayor importancia que sus propiedades corpusculares.
- C) A elevadas frecuencias las propiedades corpusculares tienen mayor trascendencia que las propiedades ondulatorias.
- D) Los fotones emiten un par de átomos, de estados excitados a estados de menor energía.
- E) La radiación gamma tiene menor energía que la radiación de las microondas.

**850.** En el experimento de Young se analiza la interferencia del color verde ( $\lambda = 5200 \text{ \AA}$ ) que se hace pasar por dos rendijas separadas  $8 \text{ mm}$  y a  $10 \text{ m}$  de la pantalla. ¿Qué distancia separa a la séptima franja brillante respecto de la tercera franja oscura?

- A)  $1,6 \text{ mm}$
- B)  $2,6 \text{ mm}$
- C)  $3,6 \text{ mm}$
- D)  $4,6 \text{ mm}$
- E)  $5,6 \text{ mm}$

# Física

## CLAVES

1 E	22 B	43 C	64 B	85 B	106 A	127 D
2 C	23 C	44 E	65 D	86 E	107 C	128 E
3 A	24 E	45 D	66 E	87 E	108 B	129 B
4 D	25 D	46 C	67 A	88 D	109 C	130 D
5 A	26 E	47 C	68 B	89 B	110 A	131 C
6 B	27 A	48 C	69 A	90 D	111 B	131 B
7 E	28 A	49 B	70 D	91 C	112 A	133 B
8 A	29 E	50 C	71 B	92 C	113 B	134 D
9 D	30 A	51 D	72 E	93 E	114 D	135 E
10 C	31 C	52 B	73 B	94 E	115 D	136 A
11 D	32 B	53 C	74 C	95 A	116 C	137 B
12 E	33 A	54 A	75 C	96 D	117 A	138 A
13 C	34 B	55 D	76 A	97 C	118 D	139 B
14 E	35 D	56 D	77 A	98 D	119 D	140 A
15 A	36 C	57 E	78 B	99 C	120 D	141 B
16 C	37 D	58 C	79 C	100 D	121 E	142 B
17 C	38 C	59 C	80 B	101 C	122 D	143 D
18 A	39 D	60 E	81 D	102 D	123 A	144 D
19 E	40 D	61 E	82 E	103 D	124 C	145 C
20 D	41 B	62 C	83 B	104 D	125 D	146 E
21 E	42 A	63 E	84 C	105 D	126 C	147 E

# ANSWERS

148 D	169 D	190 D	211 A	232 B	253 D	274 C
149 C	170 C	191 B	212 D	233 C	254 B	275 C
150 B	171 B	192 E	213 E	234 C	255 D	276 C
151 B	172 C	193 E	214 B	235 D	256 A	277 C
152 B	173 B	194 D	215 B	236 D	257 E	278 A
153 D	174 B	195 B	216 C	237 C	258 C	279 B
154 B	175 D	196 B	217 E	238 B	259 C	280 D
155 C	176 B	197 B	218 B	239 E	260 B	281 E
156 B	177 E	198 C	219 A	240 C	261 D	282 D
157 B	178 B	199 C	220 C	241 D	262 D	283 A
158 C	179 D	200 C	221 B	242 B	263 B	284 B
159 C	180 A	201 C	222 C	243 E	264 E	285 A
160 E	181 C	202 E	223 D	244 C	265 D	286 D
161 E	182 B	203 B	224 B	245 A	266 B	287 E
162 A	183 A	204 D	225 C	246 C	267 E	288 E
163 D	184 C	205 C	226 E	247 B	268 E	289 A
164 E	185 E	206 C	227 E	248 B	269 A	290 C
165 B	186 C	207 E	228 B	249 E	270 C	291 E
166 C	187 B	208 D	229 D	250 C	271 B	292 D
167 E	188 B	209 C	230 B	251 B	272 C	293 A
168 D	189 C	210 C	231 E	252 C	273 B	294 B

# CLAVES

295 A	316 E	337 C	358 A	379 B	400 B	421 C
296 E	317 A	338 B	359 C	380 D	401 C	422 D
297 E	318 D	339 A	360 A	381 C	402 A	423 D
298 E	319 A	340 C	361 A	382 D	403 A	424 D
299 C	320 D	341 B	362 B	383 E	404 D	425 C
300 A	321 C	342 B	363 D	384 D	405 E	426 A
301 D	322 C	343 E	364 D	385 C	406 B	427 C
302 B	323 C	344 A	365 C	386 D	407 A	428 E
303 B	324 C	345 C	366 B	387 A	408 C	429 C
304 A	325 A	346 B	367 B	388 D	409 A	430 C
305 B	326 C	347 A	368 B	389 C	410 E	431 D
306 C	327 B	348 D	369 E	390 B	411 C	432 D
307 E	328 D	349 E	370 E	391 E	412 B	433 C
308 E	329 B	350 D	371 D	392 D	413 C	434 C
309 A	330 E	351 E	372 B	393 E	414 B	435 B
310 B	331 A	352 A	373 A	394 C	415 D	436 E
311 C	332 B	353 E	374 B	395 D	416 C	437 C
312 D	333 B	354 B	375 E	396 E	417 C	438 B
313 E	334 D	355 C	376 A	397 B	418 B	439 D
314 B	335 C	356 E	377 C	398 B	419 A	440 E
315 B	336 A	357 E	378 E	399 A	420 B	441 E



# CLAVES

442 A	463 E	484 B	505 B	526 D	547 E	568 A
443 E	464 B	485 D	506 D	527 C	548 B	569 E
444 E	465 C	486 B	507 D	528 D	549 B	570 B
445 A	466 D	487 C	508 D	529 B	550 D	571 C
446 D	467 C	488 C	509 C	530 D	551 C	572 E
447 E	468 C	489 C	510 B	531 B	552 C	573 C
448 B	469 A	490 D	511 E	532 B	553 C	574 E
449 D	470 D	491 C	512 D	533 C	554 E	575 B
450 C	471 D	492 C	513 D	534 A	555 B	576 D
451 B	472 C	493 E	514 C	535 C	556 C	577 E
452 A	473 E	494 B	515 C	536 D	557 E	578 C
453 B	474 E	495 C	516 B	537 B	558 C	579 B
454 E	475 C	496 B	517 E	538 A	559 B	580 D
455 C	476 D	497 C	518 E	539 C	560 B	581 C
456 A	477 C	498 D	519 E	540 C	561 A	582 C
457 A	478 D	499 A	520 C	541 E	562 E	583 D
458 C	479 B	500 B	521 C	542 E	563 E	584 C
459 B	480 D	501 A	522 C	543 B	564 A	585 A
460 C	481 E	502 E	523 B	544 C	565 A	586 B
461 E	482 D	503 B	524 C	545 C	566 E	587 B
462 E	483 D	504 A	525 C	546 C	567 B	588 C

# CLAVES

589 B	610 C	631 C	652 A	673 B	694 E	715 E
590 E	611 D	632 C	653 D	674 C	695 B	716 D
591 A	612 B	633 A	654 C	675 E	696 D	717 D
592 B	613 E	634 C	655 D	676 E	697 D	718 A
593 C	614 A	635 C	656 B	677 C	698 C	719 E
594 D	615 D	636 B	657 A	678 B	699 B	720 C
595 A	616 C	637 C	658 D	679 E	700 B	721 C
596 B	617 B	638 C	659 E	80 E	701 C	722 E
597 B	618 C	639 C	660 D	681 C	702 D	723 E
598 B	619 A	640 C	661 C	682 C	703 B	724 E
599 E	620 A	641 E	662 D	683 A	704 B	725 D
600 C	621 D	642 B	663 A	684 C	705 A	726 D
601 E	622 E	643 A	664 B	685 D	706 A	727 E
602 C	623 E	644 D	665 E	686 C	707 B	728 A
603 C	624 E	645 D	666 D	687 D	708 C	729 C
604 A	625 D	646 C	667 A	688 B	709 E	730 B
605 B	626 B	647 C	668 D	689 C	710 D	731 A
606 E	627 E	648 E	669 D	690 D	711 D	732 A
607 B	628 A	649 D	670 C	691 B	712 E	733 E
608 C	629 E	650 B	671 E	692 B	713 A	734 A
609 C	630 D	651 E	672 E	693 D	714 B	735 D

# CLAVES

736 B	753 B	770 C	787 C	804 D	821 B	838 C
737 B	754 D	771 D	788 D	805 A	822 A	839 A
738 D	755 E	772 B	789 E	806 C	823 E	840 B
739 B	756 E	773 E	790 A	807 B	824 E	841 A
740 D	757 D	774 D	791 D	808 C	825 B	842 D
741 C	758 C	775 E	792 E	809 B	826 B	843 B
742 B	759 A	776 C	793 E	810 E	827 C	844 D
743 C	760 D	777 E	794 C	811 E	828 B	845 B
744 C	761 B	778 E	795 C	812 A	829 B	846 B
745 A	762 E	779 E	796 E	813 C	830 C	847 A
746 D	763 C	780 E	797 C	814 E	831 D	848 E
747 D	764 B	781 B	798 E	815 B	832 D	849 E
748 E	765 C	782 C	799 A	816 A	833 E	850 B
749 A	766 B	783 D	800 C	817 E	834 A	
750 A	767 D	784 C	801 B	818 A	835 A	
751 B	768 B	785 E	802 B	819 C	836 C	
752 A	769 B	786 E	803 C	820 A	837 C	

QUÍMICA



## Estructura Atómica

- Analice e indique las proposiciones verdaderas.

- El quark es la partícula elemental de la materia.
- Dada la gran inestabilidad del neutrón fuera del átomo, éste se transforma en protón y electrón.
- Los bariones son partículas más pesadas que los leptones.
- El agua pesada tiene menor temperatura de ebullición que el agua común.
- Las propiedades químicas de un elemento están relacionadas con su número atómico.

- A) I y III                      B) II, III y V  
C) III y V  
D) II, III, IV y V            E) I, II, III y V

- Indique la proposición falsa.

- La masa del núcleo atómico es aproximadamente igual a la masa del átomo.
- Generalmente los elementos están constituidos por una variedad de isótopos.
- La carga eléctrica fundamental más pequeña es la carga del electrón.
- El positrón es la antipartícula del protón.
- Los isótopos más pesados de un elemento generalmente son los más inestables.

- En 2 átomos que son isóbaros, la suma del número de nucleones fundamentales es 240. En uno de ellos los neutrones exceden en un 40% a los protones y en 2 unidades a los neutrones del otro isóbaro. Determine la carga absoluta de la zona extranuclear para el catión divalente correspondiente al segundo isóbaro.

- A)  $-8,0 \times 10^{-19} \text{C}$             B)  $-1,6 \times 10^{-18} \text{C}$   
C)  $-3,2 \times 10^{-19} \text{C}$   
D)  $-8 \times 10^{-18} \text{C}$               E)  $-6,4 \times 10^{-18} \text{C}$

- Los átomos X y M son isótonos, tienen en total 78 nucleones fundamentales; al ionizarse como  $X^{-1}$  y  $M^{+3}$  tienen igual número de electrones. Los números másicos respectivamente son

- A) 37 y 40    B) 35 y 42    C) 37 y 41  
D) 34 y 40                      E) 36 y 40

- El átomo  ${}^{37}_{17}\text{Cl}$  es isótopo con un anión monovalente  $X^{1-}$ , cuyo número másico es 35 ¿Cuántos electrones y nucleones tendrá el ion  $X^{2+}$ ?

- A) 17 y 40    B) 15 y 35    C) 19 y 42  
D) 15 y 41                      E) 17 y 35

- En 2 átomos isótonos, el número total de partículas neutras es 152. En uno de ellos la carga es +3 y tiene 20 neutrones más que electrones y en el otro existe 4 electrones más. Halle la cantidad de Quarks, considerando sólo nucleones fundamentales.

- A) 271            B) 813            C) 357  
D) 456                      E) 387

- Indique verdadero (V) o falso (F) acerca de la teoría atómica de John Dalton.

- Todo cuerpo material está constituido por átomos; los cuales son partículas indivisibles e impenetrables.
- Los átomos de un mismo elemento son iguales y difieren de los átomos de otros elementos en peso, propiedades, etc.
- Los átomos son indestructibles salvo en aquellas reacciones químicas violentas.
- Las cargas positiva y negativa se encuentran en equilibrio eléctrico.

- A) VVVF            B) VFFF            C) VVFF  
D) VVFFV                      E) VFVF

8. Respecto a los rayos catódicos, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. Son de naturaleza corpuscular.
- II. Están formados por partículas que salen por detrás del cátodo.
- III. Tienen la capacidad de ionizar átomos en el aire.
- IV. Si en su trayectoria se coloca un objeto, se forma la sombra de dicho objeto.

- A) VVVV    B) VFVV    C) VFFV  
D) VVFF    E) VFFF

9. Señale la aseveración incorrecta.

- A) Thomson, en base a sus estudios de los rayos catódicos, describió las propiedades del electrón y la relación  $e/m = -1,75 \times 10^8 \text{C/g}$
- B) El nombre electrón fue sugerido por Stoney, a partir de los trabajos de Faraday y Arrhenius.
- C) La carga del electrón lo midió experimentalmente R. Millikan.
- D) El primer modelo atómico fue planteado por J. Dalton.
- E) Rutherford sugirió la existencia de partículas neutras en el núcleo.

10. Acerca del experimento de Rutherford señale lo falso.

- A) Bombardeó hojas delgadas de varios metales con partículas alfa.
- B) Observó que algunas de las partículas alfa eran desviadas cuando se les hacía pasar a través de una hoja delgada de oro.
- C) Él explicó este fenómeno afirmando que existía un núcleo pequeño donde se concentraba toda la carga positiva.
- D) Las partículas  $\alpha$  eran desviadas por el núcleo de los átomos en ángulos  $\geq 90^\circ$ .
- E) Las desviaciones de las partículas  $\alpha$  se observaban debido al uso de una pantalla de ZnS (sulfuro de zinc).

11. Según el experimento y modelo atómico de Rutherford.

- I. El núcleo atómico concentra la masa atómica y los electrones orbitan con energía constante.
- II. Está de acuerdo y convalida el modelo atómico de Thomson.
- III. La mayoría de rayos  $\alpha$  se desvía en distintos ángulos al atravesar la lámina de oro.
- IV. Aproximadamente el tamaño atómico es 10 000 veces el tamaño nuclear.

Son afirmaciones correctas

- A) III y IV.                      B) I y II.  
C) II, III y IV.  
D) todas.                        E) solo IV.

12. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no está incluida en los postulados de Bohr, para el átomo de hidrógeno?

- A) El electrón sólo puede encontrarse en determinados y definidos estados de energía.
- B) Para promocionar un electrón de un nivel menor a otra mayor, el átomo absorbe energía.
- C) Cuando un electrón se mantiene en un determinado nivel electrónico se encuentra ganando o perdiendo energía.
- D) En cualquier estado el electrón se desplaza originando una órbita circular alrededor del núcleo.
- E) Los estados de movimiento electrónico permitidos son aquellos en los cuales el momento angular es un múltiplo entero de  $h/2\pi$ .

13. Respecto al modelo de Bohr, ¿qué alternativa es incorrecta?

- A) Aplica la teoría cuántica y la física clásica para analizar el comportamiento del electrón del átomo de hidrógeno.
- B) En una órbita se cumple para el electrón del hidrógeno que si su velocidad es  $5,5 \times 10^7$  cm/s, el radio de la órbita es  $8,48 \text{ \AA}$ .
- C) Se cumple que la energía del electrón en una órbita es:

$$E_n = \frac{E_0}{n^2} ; E_0 = 2,18 \times 10^{-18} \text{ J}$$

- D) Puede también el electrón describir órbitas elípticas.
- E) Una línea de emisión concuerda con una línea de espectro de absorción y esto explica los saltos electrónicos desde niveles de energía cuantizados.

14. La velocidad del electrón es de  $4,4 \times 10^7$  cm/s. Si se libera 2.85 eV ¿a qué nivel debe saltar en el átomo de Bohr?

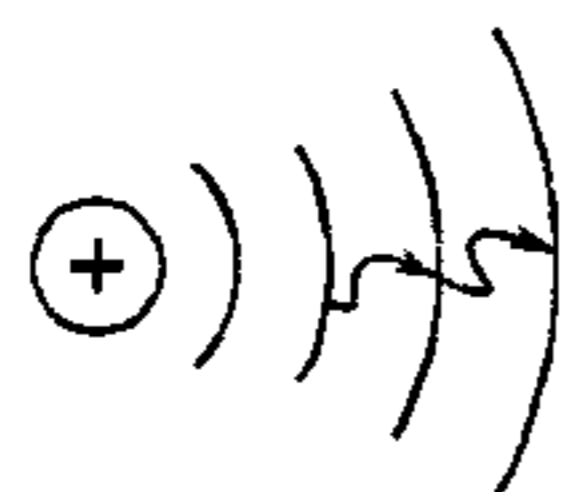
$$E_n = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3
- D) 4                      E) 5

15. Halle la energía de un electrón en el tercer nivel para  $Li^{+}$  según Bohr.

- A) -3,54 eV                      B) -0,52 eV
- C) -0,04 eV
- D) -1,51 eV                      E) -13,6 eV

16. En el siguiente esquema según el modelo de Bohr, se puede afirmar que:



- A) El electrón emite 2 fotones.
- B) El electrón absorbe 1 cuanto de radiación electromagnética.
- C) El electrón absorbe 2 fotones de igual energía.
- D) El electrón absorbe 2 cuantos de radiación cuyas energías son diferentes.
- E) C y D

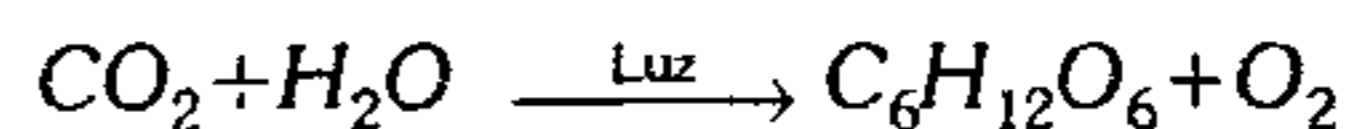
17. Determine la energía potencial y total de un electrón separado 847 pm de un protón en el átomo de Bohr.

- A)  $-2,76 \times 10^{-19} \text{ J}$  ;  $-1,36 \times 10^{-19} \text{ J}$
- B)  $-5,32 \times 10^{-20} \text{ J}$  ;  $-2,72 \times 10^{-19} \text{ J}$
- C)  $-1,98 \times 10^{-10} \text{ J}$  ;  $-5,24 \times 10^{-11} \text{ J}$
- D)  $-2,40 \times 10^{-15} \text{ J}$  ;  $-5,25 \times 10^{-19} \text{ J}$
- E)  $-2,84 \times 10^{-16} \text{ J}$  ;  $-1,36 \times 10^{-18} \text{ J}$

18. Respecto a las radiaciones electromagnéticas, señale lo incorrecto.

- A) La mínima longitud de onda es para los rayos cósmicos.
- B) La máxima frecuencia es para los rayos cósmicos.
- C) La máxima longitud de onda corresponde a las micropulsaciones.
- D) La radiación monocromática de mayor frecuencia es violeta.
- E) La radiación ultravioleta se genera por vibración y rotación de moléculas o átomos.

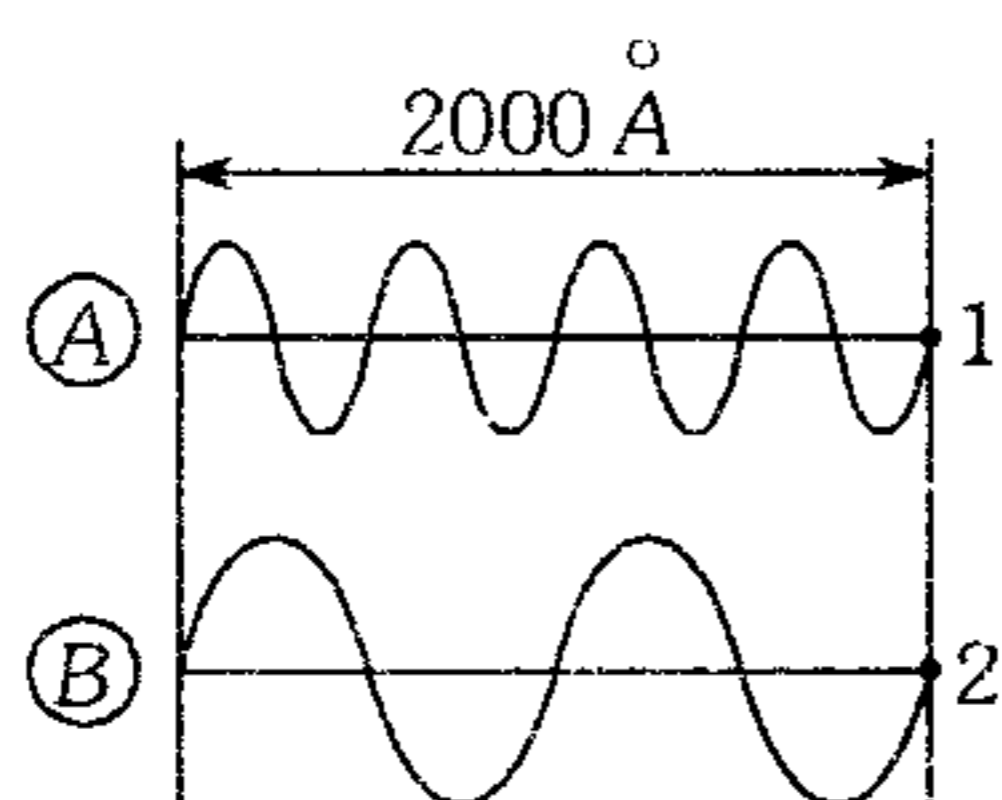
19. Los carbohidratos son sintetizados por las plantas a partir del  $H_2O$  y  $CO_2$  atmosférico. el proceso se llama fotosíntesis y es necesario energía proveniente de la luz. Según



Si la luz que incide es u.v. cuya  $\lambda = 3000 \text{ \AA}$ , determine el número de fotones al usar una fuente energética de  $33 \times 10^5$  ergios.

- A)  $2 \times 10^{10}$                       B)  $3 \times 10^{15}$                       C)  $4 \times 10^9$
- D)  $10^{12}$                                       E)  $5 \times 10^{17}$

20. Del gráfico, ¿qué alternativa es incorrecta?



- A) La velocidad de la onda A es  $3 \times 10^{10}$  cm/s
- B) La frecuencia de A es  $6 \times 10^{15}$  s<sup>-1</sup>
- C) La longitud de onda de A es  $10^3$  Å
- D)  $\bar{v}_A = 2\bar{v}_B$
- E) La energía  $E_A = 2E_B$

21. Cuando la luz de longitud de onda de 4500 Å incide sobre una superficie de sodio metálico limpia, se logra extraer electrones cuya máxima energía es 2,1 ev. ¿Cuál es la energía que liga a un electrón en los cristales de sodio metálico?

- A)  $18 \times 10^{-6}$  ergios
- B)  $3,36 \times 10^{-12}$  ev
- C)  $1,05 \times 10^{-12}$  ergios
- D) 12 ev
- E)  $4,41 \times 10^{-12}$  ergios

22. Uno de los hechos que demuestra que la energía es discontinua (discreta) es

- I. espectro de bandas (continuo) de ciertas sustancias.
- II. espectro discontinuo (de líneas) de átomos.
- III. efecto fotoeléctrico.

- A) solo I      B) solo II      C) solo III
- D) I y II      E) II y III

23. Respecto a la espectroscopía no se puede afirmar

- A) La serie de Lyman: región ultravioleta.
- B) Las audiofrecuencias poseen más energía en el espectro electromagnético.
- C) El vapor de un elemento genera espectro discontinuo.

- D) Un sólido incandescente genera un espectro continuo.
- E) Nivel energético estacionario: no emite ni absorbe energía.

24. Indique la proposición incorrecta.

- A) La serie espectral de Brackett, se indica en el I.R. lejano.
- B) Los espectros de un elemento se basan en los saltos electrónicos.
- C) Bohr no explica el efecto Zeeman.
- D) La teoría de Bohr para el átomo de helio ( $He_{(g)}$ ), genera espectro discontinuo.
- E) La serie de Balmer corresponde al espectro visible.

25. Calcule la longitud de onda de la radiación emitida cuando el electrón del átomo de hidrógeno cae desde  $n=5$  a  $n=2$ . Además indique si esta radiación es visible.

$$R_H = 1,1 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$$

- A) 4 329 Å ; es visible
- B) 2,856 Å ; es visible
- C) 4,34 Å ; no es visible
- D) 4 340 Å : no es visible
- E) 6 950 Å ; es visible

## Química Nuclear

26. Respecto a la radioactividad, ¿qué alternativa es incorrecta?

- A) Es un proceso de emisión de rayos alfa, beta y gamma que se origina sólo en núcleos pesados e inestables.
- B) Los rayos alfa son de menor velocidad que los rayos beta.
- C) La emisión alfa espontánea es típica en núcleos pesados inestables.
- D) Según ángulos de desviación por influencia del campo electromagnético  $\beta > \alpha$ .
- E) Todas las radiaciones ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) tienen capacidad ionizante.



27. Respecto a la radioactividad natural, indique la alternativa falsa.
- A) Lo descubre Becquerel, en forma casual, mientras estudiaba la fluorescencia que presentaban algunas sustancias.  
 B) No produce efectos térmicos.  
 C) Los rayos alfa toman electrones del ambiente estabilizándose como átomos de helio.  
 D) El radio es más radioactivo que el uranio.  
 E) Las planchas de plomo de 15 cm de espesor detienen los rayos gamma.
28. Señale los átomos cuyos núcleos se desintegran.
- I.  ${}_{16}^{32}\text{S}$       II.  ${}_{38}^{90}\text{Sr}$       III.  ${}_{30}^{65}\text{Zn}$   
 IV.  ${}_{93}^{239}\text{Np}$       V.  ${}_{85}^{212}\text{At}$
- A) II, IV, V      B) I y III      C) IV, V  
 D) II, V      E) I, II, III
29. ¿Cuántas partículas  $\alpha$  y  $\beta$  deben emitirse para que un núcleo de  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$  se desintegre hasta convertirse en el núcleo de número de masa igual a 206 perteneciente al grupo IVA del sistema periódico de elementos. ¿Cuál es este elemento?
- A)  $3\alpha; 4\beta^-; \text{Po}$       B)  $5\alpha; 6\beta^-; \text{Po}$   
 C)  $5\alpha; 4\beta^-; \text{Pb}$   
 D)  $4\alpha; 3\beta^-; \text{Pb}$       E)  $5\alpha; 5\beta^-; \text{Po}$
30. ¿Cuántas partículas alfa, beta y deuterones respectivamente se emite en total por la desintegración de un átomo radioactivo de  ${}_{98}^{252}\text{Cf}$  para transmutarse a  ${}_{84}^{210}\text{Po}$ ? Considere que la emisión electrónica es 75% mayor que la emisión alfa.
- A) 2; 5; 11      B) 4; 7; 11      C) 4; 7; 13  
 D) 2; 5; 19      E) 4; 5; 12
31. Un núclido  ${}^m_a\text{E}$  al bombardearlo con partículas alfa, origina la siguiente reacción  ${}^m_a\text{E}(\alpha, 2n){}_b\text{X}^{200}$ . ¿Cuál es el valor de  $m-a$  sabiendo que X tiene carga nuclear absoluta de  $1,28 \times 10^{-17}\text{C}$ ?
- A) 128      B) 120      C) 122  
 D) 276      E) 220
32. Un átomo X posee 9 nucleones y es isótono con el núcleo estable que se obtiene cuando un núclido  ${}^11_6\text{C}$  se desintegra. Calcule los electrones de valencia del átomo X.
- A) 1      B) 3      C) 5  
 D) 2      E) 7
33. En los siguientes procesos nucleares:
- I.  ${}_{92}^{238}\text{U} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}_{93}^{238}\text{Np} + \dots$   
 II.  ${}_{96}^{253}\text{Cm} + {}^{12}_6\text{C} \rightarrow {}_{102}^{254}\text{No} + \dots$   
 III.  ${}_{92}^{238}\text{U} + 17{}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{100}^{255}\text{Fm} + \dots$
- ¿Cuántos neutrones y rayos beta se emiten respectivamente en total?
- A) 13 y 8      B) 8 y 6      C) 13 y 5  
 D) 6 y 8      E) 13 y 4
34. Respecto a los radioisótopos, señale la(s) proposición(es) correcta(s)
- I. Tienen igual tiempo de semidesintegración.  
 II. Pueden ser naturales o sintetizados por el hombre en las centrales nucleares.  
 III. Tienen aplicación pacífica en las diversas ramas de la ciencia.  
 IV. Los radioisótopos que se emplean en la medicina tienen un período de semidesintegración muy grande.
- A) I y IV      B) II y IV      C) II y III  
 D) I, II y III      E) III y IV

35. No es una aplicación con fines pacíficos de los radioisótopos.

- A) Destrucción de células cancerígenas.
- B) Obtención de imágenes de órganos muy delicados como el hígado, riñón, etc.
- C) Fabricación de armas nucleares.
- D) Fechado de reliquias, instrumentos de piedra, restos fósiles.
- E) En análisis químico como trazadores.

36. Señale la relación radioisótopo-aplicación incorrecta.

- A)  $K-40$  : Fechador de rocas y meteoritos
- B)  $Tc-99m$  : Gammagrafía
- C)  $Tl-201$  : Diagnosticar enfermedades cardíacas.
- D)  $Fe-59$  : Medición de la velocidad de formación de las células rojas de la sangre.
- E)  $P-32$  : Tomografía.

37. ¿Qué masa se desintegrará de 512 mg de un elemento radiactivo al cabo de 7 vidas medias, si su vida media es de 24 horas?

- A) 3 mg      B) 4 mg      C) 5 mg
- D) 6 mg                      E) 12 mg

38. A partir de los siguientes datos:

Radioisótopo	C - 14	Cs - 137	Cd - 109	I - 131	Br - 82
$t_{1/2}$	5730 años	32h	1,3 años	8 días	35,3h

Si se parte de masas iguales para cada radioisótopo, ¿qué radioisótopo tiene mayor masa desintegrada luego de un año?

- A)  $Cd-109$     B)  $I-131$       C)  $Br-82$
- D)  $C-14$                       E)  $Cs-137$

39. Se observó que una muestra de material radiactivo daba una lectura de 1 200 cuentas por minuto en un contador Ceiger el día 11 de noviembre a las 9 a.m.; el día 13 de noviembre a las 9:00 p.m. del mismo año, la lectura se redujo a 300 cuentas por minuto.

¿Cuál es el tiempo de semidesintegración del radioisótopo?

- A) 36 h      B) 60 h      C) 24 h
- D) 30 h                      E) 48 h

40. El fósforo radioactivo  $P-30$  se desintegra emitiendo positrones, este radioisótopo se ha empleado para estudiar el metabolismo del fósforo en el organismo humano. ¿Qué cantidad de  $P-30$  tendrá una persona 145 días después de suministrarle un medicamento que contiene 0,1 mg de este elemento?  
 $t(1/2) = 14,5$  días

- A)  $10^{-2}$  mg
- B)  $10^{-3}$  mg
- C)  $10^{-4}$  mg
- D)  $9,76 \times 10^{-5}$  mg
- E)  $10^{-6}$  mg

41. Un meteorito cósmico se analizó para determinar su contenido isotópico de argón (P.A. = 40). Si al efectuar el análisis de 10 kg de meteorito se encontró  $2,24 \text{ m}^3$  de argón gaseoso a 760 mmHg y  $0^\circ\text{C}$ , determine la antigüedad de dicho meteorito suponiendo que  $10^3$  átomos de argón se forman en procesos aislados de 100 años.

- A)  $6 \times 10^{24}$  años
- B)  $6 \times 10^{17}$  años
- C)  $6 \times 10^{20}$  años
- D)  $6 \times 10^{23}$  años
- E)  $6 \times 10^{25}$  años

42. Calcule el tiempo de vida media para el proceso de desintegración que sufre el isótopo inestable  $^{110}_{47}\text{Ag}$ , si emite partículas beta de tal manera que una masa inicial de 576 g se transforma dando origen a 558 g de  $^{110}_{48}\text{Cd}$  en un tiempo de 2 minutos.

- A) 30 s      B) 24 s      C) 12 s
- D) 48 s                      E) 2,4 s

43. Si la masa del protón es 1,007825 uma y del neutrón es 1,008665 uma, halle la energía de enlace (llamada también de empaque) nuclear en el  $^{127}_{53}I$ , si se sabe que la masa atómica de este núcleo es de 126,9004 uma. Dato: 1 uma =  $1,66 \times 10^{-27}$  kg

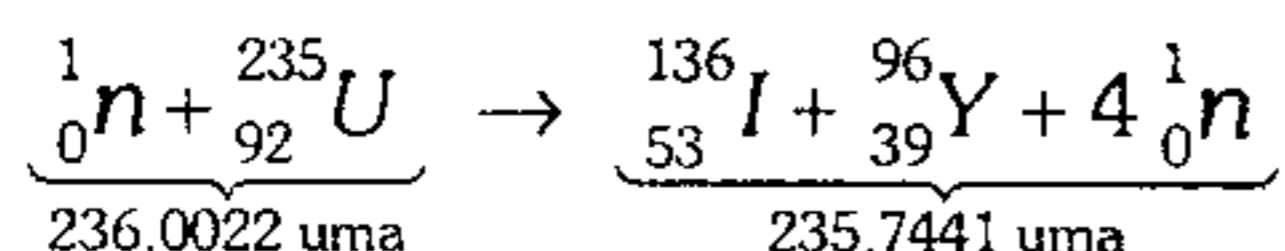
- A)  $25,7 \times 10^{-36}$  J      B)  $39,6 \times 10^{-14}$  J  
 C)  $1,36 \times 10^{-12}$  J  
 D)  $41,8 \times 10^{-10}$  J      E)  $1,73 \times 10^{-10}$  J

44. Respecto a la fisión y fusión, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Una reacción en cadena autosostenida se produce con una masa semicrítica.  
 II. Los productos de una fisión nuclear producen contaminación ambiental.  
 III. En una reacción de fisión controlada se utiliza varillas compuestas por cadmio y boro.  
 IV. Las reacciones termonucleares se producen en forma espontánea en las estrellas.  
 V. En la fisión y fusión nuclear existe pérdida de masa.

- A) VFFFV      B) FFVVF      C) VFFVW  
 D) FVFFF      E) FVVVV

45. Se tiene la siguiente reacción de fisión



Si se fusiona 1 kg de U-235, halle la masa de carbono que se debe combustionar para que en ambos procesos se libere la misma cantidad de energía.

Considere que por cada gramo de carbono combustionado se libera 33 KJ.

$$1 \text{ uma} = 1,66 \times 10^{-24} \text{ g} \leftrightarrow 931 \text{ Mev}$$

$$1 \text{ ev} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- A) 2993,9 TM      B) 3292,5 TM  
 C) 1992,6 TM  
 D) 4256,8 TM      E) 2722 TM

## Modelo Atómico Moderno

46. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I.  $\psi^2$ : representa la probabilidad de encontrar un electrón a cierta distancia.  
 II. Zeeman: desdoblamiento de las líneas espectrales de emisión del H.  
 III.  $\psi$ : no representa a un orbital.  
 IV. Principio de incertidumbre:  $\Delta p \cdot \Delta x \leq h/2\pi$

- A) VFVV      B) VVFF      C) VVVF  
 D) FVVF      E) VVVF

47. ¿Cuál sería la longitud de onda de un electrón acelerado por 50 kilovoltios?

- A) 25 Å      B) 2,5 Å      C) 0,025 Å  
 D) 0,25 Å      E) 250 Å

48. Calcule la mínima incertidumbre en la posición de un electrón cuya variación de velocidad es  $22 \times 10^6$  cm/s.

Sugerencia:

- $m(e) = 9 \times 10^{-28}$  g
- $h = 6,6 \times 10^{-27}$  erg·s
- $\pi = 3,14$

De la respuesta en Å.

- A) 265 Å      B) 26,5 Å      C) 2,65 Å  
 D) 0,265 Å      E) 0,0265 Å

49. Respecto a la distribución electrónica, marque verdadero o falso según corresponda.

- I. El número máximo de electrones en un subnivel es  $4l + 2$ .  
 II. El número de orbitales en un nivel energético es  $n^2$ .  
 III. El número máximo de electrones en un nivel energético está dado por  $\sum_{l=0}^{n-1} (4l + 2)$ .  
 IV. En un átomo excitado, 2 electrones pueden tener sus 4 números cuánticos iguales.

- A) FFVF      B) VVFF      C) VFFV  
 D) VVVV      E) VVVF

50. Indique verdadero o falso según corresponda.
- La probabilidad radial del orbital 1s del hidrógeno a  $0,53 \text{ \AA}$  es 99,9%.
  - El número cuántico azimutal presenta  $n$  valores.
  - Los números cuánticos  $n$ ,  $\ell$  y  $m_\ell$  definen al orbital.
  - Respecto a la energía:  $f > d > p > s$ .

- A) VFVV      B) VFVF      C) FVVV  
D) VVFF      E) VVVV

51. Respecto al número cuántico del spin magnético ( $m_s$ ) señale lo correcto.

- No explica el fenómeno del diamagnetismo ni el paramagnetismo, en un átomo.
- Resulta de la solución de la ecuación de Schrödinger.
- Explica el experimento de Stern y Gerlach.
- Los valores posibles  $+1/2$  y  $-1/2$  son arbitrarios que no tiene que ver con los experimentos.
- No genera un campo magnético intrínseco.

52. Sabiendo que en la tabla aparecen descritos el séptimo, sexto y quinto electrón de 3d respectivamente, indique los valores correctos de los números cuánticos que falta precisar.

$n$	$\ell$	$m_\ell$	$m_s$
3	2	-1	A
3	B	C	-1/2
3	2	D	E

- |    | A    | B  | C  | D  | E    |
|----|------|----|----|----|------|
| A) | 2    | 2  | -1 | +1 | -1/2 |
| B) | -1/2 | 2  | -2 | +2 | +1/2 |
| C) | -1/2 | 2  | +1 | -2 | +1/2 |
| D) | +1/2 | 1  | -1 | -2 | +1/2 |
| E) | 2    | -1 | 0  | -1 | +1/2 |

53. Respecto al modelo vectorial del átomo no se puede afirmar que

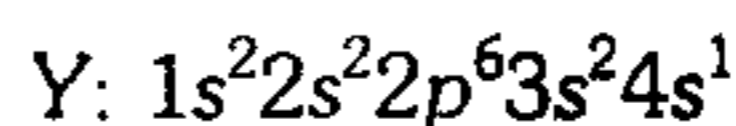
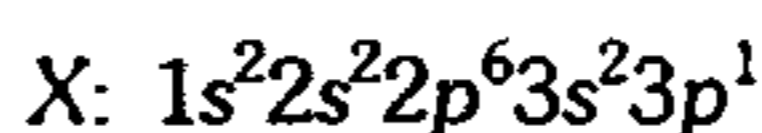
- $m_\ell$ : cuantifica al vector  $L$  en la dirección del campo magnético.
- en la expresión:  $(2S+1)$  existen 2 valores.
- el número cuántico del momento angular total posee valor de 1/2.
- $J$  toma valores  $\ell - s$  y  $\ell + s$ , sus vectores son perpendiculares.
- $\hbar$  es la unidad de los momentos angulares.

54. Analizando la distribución electrónica de cierto isótopo (estado fundamental), se debe cumplir:

- Cumple necesariamente el principio de Aufbau.
- El último electrón distribuido se encuentra en la última capa.
- Al excitarse necesariamente cumple el principio de exclusión de Pauli.
- Su electrón más estable se encuentra en  $\psi(1,0,0)$ .

- A) solo IV      B) I y IV      C) I y III  
D) II y IV      E) solo III

55. Con respecto a las siguientes distribuciones electrónicas, marque lo incorrecto.



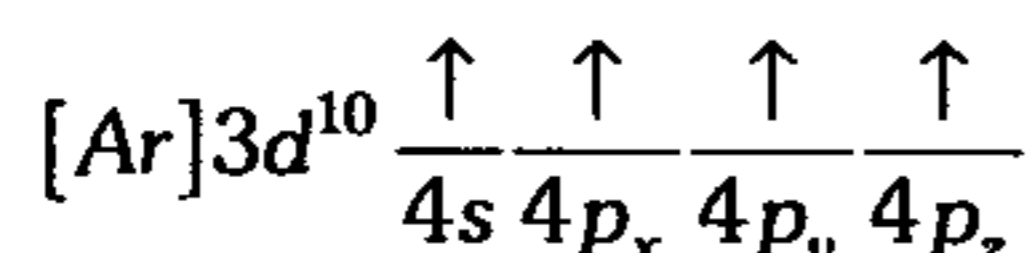
- X e Y son átomos de un mismo elemento.
- X es el átomo en su estado fundamental e Y es el átomo en estado excitado.
- El último electrón de X tiene  $m_s = 1/2$  y el último electrón de Y tiene  $m_s = -1/2$
- Para pasar del átomo Y al estado basal X, se emite un fotón.
- X cumple el principio de AUFBAU.

56. Según la distribución electrónica indique la proposición incorrecta.

- I.  ${}_9\text{F}: 1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 2p_z^1$   
 II.  ${}_{20}\text{Ca}^{+2}: [{}_{18}\text{Ar}]$   
 III.  ${}_{26}\text{Fe}^{+3}: [\text{Ar}]3d^5$   
 IV.  ${}_7\text{N}: 2s^2 2p_x^2 2p_y^2 2p_z^1$  (distribución basal)

- A) II y IV      B) Sólo IV      C) I y IV  
 D) I, II y III      E) I y II

57. De acuerdo a la siguiente distribución electrónica de un átomo:



¿qué proposiciones son incorrectas?

- I. Es un elemento trivalente.  
 II. El átomo sólo se combina químicamente cuando se encuentra en estado basal.  
 III. Presenta 15 orbitales apareados.  
 IV. El elemento pertenece al período 4 y grupo IVA.

- A) I y III      B) I, II y III      C) II y III  
 D) III y IV      E) I y II

58. Si para un átomo el máximo valor de su número cuántico principal es 4 y su momento magnético es 5,92, halle el número de orbitales apareados en dicho átomo.

- A) 10      B) 20      C) 15  
 D) 12      E) 13

59. La configuración electrónica de un catión monovalente presenta dos subniveles difusos llenos, calcule la carga nuclear del átomo neutro si se sabe que ésta es la mínima posible.

- A) 48      B) 47      C) 49  
 D) 46      E) 50

60. El catión divalente de cierto átomo tiene como distribución electrónica  $[\text{Kr}]5s^0 4d^{10}$ ; y además es isótono con el  ${}^{113}\text{In}$  y es también isóbaro con el  ${}^{112}\text{Sn}$ . Halle la carga nuclear absoluta del átomo de indio.

- A)  $76,8 \times 10^{-19}\text{C}$       B)  $6,02 \times 10^{-18}\text{C}$   
 C)  $3,92 \times 10^{-18}\text{C}$   
 D)  $7,84 \times 10^{-18}\text{C}$       E)  $7,04 \times 10^{-19}\text{C}$

61. ¿Cuántos átomos neutros diferentes cumplen con tener 3 orbitales desapareados en su capa N? Además dé los números cuánticos del penúltimo electrón del elemento con Z máximo.

- A) 1 ; 4, 1, 0, +1/2  
 B) 5 ; 4, 3, -1, -1/2  
 C) 5 ; 4, 3, 0, -1/2  
 D) 3 ; 4, 2, -2, -1/2  
 E) 3 ; 4, 3, +2, -1/2

62. ¿Qué serie de valores de los números cuánticos no corresponde a un electrón para el átomo indicado?

	n	ℓ	$m_\ell$	$m_s$
A) ${}_{20}\text{Ca}$ :	3	0	0	+1/2
B) ${}_{25}\text{Mn}$ :	4	0	0	+1/2
C) ${}_{32}\text{Ge}$ :	4	2	+1	-1/2
D) ${}_{52}\text{Te}$ :	1	0	0	+1/2
E) ${}_{24}\text{Cr}$ :	2	1	0	-1/2

63. Al resolver la siguiente ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V)\psi = 0$$

se determinó el siguiente resultado  $\psi(4,2,1)$ . ¿Cuál de los siguientes átomos verifica la solución?

- A)  ${}_{32}\text{Ge}$       B)  ${}_{54}\text{Xe}$       C)  ${}_{29}\text{Cu}$   
 D)  ${}_1\text{H}$       E)  ${}_{38}\text{Sr}$

64. Considerando la siguiente información:

Elemento	$\mu_{\text{EXPERIMENTAL}}$
Pd (Z=46)	0
Mo (Z=42)	6,9
W (Z=74)	4,9
Ag (Z=47)	1,73

¿En cuántos átomos existe salto electrónico?

- A) 2                      B) 1                      C) 3  
D) 4                      E) 0

65. Si el ión  $X^{+3}$  es isoelectrónico con  ${}_{52}\text{Te}^{+6}$ , entonces el momento magnético para el ión  $X^{+5}$  es

- A) 3,87                      B) 0                      C) 2,83  
D) 8,94                      E) 1,26

66. ¿Cuál de los siguientes cationes posee únicamente orbitales con electrones apareados?, es decir se repelen débilmente en el campo magnético.

- A)  ${}_{28}\text{Ni}^{+3}$                       B)  ${}_{23}\text{V}^{+5}$                       C)  ${}_{29}\text{Cu}^{+2}$   
D)  ${}_{49}\text{In}^{+3}$                       E) B y D

67. Si el momento magnético del Wolframio (Z=74) calculado según  $\mu = \sqrt{a(a+2)}$  es 4,472, entonces su distribución electrónica será:

- A)  $[\text{Xe}]6s^2 4f^{14} 5d^3$                       B)  $[\text{Rn}]6s^2 4f^{14} 5d^4$   
C)  $[\text{Xe}]6s^2 4f^{14} 5d^4$   
D)  $[\text{Xe}]6s^1 4f^{14} 5d^5$                       E)  $[\text{Rn}]6s^1 4f^{14} 5d^5$

68. Para las especies  $\text{Fe}$ ,  $\text{Fe}^{-2}$ ,  $\text{Fe}^{+3}$ . ¿cuál de las siguientes proposiciones no es falsa?

- A) El  $\text{Fe}^{+2}$  es más paramagnético que el  $\text{Fe}^{+3}$ .  
B) El elemento  $\text{Fe}$  posee dos orbitales externos llenos y 4 semillenos.  
C) El  $\text{Fe}^{+3}$  es paramagnético como el  $\text{Fe}$ .  
D) El  $\text{Fe}^{+3}$  es de mayor estabilidad.  
E) El  $\text{Fe}^{+2}$  tiene un orbital lleno.

## Clasificación de los Elementos Químicos

69. Respecto a la tabla periódica, ¿cuántas proposiciones son incorrectas?

- I. Newlands ordenó a los elementos químicos en series de 7 y en orden creciente de sus pesos atómicos (Ley de las octavas).
- II. Lothar Meyer descubrió la periodicidad de las propiedades de los elementos en base a los volúmenes atómicos.
- III. Mendeliev predijo las propiedades solo de los elementos Eka-Silicio y Eka-Aluminio.
- IV. Breguyer de Chancourtois ordenó a los elementos químicos en una curva helicoidal y en forma creciente de sus pesos atómicos.

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 0

70. Según la siguiente triada de Döbereiner, calcule el peso atómico del elemento A.

A <sup>x</sup>	B <sup>80,75</sup>	C <sup>126</sup>
----------------	--------------------	------------------

- A) 35,5                      B) 30                      C) 45,25  
D) 19,6                      E) 32,2

71. Respecto a la tabla periódica de Mendeliev, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Considera que las propiedades de los elementos varían en forma sistemática con el peso atómico, sin excepción.
- II. Presenta 7 periodos o filas horizontales.
- III. Según esta tabla la valencia del azufre es 4.
- IV. El principal óxido del nitrógeno tiene por fórmula  $\text{N}_2\text{O}_5$ .

- A) FVVV                      B) VVVF                      C) FFVV  
D) FFFV                      E) VVFF

72. Sobre el experimento de Henry Moseley, indique la proposición incorrecta.
- A) Realiza trabajo con los rayos X generados por diversos metales principalmente pesados.  
 B) Los elementos metálicos se colocaban como ánodo del tubo de rayos catódicos.  
 C) Determinó que a mayor número atómico mayor longitud de onda de los rayos X generados.  
 D) Los rayos X se generan cuando un electrón de la capa L salta a la capa K.  
 E) Determinó que las propiedades de los elementos químicos varían en forma sistemática a su carga nuclear.
73. Acerca de la tabla periódica actual:
- I. El periodo 2 consta de 8 elementos químicos, cuyas propiedades no son similares.  
 II. Los elementos que están en un mismo grupo tienen igual número de niveles o capas.  
 III. Los elementos del grupo IIIB y del periodo 6 se llaman Lantánidos.  
 IV. Los elementos se ordenan en base a la ley de Moseley y las distribuciones electrónicas de los átomos en estado basal.
- Son afirmaciones correctas
- A) I,II,III,IV    B) I,III,IV    C) I,III  
 D) II,IV    E) solo IV
74. Una de las siguientes alternativas es falsa ¿cuál es?
- A) Existen metales sólidos y líquidos solamente a temperatura ambiental  
 B) Los elementos no metálicos son los menos abundantes y a 25° C pueden estar en los tres estados de agregación molecular de la materia.  
 C) La mayoría de elementos se encuentran combinados en la naturaleza, pero algunos se encuentran libres (elementos nativos), como Oro, Azufre, Plata, etc.  
 D) Los elementos metálicos están presentes en los grupos A y B.  
 E) Los elementos no metálicos pueden ser representativos o de transición.
75. Relacione correctamente.
- |                       |               |
|-----------------------|---------------|
| I. Actínidos          | a. S, Se, Po  |
| II. Alcalinos térreos | b. Th, Pa, U  |
| III. Calcógenos       | c. Fe, Ni Co  |
| IV. Ferromagnéticos   | d. Sr, Ba; Ra |
- A) Ia, IIb, IIIc, IVd  
 B) Ib, IId, IIIa,IVc  
 C) IIa, IIIb, IVc, Id  
 D) IIIa, IIb, IVc, Id  
 E) Ib, IId, IIIc, IVa
76. Respecto a los elementos metálicos ¿qué proposición es incorrecta?
- A) Sus altas conductividades térmicas se explica por los electrones deslocalizados que presentan.  
 B) Después de los alcalinos, los alcalinos térreos son los de mayor reactividad química frente al agua.  
 C) Los lantánidos son metales más densos que el agua y su número de oxidación característico es +3.  
 D) El metal más abundante en la corteza terrestre es el aluminio.  
 E) La conductividad eléctrica de los metales varía con la temperatura, siendo superconductores a temperaturas muy bajas (cerca al cero absoluto).
77. ¿Cuántas proposiciones son correctas, respecto a los metales del grupo IA?
- I. Se llaman alcalinos y se oxidan rápidamente al estar expuestos al aire.  
 II. El cesio tiene mayor carácter metálico y posee menor punto de fusión.  
 III. El litio es usado como parte del combustible nuclear en la bomba de hidrógeno.  
 IV. La obtención de sodio se realiza mediante la electrólisis de las soluciones acuosas concentradas de sus sales.
- A) 1    B) 2    C) 3  
 D) 4    E) 5

78. ¿Cuál es la ubicación de un elemento en la tabla periódica, sabiendo que su átomo neutro y en su estado basal posee 4 orbitales principales apareados?

- A) 3 ; VIA    B) 2 ; IVA    C) 3 ; IVA  
D) 3 ; IIA    E) 2 ; VIA

79. La distribución electrónica del Lantano ( $Z = 57$ ) presenta la anomalía del .....; por eso se ubica en el grupo ..... de la tabla periódica donde los elementos terminan su distribución en  $(n-1)d^1$  donde  $n$  es su máximo .....

- A) nivel degenerado – IB – periodo.  
B) By Pass – IIIB – nivel.  
C) Subnivel sharp desapareado – IIIA – nivel.  
D) Subnivel  $d$  apareado – IA – subnivel.  
E) Salto electrónico – IIIB – periodo.

80. El átomo de un elemento tiene igual número de capas que el gas noble Xenón ( $Z = 54$ ) y posee 6 electrones con el máximo número cuántico principal que presenta este átomo, entonces dicho elemento se encuentra en el grupo

- A) VIB    B) VA    C) VB  
C) VIA    E) IVA

81. Respecto a un elemento representativo del tercer período cuyo momento magnético ( $\mu$ ) es 2,828 y de máximo número atómico.

- I. Su carga relativa nuclear es +16.  
II. Pertenece al grupo IVA.  
III. No puede ser metal alcalino.  
IV. Forma un hidruro cuya atomicidad es 7.  
Son proposiciones falsas

- A) todas    B) I, II    C) solo IV  
D) II, IV    E) I, III, IV

82. Cierta elemento de transición presenta 12 electrones de valencia y pertenece al sexto período de la tabla periódica actual, entonces ¿cuál es la carga absoluta de la zona extranuclear para su catión divalente ?

- A)  $3,6 \times 10^{-18}$  C  
B)  $2,63 \times 10^{-18}$  C  
C)  $1,248 \times 10^{-17}$  C  
D)  $1,64 \times 10^{-19}$  C  
E)  $3,11 \times 10^{-17}$  C

83. Un átomo presenta 165 quarks correspondiente a sus nucleones fundamentales y es isótono con un catión trivalente de configuración electrónica terminal  $3d^5$  y de número másico 56; indique el período y grupo al cual pertenece el átomo inicial.

- A) 4; IIA    B) 3; IB    C) 4; VIIB  
D) 4; IIIB    E) 3; IIIA

84. Indique la proposición correcta respecto al elemento de máxima carga nuclear; del grupo VIIB y quinto período.

- A) Es un elemento de transición interna.  
B) Su átomo neutro tiene 28 partículas fundamentales de carga +1.  
C) El módulo del momento angular del orbital de su último electrón es 2,449.  
D) Su átomo neutro en la nube electrónica tiene 48 quarks.  
E) Su momento magnético es 2,828.

85. Un elemento presenta en su distribución electrónica solo cuatro subniveles de número cuántico azimutal 1 y un subnivel fundamental lleno. Si su momento magnético es 4,899, ¿a qué grupo y período pertenece en la Tabla periódica actual, si se sabe además que en los orbitales del último subnivel hay un electrón apareado?

- A) VA ; 5    B) VIIB; 5    C) VIIB ; 6  
D) VIB; 6    E) VIIB; 6



86. ¿Qué sentencia no corresponde a las propiedades periódicas?

- A) El radio atómico se ha calculado tomando en cuenta la carga nuclear efectiva, debido al apantallamiento de los electrones internos.
- B) Un factor que influye en el valor de la energía de ionización es la carga nuclear.
- C) Para los elementos alcalinos; un aumento en el tamaño de los mismos refleja la disminución de su energía de ionización.
- D) Si un átomo en estado gaseoso acepta un electrón liberando energía, entonces se hace más estable.
- E) En un grupo de la tabla periódica generalmente a mayor número de protones mayor afinidad electrónica.

87. Seleccione la especie química de menor radio iónico de I y la de mayor radio iónico de II respectivamente.

- I.  ${}_{22}\text{Ti}^{+4}$  ;  ${}_{24}\text{Cr}^{+6}$  ;  ${}_{20}\text{Ca}^{+2}$  ;  ${}_{21}\text{Sc}^{+3}$
- II.  ${}_{16}\text{S}^{-2}$  ;  ${}_{34}\text{Se}^{-2}$  ;  ${}_{8}\text{O}^{-2}$

- A)  ${}_{20}\text{Ca}^{+2}$  ;  ${}_{8}\text{O}^{-2}$
- B)  ${}_{21}\text{Sc}^{+3}$  ;  ${}_{8}\text{O}^{-2}$
- C)  ${}_{24}\text{Cr}^{+6}$  ;  ${}_{34}\text{Se}^{-2}$
- D)  ${}_{24}\text{Cr}^{+6}$  ;  ${}_{8}\text{O}^{-2}$
- E)  ${}_{22}\text{Ti}^{+4}$  ;  ${}_{16}\text{S}^{-2}$

88. Dados los siguientes datos de afinidad electrónica (A.E.):

	Elemento	Afinidad electrónica (kJ/mol)
I	Boro	-27
II	Sodio	-53
III	Magnesio	+230
IV	Kriptón	+39

Indique verdadero(V) o falso(F), según corresponda.

- I. El átomo de Magnesio es más estable al aceptar un electrón.
- II. El anión del átomo alcalino es más estable al aceptar un electrón, ya que su A.E. tiene el mayor valor negativo.
- III. En todos los casos la aceptación de un electrón es un proceso exotérmico.
- IV. El átomo del gas noble debe absorber energía para aceptar un electrón igual a 39 kJ/mol.

- A) VVVV      B) VFVF      C) FFVV
- D) FFFF      E) FVVF

89. Sobre las aplicaciones de los gases nobles, indique la alternativa incorrecta.

- A) El Xenón es usado como refrigerante en equipos de acondicionamiento de aire.
- B) El Radón es usado en radioterapia.
- C) El Neón es usado en avisos luminosos.
- D) El Argón es usado en bombillas eléctricas ya que no reacciona con el filamento caliente, disipa el calor de éste, prolongando su vida.
- E) El Helio mezclado con oxígeno es usado en buceo de alta profundidad.

90. Respecto a los halógenos y sus aplicaciones ¿cuántas proposiciones son correctas?

- I. El Flúor es un gas amarillo que se utiliza para fabricar el teflón, un polímero usado en el revestimiento de ollas.
- II. El Cloro es un gas amarillo verdoso usado para potabilizar el agua.
- III. El Bromo es un líquido rojo que se encuentra en forma libre en la naturaleza
- IV. El Yodo a condiciones ambientales es un sólido de color violeta brillante, usado para fabricar yoduro de plata utilizado en fotografía.

- A) 3                      B) 2                      C) 4
- D) 1                      E) 0

## Enlace Químico

91. Respecto al enlace químico, señale verdadero (V) o falso (F).

- I. Los átomos libres son más estables que sus respectivas moléculas.
- II. Los átomos al enlazarse disminuyen su energía, porque los electrones enlazantes estarán en un estado energético inferior.
- III. Todos los electrones de valencia participan en la unión de los átomos.
- IV. Los átomos se enlazan principalmente por compartición o transferencia de electrones.

- A) FVVV    B) VVFF    C) FFFV  
D) FVFF    E) FVVF

92. Un elemento presenta 2 isótopos cuya suma de los números de masa es 66 y la suma de los neutrones es 36. Señale la notación de Lewis del isótopo más pesado.

- A)  $\times E \times$     B)  $\times \overset{\times}{E} \times$     C)  $\overset{\times \times}{\times E \times}$   
D)  $\overset{\times \times}{\times E \times}$     E)  $\overset{\times \times}{\times E \times}$

93. Indique la alternativa que muestre el número de electrones de valencia que posee el ácido acético,  $CH_3COOH$ .

- A) 8    B) 24    C) 16  
D) 20    E) 26

94. Respecto al enlace iónico, señale la proposición incorrecta.

- I. La energía reticular en los cristales iónicos es tal que permite su solubilidad.
- II. La estructura cristalina de los compuestos iónicos es la que permite la máxima atracción entre los iones.
- III. Es común que se produzca por oxidación de un átomo metálico y reducción de un átomo no metálico.
- IV. Se produce entre átomos de alta energía de ionización con los átomos de alta electronegatividad.

- A) I, II y III    B) II y IV    C) solo IV  
D) I y III    E) solo II

95. Respecto a los compuestos iónicos, señale la proposición incorrecta.

- A) Son duros y frágiles.
- B) Tienen punto de fusión definido.
- C) Se consideran conductores de segundo orden.
- D) La fuerza electrostática depende de la carga y tamaño de los iones.
- E) Todos los iones tienen la configuración de los gases nobles.

96. Se tiene los siguientes óxidos metálicos.

- I.  $BaO$     II.  $MgO$     III.  $CaO$

Señale el orden según su energía reticular.

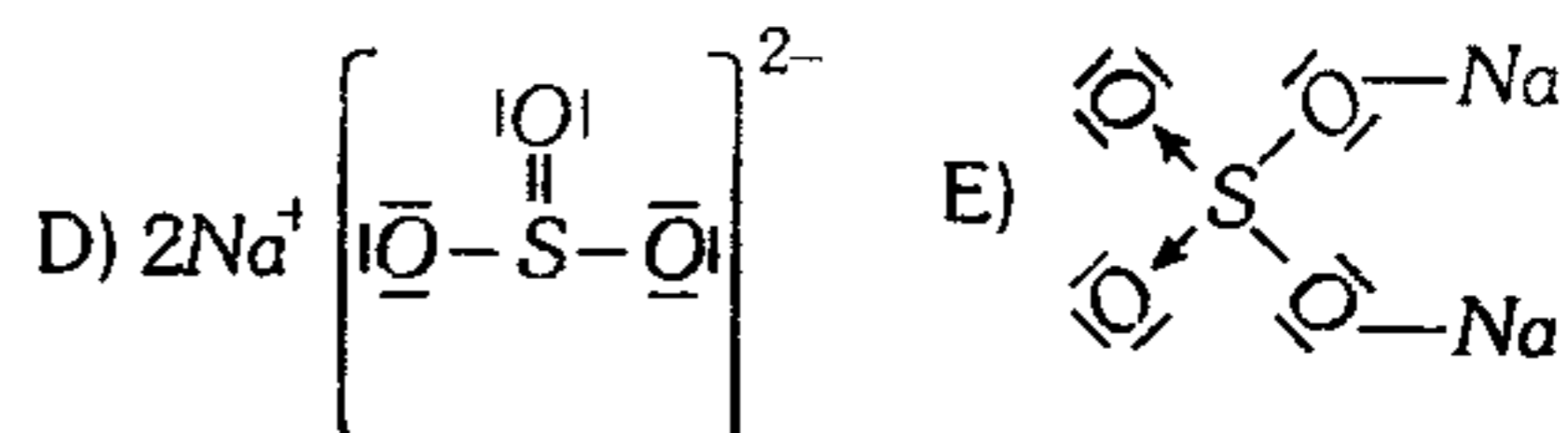
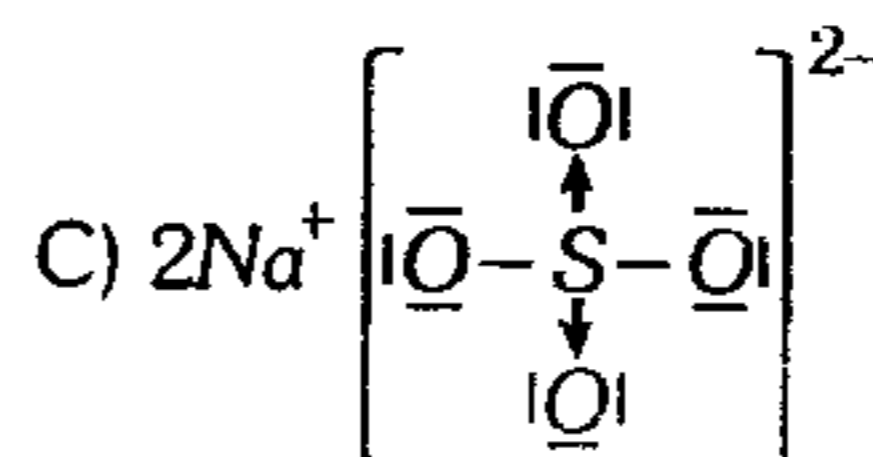
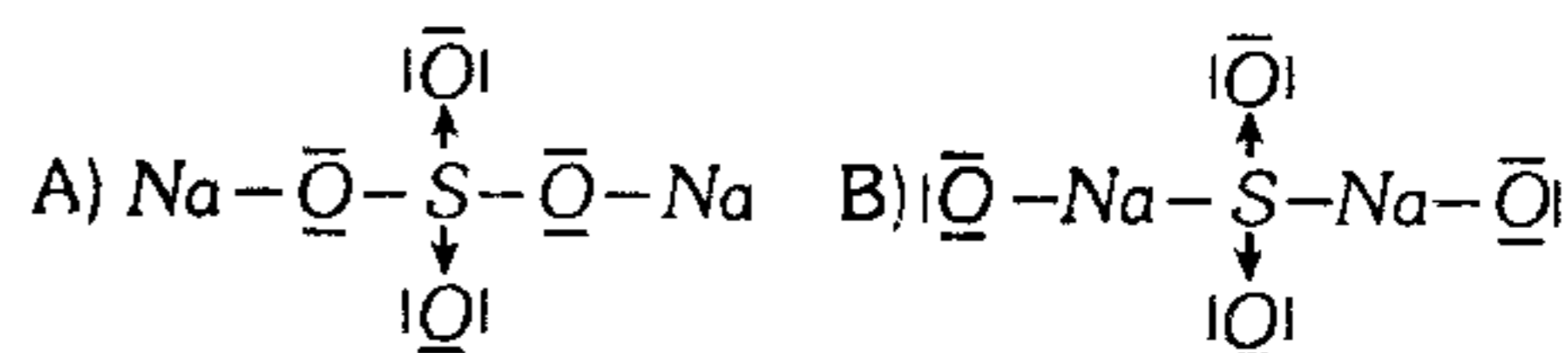
- A) II=I<III    B) I<III<II    C) III<I<II  
D) I<II<III    E) II<III<I

97. Señale el compuesto que posee mayor solubilidad en agua y el que presenta el menor punto de fusión.

- I.  $KCl$     II.  $CsCl$   
III.  $LiCl$     IV.  $NaCl$

- A) III y II    B) I y IV    C) II y IV  
D) III y IV    E) II y III

98. Señale la estructura de Lewis correcta para el sulfato de sodio.



99. Señale la propiedad que no está relacionada con el enlace metálico.

- A) Conductividad térmica y eléctrica
- B) Ductibilidad
- C) Maleabilidad
- D) Efecto fotoeléctrico
- E) Reducción

100. Señale las proposiciones correctas respecto al enlace metálico.

- I. Los metales tienen alta conductividad eléctrica ya que poseen electrones libres.
- II. Se presenta en el latón, bronce, hierro dulce, etc.
- III. En la estructura de los sólidos metálicos existen cationes y aniones.
- IV. La intensidad del enlace metálico aumenta al aumentar el radio atómico.

- A) I, II y IV    B) II, III y IV    C) todos
- D) I y II                                    E) solo II

101. Respecto al enlace metálico, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Constituyen casos extremos de enlaces deslocalizados.
- II. Los electrones de valencia de los metales se pueden mover sobre toda la red cristalina del metal.
- III. Los metales y sus aleaciones conducen el calor por vibración de los cationes y aniones.
- IV. La teoría de bandas explica con mayor claridad la propiedad de los metales que el modelo del mar de electrones.

- A) FVVV    B) FVFV    C) VFFV
- D) VFFF                                    E) VVFFV

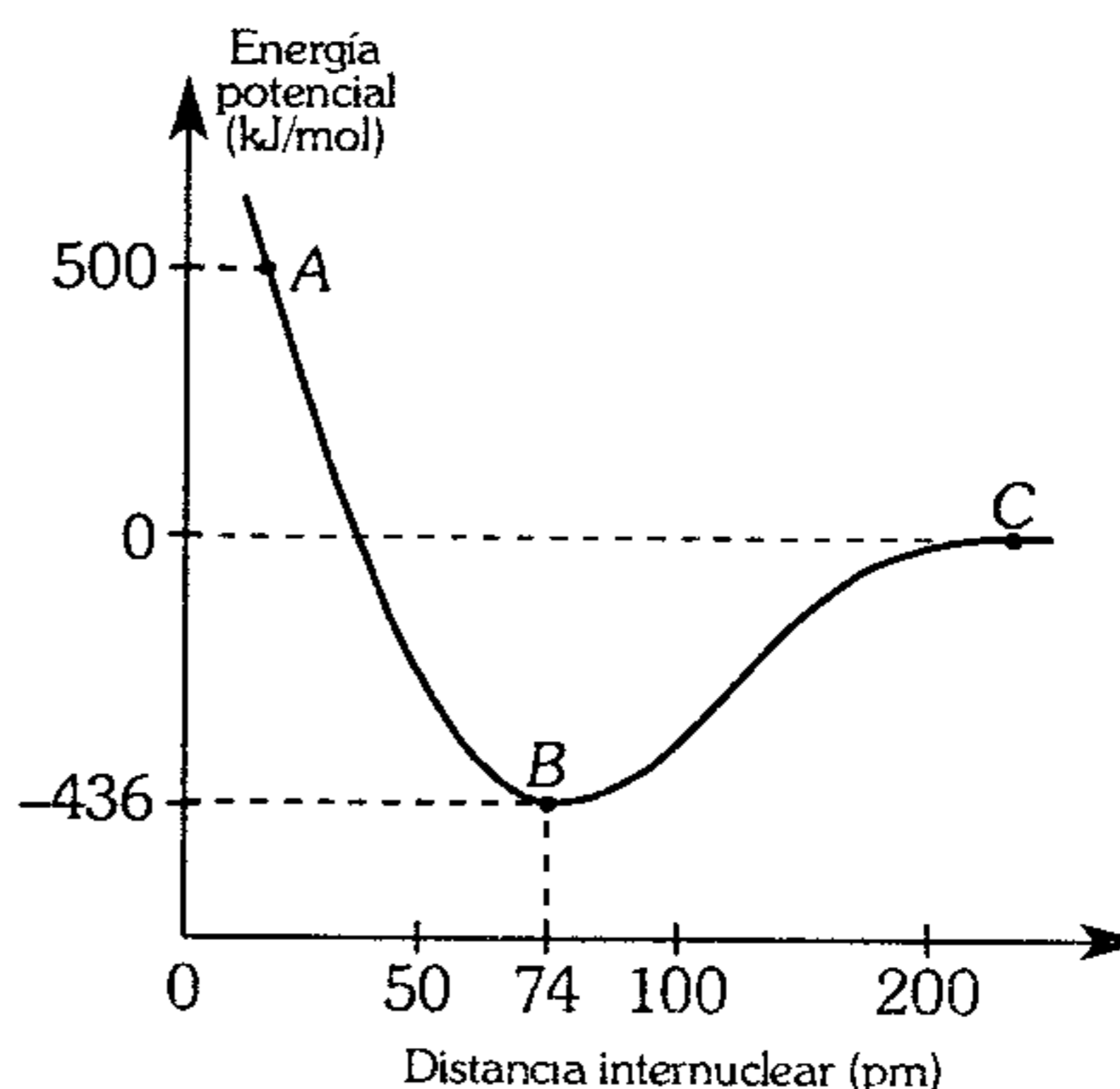
102. Respecto al enlace covalente, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Se produce principalmente entre los átomos que se reducen.
- II. En un orbital molecular, los electrones contenidos tienen spines antiparalelos.
- III. La mayoría de los compuestos conocidos presentan enlace covalente.

IV. Puede manifestarse en un compuesto iónico.

- A) VVVF    B) VVVV    C) FFFV
- D) FVFV                                    E) FFFV

103. A partir de la siguiente curva de enlace para la molécula de  $H_2$ , señale las proposiciones correctas.



- I. En A los átomos de hidrógeno tienen una alta inestabilidad.
- II. En B se forma la molécula de  $H_2$ .
- III. La energía de enlace es 436 kJ/mol
- IV. En C la atracción entre los átomos es máximo.

- A) I, II y III    B) II y III    C) I y IV
- D) II, III y IV                            E) II y IV

104. Respecto a las siguientes proposiciones

- I. Los enlaces sigma son simétricos respecto al eje internuclear.
- II. El enlace pi es menos reactivo que el enlace sigma.
- III. Los enlaces formados por traslape lateral de orbitales p se denominan enlaces pi ( $\pi$ ).
- IV. El enlace pi es asimétrico respecto al eje internuclear.

son correctas

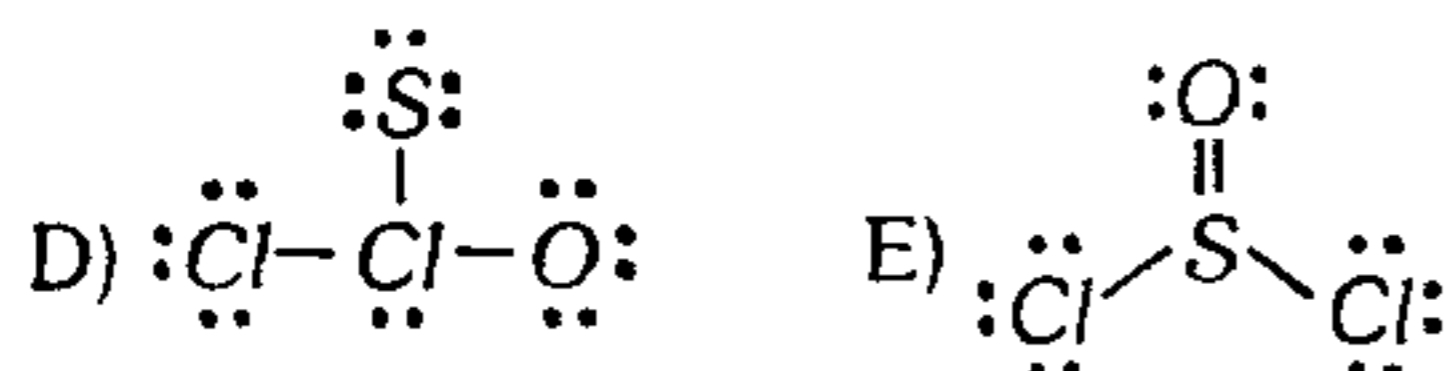
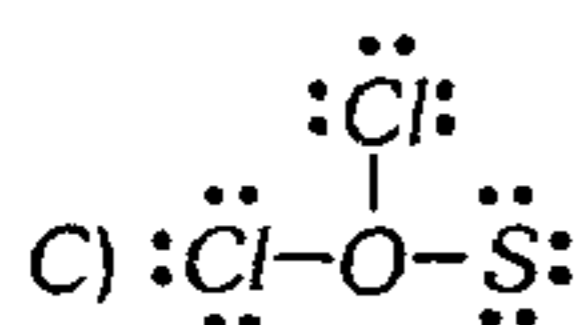
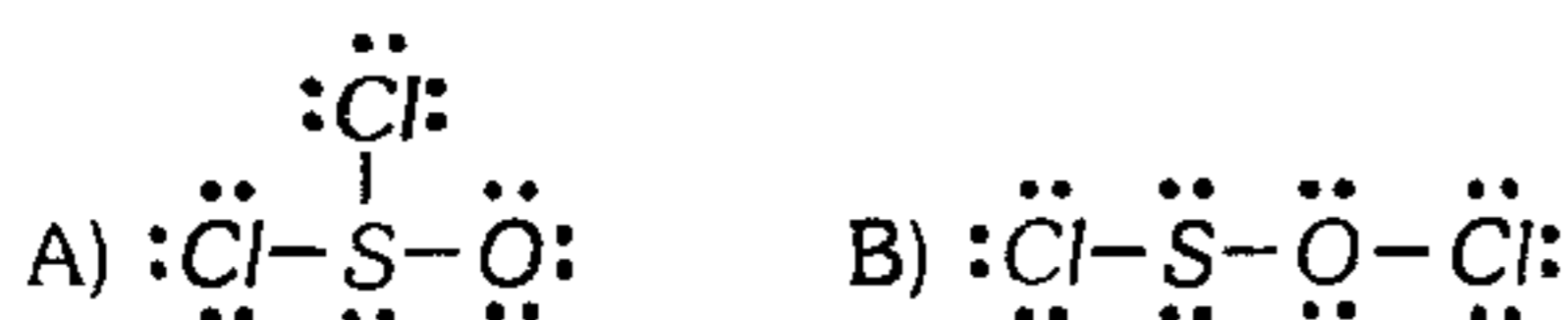
- A) I y III    B) todas    C) II y IV
- D) I, III y IV                            E) I y IV

105. Respecto a la carga formal, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

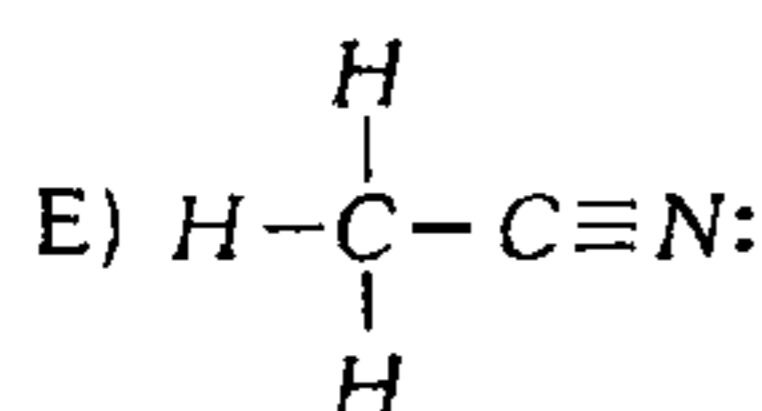
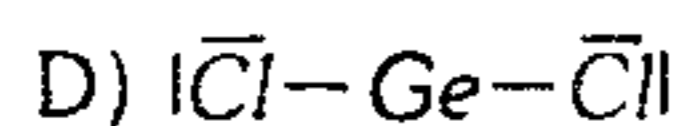
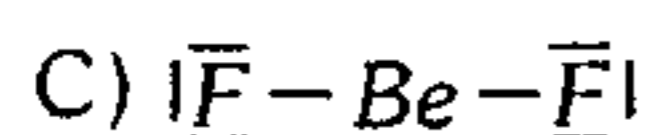
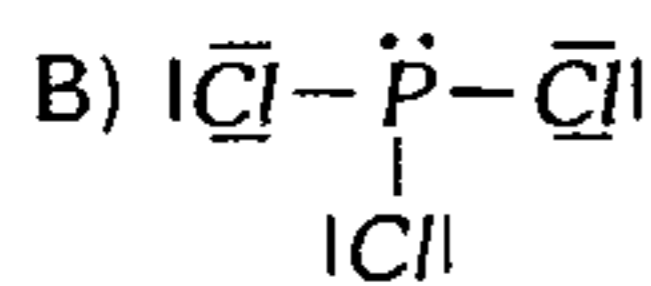
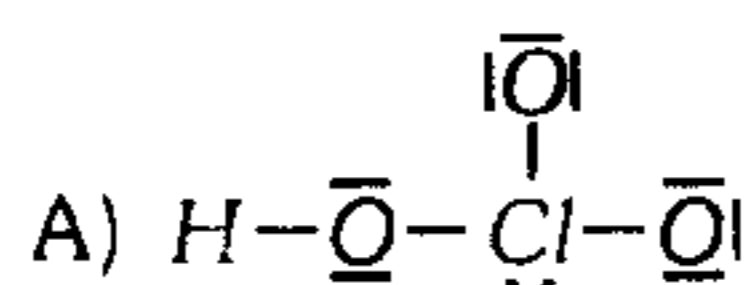
- I. Representa la carga real de los átomos en una molécula.
- II. Permite determinar la estructura de Lewis más estable para una molécula.
- III. La estructura de Lewis mejor formulada es aquella en la cual la magnitud de la carga formal es mínima.
- IV. La carga formal puede tomar valores positivos, negativos inclusive cero.

- A) VFFV    B) FVfV    C) FFVV  
D) VVVV    E) FVVV

106. Utilizando el concepto de los cargas formales ¿cuál es la estructura Lewis correcta para el cloruro de tionilo,  $\text{SOCl}_2$ ?



107. ¿Cuál de las siguientes estructuras de Lewis es incorrecta?



108. ¿En cuál de las especies químicas el átomo central tiene octeto expandido?

- A)  $\text{AlCl}_4^-$     B)  $\text{Si}_2\text{H}_4$     C)  $\text{H}_2\text{CO}$   
D)  $\text{BrF}_3$     E)  $\text{SbCl}_3$

109. ¿Cuál es el enlace más estable?

- A)  $\text{C=O}$     B)  $\text{C=C}$     C)  $\text{C=N}$   
D)  $\text{C}\equiv\text{C}$     E)  $\text{C}\equiv\text{N}$

110. ¿Cuántas estructuras resonantes poseen en total las siguientes especies químicas?

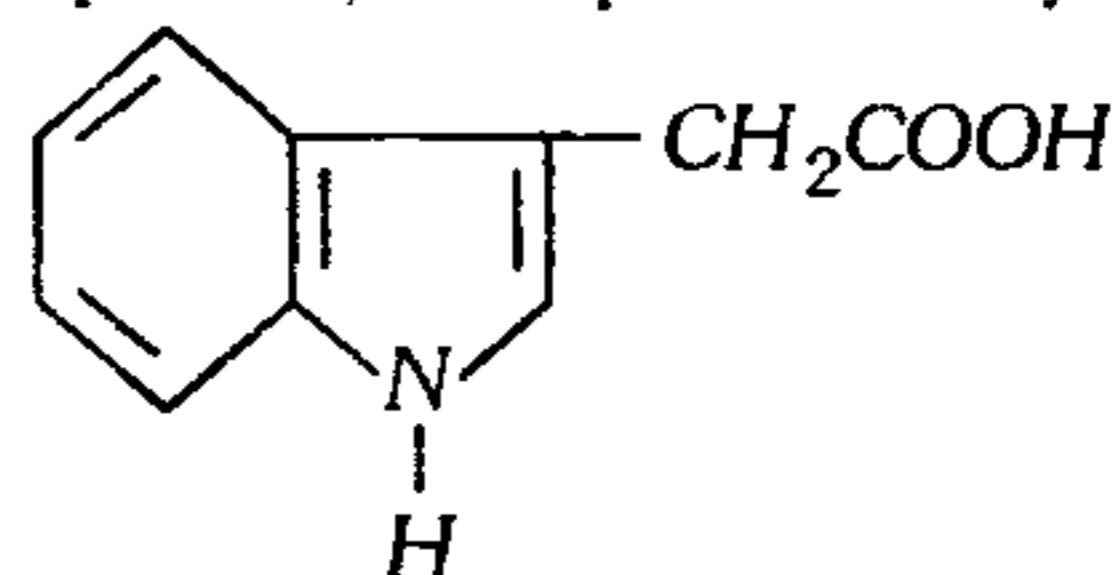
- I. ion nitrato:  $\text{NO}_3^-$
- II. ion carbonato:  $\text{CO}_3^{2-}$
- III. ion acetato:  $\text{CH}_3\text{COO}^-$

- A) 4    B) 6    C) 8  
D) 9    E) 5

111. El metilterbutileter (MTBE) es un compuesto oxigenado que se utiliza como aditivo antidetonante de las gasolinas ecológicas. Si su fórmula condensada es  $\text{CH}_3\text{OC}(\text{CH}_3)_3$ , halle el número de pares enlazantes y electrones no enlazantes.

- A) 16 y 4    B) 12 y 2    C) 17 y 2  
D) 16 y 2    E) 17 y 4

112. El ácido indolilacético permite el crecimiento de las plantas, hace posible el injerto.



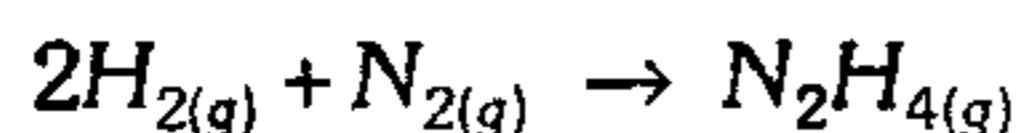
Determine el número de enlaces pi y sigma.

- A) 5 y 22    B) 4,26    C) 4 y 22  
D) 5 y 26    E) 5 y 23

113. Para disociar 1 mol de *n*-butano  $\text{C}_4\text{H}_{10}$  se requiere como mínimo 5151 KJ. Si la energía de enlace  $\text{C-C}$ , es 347 KJ/mol. ¿cuál es la energía de enlace carbono-hidrógeno en KJ/mol?

- A) 381    B) 296    C) 411  
D) 266    E) 526

114. Estime la energía liberada cuando se produce 2 mol de hidrazina,  $N_2H_4$ , a partir de la reacción



Dato:

Enlace	Energía de Enlace
N - N	167 KJ/mol
H - H	432 KJ/mol
N - H	386 KJ/mol
$N \equiv N$	942 KJ/mol

- A) 860 KJ    B) 95 KJ    C) -95KJ  
D) -120 KJ    E) -190 KJ

115. Señale la alternativa que muestre el enlace en el que la especie atómica tenga carga parcial de mayor magnitud.

- A) N-O    B) O-S    C) O-C  
D) H-O    E) B-O

116. La acroleína es un compuesto que se utiliza como materia prima para fabricar ciertos plásticos. Señale el número de enlaces polares y apolares si su estructura es



- A) 4 y 3    B) 5 y 2    C) 3 y 4  
D) 2 y 5    E) 3 y 3

117. Indique la sustancia cuya molécula es atraída con mayor intensidad por un campo eléctrico externo.

- A) HBr ( $\mu = 0,79D$ )  
B)  $CH_3Cl$  ( $\mu = 1,92D$ )  
C)  $NH_3$  ( $\mu = 1,47D$ )  
D)  $H_2O$  ( $\mu = 1,85D$ )  
E)  $BrCl$  ( $\mu = 0,52D$ )

118. Respecto a la hibridación, señale la veracidad (V) o falsedad (F).

- I. Los orbitales híbridos de un mismo átomo al combinarse tienen la misma función de onda.

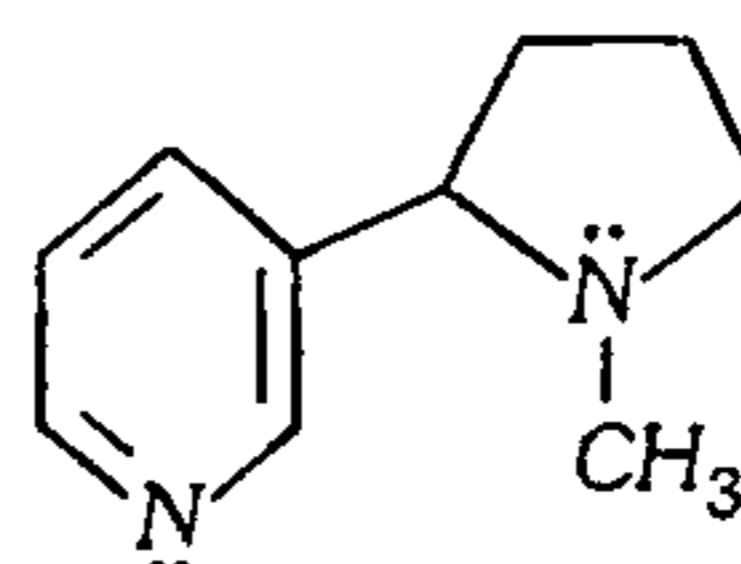
- II. La hibridación explica el hecho que el Berilio, Boro y Carbono sean divalente, trivalente y tetravalente respectivamente al combinarse.

- III. El número de orbitales híbridos formados es igual al número de orbitales atómicos puros que se combinan.

- IV. Un orbital  $sp^3$  tiene mayor energía que un orbital s.

- A) VFVF    B) FFVV    C) VFFV  
D) FVVF    E) VVVF

119. La nicotina es un alcaloide que está presente en el tabaco; en la agricultura se utiliza como veneno para los insectos; a partir de la siguiente estructura, determine el número de átomos con hibridación  $sp^3$  y  $sp^2$  respectivamente.



- A) 5 y 4    B) 4 y 6    C) 6 y 6  
D) 5 y 5    E) 6 y 5

120. Señale el grupo de la tabla periódica al cual pertenece el átomo M, sabiendo que en el compuesto  $MF_3$ , el átomo M tiene orbitales híbridos  $sp^3$ ?

- A) VA    B) IIIA    C) VIA  
D) IVA    E) VIIA

121. Indique el tipo de orbitales híbridos del átomo central en los siguientes iones:

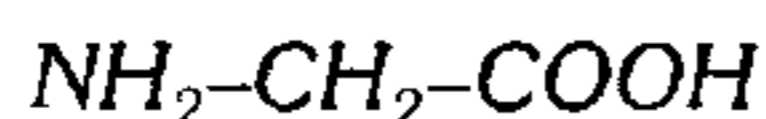
- I.  $PF_6^-$     II.  $NH_4^+$     III.  $CO_3^{2-}$

- A)  $sp^2$ ,  $sp$ ,  $sp$   
B)  $sp^3d^2$ ,  $sp^3$ ,  $sp$   
C)  $sp^3d^2$ ,  $sp^3$ ,  $sp^2$   
D)  $sp^3d$ ,  $sp^2$ ,  $sp^3$   
E)  $sp^3$ ,  $sp^3d^2$ ,  $sp^2$

122. Señale la geometría de la siguiente molécula,  $XCl_3$ , sabiendo que todos los átomos cumplen el octeto electrónico.

- A) triangular                      B) lineal  
 C) angular  
 D) tetraédrica                      E) piramidal

123. La glicina es el aminoácido más sencillo cuya forma semidesarrollada es



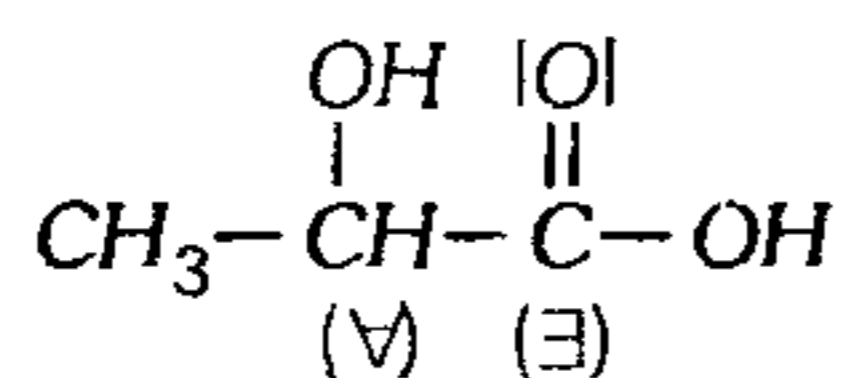
Halle el número total de orbitales híbridos  $sp^3$  por cada molécula.

- A) 10                      B) 12                      C) 8  
 D) 14                      E) 6

124. ¿Cuál es el ángulo de enlace  $Cl-Sn-Cl$  y el tipo de orbital híbrido que tiene el estaño en el ion.  $SnCl_6^{2-}$ ?

- A)  $90^\circ$ ,  $sp^3d$                       B)  $109^\circ$ ,  $sp^3$   
 C)  $120^\circ$ ,  $sp^3d^2$   
 D)  $120^\circ$ ,  $sp^3$                       E)  $90^\circ$ ,  $sp^3d^2$

125. El ácido láctico es un compuesto muy importante en el metabolismo de los carbohidratos. Si la estructura de Lewis es



¿qué tipo de geometría tienen los átomos de carbono designados con  $\alpha$  y  $\beta$ ?

- A) tetraédrica, lineal  
 B) lineal, angular  
 C) tetraédrica, triangular planar  
 D) tetraédrica, tetraédrica, tetraédrica  
 E) angular, triangular planar

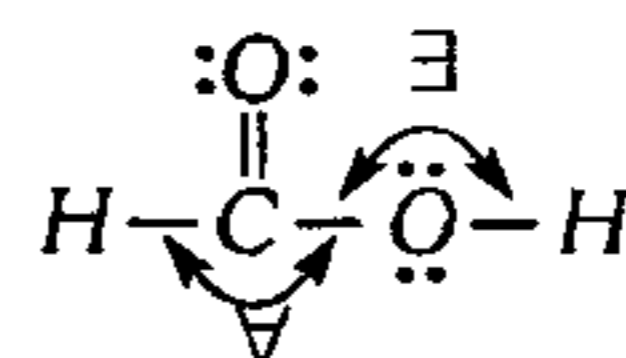
126. Respecto a las siguientes moléculas

- I.  $SF_6$                       II.  $XeF_4$                       III.  $OF_2$

Señale la proposición incorrecta.

- A) I, tiene geometría octaédrica.  
 B) III, es una molécula angular.  
 C) II, tiene una geometría plana cuadrada.  
 D) El Xe tiene hibridación  $sp^3d$ .  
 E) El azufre tiene orbitales híbridos  $sp^3d^2$ .

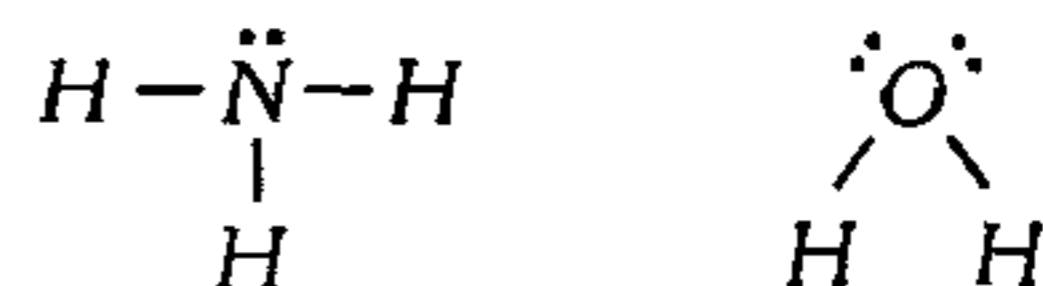
127. En la edad media, los alquimistas obtenían ácido fórmico destilando las hormigas rojas; éste ácido provoca irritación cuando las hormigas nos pican. Si su estructura de Lewis es



señale el valor aproximado del ángulo de enlace  $\alpha$  y  $\beta$  respectivamente.

- A)  $180^\circ$ ;  $180^\circ$                       B)  $90^\circ$ ;  $180^\circ$   
 C)  $120^\circ$ ;  $109^\circ$   
 D)  $120^\circ$ ;  $90^\circ$                       E)  $109^\circ$ ;  $120^\circ$

128. Se tiene las siguientes estructuras de Lewis para el amoníaco y agua.

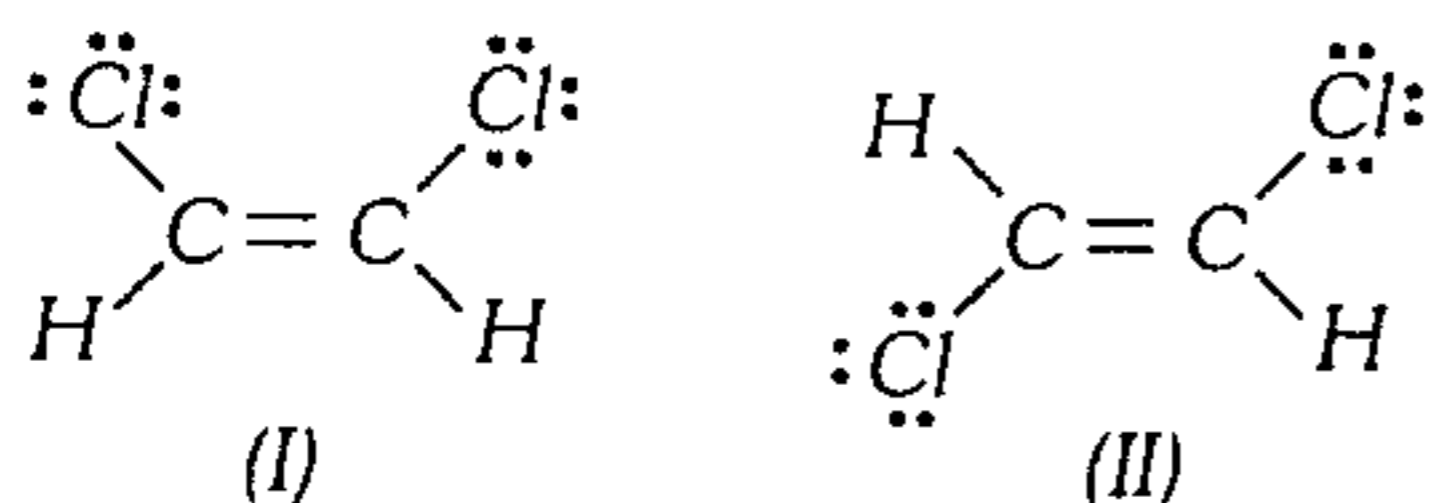


Señale verdadero (V) o falso (F)

- I. Ambos tienen la misma geometría electrónica.  
 II. En ángulo de enlace en el  $H_2O$  es menor que en el  $NH_3$ , debido a la mayor repulsión de los electrones libres hacia los electrones enlazantes.  
 III. El amoniaco es una molécula piramidal.  
 IV. El agua es una molécula tetraédrica debido a que el oxígeno tiene hibridación  $sp^3$ .

- A) VVVV                      B) VFFV                      C) FVVF  
 D) VVVF                      E) FFVF

129. A partir de las siguientes estructuras de Lewis para el 1,2-dicloroetano

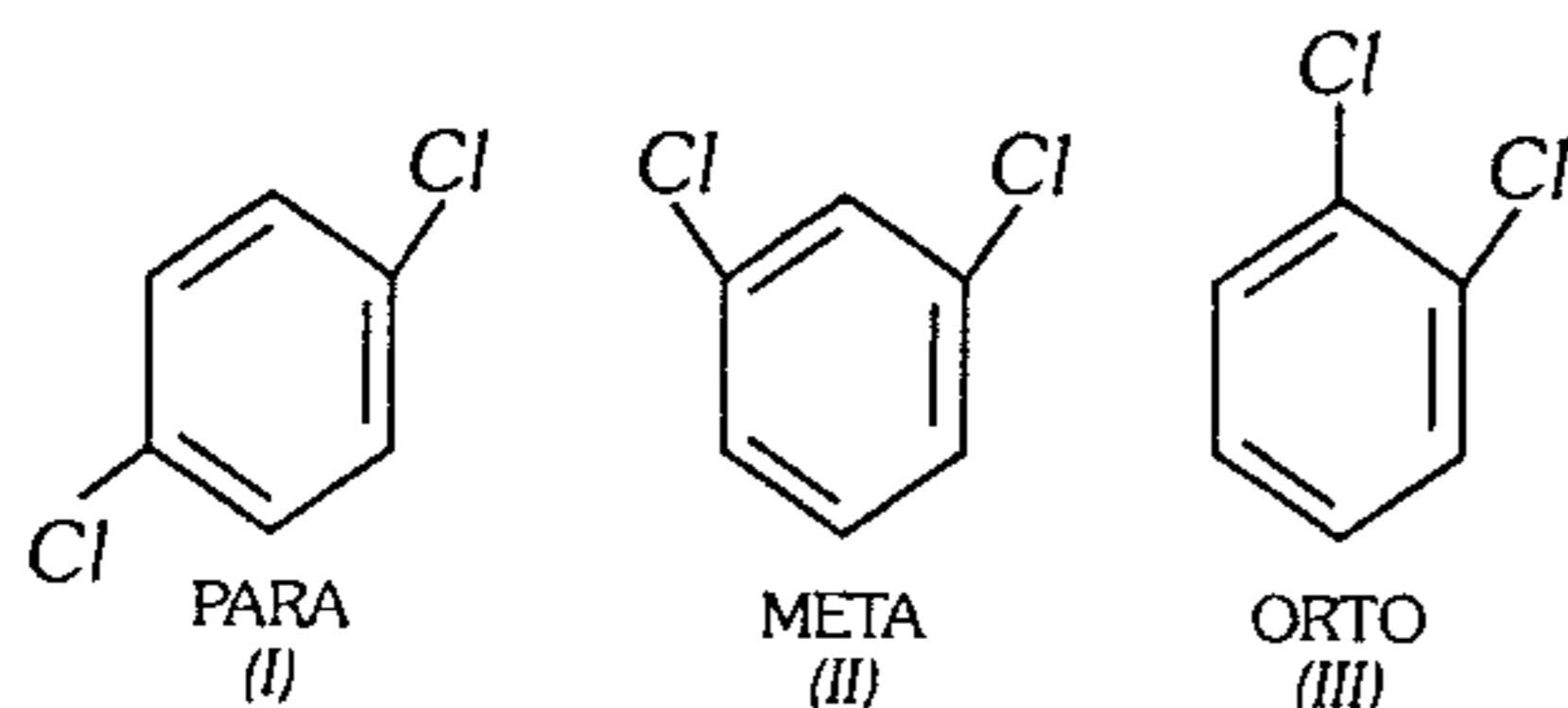


Señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- ( ) I y II representan a la misma molécula.  
 ( ) I y II tienen la misma geometría molecular.  
 ( ) II es más estable que I.  
 ( ) I es más polar que II.

- A) FFFV      B) FVVV      C) VFFV  
 D) FFVV      E) VFVV

130. El diclorobenceno, ( $C_6H_4Cl_2$ ) existe en 3 formas distintas, denominados isómeros orto, meta y para.



Respecto a ellos señale verdadero (V) o falso (F).

- ( ) Todos tienen momento dipolar cero.  
 ( ) I y II son polares.  
 ( ) I es el más soluble en benceno.

- A) FFV      B) FVF      C) VFV  
 D) VFF      E) FVV

131. ¿Cuál de los siguientes compuestos sería más soluble en el ciclohexano, ( $C_6H_{12}$ )?

- A)  $NaCl$   
 B)  $CH_3CH_2OH$   
 C)  $NCl_3$   
 D)  $CS_2$   
 E)  $CH_3CH_2Br$

132. Respecto a los enlaces intermoleculares, marque la proposición incorrecta.

- A) Permiten la unión de las sustancias covalentes.  
 B) Están íntimamente relacionados con la geometría molecular.  
 C) Su intensidad es menor que los enlaces covalentes.  
 D) Son responsables de las propiedades físicas y químicas de las sustancias covalentes.  
 E) Son de naturaleza eléctrica.

133. Sobre las fuerzas de London, marque verdadero (V) o falso (F).

- I. Están presente en las moléculas polares y apolares.  
 II. Su intensidad aumenta al reducir la temperatura y al aumentar la presión externa.  
 III. Su intensidad disminuye al incrementarse la masa molar.  
 IV. Permiten la cohesión de las moléculas con dipolos permanentes.

- A) VVFF      B) FVFF      C) FVVV  
 D) FFFF      E) VVFF

134. ¿Qué propiedad de las sustancias covalentes no está relacionada con los enlaces intermoleculares?

- A) Viscosidad  
 B) Punto de ebullición  
 C) Toxicidad  
 D) Licuefacción  
 E) Presión de vapor

135. Se tiene los siguientes compuestos:

- I.  $CH_3CH_2CH_2OH$   
 II.  $CH_3COCH_3$   
 III.  $CH_3CH_2OH$

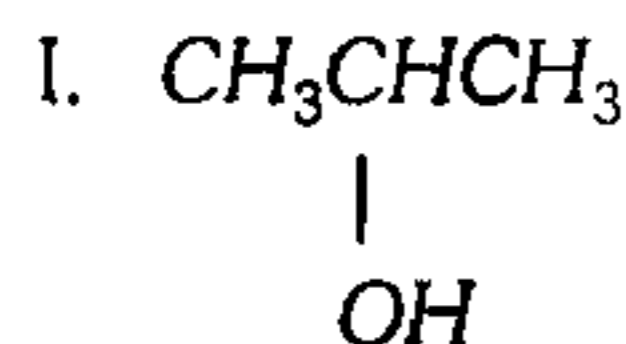
¿Qué proposición es incorrecta?

- A) III es la molécula de mayor polaridad.  
 B) I presenta mayor fuerza de London que III.  
 C) II, se enlaza con el agua mediante E.P.H.  
 D) Según punto de ebullición,  $II < III < I$ .  
 E) I y III se unen solamente por E.P.H.

136. ¿Qué molécula se une sólo mediante fuerzas de London?

- A)  $CH_2Cl_2$     B)  $H_2S$     C)  $CH_3CH_2Br$   
 D)  $SiCl_4$     E)  $GeF_2$

137. Señale la(s) molécula(s) que forma líquido asociado con el agua.

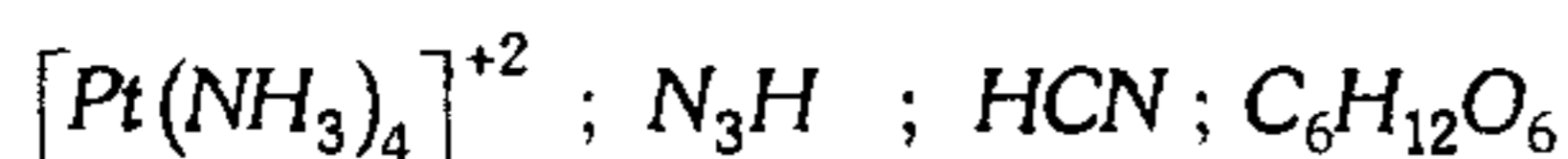


- II.  $CS_2$   
 III.  $CH_3CH_3$   
 IV.  $C_2H_2F_2$   
 V.  $HCONH_2$

- A) II, III y IV    B) I y V    C) IV y V  
 D) I, IV, V    E) I, III y V

### Nomenclatura Inorgánica

138. Halle la suma del estado de oxidación del Platino, Oro, Nitrógeno y Carbono respectivamente en las siguientes especies químicas:



- A) +2, +3, -3, +0    B) +4, +3, -3, +2  
 C) +2, -1/3, -3, 0  
 D) +2, +1/3, -3, 0    E) +2, +3, -3, +4

139. Una de las reacciones químicas es incorrecta.

- A) Oxácido + base  $\rightarrow$  Oxisal +  $H_2O$   
 B) Hidrácido + base  $\rightarrow$  Haloidea +  $H_2O$   
 C) No-metal +  $O_2 \rightarrow$  Anhídrido  
 D) Metal activo +  $H_2 \rightarrow$  Hidrácido  
 E) Oxido ácido +  $H_2O \rightarrow$  Oxácido

140. Señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda, respecto a los hidruros.

- I. Los hidruros no metálicos son gases a temperatura ambiental y tóxicos por lo general.

II. Cuando un elemento forma un hidruro, actúa con su mayor valencia.

III. Los hidruros del grupo VA tienen por fórmula general  $EH_5$ , por lo que son compuestos binarios hexatómicos.

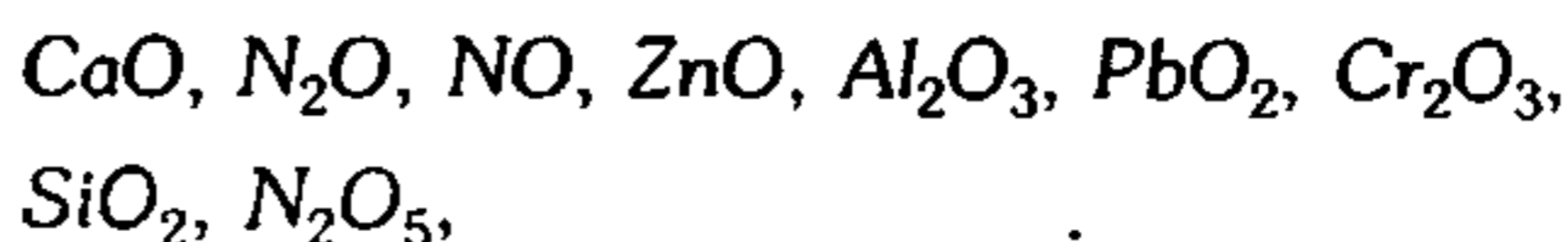
IV. El compuesto  $LiAlH_4$  es un hidruro simple, usado como agente reductor en síntesis orgánica.

- A) VFVV    B) FFFV    C) VVVV  
 D) VVFF    E) VVFF

141. Un átomo X es isóbaro con el isótopo natural más abundante del azufre ( $Z = 16$ ), también es isótono con el isótopo más abundante del Cloro ( $Z=17$ ). ¿Cuál es la fórmula del hidruro de X?

- A)  $XH_3$     B)  $XH$     C)  $X_2H_3$   
 D)  $X_2H_5$     E)  $XH_4$

142. De los siguientes óxidos:



indique respectivamente el número de óxidos básicos, ácidos, anfóteros y neutros.

- A) 0, 1, 4, 4    B) 1, 2, 5, 1  
 C) 3, 2, 1, 3  
 D) 2, 2, 3, 2    E) 1, 2, 4, 2

143. Algunos óxidos por el color que presentan son utilizados como pigmentos, entonces relacione correctamente.

- I.  $TiO_2$     a. verde  
 II.  $CoO$     b. amarillo  
 III.  $Fe_2O_3$     c. azul  
 IV.  $UO_2$     d. blanco

- A) Ia, IIb, IIIc, IVd  
 B) Id, IIc, IIIa, IVb  
 C) Ic, IIa, IIIb, IVd  
 D) Ib, IId, IIIa, IVc  
 E) Ic, IIb, IIIa, IVd



144. Respecto a las aplicaciones de los óxidos, indique la alternativa incorrecta.
- Se encuentra formando parte del vidrio, cemento, arena, etc.
  - Actualmente en algunos países europeos se usa cal viva para atenuar las consecuencias de la lluvia ácida en ríos y lagos.
  - La hematita es la mena del Hierro, el cual se extrae en un proceso metalúrgico llamado Siderurgia.
  - El óxido de aluminio tiene una entalpía de formación exotérmica muy grande, esta propiedad confiere utilidad al aluminio como propelente en los trasbordadores espaciales.
  - El dióxido de carbono  $\text{CO}_2$  es usado para fabricar hielo común, en cervecerías, en la preparación de bebidas gaseosas, etc.
145. ¿Cuántas aseveraciones son correctas, respecto a los hidróxidos?
- Son compuestos iónicos ternarios generalmente, cuyo grupo funcional es el ion hidroxilo ( $\text{OH}^-$ )
  - Pueden producirse directamente cuando cualquier metal activo reacciona con el agua a temperatura ambiental.
  - Sus soluciones acuosas son untuosas al tacto, presentando sabor cáustico.
  - Los álcalis son los hidróxidos del grupo IIIA, debido a que presentan propiedades anfóteras.
- 1
  - 0
  - 4
  - 2
  - 3
146. Relacione correctamente el hidróxido y su aplicación.
- |                                    |                          |
|------------------------------------|--------------------------|
| I. $\text{NaOH}_{(ac)}$            | a. antiácido estomacal   |
| II. $\text{KOH}_{(ac)}$            | b. limpiador de vidrios  |
| III. $\text{NH}_4\text{OH}_{(ac)}$ | c. detergente industrial |
| IV. $\text{Mg}(\text{OH})_2$       | d. limpiador de hornos   |
- Ia, IIb, IIIc, IVd
  - Ic, IIa, III d, IVb
  - Ib, IIc, III d, IVa
  - Ic, II d, III b, IVa
  - Id, IIa, III b, IVc
147. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones, respecto a los ácidos.
- Son compuestos covalentes que pueden ser binarios o ternarios principalmente.
  - Sus propiedades ácidas se intensifican en solución acuosa debido al aumento de los iones hidrógeno  $\text{H}^+$ .
  - En su estructura solamente hay elementos representativos (grupo A).
  - Sus soluciones acuosas enrojecen la fenolftaleína, siendo agrias al gusto.
- VVVV
  - VVFF
  - VFVF
  - FV FV
  - VVFF
148. ¿Cuál de los siguientes ácidos posee el mayor número de enlaces dativos?
- Ácido carbónico
  - Ácido fosfórico
  - Ácido sulfúrico
  - Ácido perbrómico
  - Ácido nítrico
- II
  - I
  - IV
  - V
  - III
149. Cierta oxoácido del Arsénico (As) de fórmula  $\text{H}_x\text{As}_y\text{O}_z$  se deshidrata y se obtiene un óxido ácido heptatómico. Determine la atomicidad del ácido polihidratado de dicho elemento tipo orto, si actúa con el mismo número de oxidación que en el oxácido inicial.
- 7
  - 14
  - 16
  - 10
  - 8
150. Señale la fórmula del ácido peroxiácido del azufre y cloro respectivamente:
- $\text{H}_2\text{SO}_3$  y  $\text{H}_2\text{Cl}_2\text{O}_5$
  - $\text{H}_2\text{SO}_4$  y  $\text{H}_2\text{ClO}_7$
  - $\text{H}_2\text{SO}_5$  y  $\text{HClO}_5$
  - $\text{HS}_2\text{O}_4$  y  $\text{HClO}_8$
  - Faltan datos de valencias de los elementos.

**151.** Existe oxácidos que presentan en su estructura elementos de transición. Indique el ácido inorgánico mal nombrado.

- A)  $H_2MoO_4$  : ácido molibdico
- B)  $H_2VO_3$  : ácido vanádico
- C)  $H_2UO_4$  : ácido uránico
- D)  $HMnO_4$  : ácido permangánico
- E)  $H_2WO_4$  : ácido wolfrámico

**152.** Hay una segunda forma de nombrar a los ácidos oxácidos recomendada por la IUPAC por su sencillez y carácter sistemático. Indique el ácido mal nombrado.

- A)  $H_2SO_3$  : trioxosulfato(IV) de hidrógeno
- B)  $HNO_2$  : dioxonitrato (III) de hidrógeno
- C)  $HClO_4$ : pertetraoxoclorato (VII) de hidrógeno
- D)  $H_2CO_3$ : trioxocarbonato (IV) de hidrógeno
- E)  $H_3PO_4$  : tetraoxofosfato (V) de hidrógeno

**153.** ¿Qué afirmación, respecto a los usos o propiedades de los ácidos, es incorrecta?

- A) El ácido fluorhídrico es usado para grabar vidrio, produciendo un grabado liso en el vidrio.
- B) El ácido nítrico diluido mancha las manos de amarillo, por su acción sobre las proteínas, siendo usado para fabricar explosivos, colorantes, etc.
- C) El ácido sulfúrico es usado como agente deshidratante, como electrólito en baterías, etc.
- D) El ácido clorhídrico es usado como catalizador para obtener glucosa y otros productos por hidrólisis del almidón.
- E) El ácido nitroso es estable, aun cuando su solución acuosa es calentada, siendo usado para reconocer los tipos de aminas.

**154.** El *aceite de vitriolo* es un ácido muy utilizado en la industria para fabricar fertilizantes, como agente oxidante cuando esta concentrado y caliente, en descapado del acero, en metalurgia, etc. ¿Cuál es su fórmula?

- A)  $HNO_3$       B)  $H_2CO_3$       C)  $HMnO_4$
- D)  $H_2SO_4$                       E)  $HClO_4$

**155.** Señale la relación incorrecta ion-nombre.

- A)  $NO_2S_2^{-3}$  : ditionitrito
- B)  $[Fe(CN)_6]^{-3}$  : ferricianuro
- C)  $CNS^-$  : tiocianato
- D)  $S_2O_7^{-2}$  : bisulfato
- E)  $B_4O_7^{-2}$  : tetraborato

**156.** Según la química analítica, los metales con número de oxidación +3, +4, +6 forman cationes oxigenados a partir de su sal cloruro dibásicos y tetrabásico, para luego descomponerse en oxisal y  $H_2O$ . El nombre del catión tiene la terminación ilo.

Indique el número de proposiciones correctas:

- I.  $AlO^+$  : Aluminio
- II.  $BiO^{+3}$  : Bismutilo
- III.  $NO^+$  : Nitrito
- IV.  $UO_2^{+2}$  : Uranilo

- A) 1                      B) 3                      C) 4
- D) 0                      E) 2

**157.** Indique en cuántas reacciones es posible obtener una sal (oxisal o haloidea).

- I.  $Zn + H_2SO_4 \rightarrow \dots + H_2$
- II.  $Na + HCl \rightarrow \dots + H_2$
- III.  $H_2CO_3 + NaOH \rightarrow \dots + H_2O$
- IV.  $CaCO_3 + HCl \rightarrow \dots + CO_2 + H_2O$
- V.  $MgCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow \dots + CO_2 + H_2O$

- A) 3                      B) 4                      C) 6
- D) 2                      E) 5

158. En base a la capacidad de combinación (valencia) reconozca la fórmula del compuesto que se obtiene al combinar los elementos Sn(Z=50) y F(Z=19).

- A) SnF      B) SnF<sub>2</sub>      C) SnF<sub>4</sub>  
D) SnF<sub>5</sub>      E) SnF<sub>6</sub>

159. Indique la alternativa que presenta la relación incorrecta sal - nombre.

- A) Na<sub>3</sub>SbO<sub>4</sub> : antimoniato sódico  
B) MgSO<sub>4</sub> : tetraoxosulfato (VI) de magnesio  
C) NiCr<sub>2</sub>O<sub>7</sub> : dicromato de níquel (II)  
D) (AsH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> : sulfato de arsénico  
E) HgCNO : cianato de mercurio (I)

160. Dadas las siguientes fórmulas:

- I. NiS  
II. CuCl<sub>2</sub>  
III. (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>5</sub>  
IV. AuHSO<sub>4</sub>  
V. Zn<sub>3</sub>(AsO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>

Considerando orden correlativo ¿qué nombre es incorrecto?

- A) Sulfuro de níquel (II)  
B) Cloruro cúprico  
C) Silicato de amonio  
D) Sulfato ácido de oro (I)  
E) Tetraoxoarseniato (V) de zinc

161. En la siguiente relación de sales, ¿cuántas son sales ácidas?

- |                                   |   |                                  |
|-----------------------------------|---|----------------------------------|
| NaHCO <sub>3</sub>                | Ca(HSO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>              | Na <sub>2</sub> HPO <sub>3</sub> |
| KH <sub>2</sub> PO <sub>2</sub>   | CaOHClO   | HMnO <sub>4</sub>                |
| Fe(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> | (NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> |                                  |

- A) 2      B) 4      C) 7  
D) 5      E) 8

162. ¿Qué compuesto tiene mayor número de átomos por unidad fórmula?

- I. Tiosulfato de magnesio  
II. Cloruro de calcio pentahidratado  
III. Peroxipermanganato argéntico  
IV. Ferricianuro plúmbico  
V. Pirosilicato básico de magnesio

- A) III      B) V      C) IV  
D) II      E) I

163. Un oxácido de un elemento anfígeno, tiene como atomicidad 7. Si este elemento forma una sal neutra al reaccionar con el hidróxido de aluminio, su atomicidad será:

- A) 12      B) 14      C) 20  
D) 17      E) 15

164. ¿Cuántas fórmulas correspondientes a los nombres dados no son correctas?

- I. Sulfato de amonio: (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>  
II. Ortofosfato diácido cúprico: Cu(H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>  
III. Bisulfuro estannoso: SnHS  
IV Ferrocianuro de potasio: K<sub>4</sub>Fe(CN)<sub>6</sub>  
V. Dioxoyodato (III) de plomo (IV): PbIO<sub>2</sub>

- A) 2      B) 3      D) 4  
D) 1      E) 5

165. Indique el número de átomos presentes en una unidad fórmula del pirosilicato básico de magnesio (talco) y sulfato doble de aluminio y potasio dodecahidratado (alumbre) respectivamente.

- A) 12,24      B) 13,26      C) 15,30  
D) 8,35      E) 21,48

166. Señale el nombre común incorrecto de las siguientes sales hidratadas.

- A) MgSO<sub>4</sub> · 7H<sub>2</sub>O : sal de Epsom  
B) CuSO<sub>4</sub> · 5H<sub>2</sub>O : azul de vitriolo  
C) Na<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub> · 10H<sub>2</sub>O : sosa de lavar  
D) CaSO<sub>4</sub> · 2H<sub>2</sub>O : yeso  
E) Na<sub>2</sub>S<sub>2</sub>O<sub>3</sub> · 5H<sub>2</sub>O : hiposulfito de fotógrafos

**167.** Las sales hidratadas tienen muchas aplicaciones, ¿qué aplicación de la sal dada no es correcta?

- A)  $MgSO_4 \cdot 7H_2O$   
purgante, tintura, curtido
- B)  $CuSO_4 \cdot 5H_2O$   
insecticida, conservador de madera, alguicida
- C)  $Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$   
ablandamiento de agua, vidrio pirex
- D)  $CaSO_4 \cdot 2H_2O$   
placas de muro seco, cemento, fracturas
- E)  $Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$   
agentes de limpieza, lavado de tejidos

**168.** Respecto a las sales hidratadas ¿qué proposición es falsa?

- A) Una sal anhidra es higroscópica cuando absorbe agua formando un hidrato.
- B) Una sal anhidra es deliquescente cuando absorbe humedad del aire hasta producir una solución líquida.
- C) La pérdida de agua de una sal hidratada (parcial o total) por elevación natural de la temperatura o disminución de la presión atmosférica se llama eflorescencia.
- D) El agua en la sal hidratada se une a la sal anhidra mediante enlace covalente dativo y enlace iónico.
- E) Las sustancias higroscópicas se usan para conservar medicamentos, piezas de metal, acondicionadores de aire, etc.

**169.** Sobre la sal hidratada  $CoSO_4 \cdot 7H_2O$ , indique verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

- I. 6 moléculas de  $H_2O$  están unidas al catión  $Co^{+2}$  mediante enlace dativo.
- II. El anión  $SO_4^{-2}$  se une a una molécula de  $H_2O$  mediante enlace puente de hidrógeno.
- III. Si se introduce cierta cantidad de esta sal a un homo sufre un proceso de deliquescencia.

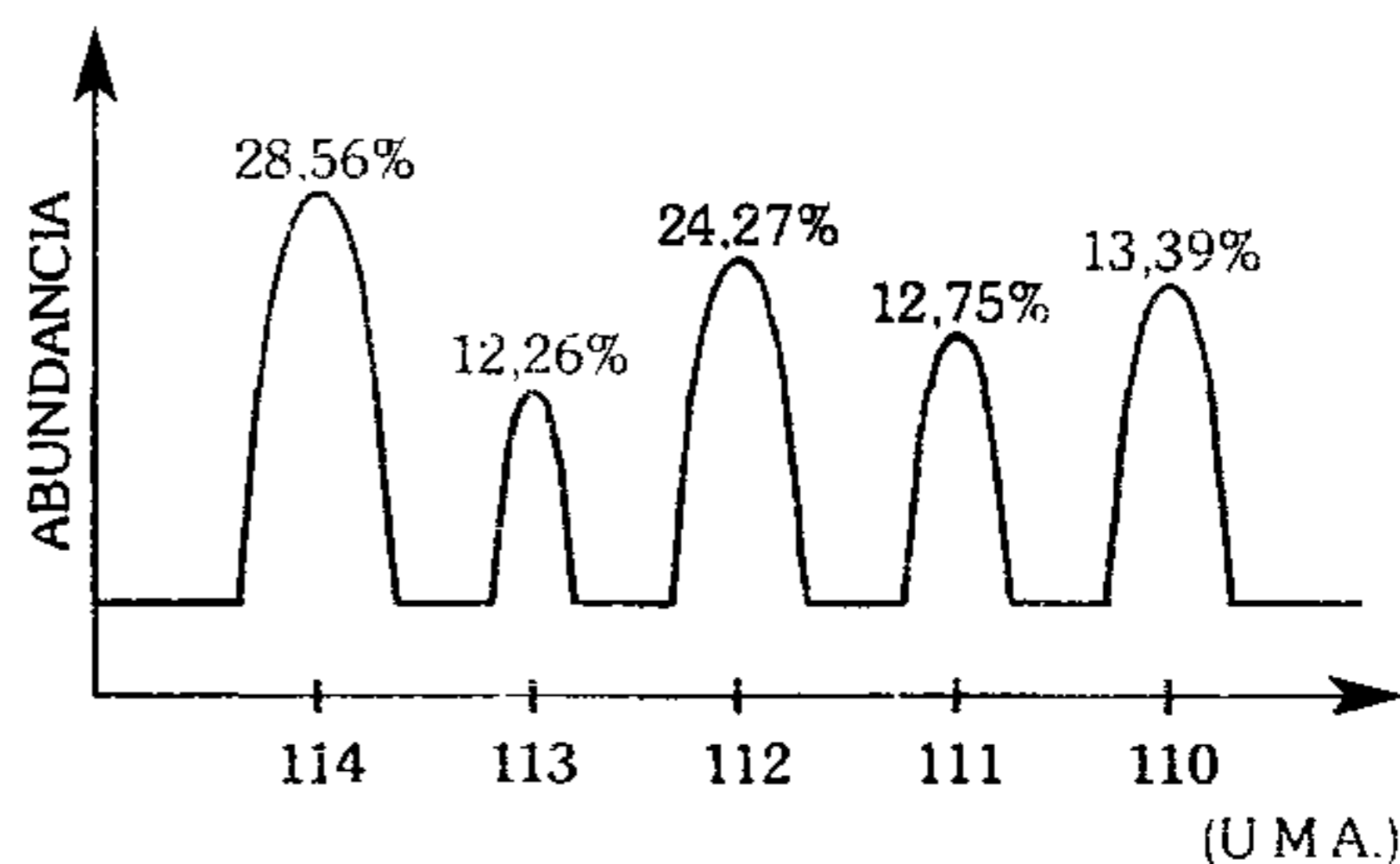
- A) VVV      B) FVF      C) VFF
- D) VFV      E) FFF

## Unidades Químicas para la Masa

**170.** Los espectrómetros de masa son instrumentos que miden la relación entre la carga y la masa de los cationes, estos se enfocan en un rayo muy angosto y se aceleran mediante un campo eléctrico hacia un campo magnético, donde este último logra desviar; el grado de desviación depende de varios factores, indique aquel que no influye.

- A) carga de las partículas
- B) volumen de los cationes
- C) masa de los cationes
- D) fuerza del campo magnético
- E) magnitud del voltaje de aceleración

**171.** El gráfico muestra datos del espectrógrafo de masa de 5 de los 8 isótopos naturales del Cadmio. Determine la diferencia aproximada de masas en gramo entre el isótopo liviano y pesado.



- A)  $6,64 \times 10^{-24}$       B)  $1,66 \times 10^{-24}$
- C)  $1,66 \times 10^{-23}$
- D)  $3,32 \times 10^{-23}$       E)  $1,26 \times 10^{-26}$

**172.** En base a la siguiente tabla calcule la masa atómica promedio del litio.

Isótopo	Masa atómica	% abundancia
${}^6_3Li$	6,0167 uma	7,4%
${}^7_3Li$	7,0179 uma	92,6%

- A) 6,926 uma      B) 6,944 uma
- C) 7,002 uma
- D) 6,900 uma      E) 6,5173 uma

173. Determine la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

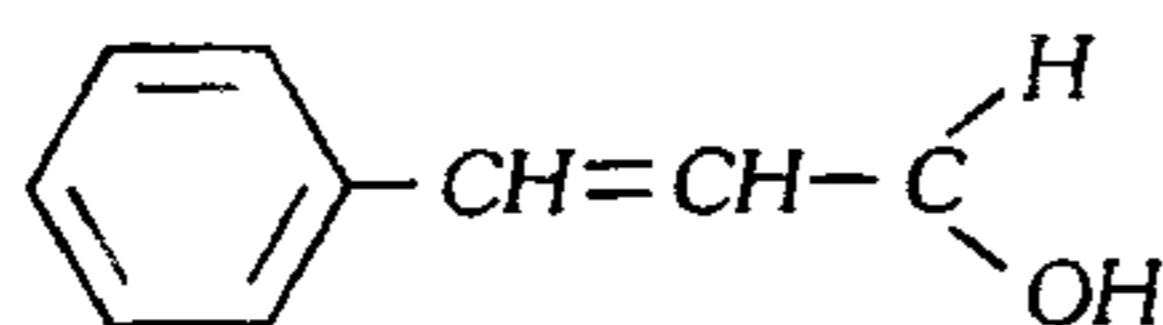
- I. A partir de 20 moles de  $HNO_3$  se obtiene 30 moles de  $O_2$ .
- II. A partir de 10 moles de  $Ca(OH)_2$  se obtiene 520g de  $Al(OH)_3$ .
- III. 5 moles de  $O_2$  contiene igual número de átomos que 2,4 moles de  $P_4$ .
- IV. 2 moles de  $C_{12}H_{22}O_{11}$  contiene 24 número de Avogadro átomos de carbono.

- A) VFVV      B) VVfV      C) FFFF  
D) VVVV      E) FFVV

174. ¿Qué muestra posee mayor número de átomos?

- A)  $12,044 \times 10^{24}$  moléculas de lactosa ( $C_{12}H_{22}O_{11}$ ).
- B) 400 g de ozono ( $O_3$ ).
- C) 2 mol-libra de alcohol etílico ( $CH_3CH_2OH$ ).
- D)  $24,092 \times 10^{25}$  átomos de oxígeno.
- E) 0,5 mol-kilogramo de sílice ( $SiO_2$ ).

175. La estructura química que corresponde a la esencia de canela es como sigue



La razón de la masa que corresponde a los átomos tetravalentes respecto al átomo divalente por moléculas es

- A) 0,75      B) 1,5      C) 3,0  
D) 4,5      E) 6,75

176. Cierta material sólido cristalino tiene la siguiente composición:  $Na_2O \cdot CaO_x \cdot SiO_2$ . Si a partir de 1 lb del material se obtiene  $3,42 \times 10^{24}$  moléculas de sílice, halle x.

- A) 1      B) 2      C) 4  
D) 5      E) 6

177. Como abono para un árbol frutal, es necesario introducir en el suelo óxido de fósforo (V) de 0,4 kg de masa. ¿Qué masa de fosfato de calcio se debe tomar en este caso si el rendimiento del proceso es del 20%?

- A) 1,36 kg      B) 4 366 g      C) 1 366 g  
D) 13,6 kg      E) 1 746 g

178. La mayor parte del ácido nítrico se emplea en la producción de fertilizantes, sobre todo el nitrato de amonio ( $NH_4NO_3$ ). ¿Cuántos átomos de nitrógeno hallamos en 20 kg de este fertilizante si la relación entre pureza e impurezas es de 4 a 1?

- A)  $4,4 \times 10^{24}$       B)  $3,5 \times 10^{23}$   
C)  $2,4 \times 10^{26}$   
D)  $1,8 \times 10^{22}$       E)  $3,0 \times 10^{24}$

179. El albuminoide que forma la caseína presente en los cereales contiene aproximadamente 0,2% de azufre en peso. Si mediante medidas físicas se obtiene un peso molecular de 80 000 respecto al albuminoide, ¿cuántos átomos de azufre hay en cada molécula de albuminoide? P.A.(S)=32.

- A) 1      B) 3      C) 5  
D) 4      E) 2

180. Un mineral pesa 500 g y contiene aluminio al 80%, con un rendimiento de 90% en su extracción, luego se forma 720 g del óxido respectivo. Si el peso atómico del oxígeno es 10, ¿cuál es el peso atómico del aluminio en una nueva escala?

- A) 15      B) 30      C) 25  
D) 20      E) 35

- 181.** Si disponemos de 18.6 g de fósforo tetraatómico ( $P_4$ ); 7 mol de fosfato cálcico ( $Ca_3(PO_4)_2$ ) y  $8,4 \times 10^{22}$  moléculas del óxido de fósforo (V) ( $P_4O_{10}$ ), ¿cuál es el número de átomos gramos de fósforo en total?  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ .
- A) 14,71      B) 15,16      C) 30,21  
D) 29,6                      E) 45,7
- 182.** ¿Qué masa de clorofila, la cual contiene 5 átomos de oxígeno por molécula y cuya masa absoluta es  $1,48 \times 10^{-21}$ , contiene la misma cantidad de oxígeno que 0,2 mol de Borax ( $Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$ )? Considere  $N_A = 6 \times 10^{23}$ .
- A) 101,09 g    B) 202,18 g    C) 320,16 g  
D) 303,28 g                      E) 603,84 g
- 183.** La hormona adrenalina tiene la siguiente fórmula:  $C_9H_{13}O_3N$ . Indique si las proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F) según corresponda.  
P.A. (uma): C=12, O=16, N=14
- I. En dos mol de  $C_9H_{13}O_3$  existe 26 mol de iones hidrógeno.  
II.  $6,022 \times 10^{22}$  moléculas de adrenalina pesa 18,3 g.  
III. Por cada 2 mol de (N) existe 6 mol (O).  
IV. Como mínimo contiene 98 protones.
- A) VVFFV      B) FVVV      C) VFVF  
D) VFFV                      E) VVVF
- 184.** Los bronce de hoy contienen 90% de cobre y el resto de estaño, aproximadamente. A partir de media tonelada de cobre al 90% de pureza, ¿qué cantidad de estaño quedarían sin alear, si contamos con 175 kg en estado puro?
- A) 50 kg      B) 120 kg      C) 100 kg  
D) 0,25 tn                      E) 125 kg
- 185.** La aleación ferrovanadio contiene hierro cuya composición es 55%. ¿Qué masa de ferrovanadio es necesario añadir al acero de 200 kg de masa para aumentar la composición de vanadio en éste desde 0,4 a 1.2%?
- A) 3,56 g      B) 3,56 Lb      C) 35,6 kg  
D) 3,56 tn                      E) 3,56 kg
- 186.** Si 6 g de sal de  $MgSO_4$  logra absorber agua cristalizándose en la forma  $MgSO_4 \cdot xH_2O$ , con un peso de 12,3 g total, halle el número de mol de agua por cada 492 g de sal hidratada formada. P.A.(uma): Mg=24, S=32, O=16.
- A) 5              B) 10              C) 7  
D) 14                      E) 17
- 187.** ¿Cuántos gramos de óxido de aluminio cristalizado contiene 19,2 g de oxígeno, si 3 g de óxido cristalizado deja por acción del calor un residuo de 1.96 gramos?  
Pesos atómicos: Al=27; O=16.
- A) 31,2      B) 62,4      C) 14,2  
D) 20,4                      E) 18.3
- 188.** Al someter a una deshidratación parcial 24,95 g de  $CuSO_4 \cdot xH_2O$  se libera 5,4 de agua. Determine el valor de x sabiendo que la relación molar de agua liberada e hidratada (en el producto) es 1,5.
- A) 4              B) 5              C) 3  
D) 2                      E) 6
- 189.** ¿Cuál es la fórmula del compuesto intermetálico de plata con aluminio, si parte en masa de plata en este compuesto constituye 87%? P.A.(uma): Ag=108; Al=27
- A)  $Ag_2Al_3$       B)  $Ag_5Al_3$       C)  $AgAl_3$   
D)  $Ag_3Al$                       E)  $Ag_2Al$

190. Un mineral contiene óxido cálcico al 83,33% de pureza y a partir de ella se obtiene  $3,011 \times 10^{24}$  átomos de carbono con un rendimiento del 80% en la producción del carbonato cálcico. ¿Cuál es el peso del mineral?
- A) 160 g      B) 320 g      C) 420 g  
D) 350 g      E) 280 g
191. ¿Qué peso de  $Al_2(SO_4)_3$  con 20% de impurezas contiene la misma cantidad de azufre que 200 g de  $Na_2SO_4$  con 90% de riqueza? P.A.(uma): Al=27, Na=23, S=32.
- A) 190,5 g      B) 170,5 g      C) 181,4 g  
D) 191,6 g      E) 180,7 g
192. Una mezcla de los compuestos  $Al(OH)_3$  y  $CaCO_3$  contiene 9,6 moles de unidades fórmula en conjunto y 64 moles de núcleos en conjunto. ¿Cuál es el porcentaje molar del catión trivalente en esta mezcla?
- A) 12,5%      B) 6,44%      C) 20,24%  
D) 5,06%      E) 40,48%
193. Una mezcla de  $KBr$  y  $NaBr$ , pesa 0,56 g. Se trató con una solución de nitrato de plata; precipitando todo el bromo como bromuro de plata con una masa de 0,97. Determine la composición ponderal de  $KBr$  en la muestra inicial. P.A.(uma): Br=80; Ag=108; K=39.
- A) 55%      B) 45%      C) 60%  
D) 40%      E) 38%
194. Para mejorar el índice antidetonante de la gasolina se le añade plomo tetraetilo  $Pb(C_2H_5)_4$ , esta se prepara reaccionando una aleación de sodio y plomo con cloruro de etilo  $C_2H_5Cl$ . Si cierta cantidad de gasolina requirió 161,5 g de este aditivo, que se obtuvieron de 172,5 g de aleación. ¿qué porcentaje de plomo hallamos en dicha aleación? Dato: P.A.(Pb)=207 uma.
- A) 40%      B) 45%      C) 60%  
D) 65%      E) 70%
195. En una mezcla de agua pesada ( $D_2O$ ) y agua destilada ( $H_2O$ ), el oxígeno representa el 87%. Halle la composición centesimal del agua pesada, y al calentarse, ¿qué sucede con esta composición? P.A: Deuterio=2uma.
- A) 21,75%; disminuye  
B) 42,5%, aumenta  
C) 21,25%; aumenta  
D) 85%; disminuye  
E) 92%; disminuye
196. Se tiene una mezcla de carbonato de sodio y de bicarbonato de sodio hidratado. Durante la calcinación de la muestra cuya masa es de 60 g se separó 2,7 de agua. Determine la composición del  $Na_2CO_3$ .
- A) 28%      B) 38%      C) 58%  
D) 42%      E) 24%
197. Una amalgama de plata pesa 1 gramo. Al ser sometida a una reacción con agua sulfhídrica ( $H_2S_{(ac)}$ ) se obtuvo una mezcla de sulfuros metálicos con un total de 4,92 milimoles. Halle la composición de la amalgama. P.A.(uma): Hg=200; Ag=108.
- A) 78,4 % Ag      B) 21,6 % Hg  
C) 21,6 % Ag  
D) 56,3 % Ag      E) 48,2 % Hg
198. La composición centesimal del carbono en el hierro colado es 3,6%. La aleación contiene carbono en forma del compuesto  $Fe_3C$ . ¿Cuál es la composición del carburo de hierro en el hierro colado? P.A. Fe=56 uma.
- A) 25%      B) 45%      C) 48%  
D) 54%      E) 67%
199. Si el plexiglas y las resinas acrílicas son polímeros que se forman a partir del metilmetacrilato, halle la fórmula mínima de este monómero si al quemarse 2,80 g de una muestra de él se obtiene 6,16 g de  $CO_2$  y 2,016 g de  $H_2O$ .
- A)  $C_8H_5O_2$       B)  $C_5H_8O_2$       C)  $C_4H_5O_2$   
D)  $C_3H_4O_2$       E)  $CH_2O$

**200.** Durante la neutralización del hidróxido sódico con el ácido fosfórico se logra formar una sal hidratada en la cual el % de Na es el 17.16% de dicha sal. ¿Cuál es la fórmula correcta?  
P.A.(uma): Na=23, P=31.

- A)  $Na_2HPO_4 \cdot 5H_2O$       B)  $NaH_2PO_4 \cdot H_2O$   
C)  $Na_3PO_4 \cdot 6H_2O$   
D)  $Na_3PO_4 \cdot 7H_2O$       E)  $Na_2HPO_4 \cdot 7H_2O$

**201.** En la combustión total de 0,21 g de un hidrocarburo se obtuvo 0,66 g de  $CO_2$ , la densidad de la muestra inicial era de 1,87 g/L a  $0^\circ C$  y 1 atm. Determine la cantidad de moléculas y la fórmula molecular del hidrocarburo.

- A)  $3,011 \times 10^{22}$  y  $C_3H_8$   
B)  $6,022 \times 10^{21}$  y  $C_3H_8$   
C)  $3,011 \times 10^{21}$  y  $C_3H_6$   
D)  $3,011 \times 10^{21}$  y  $CH_2$   
E)  $3,011 \times 10^{21}$  y  $C_4H_8$

**202.** Al combustionar completamente un hidrocarburo se obtiene producto gaseoso de 11 g de  $CO_2$  y 4,5 g de  $H_2O$ . Si se cumple que el hidrocarburo gaseoso es 28 veces más denso que el hidrógeno, determine la fórmula del hidrocarburo y masa de oxígeno consumido en el proceso.

- A)  $C_4H_8$  y 8 g                      B)  $C_4H_8$  y 12 g  
C)  $C_4H_8$  y 4 g  
D)  $C_2H_4$  y 6 g                      E)  $C_4H_{10}$  y 12 g

### **Densidad, Presión, Temperatura y Diagrama de Fases**

**203.** A una cierta cantidad de líquido X se agrega agua para formar una mezcla cuya densidad es 1,75 g/mL. Se agrega otra cantidad igual de agua, entonces la densidad disminuye en 0,25 g/mL. Halle la densidad relativa del líquido X.

- A) 2,5                      B) 2,4                      C) 3,2  
D) 1,8                      E) 0,9

**204.** Calcule la densidad de un líquido A si al mezclarse con otro líquido se obtiene un volumen de  $1\,000\text{ cm}^3$  con una densidad de  $1,5\text{ g/cm}^3$ . Además al extraer  $60\text{ cm}^3$  del líquido A y agregar  $120\text{ cm}^3$  de agua la densidad resultó  $1,4\text{ g/cm}^3$ .

- A) 0,8                      B) 1,7                      C) 3,4  
D) 1,13                      E) 2,26

**205.** Se tiene volúmenes iguales de 2 sustancias líquidas cuyas densidades son  $1,5\text{ g/cm}^3$  y  $1,8\text{ g/cm}^3$ . Si la diferencia de sus masas es 30 g, calcule

- I. Densidad de la mezcla (en  $\text{g/cm}^3$ )  
II. Volumen de cada sustancia (en  $\text{cm}^3$ )

- A) 2,3 y 60                      B) 3,78 y 80  
C) 1,65 y 100  
D) 4,5 y 120                      E) 0,98 y 150

**206.** La densidad del bronce (aleación de cobre y estaño) es  $8,8\text{ g/cm}^3$ . Se tiene 880 g de bronce donde el 90% en peso es de cobre. Si la densidad del estaño es  $7,28\text{ g/cm}^3$ , determine la densidad relativa del cobre respecto al estaño, suponiendo volúmenes aditivos.

- A) 1,09                      B) 2,72                      C) 1,73  
D) 1                              E) 1,24

**207.** La densidad relativa del líquido A con respecto al líquido B es 3,2. Halle las densidades de ambos líquidos (en  $\text{g/cm}^3$ ) respectivamente, sabiendo que si se mezcla volúmenes iguales de ellos, la densidad resultante es  $3,78\text{ g/cm}^3$ .

- A) 0,84 y 1,2                      B) 6,08 y 1,9  
C) 4,21 y 1,3  
D) 5,76 y 1,8                      E) 7,36 y 2,3



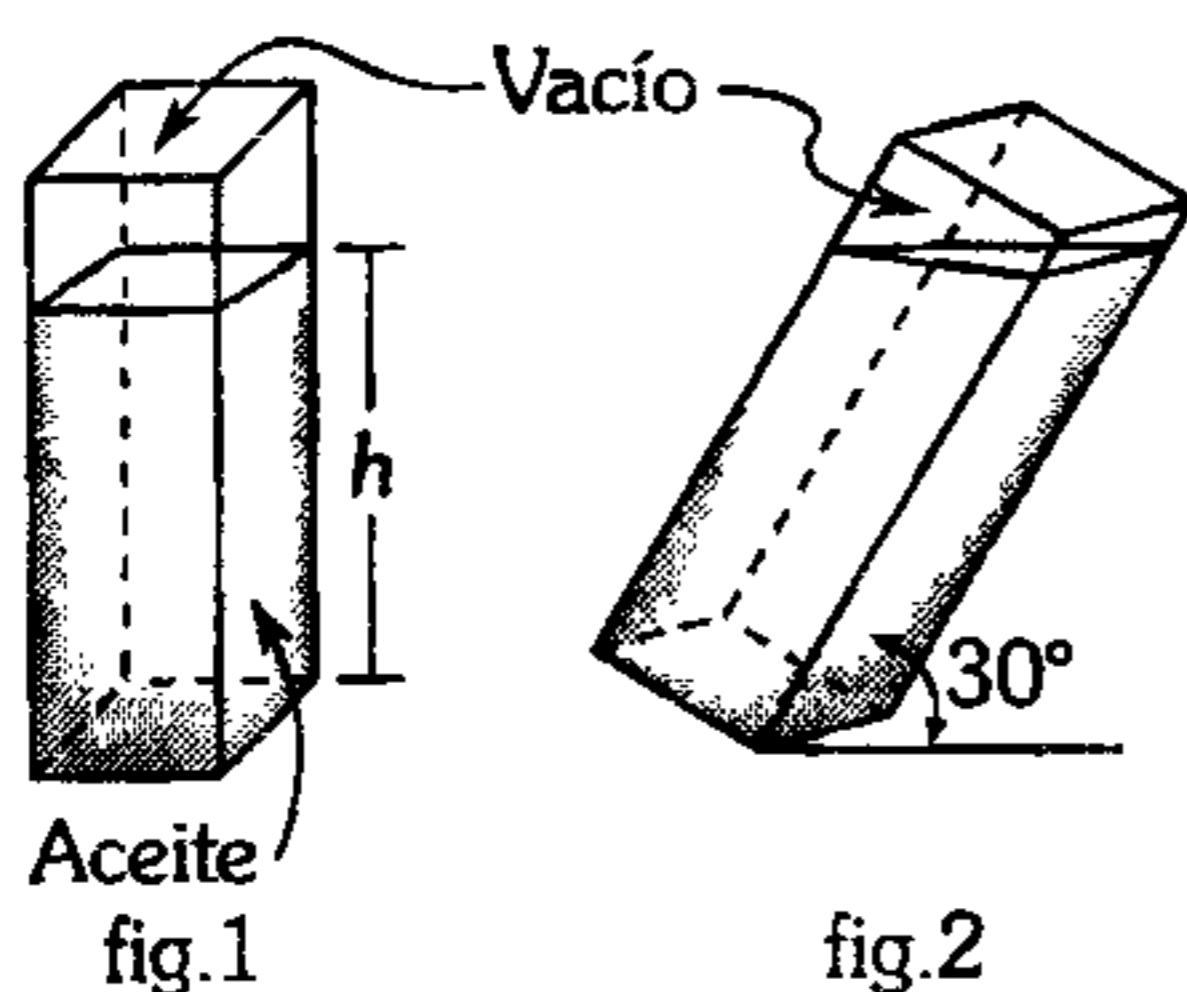
208. Se tiene una mezcla de 3 líquidos A, B y agua, en las siguientes proporciones 20% de A en volumen ( $D=1,2 \text{ g/cm}^3$ ), 30% de B en peso ( $D=2 \text{ g/cm}^3$ ), el resto es agua. Si la mezcla se divide en 5 partes iguales, calcule la densidad de una de las partes.

- A) 2,3      B) 3,45      C) 1,22  
D) 4,56      E) 0,98

209. Si la presión manométrica es un cuarto de la suma de las presiones absoluta y atmosférica, determine el porcentaje que representa la presión manométrica, respecto a la presión absoluta.

- A) 20%      B) 40%      C) 30%  
D) 35%      E) 25%

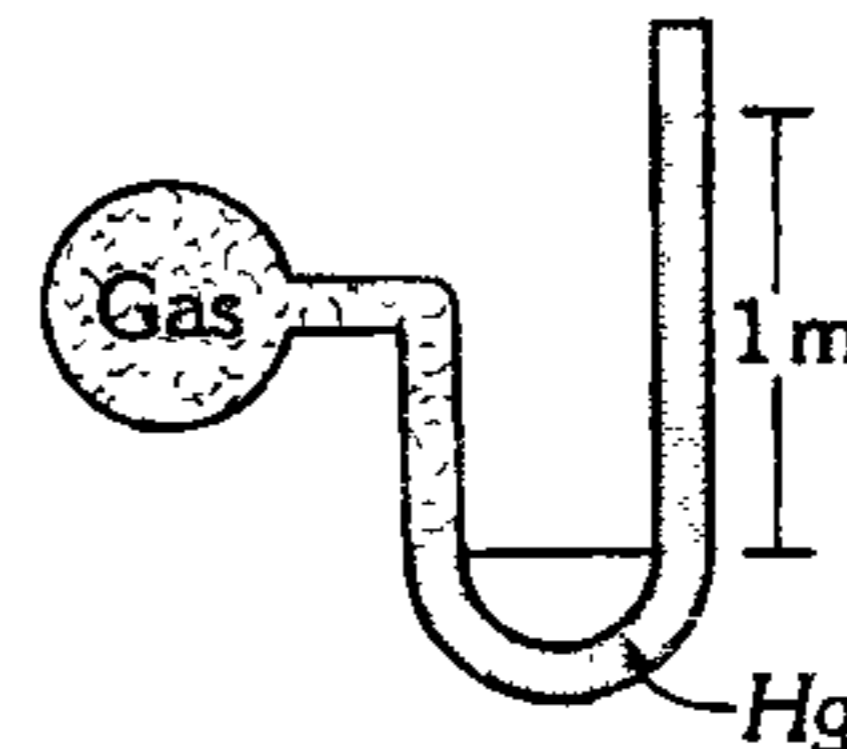
210. En el fondo de un recipiente (en forma de un paralelepípedo rectangular) sellado lleno de aceite ( $D=0,8 \text{ g/mL}$ ) la presión es de 1 atm (fig. 1) cuando es inclinado como se muestra (fig. 2), es(son) incorrecto(s) afirmar:



- I. El volumen del líquido no cambia.  
II. La presión en el fondo es igual.  
III. La nueva presión en el fondo es el 50% de la inicial, cual sea el líquido en el recipiente.

- A) solo I      B) I, II      C) solo II  
D) I, II, III      E) II, III

211. Halle la presión absoluta del gas (en cmHg). Considerando que el sistema estudiado se encuentra en un lugar a 5 000 m sobre el nivel del mar.



Datos:

$$P_{\text{atmosférica normal}} = 1\,033 \text{ g/cm}^2 = 76 \text{ cmHg}$$

$$D_{\text{aire}} = 1,2 \text{ g/L} ; D_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3$$

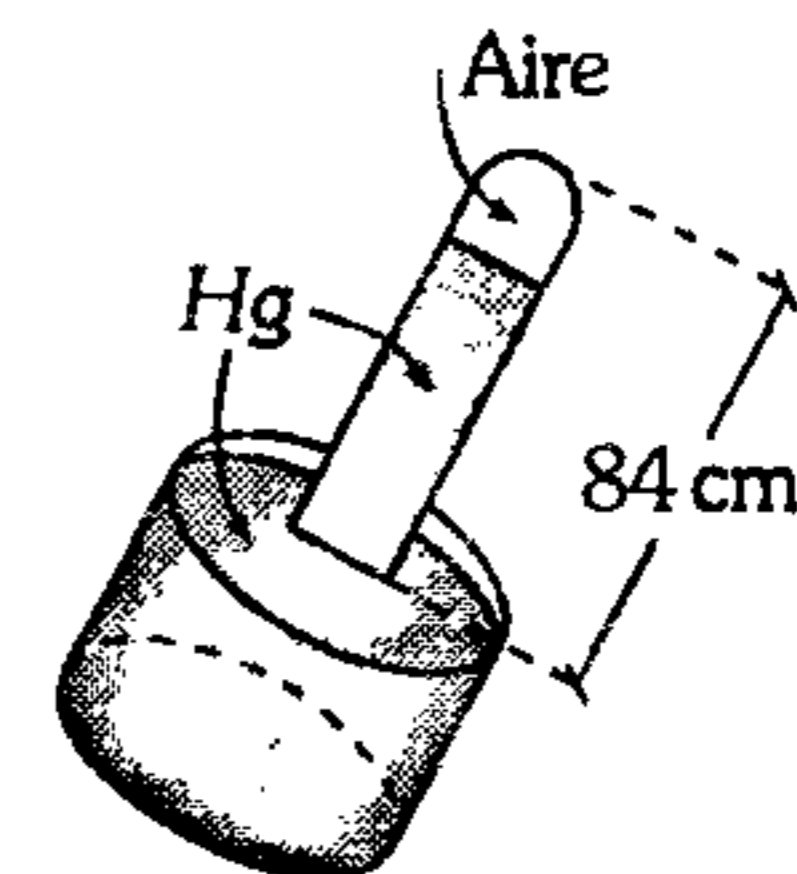
- A) 167,72      B) 200,40      C) 50,87  
D) 80,24      E) 28,54

212. A nivel del mar se tiene un recipiente cúbico de 8 L de capacidad abierto por la cara superior. Se vierte en el recipiente mercurio hasta la mitad, y luego se introduce agua cuyo volumen es 1/4 del volumen del recipiente. Calcule la presión absoluta (en  $\text{g/cm}^2$ ) a 2,5 cm de la base sabiendo que:  
Densidad(Hg)=13,6  $\text{g/cm}^3$

- A) 1 033      B) 473,6      C) 1 003,5  
D) 1 140      E) 1 001,5

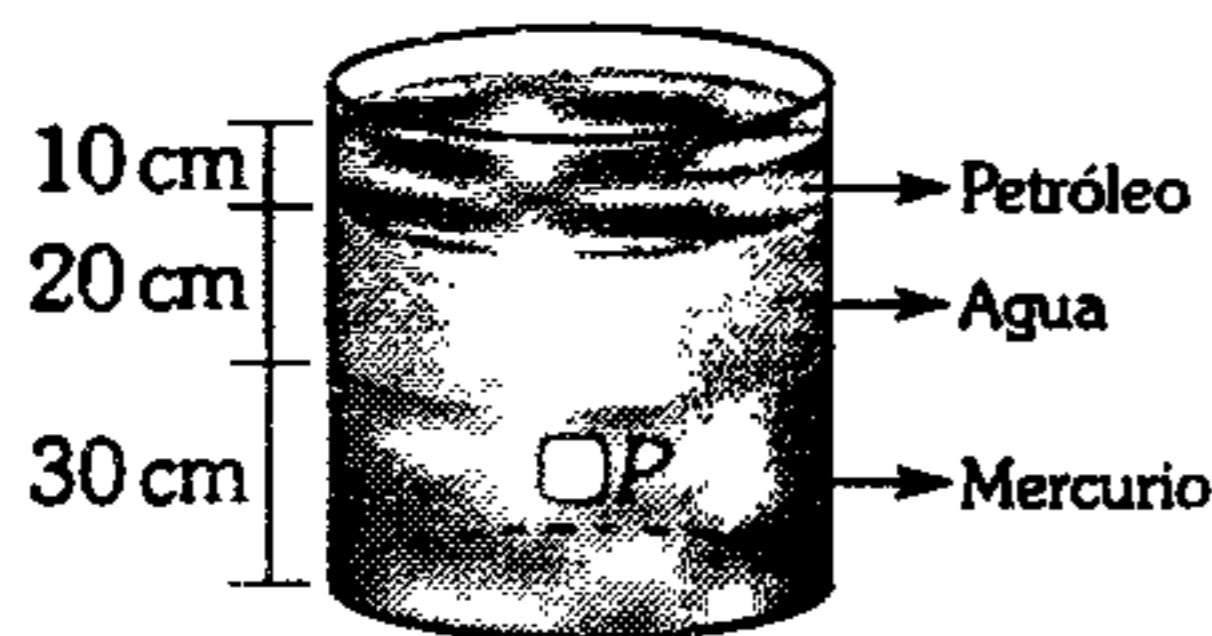
213. En el barómetro mostrado no se ha desalojado todo el aire de su interior. La lectura registrada en este barómetro es de 75 cmHg para un valor correcto de 76 cmHg ¿Cuál será la presión barométrica (en torr), cuando la lectura sea 74 cmHg?

- A) 750  
B) 749  
C) 748  
D) 747  
E) 746



**214.** Un cuerpo sólido se encuentra en equilibrio sumergido en petróleo, agua y mercurio, como indica la figura. Determine a qué altura se encuentra el sólido  $P$ , a partir de la base del cilindro (fondo), si su presión manométrica equivale a la presión de un objeto que se encuentra sumergido en bencina a una profundidad de 1.20 m.

- Dato:  $D$  (Bencina) =  $0,75 \text{ g/cm}^3$   
 $D$  (Petróleo) =  $0,80 \text{ /cm}^3$



- A) 25,44      B) 4,56      C) 38,28
- D) 11,72      E) 48,26

**215.** Por una de las ramas de un manómetro en forma de U, que contiene mercurio, se vierte agua hasta alcanzar una altura de 15 cm ¿Qué volumen (en  $\text{cm}^3$ ) se debe agregar de glicerina por el otro extremo para que el desnivel de mercurio sea cero?

- $D$ (glicerina) =  $1,26 \text{ g/cm}^3$   
 Área de sección =  $2 \text{ cm}^2$

- A) 25,7      B) 13,6      C) 39,6
- D) 18,5      E) 23,8

**216.** En cierta escala de temperatura arbitraria el agua hierve a  $110^\circ$  y se congela a  $-10^\circ$ . Si un cuerpo que estaba en  $90^\circ\text{C}$  y luego es enfriado en  $48^\circ$  de la nueva escala, halle la temperatura final del cuerpo en la nueva escala.

- A)  $48^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $40^\circ$
- D)  $90^\circ$       E)  $75^\circ$

**217.** Si  $-11^\circ\text{C}$  equivale a  $11^\circ\text{B}$  y por la variación de  $2^\circ\text{A}$  corresponde una variación de  $3^\circ\text{B}$ , análogamente  $7^\circ\text{B}$  es equivalente a  $5^\circ\text{C}$ , determine en cuántos grados A debe

aumentar la temperatura de un cuerpo para que alcance los  $69^\circ\text{C}$ , si inicialmente estaba a  $18^\circ\text{B}$ .

- A) 70      B) 15,4      C) 35,5
- D) 58,4      E) 60

**218.** La temperatura de un cuerpo es  $70^\circ\text{C}$ . Luego se aumentó en  $540^\circ\text{F}$  para luego disminuir en  $25\text{K}$ . Calcule la temperatura final en  $^\circ\text{J}$ , sabiendo que el punto de ebullición y congelación del agua son  $80^\circ\text{J}$  y  $20^\circ\text{J}$ , respectivamente.

- A) 346      B) 425      C) 325
- D) 227      E) 455

**219.** Se construye tres escalas de temperatura X, Y y W de tal manera que si se incrementa la temperatura en  $1^\circ\text{X}$  es lo mismo que  $2^\circ\text{Y}$  ó  $3^\circ\text{W}$ . Si las escalas X e Y coinciden sus lecturas en  $46^\circ$  y W e Y en  $60^\circ$ , determine la temperatura a la cuál coinciden las escalas X y W.

- A) 45      B) -10      C) 49,5
- D) 50      E) 20

**220.** Un termómetro mal calibrado indica  $110^\circ\text{C}$  para el punto de ebullición del agua y una variación de  $20^\circ\text{C}$  para  $25^\circ\text{C}$  en dicho termómetro. ¿Cuánto marcará para el punto de fusión del  $\text{H}_2\text{O}$  el termómetro mal calibrado?

- A) 15      B) 5      C) -15
- D) -5      E) -10

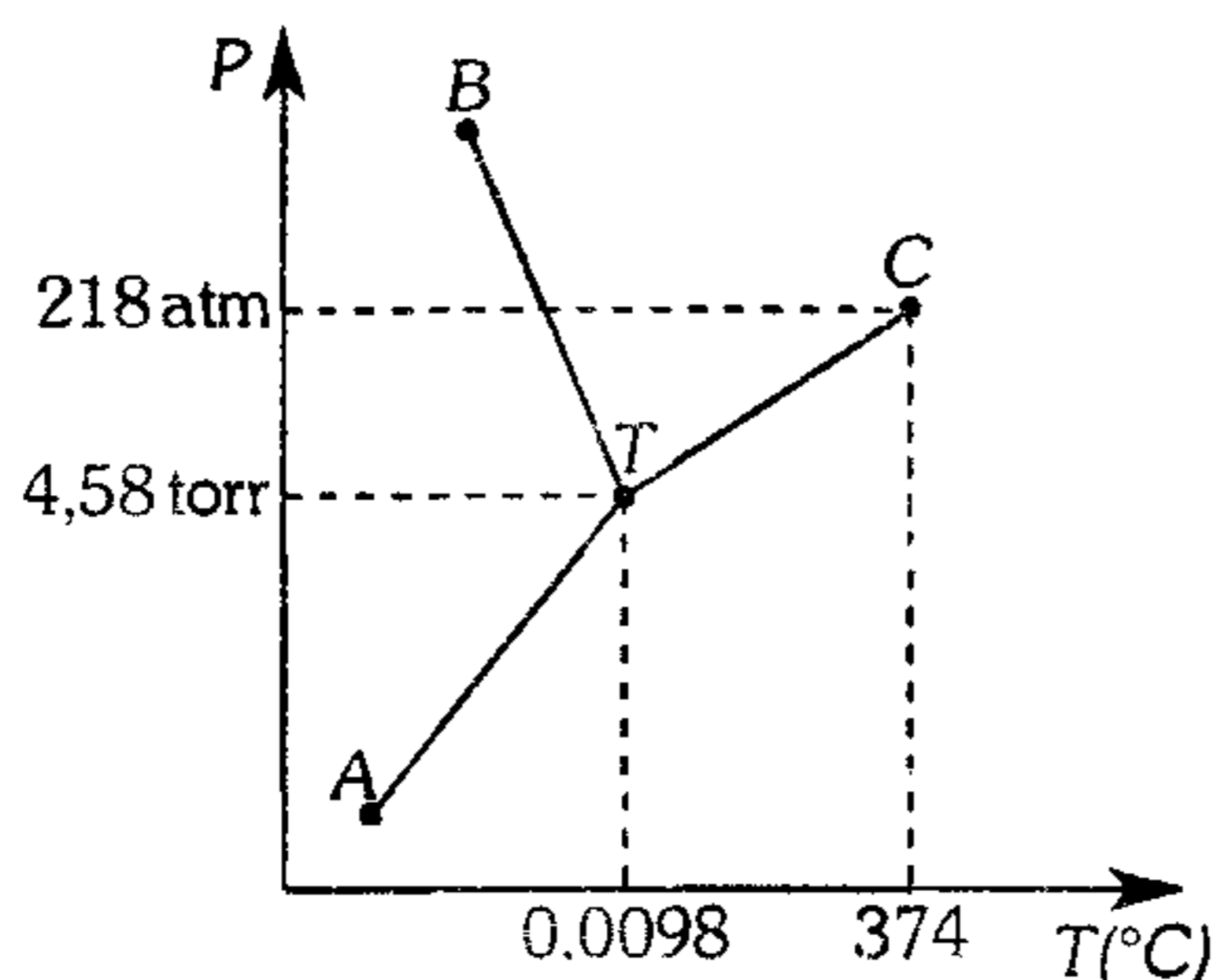
**221.** Un cuerpo se encuentra a una temperatura inicial X, luego se incrementa su temperatura en  $36^\circ\text{F}$ , para luego disminuir en  $10\text{K}$  y finalmente aumentar en  $72\text{R}$ . Si la temperatura final es  $130^\circ\text{C}$  ¿cuál es el valor de X?

- A)  $144\text{R}$       B)  $160^\circ$       C)  $176^\circ\text{F}$
- D)  $60^\circ\text{C}$       E)  $80\text{K}$

222. Marque lo incorrecto.

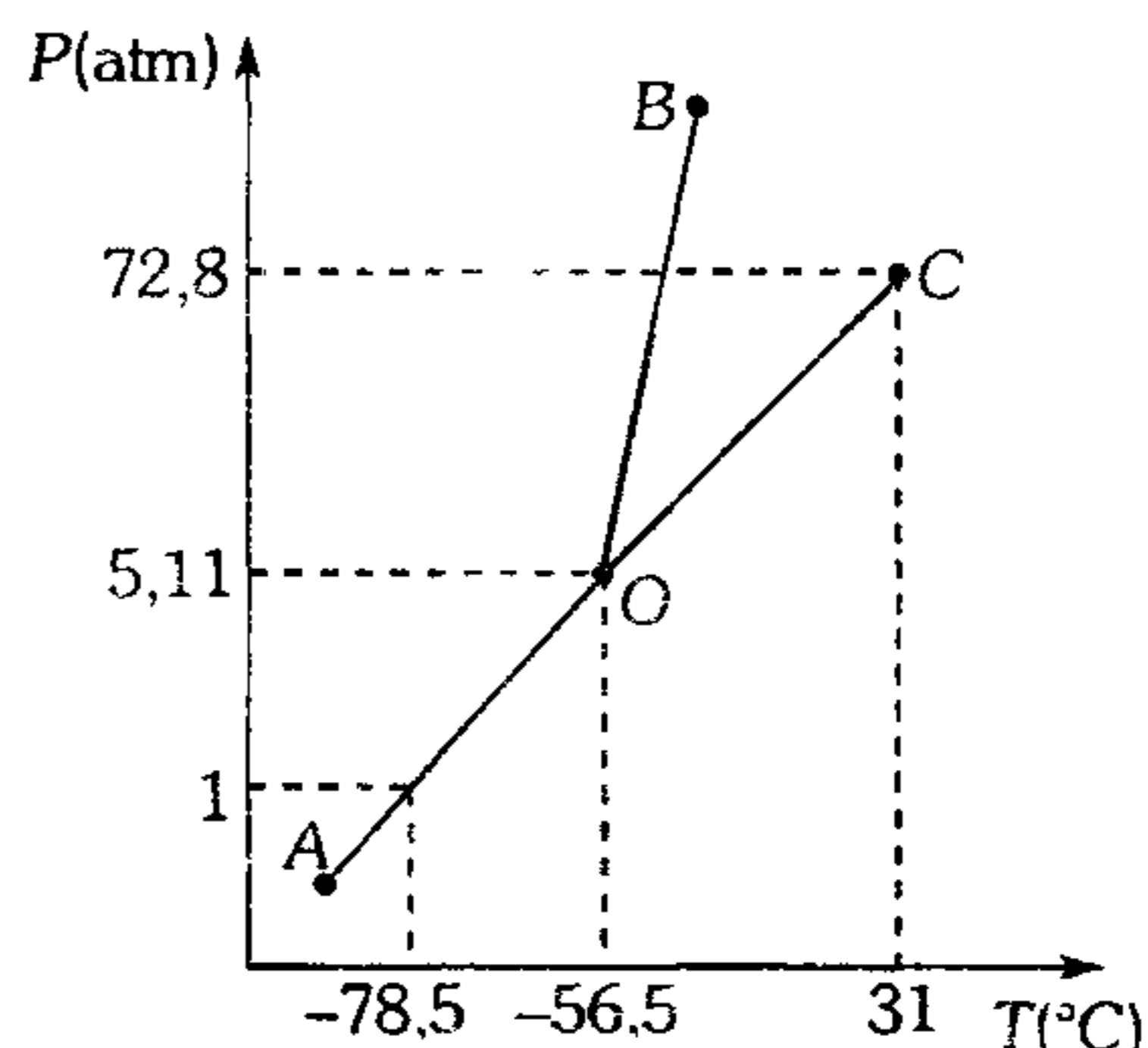
- A) El punto triple del  $H_2O$  se produce a 4,58 mmHg. y a  $0,0098^\circ C$  y significa el equilibrio de sus tres fases: sólida, líquida y vapor.
- B) El punto crítico, define la temperatura más alta y la presión más baja a la cual una sustancia gaseosa se puede licuar.
- C) La temperatura de ebullición normal es aquella a la cual ebulle un líquido cuando la presión es 760 mmHg.
- D) Si la presión en el punto triple es mayor a 1 atm, entonces existe temperatura de fusión normal.
- E) El agua puede hervir a  $200^\circ C$ , cuando la presión es mayor a 760 torr.

223. Dado el siguiente diagrama de presión-temperatura para las tres fases de la sustancia  $H_2O$ . marque lo incorrecto.



- A) El punto triple del  $H_2O$  se presenta a 4.58 mmHg y  $0.0098^\circ C$ .
- B) El punto de ebullición normal del  $H_2O$  es  $100^\circ C$ .
- C) La presión crítica del  $H_2O$  es más alta que la presión en el punto triple.
- D) Un trozo de hielo en condiciones ambientales se sublima.
- E) Una muestra de vapor de  $H_2O$  a menos de  $374^\circ C$  y 218 atm se condensa.

224. Del siguiente diagrama de fases para el  $CO_2$ , no corresponde



- A) A 4 atm y  $-75^\circ C$ , el  $CO_2$  se encuentra en estado sólido.
- B) A 20 atm el  $CO_2$  se puede encontrar en estado sólido, líquido o gaseoso.
- C) A 0,5 atm y  $25^\circ C$ , el  $CO_2$  se halla en estado líquido.
- D) En la curva BO existe equilibrio entre la fase sólido-líquido-gaseoso.
- E) A más de  $31^\circ C$ , el  $CO_2$  se halla en forma de gas.

225. ¿Qué sustancias se pueden licuar por aplicación de presión a temperatura ambiental?

Sustancia	Temperatura crítica ( $^\circ C$ )	Presión crítica (atm)
I. Dióxido de azufre	158	78
II. Acetileno	36	62
III. Metano	-82	46
IV. Monóxido de carbono	-140	35

- A) solo I      B) I, II      C) solo III
- D) II, III, IV      E) I, II, I, V

226. El kriptón tiene un punto triple a  $-169\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $133\text{ mmHg}$  y punto crítico a  $-63\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $54\text{ atm}$ . La densidad del kriptón sólido es  $2,8$  y la densidad del kriptón líquido es  $2,4\text{ g/mL}$ . Con estos datos indique verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

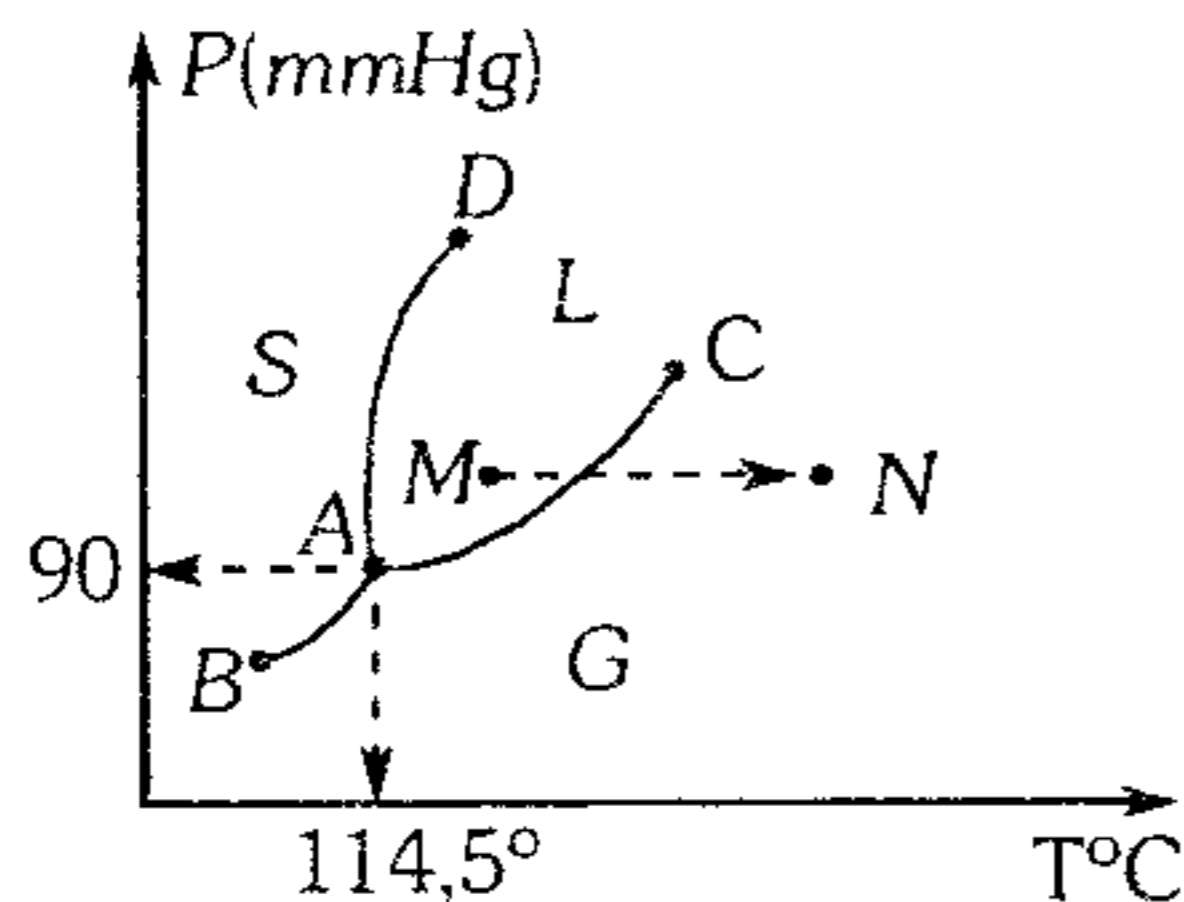
- I. A mayor presión, mayor temperatura de fusión.
- II. A  $130\text{ mmHg}$ , el kriptón sublima cuando se eleva la temperatura.
- III. A  $760\text{ mmHg}$ , el kriptón funde cuando se eleva temperatura.
- IV. Esta sustancia no define temperatura de ebullición normal.

- A) VVVF    B) VVFF    C) VFVF  
D) FVFF    E) FVVF

227. Indique lo incorrecto.

- A) La evaporación es un fenómeno de superficie.
- B) En la ebullición, la evaporación ocurre en toda la masa líquida.
- C) La temperatura de ebullición normal es cuando la presión de vapor del líquido es igual a  $760\text{ torr}$ .
- D) La temperatura de ebullición normal es cuando la presión de vapor del líquido es igual a  $760\text{ torr}$ .
- E) Cuando se aumenta la presión a un líquido, este hierve a menor temperatura.

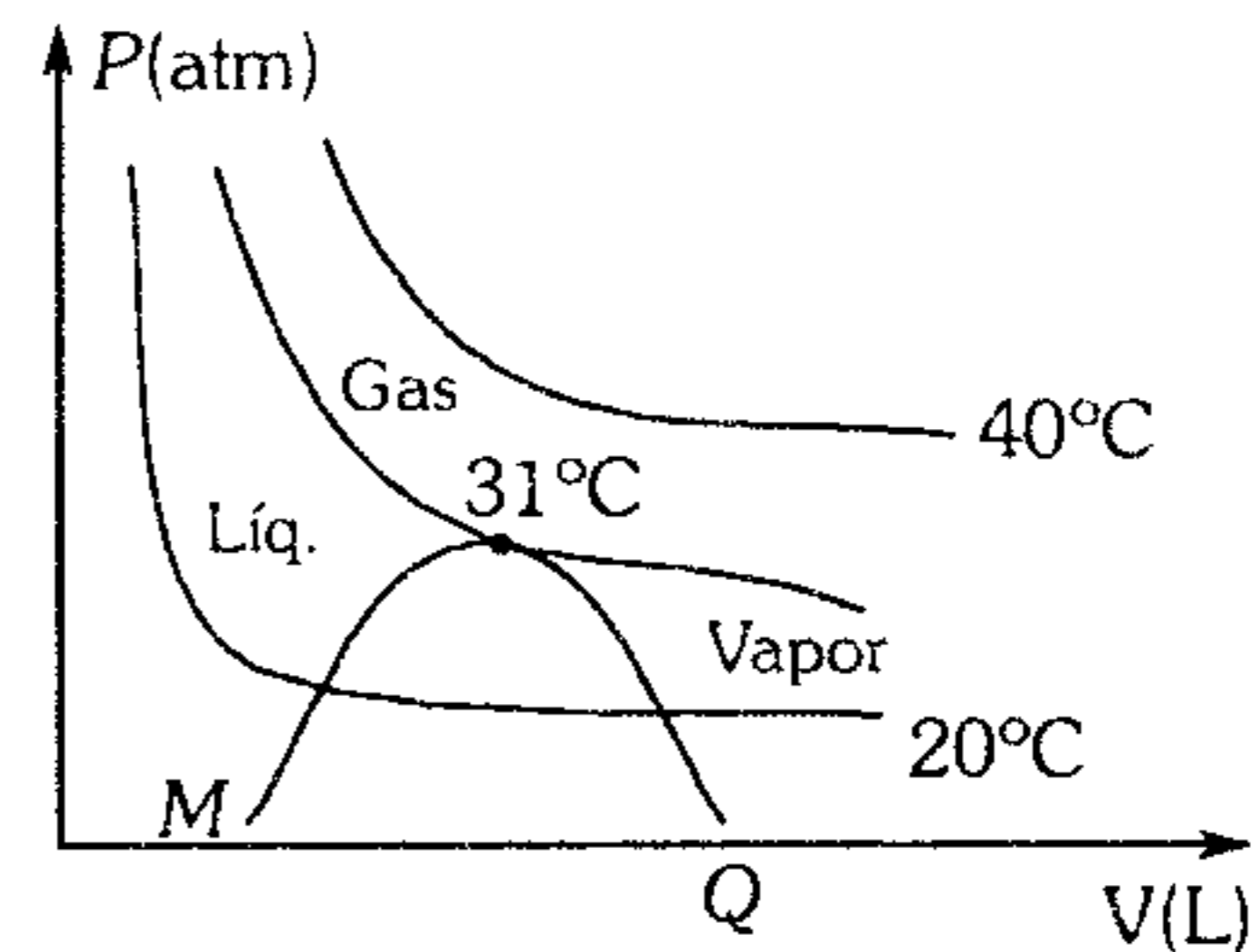
228. En el diagrama presión-temperatura para el yodo, es incorrecto afirmar que



- A) al calentarse el yodo por debajo de los  $90\text{ mmHg}$ , se sublima.
- B) Si la presión es superior a los  $90\text{ mmHg}$  al calentar el sólido se funde antes de vaporizarse.
- C) Al ir de  $M$  a  $N$  se produce el fenómeno de vaporización.

- D) A lo largo de la curva  $BA$  tenemos un equilibrio sólido-gas.
- E) Al calentar el yodo por debajo de los  $90\text{ mmHg}$  el yodo se evapora.

229. En el siguiente gráfico para el  $\text{CO}_2$



indique lo incorrecto.

- A)  $MN$ : zona de ebullición
- B)  $NQ$ : zona de neblina
- C) A  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  se aplica  $PV=nRT$
- D) A  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$  se licua el gas
- E) A  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  se aplica la ecuación de Van der Waals

### Estado Sólido

230. ¿Qué característica le corresponde a los sólidos de tipo covalente?

- A) Los nudos del retículo son ocupados por moléculas.
- B) Las fuerzas de enlace son de Van der Waals.
- C) Son volátiles.
- D) Son buenos conductores de la electricidad.
- E) Son muy duros por lo general.

231. ¿Cuál de las siguientes propiedades de los sólidos es incorrecta?

- A) Los sólidos cristalinos son anisotrópicos.
- B) Los sólidos cristalinos tienen punto de fusión definido.
- C) El caucho, vidrio, plásticos, etc, son sólidos amorfos.
- D) Los sólidos amorfos son isotrópicos y no poseen punto de fusión definido.
- E) En el vidrio, las propiedades físicas cambian su valor de acuerdo a la dirección en que se miden.

232. Acerca de los 4 tipos de sólidos cristalinos, no se puede afirmar que

- A) los sólidos iónicos no son volátiles.
- B) los sólidos covalentes son por lo general duros y el punto de fusión es alto.
- C) los sólidos moleculares, poseen cierta conductividad eléctrica y alto punto de fusión.
- D) los sólidos metálicos tienen buena conductividad eléctrica en el siguiente orden  $Ag > Au > Cu > \dots$
- E) el diamante, el cuarzo y el grafito son sólidos covalentes.

233. Determine la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones, respecto a los sólidos.

- I. Poseen forma y volumen definido.
- II. Son incomprensibles.
- III. Para transformarse en gases necesariamente tienen que fundirse.
- IV. Las partículas que las constituyen poseen movimiento de vibración en espacios reducidos.
- V. La densidad de la red cristalina es igual a la densidad de la celda unitaria.

- A) FVFFF    B) FVFVV    C) VVFFF
- D) FFFVV    E) VVFFV

234. Señale la relación incorrecta.

- A)  $CSi$ ,  $BN$ ,  $SiO_2$  : sólidos covalentes
- B)  $Ag$ ,  $Fe$ ,  $Pt$  : sólidos metálicos
- C)  $I_2$ ,  $CO_2$ ,  $P_4$  : sólidos moleculares
- D)  $AlCl_3$ ,  $BeF_2$ ,  $Na_2O$  : sólidos iónicos
- E) Diamante, grafito: sólidos covalentes

235. Un sólido cristalino está formado por los átomos X, Y y Z en una red cúbica, con los átomos X ocupando los vértices, los átomos Y, centrado en el cuerpo y los átomos Z en las caras de la celda. ¿Cuál es la fórmula empírica del compuesto?

- A)  $XYZ_3$     B)  $X_2YZ_3$     C)  $XYZ$
- D)  $XYZ_2$     E)  $XY_2Z_3$

236. La plata cristaliza en una estructura cúbica centrada en las caras. La arista de la celda unitaria es de 408.7 pm, ¿cuál es la densidad de la plata? P.A.  $Ag = 107,8$  uma

- A) 10,49 g/mL    B) 9,65 g/mL
- C) 8,68 g/mL
- D) 16,22 g/mL    E) 12,62 g/mL

237. El aluminio cristaliza en forma de celda cúbica centrada en las caras, con una arista de la celda de  $4,04 \text{ \AA}$ ; su densidad es 2,70 g/mL. Calcule el peso atómico del aluminio.

- A) 26,88    B) 27,01    C) 26,95
- D) 26,92    E) 26,80

### Estado Líquido

238. Respecto al estado líquido, determine la veracidad (V) o falsedad (F).

- I. Al igual que a los sólidos se les considera fase condensada.
- II. A las mismas condiciones de presión y temperatura tienen menor volumen molar que los gases.
- III. Sus propiedades físicas son vectoriales.
- IV. Entre dos líquidos miscibles existe la difusión.

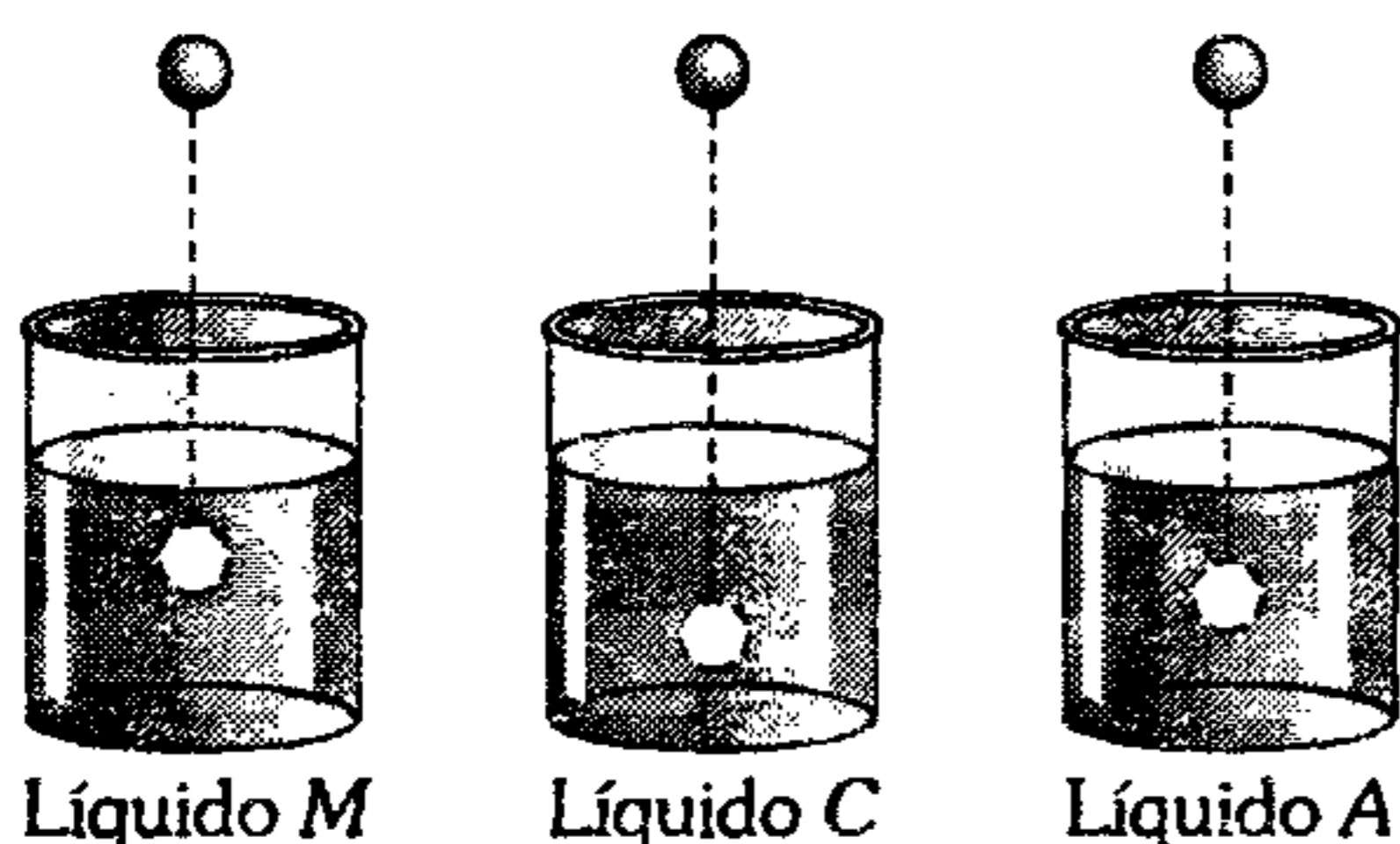
- A) VVFF    B) VVFFV    C) FVFV
- D) VFFV    E) FFFV

239. Respecto a los líquidos, señale lo correcto.

- I. Se comprimen con facilidad.
- II. Se adaptan a la forma del recipiente que lo contiene ya que las moléculas tienen movimiento de vibración y rotación.
- III. Fluyen por las tuberías con mayor rapidez cuando mayor sea la diferencia de presión.
- IV. Se expanden cuando se calientan.

- A) II, III y IV    B) II y IV    C) III y IV
- D) I, II y III    E) I y II

240. Se tiene tres esferas de acero idénticas, al soltarlas en forma idéntica ocurre lo que se muestra en el gráfico



Respecto a ello, señale la(s) proposición(es) correcta(s).

- I. El líquido C, tiene mayor coeficiente de viscosidad.
- II. El líquido M, tiene mayor fluidez.
- III. En el líquido A, la viscosidad es mayor.
- IV. La bola de acero se desliza con mayor velocidad en el líquido C.

- A) solo IV    B) I, II y III    C) I y IV  
D) II y IV    E) I y III

241. Determine si las proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F) respecto a la viscosidad.

- I. La melaza, aceite lubricante, son líquidos muy viscosos.
- II. Los líquidos más viscosos fluyen con mayor rapidez por el viscosímetro de Ostwald.
- III. La viscosidad depende del tipo de fuerzas intermoleculares, del tamaño y forma de las moléculas.
- IV. Al debilitar las fuerzas intermoleculares, los líquidos tardan en fluir.

- A) FFVF    B) VVFF    C) VVVF  
D) VFVF    E) VFFF

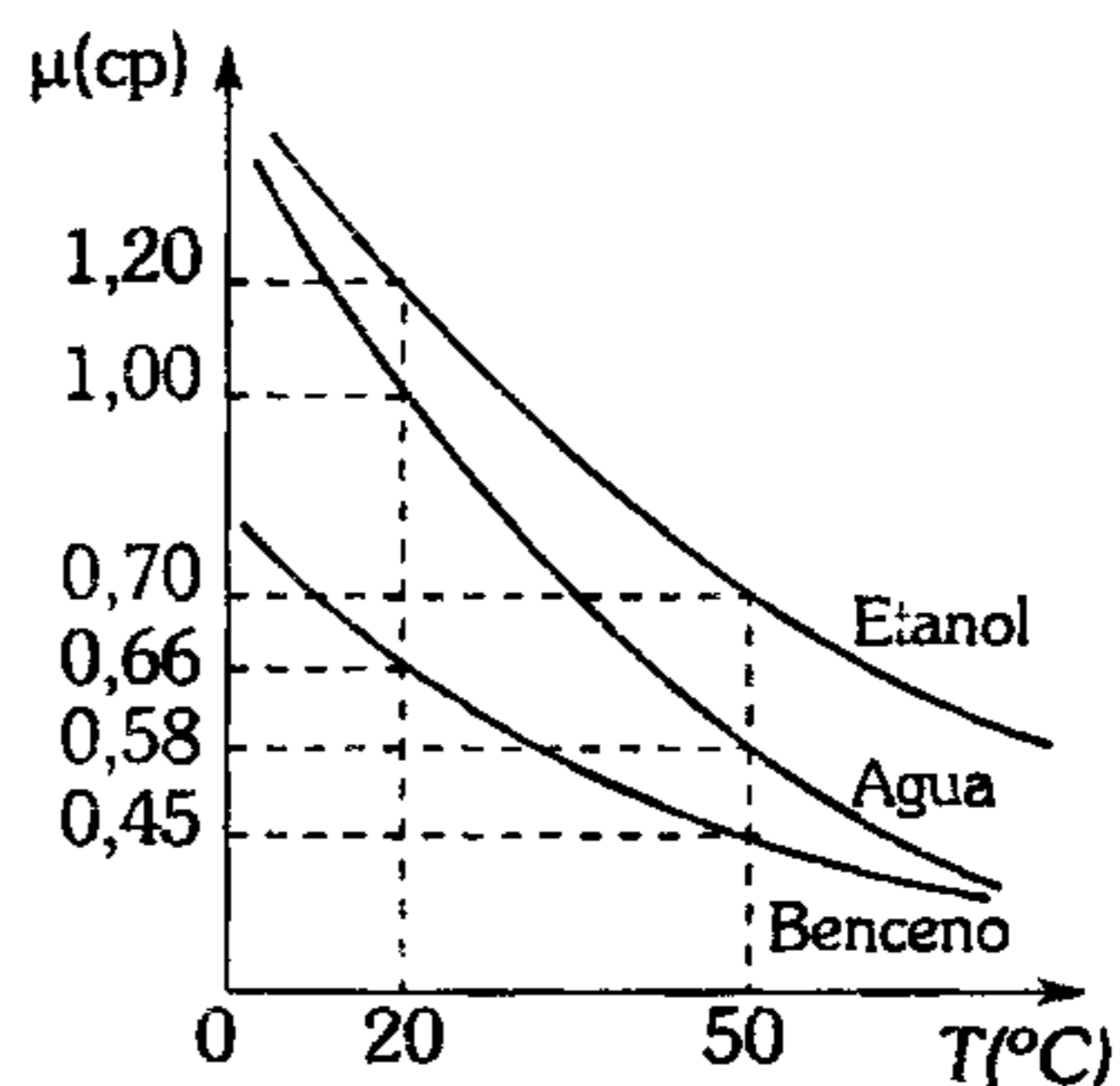
242. ¿Qué líquido fluye con mayor rapidez?

- A) n - pentano    B) n - octano  
C) n - heptano    E) n - decano  
D) n - nonano

243. Señale el líquido con mayor coeficiente de viscosidad.

- A)  $CH_3CH_2CH_2OH$   
B)  $CH_3CHOHCH_2CH_3$   
C)  $CH_2OHCH_2OH$   
D)  $CH_2OHCHOHCH_2OH$   
E)  $CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2OH$

244. Respecto al siguiente gráfico, marque verdadero (V) o falso (F).



- I. A 20°C el orden de la fluidez es: benceno < agua < etanol
- II. A 50°C. el etanol tarda más tiempo que el benceno en fluir por un tubo capilar.
- III. El etanol posee mayor viscosidad que el agua ya que sus moléculas son más polares.
- IV. El benceno, es un líquido menos viscoso debido que presenta mayor flujo laminar.

- A) FFVV    B) FFFV    C) FVFF  
D) VVVF    E) VVFF

245. 8 g de agua tiene igual volumen que 12 g de cloroformo a 20°C. Por el viscosímetro de Ostwald, el cloroformo fluye en 70 segundos mientras que el agua fluye en 150 segundos. ¿Cuál es el coeficiente de viscosidad del cloroformo en centipoise?

- A) 0.70    B) 0.80    C) 1.20  
D) 1.50    E) 0.75

246. 60 mL de acetona tiene igual masa que 48 mL de agua a 20° C. El tiempo en que demora en fluir la acetona por el viscosímetro de Ostwald es 0,395 veces del tiempo en que demora en fluir el agua por el mismo viscosímetro. ¿Cuál es la viscosidad de la acetona si el experimento se lleva cabo a 20°C?

- A) 1,225 cp                      B) 0,625 cp  
 C) 0,316 cp  
 D) 2,26 cp                        E) 0,862 cp

247. Determine la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

- I. La energía para aumentar en 1 cm<sup>2</sup> el área superficial de un líquido se denomina tensión superficial.
- II. Existe desequilibrio de fuerzas intermoleculares en la superficie de un líquido.
- III. Las moléculas que están en el interior de un líquido están tensionadas.
- IV. La tensión superficial permite que las moléculas superficiales se empaqueten.

- A) FFFV      B) VFFV      C) VFVF  
 D) VVVV      E) VVVF

248. Respecto a las siguientes proposiciones

- I. Los líquidos que se unen por enlace puente de hidrógeno, tienen alta tensión superficial.
- II. Si las gotas de un líquido son más esféricas, entonces tiene alta tensión superficial.
- III. Al elevarse la temperatura, el agua asciende mayor altura en el tubo capilar.
- IV. Al adicionar solutos iónicos al agua, se incrementa su poder humectante.

son incorrectas

- A) I y III      B) II y IV      C) III y IV  
 D) I y II      E) II, III y IV

249. No es una aplicación de la tensión superficial.

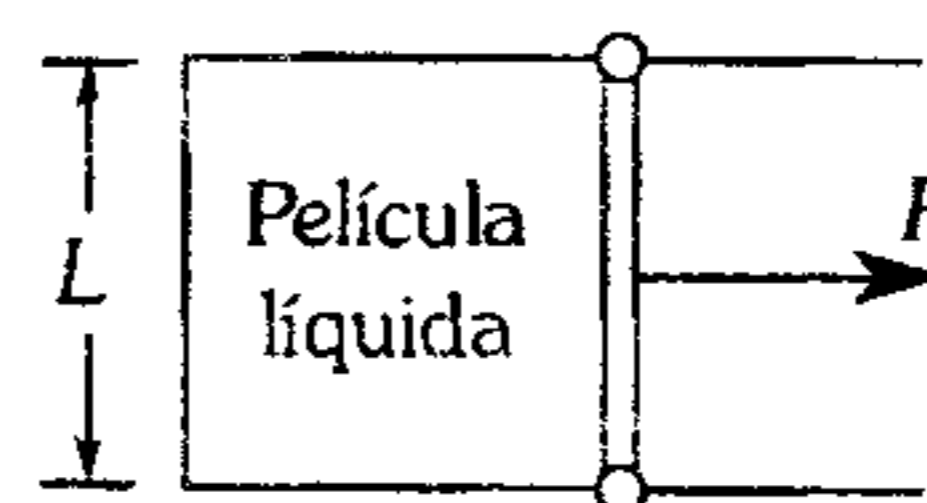
- A) El poder del jabón para eliminar la mugre.
- B) Que los pegamentos lleven a cabo eficientemente su función.
- C) El que los patos no mojen sus plumas mientras nadan.
- D) El hecho que los líquidos se evaporen.
- E) El que algunos insectos puedan caminar por la superficie del agua.

250. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Las fuerzas intermoleculares que unen las moléculas de un mismo líquido se denomina fuerza de cohesión.
- II. En una depresión capilar, el menisco es convexo.
- III Si el ángulo de contacto es menor que 90°, el menisco es cóncavo.
- IV. Si la fuerza de cohesión es mayor que la fuerza de adherencia hay ascenso capilar.

- A) VFFF      B) FFFF      C) VVFF  
 D) FFVV      E) VVVF

251. Una película de líquido en un bastidor de alambre es jalada con una fuerza, tal como se muestra en la figura.



La longitud de la película en contacto con el alambre es  $L$  ¿qué relación existe entre la fuerza  $F$ , la longitud  $L$  y la tensión superficial del líquido?

- A)  $F = L\gamma$       B)  $F = \frac{L\gamma}{2}$       C)  $F = 2L\gamma$   
 D)  $F = 3L\gamma$       E)  $F = \frac{\gamma}{L}$

252. En el tensiómetro de Dunoy se mide la fuerza requerida para levantar un anillo de alambre que yace en la superficie de un líquido. Si el diámetro del anillo es de 1,00 cm y la fuerza para levantar el anillo con la superficie del líquido unido a la periferia interna y externa del anillo es de 677 dinas ¿cuál es la tensión superficial del líquido?

- A) 107,7 dinas/cm      B) 54,8 dinas/cm  
C) 216 dinas/cm  
D) 126 dinas/cm      E) 237 dinas/cm

253. Un líquido *x* experimenta un ascenso capilar de 1,5 cm en un capilar de 6 mm de diámetro. Si su densidad es el 75% de la densidad del agua a 4°C, calcule la tensión superficial del líquido

- A) 324,8 dinas/cm  
B) 123,7 dinas/cm  
C) 34,8 dinas/cm  
D) 165,4 dinas/cm  
E) 82,3 dinas/cm

254. ¿Qué líquido tiene mayor presión de vapor a 25°C?

- A) Ácido nítrico ( $T_{eb}=83^{\circ}\text{C}$ )  
B) Disulfuro de carbono ( $T_{eb}=46^{\circ}\text{C}$ )  
C) Ácido acético ( $T_{eb}=118^{\circ}\text{C}$ )  
D) Clorotormo ( $T_{eb}=61,5^{\circ}\text{C}$ )  
E) Acetona ( $T_{eb}=56^{\circ}\text{C}$ )

255. De las siguientes afirmaciones

- I. La presión de vapor es una propiedad intensiva de los líquidos.  
II. Los líquidos que tienen enlace puente de hidrógeno son más volátiles.  
III. En el equilibrio líquido-vapor, los líquidos tienen la máxima presión de vapor.  
IV. La presión de vapor de un líquido guarda relación con la intensidad de las atracciones intermoleculares en el líquido.  
indique si son verdaderas o falsas.

- A) VFFF      B) FVFF      C) VFVV  
D) FFVV      E) VFFV

256. Respecto a las siguientes proposiciones

- I. Cuando la presión de vapor de un líquido es igual a la presión atmosférica, el líquido hierve.  
II. Si la presión externa es mayor que 1 atm, entonces el agua hierve a temperatura menor que 100°C.  
III. El punto de ebullición de los líquidos disminuye al aumentar la altitud.  
IV. Los líquidos con alta presión de vapor se evaporan más rápido.  
resulta incorrecto

- A) I, II y III.      B) todas.      C) III y IV.  
D) solo II.      E) II, III y IV.

257. ¿Qué líquido se evapora con mayor rapidez a 20°C?

- A) n – nonano      B) n – hexano  
C) n – pentano  
D) n – heptano      E) n – octano

258. Los siguientes datos de presión de vapor son para el zinc metálico en estado líquido.

Pv(mmHg)	10	40	100	400
T(°C)	593	673	736	844

¿Cuál es el valor de la temperatura de ebullición normal del zinc?

- A) 1224°C      B) 907°C      C) 896°C  
D) 962°C      E) 1006°C

### **Estado Gaseoso – Gases I**

259. Con respecto al estado gaseoso, indique la proposición incorrecta.

- A) Los gases se comprimen debido al espacio libre entre las moléculas en un sistema.  
B) Sólo los gases gozan de la propiedad de difusión molecular.  
C) Según la teoría cinética molecular entre las moléculas no existe fuerza de repulsión.  
D) Presión ideal es mayor que la presión real a la misma temperatura.  
E) En un gas ideal los choques son elásticos.



260. De las siguientes proposiciones, no corresponde a la teoría cinética molecular de los gases ideales.

- I. Las moléculas se encuentran muy separadas, con volumen despreciable.
- II. Entre ellas las fuerzas de repulsión predomina frente a la fuerza de atracción.
- III. La energía cinética molecular promedio depende sólo de la temperatura.

- A) solo I      B) solo II      C) solo III  
D) I y II      E) II y III

261. De las siguientes proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

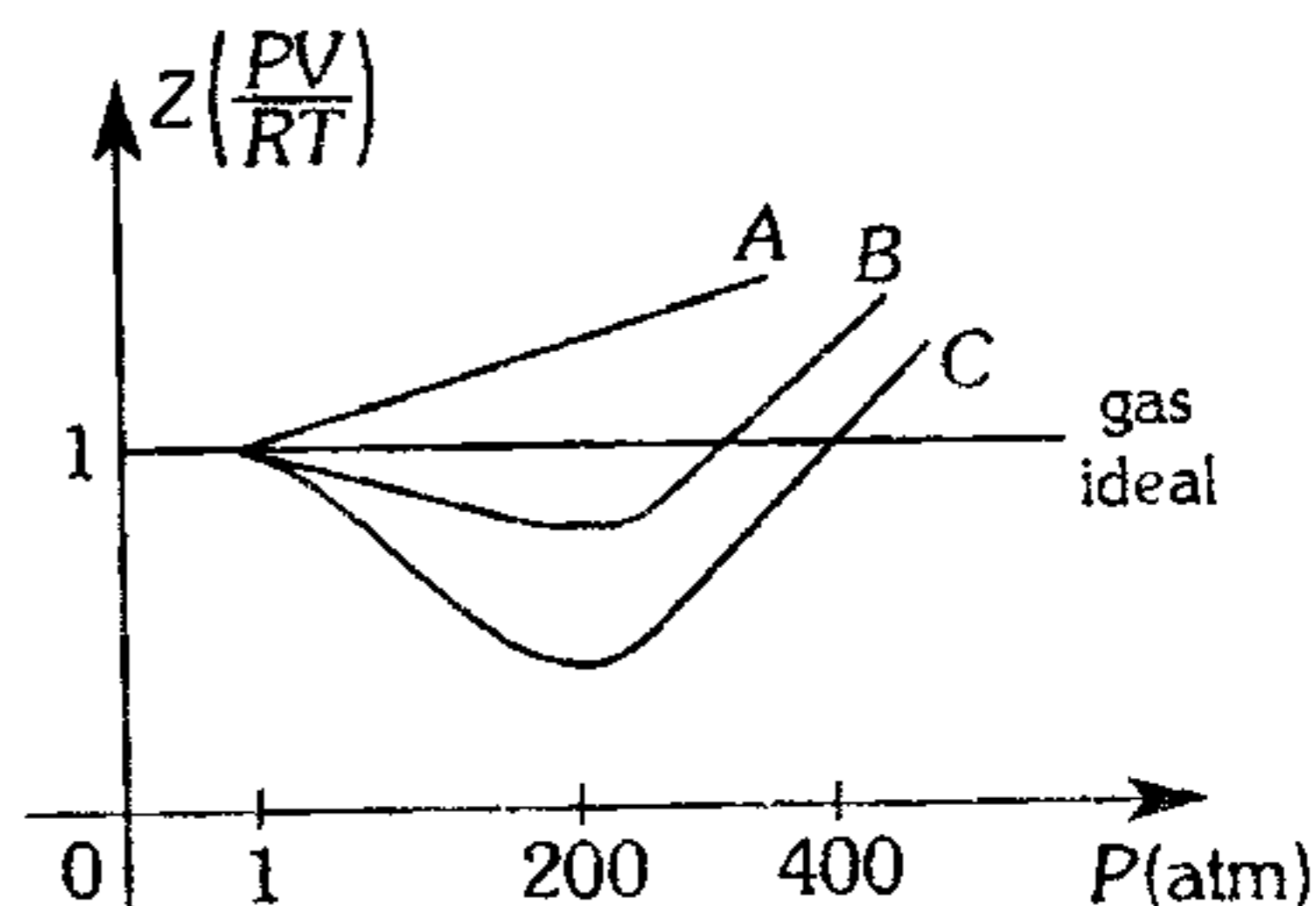
- I. La teoría cinética molecular describe el comportamiento de un gas real a bajas presiones y altas temperaturas.
- II. A presión constante el volumen de un gas es inversamente proporcional a la temperatura.
- III. A volumen constante, la presión y la densidad de un gas se relacionan en forma directa.

- A) todas      B) I y II      C) I y III  
D) II y III      E) solo I

262. Respecto a los gases reales es incorrecto.

- A) A presiones relativamente altas  $V_{real} < V_{ideal}$
- B) Se pueden licuar a altas presiones y bajas temperaturas.
- C) La ecuación de Van der Waals toma en cuenta los términos  $a$  y  $b$  que resaltan las fuerzas atractivas entre las moléculas y el volumen respectivamente.
- D) El volumen que disponen las moléculas para desplazarse es menor que un gas ideal.
- E) El factor de covolumen  $b$  es mayor, a menor peso molecular del gas.

263. Para los gases reales A, B, C ( $Z$ =factor de compresibilidad)



Es incorrecto afirmar que

- A) a menos de 1 atm, son gases ideales A, B, C.
- B) a 200 atm los volúmenes son  $C < B < A$ .
- C) para gas ideal  $Z=1$ .
- D) en interacción molecular  $A > B > C$ .
- E) en volumen molecular  $C > B > A$ .

264. Calcule la presión a la cual 10 moles de metano ocupan un volumen de 1 756 mL a 0°C. Dé

como respuesta el porcentaje de error con respecto a la ecuación universal de los gases ideales y la ecuación de Van Der Waals, si el valor experimental de la presión es 100 atmósfera, además según tablas:

$$a = 2,25 \text{ atm.l}^2 \text{ mol}^{-2}$$

$$b = 0,0428 \text{ l mol}^{-1}$$

- A) 27,5% y 4,4%      B) 27,5% y 10,3%  
C) 10,3% y 36,4%  
D) 12,3% y 9,3%      E) 2,4% y 7,2%

265. ¿Qué temperatura tendrá que alcanzar una muestra de dióxido de azufre para que sus moléculas alcancen una velocidad media igual a las moléculas de  $O_{2(g)}$  a 27°C?

- A) 300 K      B) 400 K      C) 500 K  
D) 600 K      E) 700 K

- 266.** En un matraz de 1 litro se dispone de  $2 \times 10^{20}$  moléculas de  $H_2$ . Si la presión ejercida por estas moléculas es de 6.24 mmHg, ¿cuál es la velocidad cuadrática media y la temperatura del gas?
- A)  $25 \times 10^6$  m/s ; 625°C  
 B)  $8.46 \times 10^6$  m/s ; 208 K  
 C)  $6 \times 10^4$  m/s ; 300°C  
 D)  $19,34 \times 10^{-4}$  cm/s ; 300 K  
 E)  $2 \times 10^8$  cm/s ; 127°C
- 267.** ¿A qué temperatura las moléculas de  $UF_6$  tendrán la misma energía cinética media que las moléculas de  $F_2$  a 0°C?  
 Dato: P.A.(uma):  $U=298$ ,  $F=20$
- A) 0°F      B) 273 K      C) 27°C  
 D) 3,2°F      E) 0 K
- 268.** En un frasco están contenidos 80 g de helio a 2 atm y 37°C, se escapa cierta cantidad de gas hasta que la presión baja a 1,8 atm a temperatura constante. ¿Qué masa de  $O_2$  se tendrá que agregar para retomar las condiciones iniciales? Dato: P.A.(He)=4 uma
- A) 16 g      B) 32 g      C) 64 g  
 D) 3 g      E) 8 g
- 269.** ¿Cuál es la masa inicial del metano  $CH_{4(g)}$  que se encuentra en un matraz a 700 mmHg, de presión y 27°C, si al calentarse hasta 127°C y adicionar 200 g más del gas, la presión alcanzó el valor de 1 400 mmHg?
- A) 50 g      B) 100 g      C) 150 g  
 D) 200 g      E) 400 g
- 270.** En un recipiente de 10 litros se tiene  $CO_2$  a 167°C y una presión de 5 atm. ¿En qué tiempo la presión disminuye hasta 2 atm si el gas empieza a escapar a razón de 5,6 moles/min?
- A) 5,5 s      B) 3,5 min      C) 2,3 s  
 D) 9 s      E) 1,8 s
- 271.** Calcule el peso de gas que se deberá extraer a los 20 g iniciales presentes, que se encuentra en un recipiente rígido, si durante el proceso de extracción la presión disminuye a la mitad y la temperatura absoluta aumenta al 100%.
- A) 5 g      B) 10 g      C) 15 g  
 D) 8 g      E) 18 g
- 272.** Un gas ideal encerrado en un sistema móvil con un émbolo ejerce una determinada presión, el volumen de la muestra gaseosa más el émbolo es de 200 mL, si se reduce la presión en un 25% el volumen total aumenta en 400 mL, determine el volumen del émbolo.
- A) 40 mL      B) 80 mL      C) 160 mL  
 D) 320 mL      E) 20 mL
- 273.** Se introduce cierto gas en un recipiente que contiene nitrógeno a 624 mmHg y 127°C, cuando se termina de introducir el gas se observa que la presión se ha triplicado manteniéndose el volumen y temperatura constante siendo el peso total de la mezcla 100 g, si el volumen del recipiente es de 40 L. Halle la masa molar relativa del gas.
- A) 28      B) 32      C) 36  
 D) 40      E) 44
- 274.** ¿Cuántas proposiciones son verdaderas?
- I. A igual  $P$  y  $T$  30 L de  $SO_2$  contienen igual número de moléculas que 30 L de  $He$ .  
 II. El volumen molar a 3 atm y 27°C, es 8,2 L.  
 III. En un proceso general si el número de moles es constante las densidades se relacionan  $\frac{D_1}{D_2} = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1}$   
 IV. 12,8 L de  $CO_2$  a C.N. pesa 0,57 g
- A) 1      B) 2      C) 3  
 D) 4      E) ninguna

275. Se tiene 3,5 g de nitrógeno a  $0^{\circ}\text{C}$  y 760 torr de presión. ¿Qué masa de propano gaseoso ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) en condiciones de Avogadro, se requiere para que ocupe el mismo volumen?  
P.A.(uma):  $\text{N}=14$ ;  $\text{C}=12$

- A) 1,1 g      B) 2,2 g      C) 3,3 g  
D) 4,4 g      E) 5,5 g

276. Si la densidad del aire es 1,295 g/L a C.N., determine el peso molecular aproximado de este gas.

- A) 22,4      B) 32      C) 29  
D) 18      E) 16

277. La densidad de un gas en condiciones normales es 1,5 g/L. ¿Cuál será su valor a  $273^{\circ}\text{C}$  y una presión manométrica de 1,24 atm?

- A) 16,8 g/L      B) 0,168 g/L  
C) 1,6 g/L  
D) 1,68 g/L      E) 3,26 g/L

278. La densidad relativa de un gas  $x$  es 2. A las mismas condiciones de presión y temperatura ¿cuántos  $\text{m}^3$  de este gas se necesita para tener 500 g de gas?

- A) 0,2      B) 0,25      C) 0,4  
D) 0,1      E) 0,5

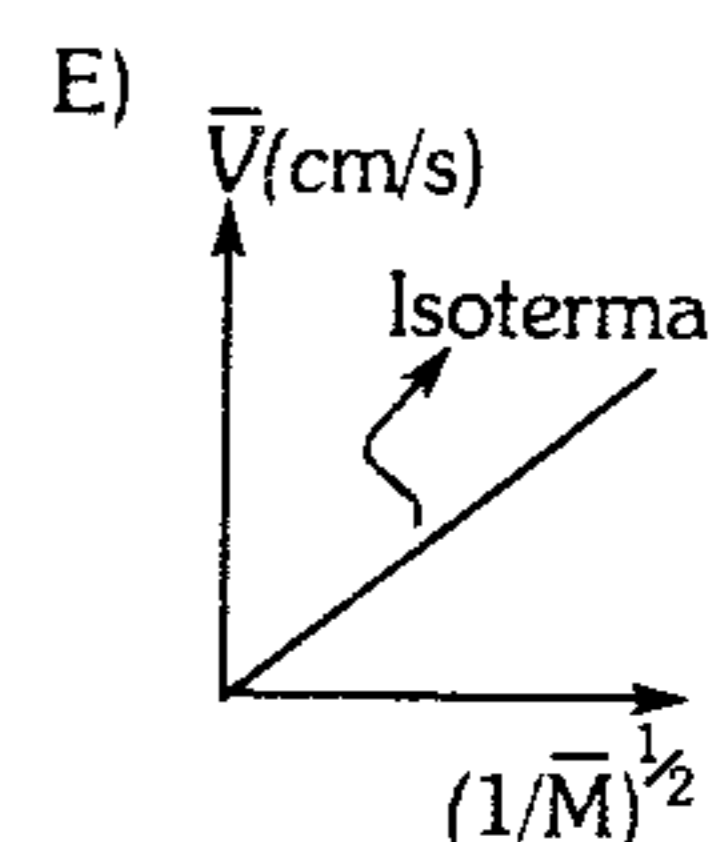
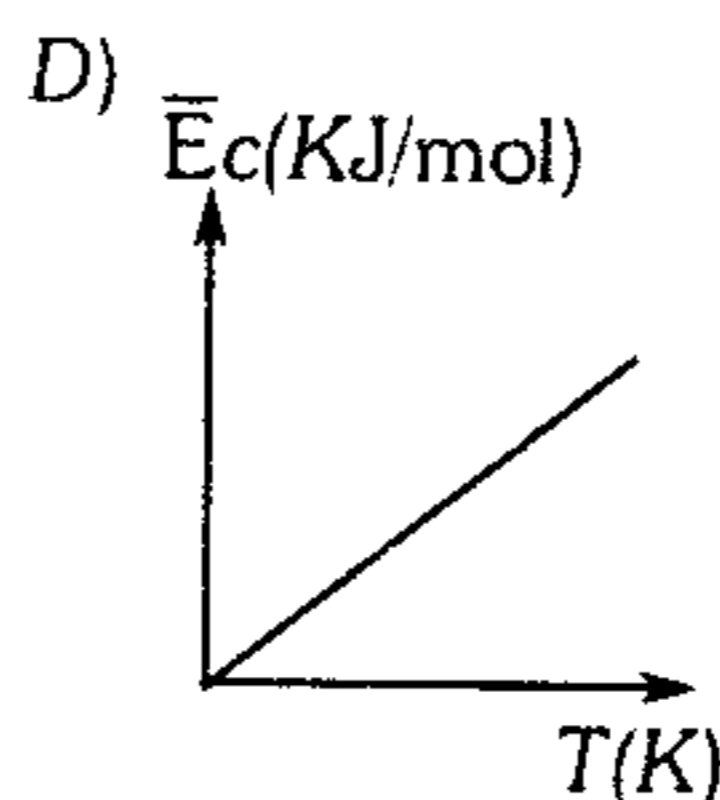
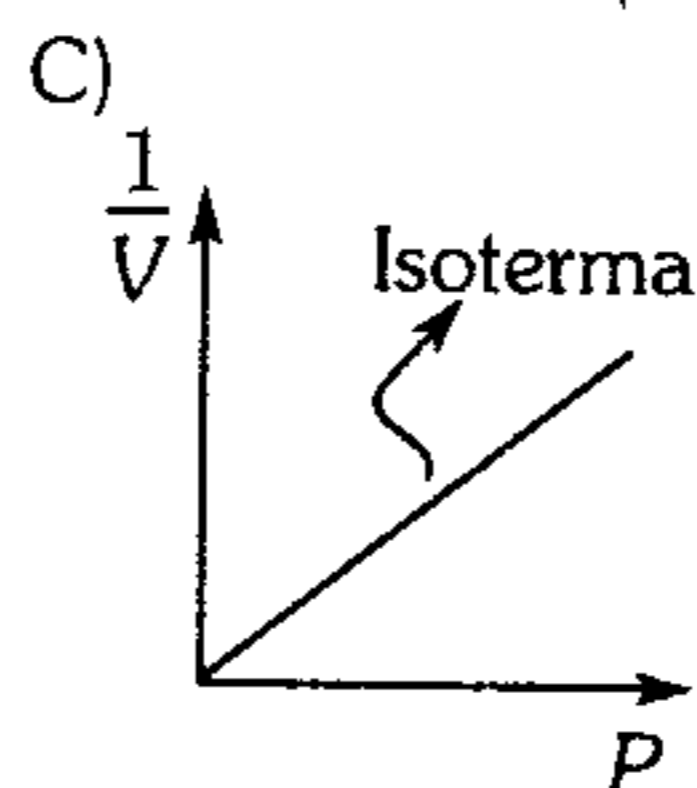
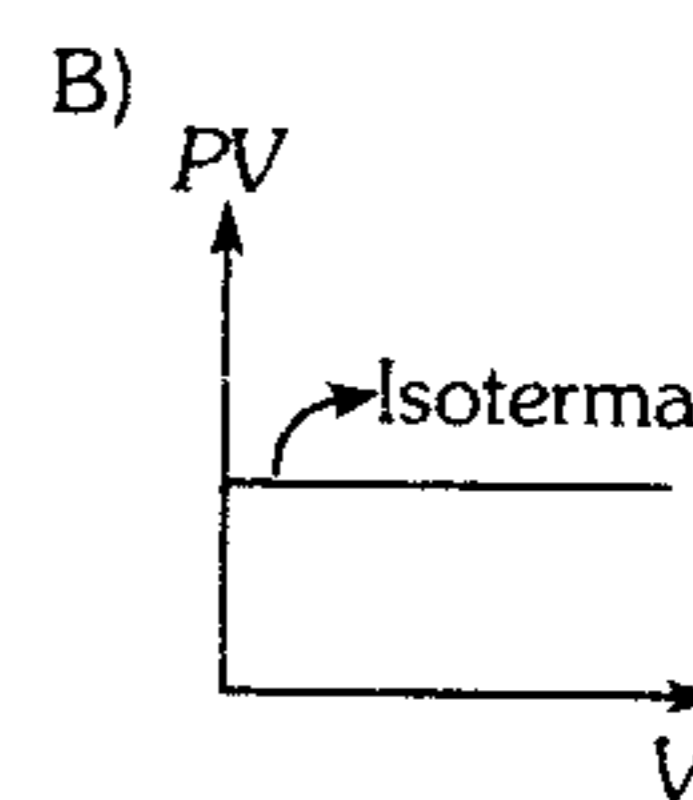
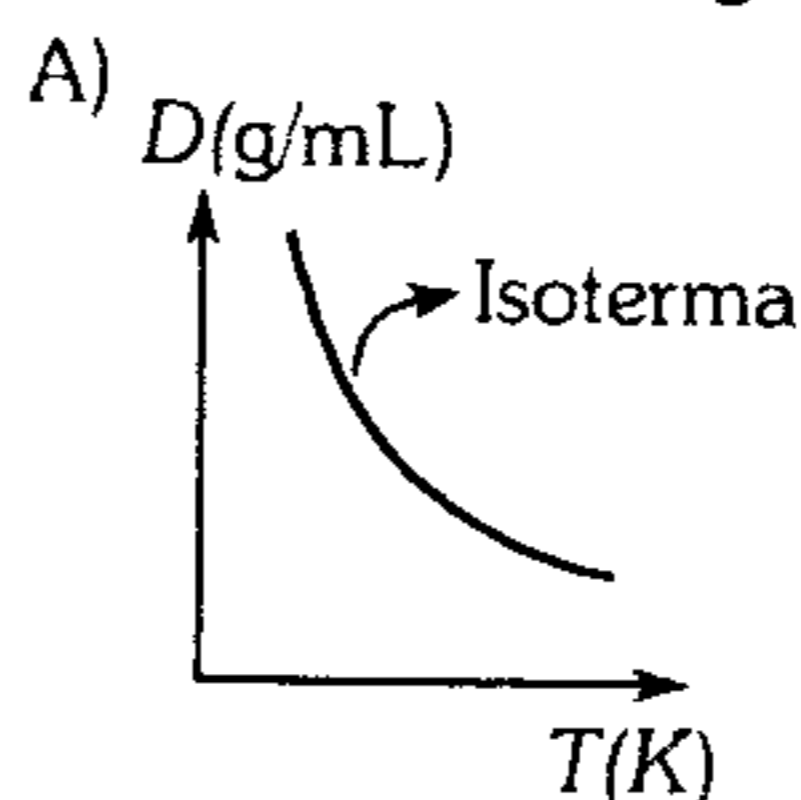
279. Si tenemos un cilindro con un pistón movable sin rozamiento a  $37^{\circ}\text{C}$  conteniendo aire y presión manométrica igual a 2 atm se calienta hasta que su volumen se incrementa con un 60%. ¿Cuál es la presión nueva si la temperatura final es  $47^{\circ}\text{C}$ ?

- A) 1,94 atm      B) 6 atm  
C) 8 atm  
D) 9 atm      E) 3,86 atm

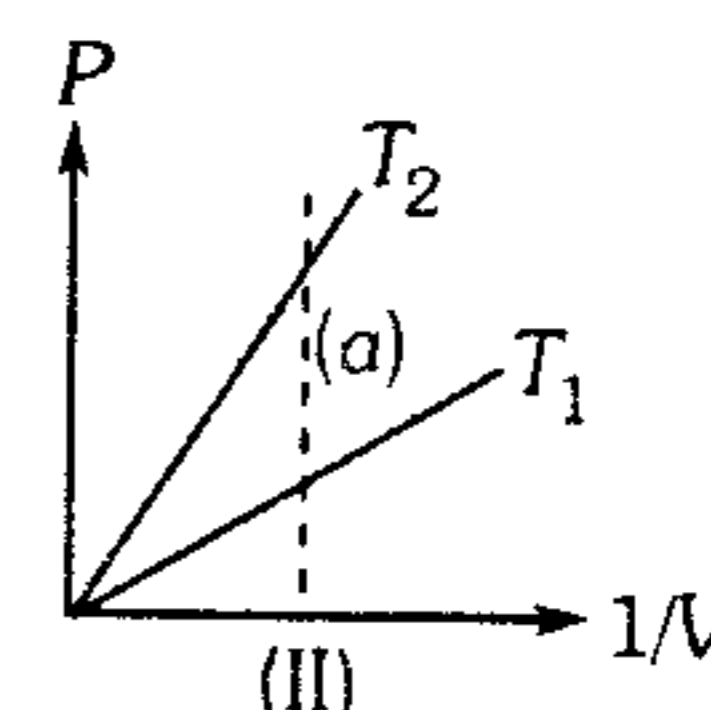
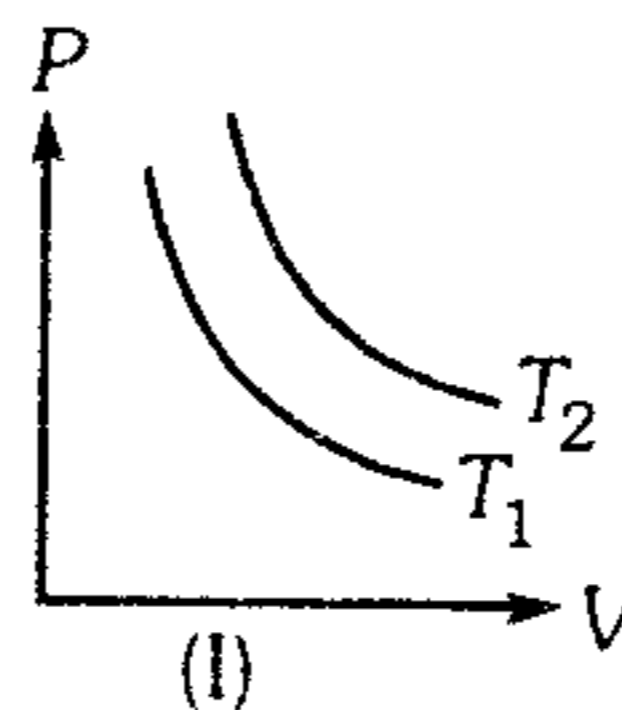
280. La aguja de un medidor de presión indica 200 KPa para un recipiente que contiene un gas a  $27^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánto marcará si se calienta en  $540^{\circ}\text{F}$ ? Considere la presión atmosférica normal igual a 101,3 KPa.

- A) 400 KPa      B) 602,6 KPa  
C) 501,3 KPa  
D) 408,2 KPa      E) 301,3 KPa

281. ¿Cuál de las siguientes gráficas no corresponde a un gas ideal?

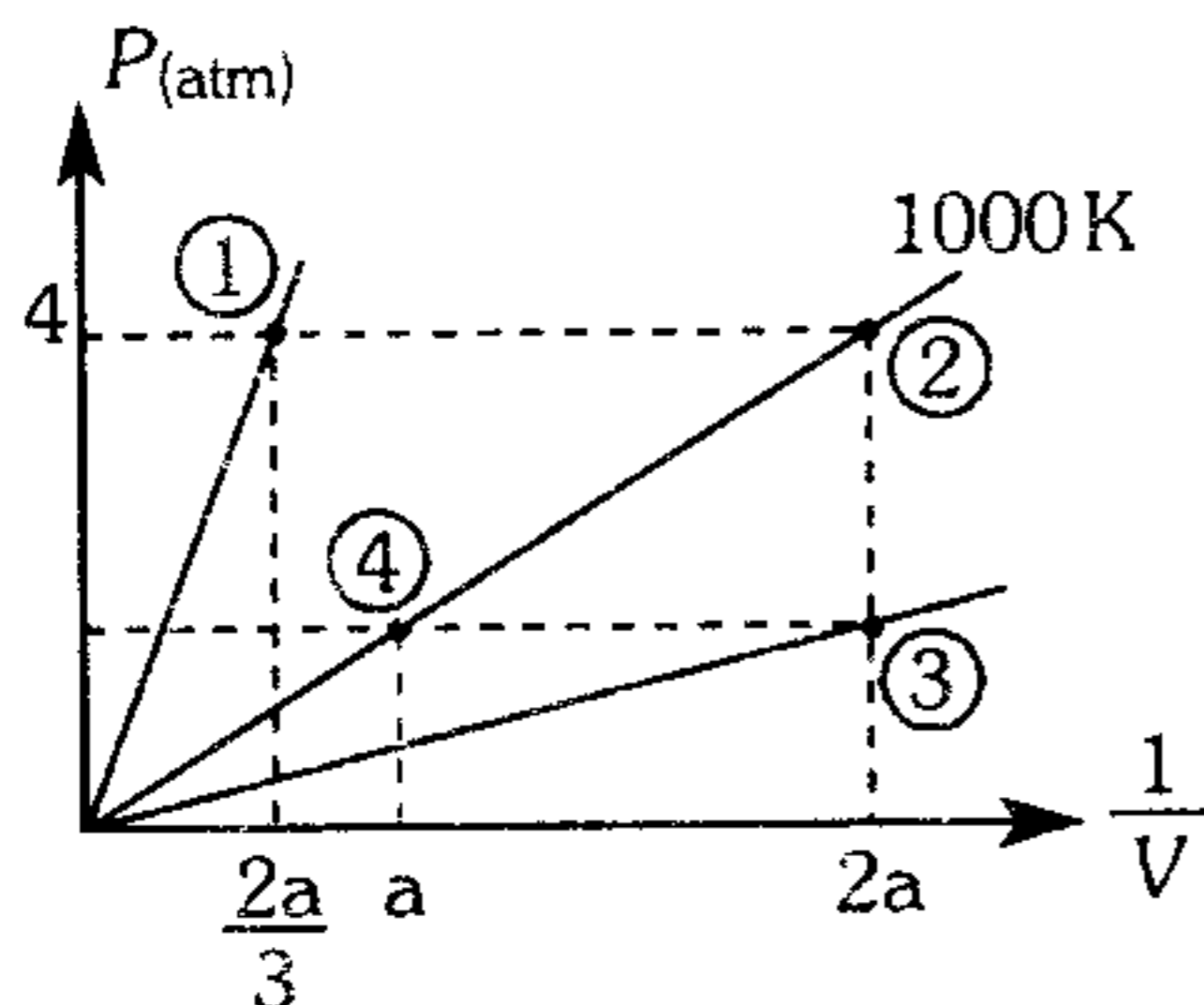


282. De las gráficas no se puede afirmar:



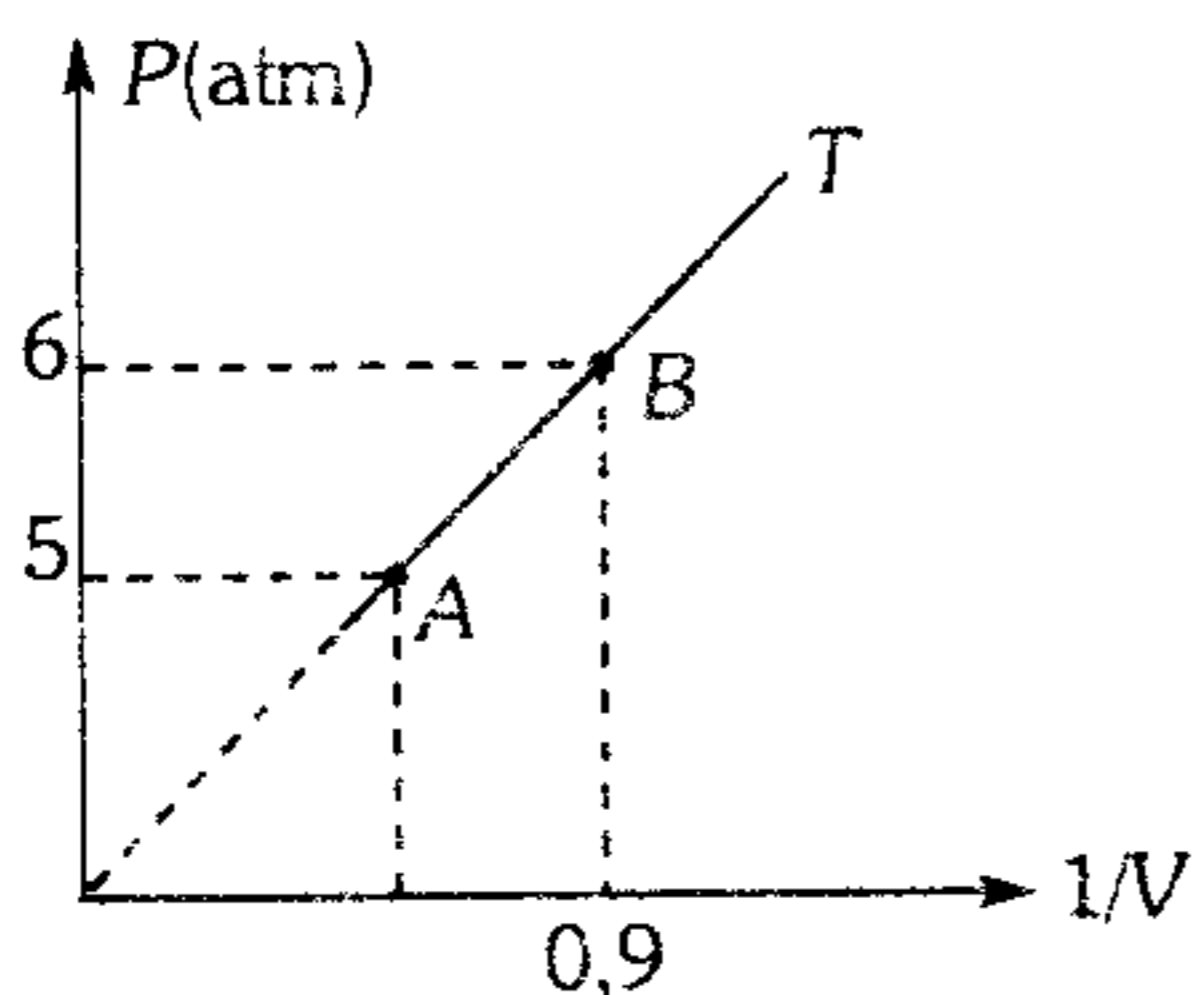
- A) En (I):  $T_2 > T_1$   
B) En (II):  $T_2 > T_1$   
C) En (I): isotermas  
D) En (II):  $T_1 > T_2$   
E) En (II)(a): proceso isócoro

283. En el gráfico determine la presión en ③ y la temperatura en ①.



- A) 2 atm ; 1 800 K  
 B) 2 atm ; 3 000 K  
 C) 4 atm ; 600 K  
 D) 2 atm ; 600 K  
 E) 4 atm ; 1 800 K

284. De la gráfica para una muestra de 1 gramo de cierto gas, determine la densidad del gas en (A).



- A) 2,00      B) 0,75      C) 1,5  
 D) 3,5      E) 0,09

**Mezcla Gaseosa**

285. Se tiene 6 L de un gas a la presión de 5 atm y 10 L de otro gas a 6 atm, ambos son llevados a un recipiente en donde la presión es 3 atm. Calcule el volumen del recipiente a temperatura constante.

- A) 16 L      B) 4 L      C) 30 L  
 D) 60 L      E) 45 L

286. En un recipiente de 11 L se colocan masas iguales de nitrógeno y metano. Calcule el peso total de los gases, si a  $27^\circ\text{C}$  la presión total es 6 atm.

- A) 11,22 g    B) 77,82 g    C) 54,57 g  
 D) 33,22 g    E) 25,22 g

287. Un recipiente de acero de 8,2 litros contiene 27 g de un gas, se añade 7 g de nitrógeno obteniéndose una presión final de 4 atm la cual es un tercio mayor que la inicial. Si en todo el proceso la temperatura se mantuvo constante, ¿cuál es el peso molecular de dicho gas?

- A) 61      B) 36      C) 20  
 D) 74      E) 16

288. La fracción molar de  $H_{2(g)}$  en una mezcla con  $N_{2(g)}$  y  $O_{2(g)}$  es de 0,4. Al extraer todo el  $H_{2(g)}$  la fracción molar de  $N_{2(g)}$  en la mezcla final es de 0,6. Halle el volumen parcial de  $H_{2(g)}$  en la mezcla inicial sabiendo que el volumen parcial de  $N_{2(g)}$  en la mezcla final es 20 litros.

- A) 13,3 L    B) 5,5 L      C) 33,3 L  
 D) 44,4 L    E) 22,2 L

289. Se forma una mezcla gaseosa de  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $CO_2$  y  $CH_4$  donde las presiones parciales son iguales. Calcule la masa de la mezcla sabiendo que se introdujo 40 g de  $O_2$  más que de  $N_2$ .

- A) 1 200 g    B) 1 300 g    C) 310 g  
 D) 1 394 g    E) 1 490 g

290. A  $0^\circ\text{C}$  y en un recipiente de 2,73 litros se hace ingresar 0,05 mol-g de nitrógeno; 1,28 gramos de oxígeno y monóxido de nitrógeno cuya concentración es  $6 \times 10^{18}$  moléculas/mL. ¿Cuál es el volumen parcial de NO?

- A) 0,64 L    B) 0,32 L    C) 3,20 L  
 D) 6,40 L    E) 1,28 L

291. En una mezcla de varios gases, extraemos uno de ellos, la presión total disminuye en 405,3 KPa y la fracción molar de otro componente varía de 0,4 a 0.6. Halle la presión final de la mezcla gaseosa.
- A) 918,3 KPa                      B) 816,5 KPa  
C) 480,5 KPa  
D) 230,9 KPa                      E) 810,6 KPa
292. Determine la densidad de la mezcla formada por los gases cuya composición volumétrica es 20% de  $\text{CO}_2$ , 50% de  $\text{CO}$  y 30% de  $\text{N}_2$ , sabiendo que a las mismas condiciones de presión y temperatura, la densidad de cada uno en g/L es 1,5; 2,0 y 1,0 respectivamente.
- A) 1,41 g/L    B) 1,52 g/L    C) 1,48 g/L  
D) 1,46 g/L                      E) 1,60 g/L
293. Si en balón de acero a cierta temperatura se tiene cloruro de hidrógeno, al triplicar la temperatura dicho gas se disocia totalmente en  $\text{H}_{2(g)}$  y  $\text{Cl}_{2(g)}$ , marque lo verdadero.
- A) La densidad se reduce a un tercio.  
B) La masa del sistema gaseoso disminuye a un tercio.  
C) La presión se triplica.  
D) El peso molecular del sistema aumenta 3 veces.  
E) La presión disminuye a un tercio.
294. El oxígeno puro se obtiene a gran escala por destilación del aire a bajas temperaturas ( $-190^\circ\text{C}$ ). Pero en la separación por destilación el  $\text{O}_2$  arrastra Helio ( $\text{He}$ ) por tener éste menor peso molecular. Si una muestra de la mezcla  $\text{He}$  y  $\text{O}_2$  tiene una densidad de 1 g/L a  $-23^\circ\text{C}$  y 62,4 cmHg. ¿cuál es el tanto por ciento en masa de  $\text{He}$  en la mezcla? P.A.  $\text{He}=4$  uma ;  $\text{O}=16$  uma
- A) 4%                      B) 6%                      C) 8%  
D) 11%                      E) 15%
295. Una mezcla gaseosa contiene  $\text{CO}_2$  siendo la presión total 1 atm. Se sometió a la acción del  $\text{KOH}$  para eliminar el  $\text{CO}_2$  y se demostró que la mezcla contenía 27% de  $\text{CO}_2$  en volumen. ¿Cuál es la presión parcial del  $\text{CO}_2$ ?
- A) 0,21 atm    B) 0,27 atm    C) 0,29 atm  
D) 1,20 atm                      E) 0,35 atm
296. En un recipiente de acero se disponen de 0,4 mol de  $\text{He}$  y 0,6 mol de  $\text{O}_2$  una porción de carbón puro todo a 2 atm. Se calienta de  $27^\circ\text{C}$  hasta 450 K y todo el carbón se quema formándose  $\text{CO}_2$ . Halle la presión total final y la masa del carbono si la presión parcial del oxígeno al final es de 0,9 atm.
- A) 3 atm ; 3,6 g                      B) 4 atm ; 8 g  
C) 5 atm ; 12 g  
D) 6 atm ; 6 g                      E) 2,5 atm ; 3,6 g
297. En una cámara de combustión ingresa una mezcla de  $\text{CH}_{4(g)}$  y  $\text{O}_{2(g)}$  a razón de 1 000 L por minuto con una presión total de 760 torr y a  $27^\circ\text{C}$ , la presión parcial de  $\text{CH}_{4(g)}$  es 60 torr. ¿Cuántos gramos de  $\text{CH}_{4(g)}$  se debe inyectar a presión para que en los gases de salida la fracción molar de  $\text{O}_{2(g)}$  sea 0,2?
- A) 10,2 g                      B) 16,3 g                      C) 25,2 g  
D) 19,6 g                      E) 34,2 g
298. Se tiene una mezcla gaseosa de butano ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) y neón, de composición molar 10% y 90% respectivamente, para ello se usa un cilindro vacío de 20 L donde se introduce gas butano hasta llenarlo a la presión de 1 atm, luego se introduce neón a presión hasta conseguir la composición requerida; si la temperatura permaneció en  $25^\circ\text{C}$ , determine la masa de butano necesaria y el número de moles de neón.
- A) 47,56 g ; 25 mol  
B) 7,38 g ; 47,56 mol  
C) 47,56 g ; 7,38 mol  
D) 23,78 g ; 3,69 mol  
E) 3,69 g ; 23,78 mol

## Gases Húmedos

299. Respecto a los gases húmedos, indique lo correcto.

- A) Si la H.R. = 100%, entonces se da la manifestación del rocío.
- B) La ley de Dalton sólo se cumple en mezclas gaseosas, con ausencia de vapor de  $H_2O$ .
- C) A  $4^\circ C$ , la presión de vapor del  $H_2O$  es máxima.
- D) Si la temperatura aumenta en una mezcla de gas húmedo, entonces disminuye la presión de vapor del agua.
- E) Si la presión parcial del vapor del agua es igual a la presión del vapor saturado, entonces la H.R. = 0%

300. Al recoger 800 mL de  $CO_2$  sobre agua, la presión total es 800 torr y  $27^\circ C$ . Siendo la humedad 80%, además el 10% de  $CO_2$  es absorbido por el agua, halle la masa total de  $CO_2$  que se burbujeó sobre  $H_2O$ .

$$P_{V_{H_2O}}^{27^\circ C} = 27 \text{ torr}$$

- A) 0,32 g      B) 0,57 g      C) 0,21 g
- D) 1,61 g      E) 2,72 g

301. ¿Cuál es la masa de los vapores de agua en una habitación de  $6 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 3,5 \text{ m}$  si a una temperatura de  $15^\circ C$  la humedad relativa es 55%? ¿Caería rocío, si la temperatura del aire baja hasta  $10^\circ C$ ?

$$P_{V_{H_2O}}^{15^\circ C} = 12,7 \text{ torr} ; P_{V_{H_2O}}^{10^\circ C} = 7,2 \text{ torr}$$

- A) 735 g ; sí                      B) 940 g ; sí
- C) 735 g ; no
- D) 940 g ; no                      E) 635 g ; no

302. Se hizo un ensayo de pureza de una muestra de  $NaNO_2$  calentándola con un exceso de  $NH_4Cl$  y recogiendo sobre agua el  $N_2$  desprendido. El volumen de gas recogido fue de 567,3 mL, indicando el barómetro 74,1 cmHg y la temperatura  $22^\circ C$ .

¿Qué volumen ocupará el  $N_2$  seco en condiciones normales?

$$P_{V_{H_2O}}^{23^\circ C} = 19,83 \text{ mmHg}$$

- A) 46,1 mL                      B) 524,6 mL
- C) 309,2 mL
- D) 498,2 mL                      E) 294,8 mL

303. SENAMHI predijo para cierto día una humedad relativa de 20% y temperatura igual a  $22^\circ C$ , pero la temperatura desciende a  $17^\circ C$  con una humedad relativa del 80% a estas condiciones. Determine el porcentaje molar del vapor de agua que ha aumentado.

$$P_{V_{H_2O}}^{23^\circ C} = 19,83 \text{ mmHg} ; P_{V_{H_2O}}^{22^\circ C} = 20 \text{ mmHg}$$

- A) 100%      B) 200%      C) 150%
- D) 90%      E) 30%

304. Se tiene en un recipiente una masa de oxígeno con vapor de agua, al reducir el volumen del gas, conservando la temperatura se condensan 4 g de agua; determine cuántos gramos de vapor existían inicialmente si la presión del oxígeno en el recipiente varía de 6 a 8 atm.

- A) 8 g              B) 10 g              C) 12 g
- D) 14 g              E) 16 g

305. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El  $SO_2$  se difunde más rápido que el  $SO_3$  a condiciones del Avogadro.
- II. Si el porcentaje molar de un componente gaseoso es 30%, entonces su presión parcial es 1,2 atm si la presión total de la mezcla es de 4 atm.
- III. La fracción molar del vapor de agua es 0,2; entonces la H.R. = 20%
- IV. Si la presión de vapor de un líquido es igual a la presión externa, entonces el líquido hierve.
- V. Si la presión de vapor de A es mayor que la presión de vapor de B, entonces el líquido A tiene mayor temperatura de ebullición que B.

- A) VFVVF      B) VVFFF      C) VVFFF
- D) VVVFV      E) FVVVV

306. Se difunden 2 gases A y B en un efusiómetro que recorren 12 cm y 18 cm, respectivamente a presión y temperatura constante. Si se ha utilizado 30 g de A, ¿qué masa del gas B se difundió?

- A) 5            B) 15            C) 20  
D) 25            E) 40

307. Si 28 mL de oxígeno húmedo se difunden al mismo tiempo que 16 mL de una mezcla de masas iguales de  $\text{SO}_{3(g)}$  y  $\text{SO}_{2(g)}$  en condiciones de Avogadro, halle la composición en peso del vapor en el oxígeno húmedo.

- A) 14,15%    B) 28,3%    C) 24,15%  
D) 62,57%    E) 57,22%

308. En la difusión de dos gases A y B se analizó que en la mezcla obtenida la fracción molar del primero excede en 0,25 a la fracción molar del segundo. además la masa molar relativa del segundo excede en 40 a la masa molar relativa del primero. Si al difundirse a condiciones normales, lo hicieron en tiempos iguales, determine la masa del gas A difundido si su volumen es 11,2 L.

- A) 71 g            B) 35,5 g            C) 148 g  
D) 51 g            E) 11,25 g

309. En un recipiente que contiene gas metano la presión disminuye del 1 120 a 980 torr en 37 min cuando el gas escapa por un orificio. Si en el mismo recipiente hubiera otro gas, la presión caerá de 600 a 440 torr en 74 min. Halle el peso molecular de este gas, considerando que la temperatura en ambas circunstancias es la misma.

- A) 49            B) 64            C) 34  
D) 44            E) 80

## Reacciones Químicas

310. Marque la alternativa que indica adecuadamente el concepto de reacción química.

- A) Es la unión de varias sustancias químicas simples o compuestas formándose uno o más compuestos de propiedades diferentes.  
B) Es el proceso en donde dos o más sustancias simples se unen en proporción definida para formar una sustancia simple diferente.  
C) Es la fisión de sustancias complejas para dar sustancias más sencillas o simples.  
D) Es el proceso de transformación de una o más sustancias simples o compuestas para formar una o más sustancias de propiedades diferentes.  
E) Es la unión química de varios elementos en donde solo se cumple la ley de la conservación de la masa.

311. ¿Cuál(es) de las siguientes alternativas muestran los indicios de que ocurrió un fenómeno químico?

- I. Enfriamiento del recipiente (reactor) en donde se lleva a cabo la reacción química.  
II. Formación de un sólido insoluble en el solvente que sirve de medio para el desarrollo de la reacción química.  
III. Desprendimiento de una o más sustancias gaseosas.  
IV. Cambio de color y sabor de las sustancias iniciales.

- A) Todas            B) II y III            C) I, II y III  
D) II III y IV            E) III y IV

**312.** Indique el(los) proceso(s) en donde exista transformación en la estructura interna de las sustancias.

- I. Obtención de oxígeno líquido a partir de la licuación del aire.
- II. Transformación del grafito en fullerenos.
- III. Obtención de  $CO_2$  gaseoso a partir de hielo seco.
- IV. Producción de  $CO_2$  por calcinamiento de piedra caliza,  $CaCO_3$ .

- A) Todos      B) I, IV      C) II, IV  
D) I, III      E) I, II, IV

**313.** Si en solución acuosa reacciona el cromato de potasio y el nitrato de plata, ¿cuáles son las fórmulas de las nuevas sustancias que se pueden obtener?

- A)  $Ag_2Cr_2O_7 + KNO_3$
- B)  $Ag_2Cr_2O_7 + AgNO_3$
- C)  $AgCrO_4 + KNO_2$
- D)  $Ag_2CrO_4 + KNO_3$
- E)  $K_2CrO_4 + AgNO_3$

**314.** ¿Cuál de las siguientes combinaciones químicas a temperatura ambiental permite obtener  $H_2$  gaseoso en forma apreciable?

- A)  $Cu + HNO_3 \rightarrow$
- B)  $HCl + Au \rightarrow$
- C)  $H_2SO_4 + Mg \rightarrow$
- D)  $Pb(NO_3)_2 + KI \rightarrow$
- E)  $K_2O + H_2O \rightarrow$

**315.** Indique la reacción química en donde se produce hidrogenación catalítica.

- A)  $2H_2O_2 + luz \rightarrow 2H_2O + O_2$
- B)  $2KClO_3 + calor \rightarrow 2KCl + 3O_2$
- C)  $C_6H_{12}O_6 + enzimas \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$
- D)  $CH_2 = CH_2 + H_2 \xrightarrow{Ni} CH_3 - CH_3$
- E)  $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$

**316.** La termoquímica es una parte de la Química que estudia los cambios de energía que acompañan a las reacciones químicas.

Respecto a ello indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. La capacidad calorífica, es la cantidad de calor requerido para elevar la temperatura de un cuerpo en  $10^\circ C$ .
- II. La entalpía de las sustancias simples gaseosas a  $25^\circ C$  y 1 atm es cero.
- III. El calor específico es el calor requerido para elevar la temperatura de un gramo de sustancia en  $1^\circ C$ .
- IV. Si los coeficientes de las sustancias se multiplican por un factor, el valor de  $\Delta H$  debe multiplicarse por el mismo factor.

- A) FVVV      B) VVVV      C) VFVF  
D) FFVV      E) FVFV

**317.** La combustión de 1 g de alcohol etílico  $C_2H_5OH_{(l)}$  libera 29,69 kJ de calor y produce  $CO_{2(g)}$  y  $H_2O_{(l)}$ . Escriba la ecuación termoquímica para la combustión de 1 mol de alcohol etílico.

- A)  $C_2H_5OH_{(l)} + 3O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$   
 $\Delta H = -1365,74 \text{ kJ}$
- B)  $C_2H_5OH_{(l)} + 3O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$   
 $\Delta H = -29,69 \text{ kJ}$
- C)  $C_2H_5OH_{(l)} + 3O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$   
 $\Delta H = +29,69 \text{ kJ}$
- D)  $C_2H_5OH_{(l)} + 3O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$   
 $\Delta H = +1365,74 \text{ kJ}$
- E)  $C_2H_5OH_{(l)} + 3O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$   
 $\Delta H = -2905,60 \text{ kJ}$



**318.** Calcule la entalpía estándar de formación (en kJ/mol) de la úrea líquida, sabiendo que  $\Delta H$  para su combustión es  $-632$  kJ, siendo los productos  $N_{2(g)}$ ,  $H_2O_{(l)}$  y  $CO_{2(g)}$ .

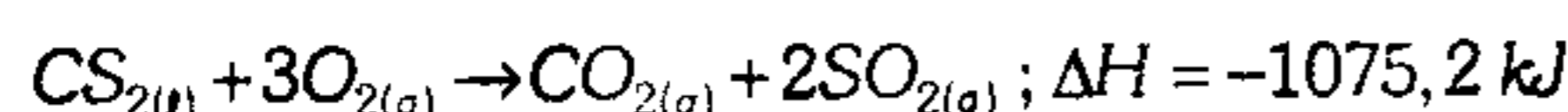
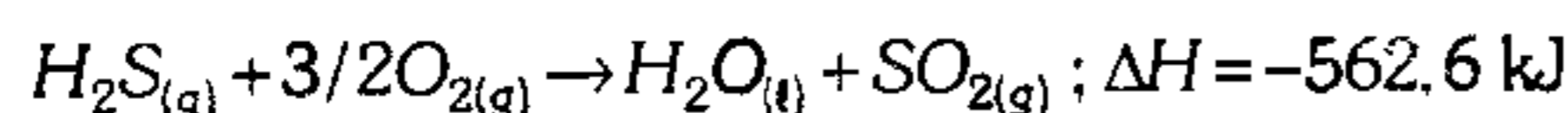
Dato: entalpía de formación.

$$H_2O_{(l)} = -393,5 \text{ kJ/mol}$$

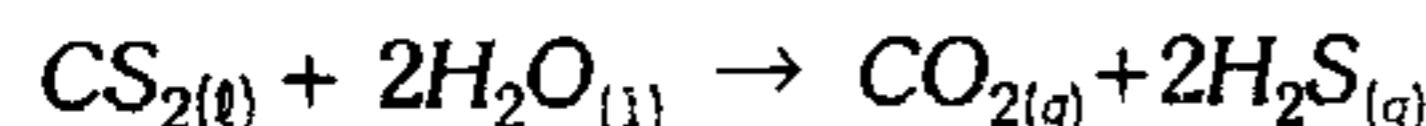
$$CO_{2(g)} = -285,9 \text{ kJ/mol}$$

- A)  $-649,3$     B)  $+649,3$     C)  $-327,8$   
D)  $+327,8$     E)  $-756,9$

**319.** Dadas las siguientes reacciones termoquímicas:



Calcule el valor de  $\Delta H$  (en kJ) para la reacción:



- A)  $+23,4$     B)  $-23,4$     C)  $+50$   
D)  $-50$     E)  $+98,6$

**320.** Sobre las transformaciones químicas indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones según corresponda.

- I. En una reacción exotérmica se libera energía calorífica en forma neta.
- II. Si la energía de activación de una reacción química es  $+15$  Kcal/mol, entonces la reacción es necesariamente endotérmica.
- III. Si el calor de reacción de una combinación química es  $-10$  Kcal/mol, entonces la reacción es necesariamente exotérmica.
- IV. En todas las reacciones químicas las sustancias reaccionantes deben absorber energía al principio de la misma.

- A) VVFF    B) FFVV    C) VFVV  
D) VFFF    E) VVVV

**321.** Las reacciones REDOX son aquellas en donde 2 o más elementos químicos cambian de número de oxidación. Indique la proposición incorrecta.

- A) El agente oxidante consume los electrones que pierde el agente reductor.
- B) La sustancia espectadora es aquel reactante cuyos átomos no cambian de estado oxidación.
- C) La forma reducida es aquel reactante que se oxida.
- D) Puede haber 1 o más oxidaciones, así como reducciones.
- E) Las reacciones redox espontáneas se verifican en las celdas galvánicas.

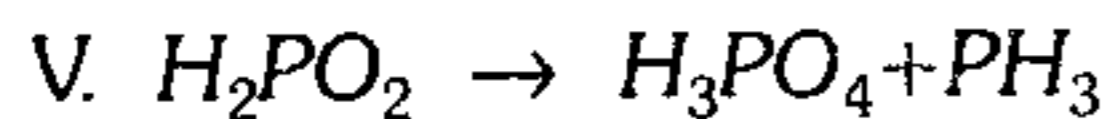
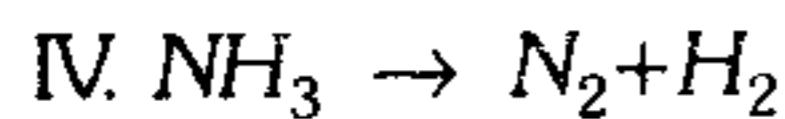
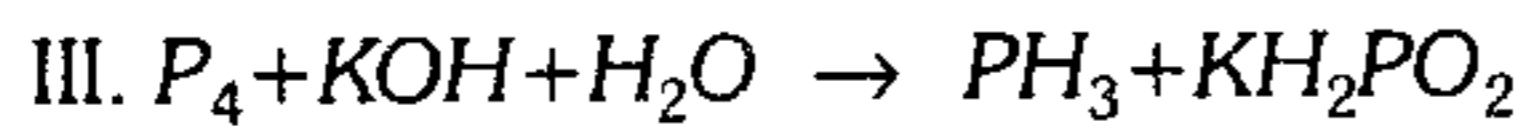
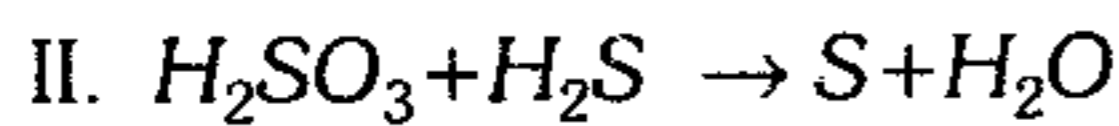
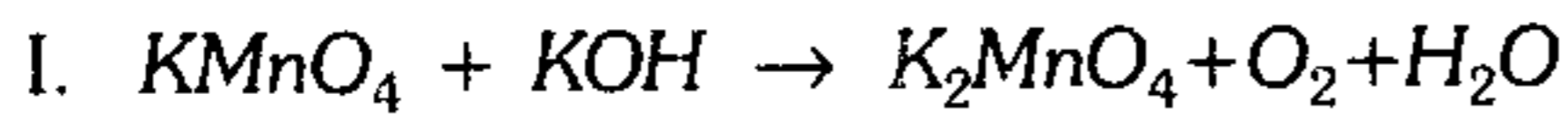
**322.** Señale la reacción química del tipo óxido reducción.

- A)  $RbOH + Cr_2(SO_4)_3 \rightarrow Cr(OH)_3 + Rb_2SO_4$
- B)  $NaOH + NH_4Cl \rightarrow NaCl + NH_3 + H_2O$
- C)  $C_2H_5OH + HCl \rightleftharpoons C_2H_5OH_2^+ + Cl^-$
- D)  $K_4[Fe(CN)_6] + Br_2 \rightarrow K_3[Fe(CN)_6] + KBr$
- E)  $NH_4Cl \rightarrow NH_3 + HCl$

**323.** De las siguientes combinaciones químicas, indique aquella que corresponde a una reacción de descomposición redox intramolecular.

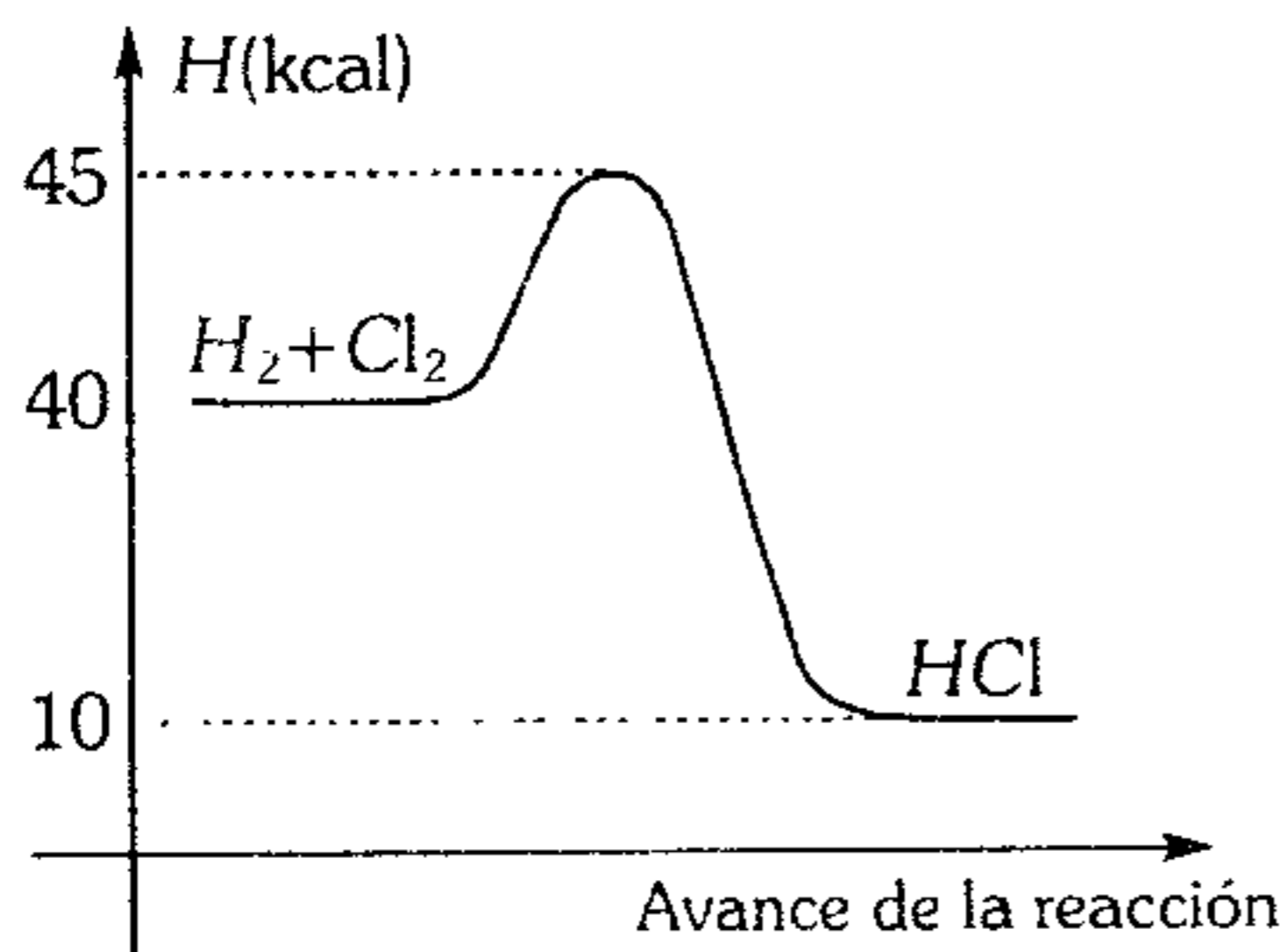
- A)  $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$
- B)  $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$
- C)  $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$
- D)  $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2$
- E)  $(NH_4)_2Cr_2O_7 \rightarrow N_2 + Cr_2O_3 + H_2O$

**324.** Dadas las siguientes reacciones químicas, indique en el orden dado si son reacciones redox intermolecular (IM), intramolecular (I) o dismutación (D).



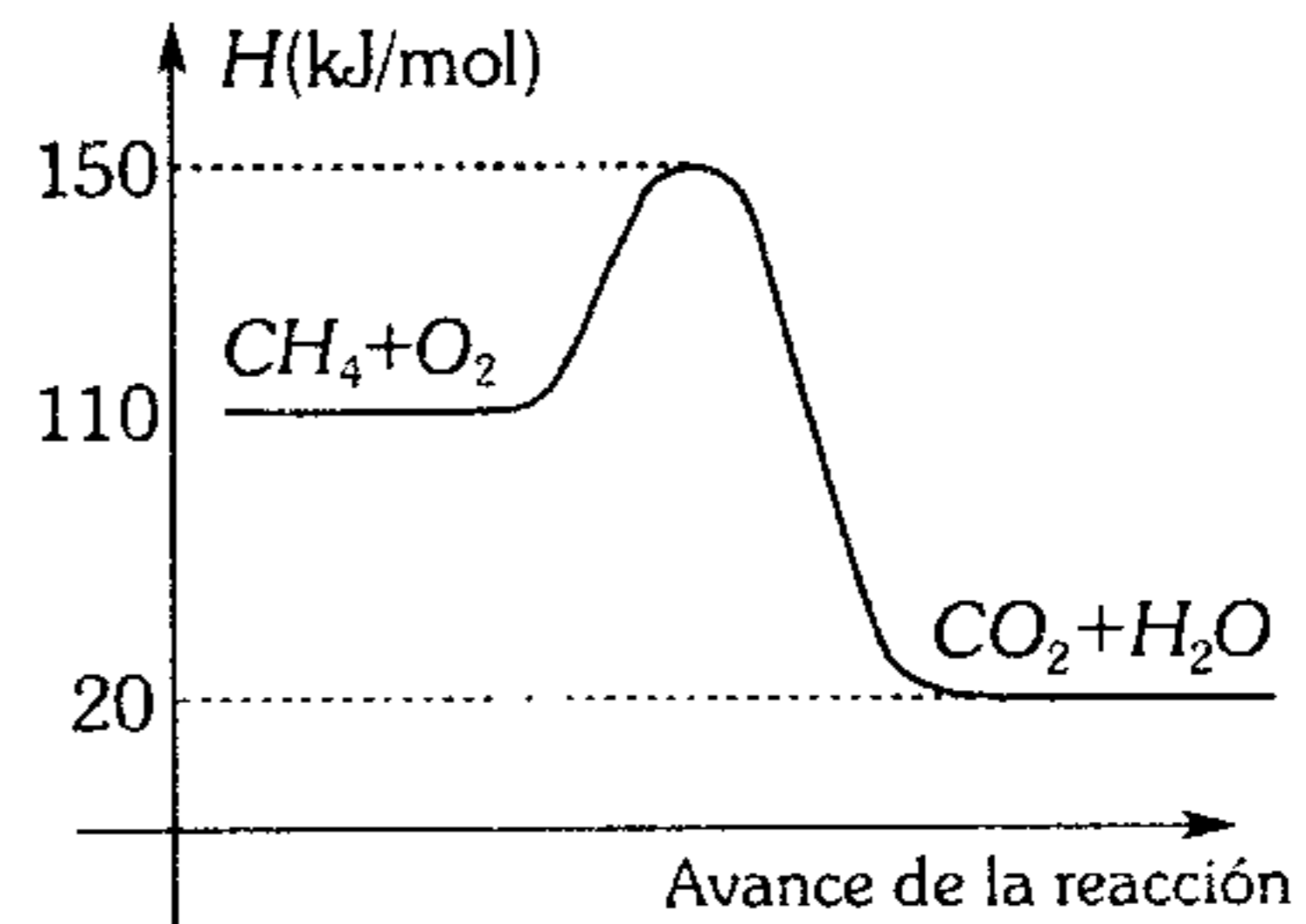
- A) I, IM, D, D, I
- B) IM, IM, D, I, D
- C) IM, IM, I, D, D
- D) IM, D, IM, I, I
- E) I, I, IM, IM, I

**325.** De la siguiente gráfica, ¿qué afirmación es incorrecta?



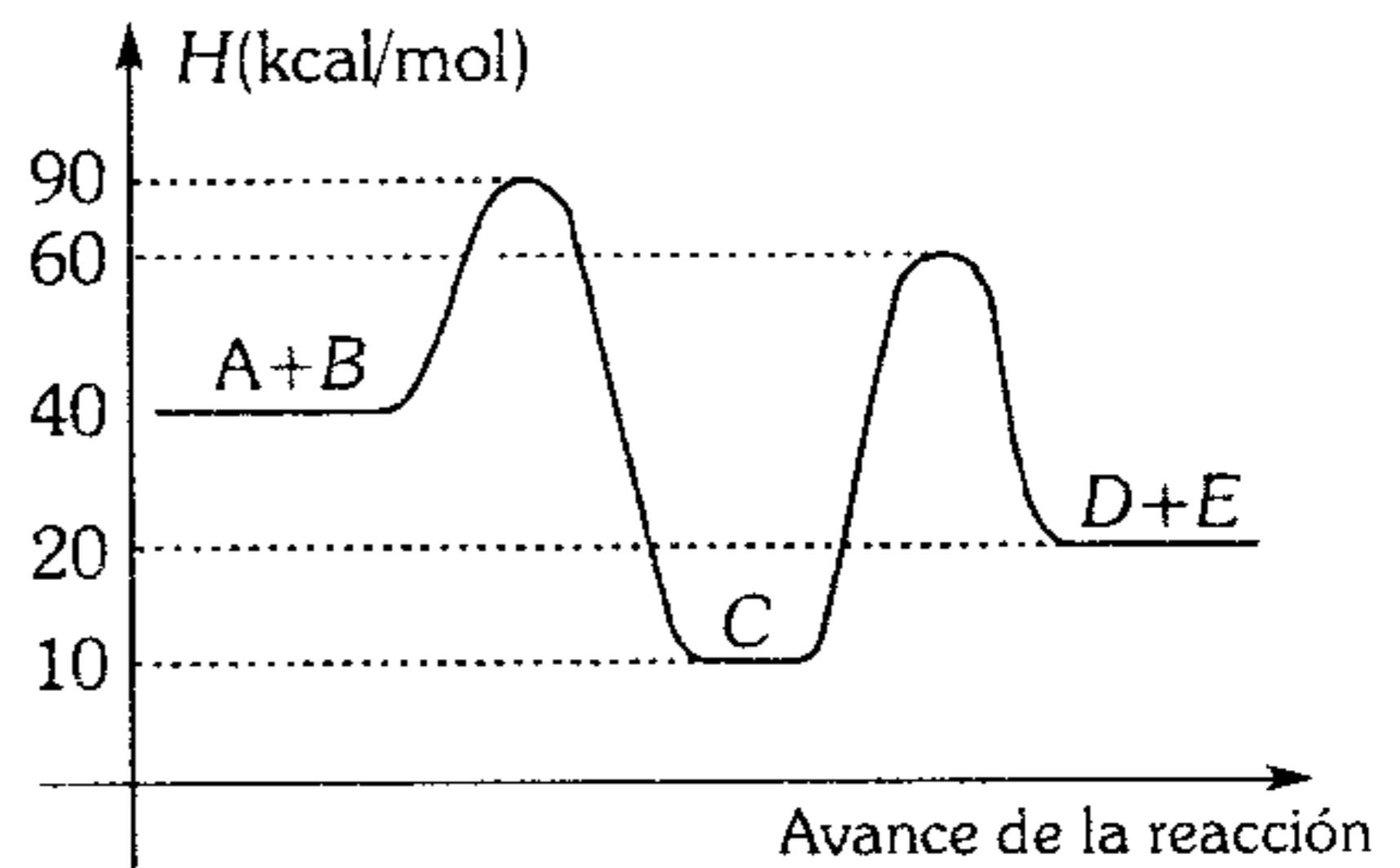
- A) La energía de activación es 5 Kcal.
- B) El proceso químico es exotérmico.
- C) La entalpía de la reacción es  $\Delta H = -30$  Kcal .
- D) Se absorbe 40 Kcal de energía calorífica por mol de sustancia reaccionante.
- E) El complejo activado presenta el mayor contenido energético en la reacción química, esto es 45 Kcal.

**326.** Para el siguiente proceso, determine el calor o energía de la reacción por 2 mol del gas metano ( $CH_4$ ).



- A) +90 kJ
- B) -90 kJ
- C) +180 kJ
- D) -180 kJ
- E) -150 kJ

**327.** Para las siguientes reacciones consecutivas:

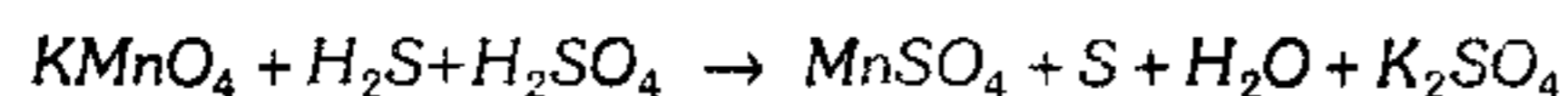


¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

- I.  $A + B \rightarrow C$  ( $\Delta H = -30$  kcal/mol)
- II. Las energías de activación suman 100 kcal/mol.
- III. El complejo activado en la segunda reacción tiene 40 Kcal/mol de energía.
- IV.  $C \rightarrow D + E$  es una reacción exotérmica.

- A) I y II
- B) II y III
- C) III y IV
- D) I, II y III
- E) II, III y IV

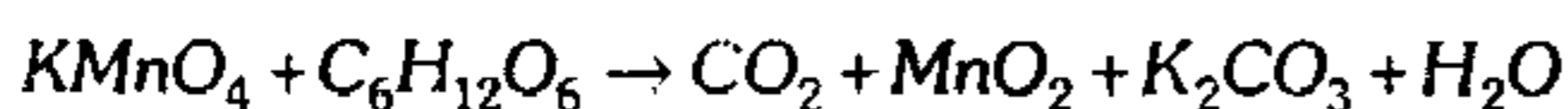
328. Balancee la siguiente ecuación química por el método de cambio en el estado de oxidación y luego marque lo incorrecto.



- A) El agente reductor pierde dos electrones por molécula.
- B) El agente oxidante gana 5 electrones por unidad fórmula.
- C) El coeficiente de la sustancia espectadora es 1.
- D) Se forma 4 mol de  $\text{H}_2\text{O}$  por mol de agente oxidante.
- E) El número de electrones transferidos es 10.

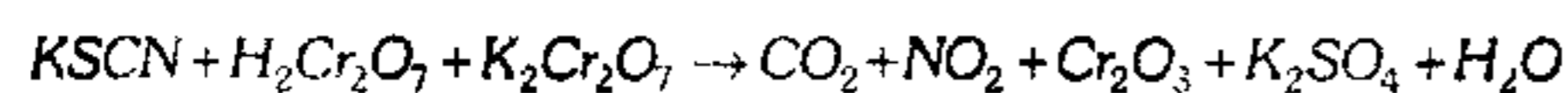
329. Indique la relación molar:

$E = \text{Coef.}(\text{oxidante} + \text{reductor}) / \text{forma reducida}$   
en



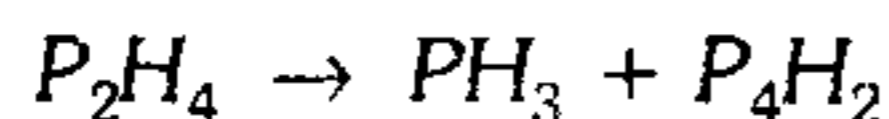
- A) 5/4      B) 4/5      C) 2/3
- D) 3/2      E) 9/8

330. Balancee por el método redox la siguiente ecuación e indique la relación entre el número de electrones transferidos y la suma de coeficientes de los agentes oxidantes y reductores.



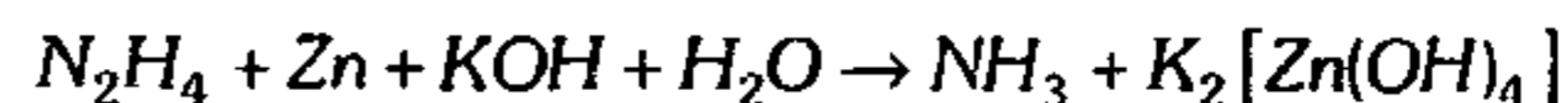
- A) 15/9      B) 30/7      C) 90/7
- D) 15/7      E) 45/14

331. Luego de balancear la ecuación redox, determine la relación molar que existe entre la forma oxidada y la forma reducida, según:



- A) 2      B) 6      C) 2/3
- D) 1/3      E) 1/6

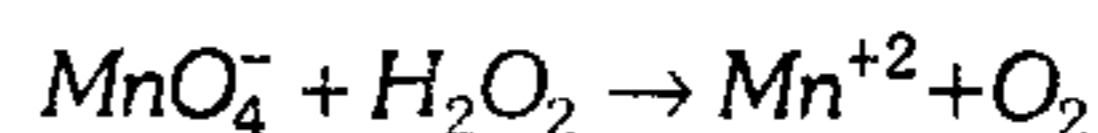
332. La hidracina puede actuar como agente oxidante o reductor. ¿Cómo actúa este compuesto en la siguiente reacción?



¿Cuál es el valor del coeficiente de la forma reducida?

- A) oxidante, 3      B) reductor, 2
- C) oxidante, 4
- D) reductor, 4      E) oxidante, 2

333. Si la siguiente reacción química se desarrolla en medio ácido, halle el número de moles del ( $\text{O}_2$ ) por cada 10 moles de agente reductor.



- A) 5      B) 8      C) 10
- D) 15      E) 16

334. Al sumar los coeficientes de las sustancias producidas en la siguiente reacción, en medio ácido, el valor obtenido será



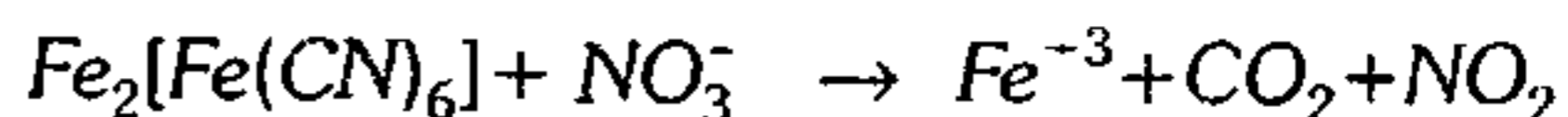
- A) 39      B) 19      C) 30
- D) 41      E) 28

335. Halle la suma del número de moles de la forma reducida y forma oxidada, por el método ion-electrón en medio ácido en:



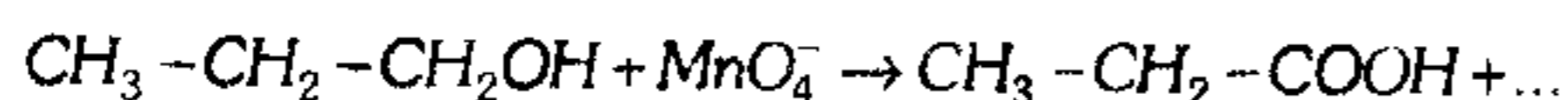
- A) 5      B) 10      C) 12
- D) 8      E) 3

336. ¿Cuántas moléculas de  $\text{H}_2\text{O}$  balancean la ecuación química si se desarrolla en un medio en donde la solución de fenolftaleína es incolora?



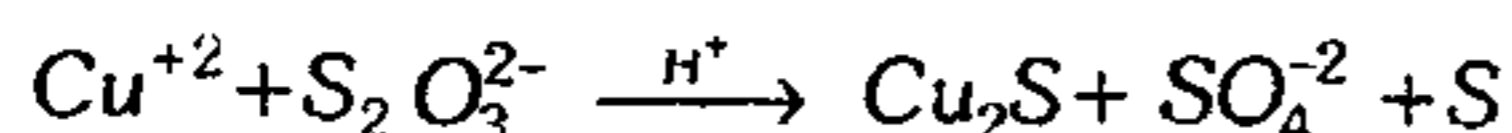
- A) 16      B) 25      C) 33
- D) 20      E) 35

**337.** Los ácidos orgánicos se pueden obtener oxidando un alcohol primario con un oxidante fuerte como el permanganato de potasio ( $KMnO_4$ ). Luego de completar y balancear en medio ácido, halle el mínimo coeficiente del ácido orgánico producido en la reacción.



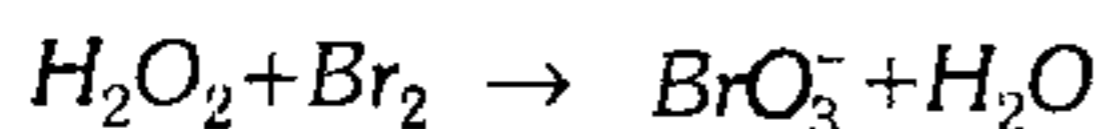
- A) 2            B) 8            C) 6  
D) 4            E) 5

**338.** Señale la suma de los coeficientes estequiométricos de la ecuación química.



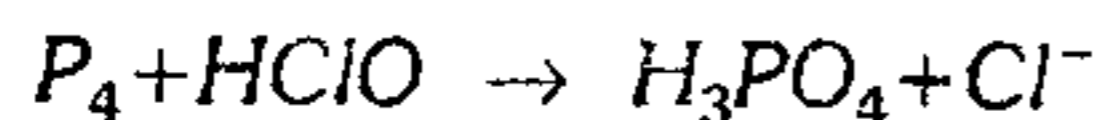
- A) 18            B) 20            C) 30  
D) 22            E) 14

**339.** Luego de balancear la ecuación química halle la relación ponderal que existe entre el  $H_2O_2$  utilizado y el  $H_2O$  formada según:



- A) 85/36        B) 22/31        C) 80/9  
D) 5/4            E) 24/5

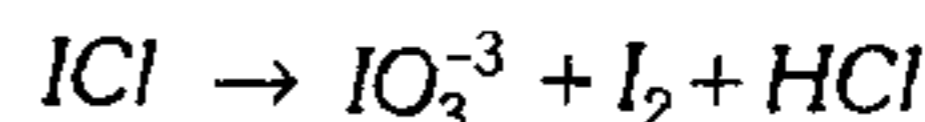
**340.** Luego de balancear, señale verdadero (V) o falso (F).



- I. Por cada molécula-gramo de agente reductor se obtiene 4 mol-g de forma oxidada.  
II. Se tiene 10 moles de  $H_2O$  en los productos  
III. La cantidad de electrones ganados por unidad de  $Cl^-$  es 2.  
IV. Si la ecuación se balancea en medio básico el coeficiente del agente reductor cambia.

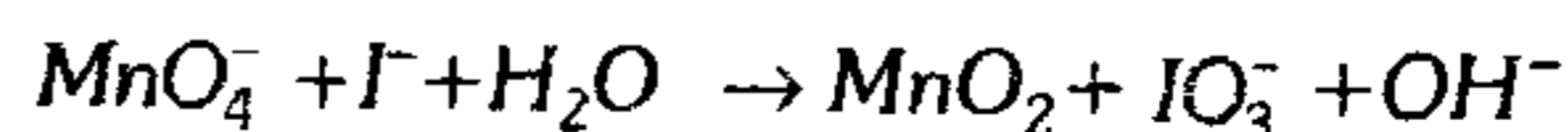
- A) VVFF        B) VVV        C) FFFF  
D) FVVF        E) VFVF

**341.** Para que un elemento químico se pueda dismutar debe tener por lo menos 3 estados de oxidación. Luego de igualar la ecuación en medio ácido indique el coeficiente del agente reductor.



- A) 2            B) 1            C) 3  
D) 4            E) 5

**342.** Halle el número de moles de la forma reducida por cada 5 moles de la forma oxidada obtenida en medio básico, según:



- A) 2            B) 3            C) 6  
D) 8            E) 10

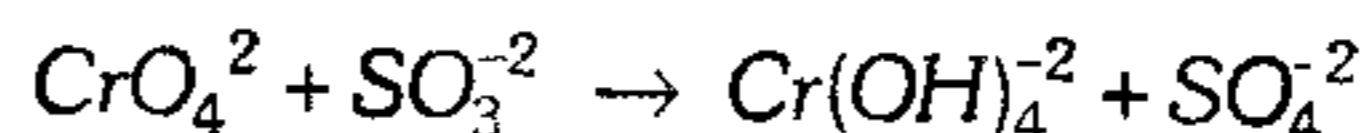
**343.** Balancee por el método ión-electrón en medio básico la siguiente reacción:



Dé como respuesta la suma de los coeficientes del agente reductor y del agua.

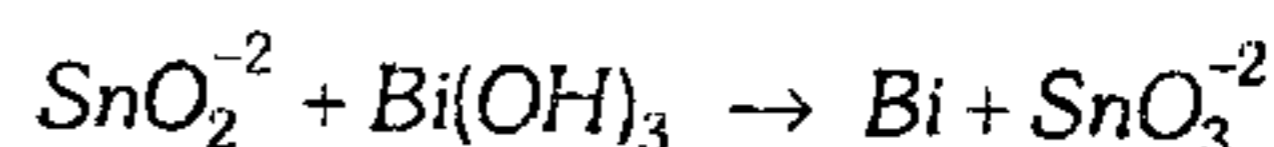
- A) 4            B) 10            C) 5  
D) 11            E) 6

**344.** Luego de balancear en medio básico, halle el número de moles  $OH^-$  obtenido por cada 15 moles de  $H_2O$  utilizada en:



- A) 4            B) 8            C) 10  
D) 12            E) 6

**345.** En la siguiente ecuación química en medio alcalino:



halle el valor de  $R$ =coeficiente (agente reductor/ $H_2O$ )

- A) 2/3            B) 3/2            C) 1  
D) 5/3            E) 3/5

346. Al igualar la siguiente ecuación en medio alcalino:



determine el valor numérico de la relación:

$$A = \text{Coef. (Agente oxidante)} / \sum \text{Coef. (H}_2\text{O y OH}^{-1}\text{)}$$

- A) 1            B) 2            C) 1/2  
D) 3            E) 1/4

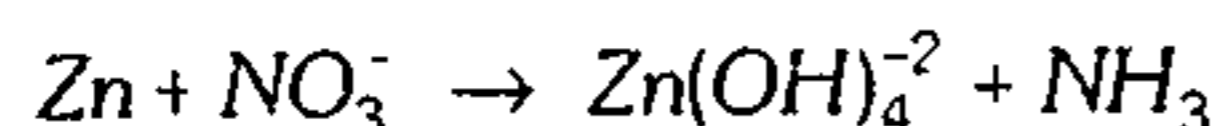
347. Si el óxido de plata  $Ag_2O$  se reduce a plata elemental y el hidróxido cobaltoso  $Co(OH)_2$  se oxida a hidróxido cobáltico  $Co(OH)_3$  en solución acuosa y en medio básico, halle la sumatoria de los coeficientes que resulta de igualar la ecuación.

- A) 5            B) 6            C) 8  
D) 9            E) 10

348. De las alternativas que se dan a continuación señale la que presente las sustancias con propiedad dual oxidante reductor.

- A)  $I_2$ ,  $H_2O_2$ ,  $HNO_3$   
B)  $MnO_4^{-1}$ ,  $CrO_4^{-2}$ ,  $H_2PO_3$   
C)  $I_2$ ,  $Cl_2$ ,  $H_2SO_3$   
D)  $Cl^{-1}$ ,  $S^{-2}$ ,  $NO_3^{-1}$   
E)  $NO_3^{-1}$ ,  $SO_4^{-2}$ ,  $PO_4^{-3}$

349. Complete y luego balancee la siguiente ecuación química, si usa como reactantes  $NaNO_3$  y  $NaOH$ .



¿Cuál es la suma de los coeficientes de  $NaOH$  y del  $Na_2Zn(OH)_4$ ?

- A) 8            B) 10            C) 11  
D) 14            E) 15

350. La siguiente reacción se efectúa en presencia de soda potásica:



Señale la forma molecular de las sustancias resultantes luego del balance.

- A)  $6KIO_4$ ,  $54KCl$ ,  $2K_2CrO_4$ ,  $32H_2O$   
B)  $3KIO_4$ ,  $2KCl$ ,  $K_2CrO_4$ ,  $10H_2O$   
C)  $10KIO_4$ ,  $3K_2CrO_4$ ,  $2KCl$ ,  $5H_2O$   
D)  $5KIO_4$ ,  $6KCl$ ,  $3K_2CrO_4$ ,  $7H_2O$   
E)  $10HCl$ ,  $5K_2CrO_4$ ,  $4H_2O$

351. El permanganato de potasio actúa como oxidante enérgico o poderoso, oxidante moderado y oxidante pobre. ¿En qué condiciones se da cada caso respectivamente?

- A) Medio básico, medio ácido, medio neutro respectivamente  
B) Medio neutro, medio ácido, medio alcalino  
C) Medio ácido, medio ligeramente alcalino, medio fuertemente alcalino  
D) Medio fuertemente alcalino, medio neutro y medio ácido  
E) Medio ácido, medio básico, medio neutro

### Estequiometría

352. ¿Qué proposición indica más adecuadamente el concepto de estequiometría?

- A) Estudia la energía involucrada en una combinación química.  
B) Es una parte de la química que estudia la igualación de las ecuaciones químicas.  
C) Son leyes que verifican la realización de una reacción química.  
D) Es una parte de la química que estudia las relaciones cuantitativas en una transformación química natural o artificial.  
E) Solamente estudia la cantidad de producto obtenida en una reacción química.

**353.** Respecto a la estequiometría, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. En la ley de la conservación de la materia sustancial, el número de moles permanece constante en una combinación química.
- II. Si una sustancia química se consume totalmente, necesariamente es el reactivo limitante.
- III. La ley de las proporciones definidas se cumple en toda reacción química y reacción nuclear.
- IV. El reactivo en exceso es aquella sustancia química que se utiliza en mayor cantidad.

- A) FFFF      B) VFVF      C) VVVV  
D) VFFV      E) VFFF

**354.** En un proceso se combina 4,8 g de calcio con 1,12 g de nitrógeno. En otra reacción se combina 14 g de nitrógeno con 3 g de hidrógeno y por último 20 g de calcio reacciona con 1 g de hidrógeno. ¿Qué ley de combinación se cumple e indique la fórmula del compuesto obtenido en la primera reacción?

Dato: P.A. (Ca=40, N=14, H=1)

	Ley Estequiometría	Compuesto Formado
A)	Conservación de la masa	CaN
B)	Proporciones definidas	Ca <sub>2</sub> N
C)	Proporciones recíprocas	Ca <sub>3</sub> N <sub>2</sub>
D)	Relaciones sencillas	Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>
E)	Proporciones múltiples	Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>

**355.** En un recipiente se tiene una mezcla de hexano (C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>) gaseoso y O<sub>2</sub> a 120°C, con una presión de 340 torr. Luego de una combustión incompleta estequiométrica, la presión aumenta a 520 torr y la temperatura permanecía inalterable. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones describe mejor la reacción que tuvo lugar?

- A) C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>+8O<sub>2</sub> → 3CO+3CO<sub>2</sub>+7H<sub>2</sub>O  
B) C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>+7O<sub>2</sub> → 5CO+CO<sub>2</sub>+7H<sub>2</sub>O  
C) 2C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>+17O<sub>2</sub> → 4CO+8CO<sub>2</sub>+14H<sub>2</sub>O  
D) 2C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>+15O<sub>2</sub> → 8CO+4CO<sub>2</sub>+14H<sub>2</sub>O  
E) C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>+9O<sub>2</sub> → CO+5CO<sub>2</sub>+7H<sub>2</sub>O

**356.** Halle la energía calorífica liberada en (kJ) luego de la reacción de 64 g de gas natural CH<sub>4</sub> con 320 g de oxígeno molecular, según:  
CH<sub>4</sub> + O<sub>2</sub> → CO<sub>2</sub> + H<sub>2</sub>O ΔH = -890 kJ/mol  
Dato: P.A. (C=12, H=1)

- A) 890      B) 1 780      C) 3 560  
D) 2 600      E) 3 000

**357.** El tolueno C<sub>7</sub>H<sub>8</sub> se oxida para formar ácido benzoico C<sub>7</sub>H<sub>6</sub>O<sub>2</sub> por reacción con permanganato de potasio en medio ácido (ácido sulfúrico H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>). Si se tiene suficiente cantidad de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, halle la relación molar entre el tolueno y el ácido sulfúrico.

- A) 7/8      B) 5/6      C) 6/5  
D) 1/3      E) 3

**358.** A altas temperaturas y presiones (como en el motor de un vehículo) el nitrógeno y el oxígeno reaccionan para dar los correspondientes óxidos gaseosos. Si un análisis revela que se produce 45 g de monóxido de nitrógeno (NO) por cada 23 g de dióxido de nitrógeno (NO<sub>2</sub>), determine las moles de NO que se puede producir por cada 24 moles de nitrógeno.

- A) 23      B) 36      C) 12  
D) 9      E) 30

359. Si 20 g de un compuesto A se combina con 30 g de un elemento químico B y 10 g de A reaccionan químicamente con 18 g de un compuesto Z, determine la masa de B que se combina con 72 g de Z.

- A) 15            B) 30            C) 25  
D) 60            E) 9

360. Si en la reacción entre el oxígeno y el nitrógeno para dar tetróxido de dinitrógeno se obtiene 340 g de dicho producto, ¿qué cantidad de cada reactante (en gramos) se necesitará si se emplea un exceso del 40% de cada uno? Dato: P.A. (N=14, O=16)

- A) 103,5 y 236,5  
B) 89,8 y 154,3  
C) 167,5 y 89,7  
D) 276,9 y 98,7  
E) 144,8 y 331,1

361. Un recipiente de 11,2 L se llena con gas ozono  $O_3$  a  $-32^\circ F$  y 760 torr y se calienta hasta que el ozono se descompone totalmente en oxígeno normal. Se enfría el recipiente a  $25^\circ C$  y se deja escapar parte del oxígeno formado hasta que la presión tome el valor de 1 atm. ¿Cuál será el número de moléculas de oxígeno "normal" que escaparon del recipiente?

- A)  $0,41 N_A$             B)  $0,29 N_A$   
C)  $0,32 N_A$   
D)  $0,54 N_A$             E)  $0,98 N_A$

362. ¿Qué peso de la sal sulfato cálcico se obtendrá al reaccionar completamente 10 g de sulfato férrico  $Fe_2(SO_4)_3$  frente a una sal cálcica, en un proceso en donde no hay variación en el estado de oxidación?

Dato: P.A. (u.m.a) Fe=56, Ca=49, S=32

- A) 201 g            B) 55 g            C) 10,2 g  
D) 10,5 g            E) 105,5 g

363. El calcio reacciona lentamente con el agua para producir hidróxido cálcico y gas hidrógeno. ¿Cuántos gramos de hidróxido de calcio se puede producir de una muestra de 200 g al 80% de calcio?

P.A. (u.m.a) Ca=40 ; O=16; H=1

- A) 40 g            B) 25 g            C) 50 g  
D) 156 g            E) 296 g

364. Se coloca 160 gramos de hidróxido de sodio con 200 g de ácido sulfúrico, indique el reactivo en exceso y su peso en exceso, luego de la neutralización producida.

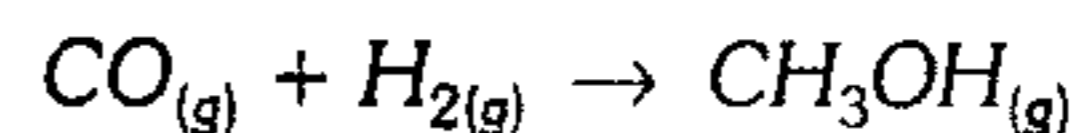
- A) NaOH ; 4 g  
B)  $Na_2SO_4$  : 8 g  
C) NaOH : 8 g  
D)  $H_2SO_4$  : 4 g  
E) No hay exceso

365. ¿Cuántos miligramos se pesaron de  $C_2H_6O$  para que de la combustión completa se obtuviera 220 mg del gas  $CO_2$ ?

P.A. (u.m.a) C=12 ; O=16 ; H=1

- A) 45 mg            B) 88 mg            C) 92 mg  
D) 115 mg            E) 24 mg

366. El metanol se puede obtener mediante la reacción:

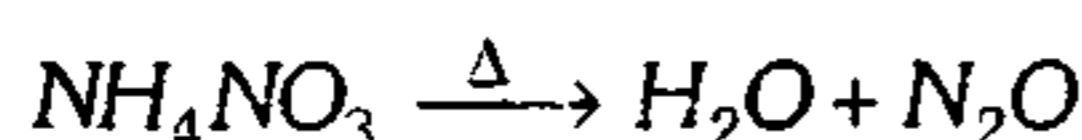


Se alimenta el reactor 2,8 g de CO y 0,6 g de  $H_2$  produciéndose 2,55 g de metanol. ¿Cuál es el porcentaje del rendimiento de la reacción?

P.A. (u.m.a) O=16, C=12

- A) 75%            B) 65%            C) 80%  
D) 95%            E) 60%

367. Si 200 g de fertilizante  $NH_4NO_3$  contiene 20% de impureza el cuál es calentado violentamente descomponiéndose según la reacción.



Halle el peso del gas hilarante formado, si el rendimiento del proceso es el 90%.

P.A. (u.m.a)  $N=14$  ;  $O=16$

- A) 60 g      B) 50 g      C) 44 g  
D) 79,2 g      E) 88 g

368. Se colocaron en un reactor de 36 g de  $H_2O_2$  y 200 g de  $MnO_2$ . ¿Cuántos gramos de  $MnO_2$  quedaron al final de la reacción?

P.A.(u.m.a).  $Mn=55$



- A) 26 g      B) 10 g      C) 64 g  
D) 200 g      E) 174 g

369. Si 24 g de carbono se combina con 64 g de oxígeno y simultáneamente 32 g de oxígeno se combina con 4 g de hidrógeno. Si 48 g de carbono se combina con el hidrógeno, ¿que peso se utilizaría de esta última sustancia?

- A) 1 g      B) 2 g      C) 4 g  
D) 16 g      E) 8 g

370. Una muestra impura de  $MgCO_3$  al 75% en peso se trata con  $HCl$ . Se obtiene el cloruro correspondiente, gas refrigerante y  $H_2O$ . Sólo el 20% de gas obtenido se convierte a hielo seco, cuyo peso es 220 g. ¿Qué peso de mineral se trató?

P.A. (u.m.a):  $Hg=24$  ;  $Cl=35,5$

- A) 2 100 g      B) 1 100 g      C) 1 575 g  
D) 1 300 g      E) 2 800 g

371. Un astronauta bebe 2 L de  $H_2O$  por día y produce 2,4 L de  $H_2O$  líquida (la cantidad adicional se produce en el metabolismo de los alimentos).

Se ha sugerido el uso de  $Li_2O$  en la cápsula especial para absorber el  $H_2O$  producida. ¿Qué peso mínimo de  $Li_2O$  debe llevarse a bordo con este propósito para un viaje de 20 días de 5 astronautas?

Datos:

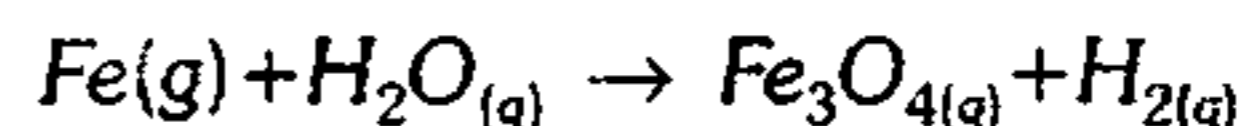
- $Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$
- $\bar{M}$  :  $H_2O=18$ ;  $Li_2O=30$ ;  $LiOH=34$

- A) 20 kg      B) 200 kg      C) 144 kg  
D) 40 kg      E) 200 g

372. En un campo petrolífero de Talara se bombearon dentro de un pozo 4 100 galones de  $HCl$  conteniendo 13,4 lb de  $HCl$  puro por galón con objeto de eliminar depósitos de  $CaCO_3$ . El  $CO_2$  se obtiene a  $20^\circ C$  y 1 atm. ¿Cuántos kilogramos de hielo seco podían haberse preparado si se hubiese recuperado el 60% del mismo?

- A)  $2 \times 10^3$  kg      B)  $5 \times 10^3$  kg      C)  $9 \times 10^3$  kg  
D)  $6 \times 10^3$  kg      E)  $7 \times 10^3$  kg

373. Una muestra de un mineral que pesa 100 g contiene únicamente  $Fe$  y  $Fe_3O_4$ . Por un tratamiento controlado del  $Fe$  con el  $H_2O$  ocurre la reacción siguiente:



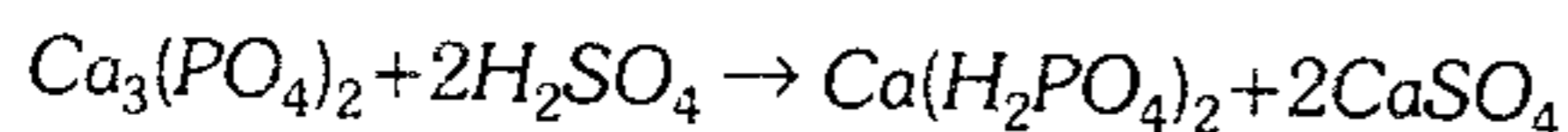
Cuando la muestra es tratada de esta manera, el peso del sólido resultante es 109,5 g. ¿Qué peso de  $Fe$  estaba presente en la muestra original?

P.A.  $\rightarrow Fe=56$  ;  $O=16$

- A) 45 g      B) 25 g      C) 30 g  
D) 42 g      E) 55 g



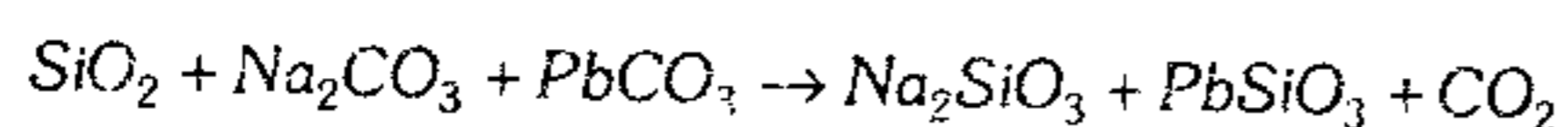
374. El "superfosfato", un fertilizante en agua, es una mezcla de  $Ca(H_2PO_4)_2$  y  $CaSO_4$  en base molar 1:2, se forma por la reacción:



Al tratar 250 g de  $Ca_3(PO_4)_2$  con 150 g de  $H_2SO_4$ , ¿cuántos gramos de superfosfato se forman?

- A) 387 g      B) 417 g      C) 219 g  
D) 182 g      E) 402 g

375. El vidrio sodo-plomo resulta ser un cristal. El cristal se prepara fundiendo carbonato sódico,  $Na_2CO_3$ , carbonato plumboso y arena ( $SiO_2$ ) según:

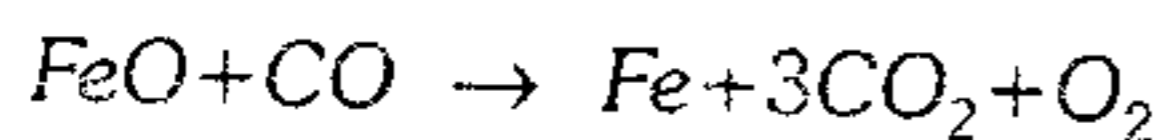
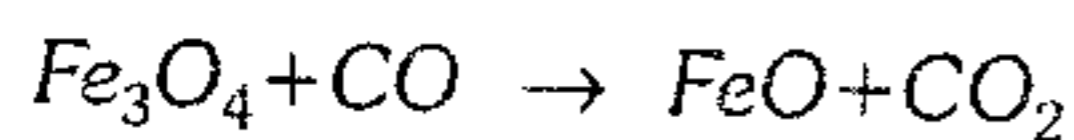


Utilizando la ecuación, ¿cuántos kg de arena son necesarios para producir cristal suficiente para fabricar 5 recipientes de 200 g cada uno?



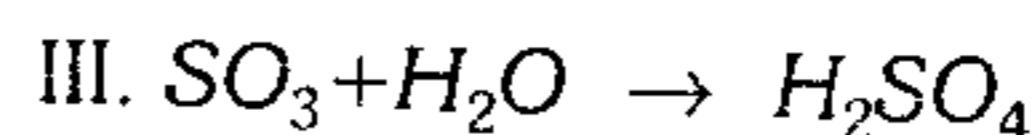
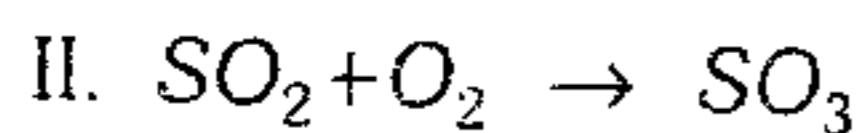
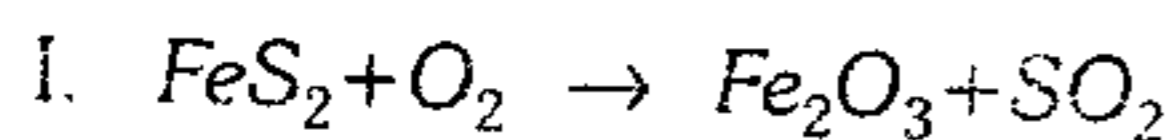
- A) 2,4 kg      B) 5 kg      C) 0,5 kg  
D) 4 kg      E) 0,3 kg

376. Si 400 g de hematita con 86 de pureza reacciona mediante dos etapas, cada una con 90% de eficiencia, halle el peso de  $Fe$  puro obtenido según:



- A) 280 g      B) 232 g      C) 344 g  
D) 249 g      E) 201,7 g

377. El ácido sulfúrico se obtiene a partir de pirita de hierro puro ( $FeS_2$ ) según:



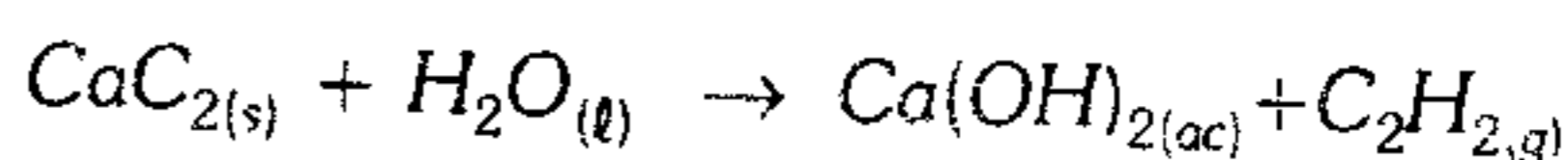
¿Qué peso de  $H_2SO_4$  se puede obtener a partir de 240 g de  $FeS_2$  puro, si la eficiencia global es 80% de todo el proceso?

(PA:  $Fe=56, H=1, O=16, S=32$ )

- A) 392 g      B) 120 g      C) 31,4 g  
D) 627,2 g      E) 313,6 g

378. Determine el volumen del gas acetileno ( $C_2H_2$ ) que se logrará formar luego de reaccionar 51,2 g de carburo de calcio ( $CaC_2$ ) con exceso de agua a condiciones normales.

P.A. ( $Ca=40, C=12$ )



- A) 10 L      B) 13 L      C) 17,9 L  
D) 15 L      E) 22,5 L

379. Calcule la cantidad de caliza, cuya riqueza en  $CaCO_3$ , es 85% que se necesita para obtener por reacción con un exceso de  $HCl$ , 10 L de  $CO_2$  a  $27^\circ C$  y 752 mmHg y rendimiento de 80%.

- A) 30,6 g      B) 112 g      C) 90 g  
D) 58,8 g      E) 180 g

380. Por deshidratación de 2 moléculas de metanol con ácido sulfúrico se obtiene dimetil éter (gas). ¿Cuántos litros de dimetil éter obtendremos en condiciones normales ( $0^\circ C$  y 1 atm), a partir de 320 g del metanol?

PA.:  $C=12 ; O=16; H=1$

- A) 44,8 L      B) 67,2 L      C) 22,4 L  
D) 56 L      E) 112 L

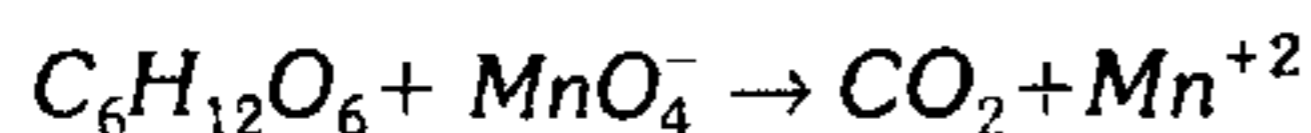
**381.** El gas comercial licuado (GLP) tiene la siguiente composición molar: 79% de  $C_3H_8$  y 21% de butano ( $C_4H_{10}$ ), cuyos calores de combustión completa son: 514 Kcal/mol y 666 Kcal/mol respectivamente. ¿Qué volumen de GLP se debe quemar a  $25^\circ C$  y 1 atm para calentar 30 kg de agua  $0^\circ C$  a  $90^\circ C$ ?

- A) 150,4 L    B) 180,5 L    C) 110,4 L  
D) 120,8 L    E) 200,4 L

**382.** Con el objeto de economizar el oxígeno almacenado en las naves espaciales se ha sugerido que el oxígeno contenido en el  $CO_2$  exhalado se convierta en agua por reducción con  $H_2$ . Cada astronauta emite 2,25 libras cada 24 h. Al convertir reduce el  $CO_2$  a 500 mL por minuto a condiciones normales. ¿Qué fracción de tiempo tendrá que fraccionar un convertidor de este tipo para transformar todo el  $CO_2$  producido por astronauta?

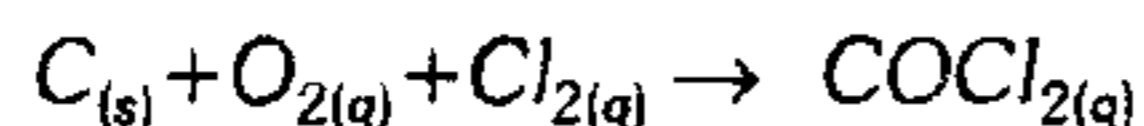
- A) 72%    B) 80%    C) 62%  
D) 82%    E) 68%

**383.** ¿Qué masa de glucosa al 90% de pureza es necesaria en la siguiente reacción redox en medio ácido si se forman 2 litros de  $CO_2$  a 202,6 KPa y  $80,6^\circ F$ ? El rendimiento del proceso es 85%.



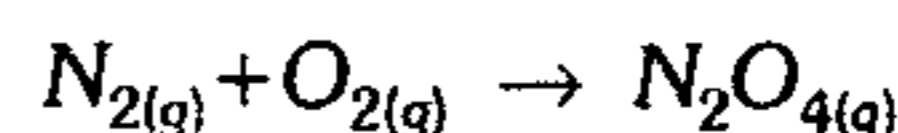
- A) 5,74 g    B) 7,22 g    C) 6,38 g  
D) 9,11 g    E) 10,22 g

**384.** El gas fosgeno  $COCl_2$  fue utilizado en la Segunda Guerra Mundial como veneno. Halle el volumen a condiciones normales obtenido a partir de una tonelada métrica de antracita con 96% de carbono, con exceso de gases según la reacción.



- A)  $44,8 \cdot 10^3$  L    B) 44,8 L  
C) 179,2 L  
D) 17,92 L    E)  $17,92 \cdot 10^{-4}$  L

**385.** Si se combina a condiciones normales



en el laboratorio se obtiene 460 g del producto, bajo el rendimiento del 70%. ¿Qué volumen de aire se utilizó?

Dato:		%Vol
aire	$N_2 \rightarrow$	80%
seco	$O_2 \rightarrow$	20%

- A) 980 L    B) 1 900 L    C) 300 L  
D) 250 L    E) 1 600 L

**386.** Se quema una muestra de benceno líquido,  $C_6H_6$ . El  $CO_{2(g)}$  se absorbe en una solución acuosa de  $Ca(OH)_2$  y el carbonato de calcio precipitado pesa 50 g. La densidad del benceno líquido es 0,9g/mL. ¿Cuál era el volumen de la muestra líquida quemada?

- A) 5 mL    B) 2 mL    C) 10,4 mL  
D) 7,2 mL    E) 3 mL

**387.** Para eliminar el  $CO_2$  exhalado por los astronautas en vuelos cortos puede utilizarse absorbentes químicos. El  $Li_2O$  es uno de los más eficaces en función de su capacidad de absorción por unidad de peso. ¿Cuál es el rendimiento de absorción del  $Li_2O$  en pies cúbicos de  $CO_2$  (C.N) por libra?

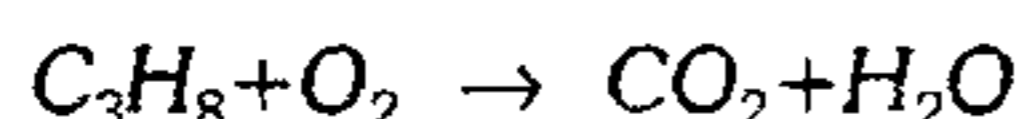
P.A:  $Li=7$

- A) 14 pie<sup>3</sup>/Lb  
B) 16 pie<sup>3</sup>/Lb  
C) 18 pie<sup>3</sup>/Lb  
D) 12 pie<sup>3</sup>/Lb  
E) 20 pie<sup>3</sup>/Lb

**388.** Determine el volumen de oxígeno consumido si la reacción se lleva a presión y temperatura constante a partir de 12 litros de oxígeno que se convierte en ozono, si el volumen resultante es de 10 L.

- A) 4 L    B) 6 L    C) 7 L  
D) 8 L    E) 9 L

389. Si un quemador a gas consume propano a 12 L/min, medido a 27°C y 5 atm, según la reacción:



¿Qué volumen de oxígeno en L/min debe suministrarse medido a 16 atm y 127°C?

- A) 15            B) 40            C) 10  
D) 45            E) 25

390. En la combustión completa de un hidrocarburo a 120°C, según análisis el volumen de  $H_2O$  es la mitad que el volumen del  $CO_2$ ; determine la fórmula molecular del hidrocarburo si a condiciones normales su densidad aproximada es de 3,5 g/L.

- A)  $C_2H_2$         B)  $C_2H_4$         C)  $C_2H_3$   
D)  $C_6H_6$         E)  $C_3H_6$

391. La combustión teórica de un gas de la serie etilénica ( $C_nH_{2n}$ ) necesita un volumen triple de oxígeno ¿Cuántos litros de  $CO_2$  medidos a condiciones normales producirá la combustión de 1 mol de este hidrocarburo? Datos: P.A. ( $H=1$ ,  $C=12$ ,  $O=16$ )

- A) 22,4 L        B) 11,2 L        C) 33,6 L  
D) 39,2 L        E) 44,8 L

392. En un balón rígido se halla hidrógeno y oxígeno a 314 torr cada uno y a 27°C. Una chispa provoca la reacción entre  $H_2$  y  $O_2$ . Halle la presión total en torr, luego de la reacción si la temperatura no ha variado.  
 $P_{U^{27^\circ C}} = 27$  torr

- A) 157            B) 184            C) 312  
D) 468            E) 460

393. En un eudiómetro se tiene una mezcla combustible de metano propano y  $CO$  con un volumen total de 70 mL, se adiciona 160 mL de  $O_2$  luego de la combustión queda un residuo gaseoso de 10 mL menos que el volumen de  $O_2$  teórico requerido. Este residuo se trata con  $Li_2O_{(g)}$  quedando un volumen gaseoso final de 20 mL. Halle la composición molar de la mezcla combustible.

- A) 42,11%  $C_3H_8$         B) 28,57%  $CH_4$   
C) 14,22%  $C_3H_8$   
D) 30,33%  $CO$             E) 57,14%  $CO$

394. En un eudiómetro se tiene una mezcla de etileno gaseoso y aire. Si por acción de una chispa eléctrica se quema completamente el hidrocarburo consumiendo todo el oxígeno del aire, calcule el porcentaje volumétrico del  $CO_2$  en la mezcla gaseosa final (composición volumétrica del aire: 21%  $O_2$  y 78%  $N_2$ ).

- A) 12%            B) 26%            C) 37%  
D) 8%            E) 15%

395. En la combustión a 50°C del hidrocarburo olefínico, la disminución del volumen es del 50%. ¿Cuál es la composición centesimal del carbono en el hidrocarburo?

P.A. (u.m.a):  $H=1$ ;  $C=12$

- A) 58,24%        B) 45,32%        C) 85,71%  
D) 54,36%        E) 30,14%

396. Durante la combustión completa de un hidrocarburo gaseoso parafínico  $C_nH_{2n+2}$  a 20°C se obtuvo la contracción volumétrica igual 1/2. Halle el peso de 2 moles del hidrocarburo.

- A) 26 g            B) 144 g            C) 60 g  
D) 44 g            E) 88 g

## Ley de la Combinación Química (Peso Equivalente y Equivalente-Gramo)

- 397.** Indique verdadero (V) o falso (F).
- El peso equivalente del ( $O_2$ ) molecular y del ( $O$ ) monoatómico es diferente.
  - En la reacción  $A+B \rightarrow C$  se cumple  $Peq(A)+Peq(B)=Peq(C)$ .
  - En 1 Eq-g de  $H_3PO_2$  hay 1 mol de  $H_3PO_2$
  - En un proceso electrolítico la suma de los equivalentes-gramos obtenidos en los electrodos siempre es el doble de los equivalentes-gramo obtenidos en uno de los electrodos.
- A) FFVV    B) FVfV    C) FVVV  
D) VFfV    E) VVfV
- 398.** Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.
- El peso equivalente es adimensional.
  - 5,6 L de gas  $O_2$  a condiciones normales contiene 10 equivalentes gramo.
  - El peso equivalente del ion sulfato ( $SO_4^{2-}$ ) es igual a 48.
  - 200 meq - g de calcio pesan 4 g.
- A) FFVV    B) VVfV    C) FFFF  
D) VVVV    E) FVfV
- 399.** ¿Cuál es el peso equivalente  $H_3PO_4$  y de  $Al(OH)_3$ , respectivamente, según las siguientes reacciones?
- $H_3PO_4 + In(OH)_3 \rightarrow In_2(HPO_4)_3 + H_2O$
  - $Al(OH)_3 + HNO_3 \rightarrow Al(OH)(NO_3)_2 + H_2O$
- A) 32,6 ; 26    B) 98 ; 26    C) 10 ; 39  
D) 49 ; 39    E) 49 ; 26
- 400.** La fórmula molecular de un cloruro gaseoso es  $XCl_2$ . Si el equivalente -gramo de X es 12 g, ¿cuál es el peso molecular del cloruro?
- A) 90,50    B) 95    C) 133,50  
D) 130    E) 47,50
- 401.** Si el peso equivalente del carbonato de un metal es de 50, determine el equivalente gramo del sulfato de dicho metal si actúa con la misma valencia.  
(P.A.: C=12 ; S=32)
- A) 80 g    B) 38 g    C) 34 g  
D) 68 g    E) 24 g
- 402.** El peso equivalente de un fosfato metálico es 5 veces el peso equivalente del hidróxido de amonio. Determine el peso equivalente del metal.
- A) 127,28    B) 143,33    C) 156,96  
D) 140,37    E) 151,25
- 403.** Halle el peso equivalente del agente oxidante en el siguiente proceso redox:
- $$(NH_4)_2Cr_2O_7 \rightarrow N_2 + Cr_2O_3 + H_2O$$
- Dato: P.A. (N=14; Cr=52; O=16)
- A) 126    B) 124    C) 84  
D) 252    E) 42
- 404.** Al reaccionar en medio ácido, el dicromato de potasio actúa como agente oxidante. Si la forma reducida es el ion  $Cr^{+3}$ , calcule la cantidad de miliequivalentes que existen en 14,7 g de dicha sal.  
 $\bar{M}_{K_2Cr_2O_7} = 294$
- A) 100    B) 200    C) 250  
D) 300    E) 350
- 405.** Si 3,24 g de cierto metal trivalente forman 6,12 g de un respectivo óxido, ¿cuál es el peso atómico del metal?
- A) 9    B) 27    C) 19  
D) 81    E) 78

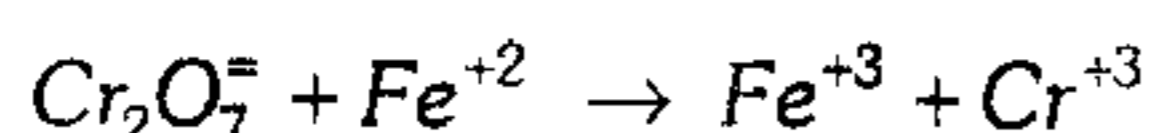
406. Tres gramos de un ácido diprótico son neutralizados por 4 gramos de hidróxido de aluminio. ¿Cuál es la masa de 1 mol del ácido?

- A) 37 g      B) 39 g      C) 42 g  
D) 50 g      E) 78 g

407. Se combina cierto metal frente al oxígeno, 140 g de su óxido al combinarse con el  $H_2O$  se obtiene 5eq-g del hidróxido metálico. ¿Cuánto pesa 10 eq - g de metal?

- A) 50 g      B) 100 g      C) 150 g  
D) 200 g      E) 250 g

408. Si 30 g de un material contiene hierro, este material se trata con ácido sulfúrico y se obtiene  $FeSO_4$  y posteriormente se adiciona  $3,33 \times 10^{-2}$  mol de  $K_2Cr_2O_7$  en medio ácido con lo cual se produce la reacción



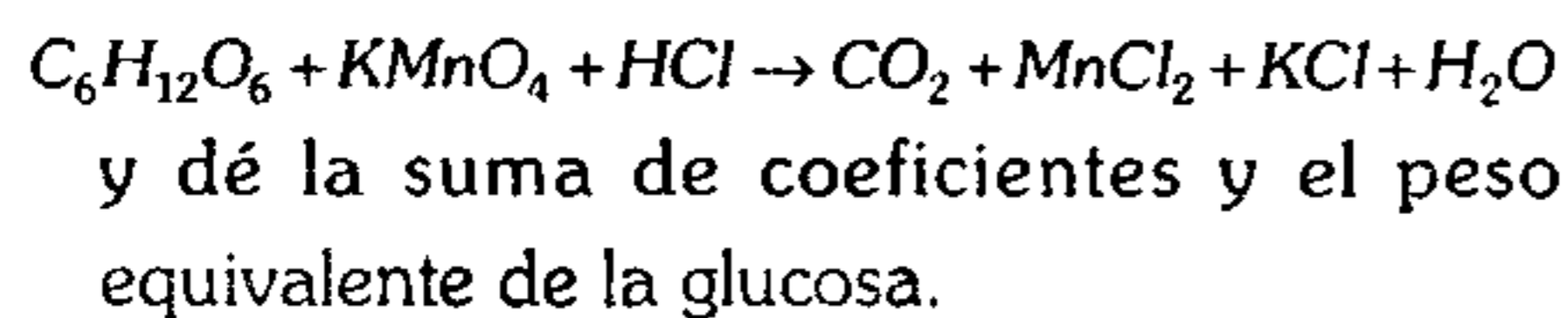
¿Cuál es el porcentaje en masa del hierro en la muestra original?

- A) 26,25%      B) 37,33%      C) 32,66%  
D) 48,22%      E) 62,33%

409. Cuando se reduce el  $KMnO_4$  con  $C_6H_{12}O_6$  en disolución ácida, se obtiene como productos principales:  $CO_2$ ,  $MnO$  y  $K_2CO_3$ . ¿Cuántos Eq-g de agente oxidante serán necesarios para oxidar 0,58 moles de agente reductor?

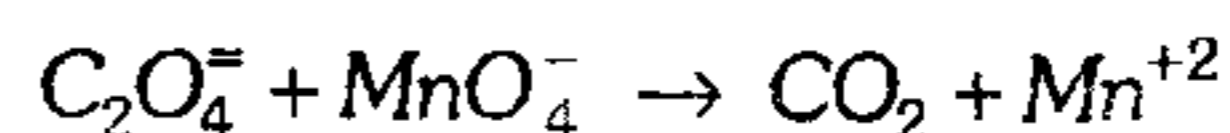
- A) 13,9      B) 12,9      C) 1,29  
D) 1,39      E) 4,25

410. Balancee la ecuación



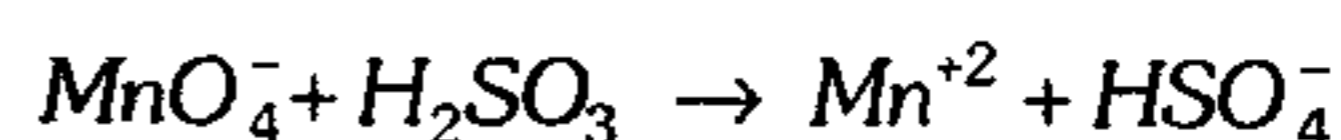
- A) 245 ; 15      B) 189 ; 95      C) 245 ; 36  
D) 300 ; 36      E) 245 ; 7,5

411. Determine el equivalente-gramo del ácido oxálico dihidratado  $H_2C_2O_4 \cdot 2H_2O$  si éste actúa como sustancia reductora en medio ácido según:



- A) 63 g      B) 80,4 g      C) 126 g  
D) 56 g      E) 25,2 g

412. Según la reacción cuántos equivalentes de  $KMnO_4$  se debe usar para que consuma una muestra de 3 L de  $H_2SO_3$  al 40% en peso y de densidad  $1,2 \text{ g/cm}^3$ , según la reacción:



- A) 4,35      B) 35,12      C) 28,60  
D) 30,48      E) 76,14

413. Una cierta cantidad de óxido metálico cuya masa es de 6,2 g contiene 16 g de oxígeno. Calcule el equivalente gramo del metal.

- A) 8 g      B) 16 g      C) 4,6 g  
D) 23 g      E) 10 g

414. Si 60 g de un elemento se combina con 2 at-g de otro elemento Boroide, calcule el peso de 500 meq del primero.

- A) 5 g      B) 500 g      C) 50 g  
D) 0,5 g      E) 55 g

415. Si 6 g de un elemento A se combina exactamente con 0,5 g de un elemento B y 6 g de B reaccionan con 48 g de  $O_2$ , ¿cuál es el peso equivalente de A?

- A) 2      B) 4      C) 6  
D) 8      E) 12

416. Si 3 g de un elemento A se combina con 1 g de un elemento B y 45 g de B reacciona exactamente con 120 g de oxígeno, se sabe que elemento A es un boroide, halle el peso atómico de A.

- A) 11      B) 70      C) 80  
D) 65      E) 27

**Coloides**

417. Una muestra de 0,5250 g del compuesto  $MCl_2$  se convierte en 0,5 g de cloruro de plata ( $AgCl$ ). ¿Cuál es el peso atómico del elemento  $M$ ?

Dato: P.A.(uma):  $Cl=35,5$   $Ag=108$ .

- A) 120,2      B) 130,4      C) 180,6  
D) 230,35      E) 260,5

418. La composición porcentual de un cloruro metálico es 37,42% del halógeno y el resto del metal. ¿Cuál es peso equivalente del metal?

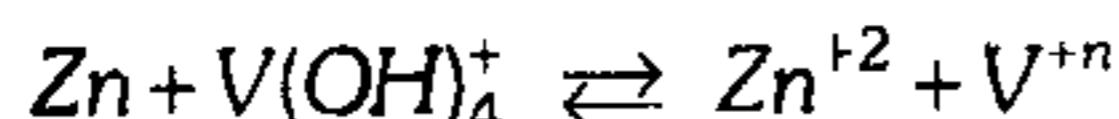
- A) 59,35      B) 62,63      C) 103,50  
D) 20      E) 12

419. Para determinar el porcentaje de  $Mg$  en una aleación aluminio–magnesio, se disuelve una muestra de 20 g en exceso de ácido clorhídrico, generándose 2 g de  $H_2$ . ¿Cuál es el porcentaje de magnesio en la aleación?

P.A.(uma):  $Mg=24$ ,  $Al=27$

- A) 30%      B) 40%      C) 20%  
D) 10%      E) 60%

420. Supóngase que se está investigando la reacción:

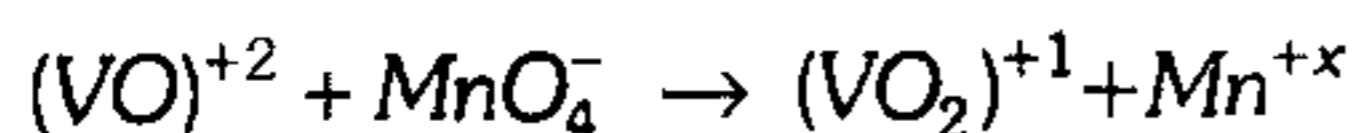


Si se sabe que hace falta 1,95 g de  $Zn$  para reducir a 0,02 moles de  $V(OH)_4^+$ , determine el valor de  $n$ .

Dato: P.A.(uma):  $Zn=65$ ;  $O=16$ ;  $H=1$ ;  $V=54$

- A) 0      B) 4      C) 1  
D) 2      E) 3

421. Según la reacción:



se combina 1,4 g del ion  $(VO)^{+2}$  con 0,476 g de permanganato ( $MnO_4^-$ ). ¿Cuál es el valor de  $x$ ? P.A.(uma):  $V=54$ ,  $O=16$ ,  $Mn=55$

- A) 6      B) 3      C) 4  
D) 2      E) 7

422. Señale lo que no corresponde a los coloides.

- A) El diámetro de sus partículas varía aproximadamente de 1 a 100 nm.  
B) Las partículas coloidales son retenidas por membranas de celofán, colodión y pergamina.  
C) Algunos coloides están formados por miscelas.  
D) El efecto Tyndall permite reconocer un conjunto de coloides.  
E) Es característica el movimiento Browniano.

423. Relacione adecuadamente los ejemplos mencionados en coloides(c) o suspensiones(s).

- |              |                          |
|--------------|--------------------------|
| I. Aerosoles | V. Pintura               |
| II. Gelatina | VI. Mayonesa             |
| III. Espuma  | VII. Piedras preciosas   |
| IV. Leche    | VIII. Jarabes y barnices |

Señale la alternativa correcta.

- A) I(s); II(c); III(c)  
B) II(c); III(s); V(c)  
C) VI(c); II(c); IV(s) y (c)  
D) III(s); VII(c); VIII(s)  
E) V(s); VIII(c); IV(c) y (s)

424. ¿Qué factor de los indicados no favorece la formación de un coloide?

- A) Tensión superficial de la sustancia dispersante.  
B) Triturando al extremo a la sustancia a dispersarse en la fase dispersante adecuada.  
C) Condensando las partículas dispersas de una solución.  
D) Usando cualquier dispersante polar o apolar.  
E) Disgregando las partículas de la sustancia dispersante, de modo que la superficie de ellas llegue a ser mucho mayor.

425. Con respecto a las dispersiones indique verdadero (V) o falso (F).

- I. Las suspensiones no necesariamente son heterogéneas.
- II. Un coloide y una solución se pueden diferenciar por medio del efecto Tyndall.
- III. La diálisis es una forma de separar a las partículas coloidales.
- IV. Son coloides: sangre, carbón vegetal, las gemas.

- A) VVVV    B) VFFV    C) VFFF  
D) FVVV    E) FVVF

### Soluciones

426. Respecto al proceso de disolución, señale lo incorrecto.

- A) Si  $\Delta H_{\text{disoi}} < 0$ , el proceso de disolución se favorece si se disminuye la temperatura.
- B) En las soluciones sólidas, su formación depende del tipo de cristales del STO y STE, además del tamaño de sus partículas.
- C) Los gases al disolverse en los líquidos provocan un incremento de la temperatura.
- D) En la disolución de un sólido iónico se debe vencer la energía de Madelug.
- E) Una mezcla será homogénea, si la entropía del sistema de disolución siempre es mayor que el sistema antes de mezclarse.

427. Respecto a las soluciones, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. La disolución de solutos iónicos y solutos polares depende de la constante dialéctrica del solvente.
- II. Para que un compuesto iónico se disuelva, el solvente debe tener la menor capacidad de coordinarse con los iones en disolución.
- III. La entalpía de solvatación, o en el caso de las soluciones acuosas, la entalpía de hidratación, su valor no determina la solubilidad del compuesto iónico.

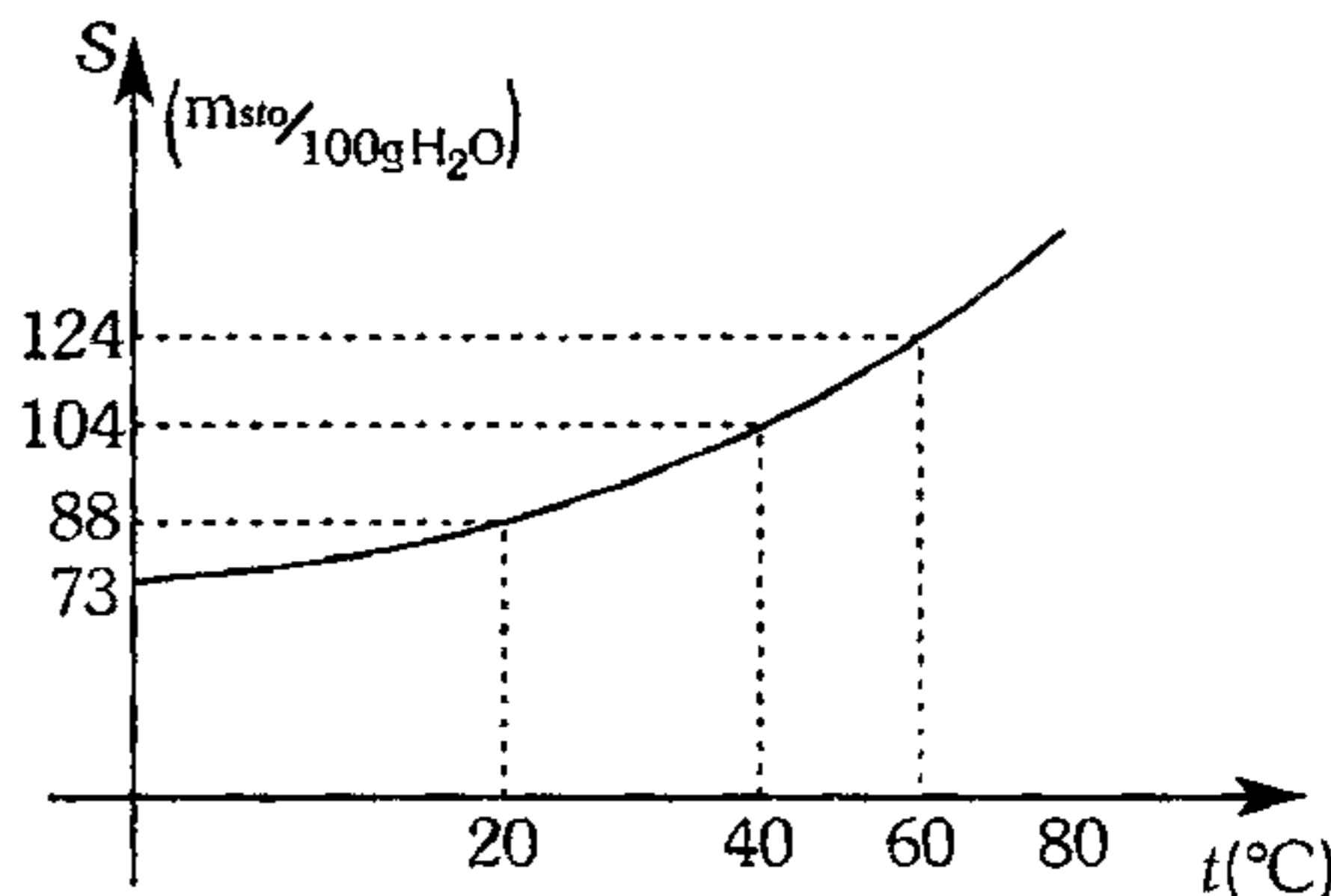
- A) VFF    B) VFV    C) FVV  
D) FFF    E) VVV

428. De los sistemas de mezcla mostrados, en las cantidades que resulten ser convenientemente en cada caso y a la temperatura adecuada.

- I. KI en agua
  - II.  $C_{12}H_{22}O_{11}$  (sacarosa) en agua
- Señale la alternativa que no corresponde.

- A) (I) existe solvatación iónica.
- B) (II) las interacciones STO-STE son mayores que las interacciones STO-STO y STE-STE.
- C) En ambos casos, la polaridad del soluto es el único factor que ha determinado su solubilidad en el agua, que es un solvente polar.
- D) Para I y II  $\Delta H_{\text{disolución}} > 0$
- E) Para I y II, la variación de su solubilidad, es distinta respecto a la temperatura.

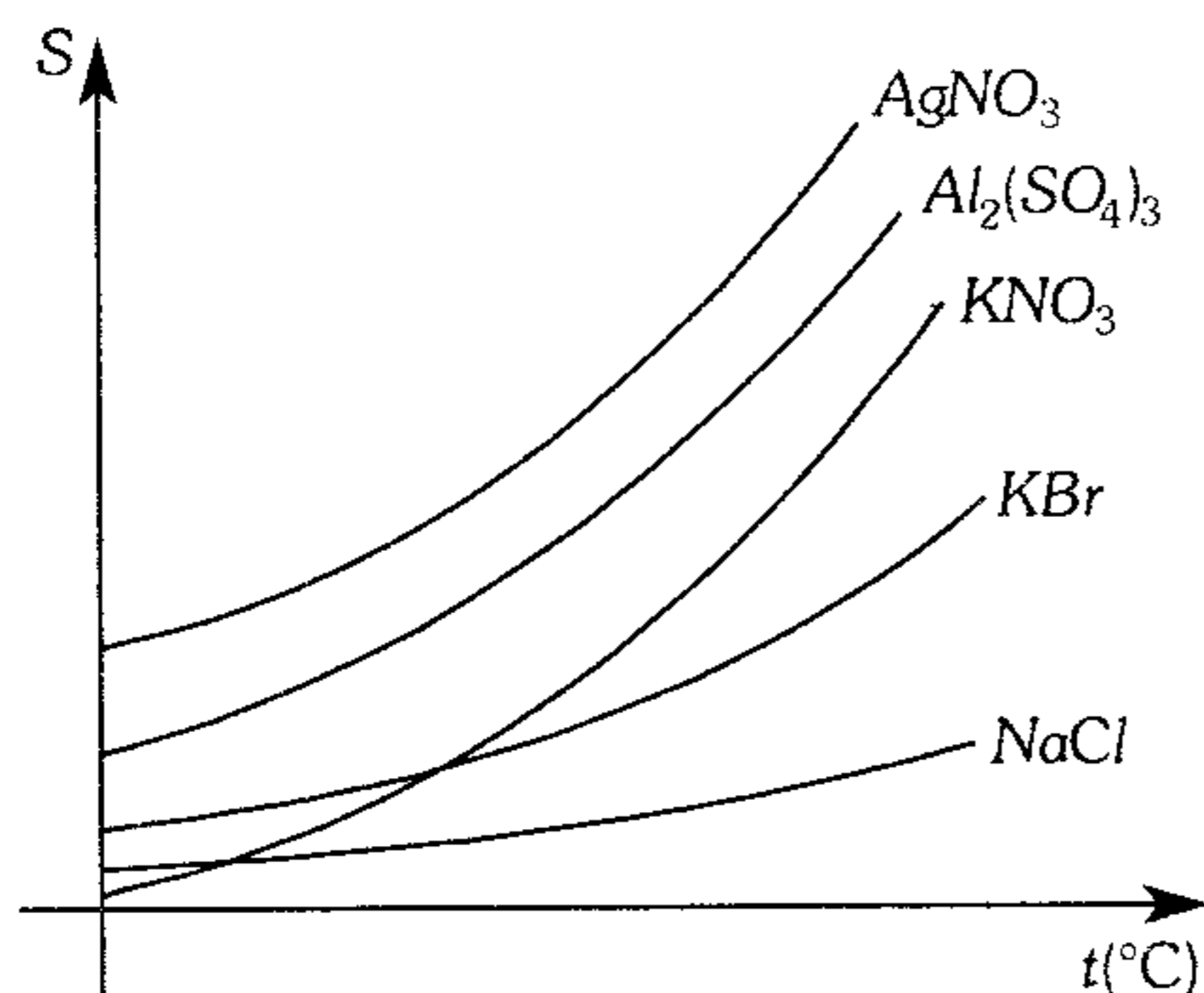
429. En el siguiente gráfico se muestra una variación casi lineal de la solubilidad del  $NaNO_3$  en agua, con respecto a la temperatura.



Si disponemos de 250 g de  $H_2O$ ; la masa de  $NaNO_3$ , máxima a disolverse a  $30^\circ C$  es aproximadamente

- A) de 238 a 243 g.
- B) de 300 a 350 g.
- C) de 142 a 160 g.
- D) de 180 a 210 g.
- E) de 96 a 100 g.

430. Indique qué sustancia es más soluble en agua al aumentar la temperatura.



- A) KBr      B) NaCl      C) AgNO<sub>3</sub>  
 D) Al<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>      E) KNO<sub>3</sub>

431. Para las siguientes proposiciones indique verdadero (V) o falso (F).

- I. La solvatación también explica la dispersión de muchos solutos no iónicos tales como el azúcar, úrea, alcohol y la glicerina en agua.
- II. El proceso de solvatación para la dispersión de la sal como KCl en agua, comienza con la orientación de los dipolos del agua en las esquinas y las aristas del cristal de la sal.
- III. Para que el proceso de disolución sea favorable, el enlace STO-STE debe ser más intenso que los enlaces STO-STO y STE-STE.

- A) FVF      B) FFV      C) FFF  
 D) VVF      E) VVV

### Unidades Físicas de Concentración

432. Determine la masa de agua necesaria que se deberá añadir a 200 mL de una disolución al 60% de NaOH ( $D_{sol} = 1,33 \text{ g/mL}$ ) para obtener una solución al 20% de NaOH.

P.A. (Na=23, O=16)

- A) 200 g      B) 300 g      C) 400 g  
 D) 632 g      E) 532 g

433. Se dispone de una solución acuosa de glucosa ( $C_6H_{12}O_6$ ) saturada a 50°C conteniendo 480 g de glucosa. Si realizamos un enfriamiento de la solución hasta 20°C, calcule el porcentaje en masa de la fase acuosa en el sistema final.

Dato:

$S_{glucosa}$	20°C	50°C
	180 g	240 g

- A) 11,30      B) 74,4      C) 91,0  
 D) 42,7      E) 82,35

434. El ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) concentrado, es denominado también ácido sulfúrico técnico y encuentra al 96% de pureza en masa; si al dejar 100 g de esta solución en un ambiente húmedo, dicha solución se va diluyendo hasta que la concentración final sea del 30% en masa. ¿Qué masa de agua se ha absorbido?

- A) 200 g      B) 232 g      C) 205 g  
 D) 210 g      E) 220 g

435. Se tiene a disposición cierto volumen de una mezcla entre el NaOH y el  $H_2O$ , cuya densidad es de 1,5 g/mL.

¿Qué volumen de agua se debe agregar al volumen inicial que teníamos, para obtener 1 litro de una nueva solución cuya densidad es ahora de 1,16 g/cm<sup>3</sup>?

- A) 280 mL      B) 320 cm<sup>3</sup>      C) 680 mL  
 D) 450 mL      E) 510 mL

436. ¿Qué masa de agua hay que añadir a 200 mL de disolución al 30% de NaOH ( $D_{solución} = 1,33 \text{ g/mL}$ ), para obtener una disolución al 10% de alcali?

- A) 180 g      B) 356 g      C) 532 g  
 D) 246 g      E) 136 g



437. Se disolvió una pastilla antidepresiva de 500 mg, obteniéndose una solución de 300 mL de  $\text{Li}_2\text{CO}_3$  (18N). Calcule el porcentaje de  $\text{Li}_2\text{CO}_3$  en la pastilla.
- A) 40%      B) 80%      C) 20%  
D) 10%      E) 5%
438. Determine la concentración normal resultante de una mezcla de 3 soluciones de  $\text{H}_3\text{PO}_4$ : 500 mL (0,2M), 400 mL (5N) y 1 100 mL (3N).
- A) 2,15      B) 1,07      C) 1,43  
D) 1,7      E) 0,72
439. Si tenemos 250 mL de agua dura de 160 ppm en función de los iones  $\text{Ca}^{+2}$  y  $\text{Mg}^{+2}$ , provenientes de las sales  $\text{CaCO}_3$  y  $\text{MgCO}_3$ , calcule la suma de las masas de estas sales, si se sabe que la relación entre las masas de  $\text{Ca}^{+2}$  y  $\text{Mg}^{+2}$ , es de 5 a 3.
- A) 1,77 g      B) 177,5 mg      C) 4,23 g  
D) 0,06 mg      E) 2,42 g
440. Calcule la cantidad de agua en gramos que se debe agregar a cierta masa de  $\text{BaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ , para obtener 50 g de una solución de  $\text{BaCl}_2$  al 12% en masa. (P.A:  $\text{Ba}=137$ ,  $\text{Cl}=35,5$ )
- A) 49 g      B) 32,64 g      C) 56 g  
D) 42,96 g      E) 70 g
441. Durante el enfriamiento de 300 g de una solución al 40%, una parte del soluto precipitó de modo que la concentración de la solución se hizo igual al 10%. Señale la masa de la sustancia precipitada.
- A) 60 g      B) 100 g      C) 130 g  
D) 200 g      E) 120 g
442. Calcule el volumen de agua que se debe adicionar a 450 mL de una solución de  $\text{HNO}_3$  al 40% en peso y de densidad 0,8 g/mL para que la nueva solución sea del 18% en peso.
- A) 0,883 L      B) 200 L      C) 360 mL  
D) 440 mL      E) 950 mL
443. Halle el número de litros de  $\text{MgCl}_2$ , 2M que debe ser adicionado a 2 L de una solución de  $\text{NaCl}$  1N para obtener una solución cuya concentración de ion cloruro sea 2M.
- A) 2,5      B) 1,0      C) 3,2  
D) 0,5      E) 1,5
444. En 1 430 g de  $\text{H}_2\text{O}$  a 20°C se disuelve 293 L de  $\text{NH}_3$  a 20°C y 624 mmHg. La disolución resultante tiene una densidad de 0,8 g/mL, calcule la molaridad de la solución formada.
- A) 2,5 M      B) 3 M      C) 4,7 M  
D) 5,6 M      E) 5 M
445. Si adicionamos 9 g de  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  puro con una solución de  $\text{KOH}$  de 400 mL densidad 1,12 g/mL y 75% en peso, halle  $[\text{OH}]^-$  en la mezcla.
- A) 96 mol/L      B) 36 eq-g/L  
C) 8,125 mol/L  
D) 15,3 mol/L      E) 12,46 g/L
446. Se quiere preparar una disolución que contenga 0,2 moles de  $\text{HNO}_3$  por cada 100 mL de solución. Si cada gramo de  $\text{HNO}_3$  puro cuesta 0,05 dólares, calcule el costo para preparar un litro de la solución indicada, si en el proceso de disolución ocurre una pérdida del 10% de  $\text{HNO}_3$  puro. P.A.(N=14 uma)
- A) \$2,5      B) \$7,0      C) \$6,3  
D) \$5,67      E) \$6,93

447. Si se añade 0,23 gramos de sodio metálico a 10 litros de agua, determine la normalidad de la solución formada. P.A.(Na=23)

- A) 0,1            B) 0,001            C) 0,01  
D) 1                E) 10

448. Halle el volumen empleado de  $H_2S_{(ac)}$  al 17% en peso con una densidad de 1,2 g/mL, si luego de añadir 2 litros de agua se obtiene el  $H_2S_{(ac)}$  con una concentración de 3M.

- A) 1 L            B) 2 L            C) 3 L  
D) 4 L            E) 6 L

449. Si 0,75 g de  $H_2C_2O_4 \cdot 2H_2O$  se ha adicionado a 25 mL de solución de KOH y luego el exceso de esta última se ha titulado con 4 mL de HCl 0,12 N, halle la normalidad de la solución de KOH.

- A) 0,09 N        B) 1,2 N            C) 0,5 N  
D) 2,5 N            E) 6,5 N

450. Si se mezcla 2 soluciones, cuyos volúmenes están en la relación de 3 a 2, y sus concentraciones son de 6 M y 5 M respectivamente, calcule la concentración de la solución resultante.

- A) 2,22 M        B) 1,2 M            C) 8,4 M  
D) 2,8 M            E) 5,6 M

451. La fracción molar de una sal en una disolución acuosa es 0,09. Halle la molalidad de la solución.

- A) 5,49 m        B) 2 m                C) 7 m  
D) 9 m                E) 10 m

452. Se dispone de 1,073 kg de una solución acuosa de HCl 2 molal, la masa de agua presente es:

- A) 63,1 mol        B) 74,6 mol        C) 29,1 mol  
D) 55,5 mol            E) 68 mol

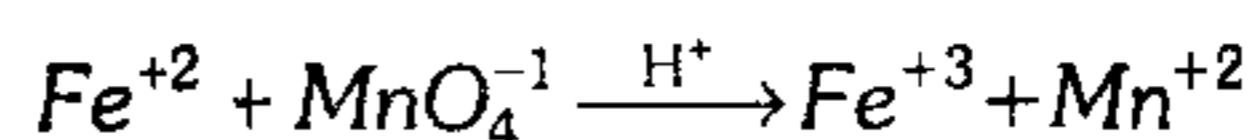
453. Se dispone de 600 mL de una solución acuosa de  $AgNO_3$ ; de él, se extrae 70 mL y al hacerlo reaccionar completamente con una solución de NaCl logra formarse 23,4 g de AgCl. Calcule la molaridad de la solución inicial.

- A) 4,6 M                                    B) 1,42 M  
C) 2,3 M  
D) 1,83 M                                    E) 2,73 M

454. Halle el volumen de una solución acuosa del  $KMnO_4$  4M, que actuando como agente oxidante severo, se usará para reaccionar totalmente con 4,6 L de  $Fe(NO_3)_2$  3,2N. (P.A. Fe=56 , Mn=55)

- A) 14,72 cm<sup>3</sup>                                B) 0,736 L  
C) 726 mL  
D) 19,60 mL                                E) 0,48 L

455. Calcule la molaridad que debería tener dos litros de solución de  $KMnO_4$  para que reaccione con 608 g de  $FeSO_4$  en solución según la ecuación:



P.A. (Mn=55, Fe=56, S=32, O=16, K=39)

- A) 0,2 M                                    B) 0,4 M  
C) 0,6 M  
D) 0,8 M                                    E) 0,5 M

456. El carbonato magnésico reacciona con 6 L de HCl 2 M, el ácido residual se titula frente a 2 L de KOH 1N. Entonces, según la reacción:  
 $MgCO_3 + HCl \rightarrow MgCl_2 + CO_2 + H_2O$   
exprese el peso de  $CO_2$  que se obtendrá, si el rendimiento de esta reacción es del 75%.

- A) 96 g                                        B) 82,5 g  
C) 104, 2g  
D) 165 g                                        E) 38 g

457. Determine la molaridad, normalidad y molalidad de una solución de  $H_3PO_4$  al 30% en peso, y cuya densidad es 1,2 g/mL, según la reacción:
- $$H_3PO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2HPO_4 + H_2O$$
- A) 2,45M; 2,45N; 1,22m  
 B) 2,45M; 4,9N; 4,9m  
 C) 3,67M; 7,346N; 3,06m  
 D) 4,9M; 4,9N; 4,9m  
 E) 0,22M; 0,44N; 0,33m
458. Una muestra que pesa 20 g, contiene  $CaCO_3$  y  $SiO_2$  (el cual es inerte) es disuelta con  $HCl$  en exceso. De este, el calcio es precipitado gravimétricamente como  $CaC_2O_4$ . Esta sustancia, luego de ser disuelta y formar el  $H_2C_2O_4$  se titula exactamente con 600 mL de  $KMnO_4$  (0,12M). Calcule el porcentaje de calcio en la muestra inicial, si los productos de la titulación son  $CO_2$  y  $Mn^{+2}$ .  
 (P.A  $K=39$ ,  $Mn=55$ ,  $Ca=40$ ;  $Cl=35,5$ )
- A) 7,2%      B) 4,0%      C) 6,0%  
 D) 8,0%      E) 9,0%
459. Exprese la fracción molar de la sacarosa en una solución acuosa 14,5 molal.  
 (sacarosa:  $C_{12}H_{22}O_{11}$ )
- A) 0,02      B) 0,5      C) 0,4  
 D) 0,1      E) 0,2
460. Los hematíes de la sangre son isotónicos con una disolución al 0,91% de cloruro sódico, cuya densidad es prácticamente 1 g/mL. El grado de disociación aparente del cloruro sódico a esta concentración es del 90%. Calcule la presión osmótica de la sangre a la temperatura del cuerpo humano (37°C).
- A) 7,52 atm    B) 4,30 atm    C) 5,6 atm  
 D) 3,2 atm    E) 8,4 atm
461. La disolución que contiene 25 g de albúmina de huevo por litro, ejerce una presión osmótica de 13,5 mmHg a 25°C. Determine el peso molecular de dicha proteína.
- A) 42685,2    B) 34391,40    C) 30429,0  
 D) 16834,0    E) 66380,0
462. A 200°C la presión de vapor saturado del éter  $C_4H_{10}O$  es igual a 440 mmHg. Calcule la presión de vapor de una disolución que contiene 651 g de anilina ( $C_6H_5NH_2$ ) en 100 g de éter.
- A) 431,6 mmHg      B) 418,9 mmHg  
 C) 452,3 mmHg      D) 407,5 mmHg      E) 425,4 mmHg
463. Una mezcla ideal formada por tetracloruro de carbono ( $CCl_4$ ) y cloruro estánico ( $SnCl_4$ ), hierve a 90°C. A esta temperatura, se sabe que los valores de presión de vapor saturado son respectivamente 1112 mmHg y 362 mmHg. Calcule el porcentaje en peso de  $CCl_4$  en fase líquida y la fracción molar del  $SnCl_4$  en fase de vapor.
- A) 63% ; 0,74      B) 30% ; 0,614  
 C) 40% ; 0,81  
 D) 40% ; 0,224      E) 35% ; 0,43
464. El alcanfor un disolvente muy adecuado para que mediante el método crioscópico se determinen pesos moleculares. Entonces, si la constante molal para la congelación del alcanfor, es de 40°C/mol. Se prepara una mezcla con 23,7 mg de Fenolftaleina y 0,387 g de alcanfor. Si esta mezcla se empieza a solidificarse a 166,5°C y el punto de fusión del alcanfor es 174,4°C, entonces el peso molecular de la fenolftaleina es
- A) 58 u.m.a      B) 421 g/mol  
 C) 214 u.m.a  
 D) 421 u.m.a      E) 310 u.m.a

**Cinética Química**

465. Señale la aseveración(es) verdadera(s).

- I.  $C_{(g)} + O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} \Delta H = -94 \text{ kcal/mol}$  la velocidad de formación de  $CO_2$  a cierta temperatura es 20 mol/L/min, entonces, la velocidad sería 60 mol/L/min si la temperatura se incrementa en 20°C.
- II. Para la reacción I la energía liberada por el consumo de 2,4 kg de carbón sería 1 480 kcal.
- III. Según VANT HOFF la velocidad de una reacción varía con la temperatura según:

$$\frac{V_{(t_1)}}{V_{(t_2)}} = \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}}$$

- A) solo III      B) solo I      C) solo II
- D) I y II      E) II y III

466. De acuerdo a la ecuación de Arrhenius de cinética-química:

$$K = Ae^{-E_a/Rt} \text{ (cte. de velocidad especial)}$$

se puede afirmar que

- A) a temperaturas altas, la velocidad de reacción disminuye.
- B) a mayor frecuencia de choques moleculares la velocidad de reacción disminuye.
- C) al adicionar un catalizador la velocidad de reacción se incrementará porque aumenta la energía de activación del proceso.
- D) la constante de velocidad específica solo depende de la temperatura.
- E) el tiempo de reacción es mayor si se adiciona un catalizador negativo.

467. ¿Cuántas proposiciones son correctas?

- I. La velocidad de reacción, respecto a un producto, es la misma en cualquier intervalo de tiempo.
- II. Si con 10 g de catalizador positivo, la velocidad de reacción es  $30 \frac{\text{mol/L}}{\text{min}}$ ,

entonces con 300 g de dicho catalizador,

la velocidad será  $900 \frac{\text{mol/L}}{\text{min}}$ .

- III. Al incrementar la velocidad de reacción aumenta la frecuencia de choques en el sistema.
- IV. Solo con la variación de concentración una reacción variará la  $K_{eq}$  de sistema.

- A) 0      B) 1      C) 2
- D) 3      E) 4

468. ¿Cuáles de las acciones enumeradas conducirán a la variación de la constante de velocidad de reacción?

- I. Variación de la presión.
- II. Variación de la temperatura.
- III. Variación del volumen del reactor.
- IV. Introducción de un catalizador en el sistema.
- V. Variación de la concentración de las sustancias reaccionarias.

- A) I, III y V      B) II y IV      C) II, IV y V
- D) I, V      E) solo II

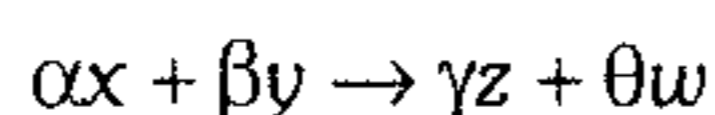
469. Al frotar un cubo de azúcar con cenizas de cigarro se quema antes de fundirse, indique qué factor ha intervenido para acelerar la combustión.

- A) Superficie
- B) Temperatura
- C) Catalizador
- D) Concentración
- E) Naturaleza de reactante

470. En una reacción de orden cero, la velocidad de reacción no depende de

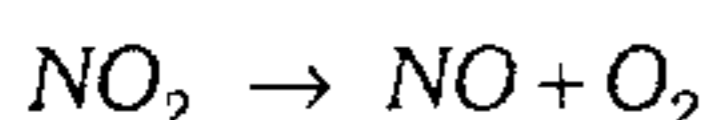
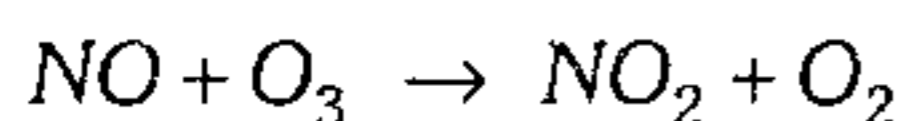
- A) la temperatura.
- B) el catalizador.
- C) la superficie.
- D) la concentración.
- E) la naturaleza del reactante.

471. Si  $V$  es la velocidad de una reacción química y  $K$  es la constante de velocidad de esta reacción elemental, ¿cuál es la expresión para la velocidad de la siguiente reacción?



- A)  $\bar{v} = k[x][y]$
- B)  $\bar{v} = k[x]^{\alpha}[y]^{\beta}$
- C)  $\bar{v} = \frac{[z]^{\alpha}[w]^{\beta}}{[x]^{\gamma}[y]^{\theta}}$
- D)  $\bar{v} = k[x]^{\alpha}[y]^{\beta}$
- E)  $\bar{v} = k[x]^{\alpha}[z]^{\gamma}$

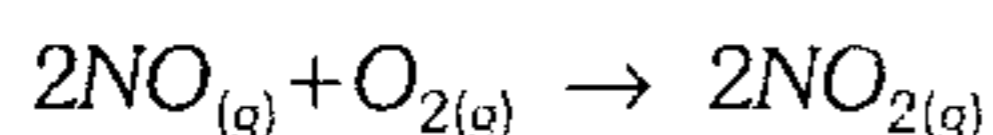
472. El ozono de la atmósfera protege a la Tierra de la radiación ultravioleta que podría ser peligrosa, absorbiéndola y emitiendo de nuevo la energía con una longitud de onda diferente. Este ozono viene disminuyendo a medida que aumenta el uso de aerosoles, y también por la acción del  $NO$ , producido por la emisión de gases de los aviones; según:



en este esquema el  $NO$  es

- A) un producto de la reacción total.
- B) un inhibidor.
- C) un reactivo de la reacción total.
- D) un catalizador positivo.
- E) un reactante inerte.

473. Al reducir el volumen de un recipiente tres veces, para



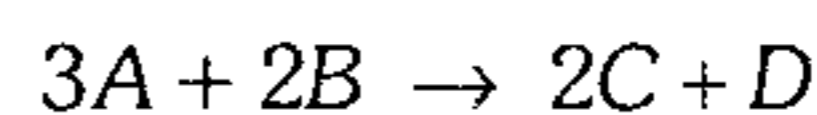
entonces la velocidad

- A) disminuye 9 veces.
- B) aumenta 9 veces.
- C) aumenta 27 veces.
- D) disminuye 27 veces.
- E) no cambia.

474. En el sistema  $CO + Cl_2 \rightarrow COCl_2$ , la concentración del  $CO$  aumentó desde 0.03 hasta 0,12 mol/l y la del cloro, desde 0.02 hasta 0,06 mol/L. ¿Cuántas veces aumentó la velocidad de la reacción directa?

- A) 4 veces      B) 6 veces      C) 8 veces
- D) 10 veces      E) 12 veces

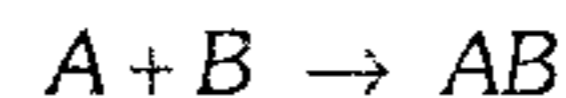
475. De los datos de velocidad iniciales y concentraciones iniciales, halle la expresión de velocidad de reacción e indique el orden de la reacción:



$V_i \left( \frac{M}{min} \right)$	$[A], M$	$[B], M$
$6 \times 10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$
$1,44 \times 10^{-1}$	$2 \times 10^{-2}$	$3 \times 10^{-2}$
$1,2 \times 10^{-2}$	$10^{-2}$	$2 \times 10^{-2}$

- A)  $k[A][B] ; 2$
- B)  $k[A]^3[B] ; 4$
- C)  $k[A][B]^2 ; 3$
- D)  $k[A]^2[B] ; 3$
- E)  $k[A] ; 1$

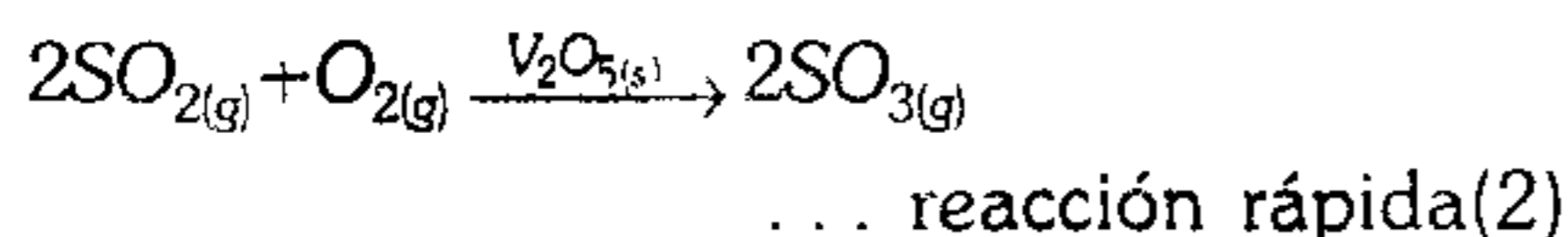
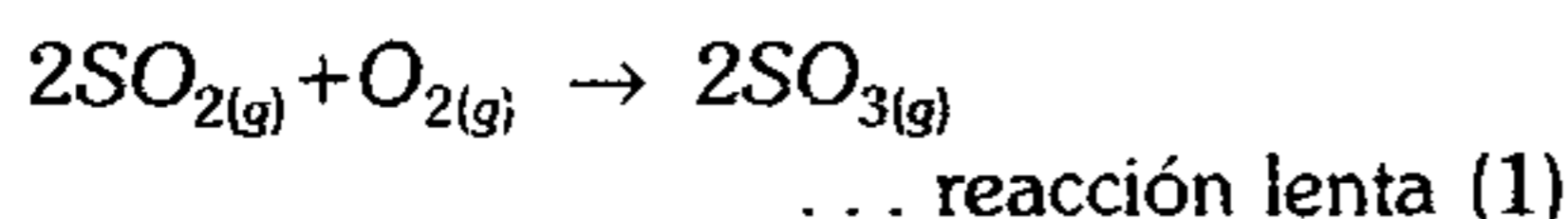
476. Calcule la constante de la velocidad y el orden de la reacción para



si el proceso corresponde a una reacción elemental en el instante que la velocidad es  $5 \cdot 10^{-5}$  mol/L.min, cuando  $[A]=0,05$  mol/L;  $[B]=0,01$  mol/L.

$k$	orden
A) $10^{-1}$ L/mol.min	2
B) 0,5 mol/L.min	1
C) 0,05 L/mol.min	1
D) $5 \cdot 10^{-1}$ L/mol.min	2
E) 10 L/mol.min	1

477. Con respecto a las siguientes reacciones:



indique que alternativa es incorrecta.

- A) El  $V_2O_{5(s)}$  es un catalizador positivo.
- B) La reacción (2) es de catálisis heterogéneo.
- C) Si se cambia  $V_2O_{5(s)}$  por  $NO_{(g)}$  la reacción, sería de catálisis homogénea.
- D) La energía de activación en la segunda reacción es mayor que en la primera.
- E) El complejo activado en la segunda reacción es menor.

478. Indique si es verdadero (V) o falso (F).

- I. El estudio de la cinética química es muy importante para el ingeniero químico, pues permite hacer un buen diseño del reactor donde se efectúa la reacción.
- II. En la reacción  $Cl_{2(g)} + CO_{(g)} \rightarrow COCl_{2(g)}$  el orden de la reacción es 2.
- III. El orden de reacción es siempre un número entero.

- A) VFV      B) VFF      C) FFV
- D) VVF      E) VVV

479. Indique el número de proposiciones incorrectas.

- I. Toda ecuación unimolecular es de primer orden y viceversa.
- II. Ecuación de Arrhenius:
 
$$K = Ae^{-\frac{E_{act}}{RT}}$$
- III. Agitar la solución, acelera la reacción y cambia la velocidad.
- IV. Existen reacciones de autocatálisis.

- A) 0      B) 1      C) 2
- D) 3      E) 4

480. Indique lo que no corresponde.

- I. La mínima energía necesaria para iniciar una reacción se llama energía de activación.
- II. La velocidad de una reacción es directamente proporcional a la concentración, afectada por su coeficiente estequiométrico en general.
- III. De acuerdo con Arrhenius, la disposición espacial de las moléculas afecta la velocidad de las reacciones.

- A) I      B) II      C) III
- D) I y II      E) II y III

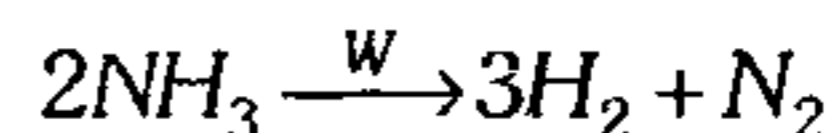
481. Marque verdadero (V) o falso (F).

- I. Una reacción autocatalítica puede ser con orden positivo o negativo.
- II. Toda colisión molecular involucra una ruptura de enlaces y por consiguiente una reacción.
- III. La velocidad de una reacción solo depende de la temperatura.

- A) FVV      B) VVV      C) FFF
- D) VVF      E) VFF

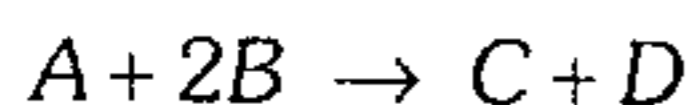
482. Señale el número de aseveraciones verdaderas y falsas, respectivamente.

- I. La molecularidad y el orden de una reacción es igual.
- II. En la siguiente reacción el orden es 3 (3er. orden)  $2A + B \rightleftharpoons 3X + Y$ ...
- III. En la siguiente reacción el orden es 4 (4to orden)  $3H_2 + 1N_2 \rightleftharpoons 2NH_3$
- IV. En la siguiente reacción en una sola etapa el orden es 1 (1er. orden)  $A + B \rightarrow C$
- V. En la siguiente reacción catalítica en 100% el orden es 0 (orden cero).



- A) 2 ; 3      B) 1 ; 4      C) 3 ; 2
- D) 0 ; 5      E) 5 ; 0

483. Para la siguiente reacción:



El mecanismo de la reacción es:



¿Cuál es la ley de la velocidad para la reacción?

A)  $v = k[AB][B]$

B)  $v = k[A][B]^2$

C)  $v = k[A][B]$

D)  $v = k \frac{[C][D]}{[A][B]^2}$

E) Se necesita conocer la tercera etapa de la reacción.

484. Complete los espacios con la información que se da a continuación. Considere la reacción química de los compuestos A y B que tienen primer orden para A y segundo orden para B. Halle  $v_2$  y  $v_3$  respectivamente.

Experimento	Velocidad (m/s)	[A]	[B]
1	0,25	1,0 M	0,20 M
2	$v_2$	2,0 M	0,20 M
3	$v_3$	2,0 M	0,40 M

A) 0,5 M/s ; 0,5 M/s

B) 2 M/s ; 0,5 M/s

C) 0,50 M/s ; 2,0 M/s

D) 1 M/s ; 0,5 M/s

E) 2 M/s ; 0,5 M/s

485. En la reacción  $A+B \rightarrow C$

se tiene los siguientes datos experimentales.

Experi- mento	[A] Inicial	[B] Inicial	Velocidad inicial de formación de C
1	0,10 M	0,10 M	$2,0 \times 10^{-4}$ M/s
2	0,20 M	0,10 M	$8,0 \times 10^{-4}$ M/s
3	0,40 M	0,20 M	$2,56 \times 10^{-2}$ M/s

Escriba la ley de velocidad.

A)  $v = k[A]^2[B]^3$

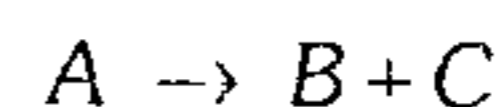
B)  $v = k[A]^3[B]^2$

C)  $v = k[A][B]$

D)  $v = k[A]^2[B]$

E)  $v = k[A][B]^2$

486. El compuesto A se descompone para formar B y C en una reacción de primer orden con respecto a A y de primer orden general. A 25°C la constante de velocidad específica para la reacción es de  $0,090 \text{ s}^{-1}$ . ¿Cuál es la vida media de A a 25°C?



A) 30,8 s

B) 15,4 s

C) 7,7 s

D) 12,2 s

E) 5,6 s

487. Una gota de una solución (de volumen 0,05 mL) contiene  $3 \times 10^{-6}$  de iones  $H^+$ ; si la rapidez de desaparición del  $H^+$  es de  $10^{-7} \text{ M/s}$ , determine el tiempo que requiere el  $H^+$ , para desaparecer en la gota.

A)  $3 \times 10^{-8}$  s

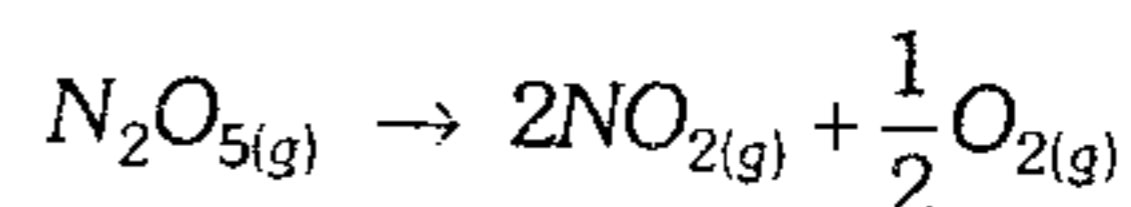
B)  $6 \times 10^{-9}$  s

C)  $5 \times 10^{-6}$  s

D)  $2 \times 10^{-4}$  s

E)  $1 \times 10^{-7}$  s

488. Para la siguiente reacción



se observa la siguiente tabla de datos.

Tiempo (h)	$[N_2O_5]$ (M)
0	0,849
0,50	0,733
1	0,633
2	0,472
3	0,353
4	0,265
5	0,197

Determine la velocidad promedio de la reacción durante el intervalo de 1 a 2 h.

A) 0,242 M

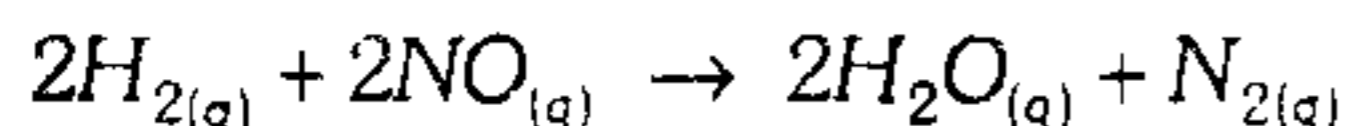
B) 1,282 M

C) 0,161 M

D) 0,051 M

E) 0,321 M

489. A partir de la siguiente reacción:



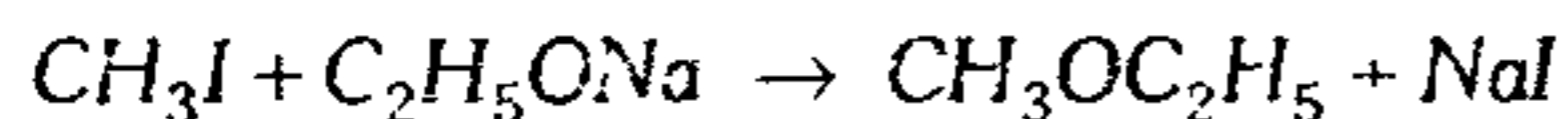
presenta los siguientes datos cinéticos:

Exp	[NO].10 <sup>3</sup> (mol/L)	[H <sub>2</sub> ].10 <sup>3</sup> (mol/L)	Velocidad inicial del cambio de presión (Torr/min)
1	6	1	20
2	6	2	40
3	6	3	60
4	1	6	3
5	2	6	12
6	3	6	27

Calcule la concentración del NO, si la velocidad es 24 torr/min. siendo la [H<sub>2</sub>] 36.10<sup>4</sup> M.

- A) 36×10<sup>2</sup> mol/L
- B) 0,02 mol/L
- C) 20 mol/L
- D) 2 mol/L
- E) 200 mol/L

490. Para la siguiente reacción:



en presencia del alcohol etílico, se ha obtenido los siguientes datos:

Temperatura (°C)	K(Lmol <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ).10 <sup>-5</sup>
0	5,6
6	11,8
12	24,5
18	48,8
24	100

Determine la energía de activación para dicha reacción.

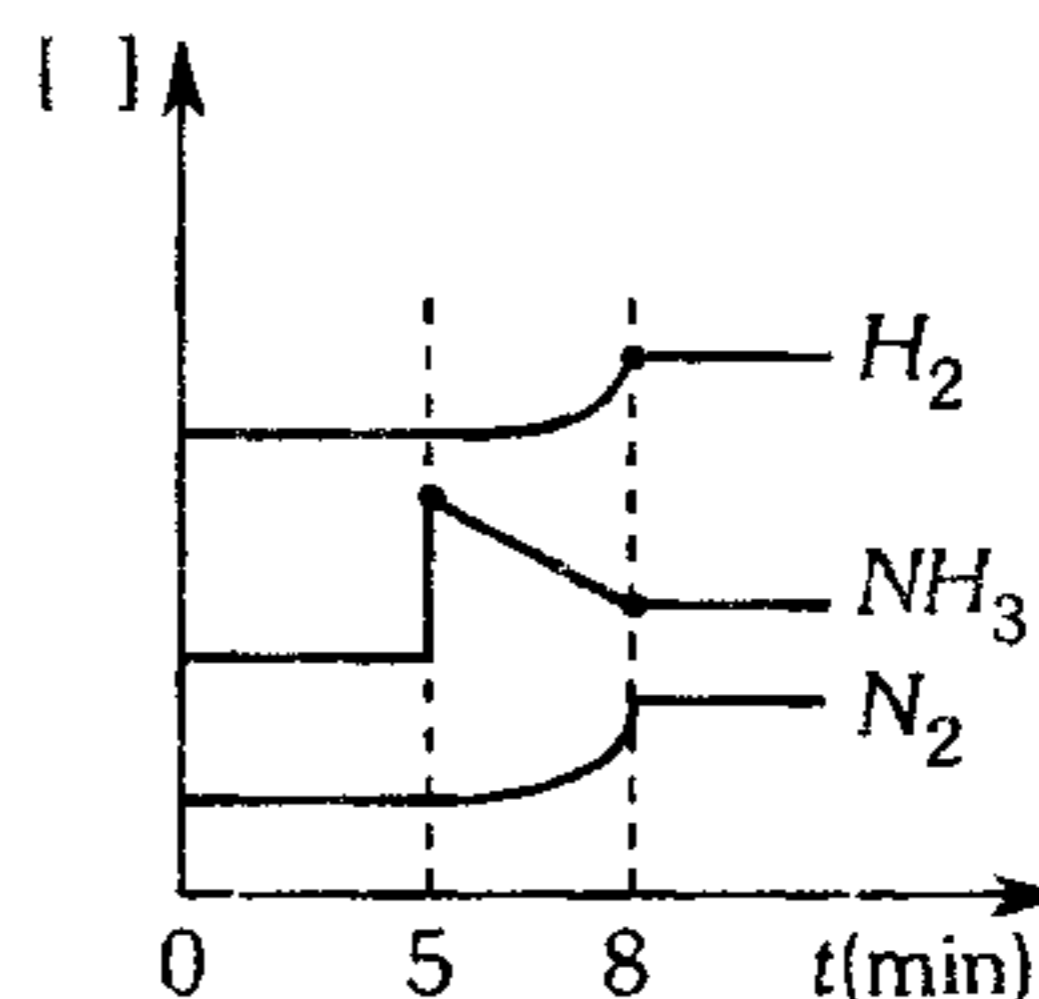
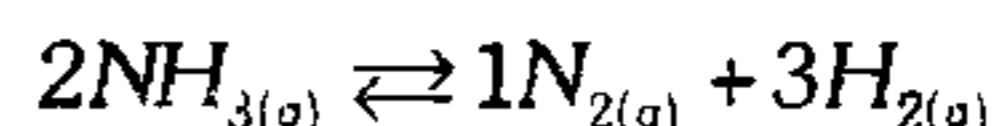
- A) 49,2 KJ    B) 96,4 KJ    C) 118,2 KJ
- D) 58,4 KJ    E) 79,6 KJ

491. La desintegración espontánea de un núcleo radioactivo es una reacción de primer orden, si el uranio-238 se desintegra con la emisión de una partícula alfa, con un tiempo de vida media de 4,5×10<sup>9</sup> años: si para un t=0, se coloca 1 mol de uranio-238, determine la cantidad de moles de átomos que quedaron después de mil millones de años.

- A) 0,86 mol    B) 0,52 mol    C) 0,15 mol
- D) 0,94 mol    E) 0,78 mol

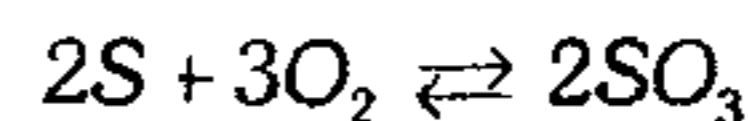
### Equilibrio Químico

492. Del siguiente gráfico concentración [ ] vs tiempo no es correcto en

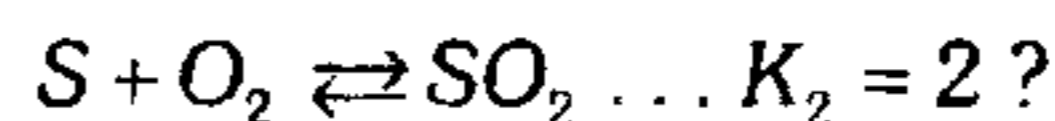


- A) Hasta los 5 minutos la reacción está en equilibrio.
- B) A los 5 minutos aumenta la concentración de NH<sub>3</sub>.
- C) De 5 a 8 minutos existe equilibrio químico.
- D) Luego de 8 minutos las propiedades físicas son constantes.
- E) El equilibrio químico sufrió perturbación con el incremento de concentración del reactante.

493. ¿Cuál será el valor de la Keq, para la reacción



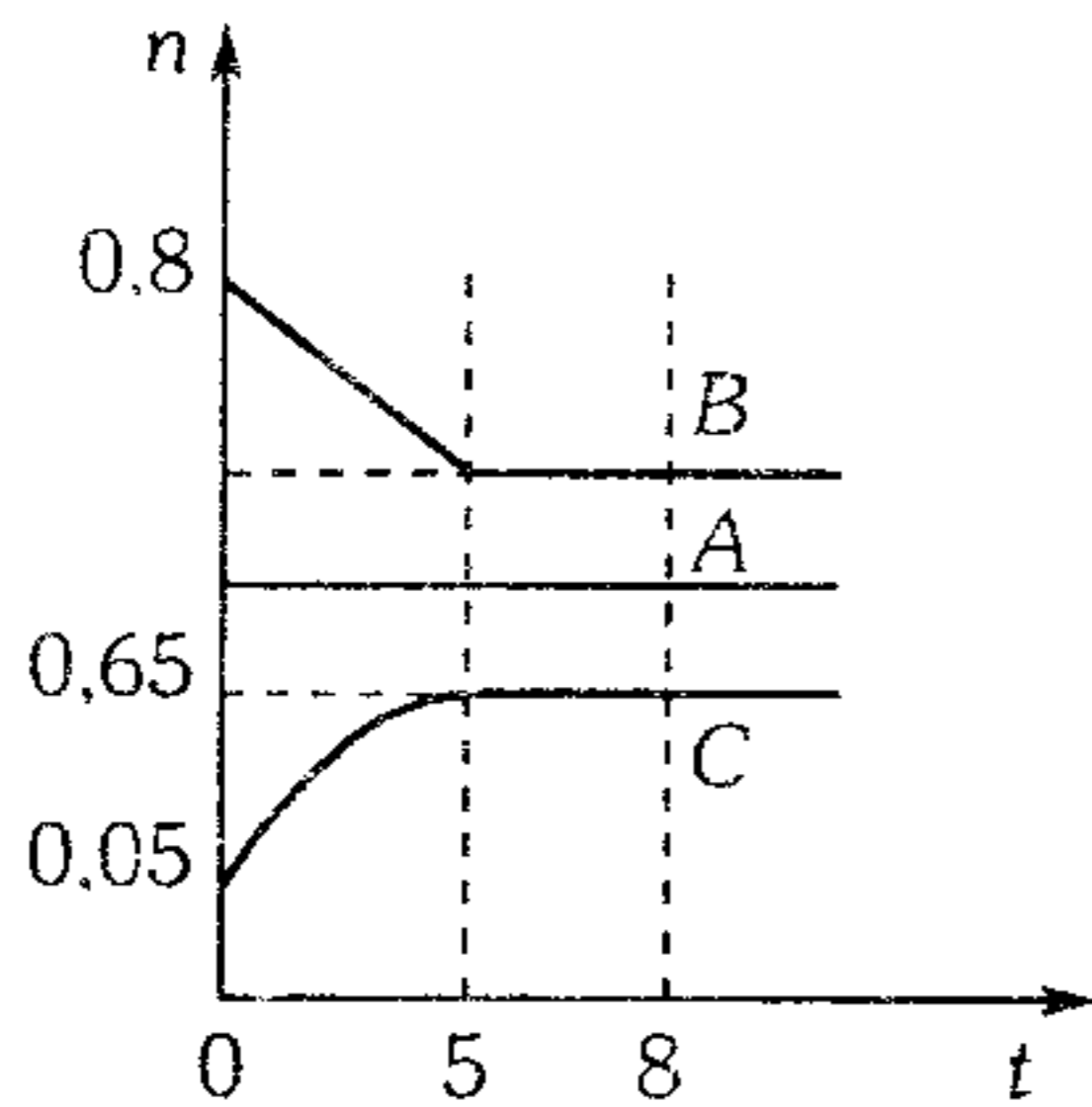
si  $2SO_3 \rightleftharpoons 2SO_2 + O_2 \dots K_1 = 10$



- A) 0,2    B)  $\frac{1}{2}$     C)  $\frac{5}{2}$
- D) 0,4    E) 0,7

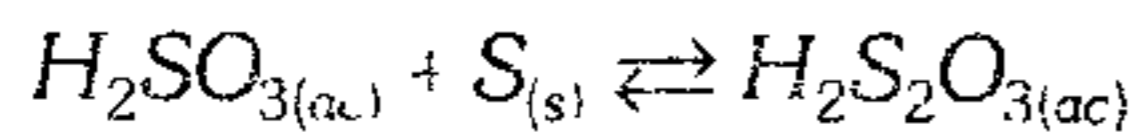


494. La reacción  $A_{(s)} + B_{(g)} \rightleftharpoons 2C_{(g)}$ , alcanza el estado de equilibrio a  $25^{\circ}\text{C}$ , en un frasco de 2 L. Halle el valor de la constante de equilibrio ( $K_c$ ) para la reacción mencionada.



- A) 0,04      B) 0,11      C) 0,22  
D) 0,01      E) 0,42

495. Para la siguiente reacción



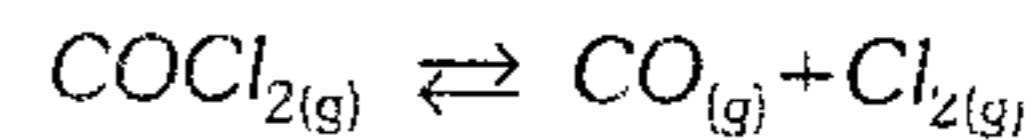
indique la alternativa correcta.

- A) Es una reacción homogénea.  
B) La unidad de  $K_c$  es mol/L.  
C) Es una reacción elemental.  
D) La expresión  $K_p = \frac{P_{H_2S_2O_3}}{P_{H_2SO_3}}$   
E) La velocidad de la reacción directa es diferente a la velocidad inversa.

496. Cuando una mezcla gaseosa de 1 mol de  $N_2$  y 0,25 moles de  $O_2$ , se le permite que alcance el equilibrio de  $3\ 000^{\circ}\text{C}$ , se forman 0,125 mol de  $NO$ . Calcule  $K_c$  y las moles totales sin reaccionar cuando se mezclan cantidades iguales de  $N_2$  y  $O_2$  a la misma temperatura.

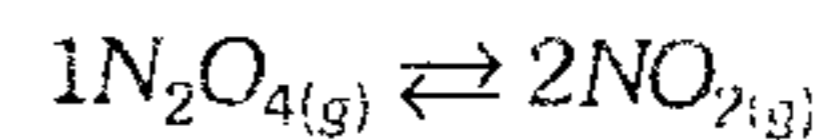
- A)  $1,2 \times 10^{-3}$  ; 0,15 mol  
B)  $8,9 \times 10^{-2}$  ; 0,13 mol  
C)  $1,3 \times 10^{-2}$  ; 0,2 mol  
D)  $1,4 \times 10^{-3}$  ; 0,5 mol  
E)  $2 \times 10^{-4}$  ; 0,13 mol

497. El fosgeno  $COCl_2$  se descompone a temperatura alta en  $CO$  y  $Cl_2$ . En una experiencia se inyecta 297 g de  $COCl_2$  en un recipiente de 50 L a 1 000 K. Cuando se establece el equilibrio, se observa que la presión total es 8,2 atm. Calcule el valor de  $K_c$  para la reacción



- A) 0,1      B) 1,1      C) 2,5  
D) 2,8      E) 0,08

498. En el equilibrio se tiene en 400 mL de cloroformo contiene 0,28 mol de  $N_2O_4$  y  $6,72 \times 10^{20}$  moléculas de  $NO_2$  a  $7^{\circ}\text{C}$ . Determine  $K_c$  para la reacción



- A)  $1,08 \times 10^{-4}$  mol/L  
B)  $5,6 \times 10^{-5}$  mol/L  
C)  $1,12 \times 10^{-5}$  mol/L  
D)  $11,2 \times 10^{-5}$  mol/L  
E)  $0,12 \times 10^{-5}$  mol/L

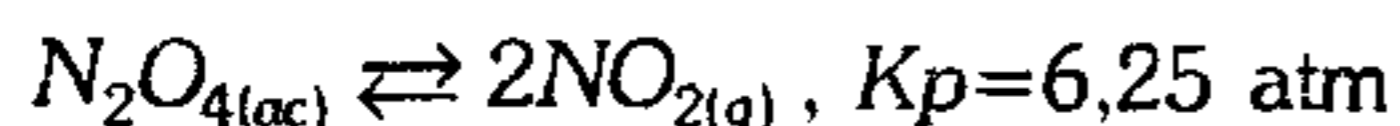
499. Si se calienta a  $250^{\circ}\text{C}$  2 mol de  $PCl_5$  y se deja que alcance el equilibrio a la presión atmosférica, si se encuentra que la disociación es del 50%. Si iniciamos a partir de un mol de  $PCl_5$  de tal manera que la mezcla en el equilibrio ocupe finalmente la mitad de su volumen inicial a temperatura constante, ¿cuál será el porcentaje de disociación con el nuevo dato?

La reacción es



- A) 85%      B) 70%      C) 50%  
D) 65%      E) 79%

**500.** En un recipiente de 10 L se inyecta inicialmente 2 atm de  $N_2O_4$  y 0,5 atm de  $NO_2$



Si después de establecido el equilibrio se comprime hasta 5 L, halle las presiones parciales (en atm) en el equilibrio final.

$N_2O_4$	$NO_2$
A) 0,52	3,96
B) 1,52	4,96
C) 2,52	3,96
D) 2,52	4,96
E) 0,63	1,32

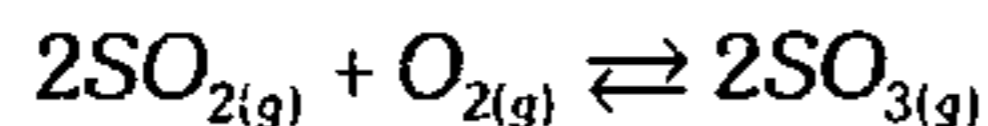
**501.** Si a  $200^\circ\text{C}$ , el grado de disociación del  $PCl_{5(g)}$  es de 0,485 a 1 atm de presión total en equilibrio, halle el grado de disociación a 0,1 atm.

A) 0,35	B) 0,85	C) 0,55
D) 0,65	E) 0,75	

**502.** A  $100^\circ\text{C}$  y 1 atm de  $N_2O_4$  se halla disociado en un 80% en  $NO_2$ . Determine la densidad de la mezcla gaseosa resultante de la disociación.

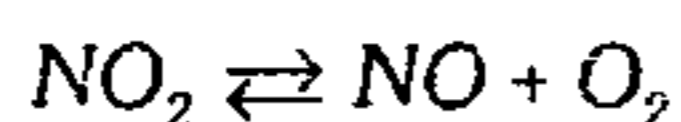
A) 2 g/L	B) 1.67 g/L	C) 1,5 g/L
D) 3 g/L	E) 1,2 g/L	

**503.** En un recipiente cerrado se hace ingresar 8 mol-g de  $SO_2$  y 4 mol de  $O_2$ . Si la reacción se desarrolla a temperatura constante y para alcanzar el equilibrio se ha convertido el 80% del  $SO_2$ , determine la presión de la mezcla gaseosa en equilibrio, si inicialmente la presión era 300 kPa.



A) 220 kPa	B) 100 kPa	C) 150 kPa
D) 240 kPa	E) 320 kPa	

**504.** A  $184^\circ\text{C}$  y bajo una presión total de una atmósfera, el dióxido de nitrógeno está disociado en un 5% según



Determine  $K_p$  a dichas condiciones.

- A)  $4,32 \times 10^{-3} \text{ atm}^{-1}$
- B)  $5,58 \times 10^{-6} \text{ atm}$
- C)  $2,49 \times 10^{-9} \text{ atm}$
- D)  $6,42 \times 10^{-3} \text{ atm}$
- E)  $4,89 \times 10^{-4} \text{ atm}$

**505.** Un recipiente contiene  $PCl_{5(g)}$  a 1 atm y  $27^\circ\text{C}$ . Si se calienta hasta  $127^\circ\text{C}$  la presión del sistema aumenta en 50% por la disociación del  $PCl_5$  en  $PCl_3$  y  $Cl_2$ . ¿Qué porcentaje molar de  $PCl_{5(g)}$  no se ha disociado?

- |          |          |          |
|----------|----------|----------|
| A) 12,5% | B) 87,5% | C) 63,2% |
| D) 75,2% | E) 94,3% |          |

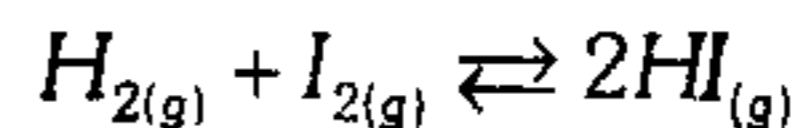
**506.** A  $250^\circ\text{C}$ ; 0,11 moles de  $PCl_{5(g)}$  se introdujeron en un recipiente de 0,5 litros. El equilibrio se estableció



en equilibrio, la concentración de  $PCl_{3(g)}$  era de 0,05 M. ¿Cuál es el valor de  $K_{eq}$  a  $250^\circ\text{C}$ ?

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| A) 0,0147 mol/L | B) 0,830 mol/L |
| C) 8,300 mol/L  |                |
| D) 0,900 mol/L  | E) 0,090 mol/L |

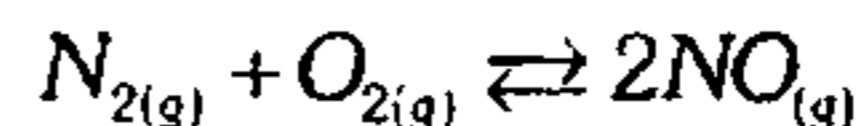
**507.** En un reactor de 20 L se coloca 6 mol de  $H_2$  y 6 mol de  $I_2$  según el equilibrio



Determine la presión total de la mezcla a la temperatura de 400 K.

- |             |              |            |
|-------------|--------------|------------|
| A) 16,4 atm | B) 8,2 atm   | C) 4,1 atm |
| D) 3,2 atm  | E) 19,68 atm |            |

**508.** En un reactor de 15 L se coloca 5 mol de  $N_2$  y 5 mol de  $O_2$  según



a 200 K, el valor de  $K_p$  es igual a 16. Determine el % de conversión del  $N_2$  a  $NO$ .

- |          |        |        |
|----------|--------|--------|
| A) 66,6% | B) 33% | C) 25% |
| D) 45,5% | E) 60% |        |

509. El carbamato de amonio se disocia al calentarse produciendo  $NH_3$  y  $CO_2$ ,



si se coloca suficiente cantidad de carbamato de amonio sólido en un recipiente cerrado y se permite que alcance el equilibrio a  $35^\circ C$ . se encuentra que la presión total es de 0,8 atmósferas. ¿Cuál es el valor de  $K_p$  a  $35^\circ C$ ?

- A) 0,035      B) 0,088      C) 0,075  
D) 0,053                      E) 0,026

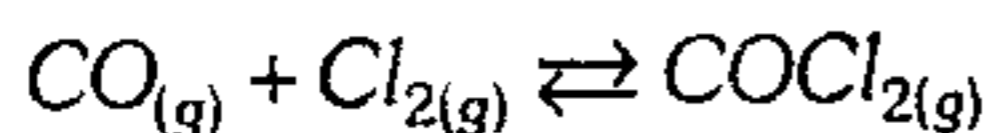
510. Para la siguiente reacción en equilibrio



calcule el valor de  $K_p$ . Si el sistema contenía al inicio azufre sólido, al introducirse gas monóxido  $CO$  a una presión de 2 atm el sistema llega al equilibrio con una presión total de 1,5 atm.

- A) 2 atm      B)  $2 \text{ atm}^{-1}$       C) 1 atm  
D)  $0,5 \text{ atm}^{-1}$                       E) 0,5 atm

511. Para la siguiente reacción



Transcurre en un recipiente cerrado y a temperatura constante, las sustancias de partida se toman en cantidades equimolares, para el momento de llegar al equilibrio queda el 50% de la cantidad inicial de  $CO$ . Determine la presión de la mezcla gaseosa en equilibrio si la presión inicial era igual a 750 mmHg.

- A) 0,64 atm      B) 0,74 atm      C) 0,54 atm  
D) 0,94 atm                      E) 0,84 atm

512. Para la reacción



$K_p = 1,16 \text{ atm}$  a  $800^\circ C$ ; si se coloca 20 g de  $CaCO_3$  en un recipiente de 10 L y se calienta a  $800^\circ C$ , ¿qué porcentaje de  $CaCO_3$  permanece sin reaccionar?

- A) 20%      B) 25%      C) 35%  
D) 60%                      E) 40%

513. Si  $K_p = 0,16$  para la reacción de descomposición del yoduro de Hidrógeno a  $425^\circ C$ , calcule el grado de descomposición del  $HI$ . si inicialmente está a una presión de 1 atm.

- A) 36%      B) 44%      C) 52%  
D) 12%                      E) 15%

514. A determinada temperatura y a una presión total de 1,2 atmósferas, las presiones parciales de una mezcla en equilibrio  $2A_{(g)} \rightleftharpoons B_{(g)}$  son  $P_A = 0,6 \text{ atm}$  y  $P_B = 0,6 \text{ atm}$ . Si se aumenta la presión total a 1,5 atmósferas, ¿cuáles serían las presiones parciales de A y B en el equilibrio?

- A) 1 atm y 0,5 atm  
B) 0,2 atm y 1,3 atm  
C) 0,8 atm y 0,7 atm  
D) 0,3 atm y 1,2 atm  
E) 0,4 atm y 1,1 atm

515. Se introduce  $PCl_5$  en una cámara vacía, estableciéndose el equilibrio a  $250^\circ C$  y 2 atm de presión. El gas del equilibrio contiene un 40,7% de cloro en volumen, halle  $K_p$  a dichas condiciones para la reacción

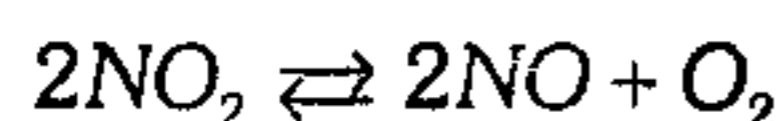


- A) 2,81      B) 3,26      C) 4,12  
D) 5,14                      E) 1,78

516. La presión parcial de los reactantes es 1 atm antes de la reacción  $SO_{2(g)} + O_{2(g)} \rightleftharpoons SO_{3(g)}$ . Luego de alcanzar el equilibrio la presión total es 1368 mmHg. Si la temperatura es 100 K; halle  $K_p$  y  $K_c$ .

- A) 0,55 ; 40,5      B) 0,25 ; 45,1  
C) 0,35 ; 35,1  
D) 0,55 ; 45,1      E) 0,35 ; 10,5

517. En un recipiente de 2 L se coloca una mezcla de volúmenes iguales de  $\text{NO}_2$  y  $\text{O}_2$  a  $27^\circ\text{C}$  y 1 atm, la mezcla se calienta a  $327^\circ\text{C}$  produciéndose la reacción



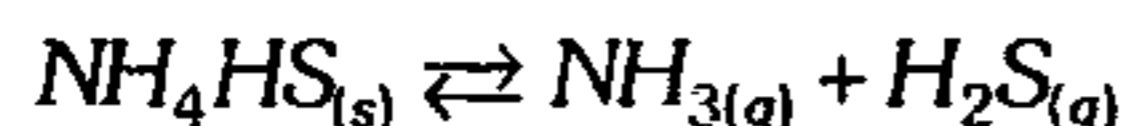
Si en el equilibrio se encuentra 0,003 mol de  $\text{NO}$ , ¿cuál será la presión total de la mezcla en atmósfera?

- A) 1,5 atm    B) 2,0 atm    C) 1,9 atm  
D) 2,5 atm    E) 1,03 atm

518. En un matraz de 1 L se introduce 0,1 moles de  $\text{PCl}_5$  y se calienta a  $250^\circ\text{C}$ . Si el grado de disociación es 0,84. calcule  $K_p$ , para el equilibrio, según  $\text{PCl}_5 \rightleftharpoons \text{PCl}_3 + \text{Cl}_2$

- A) 2,85    B) 1,85    C) 14,74  
D) 13,5    E) 18,91

519. Para el sistema en equilibrio



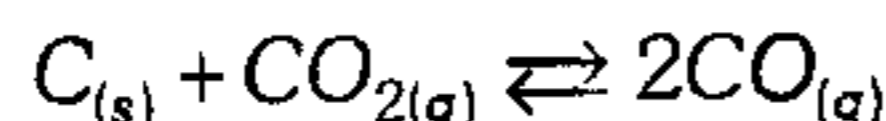
a  $25^\circ\text{C}$ , la presión de equilibrio es 0,5 atm, la fracción molar de  $\text{NH}_{3(g)}$  en equilibrio es

- A) 0,8    B) 0,7    C) 0,4  
D) 0,5    E) 0,75

520. A  $1000^\circ\text{C}$  y a 5 atm de presión el vapor de  $\text{H}_2\text{O}$  se encuentra disociado en un 0,02% según la ecuación  $\text{H}_2\text{O}_{(g)} \rightleftharpoons \text{H}_{2(g)} + \text{O}_{2(g)}$  ¿Cuál es el valor aproximado de  $K_p$ ?

- A)  $10^{-5}$     B)  $10^{-8}$     C)  $4 \times 10^{-5}$   
D)  $2 \times 10^{-11}$     E)  $2 \times 10^{-7}$

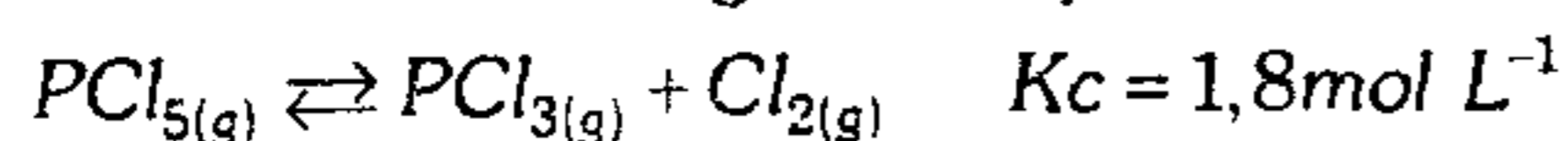
521. En la reacción en equilibrio a  $600^\circ\text{C}$



si la fracción molar del  $\text{CO}_2$  en el equilibrio es 0,25 y la presión total es 1 atm, ¿cuál es el valor de  $K_p$ ?

- A) 0,76    B) 1,28    C) 4,92  
D) 2,25    E) 5,76

522. En un recipiente de 2 L se coloca una mezcla equimolar de  $\text{PCl}_5$ ,  $\text{PCl}_3$  y  $\text{Cl}_2$  a  $25^\circ\text{C}$ , estableciéndose el siguiente equilibrio

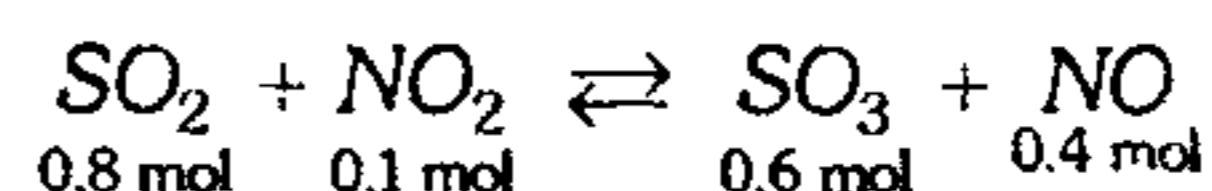


Si el  $\text{PCl}_5$  se ha disociado en un 20%, entonces se puede afirmar que

- I. la concentración de  $\text{PCl}_3$  en el equilibrio es 2,4 M.  
II. existen 6,4 mol-g de mezcla en el equilibrio.  
III. la concentración en equilibrio de  $\text{PCl}_5$  es 0,8 M.

- A) FFF    B) FVV    C) VVV  
D) FVF    E) VFF

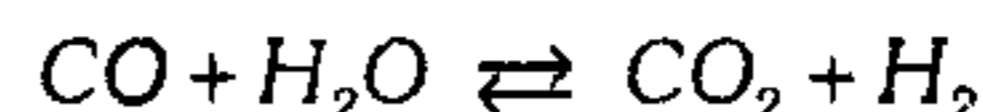
523. En una vasija de 5 L se tiene el equilibrio



¿Cuántos moles de  $\text{NO}$  es preciso introducir en el recipiente a temperatura constante, en donde se alcance un valor de 0,3 mol de  $\text{NO}_2$  en el equilibrio?

- A) 4 mol    B) 3,5 mol    C) 2,05 mol  
D) 1,5 mol    E) 2,6 mol

524. Si al sistema gaseoso en equilibrio a  $25^\circ\text{C}$



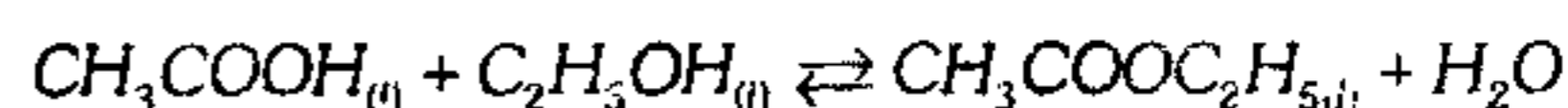
Introducimos en el recipiente gas  $\text{H}_2$ , indique lo falso.

- A)  $K_c$  es constante al igual que  $K_p$ .  
B)  $[\text{CO}]$  y  $[\text{H}_2\text{O}]$  aumentan.  
C)  $[\text{CO}_2]$  disminuye.  
D) La velocidad en el nuevo equilibrio es mayor.  
E) La  $[\text{H}_2]$  en el nuevo equilibrio es menor que al inicio.

525. Indique si es verdadero (V) o falso (F).

I. Si se aumenta la temperatura, entonces  $K_c$  aumenta siempre.

II. En la reacción

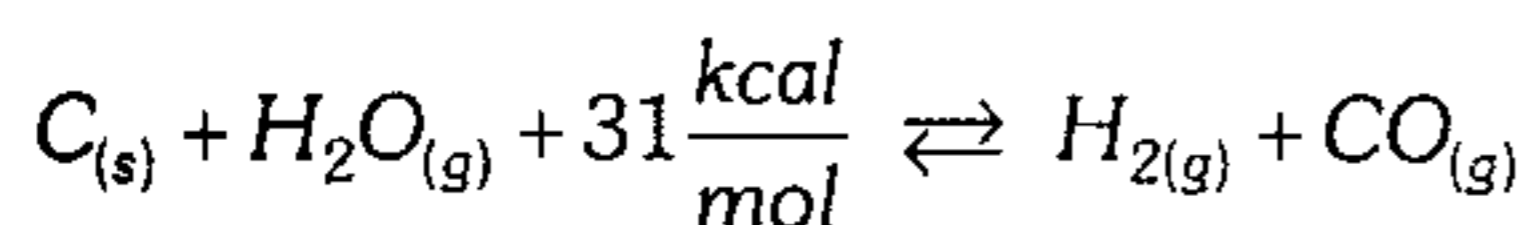


Si después de un tiempo la concentración molar de todas las componentes es 1 mol/L y  $K_c = 0,5$  entonces la reacción no está en equilibrio.

III. La constante de equilibrio  $K_p$  dependerá de la temperatura.

- A) VVV    B) VFF    C) FFF  
D) VFV    E) VVF

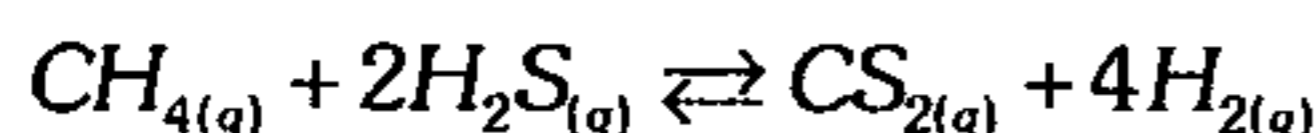
526. En el siguiente sistema en equilibrio



Indique la proposición incorrecta.

- A) Al elevar la temperatura, favorece la producción de CO.
- B) Al emplear una sustancia higroscópica inerte, se eleva la temperatura dentro del reactor.
- C) Al disminuir la presión, se produce más  $H_2$ .
- D) Al elevar la temperatura, se descompone más CO, variando la  $K_{\text{equilibrio}}$ .
- E) La adición de un catalizador, disminuye la energía de activación aumentando la cantidad de productos.

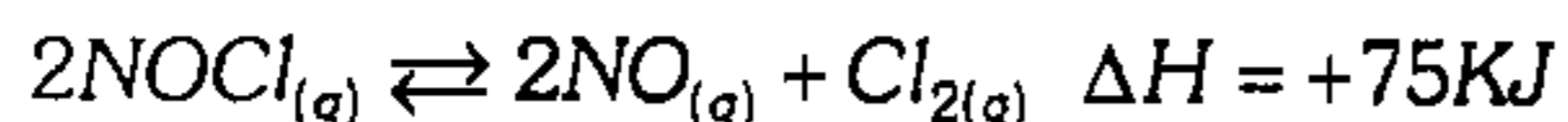
527. Dada la siguiente reacción reversible en fase gaseosa



señale la aseveración incorrecta, respecto a la variación necesaria para mejorar el rendimiento de la reacción.

- A) Disminuir la presión.
- B) Aumentar el volumen total del recipiente.
- C) Incrementar la cantidad de  $H_2S_{(g)}$ .
- D) Extraer  $H_{2(g)}$  para ser usado como combustible.
- E) Añadir disulfuro de carbono gaseoso.

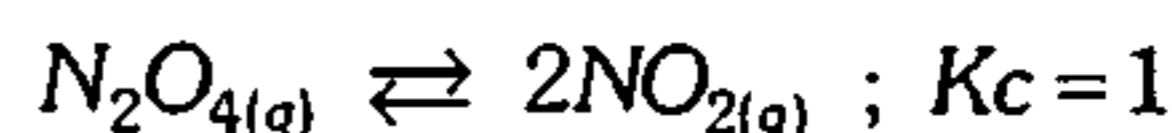
528. Respecto al siguiente sistema en equilibrio, según el principio de Le-Chatelier, indique las afirmaciones verdaderas.



- I. Al adicionar  $Cl_{2(g)}$ , la concentración del NO disminuye.
- II. Al calentar, el porcentaje de disociación del  $NOCl_{(g)}$  disminuye.
- III. Al disminuir el volumen del reactor, el sistema se desplaza hacia la derecha.
- IV. Al adicionar catalizador las concentraciones de NO y  $Cl_2$  aumenta.
- V. Si se disminuye la concentración de  $NOCl$ , el  $K_c$  y  $K_p$  disminuyen.

- A) solo II      B) I, II y III      C) solo I
- D) solo III      E) III, IV y V

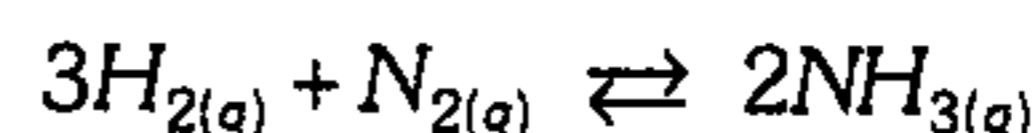
529. Para el sistema en equilibrio, indique qué proposiciones son correctas.



- I. Si se aumenta la presión, el sistema se desplaza a la izquierda.
- II. Si se adiciona  $NO_2$ , el valor de  $K_c$  aumenta.
- III. Si partimos de 3 moles de  $N_2O_4$ , en el equilibrio habrá 1,5 moles de  $NO_2$ .

- A) I y II      B) I y III      C) I, II y III
- D) solo II      E) solo III

530. La obtención del amoníaco es una reacción exotérmica

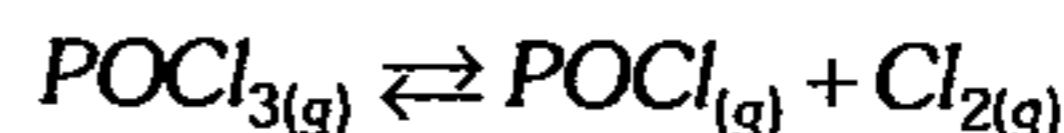


Indique las perturbaciones hechas al equilibrio químico que favorecen la formación de mayor cantidad de amoníaco.

- I. Aumentar la presión del sistema.
- II. Refrigerar el sistema.
- III. Retirar  $H_2$ .
- IV. Agregar un catalizador positivo.
- V. Aumentar el volumen del sistema a temperatura constante.

- A) solo I      B) solo II      C) I y II
- D) IV      E) V

531. A una determinada temperatura el  $K_c$  de la reacción es 0,45. Si se coloca 0,8 moles de  $POCl_3$  en un recipiente cerrado de 2 litros ¿qué porcentaje del mismo estará disociado al alcanzar el equilibrio?



- A) 30%      B) 34%      C) 64%
- D) 74%      E) 84%

532. En un reactor de 5 L se coloca 20% molar de  $N_2$  y 80% molar de  $H_2$  a  $27^\circ C$  según la reacción  $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$

Si en el equilibrio se halla 1 mol de  $NH_3$  y además el porcentaje de disociación del  $N_2$  es del 50%, determine las moles totales iniciales.

- A) 3 mol      B) 5 mol      C) 4 mol
- D) 8 mol      E) 10 mol

**Ácidos y Bases**

**pH y pOH**

**Hidrólisis – Buffer**

533. Se mezcla pequeñas cantidades de hidrógeno y yodo a 229°C en un recipiente de 1 litro. Al establecer el equilibrio están presentes las siguientes concentraciones:  $[HI]=0,49$  M,  $[H_2]=0,08$  M e  $[I_2]=0,08$  M. Si se añade entonces 0,3 moles de HI, ¿cuál es la  $[I_2]$  en el nuevo equilibrio?

- A) 0,093 M
- B) 0,122 M
- C) 0,726 M
- D) 0,013 M
- E) 0,33 M

534. El compuesto interhalogenado sólido color rojo oscuro cloruro de yodo  $ICl$ , se descompone en el sólido color violeta oscuro  $I_2$  y el gas color amarillo verdoso,  $Cl_2$  a 25°C,  $K_p=0,24$ ,  $2ICl_{(s)} \rightleftharpoons I_{2(s)} + Cl_{2(g)}$

Si se coloca dos mol de  $ICl$  en un recipiente cerrado, ¿cuál será la concentración del  $Cl_2$  en el equilibrio? (Volumen del recipiente, un litro).

- A) 0,24 M
- B) 0,49 M
- C)  $2,4 \times 10^{-2}$  M
- D)  $2,8 \times 10^{-3}$  M
- E) 0,29 M

535. Según el principio de Le Chatelier, señale lo incorrecto.

- A) Es aplicable solamente a sistemas en equilibrio homogéneo.
- B) Nos permite definir la mayor tendencia al desarrollo de la reacción en el sentido directo o indirecto.
- C) Analiza lo que acontece al alterar las condiciones iniciales del equilibrio.
- D) Las reacciones se favorecen en el sentido directo al alterar algunas de las condiciones iniciales.
- E) Considere la alteración del sentido de la reacción al cambiar concentraciones, presión, volumen, etc.

536. Respecto a las propiedades comunes de los ácidos, indique cuál no corresponde.

- A) Modifican el color de los indicadores, así el tornasol azul se vuelve rojo.
- B) Reaccionan con todos los metales liberando  $H_2$ .
- C) Reaccionan con una base para formar sal y  $H_2O$ .
- D) La presencia de iones hidronios en la solución acuosa explica su acidez.
- E) En la electrólisis de la solución acuosa, se libera gas  $H_2$  en el cátodo.

537. Según Arrhenius, Bronsted y Lowry, indique un ácido triprótico y la base más débil.

- I.  $H_2CO_3$
- II.  $HNO_3$
- III.  $H_3PO_4$
- IV.  $Br^{-1}$
- V.  $I^{-1}$
- VI.  $Cl^{-1}$

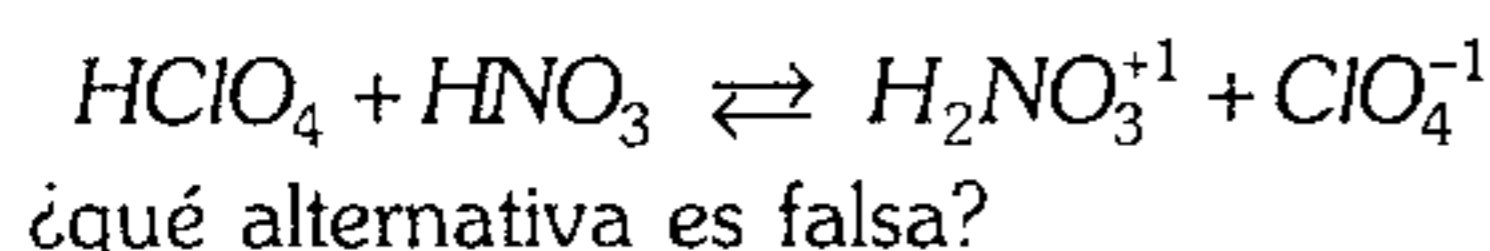
- A) II y V
- B) III y VI
- C) III y IV
- D) II y IV
- E) III y V

538. Responda verdadero (V) o falso (F) de acuerdo a la teoría de los ácidos y bases.

- I.  $AlCl_3$ ;  $SO_2$ ;  $PH_3$  y  $Cu^{+2}$  son ácidos de Lewis.
- II. El pH de una solución puede ser negativo.
- III. Si  $K_{a(HCN)} = 4 \times 10^{-10}$  y  $K_{a(CH_3COOH)}$  es  $1,8 \times 10^{-5}$ , entonces  $CH_3COOH$  es menos básico que  $HCN$ .
- IV. Si a una solución cristalina se le adiciona gotas de fenolftaleína, la solución es incolora y si se pone el papel del tornasol, este sale azul entonces el pOH aproximado es 8,1. Rango papel tornasol: 5 – 8 pH. Rango fenolftaleína: 8,3 – 10 pH.
- V. En toda solución acuosa  $[H^+] > [OH^-]$  entonces el pH > 7.

- A) VFVVF
- B) FFVVF
- C) VVFFF
- D) FVVFF
- E) FVVVF

539. En la siguiente reacción

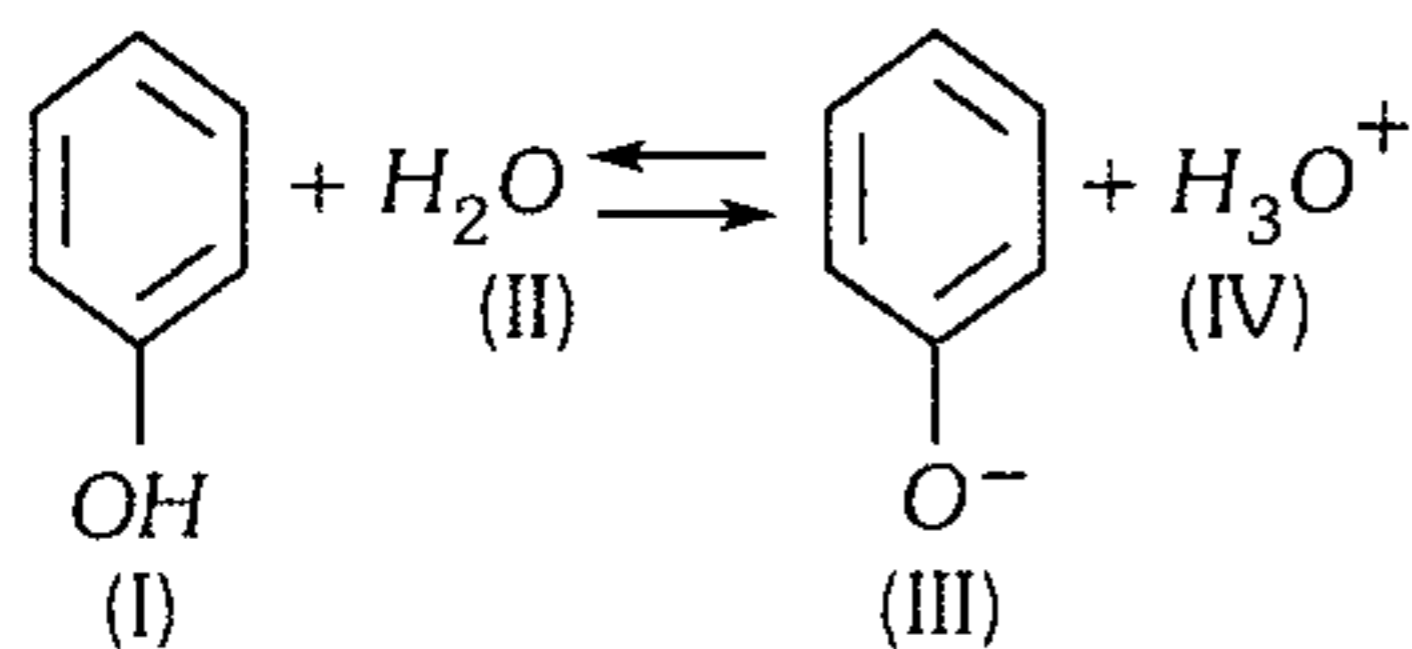


- A) El  $\text{ClO}_4^-$  es una base.  
 B) El  $\text{HNO}_3$  es una base.  
 C) No es una reacción de protólisis.  
 D) El  $\text{HClO}_4$  es un ácido.  
 E) El  $\text{ClO}_4^-$  es una base débil.

540. De acuerdo a la teoría de Bronsted y Lowry ¿cuál de los siguientes equilibrios no involucra una reacción ácido-base?

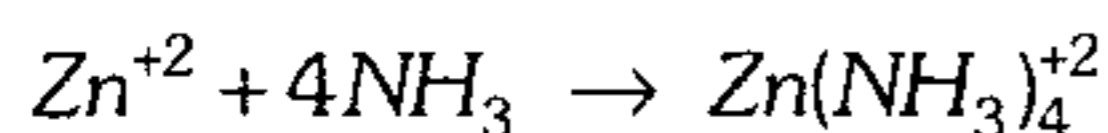
- A)  $\text{HNO}_2 + \text{NaOH} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{NaNO}_2$   
 B)  $\text{RNH}_2 + \text{HCl} \rightleftharpoons \text{RNH}_3^+ + \text{Cl}^-$   
 C)  $\text{KHCO}_3 + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{CO} + \text{KOH}$   
 D)  $\text{HBr} + \text{AgNO}_3 \rightleftharpoons \text{AgBr} + \text{HNO}_3$   
 E)  $\text{Ba}_{(\text{ac})}^{+2} + \text{SO}_{4(\text{ac})}^- \rightarrow \text{BaSO}_{4(\text{s})}$

541. En el siguiente esquema, es correcto afirmar



- A) I y III son especies próticas.  
 B) I y II constituyen un par conjugado ácido-base.  
 C) IV y I son especies básicas.  
 D) II y IV no constituyen par conjugado.  
 E)  $\text{H}_3\text{O}^+$  es un ácido más fuerte que I.

542. En la formación del complejo



Indique lo incorrecto

- A) El  $\text{Zn}^{+2}$  es ácido de Lewis.  
 B) El  $\text{NH}_3$  es base de Lewis.  
 C) El complejo posee 4 enlaces dativos.  
 D) En el complejo, el Zn posee híbrido  $sp^2$ .  
 E) El producto se denomina aducto.

543. Señale verdadero (V) o falso (F).

- I. El  $\text{NH}_3$  y  $\text{BH}_3$  son bases de Lewis.  
 II. El  $\text{CO}_2$  es ácido de Lewis y el agua es base de Lewis.  
 III. Según Arrhenius la neutralización se representa por  $\text{H}^+ + \text{OH}^- \rightarrow \text{H}_2\text{O}$   
 IV. La siguiente reacción es ácido-base de Lewis  $\text{Ag}^+ + 2\text{NH}_3 \rightarrow \text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$

- A) VFFV      B) FFFF      C) VVVV  
 D) FVVV      E) FVFV

544. Se tiene las siguientes bases conjugadas.

- I.  $\text{F}^-$ ,  $K_b = 1,4 \times 10^{-11}$   
 II.  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-$ ,  $K_b = 1,5 \times 10^{-10}$   
 III.  $\text{CN}^-$ ,  $K_b = 2 \times 10^{-5}$   
 IV.  $\text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-$ ,  $K_b = 7,7 \times 10^{-5}$

Ordene en forma decreciente a su fuerza básica.

- A)  $\text{CN}^- > \text{F}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-$   
 B)  $\text{C}_6\text{H}_5\text{O}^- > \text{CN}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- > \text{F}^-$   
 C)  $\text{F}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- > \text{CN}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-$   
 D)  $\text{F}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{O}^- > \text{CN}^-$   
 E)  $\text{CN}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{O}^- > \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- > \text{F}^-$

545. ¿Cuántas proposiciones son verdaderas?

- I. El  $\text{C}_6\text{H}_6$  es aprótico.  
 II. El HF es un anfótero.  
 III. El  $\text{NaOH}$   $10^{-3}$  M es básico.  
 IV. El  $\text{HClO}_4$  es más ácido que el  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .

- A) FFFV      B) VVVV      C) FFVV  
 D) VVFF      E) VVFV

546. ¿Cuál de las siguientes disoluciones 0,1 M presenta mejor conductividad eléctrica?

- A)  $\text{HCN}$ ,  $K_a = 4 \times 10^{-10}$   
 B)  $\text{HClO}$ , ionizado en un 0,2%.  
 C) Ácido arsenioso, cuyo  $\text{pH} = 5$ .  
 D) A y B iguales  
 E) B y C iguales

547. Según su fuerza ácida, ¿cuál es incorrecta?

- I.  $H_2SO_3 > H_2SeO_3 > H_2TeO_3$
- II.  $HI > HBr > HCl > HF$
- III.  $CH_4 > NH_3 > H_2O$
- IV.  $HClO_4 > HNO_3 > H_3PO_4$
- V.  $HClO_3 > HClO_2 > HClO$

- A) I y III      B) III      C) II  
D) IV y V      E) I y IV

548. En cuanto a la fuerza básica, ¿cuál es correcto?

- I.  $Br^- > I^- > ClO_4^-$
- II.  $CH_3NH_2 > CH_3CN > CH_3CONH_2$
- III.  $ClO_3^- > ClO_2^- > ClO^-$

- A) I      B) II      C) III  
D) I y II      E) I y III

549. Sobre la teoría de los electrólitos, ¿cuántos son verdaderos?

- I. La solución de  $NaCl$  conduce electricidad.
- II. Según Arrhenius, el grado de disociación depende de la concentración del electrolito.
- III. El  $HCl_{(ac)}$  es mejor conductor que el  $CH_3COOH_{(ac)}$ .
- IV. Al mezclar  $CS_2$  con  $C_6H_6$ , la mezcla es conductora.

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 4      E) 3

550. El ácido monobásico  $HA$  0,01 M se disocia en un 2% a 25°C. ¿Cuál es el porcentaje de disociación de dicha solución ácida 0,04 M?

- A) 20%      B) 10%      C) 40%  
D) 5%      E) 1%

551. ¿Qué cantidad de agua se debe añadir a 30 mL de una disolución 0,2 M de ácido acético ( $CH_3COOH$ ) para que el grado de disociación del ácido se duplique?  $K_a = 1,8 \times 10^{-5}$

- A) 50 mL      B) 60 mL      C) 120 mL  
D) 70 mL      E) 90 mL

552. Determine la relación del porcentaje de disociación del  $HCN$  para una solución 0,25 M que se diluye hasta una concentración 0,01 M.

- A) 4      B) 2      C) 0,2  
D) 0,25      E) 5

553. Una solución acuosa de ácido carbónico ( $H_2CO_3$ ) es 1,8 N si se sabe  $K_1 = 4 \times 10^{-7}$ ;  $K_2 = 6 \times 10^{-11}$ . Calcule las concentraciones de los iones  $H_3O^+$  y  $CO_3^{2-}$  presentes en la solución.

- A)  $1,8 \times 10^{-2}$ ;  $6 \times 10^{-11}$   
B)  $4 \times 10^{-4}$ ;  $4 \times 10^{-4}$   
C)  $5 \times 10^{-4}$ ;  $2 \times 10^{-2}$   
D)  $4 \times 10^{-2}$ ;  $2 \times 10^{-2}$   
E)  $6 \times 10^{-4}$ ;  $6 \times 10^{-11}$

554. El ácido fórmico  $HCOOH$  es monoprótico una solución 0,8 M de este ácido tiene un pH igual a 2,4. Calcule

- El valor de  $K_a$  a 25°C.
- El % de disociación.

Dato: Tome  $\log 2 = 0,3$

- A)  $2 \times 10^{-2}$ ; 5%  
B)  $4 \times 10^{-4}$ ; 5%  
C)  $8 \times 10^{-3}$ ; 0,5%  
D)  $2 \times 10^{-4}$ ; 50%  
E)  $2 \times 10^{-5}$ ; 0,5%

555. Determine las concentraciones de los iones  $H^+$  y  $SO_4^{2-}$  en una solución 0,5 M de  $H_2SO_4$ . Dato:  $K_2 = 10^{-1}$

- A) 0,60 ; 0,05      B) 0,57 ; 0,07  
C) 0,6 ; 0,07  
D) 0,04 ; 0,60      E) 0,06 ; 0,07

556. Determine la concentración de los iones hidrógeno, para 0,50 moles  $HC_2H_3O_2$ , añadidos al agua, suficientes para formar un litro de solución, si  $K_a = 1,8 \times 10^{-5}$ .

- A)  $4 \times 10^{-4}$  M      B)  $3 \times 10^{-4}$  M  
C)  $4 \times 10^{-3}$  M  
D)  $2 \times 10^{-3}$  M      E)  $3 \times 10^{-3}$  M



557. De las siguientes proposiciones, indique si es verdadero (V) o falso (F).
- Son ácidos monoproticos  $HCl$ ,  $H_3PO_2$ ,  $HBr$ .
  - A menor  $pH$  mayor  $[H^+]$ .
  - A mayor temperatura, el  $pH$  del agua destilada disminuye.
  - El agua pura es buen conductor eléctrico.
- A) FVVF    B) FFVV    C) VVVF  
D) VVFF    E) VFVF
558. Para la medición exacta del  $pH$  se utiliza
- papel tornasol.
  - titulación.
  - potenciómetro.
  - fenolftaleína.
  - anaranjado de metilo.
559. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.
- Para  $HCl$  0,01 M ;  $pH=2$
  - $pH+pOH=14$  ; si  $T=50^\circ C$
  - Para  $NaOH$  0,01M;  $pH=12$
  - A mayor temperatura mayor  $K_w$
- A) FVVV    B) VVVV    C) VFFF  
D) VFFV    E) VFVV
560. Se preparó una solución diluyendo 100 mL de la base  $NaOH$  0,9 M y 500 mL con  $H_2O$ . Calcule el  $pH$  de la solución resultante.
- A) 6,41    B) 7,24    C) 13,18  
D) 12,82    E) 11,26
561. Se mezcla 8 g de  $HBr$  y 6,3 g de  $HNO_3$  en un litro de solución total. ¿Cuál es el  $pH$  resultante?  
P.A.(uma):  $Br=80$  ;  $H=1$ ;  $N=14$ ;  $O=16$ ;  $\log 2=0,3$ .
- A) 2,7    B) 1,7    C) 3,7  
D) 0,7    E) 5,7
562. Calcule el  $pH$  de la mezcla producida al añadir 100 mL de  $Ba(OH)_2$  0,2M a 25 mL de  $Ca(OH)_2$  0,4M ;  $\log 2=0,3$ .
- A) 5,60    B) 6,52    C) 1,36  
D) 13,68    E) 7,42
563. Determine el  $pH$  de una solución diluida  $NaOH$  cuya concentración es de  $10^{-7}$  M.
- A) 5,2    B) 2,2    C) 2,5  
D) 7,3    E) 8,3
564. Determine el  $pH$  de una solución de  $K_2SO_4$ ; 0,25 M disociado en un 100% si se sabe que  $K_2=1 \times 10^{-2}$  para el ácido sulfúrico.
- A) 5,8    B) 1,29    C) 3,45  
D) 7,70    E) 9,75
565. Se combina 2L de  $HCl$  0,15M y 3 L de  $NaOH$  0,15M a  $25^\circ C$ . ¿Cuál es el  $pH$  resultante, si los volúmenes son aditivos?  $\log 3=0,48$
- A) 1,30    B) 12,48    C) 3,70  
D) 4,70    E) 5,70
566. ¿En cuánto disminuye el  $pH$  de una solución de  $KOH$  0,01M cuando se le agrega un volumen igual de  $HBr$  0,05M?
- A) 10,3    B) 8,3    C) 6,3  
D) 4,2    E) 2,4
567. Dado el valor de la constante  $K_{eq}=5 \times 10^{-11}$  para el equilibrio  $HCO_3^- \rightleftharpoons H^+ + CO_3^{2-}$ ; determine el  $pH$  para una solución 0,20M de  $Na_2CO_3$ .  $\log 2=0,3$ .
- A) 13,81    B) 9,6    C) 7,59  
D) 2,22    E) 11,8
568. ¿Qué sales disueltas en agua, hacen que su  $pH$  sea menor que 7?
- $NaHCO_3$
  - $NH_4NO_3$
  - $NaBr$
- A) I y II    B) I y III    C) II y III  
D) solo I    E) II

569. El soluto que aumenta el  $pOH$  del  $H_2O$  será

- A)  $KCN$       B)  $NH_4Cl$       C)  $Zn(OH)_2$   
D)  $NaNO_3$       E)  $HCOOK$

570. ¿Qué sal o sales aumenta el  $pH$  del agua?

- I.  $NaHCO_3$     II.  $NaHSO_4$     III.  $NaCl$   
IV.  $AlCl_3$       V.  $K_3PO_4$

- A) todas      B) I y V      C) I, II y V  
D) I, II, IV y V      E) I, IV y V

571. Calcule el índice de acidez  $pH$  del acetato de potasio ( $CH_3COOK$ ) en una disolución 2M de concentración ( $\log 3 = 0,5$ ).

Dato  $K_{CH_3COOH} = 1,8 \times 10^{-5}$  ;  $K_w = 10^{-4}$

- A) 4,02      B) 8,42      C) 4,77  
D) 5,63      E) 9,53

572. Se prepara una solución tampón mezclando 0,2 mol de la sal  $CH_3COONa$  y 0,1 mol de  $CH_3COOH$  en 5 L de solución a  $25^\circ C$ . Se añade 0,1 mol de  $HCl$  (ácido fuerte). ¿Cuál es el  $pH$  resultante?

Datos:  $K_a = 2 \times 10^{-5}$  ;  $\log 2 = 0,30$ .

- A) 5,7      B) 5,6      C) 6,2  
D) 4,6      E) 4,4

573. Se mezcla 1 L de  $HCl$  2M y 1 L de  $Ca(OH)_2$  1,5 M. ¿Cuál es el  $pH$  de la solución resultante?

- A) 4      B) 10      C) 0  
D) 1      E) 13,7

574. Si se mezcla 50 mL de  $NaOH$  1 M y 50 mL de  $CH_3COOH$  1 M, halle el  $pH$  de la solución resultante  $K_a = 1,8 \times 10^{-5}$ .

- A) 12,0      B) 9,9      C) 5,23  
D) 9,8      E) 8,77

575. ¿De qué concentración debe ser una solución de acetato sódico para que el 0,015% del ion acetato esté hidrolizado, si  $K_{dis} = 1,8 \times 10^{-5}$ ?

- A)  $5,6 \times 10^{-10}$  mol  
B)  $5,6 \times 10^{-2}$  mol  
C)  $4,3 \times 10^{-3}$  mol  
D)  $3,8 \times 10^{-2}$  mol  
E)  $2,5 \times 10^{-2}$  mol

576. ¿Cuál es el  $pH$  de una disolución que contiene 0,2g/L de  $Na_2CO_3$  y 0,2 g/L de  $NaHCO_3$ ?  $PK_a = 10,25$

- A) 9,31      B) 11,42      C) 5,60  
D) 10,15      E) 8,52

577. ¿Cuántas veces disminuye la concentración de  $(OH)^{-1}$  en la solución 0,1 N de  $NH_4OH$  al añadirse  $NH_4Cl$  sólido, si ésta se obtiene a 1 mol/L?

$K_b = 2 \times 10^{-5}$  ;  $\sqrt{2} = 1,4$

- A) 700      B) 7      C) 70  
D) 7 000      E) 70 000

578. Determine la concentración de iones  $[H^+]$  de una solución que se preparó al mezclar volúmenes iguales de  $NH_4Cl$  0,9 M y de amoníaco  $NH_3$  0,5 M,  $K_{b(NH_3)} = 1,8 \times 10^{-5}$ .

- A)  $10^{-2}$  M      B)  $10^{-5}$  M      C)  $10^{-6}$  M  
D)  $10^{-9}$  M      E)  $10^{-4}$  M

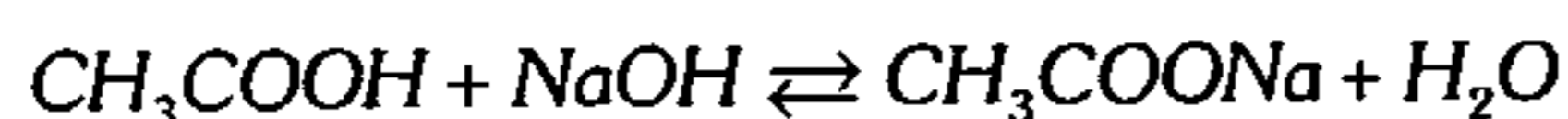
579. Halle el  $pH$  y  $[CH_3COO^-]$ , en una solución formada por  $CH_3COOH$  0,1 M y  $HCl$  0,05 M.

- A) 1,3 y  $1,2 \times 10^{-3}$   
B) 2,3 y  $1,4 \times 10^{-5}$   
C) 1,3 y  $3,6 \times 10^{-9}$   
D) 2,5 y  $1,8 \times 10^{-10}$   
E) 1,8 y  $1,8 \times 10^{-10}$

580. Calcule el  $pOH$  de una disolución de  $ZnCl_2$  0,001M, sabiendo que la constante de hidrólisis del  $Zn^{+2}$  a  $Zn(OH)^{+1}$  es  $2,5 \times 10^{-10}$ .  
Dato:  $\log 5 = 0,7$

- A) 6,3      B) 7,7      C) 3,3  
D) 12,1      E) 1

581. Se mezcla 2 L de  $CH_3COOH$  0,4 M y 8 L de  $NaOH$  0,1 M según



Determine el  $pH$  de la solución resultante.

Datos:  $K_a(CH_3COOH) = 1,8 \times 10^{-5}$   
 $\log 2 = 0,3$  ;  $\log 3 = 0,47$

- A) 2,3      B) 5,2      C) 13,5  
D) 8,8      E) 10,5

582. Calcule el  $pH$  de una solución buffer que contiene por litro de solución 0,025 moles de  $CH_3COOH$  y 0,075 moles de  $CH_3COONa$ .  
 $K_a = 1,8 \times 10^{-5}$ .

- A) 4,5      B) 7,6      C) 9,4  
D) 10,5      E) 5,2

583. Marque verdadero (V) o falso (F).

- I. El indicador  $HInd$  toma un color diferente respecto a su conjugado.
- II. Un indicador mide exactamente el  $pH$  de la solución.
- III. Se escoge un indicador en neutralización según el rango de viraje de color.
- IV. La fenolftaleína es incolora si  $pOH = 10$ .

- A) VFVV      B) FFVV      C) VFVF  
D) VVFFV      E) VVFF

584. En un proceso de titulación se dispone de un indicador  $HInd$  cuya  $K_{HInd} = 1 \times 10^{-4}$ . Suponga que las moléculas  $HInd$  tienen color rojo y su conjugado tiene color amarillo. Marque lo correcto.

- A)  $K_{HInd} = [H^+]$   
B) El indicador cambiará de color cuando  $pH = pK_{HInd}$

C) En solución alcalina será visible el color rojo.

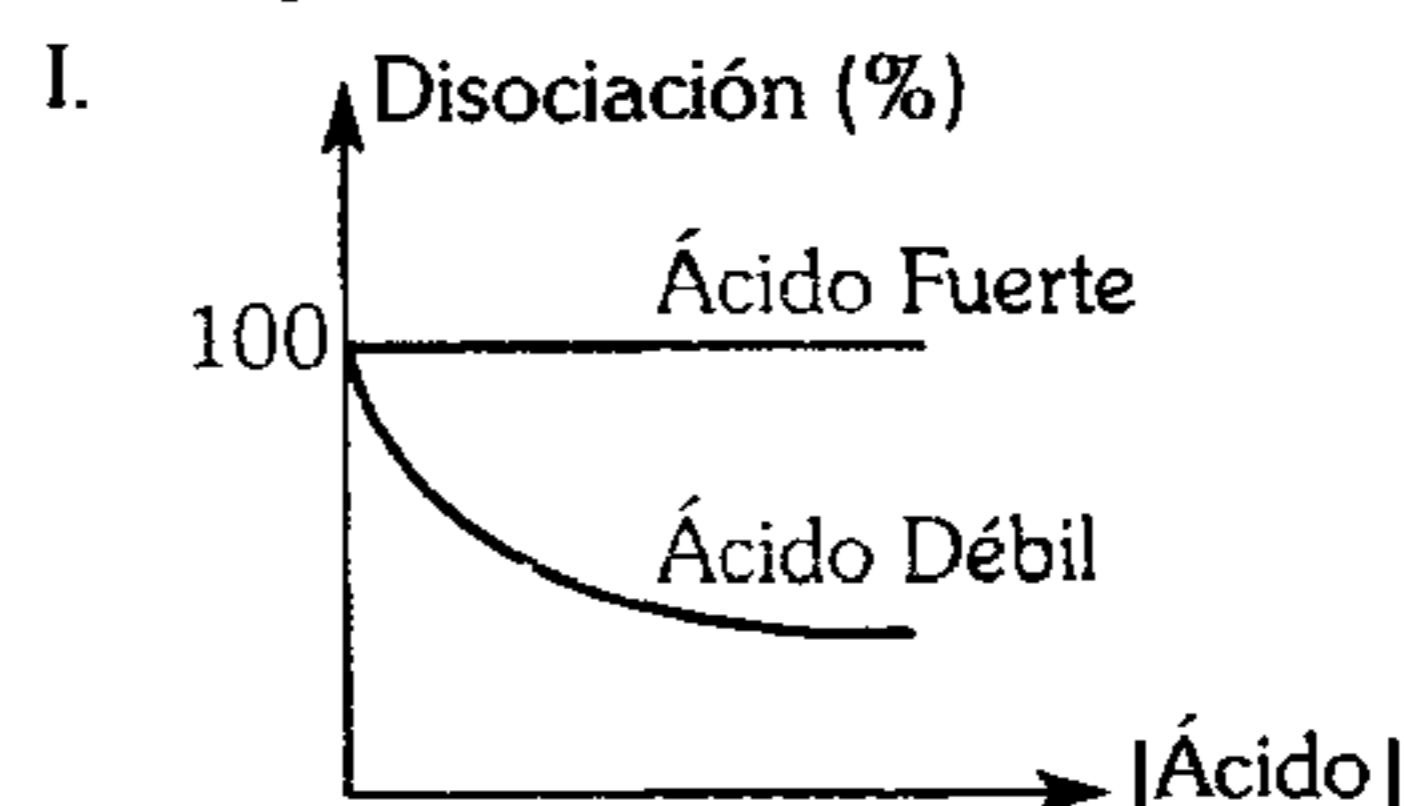
D) Solo para titular un ácido débil con una base fuerte.

E) Cuando  $[Ind^-] \geq 10[HInd]$  predomina el color amarillo.

585. Una solución de  $HCl$ , tiene un  $pH = 2$ . ¿Qué volumen de  $H_2$  gaseoso seco, medido a  $27^\circ C$  y 936 mmHg, se obtendrá al tratar 800 mL de este ácido con un exceso de  $Mg$ , si el porcentaje de rendimiento es del 75%?

- A) 50 mL      B) 80 mL      C) 120 mL  
D) 150 mL      E) 250 mL

586. Señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda.



II. Si el  $pK_{a1} > pK_{a2}$ , entonces el ácido (1) es más fuerte que el ácido (2).

III. En toda solución, existe iones  $H^+$  y  $OH^-$ .

IV. Si en una solución la  $[OH^-] > [H^+]$ , entonces el  $pH > pOH$ .

- A) VFVF      B) VVVV      C) VFFV  
D) VFVV      E) VFFF

587. Se va a titular 20 mL de solución  $NH_3$  ( $K_b = 1,8 \times 10^{-5}$ ) 0,2M. Indique la solución y el indicador adecuado para esta titulación. (Se da el intervalo de  $pH$  para el cambio de color del indicador).

- A)  $NaOH$  0,2 M y fenolftaleína (8–10).  
B)  $NH_4Cl$  1 M y amarillo de alizarina (10,1–12).  
C)  $HCl$  0,2 M rojo de metilo (4,2 – 6,1).  
D)  $NaOH$  0,2 M naranjado de metilo (2,1 – 4,4).  
E)  $HCl$  0,2 M fenolftaleína (8–10).

**Electrólisis**

588. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones puede considerarse directamente vinculada a las leyes de Faraday?

- A) El equivalente electroquímico de una sustancia es la cantidad de ésta liberada por un Coulomb, a través de un electrodo.
- B) Un Faraday libera un mismo peso de cualquier sustancia.
- C) El potencial de una celda es una medida cuantitativa de la tendencia de los reactantes para formar productos.
- D) La diferencia entre los potenciales de reducción del cátodo y del ánodo, determina el potencial de una celda galvánica.
- E) Un equivalente gramo de un oxidante reacciona estequiométricamente con un equivalente gramo de reductor.

589. En la electrólisis del  $Na_2SO_{4(ac)}$ , se cumple:

- I. En el cátodo, la solución que lo rodea es alcalina.
- II. En el ánodo, la solución que lo rodea es ácida.
- III. El  $H_2$  se desprende en el cátodo al igual que el oxígeno en el ánodo.
- IV. La fenolftaleína adopta el color rojo grosella en la solución que rodea al cátodo.

- A) I, II      B) solo III      C) I, III
- D) todos      E) ninguno

590. En la electrólisis del  $AgNO_3$  acuoso, no se cumple

- A) La plata se electrodepone en el cátodo.
- B) El oxígeno gaseoso se logra liberar por el electrodo anódico.
- C) El  $NO_3^-$  se oxida en el ánodo.
- D) La solución resultante de la celda electrolítica es ácida.
- E) Los electrones fluyen del ánodo al cátodo.

591. Se conecta en serie cuatro cubas electrolíticas, conteniendo cada una disoluciones de  $HCl$ ,  $H_2SO_4$ ,  $HNO_3$  y  $H_3PO_4$ . Si se hace pasar una determinada cantidad de corriente a través de ellas, determine en cuál se desprenderá más hidrógeno.

- A)  $HCl$
- B)  $H_2SO_4$
- C)  $HNO_3$
- D)  $H_3PO_4$
- E) En todas la misma cantidad de hidrógeno.

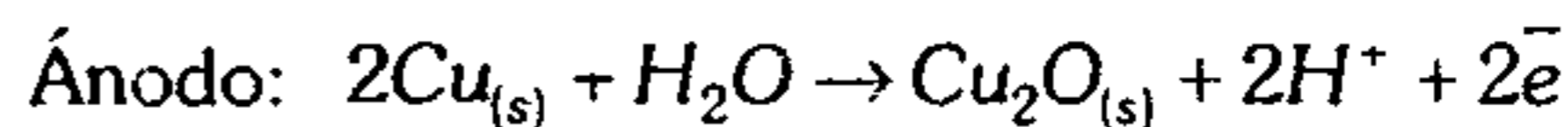
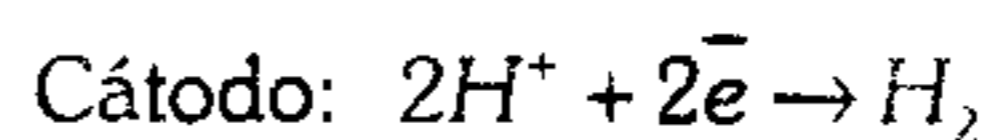
592. Una corriente de 10,72 A, pasa a través de una celda que contiene  $AlCl_3$ , fundido durante una hora.

P.A.(uma):  $Al=27$ ,  $Cl=35,5$ .

Señale lo incorrecto.

- A) En el cátodo se ha depositado 3,6 g de  $Al$ .
- B) En el ánodo se ha formado más de 4 L de Cloro a  $25^\circ C$  y 1 atm.
- C) Luego de 5 horas, en la celda se producirá un mol de cloro.
- D) Luego de 5 horas, en el cátodo se habrá depositado un equivalente de  $Al$ .
- E) A través de la celda pasan 0,4 moles de electrones por hora.

593. Si se electroliza una solución de  $H_2SO_4$  con electrodos de cobre, las reacciones probables son:



Si se observa la formación de 27,4 mL de  $H_2$ , húmedo a 751 mmHg barométrico y  $23^\circ C$ , ¿qué cambio de peso habrá simultáneamente en el ánodo?

P.A.(uma):  $Cu=63,5$  ;  $O=16$

$(P_v^{23^\circ C} = 21\text{mmHg})$

- A) 0,078 g      B) 0,1549 g      C) 0,0393 g
- D) 0,118 g      E) 0,02 g

594. ¿Cuál es el equivalente electroquímico del Fe cuando de metal puro, se transforma en  $Fe^{+3}$ ?  
P.A.=56 uma
- A)  $2 \cdot 10^{-4}$     B)  $2 \cdot 10^{-8}$     C)  $1,5 \cdot 10^{-4}$   
D)  $3 \cdot 10^{-6}$     E)  $8 \cdot 10^{-2}$
595. Al circular durante 100 minutos una corriente de 3 ampere sobre una celda electrolítica de agua acidulada, ¿qué volumen de  $O_2$  se obtiene en el ánodo a T.P.N.?
- A) 6,12 litros    B) 3,06 litros    C) 2,15 litros  
D) 0,75 litros    E) 1,04 litros
596. A través de una celda electrolítica se hace circular una corriente de 5 Faraday sobre el NaCl fundido. Si el peso del sodio formado es 90 g, ¿cuál es el rendimiento del proceso?  
P.A.: Na=23 uma
- A) 80,15%    B) 78,26%    C) 90%  
D) 92%    E) 60,2%
597. Al realizar la electrólisis de una disolución acuosa de  $Cr_2(SO_4)_3$  empleando la corriente de 2 ampere de intensidad, la masa del cátodo aumentó en 80 g. ¿Durante cuánto tiempo se efectuó la electrólisis?  
P.A.(uma): Cr=52 ; S=32 ; O=16
- A) 12,6 h    B) 61,86 h    C) 16,41 h  
D) 19,12 h    E) 20,08 h
598. En la electrólisis de 180 g de  $H_2O$  destilada que se lleva a cabo a 936 mmHg y  $27^\circ C$ , ¿qué volumen de oxígeno se obtendrá en esas condiciones?
- A) 50 L    B) 100 L    C) 25 L  
D) 20 L    E) 15 L
599. Durante la electrólisis de la disolución acuosa de una sal, el valor de pH de la solución que rodea uno de los electrodos aumentó la disolución ¿qué sal se sometió a la electrólisis?
- A) KCl    B)  $CuCl_2$     C)  $Cu(NO_3)_2$   
D)  $FeSO_4$     E)  $ZnCl_2$
600. Para la producción de ácido clorhídrico comercial (HCl acuoso al 38%) se dispone de cloruro de sodio (NaCl) y agua. ¿Qué procedimiento en lo mínimo propondría realizar para obtener el ácido comercial? (Responda en orden, priorizando y/o descartando etapas). Sustente brevemente.
- I. Mezcla de HCl en  $H_2O$ .  
II. Electrólisis de NaCl fundido.  
III. Reactor para sintetizar HCl.  
IV. Electrólisis de la salmuera [ $NaCl(ac)$ ].  
V. Calentamiento de la salmuera ( $T > 100^\circ C$ ).
- A) V, III, I    B) II, I, III    C) IV, III, I  
D) V, IV, III, I    E) IV, V, III
601. Señale lo correcto.
- I. Para depositar 230 g de Na en el cátodo de una celda que contiene  $Na_2O_{(s)}$  con 96,5 amperios se necesita 2.78 horas.  
II. Con una corriente de 0,25 amperios en 50 minutos se deposita 0.403 g de Ag con 80% de rendimiento.  
III. Si se electroliza agua acidulada durante 24 h con una corriente de 25 amperios a  $27^\circ C$  y 740 mmHg, en el ánodo se forma 283 litros de  $H_2$  y en el cátodo 142 litros de  $O_2$ .
- A) I    B) II y III    C) III  
D) I y II    E) todas
602. Luego de hacer fluir una determinada cantidad de corriente por dos celdas electrolíticas conectadas en serie de  $CuSO_{4(ac)}$  y  $CaCl_{2(l)}$  respectivamente, se logró depositar 6.35 g de cobre en el cátodo. Halle el peso del Calcio depositado en el otro electrodo.  
P.A.(uma): Cu=63,5 ; Ca=40
- A) 40 g    B) 20 g    C) 8 g  
D) 2 g    E) 4 g

**603.** Una corriente eléctrica continua fluye en 3.75 horas a través de 2 celdas electrolíticas conectadas en serie. Una contiene una disolución de  $AgNO_3$  y la segunda una disolución de  $CuCl_2$ , durante este tiempo 2 g de plata se depositaron en la primera celda.

- ¿Cuántos gramos de  $Cu$  se depositaron en la segunda celda?
- ¿Cuál es el flujo de la corriente en ampere?

P.A.(uma):  $Cu=63,5$  ;  $Ag=108$ .

- A) 0,3 g ; 0,13 A
- B) 0.15 g ; 0,25 A
- C) 0,45 g ; 0,75 A
- D) 0,6 g ; 1,3 A
- E) 0,6 g ; 0,13 A

**604.** Se tiene 2 celdas conectadas en serie, en la primera se deposita 2,158 g de Plata; y en la otra, 1,312 de Oro. Calcule el estado de oxidación del Oro en esta sal.

P.A.(uma):  $Au=197$  ;  $Ag=108$

- A) +1            B) +2            C) +3
- D) +4                                    E) +5

**605.** Se tiene 2 celdas conectadas en paralelo cuyos electrólitos son  $AgNO_{3(ac)}$  y  $CuSO_{4(ac)}$ . Halle el peso del cobre depositado, si se logra depositar en una celda 5,4 g de Plata, al paso de la misma cantidad de corriente. (Considere despreciable las resistencias de los electrólitos).

Dato: P.A.(uma):  $Ag=108$  ;  $Cu=63,5$

- A) 6,04 g        B) 4,03 g        C) 8,04 g
- D) 1.59 g                                E) 3,06 g

**606.** Se tiene 2 celdas electrolíticas conectadas en serie, conteniendo una solución de cloruro cálcico la primera y de cloruro férrico, la segunda. Determine el volumen total del cloro que se obtiene durante mil segundos, al paso de 9,65 amperios a C.N.

P.A.(uma):  $Cl=35,5$  ;  $Fe=56$

- A) 22,4 L        B) 2,24 L        C) 0,22 L
- D) 2,4 L                                E) 36,8 L

**607.** Calcule la cantidad de aluminio que puede obtenerse en un día, de 50 cubos electrolíticos conectados en serie que contiene  $Al_2O_{3(l)}$ , si cada uno funciona con 1 000 amperios y el rendimiento catódico es de 80%.

- A) 322,3 kg    B) 200 kg        C) 403 kg
- D) 300 kg                                E) 400 kg

**608.** Una corriente de 1,475 amperio pasa durante una hora 42 minutos y 15 segundos a través de una solución de sulfato metálico. En el cátodo se deposita 2,117 g de metal y se desprende simultáneamente  $H_2$  a C.N. El calor específico del metal es 0,0925. Calcule el peso atómico exacto del metal.

- A) 54            B) 55,7            C) 63,5
- D) 48,65                                E) 67,73

**609.** Calcule los kilovatio-hora que se requieren diariamente por una planta que manufactura aluminio y que utiliza líneas de 220 voltios, para la producción de 9 kg/hora de aluminio, siendo 90% la eficiencia del proceso.

- A)  $1,2 \cdot 10^4$     B)  $0,9 \cdot 10^7$     C)  $6,65 \cdot 10^3$
- D)  $1,8 \cdot 10^7$                             E)  $2,0 \cdot 10^4$

**610.** Una medalla circular ( $R=4$  cm) se quiere dorar en una solución de  $Au(III)$  y con electrodo de  $Au$ , la corriente es de 10 A y dura 1 hora. ¿Cuál es el espesor de  $Au$ , si el recubrimiento es por ambas caras? El rendimiento catódico es de 90%.

P.A.(uma):  $Au=197$ ,  $D_{Au}=19,28$  g/mL

Considere medalla plana.

- A) 1,8 cm        B) 0,045 cm    C) 0,018 cm
- D) 0,011 cm                            E) 0,15 cm

611. Dos celdas electrolíticas contienen agua acidulada y  $\text{CuSO}_4$  ambas de 4N. Al hacer pasar la misma cantidad de electricidad se produce 120 L de  $\text{O}_2$  húmedo (H.R.=80%) a  $27^\circ\text{C}$  y 740 mmHg. ¿Qué volumen de la solución es disociado?

P.A.(uma):  $\text{Cu}=63,5$

$$P_{\text{H}_2\text{O}}^{27^\circ\text{C}} = 26,7 \text{ mmHg}$$

- A) 3,6 L      B) 4,6 L      C) 8,4 L  
D) 10,2 L      E) 5,6 L

612. Tres celdas electrolíticas que contienen como electrolitos sulfato de zinc, nitrato de plata y sulfato de cobre, fueron conectadas en serie. Se hace pasar una corriente constante de 1,5 amperio a través de ellas hasta que en el cátodo de la segunda celda se deposita 1,45 g de plata. ¿Qué tiempo fluye la corriente? ¿Cuál es la suma de los pesos de cobre y zinc depositados?

P.A.(uma):  $\text{Ag}=108$  ;  $\text{S}=32$  ;  $\text{O}=16$  ;  
 $\text{Cu}=63,5$  ;  $\text{Zn}=65$ .

- A) 430 s ; 0,8 g  
B) 215 s ; 0,8 g  
C) 340 s ; 0,1 g  
D) 250 s ; 0,3 g  
E) 864 s ; 0,86 g

### Celdas Galvánicas

613. ¿Cuántas proposiciones son incorrectas?

- I. El flujo de corriente eléctrica en las celdas galvánicas, se origina por la tendencia de algunas sustancias a oxidarse y otras a reducirse.
- II. Durante el proceso necesariamente se logra descomponer una sustancia.
- III. El puente salino tiene la función de evitar la polarización de las semiceldas.

- IV. La oxidación siempre ocurre en el ánodo.
- V. Un electrodo inerte no interviene en las reacciones que se realizan solo actúan como recolectores de electrones.

- A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 4

614. Señale la proposición incorrecta.

- A) La pila o celda galvánica siempre posee puente salino.
- B) En la electrodeposición o galvanoplastia el electrodo siempre es de metal que sirve para el recubrimiento.
- C) En una pila estándar, si en el electrodo de hidrógeno aparecen burbujas, entonces este electrodo es positivo.
- D) Si comparamos dos potenciales de oxidación, el mayor se oxidará.
- E) Los potenciales de oxidación y reducción permiten producir la espontaneidad de una reacción.

615. De las siguientes proposiciones, elija las verdaderas.

- I. En una celda de concentración la semicelda que contiene el electrólito más diluido contiene al cátodo.
- II. El puente salino de una celda galvánica (o voltaica) evita la acumulación de cargas eléctricas netas en las semiceldas.
- III. En una celda galvánica se genera corriente eléctrica de modo espontáneo.

- A) I y II      B) II y III      C) I y III  
D) solo II      E) solo I

616. Indique verdadero (V) o falso (F).

- I. En celdas galvánicas el cátodo es positivo.
- II. En celdas electrolíticas el ánodo es positivo.
- III. Si la fuerza electromotriz es cero el sistema llega al equilibrio.

- A) VVF      B) FVF      C) FVV  
D) VFF      E) VVV

617. Indique el número de proposiciones correctas.

I. El sentido de la corriente es del ánodo al cátodo.

II. En la electrólisis del  $\text{Na}_2\text{SO}_4(\text{ac})$  la solución resultante es básica.

III. El ion  $\text{CO}_3^-$ , no se oxida en solución acuosa, porque tiene mayor potencial de oxidación que el agua.

IV. Si  $\epsilon^\circ(\text{F}^\circ/\text{F}^-) = +2,87 \text{ V}$

$$\epsilon^\circ(\text{Li}/\text{Li}^+) = -3,04 \text{ V}$$

entonces el litio es más oxidante que el flúor.

V. El electrolito negativo necesariamente se oxida en el ánodo.

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

618. Una disolución contiene iguales concentraciones de iones  $\text{Fe}^{+2}$ ,  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{Bi}^{+3}$  y  $\text{Pb}^{+2}$ . ¿En qué orden se separarán estos iones durante la electrólisis si la intensidad de corriente es suficiente para depositar cualquier metal?

$$\epsilon^\circ \text{Fe}^\circ / \text{Fe}^{+2} = +0,44 \text{ V}$$

$$\epsilon^\circ \text{Ag}^\circ / \text{Ag}^+ = -0,8 \text{ V}$$

$$\epsilon^\circ \text{Bi}^\circ / \text{Bi}^{+3} = -0,21 \text{ V}$$

$$\epsilon^\circ \text{Pb}^\circ / \text{Pb}^{+2} = +0,13 \text{ V}$$

- A) Fe, Ag, Bi, Pb  
B) Fe, Pb, Bi, Ag  
C) Bi, Ag, Pb, Fe  
D) Ag, Bi, Pb, Fe  
E) Bi, Pb, Fe, Ag

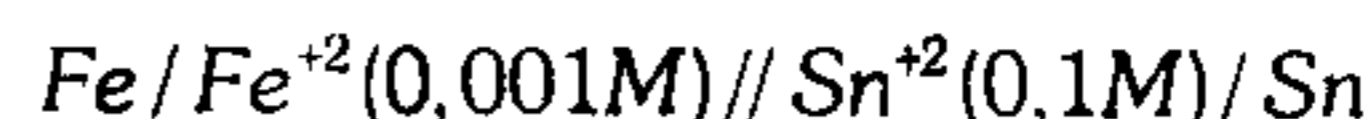
619. Determine la fuerza electromotriz de la siguiente celda de concentración a  $25^\circ\text{C}$ .



$$\log 2 = 0,3 ; \log 3 = 0,48$$

- A) 0,012 V    B) 0,025 V    C) 0,0053 V  
D) 0,045 V    E) 0,095 V

620. Halle la fuerza electromotriz total del sistema



$$\epsilon^\circ(\text{Fe} / \text{Fe}^{+2}) = 0,44 \text{ V}$$

$$\epsilon^\circ(\text{Sn} / \text{Sn}^{+2}) = 0,14 \text{ V}$$

- A) 2,41 V    B) 3,59 V    C) 0,300 V  
D) 0,359 V    E) 0,241 V

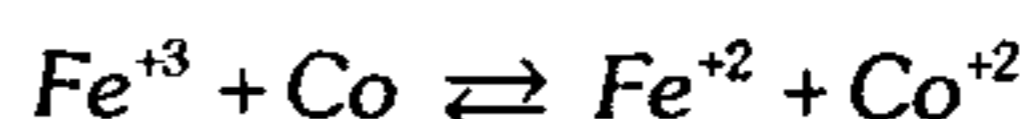
621. Según las condiciones estándar de los potenciales de reducción:



Si la pila se pone en funcionamiento, halle el voltaje de la pila o (f.e.m.).

- A) 0,04 V    B) 0,02 V    C) 2 V  
D) 1,5 V    E) 0,1 V

622. Según la reacción



$$\epsilon^\circ(\text{Fe}^{+3} / \text{Fe}^{+2}) = 0,78 \text{ V}$$

$$\epsilon^\circ(\text{Co}^{+3} / \text{Co}) = -0,28 \text{ V}$$

- I. Es una reacción espontánea.  
II. El potencial estándar de la pila es 1,06 V.  
III. El  $\text{Fe}^{+3}$  se oxida.

Son correctas

- A) solo I    B) solo II    C) I y II  
D) solo III    E) I y III

623. En una celda a  $25^\circ\text{C}$  con una semicelda estándar de Zinc en el ánodo y una semicelda de hidrógeno en el cátodo, la presión de hidrógeno es de 1 atm; dando un potencial de 0,65 V. Determine el pH de la solución del cátodo.

$$\text{Dato: } \text{Zn}^{+2} / \text{Zn} \quad \epsilon^\circ = -0,76 \text{ V}$$

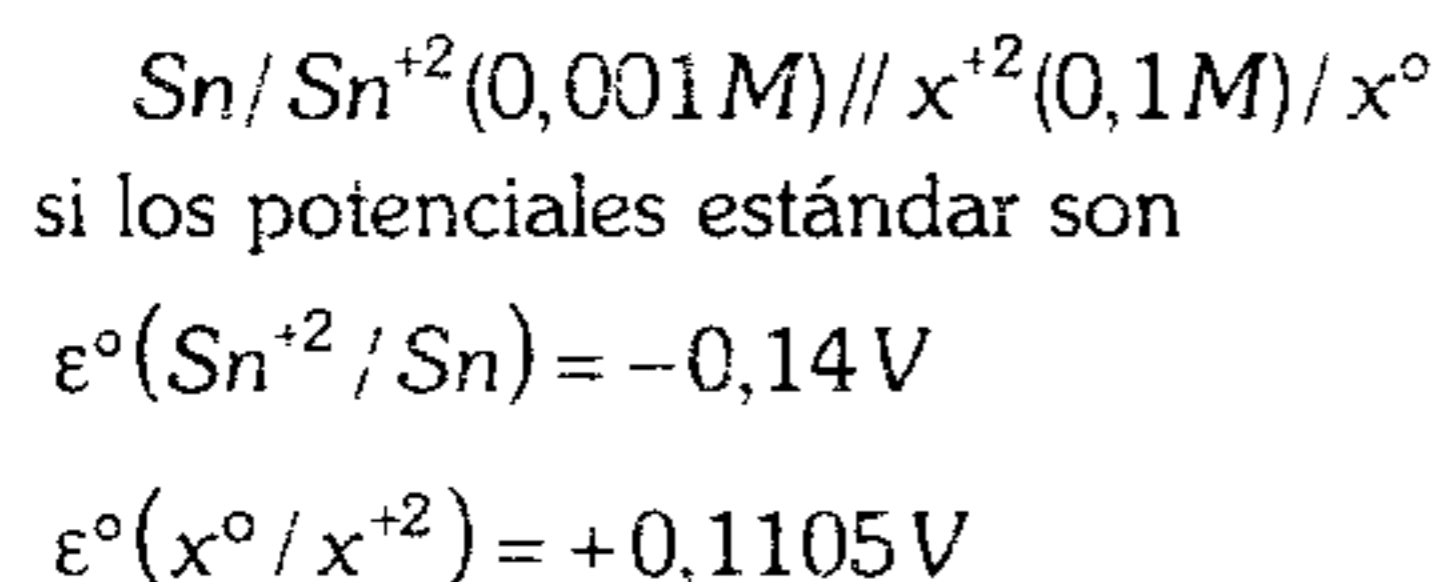
- A) 3,4    B) 0,28    C) 2,3  
D) 4,2    E) 1,86



624. En la siguiente pila de concentración se tiene un litro de solución de  $\text{CuSO}_4(\text{ac})$  en cada electrodo cuyas concentraciones son 0,01 M y 0,1 M respectivamente. Si en el cátodo se le adiciona 0,01 moles de  $\text{Na}_2\text{S}_{(s)}$ , ¿en cuánto ha variado el voltaje de la pila?

- A) Aumentó 1,2 mV
- B) Disminuyó 1,2 mV
- C) Aumentó 2,5 mV
- D) Disminuye 2,5 mV
- E) No varía

625. Halle el potencial de la celda galvánica (fuerza electromotriz total) en



- A) 0,0590 V    B) 0,1475 V    C) 0,07375 V
- D) 0,0295 V    E) 0,0885 V

626. Respecto a la pila seca, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El grafito se consume.
- II. 4 pilas en serie indican 6 voltios aproximadamente.
- III. Se forman complejos.
- IV. El  $\text{H}_2$  actúa como despolarizante.

- A) FFFF    B) FVVF    C) VVFF
- D) FVFV    E) FFFV

627. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- i. La pila seca es una pila secundaria.
- II. En la pila seca si se logra acumular gases como el  $\text{H}_2$  y  $\text{NH}_3$  se polariza.
- III. En un acumulador de plomo (batería) el electrodo de plomo ( $\text{Pb}$ ) es el ánodo.
- IV. En una batería durante la reacción de carga se invierte el proceso de funcionamiento.

- A) FFVV    B) VFVV    C) VVFF
- D) FVVV    E) FVVF

628. Respecto a los acumuladores, ¿cuántas proposiciones son incorrectas?

- I. El voltaje es cero si el  $\text{H}_2\text{SO}_4$  se consume totalmente.
- II. Son recargables.
- III. 5 acumuladores en serie indican 10 voltios.
- IV. El  $\text{PbO}_2$  actúa como ánodo.
- V. En la recarga la densidad del  $\text{H}_2\text{SO}_4$  aumenta.

- A) 3    B) 5    C) 4
- D) 2    E) 1

629.  $\varepsilon^{\circ}[\text{Br}_2/\text{Br}^-] = 1,08\text{V}$

$$\varepsilon^{\circ}[\text{Fe}^{+3}/\text{Fe}^{+2}] = 0,77\text{V}$$

¿Cuál es la fuerza electromotriz de la pila

cuando  $[\text{Br}^-] = 0,01\text{M}$  y  $\left[\frac{\text{Fe}^{+2}}{\text{Fe}^{+3}}\right] = 0,001\text{M}$ ?

- A) -0,595 V    B) +0,3 V    C) -0,3 V
- D) +0,251 V    E) +0,595 V

630. Se tiene 2 soluciones en las que los potenciales de oxidación del hidrógeno es 0,127 V y 0,328 V respectivamente. La presión del gas  $\text{H}_2$  que burbujea es 760 mmHg. Halle la suma de los pH de dichas soluciones.

- A) 7,71    B) 5,52    C) 4,83
- D) 3,21    E) 2,12

631. Dados los siguientes potenciales

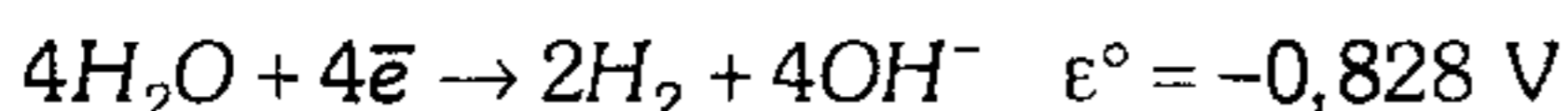
$$\text{Co}^{+2}/\text{Co} \dots\dots\dots \varepsilon^{\circ} = -0,277\text{V}$$

$$\text{Co}^{+3}/\text{Co} \dots\dots\dots \varepsilon^{\circ} = +1,113\text{V}$$

¿Cuál será el  $\varepsilon^{\circ}\text{Co}^{+3}/\text{Co}^{+2}$  ?

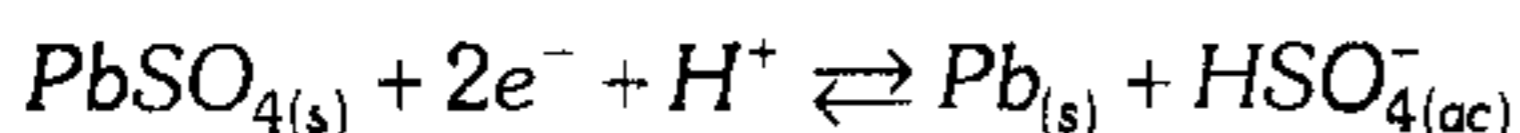
- A) -0,778 V    B) +0,893 V    C) +1,39 V
- D) 0,778 V    E) -1,39 V

632. La reacción electroquímica global en la pila combustible utilizada para generar potencia eléctrica en vuelos de cohetes espaciales, es  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$ . ¿Cuál es la constante de equilibrio y el cambio de energía libre en esta reacción?

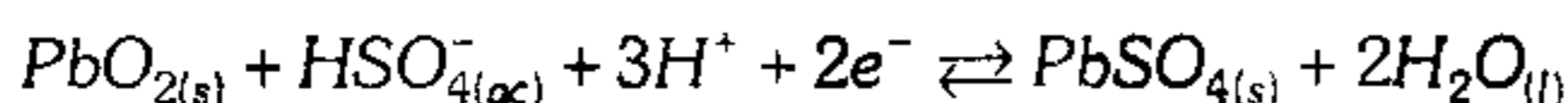


- A)  $10^{202}$ ; -113 kcal/mol
- B)  $10^{514}$ ; -13 kcal/mol
- C)  $10^{833}$ ; -113 kcal/mol
- D)  $10^{35}$ ; -79 kcal/mol
- E)  $10^{254}$ ; 113 kcal/mol

633. ¿Cuál es el potencial de un acumulador de plomo o batería de autos, en el cual la concentración del bisulfato es 0,5 M y el pH es 1,2?



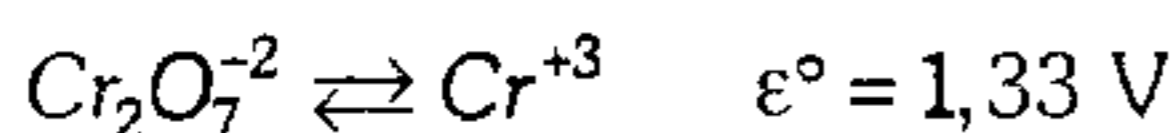
$$\epsilon^\circ = -0,36 \text{ V}$$



$$\epsilon^\circ = 1,68 \text{ V}$$

- A) 2,34 V     B) 3,64 V     C) 5,22 V
- D) 1,95 V     E) 7,14 V

634. Para la reacción (sin balancear)



Halle el potencial de la pila, si el pH de la solución es 6 y la concentración de los iones

$Cr_2O_7^{-2}$  y  $Cr^{+3}$  es 1 M.

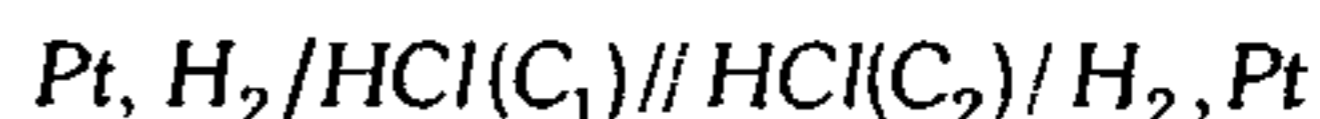
- A) +2,156 V     B) -2,156 V
- C) -0,504 V
- D) +0,23 V     E) +0,504 V

635. Sobre las proposiciones

I. Cuando la  $[Zn^{+2}]$  es 0,1 de su concentración inicial, el potencial de electrodo aumenta en 0.03 V

$$\epsilon^\circ Zn^{+2}/Zn^\circ = -0,76 \text{ V}$$

II. En la pila



Aumentará la f.e.m. disminuyendo  $C_1$ ,

podemos afirmar que

- A) son incorrectas.
- B) son verdaderas.
- C) I es verdadera.
- D) II es verdadera
- E) II no puede precisarse por falta del valor de  $C_1$ .

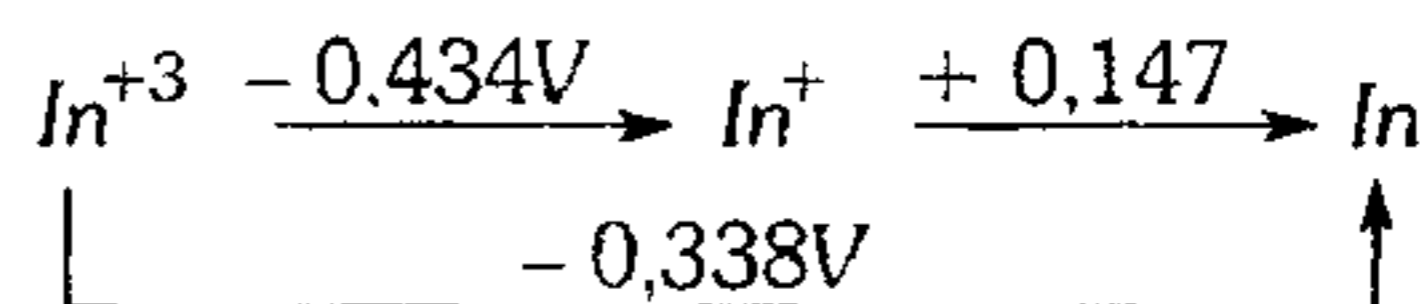
636. Los valores absolutos de los potenciales de electrodos de dos metales X e Y son



cuando se conectan las medias celdas de X e Y; los electrones fluyen de X hacia Y. Cuando X se conecta al de  $H_2$ , los electrones fluyen de X al  $H_2$ . Determine el valor de  $\Delta\epsilon^\circ$ .

- A) 0,59 V     B) -0,59 V     C) 0,09 V
- D) 0,34 V     E) 0,25 V

637. Dado el siguiente diagrama para el potencial del electrodo estándar en solución ácida



- I. ¿Qué ion se produce cuando el metal indio (*In*) reacciona con  $H^+$ ?
- II. Si el  $\epsilon^\circ(Cl_2/Cl^-)$  es +1,36 V ¿reaccionará el Indio con el Cloro?, ¿cuál es el producto?

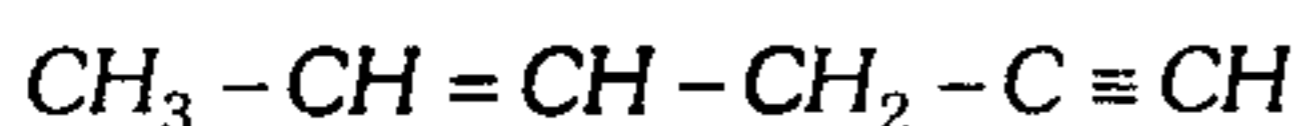
- A)  $In^{+3}$ ; No
- B)  $In^{+1}$ ; Si;  $InCl$
- C)  $In^{+3}$ ; Si;  $InCl$
- D)  $In^{+3}$ ; Si;  $InCl_3$
- E)  $In^{+1}$ ; No

## Carbono e Hidrocarburos

- 638.** Indique la proposición incorrecta respecto a las características generales de los compuestos orgánicos.
- A) Son solubles en el alcohol, éter, benceno.  
 B) Son malos conductores de electricidad.  
 C) Se descomponen a bajas temperaturas.  
 D) No presentan el fenómeno de isomería.  
 E) Forman enlaces covalentes generalmente.
- 639.** Respecto a las fuentes de carbono natural, indique el que presente mayor porcentaje de carbono.
- A) Grafito    B) Antracita    C) Turba  
 D) Lignito                      E) Hulla
- 640.** Indique la cantidad de carbonos amorfos presente en la siguiente relación: grafito, negro de humo, carbón activado, lignito, turba, carbón vegetal.
- A) 1                      B) 2                      C) 3  
 D) 4                      E) 5
- 641.** De las siguientes proposiciones, indique verdadero (V) o falso (F) respecto a las propiedades del carbono.
- I. Son carbonos naturales, cristalinos y amorfos respectivamente, la antracita y el diamante.  
 II. El grafito es buen conductor de la corriente eléctrica, por la presencia de electrones libres.  
 III. El diamante presenta estructura tetraédrica cristalina siendo ésta conductora de calor.  
 IV. El benceno, tolueno, xileno se encuentran en el alquitrán de hulla.
- A) VFVF    B) FFVV    C) FVVV  
 D) FVVF    E) VFFF
- 642.** Una de las siguientes propiedades corresponde a que el carbono se encuentre en dos estructuras diferentes.
- A) Covalente                      B) Tetravalencia  
 C) Autosaturación  
 D) Alotropía                      E) Hibridización
- 643.** Señale verdadero (V) o falso (F).
- I. Todo compuesto que tiene átomo de carbono es orgánico.  
 II. La autosaturación es una propiedad del carbono que explica el por qué hay más compuestos orgánicos que inorgánicos.  
 III. En cuanto a la energía relativa del carbono hibridizado  $sp^3 < sp^2$ .  
 IV. En la siguiente estructura  

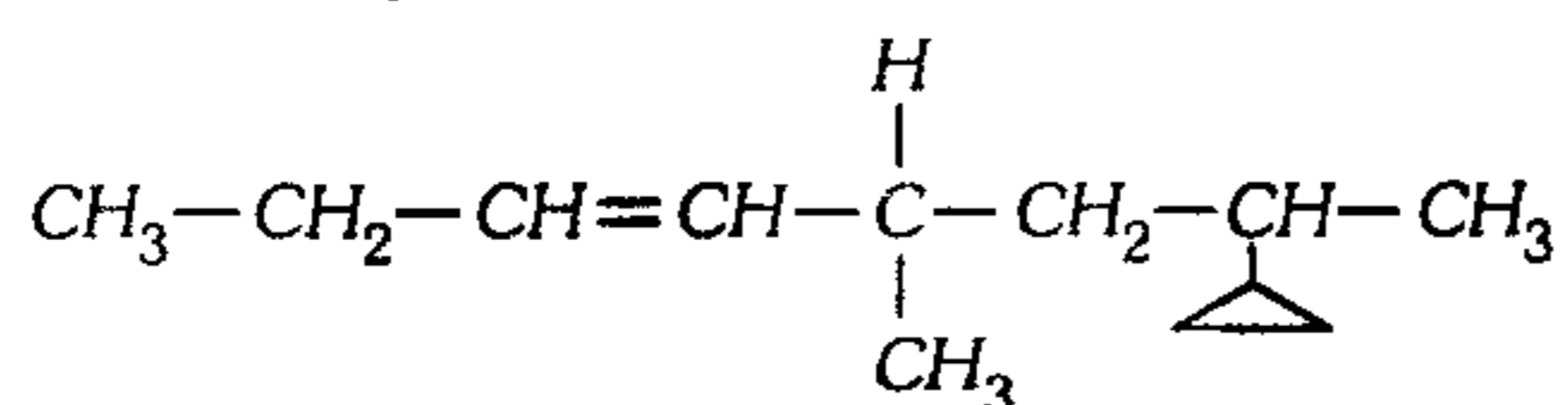
$$CH_3 - CH_2 = CH_2 - CH = C = CH_2$$
 hay sólo híbridos  $sp^3$  y  $sp^2$ .
- A) FVFF    B) VVFF    C) FFVV  
 D) FVVF    E) VFVF
- 644.** Indique las proposiciones correctas.
- I. En el isobutileno hay carbonos hibridizados en  $sp^3$  y  $sp$ .  
 II. En el tetrametilbutano hay 2 carbonos terciarios y 6 carbonos primarios.  
 III. Los ciclo alcanos son isómeros funcionales de los alquenos.
- A) I y II    B) I y III    C) II y III  
 D) solo II    E) solo III
- 645.** Indique si las proposiciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).
- I. La representación espacial del carbono tetraédrico más aceptada fue la que propuso Vant'Hoff, según la cual el carbono es un tetraedro.  
 II. El carbono tetraédrico se puede enlazar como enlace simple, enlace doble, enlace triple y enlace cuádruple.  
 III. Los tipos de carbono, según la posición y número de hidrógenos que contienen, pueden ser primario, secundario, terciario y cuaternario.
- A) FVF    B) VVV    C) VFF  
 D) VFV    E) FVV

646. En la siguiente estructura, indique cuántos enlaces ( $sp^2-s$ ) y ( $sp-sp$ ) existen.



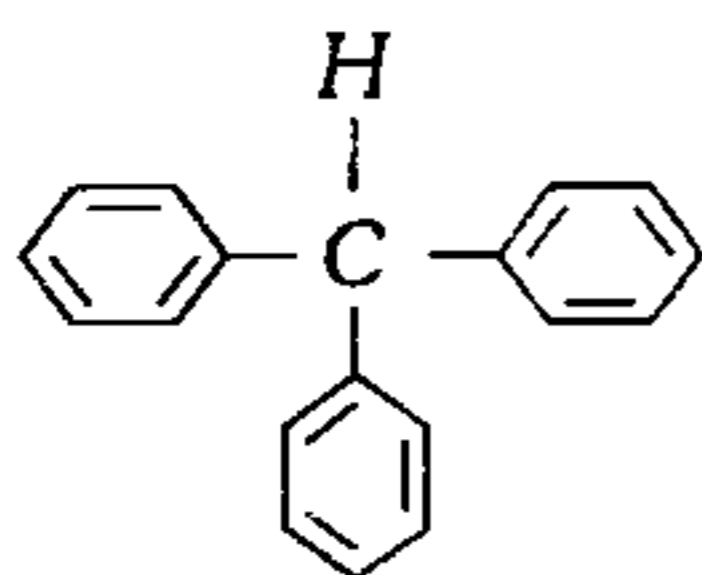
- A) 2:3      B) 2:1      C) 2:4  
D) 4:2      E) 4:1

647. En la siguiente estructura, indique el número de carbonos primarios, secundarios, terciarios y cuaternarios.



- A) 4 : 3 : 2 : 1      B) 2 : 4 : 2 : 1  
C) 3 : 4 : 0 : 3  
D) 3 : 4 : 3 : 0      E) 3 : 4 : 2 : 2

648. Indique el número de enlaces sigma ( $\sigma$ ) y pi ( $\pi$ ) en



- A) 21 : 9      B) 18 : 9      C) 37 : 9  
D) 19 : 18      E) 29 : 18

649. En la siguiente estructura, halle cuántos carbonos son secundarios y cuántos carbonos presentan orbitales híbridos de tipo  $sp^2$  en



- A) 1 y 4      B) 2 y 3      C) 4 y 1  
D) 1 y 3      E) 2 y 4

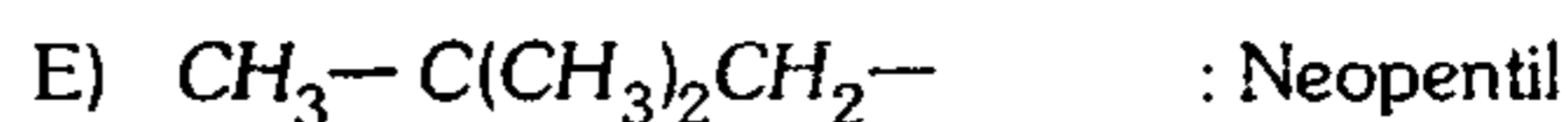
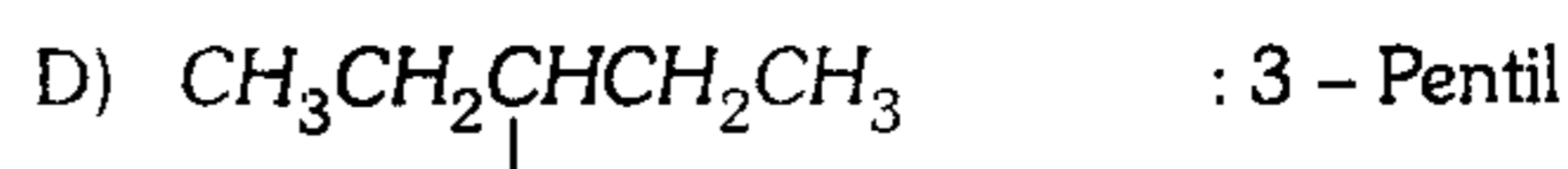
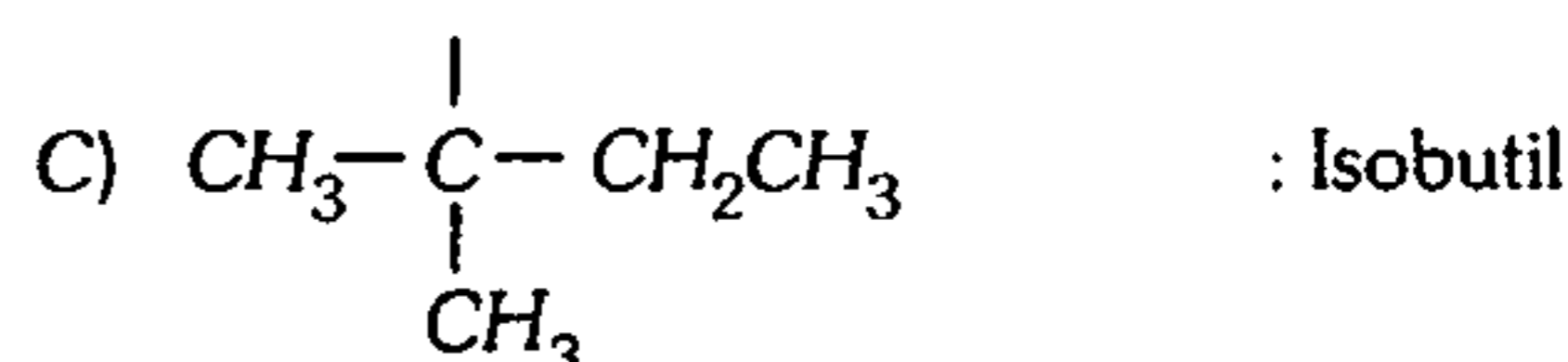
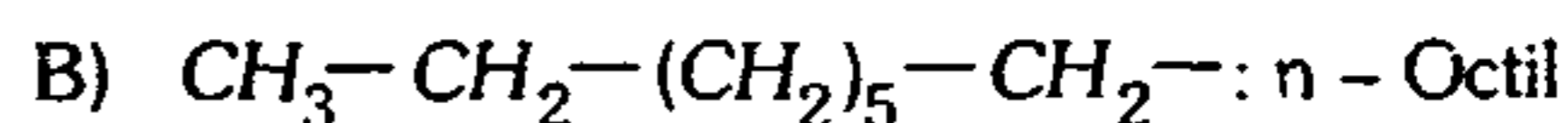
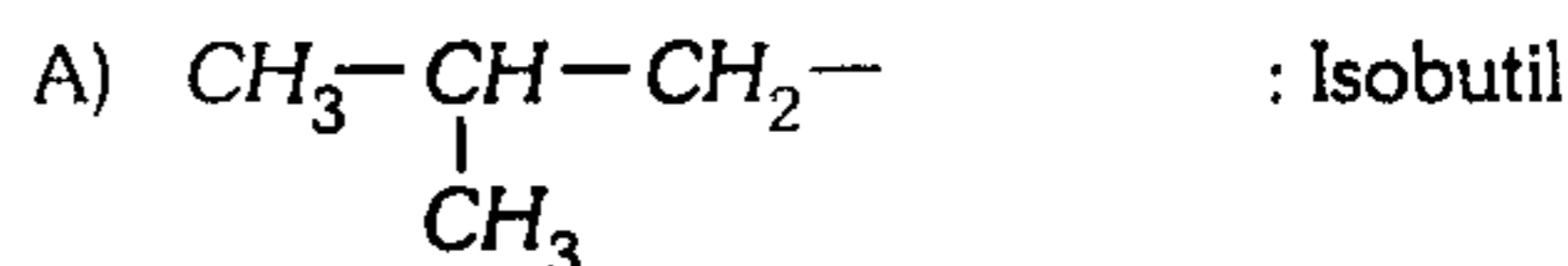
650. Indique la proposición correcta.

- A) Los hidrocarburos poseen atomicidad igual a dos y están formados por carbono e hidrógeno.  
B) Los hidrocarburos poco reactivos son los etilénicos.  
C) Los alcanos se obtienen principalmente por la destilación de la hulla.

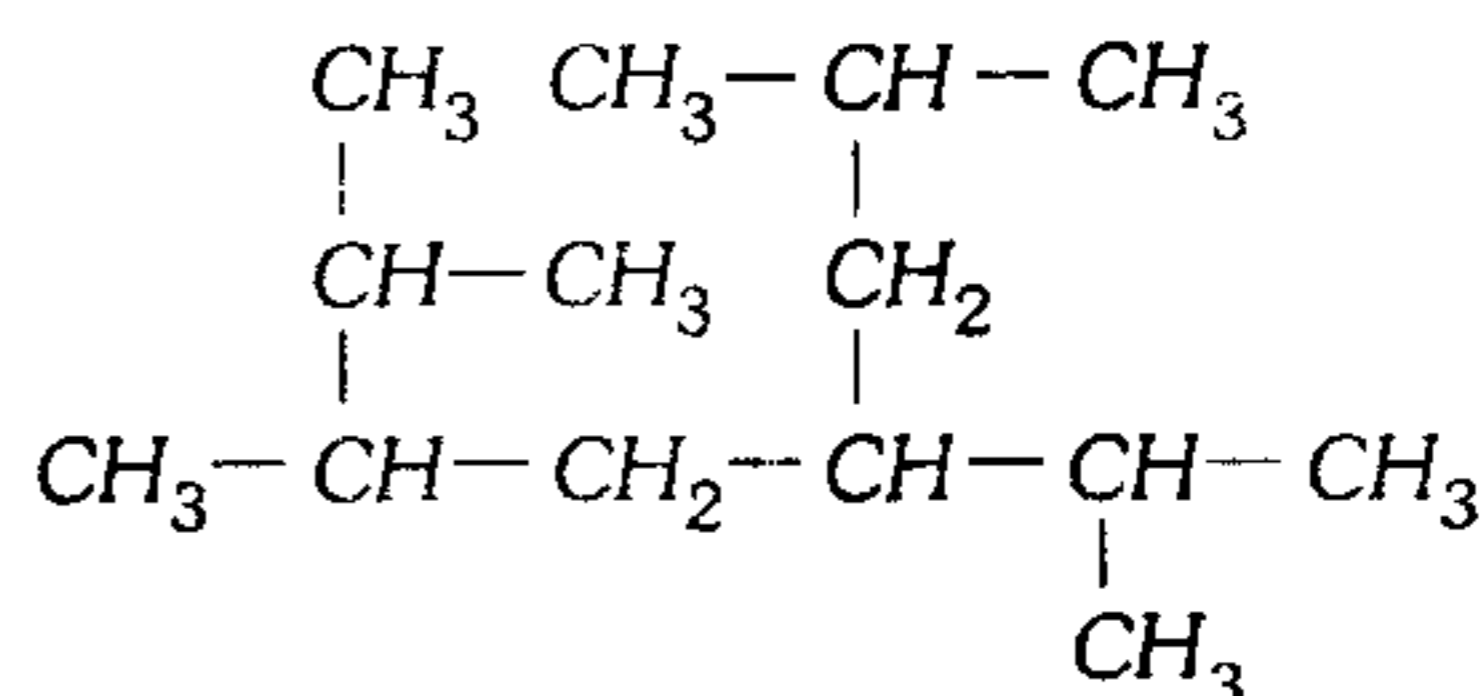
D) Los hidrocarburos acetilénicos son más reactivos que los parafínicos.

E) En general los hidrocarburos son utilizados principalmente como reactivos químicos.

651. Señale lo incorrecto

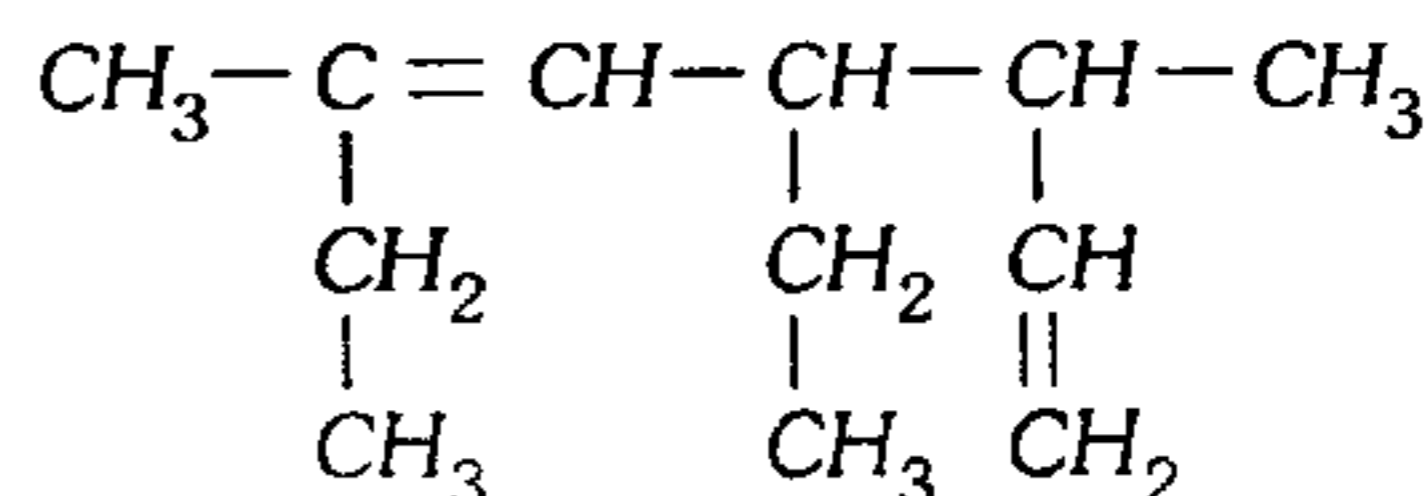


652. ¿Cuál es el nombre oficial de la siguiente estructura?



- A) 2, 3, 7 - trimetil - 5 - isopropil octano  
B) 3 - isobutil - 5 - isopropil - 2 - metil  
C) 2 - isopropil - 4 - isobutil - 5 - metil hexano  
D) 2,5 dimetil - 4 - isobutil heptano  
E) 2,4 di isopropil - 7 - metil heptano

653. ¿Cuál es el nombre IUPAC del siguiente hidrocarburo insaturado?

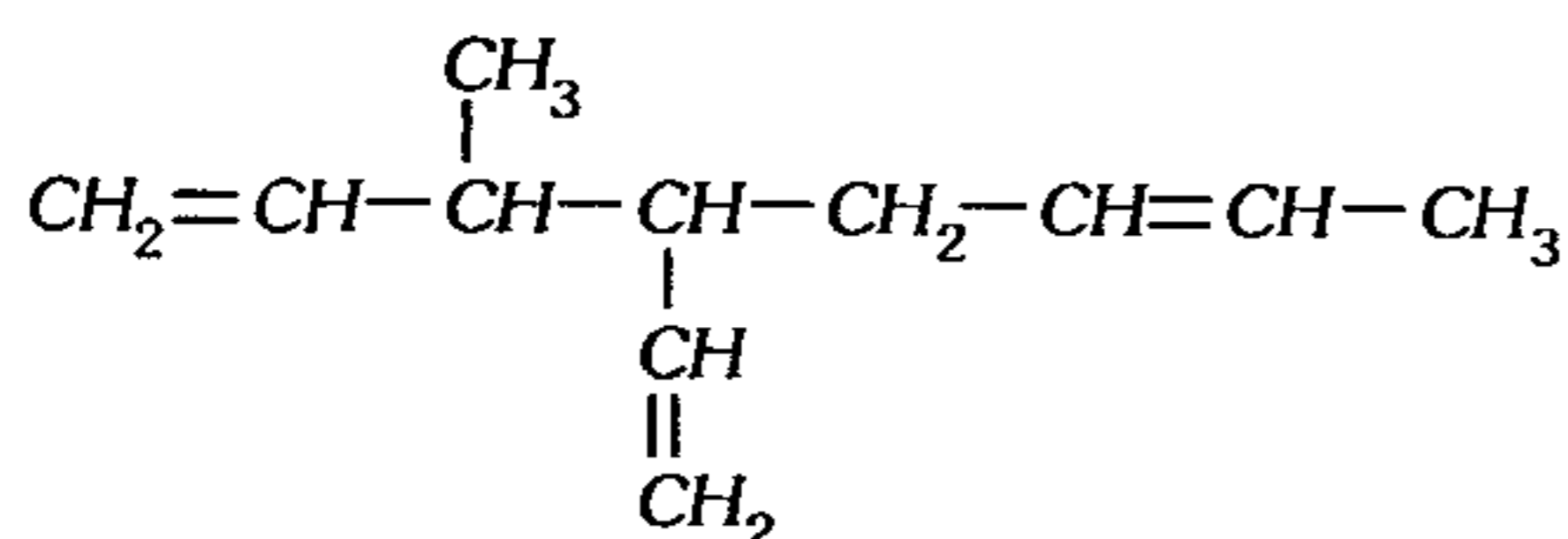


- A) 4 - etil - 3,6 - dimetil octadieno  
B) 3 - etil - 2,5 - dimetil - 1,5 - octadieno  
C) 4,6 - dietil - 3 - metil - 1,5 - heptadieno  
D) 2,4 - dietil - 5 - metil - 2,6 - heptadieno  
E) 4 - etil - 3,6 - dimetil - 1,5 - octadieno

654. Uno de los siguientes compuestos no posee isómeros geométricos cis y trans.

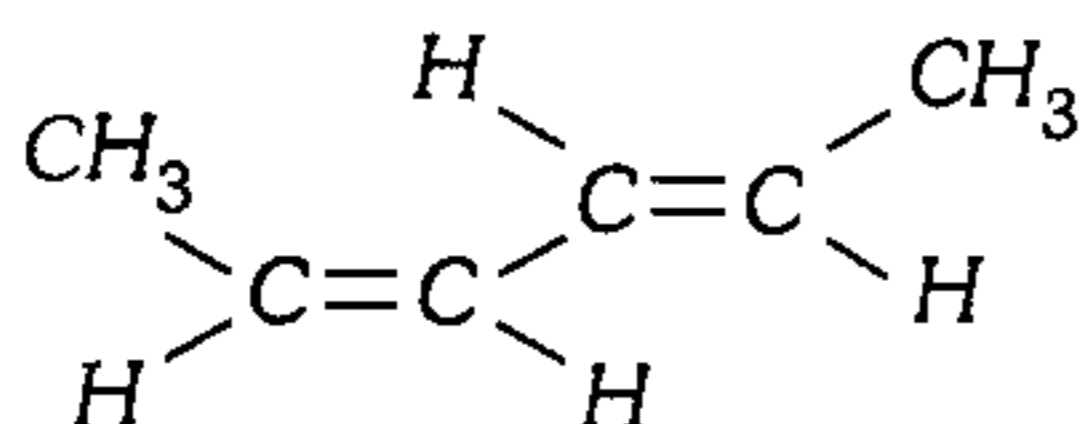
- A) 2 - hepteno
- B) 1,2 - dicloro ciclopropano
- C) 2,3 - dibromo - 2 - penteno
- D) 2 - metil - 2 - hexeno
- E) 3,4 - dimetil - 3 - hexeno

655. Según la nomenclatura IUPAC, el nombre del siguiente compuesto es



- A) 4 - metil - 3 - vinil - 1,5 - octadieno
- B) 2 - metil - 4 - vinil octeno
- C) 3 - metil - 4 - vinil - 1,6 - octadieno
- D) 6 - metil - 5 - vinil - 2,7 - octadieno
- E) 3 - metil - vinil - 4,6 - octadieno

656. Nombre al compuesto.



- A) cis 2,4 - hexadieno
- B) trans 2,4 - hexadieno
- C) cis, cis 2,4 hexadieno
- D) E.E. - 2,4 - hexadieno
- E) cis trans - 2,4 - hexadieno

657. ¿Cuántos isómeros de cadena abierta posee  $C_5H_{10}$ ?

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 5
- E) 3

658. ¿Cuántos isómeros presenta  $C_4H_6Cl_2$ ?

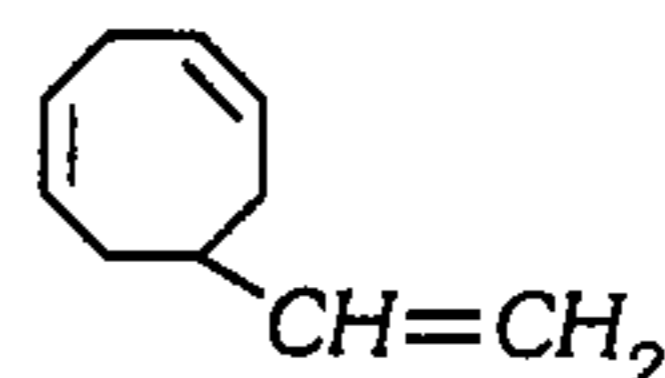
- A) 5
- B) 7
- C) 9
- D) 11
- E) 8

659. De los enunciados

- I. Los cicloalcanos tienen por fórmula general  $C_nH_{2n}$ .
  - II. El benceno es cicloalcano más estable.
  - III. El cicloalcano más simple es el cicloetano.
- es verdadero

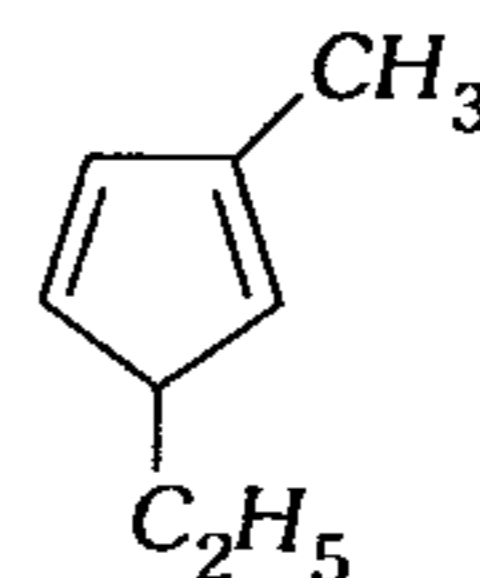
- A) solo I.
- B) solo II.
- C) solo III.
- D) solo I y III.
- E) solo II y III.

660. Nombre el siguiente compuesto.



- A) 7 - vinil - 1,4 - ciclooctadieno
- B) 4 - vinil - 1,6 - ciclooctadieno
- C) 1 - vinil - 3,6 - ciclooctadieno
- D) 1 - vinil - 4,7 - ciclooctadieno
- E) Hay 2 correctas

661. El nombre IUPAC del siguiente compuesto alicíclico es



- A) 3 - metil - 5 - etil - ciclo pentadieno
- B) 2 - metil - 5 - etil - ciclopenteno
- C) 3 - metil - 5 - etil - ciclopenteno
- D) 1 - metil - 3 - etil - 2,4 - ciclopentadieno
- E) 2 - metil - 5 - etil - 1,3 - ciclopentadieno

662. De los siguientes compuestos, ¿quién posee mayor punto de ebullición?

- I. Hexano
- II. Hexeno
- III. Octano
- IV. Iso-octano
- V. Neo-hexano

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

**663.** De las siguientes proposiciones, indique verdadero (V) o falso (F).

- I. Orden de temperatura de ebullición  
etino > etileno > etano
- II. Los parafínicos son resistentes a los oxidantes fuertes y ácidos fuertes
- III. En 1,2 – dimetil ciclobutano no tiene isomería geométrica.
- IV. El ciclopropano es el más inestable entre los hidrocarburos cíclicos.

- A) VFFV      B) VVFF      C) VVFFV  
D) FVFFV      E) VFFF

**664.** Teniendo en cuenta la estabilidad de los hidrocarburos, indique la proposición incorrecta.

- A) El isómero trans es el más estable que el isómero cis.
- B) La conformación bote es menos estable que la conformación silla en el ciclohexano  $C_6H_{12}$ .
- C) El hidrógeno del carbono terciario se logra sustituir más rápido que un hidrógeno del carbono secundario.
- D) El enlace pi ( $\pi$ ) es más estable que el enlace sigma ( $\sigma$ ).
- E) Los alquenos reaccionan más rápido que los alcanos.

**665.** Indique la proposición incorrecta.

- A) El ciclo propano posee mayor punto de ebullición que el  $C_3H_8$ .
- B) Mediante pirólisis (cracking) se obtienen olefinas.
- C) El etileno es más soluble en  $H_2O$  que en éter.
- D) El ciclo propano es menos estable que el ciclo hexano.
- E) La fuente para obtener ciclo alcano es el petróleo.

**666.** Indique la proposición correcta.

- A) La conformación silla es menos estable que la de bote retorcido en el ciclohexano.
- B) Los cicloalcanos más pequeños son más estables debido a las tensiones de Baeyer.
- C) El isopropeno, unidad monómera del caucho y los terpenos son dienos acumulados.
- D) Los alquenos son más reactivos que los alquinos.
- E) El isómero trans es menos estable que el isómero cis.

**667.** El criterio de estabilidad en estructuras es muy aplicado en Química orgánica, señale lo falso.

- A) El orden de estabilidad relativa de los iones carbonio es  $CR_3^+ > CHR_2^+ > CH_2R^+ > CH_3^+$
- B) El isómero geométrico trans es más estable que el isómero geométrico cis.
- C) La conformación silla del ciclohexano es más estable que la conformación bote.
- D) El orden de estabilidad de alquenos es  $C_2H_4 > CH_2CHR > CHRCHR > CHR_2CR_2 > CR_2CR_2$
- E) La conformación alternada de un alcano es más estable que la eclipsada.

**668.** Con respecto a los hidrocarburos

- I. Presentan reacciones de combustión principalmente.
- II. Para un mismo tipo de hidrocarburos, a mayor peso molecular, entonces menor calor liberado.
- III. Los alcanos presentan reacciones de sustitución y no de adición.
- IV. Una de sus fuentes naturales es el gas natural conteniendo más propano que metano.

son afirmaciones correctas

- A) I y II.      B) solo I.      C) solo III.  
D) I y III.      E) todas.

669. Acerca de las propiedades físicas de los hidrocarburos alifáticos ¿qué proposiciones son incorrectas?

- I. El punto de ebullición normal aumenta con el número de carbonos, por lo cual los 5 primeros alcanos son gaseosos.
- II. El isómero cis-2-buteno es más volátil que el isómero trans-2-buteno.
- III: El neohexano es de menor punto de ebullición que el isohexano.
- IV. Los hidrocarburos generalmente son solubles en el benceno ( $C_6H_6$ ) y en el éter etílico ( $C_2H_5-O-C_2H_5$ )

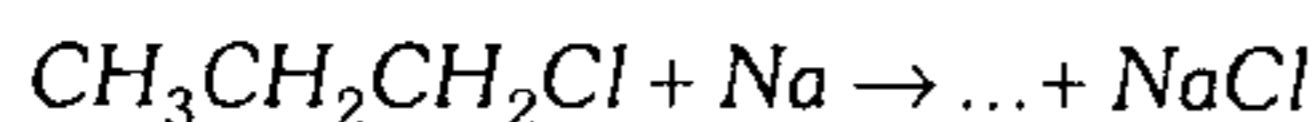
- A) I, II y III    B) II, III y IV    C) I y II  
D) III y IV    E) II y IV

670. Indique las proposiciones incorrectas.

- I. Los cicloalcanos poseen baja reactividad química.
- II. Los alquenos reaccionan por adición y no por sustitución frente al  $HCl$ .
- III. En la olefina el enlace  $\sigma$  ( $sp^2-sp^2$ ) es más débil que el enlace  $\pi(p_z - p_z)$ .

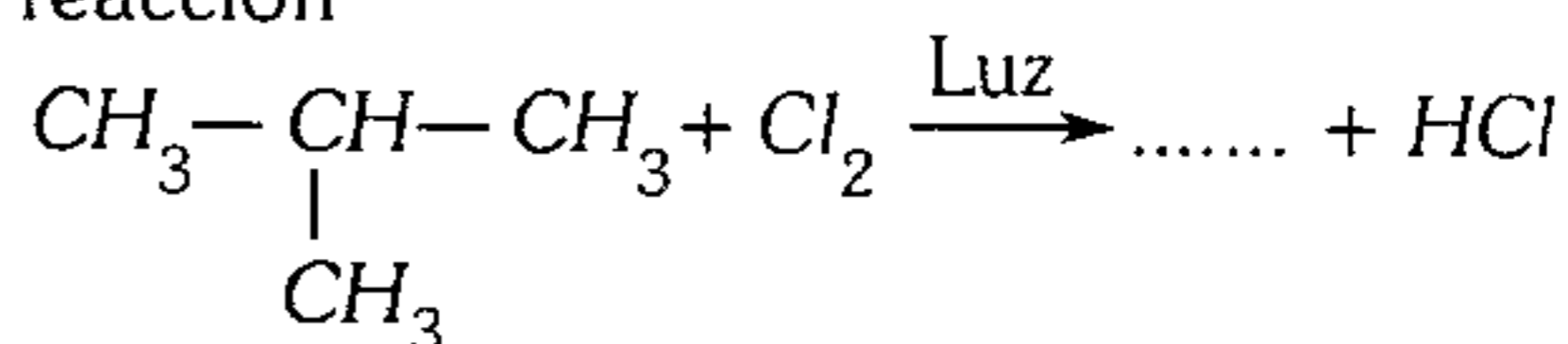
- A) solo I    B) solo II    C) solo III  
D) I y III    E) II y III

671. En la siguiente reacción química, indique el producto principal según la síntesis de Wurtz.



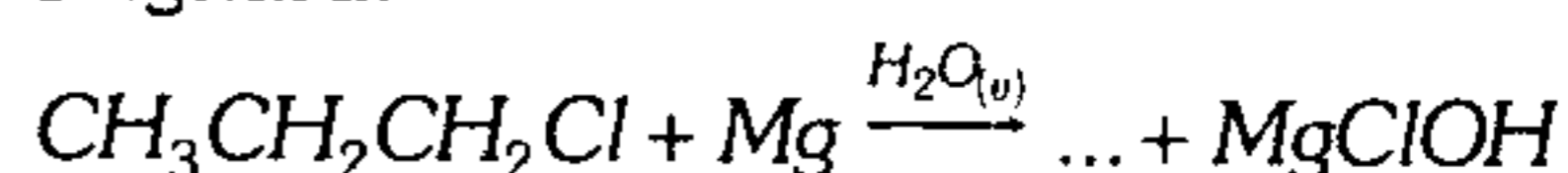
- A)  $CH_3CH_2CH_3$   
B)  $CH_3CH_2CH_2CH_3$   
C)  $C_6H_{14}$   
D)  $CH_3CH_3$   
E)  $CH_3CH_2CH_2CH_2CH_3$

672. Dé el nombre del producto principal en la reacción



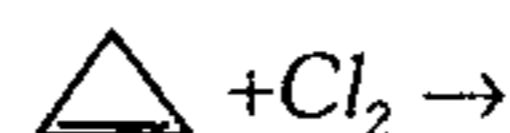
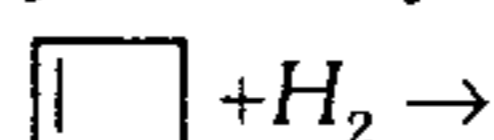
- A) 2 - cloro - 3 - metil propano  
B) 3 - cloro - 3 - metil propano  
C) 2 - cloro - 2 - metil propano  
D) 3 - cloro - 1 - metil propano  
E) 1 - cloro - 2 - metil propano

673. En la siguiente reacción química, indique cuál es el producto principal según la síntesis de Grignard.



- A)  $CH_3CH_3$   
B)  $CH_3CH_2CH_2CH_3$   
C)  $CH_3CH_2CH_3$   
D)  $CH_3CH_2Cl$   
E)  $CH_3CH_2MgCl$

674. En las siguientes reacciones químicas, dé el producto principal respectivamente.



- A) Butano y propano  
B) Ciclobutano y ciclopropano  
C) Ciclobutano y diclorociclopropano  
D) Ciclobutano y diclorobutano  
E) Ciclobuteno y ciclopropeno

675. Indique la relación monómero-polímero incorrecta.

- A)  $-(CH_2-CH_2)_n-$  : polietileno  
B)  $-(CH_2-\underset{\substack{| \\ Cl}}{CH})_n-$  : P.V.C.  
C)  $-(CF_2-CF_2)_n-$  : teflón  
D)  $-(CH_2-\underset{\substack{| \\ CN}}{CH})_n-$  : nylon  
E)  $-(CH_2-\underset{\substack{| \\ CH_3}}{CH} = CH-CH_2)_n-$  : caucho natural

676. De las siguientes reacciones, señale verdadero (V) o falso (F).

- I.  $CH_3CH = CH_2 + HCl \rightarrow CH_3CHCl - CH_3$   
 II.  $CH_3CH = CH_2 + HBr \xrightarrow{H_2O_2} CH_3CH_2 - CH_2Br$   
 III.  $CH_3CH = CH_2 + H_2O_{(v)} \rightarrow CH_3CHOH - CH_3$

- A) VFV      B) VFF      C) VVV  
 D) FVF      E) FVV

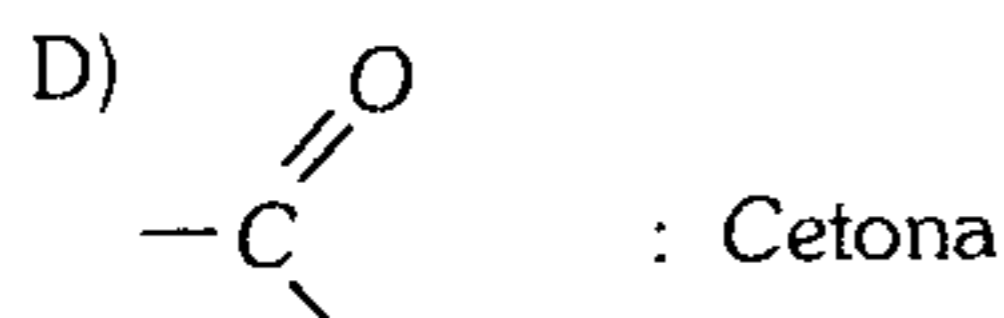
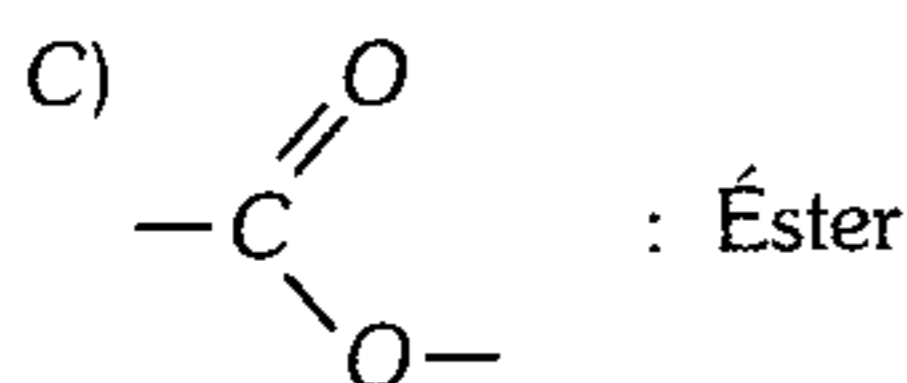
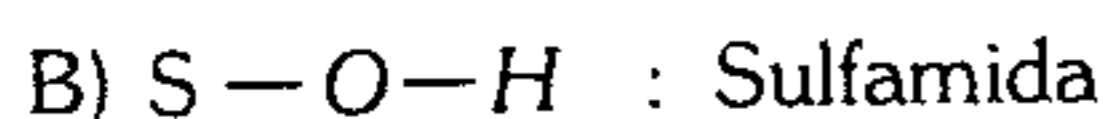
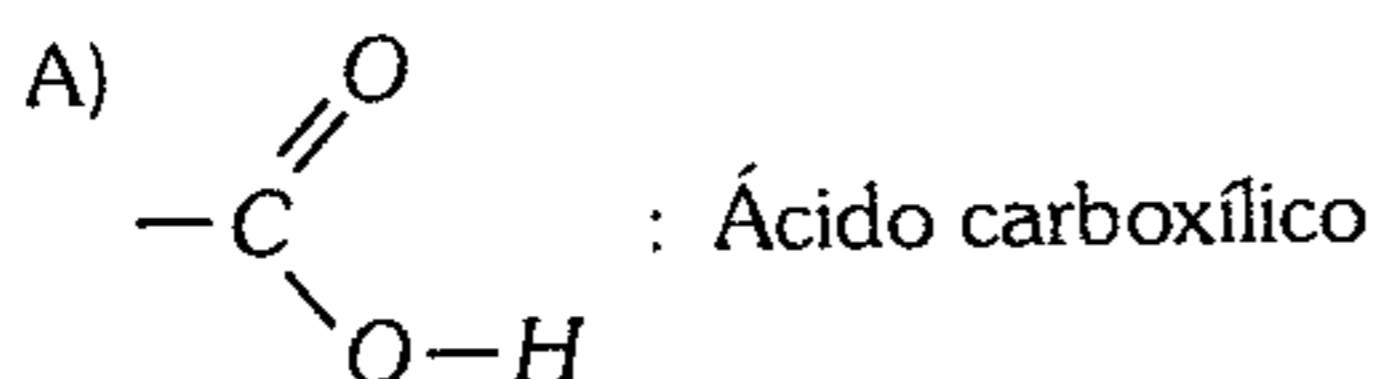
677. ¿Qué reacciones son necesarias para la síntesis del butano a partir del acetileno?

- I. Hidrogenación catalítica.  
 II. Adición Markownikoff.  
 III. Reacción con sodio (Würtz).  
 IV. Halogenación en presencia de luz solar.  
 V. Síntesis de Grignard.

- A) II, III y IV    B) II, IV, V    C) I, IV, III  
 D) I, II, III    E) II, IV y I

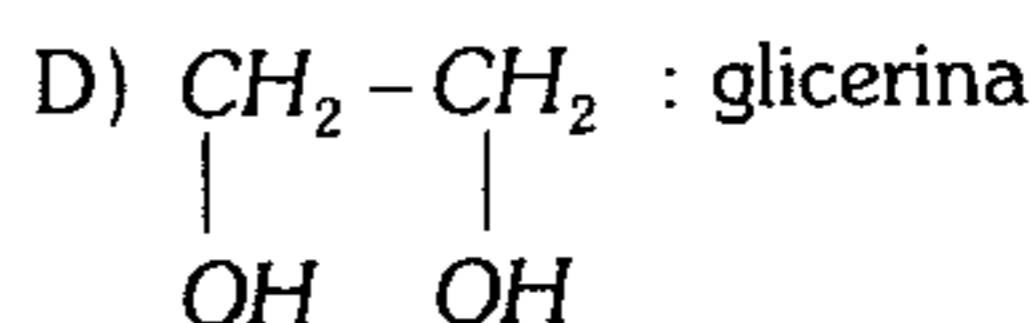
### Funciones Oxigenadas

678. Marque el grupo funcional que no corresponde a la función orgánica.



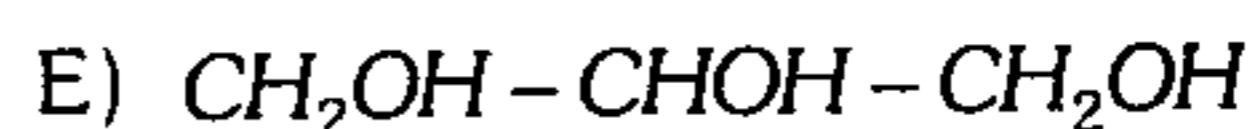
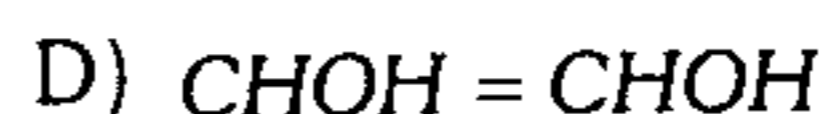
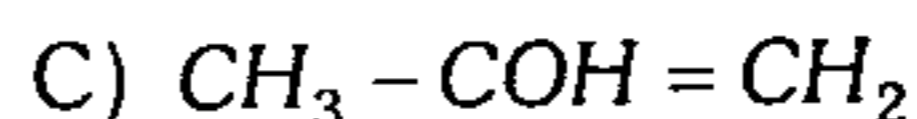
679. Sobre alcoholes, indique la relación incorrecta.

- A)  $\text{C}_6\text{H}_5-CH_2-OH$  : alcohol bencílico  
 B)  $CH_2 = CH - OH$  : alcohol etenílico  
 C)  $CH_3 - CH_2 - OH$  : etanol

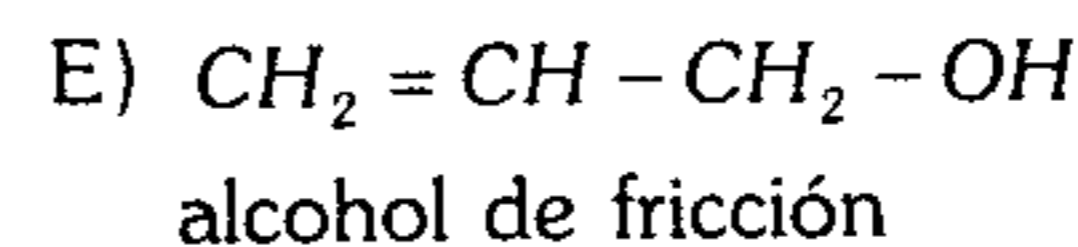
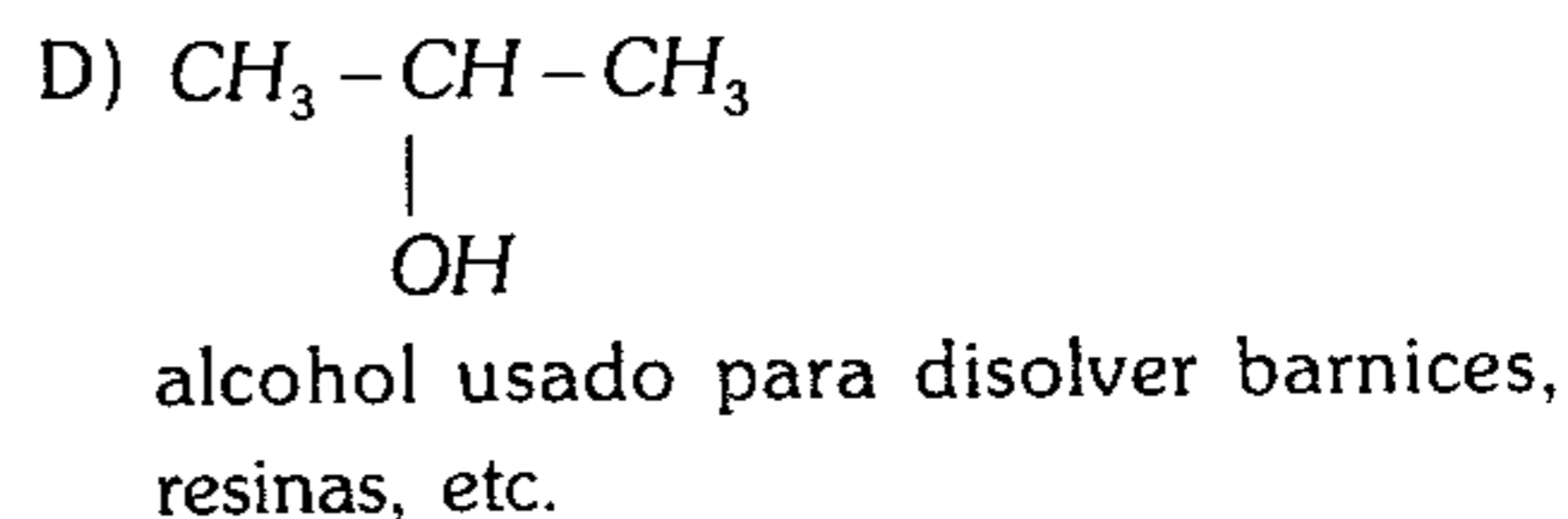
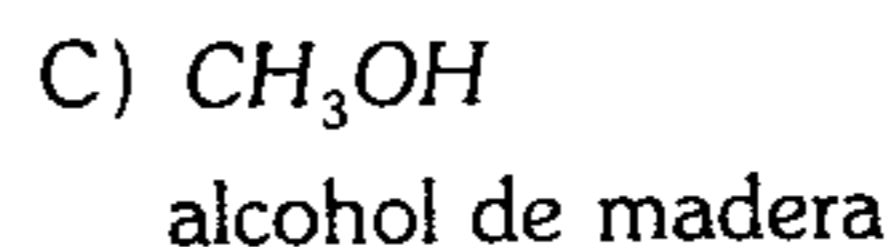
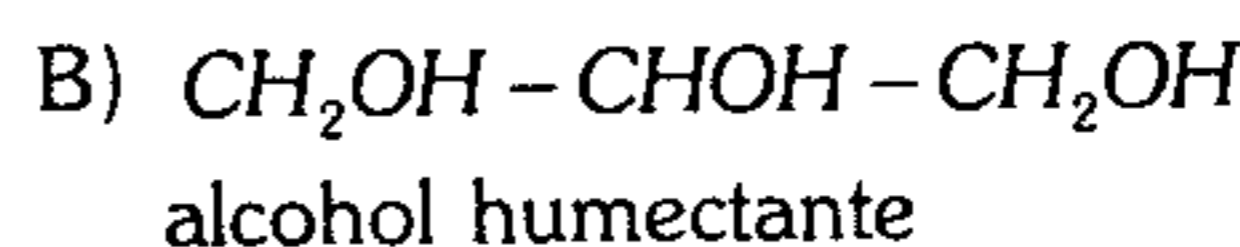
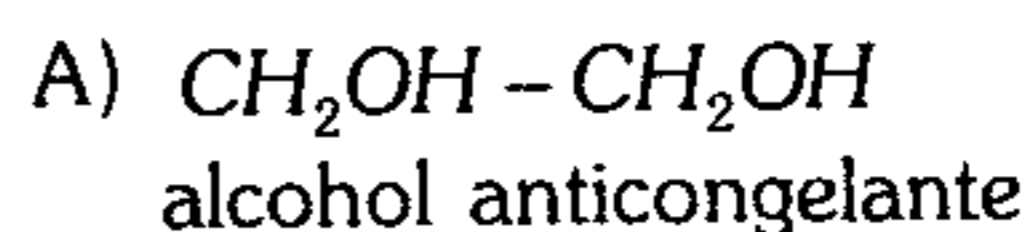


E)  $CH_3-C(OH)_2-CH_3$ : es un alcohol inestable

680. ¿Cuál de las siguientes estructuras corresponde a un alcohol?



681. De las siguientes proposiciones, indique aquella relación incorrecta.



682. Indique la relación incorrecta respecto a los alcoholes.

- A) Los polioles poseen mayor temperatura de ebullición que los monoles.  
 B) En el metanol el carbono tiene orbitales híbridos  $sp^3$ .  
 C) En el 1-propanol existe 2 carbonos primarios.  
 D)  $C_2H_5OH$  se obtiene a partir del eteno por hidratación ácida.  
 E) Por oxidación no es posible obtener ácido carboxílico a partir de un alcohol primario.



683. De acuerdo a las reacciones de los alcoholes, indique la aseveración incorrecta.

- A) Los alcoholes terciarios no se oxidan a condiciones ordinarias.
- B) Los alcoholes al reaccionar con sodio se comportan como ácidos.
- C) El metanol se oxida formando el ácido metanoico.
- D) La reacción contraria a la esterificación es la hidrólisis alcalina.
- E) La glicerina está presente en la preparación de una grasa.

684. ¿Qué tipo de reacción no corresponde a los alcoholes?

- A) Deshidratación con  $H_2SO_4$ .
- B) Oxidación con  $K_2Cr_2O_7$ ,  $KMnO_4$ , etc.
- C) Esterificación.
- D) Sustitución del hidrógeno en el OH.
- E) Hidrólisis ácida.

685. Señale la reacción correcta.

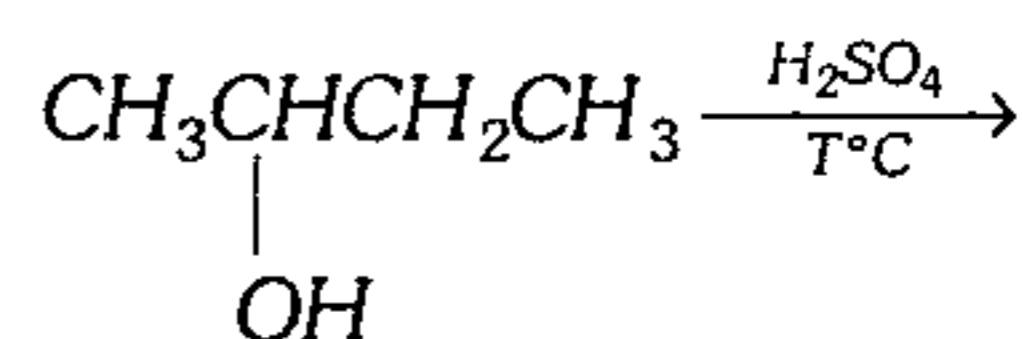
- A)  $CH_2CH_2 + H_2O \xrightarrow{H^+} C_2H_5OH$
- B)  $CH_3CHO + H_2 \rightarrow C_2H_5OH$
- C)  $CO_{(g)} + 2H_{2(g)} \xrightarrow[Zn]{P.T} CH_3OH_{(g)}$
- D)  $CH_3Cl + C_2H_5ONa \rightarrow C_2H_5OCH_3 + NaCl$
- E) Todas son correctas

686. Indique si es verdadero (V) o falso (F).

- I. El alcohol primario al oxidarse se transforma en un aldehído.
- II. El alcohol secundario al oxidarse con  $KMnO_4$  se convierte en una cetona.
- III. El alcohol terciario se oxida fácilmente.
- IV. Al deshidratar alcoholes a  $40^\circ C$  se obtienen alquenos.

- A) VVVF      B) VFFF      C) VVFF
- D) FVFF      E) FFVV

687. En la siguiente reacción, el producto principal es



sabiendo que participa una molécula del alcohol.

- A) Un alquino con 3 isómeros.
- B) Un alqueno sin isomería geométrica.
- C) Un alqueno con 2 isómeros geométricos.
- D) Un aldehído de 4 carbonos.
- E) Un ácido carboxílico de 4 carbonos.

688. Los tipos de alcoholes se reconocen con el

- A) Reactivo de Tollens.
- B) Licor de Fehling.
- C) Reactivo de Lucas.
- D) Reactivo de Grignard.
- E) Reactivo de Wurtz.

689. Respecto a los alcoholes, ¿cuántas proposiciones son verdaderas?

- I. En el reactivo de Lucas el  $ZnCl_2$  actúa como ácido de Lewis.
- II.  $C_2H_5OH \xrightarrow{HCl}$  líquido soluble en  $H_2O$
- III.  $(CH_3)_3CCl \xrightarrow{OH^-} (CH_3)_3COH$
- IV. Punto ebullición  
1-propanol > propionaldehído

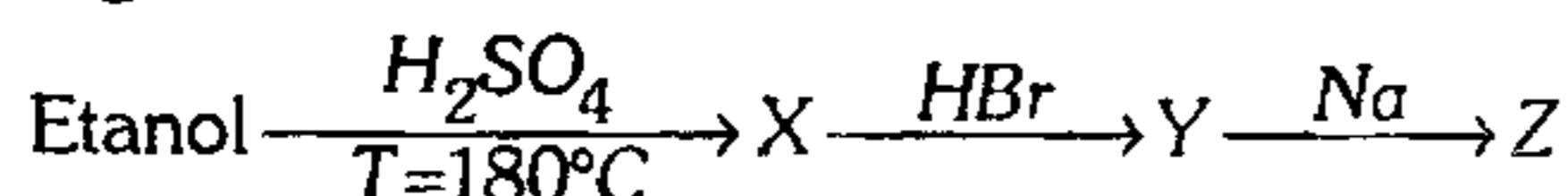
- A) 0              B) 1              C) 2
- D) 3              E) 4

690. ¿En cuáles de los siguientes casos se obtiene alcohol etílico a grandes escalas?

- I.  $C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{enzimas}} C_2H_5OH + CO_2$
- II.  $C_{12}H_{22}O_{11} \xrightarrow{\text{hidrólisis 2}} \text{(glucosa)}$   
glucosa  $\xrightarrow{\text{fermentación}} C_2H_5OH + CO_2$
- III. Éster + cetona  $\rightarrow C_2H_5OH + \text{producto}$

- A) I              B) II              C) III
- D) I y II        E) II y III

691. Identifique los compuestos X, Y, Z en las siguientes transformaciones:



Dé como respuesta la relación correcta

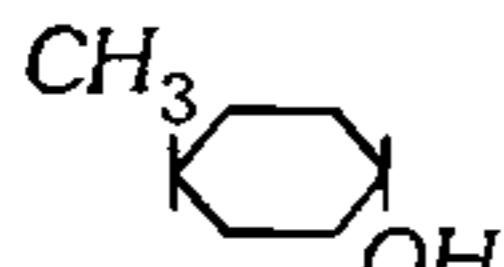
- A)  $\text{X}=\text{C}_6\text{H}_6$     B)  $\text{Y}=\text{C}_2\text{H}_4$     C)  $\text{Z}=\text{C}_4\text{H}_{10}$   
 D)  $\text{Z}=\text{alcohol}$     E)  $\text{Z}=\text{C}_4\text{H}_6$

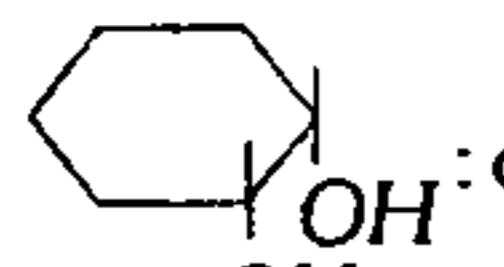
692. La fórmula  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$  presenta 7 isómeros en total (isómero de cadena, posición y funcional). Señale el número de alcoholes y el número de éteres que se obtienen.

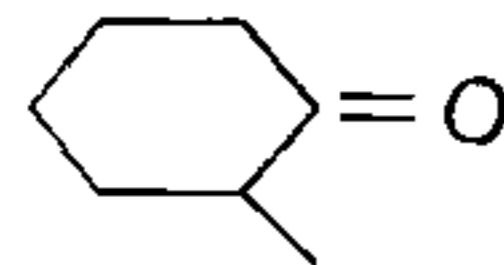
- A) 5 y 2    B) 3 y 4    C) 4 y 3  
 D) 2 y 5    E) 6 y 1

693. ¿Cuántas alternativas son incorrectas?

I.  $(\text{CH}_3)_3\text{COCH}_3$  : éter terbutilmetílico.

II.  : trans - 4 - metilciclohexanol

III.  : cis - 1,2 - dihidroxidiciclohexano

IV.  : 2 - hidroxidiciclohexano

- A) 1    B) 2    C) 0  
 D) 4    E) 3

694. ¿Qué compuesto reacciona con facilidad con el sodio metálico?

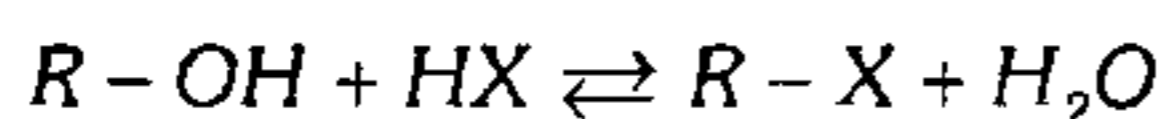
- A) Etano    B) Propeno    C) 2-propanol  
 D) Acetona    E) Etanal

695. Indique lo incorrecto respecto a los alcoholes.

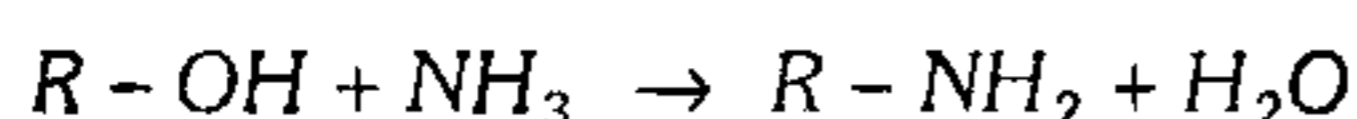
A) Acidez creciente



B) Acción de ácidos minerales



C) Acción del amoníaco (en fase gaseosa).



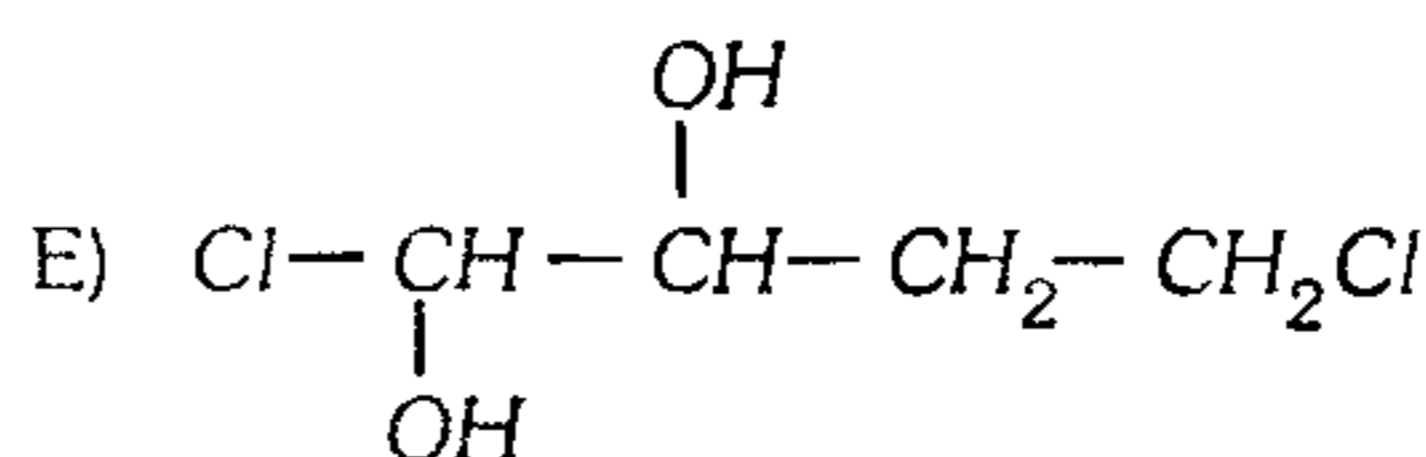
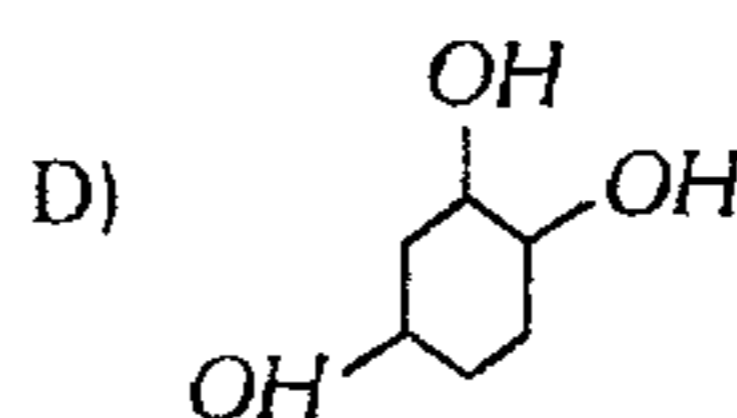
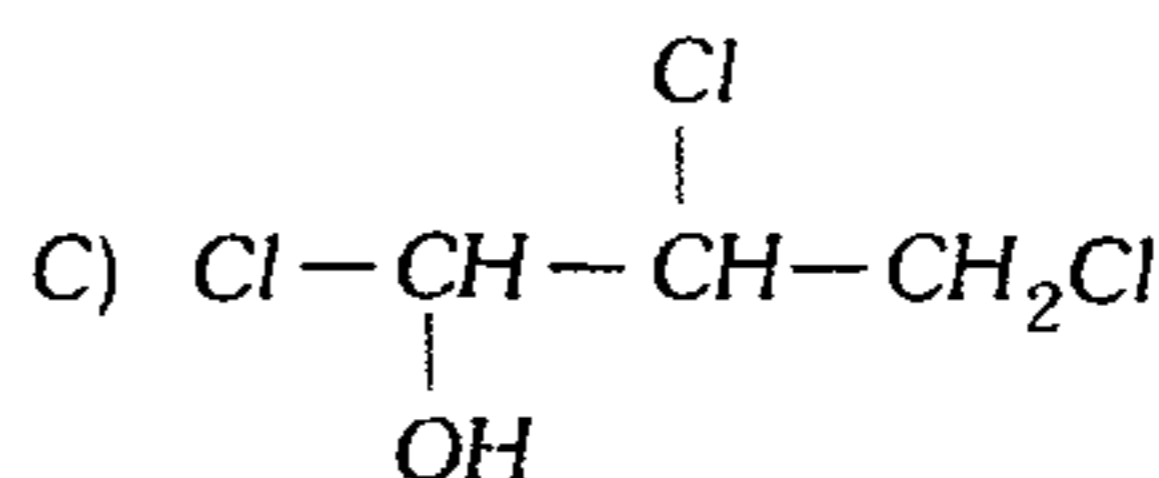
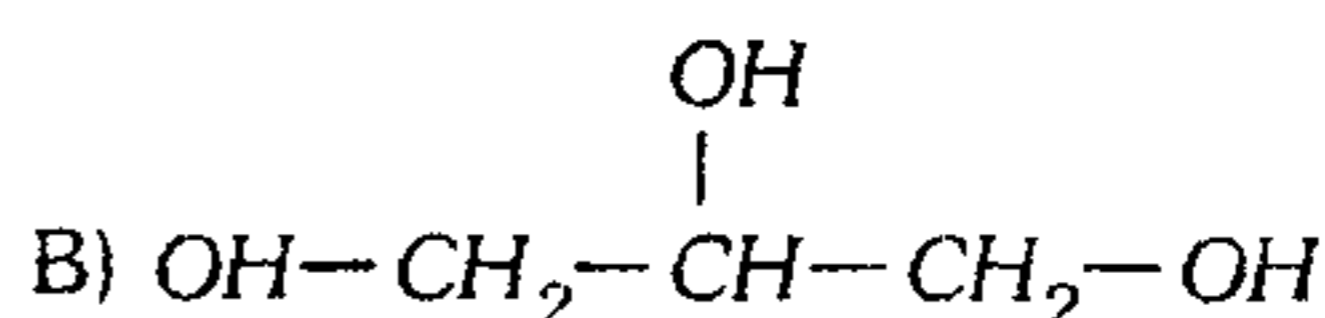
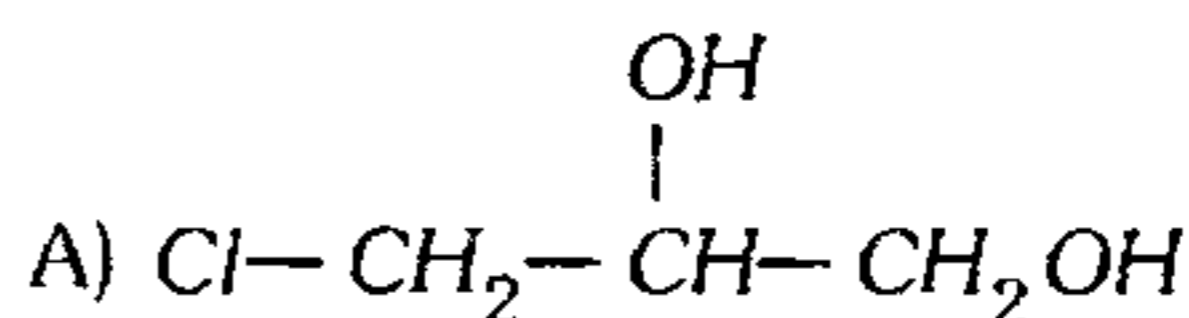
D) Son solubles en agua  $\text{C}_1, \text{C}_2, \text{C}_3$  (totalmente).

E) La solubilidad en agua, aumenta con la cantidad de carbonos.

696. Indique la proposición incorrecta.

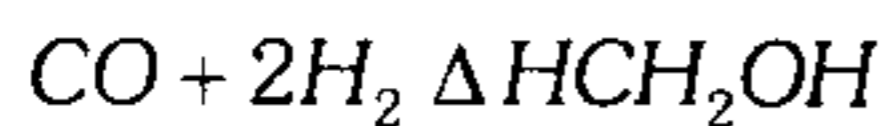
- A) En los alcoholes inferiores predominan los enlaces puente hidrógeno; al incrementarse la cadena carbonada, predominan las interacciones de London.  
 B) Los alcoholes tienen un comportamiento anfótero, como ácidos o como bases.  
 C) Los éteres son compuestos muy estables.  
 D) El butanal es una sustancia gaseosa.  
 E) El acetato de amilo tiene olor a plátano.

697. Las pérdidas anuales producidas por las ratas ascienden a unos 800 millones de dólares. Los químicos han desarrollado un compuesto que no mata a las hembras, pero las hace estériles. Supongamos que se hubiera preparado este compuesto en el laboratorio y hubiéramos encontrado que posee dos estereoisómeros y que un mol de dicho compuesto se transforma en un mol de un triol mediante tratamiento con un mol de  $\text{KOH}$ . ¿Cuál de las estructuras corresponde a dicho compuesto?



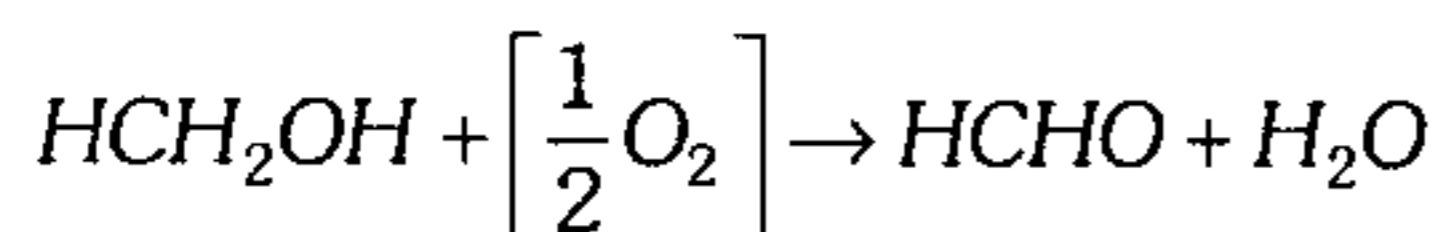
698. Indique lo incorrecto, respecto al metanol y el glicerol.

A) El metanol se obtiene por tratamiento del gas de agua



B) A temperatura ordinaria el metanol es líquido, miscible en agua, altamente tóxico, produce ceguera, excelente solvente.

C) Su oxidación produce metanal según



D) El glicerol se halla en pequeñas cantidades en la sangre, es un constituyente básico de las grasas.

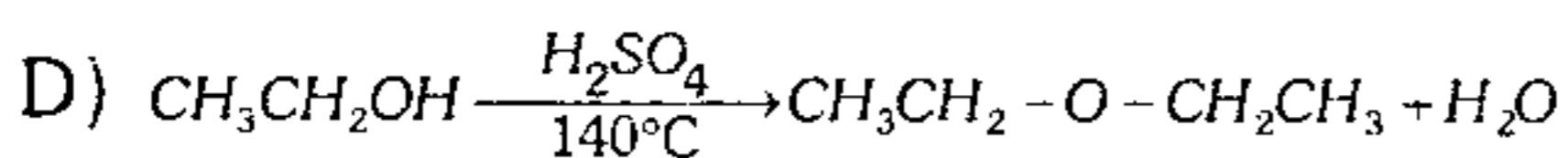
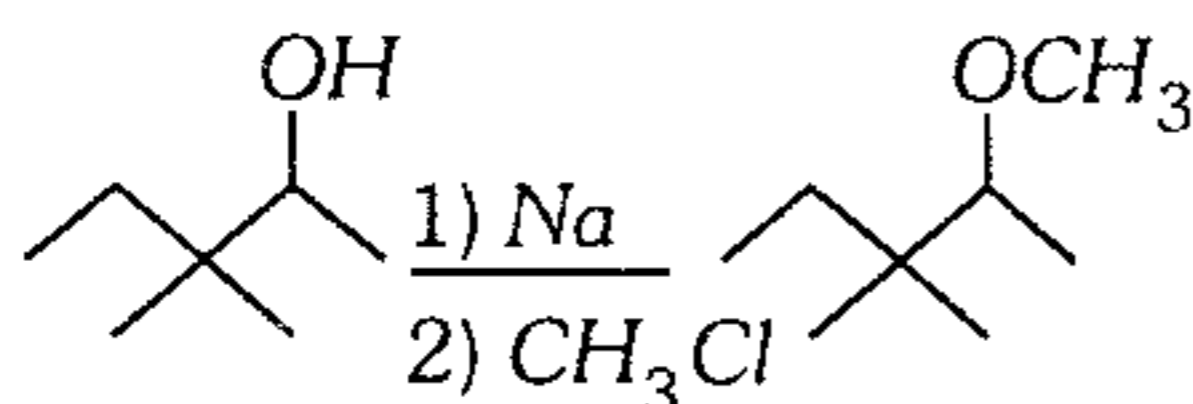
E) El glicerol es un sólido, incoloro, inodoro soluble en agua.

699. Indique lo incorrecto respecto a los éteres.

A) sólido	líquido	gas
		100°C
- 116°C	34,6°C	

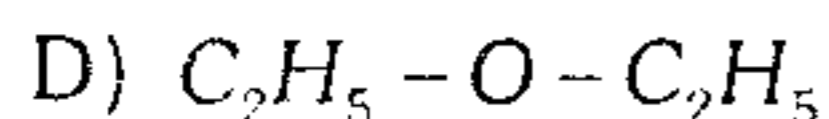
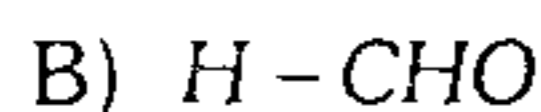
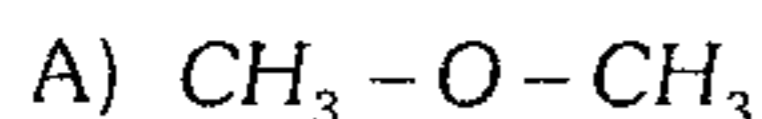
B) Son excelentes solventes.

C) Síntesis de Williamson

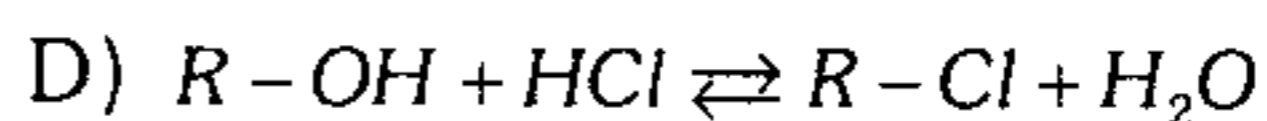
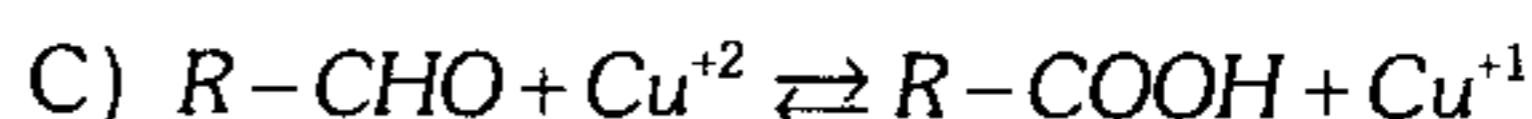
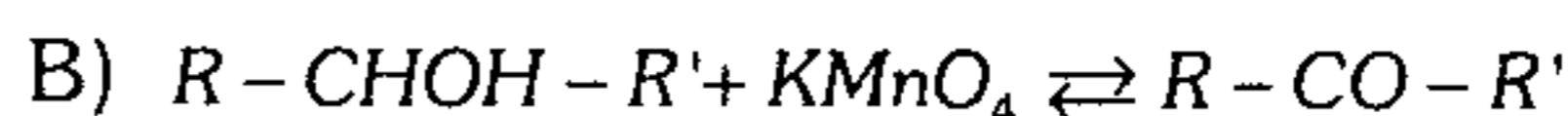
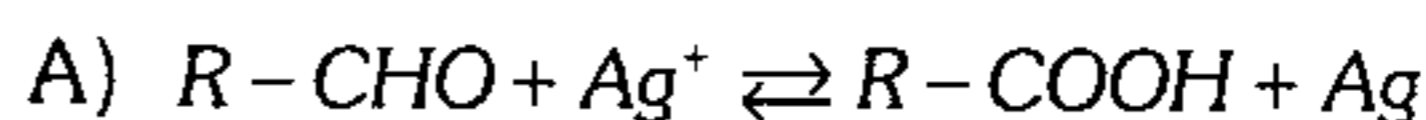


E) Se pueden obtener por deshidratación de alcoholes.

700. Si usted desea un desinfectante que sea un gas a temperatura ambiental, ¿cuál escogería?



701. ¿Qué reacción es incorrecta?




702. Indique las relaciones incorrectas.

I.  $CH_3-CH_2-CH_2OH$  : alcohol propílico (alcohol secundario)

II.  $CH_3-(CH_2)_2-CHO$  : butanal

III.  $CH_3-CH_2-C \begin{matrix} \text{=O} \\ \text{OH} \end{matrix}$  : ácido acético

IV. -COO-CH<sub>3</sub>: benzoato de metilo

V.  $CH_3-CO-CH_3$  : propanona

A) solo I

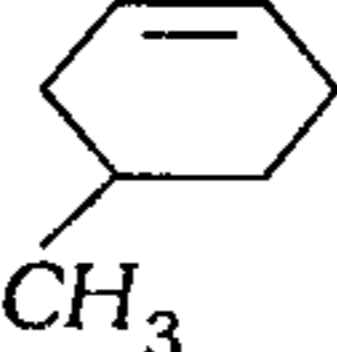
B) solo III

C) I y V

D) I y III

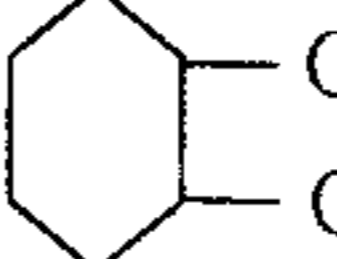
E) I, III y V

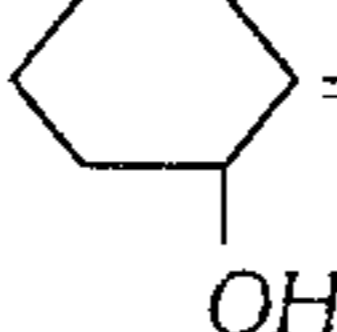
703. ¿Cuántos compuestos están nombrados correctamente?

I. -OH: 5-metil-2-ciclohexenol

II.  $HOCH_2CH_2CHO$  : 3-ol-1-propanal.

III.  $HOCH_2CH_2-C \begin{matrix} \text{=O} \\ \text{O} \end{matrix} -CH_3$  : 4-hidroxi-2-butanona

IV. : 1.2-dimetoxiciclohexano

V. =O: 2-hidroxiciclohexanona

A) 1

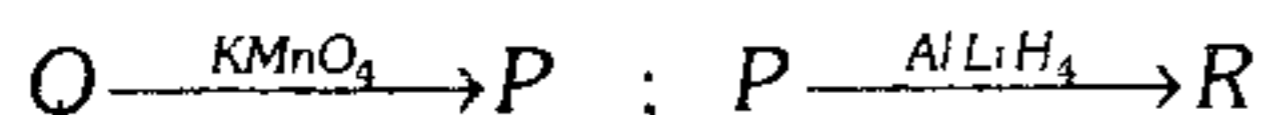
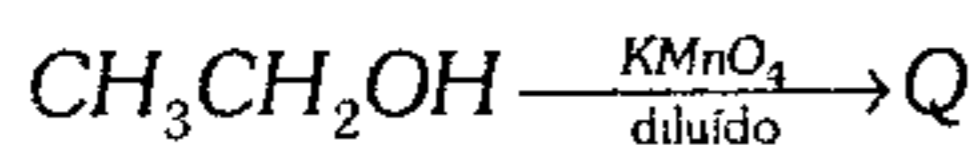
B) 2

C) 3

D) 4

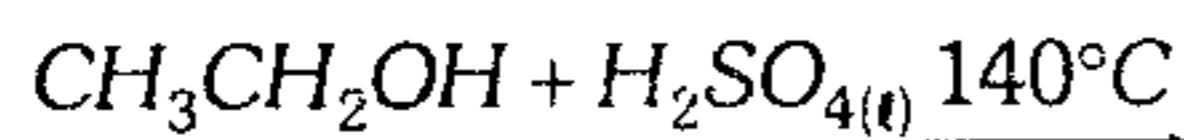
E) 5

704. Indique el compuesto  $R$  que se logra obtener



- A)  $CH_3COOH$
- B)  $CH_2 = CH_2$
- C)  $CH_3COCH_3$
- D)  $CH_3 - O - CH_3$
- E)  $CH_3 - CHO$

705. ¿Cuál es el nombre del producto en la siguiente reacción?



- A) Acetaldehído
- B) Éter etílico
- C) Eteno
- D) Etano
- E) Ácido etanoico

706. ¿Cuáles de las reacciones no son posibles?

- I.  $CH_3 - CH_2 - CH_2OH + KMnO_4 \rightarrow CH_3 - CH_2 - CHO$
- II.  $CH_3 - CH_2 - CHO + K_2Cr_2O_7 \rightarrow CH_3 - CH_2 - COOH$
- III.  $CH_3CH_2OH \xrightarrow[180^\circ C]{H_2SO_4} CH_3CH_2 - O - CH_2 - CH_3$

- A) solo I      B) solo II      C) solo III
- D) I y II      E) II y III

707. Si el propanal es reducido con diborano ( $B_2H_6$ ) o  $LiAlH_4$  se produce

- A) ácido propanoico.
- B) propanona.
- C) 1 - propanol.
- D) 2 - propanol.
- E) ciclopropano.

708. ¿Con cuál de los siguientes compuestos logra reaccionar fácilmente el reactivo de Tollens y reactivo de Fehling?

- A)  $R-OH$       B)  $R-O-R$       C)  $R-COO-R$
- D)  $R-CHO$       E)  $R-CO-R$

709. Establezca la relación según corresponda a cada sustancia con un reactivo o reacción:

- I.  $R-CHO$
- II.  $R-CHOH-R'$
- III.  $R-COO-R'$
- IV.  $C_{15}H_{31}COONa$

- a. Esterificación
- b. Reactivo de Lucas
- c. Saponificación
- d. Reactivo de Fehling o de Tollens

- A) Ia - IIb - IIIc - IVd
- B) Id - IIc - IIIb - IVa
- C) Id - IIb - IIIa - IVc
- D) Ic - IIa - IIId - IVb
- E) Ib - IIa - IIIc - IVd

710. Identifique según propiedad o aplicación.

- I. Disolvente de resinas
- II. Coagula proteínas
- III. Fabricación de resinas plásticas

- a.  $CH_2 = CHCOOH$
- b.  $CH_3COCH_3$
- c.  $HCHO_{(ac)}$

- A) Ib - IIa - IIIc
- B) Ib - IIc - IIIa
- C) Ic - IIb - IIIa
- D) Ia - IIc - IIIb
- E) Ic - IIa - IIIb

711. Respecto a las propiedades de las ácidos, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El ácido fórmico se deshidrata y libera  $H_2$ .
- II. El ácido fórmico es el ácido monocarboxílico más débil.
- III.  $CH_3COOH_{(s)} \rightarrow$  ácido acético glacial.
- IV. Ácido butírico  $\rightarrow$  líquido muy soluble en  $H_2O$ .

- A) FFFF      B) VVVV      C) VFVF
- D) FFVF      E) FVVF

712. Respecto al butirato de etilo (esencia de piña), es falso que

- A) presenta una fragancia característica.
- B) se hidroliza dando ácido butírico.
- C) es un éster.
- D) su reacción de hidrólisis es rápida.
- E) su fórmula es  $C_3H_7COO-C_2H_5$ .

713. ¿Cuál de las grasas presenta mayor índice de saponificación en la obtención de jabones?

- A) Tripalmitina
- B) Triestearina
- C) Tripelargonina
- D) Tricaprilina
- E) Trimiristina

714. ¿Cuál es el índice de saponificación de la triestearina ( $\bar{M} = 890$ ), para obtener jabón duro?

- A) 288,6
- B) 388,3
- C) 188,7
- D) 134,8
- E) 588,7

715. Respecto a jabones, responda verdadero (V) o falso (F).

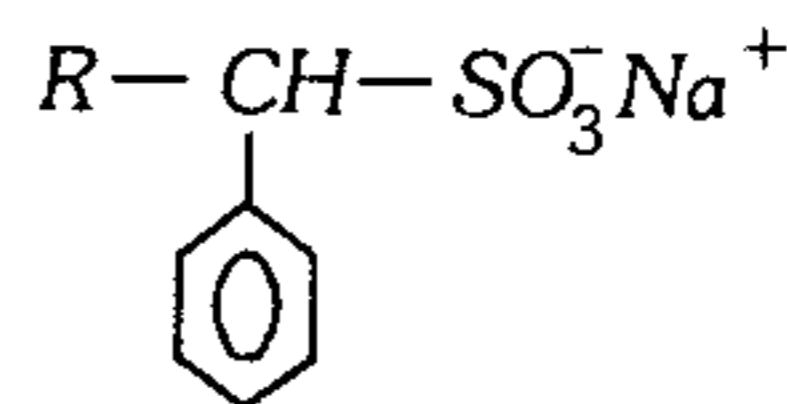
- I. El índice de saponificación para obtener el estearato de potasio es 188,7 mg de  $KOH$  por gramo de grasa de estearina.
- II. Su parte hidrófoba favorece la formación de micelas.
- III. Es un éster cuya molécula es polar, por lo cual se disuelve en agua.

- A) VVV
- B) VVF
- C) FVV
- D) VFV
- E) FVF

716. Una de las diferencias entre un jabón y un detergente es

- A) El jabón es una sal y el detergente un éster.
- B) El jabón es anfipática y el detergente no.
- C) El jabón no tiene acción detergente y el detergente sí.
- D) El jabón no hace espuma en agua dura y el detergente sí.
- E) No hay ninguna diferencia.

717. La siguiente estructura iónica anfipática corresponde a



- A) detergente duro.
- B) detergente blando.
- C) jabón duro.
- D) jabón blando.
- E) cresol.

718. Sobre las propiedades físicas de las funciones oxigenadas es falso que

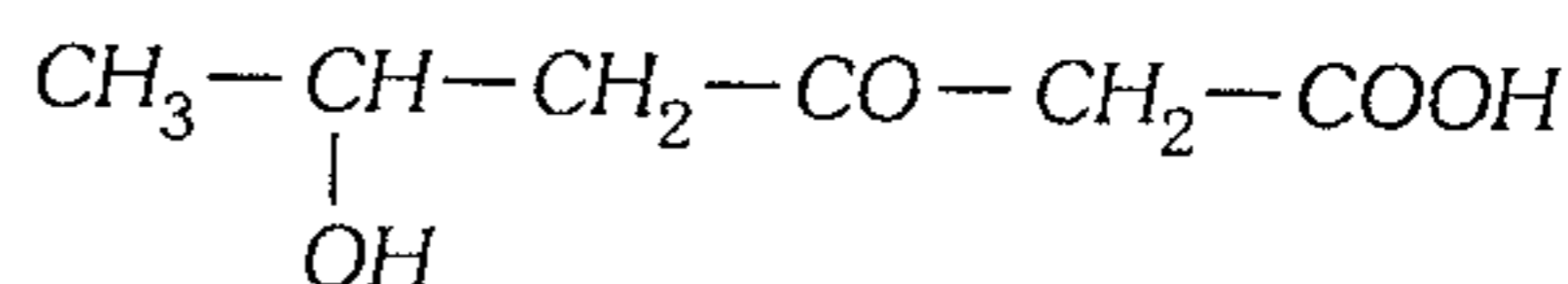
- A) el etanol es más volátil que el ácido etanoico.
- B) los alcoholes superiores son solubles en  $H_2O$ .
- C) Los éteres inferiores son pocos solubles en  $H_2O$ .
- D) Los aldehídos y cetonas no forman enlace puente hidrógeno, aunque si son polares.
- E) Los ésteres presentan mayor presión de vapor de los alcoholes.

719. Ordene en función creciente a su temperatura de ebullición para igual número de carbonos.

- I.  $R-OH$
- II.  $R-CO-R'$
- III.  $R-CHO$
- IV.  $R-COOH$

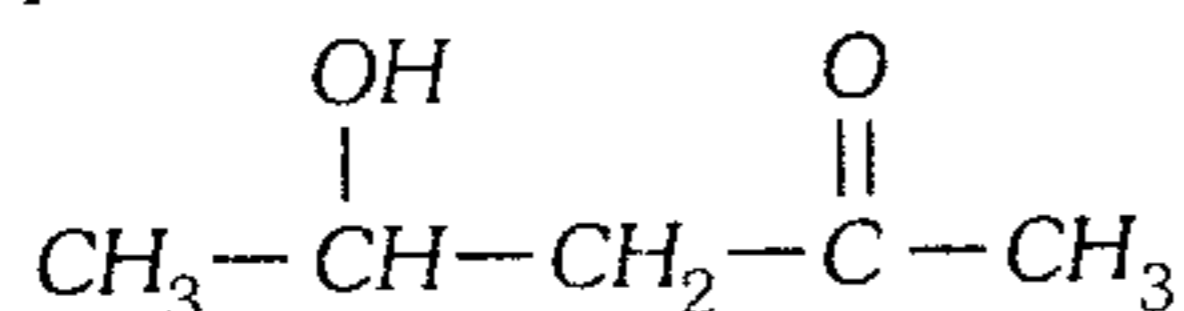
- A) III - II - I - IV
- B) I - IV - III - II
- C) I - IV - II - III
- D) IV - I - II - III
- E) III - II - IV - I

720. Indique el nombre IUPAC



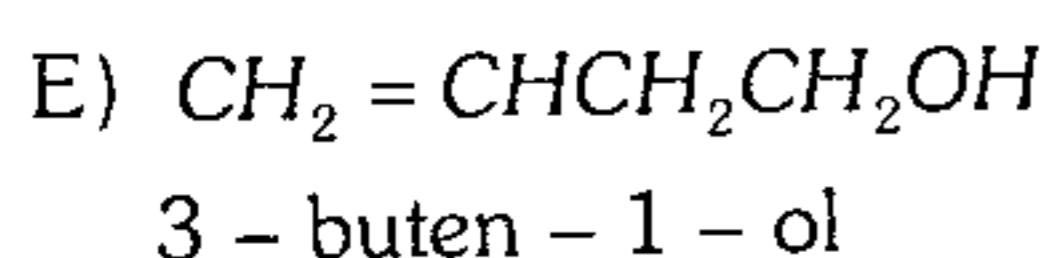
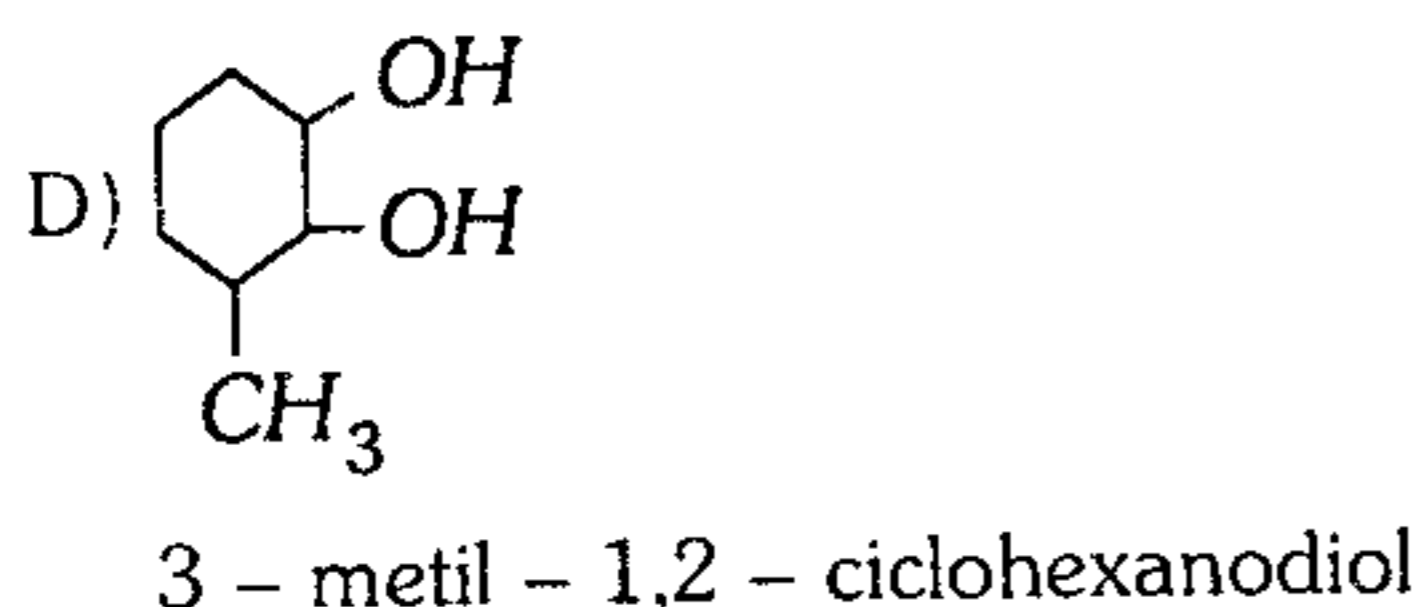
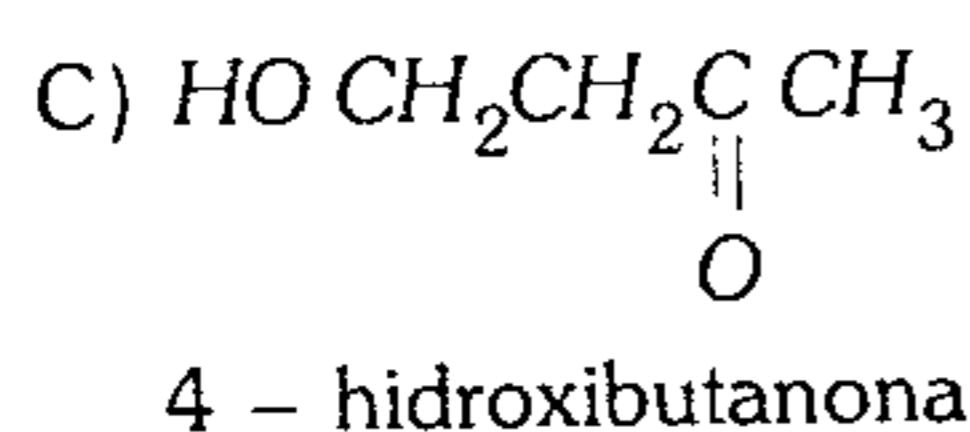
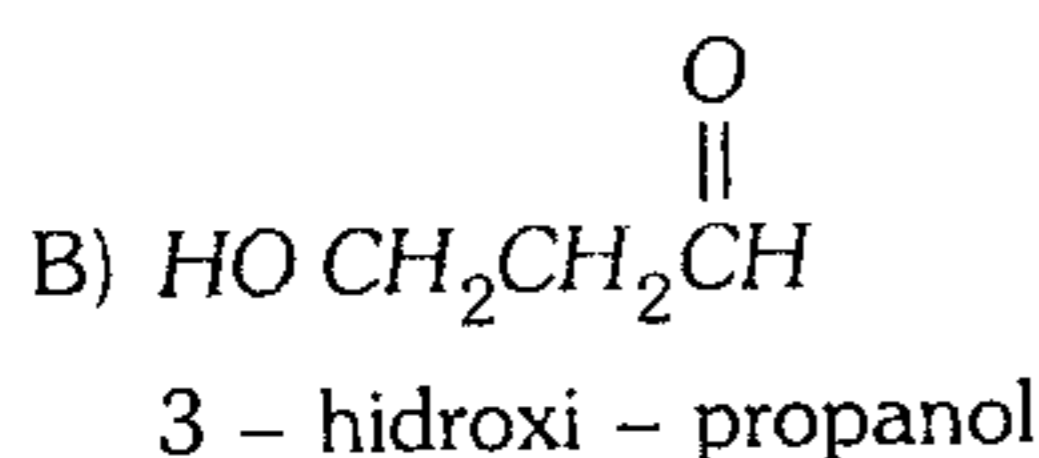
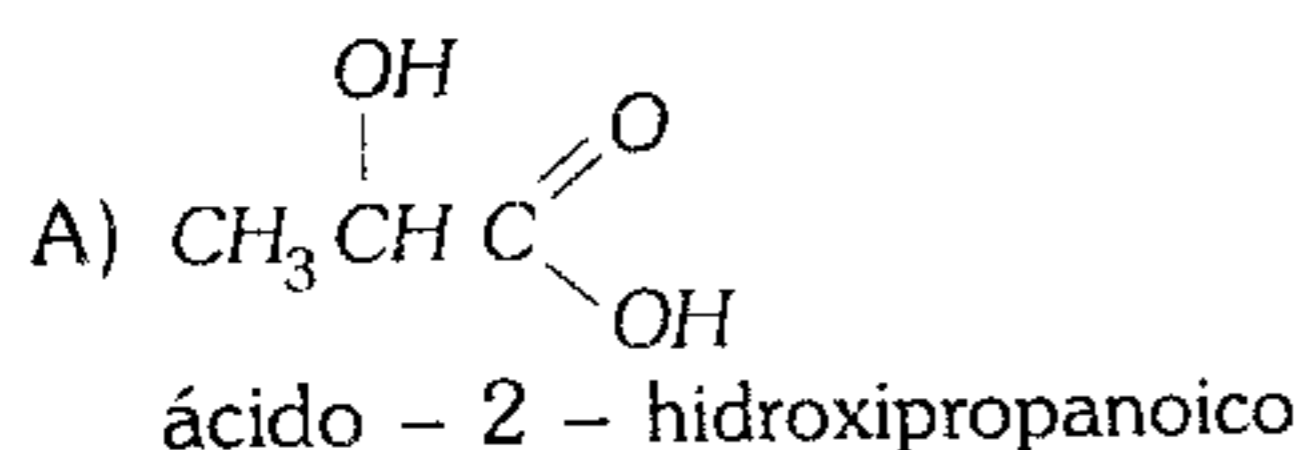
- A) ácido - 5 - ol - 3 - ceto hexanoico
- B) ácido - 2 - ol - 4 - ceto - hexanoico
- C) 2 - hidroxí - 4 - pentanona
- D) ácido - 2 - hidroxí - 4 - ceto - hexanoico
- E) ácido - 5 - hidroxí - 3 - oxohexanoico

721. Indique el nombre IUPAC.

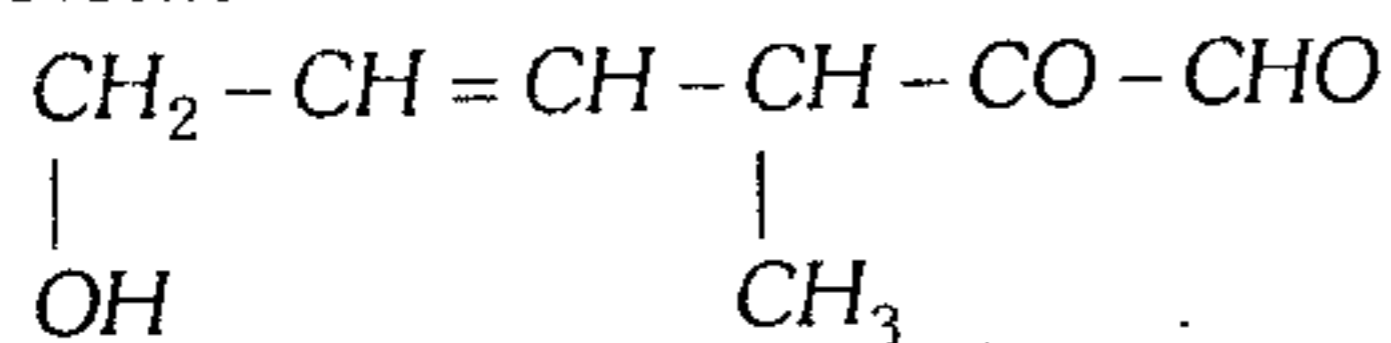


- A) 2 - ol - 4 - pentanona
- B) 4 - ol - 2 - pentanona
- C) 2 - hidroxil - 4 - pentanona
- D) 4 - hidroxil - 2 - pentanona
- E) 1 - metil - 3 - hidroxil - butanona

722. Señale lo incorrecto.



723. Nombre



- A) 3 - metil - 4 - hexen - 6 - hidroxil - 2 - ona - al
- B) 4 - metil - 2 - hexen - 6 - hidroxil - 5 - ena - 6 - al
- C) 3 - metil - 4 - eno - 6 - ol - 2 - ona - 1 - hexanal
- D) 4 - metil - 2 - eno - 1 - ol - 5 - ona - 6 - hexanal
- E) 6 - hidroxil - 3 - metil - 2 - oxo - 4 - hexenal

724. De las siguientes funciones, ¿cuál posee mayor punto de ebullición?

- A)  $\text{CH}_3 - \text{O} - \text{CH}_2\text{CH}_3$
- B)  $\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{CHO}$
- C)  $\text{CH}_3 - \text{CO} - \text{CH}_3$
- D)  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}$
- E)  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{OH}$

725. ¿Qué compuesto posee mayor punto de ebullición?

- A) etanodiol
- B) etanol
- C) ácido etanodioico
- D) ácido etanoico
- E) ácido metanoico

726. Por saponificación de una grasa de 31 hidrógenos, se obtiene un producto denominado jabón duro, cuya masa es 45,3 g; para saturar dicha grasa por hidrogenación, se requiere 2 moles de dicho gas, por cada mol de grasa. Determine el rendimiento del proceso si se tenía inicialmente 54,87 g.

- A) 80%
- B) 70%
- C) 60%
- D) 55%
- E) 85%

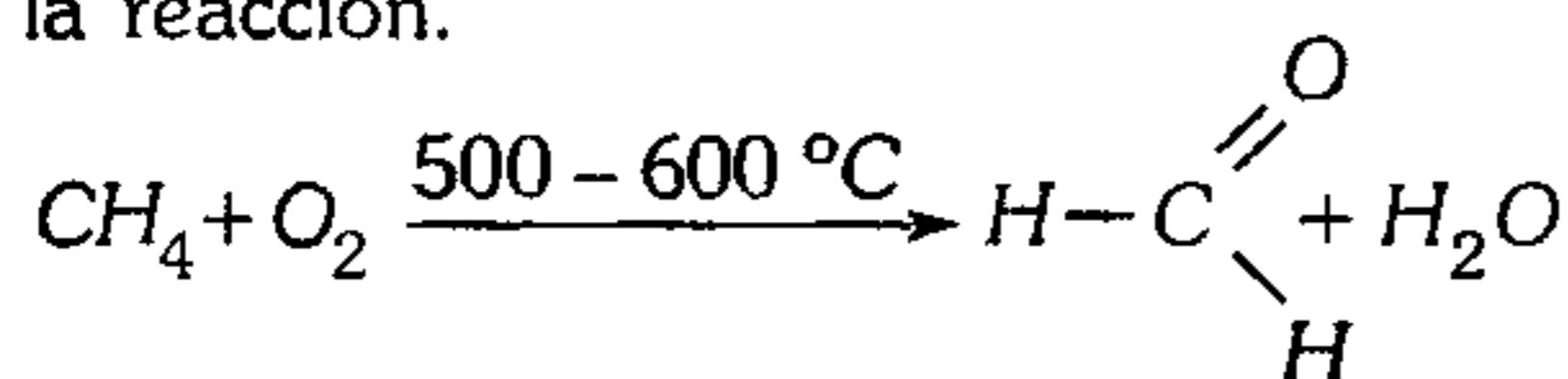
727. Indique lo incorrecto respecto a los ésteres.

- A) Tienen temperatura de ebullición superior a sus alcoholes correspondientes.
- B) Tienen olores agradables a frutas y se emplean como saborizantes.
- C) Son poco solubles en agua y tienen menor temperatura de ebullición que los ácidos carboxílicos.
- D) Las ceras son ésteres de monoácidos de alcoholes de elevados pesos moleculares.
- E) Formiato de Etilo: sabor a ron; butirato de Etilo: sabor a piña.

728. Indique lo incorrecto, respecto a los aldehídos.

- A) A 25°C pueden ser gaseosos, líquidos o sólidos.
- B) Los aldehídos líquidos son más densos que el agua.
- C) Los aldehídos son menos volátiles que los alcoholes correspondientes.
- D) Los aldehídos presentan menor temperatura de ebullición que las cetonas.
- E) El metanal y el etanal son miscibles en agua en todas proporciones.

729. Indique lo incorrecto, respecto al producto de la reacción.



- A) Es la oxidación del metano obteniéndose formaldehído.
- B) El metanal se polimeriza.
- C) Con el fenol, forma la bakelita.
- D) Al reaccionar con el amoníaco, forma la hexametilentetramina.
- E) Se emplea como preservante de tejidos al disolverse en agua (formol).

730. Con respecto al 3-etil-4-metil-2-octanal, indique lo que corresponde.

- A) Es reductor.
- B) Tiene grupo carbonilo.
- C) Por oxidación produce un ácido.
- D) El grupo funcional se encuentra en un carbono primario.
- E) Todas la anteriores.

731. Indique lo incorrecto, respecto a la acetona.

sólido	líquido	gas
	-95°C	56,5°C

- A) Líquido incoloro, de olor característico.
- B) Es un excelente solvente.
- C) Reacción hidrogenación a 120°C  
 $\text{CH}_3\text{COCH}_3 + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}_3\text{CHOHCH}_3$
- D) A 700°C; se descompone en ceteno y metano  
 $\text{CH}_3\text{COCH}_3 \rightarrow \text{CH}_2 = \text{C} = \text{O} + \text{CH}_4$
- E) Su nombre IUPAC es butanona.

732. ¿Cuántos gramos de etanol  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  puede obtenerse por hidrólisis de 19,14 g de acetato de etilo  $\text{CH}_3\text{COOCH}_2\text{CH}_3$ ?

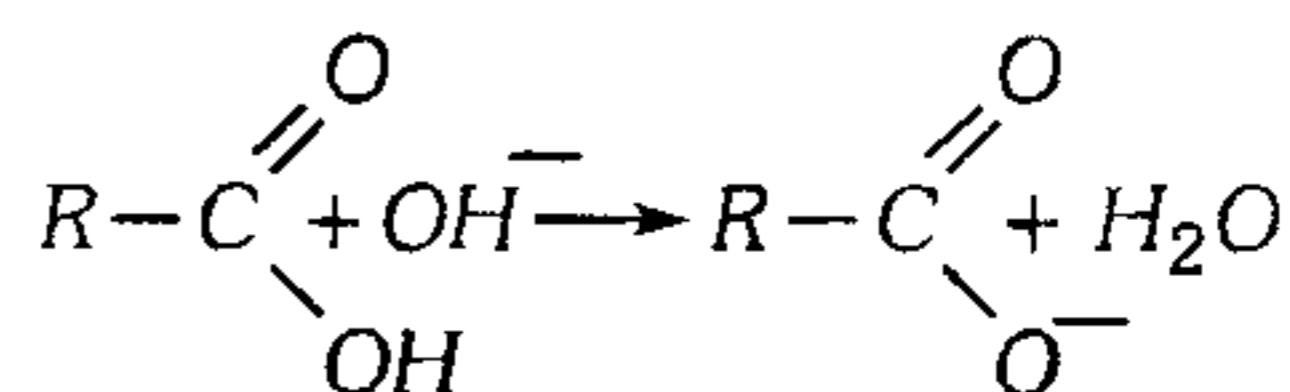
- A) 9,27 g
- B) 44 g
- C) 23 g
- D) 10 g
- E) 46,5 g

733. Respecto a los ácidos carboxílicos no es correcto.

- A) Poseen mayor punto de ebullición que su alcohol respectivo.
- B)  $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH}$  ácido esteárico.
- C) Presentan enlace puente hidrógeno.
- D) Los cuatro primeros ácidos son totalmente solubles en agua.
- E) No reaccionan con el agua, según Bronsted - Lowry.

734. De acuerdo con las propiedades químicas de los ácidos carboxílicos, no les corresponde

- A) Son ácidos fuertes.
- B) Al reaccionar con una base



- C) Al reaccionar con un alcohol forma un éster.
- D) Reducción en aldehído (sabatier-maihle)  
 $\text{R}-\text{COOH} + \text{HCOOH} \rightarrow \text{R}-\text{CHO} + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- E) Por hidrogenación  
 $\text{R}-\text{COOH} + \text{H}_2 \rightarrow \text{R}-\text{CH}_2\text{OH} + \text{H}_2\text{O}$

735. Respecto a la saponificación y productos de la misma, no es correcto.

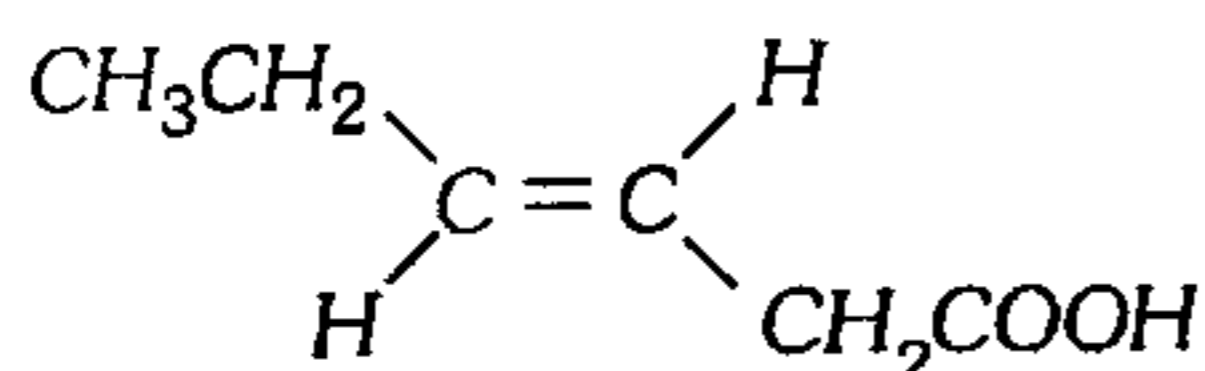
- A) La grasa se forma de un ácido graso con propanotriol.
- B) Al reaccionar la grasa con un hidróxido alcalino se forma el jabón y se consume la glicerina.
- C) Si se utiliza  $\text{KOH}$ , el jabón es líquido.
- D) El jabón formado presenta una porción hidrófila y otra hidrófoba.
- E) Se emplea 1 mol de grasa en la reacción.

736. Determine el producto III que se obtiene luego de realizar las reacciones

- a.  $CH_3(CH_2)_{10}COOH + CH_2OHCHOHCH_2OH \rightarrow I$   
 b.  $I + NaOH_{(ac)} \rightarrow II$   
 c.  $II + HCl_{(ac)} \rightarrow III$

- A) Laurato de sodio  
 B) Trilaurato de glicerilo  
 C) Ácido laurico  
 D) Palmitato de sodio  
 E) Tripalmitato de glicerilo

737. Dé el nombre IUPAC, del siguiente compuesto.



- A) ácido cis - trans - 3 - hexenoico.  
 B) ácido - cis - 4 - hexenoico.  
 C) ácido - trans - 3 - hexenoico.  
 D) ácido - trans - 4 - hexenoico.  
 E) ácido cis - 3 - hexenoico.

738. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Los ácidos  $\alpha$  - halogenados pueden originar  $\alpha$ -aminoácidos.  
 II. Los ácidos dicarboxílicos, en medio básico, con óxido de calcio, originan un arilo y  $CO_2$ , con bajo rendimiento.  
 III. La deshidratación intramolecular del ácido butanodioico, origina al anhídrido succínico.

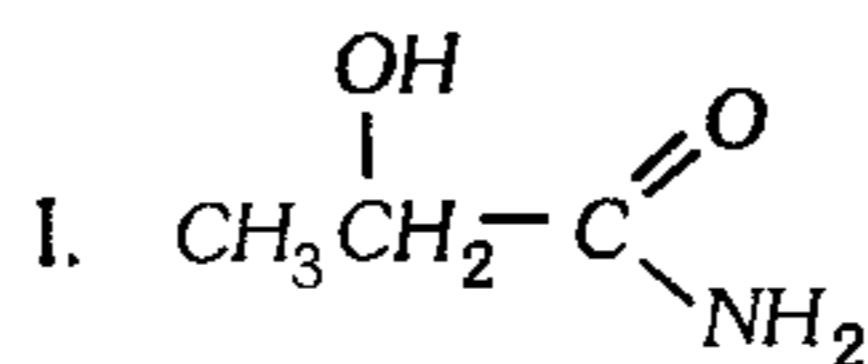
- A) FVF      B) VFV      C) FVV  
 D) VVF      E) VVV

## Nitrogenados

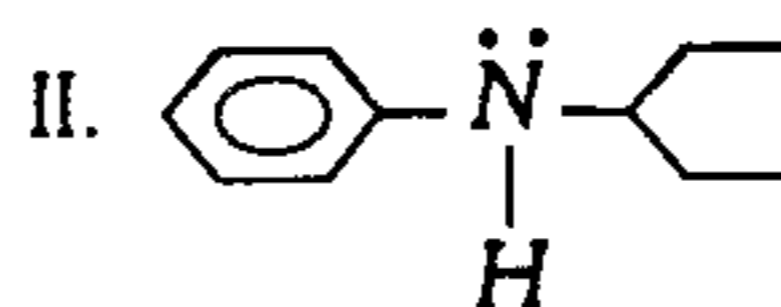
739. ¿Qué proposición es incorrecta?

- A) Los nitrilos son derivados de los ácidos carboxílicos.  
 B) La reducción de los nitrilos produce aminas primarias.  
 C) Los nitrilos son tóxicos.  
 D) Los nombres de los nitrilos se derivan de los ácidos que poseen el mismo número de átomos de carbono.  
 E) La atomicidad del fenilacetnitrilo es 15.

740. Considerando a los compuestos nitrogenados, señale el número de proposiciones verdaderas.



es una amina secundaria.



es una amina secundaria.

III.  $C_2H_5 - C \equiv \overset{\overset{\cdot\cdot}{N}}{\cdot}$  es un nitrilo denominado cianuro de propilo.

IV. Tanto las aminas y amidas se consideran derivados del  $NH_3$ .

V. Generalmente las aminas, amidas y nitrilos de bajo peso molecular se disuelven en el  $H_2O$ , formando soluciones ácidas.

- A) 4                  B) 3                  C) 1  
 D) 2                  E) 5

741. Respecto a los compuestos nitrogenados, es incorrecto.

- A) Pueden ser aminas, nitrilos o amidas.  
 B) Son de carácter básico, excepto el  $HCN$ .  
 C)  $CH_3COCl + NH_3 \rightarrow A + HCl$  el compuesto A es la acetamida.  
 D) A condiciones ambientales la metilamina y metanamida son gases.  
 E) El acrilonitrilo ( $CH_2CHCN$ ) es el monómero del caucho artificial buna N.

742. Determine los pesos moleculares de los siguientes compuestos nitrogenados:

- I. 2 - metil butamina  
 II. 3 - cloro pentanamina  
 III. 2 - nitro heptanonitrilo  
 IV. N - metil propanamida

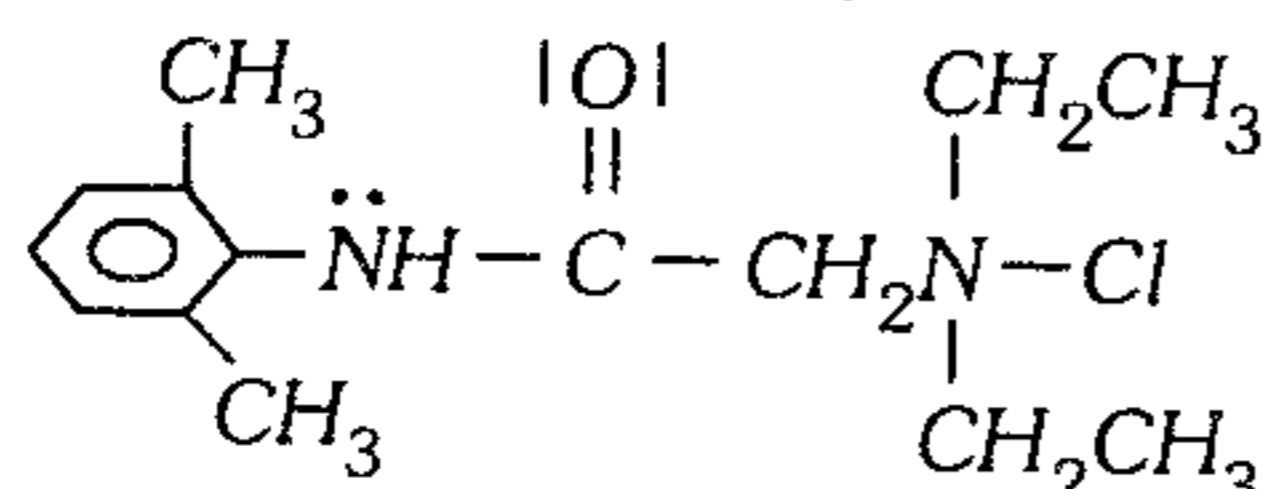
- A) 90 - 121,5 - 170 - 103  
 B) 87 - 121,5 - 156 - 103  
 C) 87 - 121,5 - 170 - 103  
 D) 90 - 121,5 - 156 - 103  
 E) 87 - 135,5 - 156 - 100



743. Al morir, los seres orgánicos originan sustancias características con olores típicos. En un cadáver, se encuentra la cadaverina y la putrescina, que son los responsables de la fetidez que presenta; sus nombres IUPAC son 1,4 - diamino butano y 1,5 - diamino pentano. Determine la relación de sus atomicidades respectivamente.

- A) 8/9      B) 5/6      C) 2/3  
D) 6/7      E) 4/5

744. Las aminas actúan también como anestésico ya que temporalmente bloquean la conducción nerviosa, como son la xilocaína aplicable en operaciones dentales, cuya estructura es:

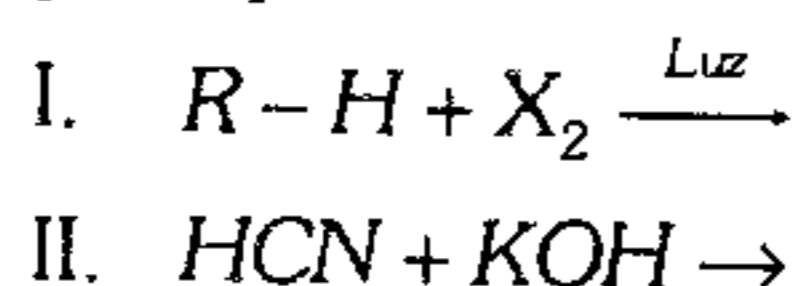


¿Qué función o funciones no están relacionadas con ellas?

- I. Amina      II. Amida  
III. Bencil      IV. Cetona  
V. Aldehído

- A) I      B) IV y V      C) III y II  
D) I, II y V      E) V

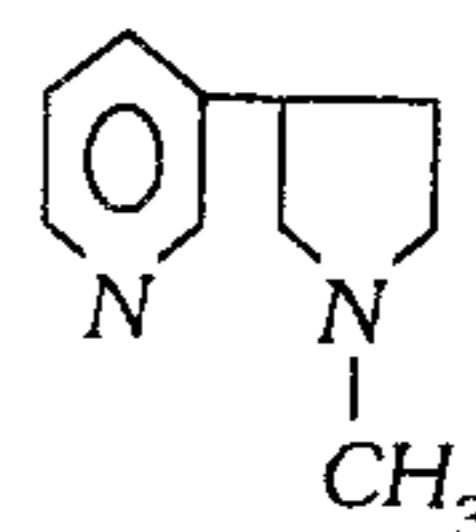
745. Se desea sintetizar un nitrilo, a partir de las siguientes reacciones y los productos principales obtenemos



Señale lo correcto.

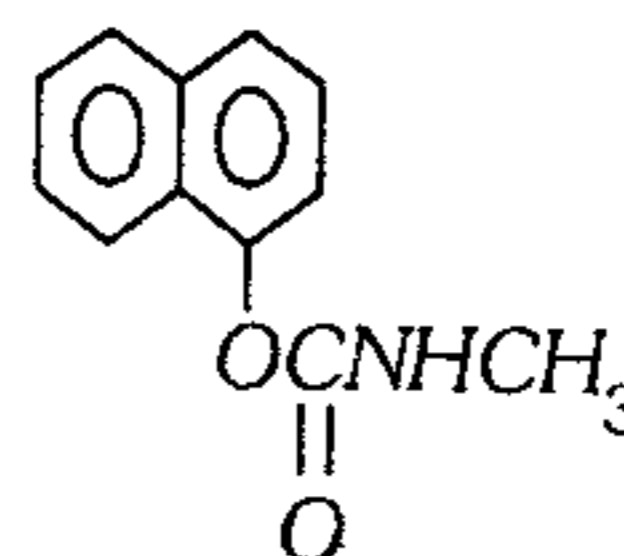
- A) El producto obtenido en I combinaría con  $NH_3$ .  
B) El producto obtenido en II combinaría con  $R-NH_2$ .  
C) El producto obtenido en I combinaría con lo obtenido en II.  
D) El producto obtenido en II se mezclaría con  $RCN$ .  
E) El producto obtenido en I se mezclaría con  $RCN$ .

746. La nicotina es un alcaloide que posee un grupo heterocíclico que es



- A) el furano.      B) el tiazol.  
C) el tiofeno.  
D) la piridina.      E) la purina.

747. Uno de los carbamatos más útiles es el **sevin**, que tiene aplicaciones agrícolas, caseras y sanitarias como insecticidas, cuya estructura es



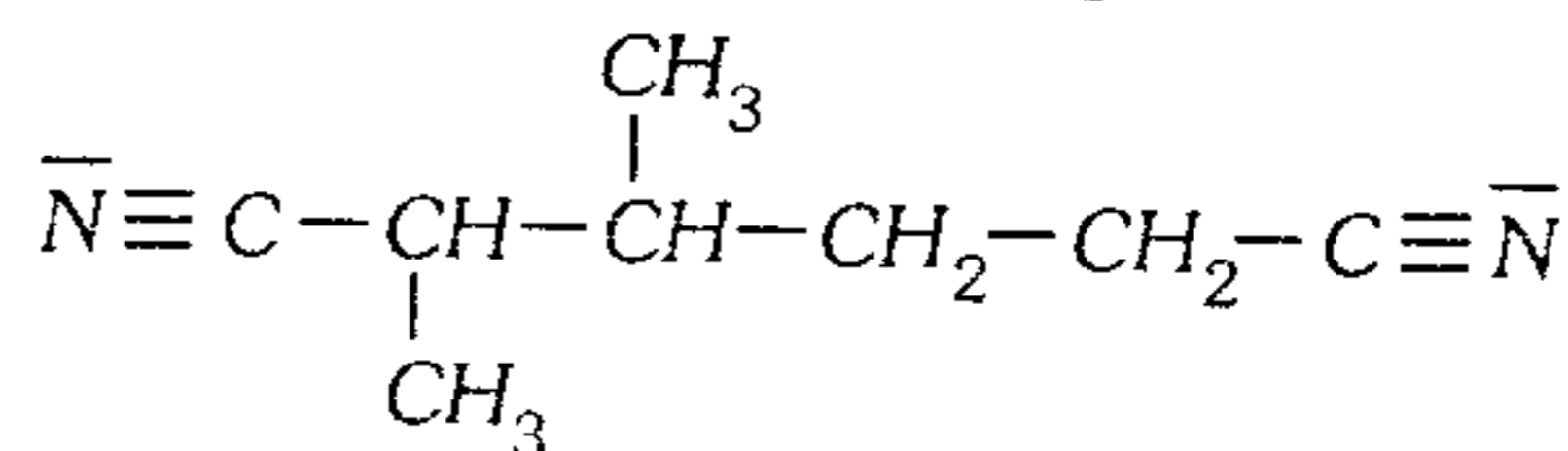
Indique el número de electrones de valencia en dicha estructura.

- A) 70      B) 65      C) 78  
D) 80      E) 83

748. ¿Cuántos átomos estarán hibridados de la forma  $sp^3$ ,  $sp^2$ ,  $sp$  en la estructura del N - N - dimetil propanamida?

- A) 5 ; 1 ; 0      B) 11 ; 2 ; 0      C) 4 ; 2 ; 1  
D) 5 ; 2 ; 0      E) 5 ; 3 ; 1

749. Nombre de acuerdo a las reglas IUPAC.



- A) 2,3 - dimetil butanodicianuro  
B) dicianuro de 2,3 - dimetil butano  
C) 4,5 - dimetil hexano dinitrilo  
D) 2,3 - dimetil hexano dinitrilo  
E) 1,6 - dinitrógeno - 2,3 - dimetil hexano

**750.** Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda a los siguientes enunciados sobre los compuestos nitrogenados.

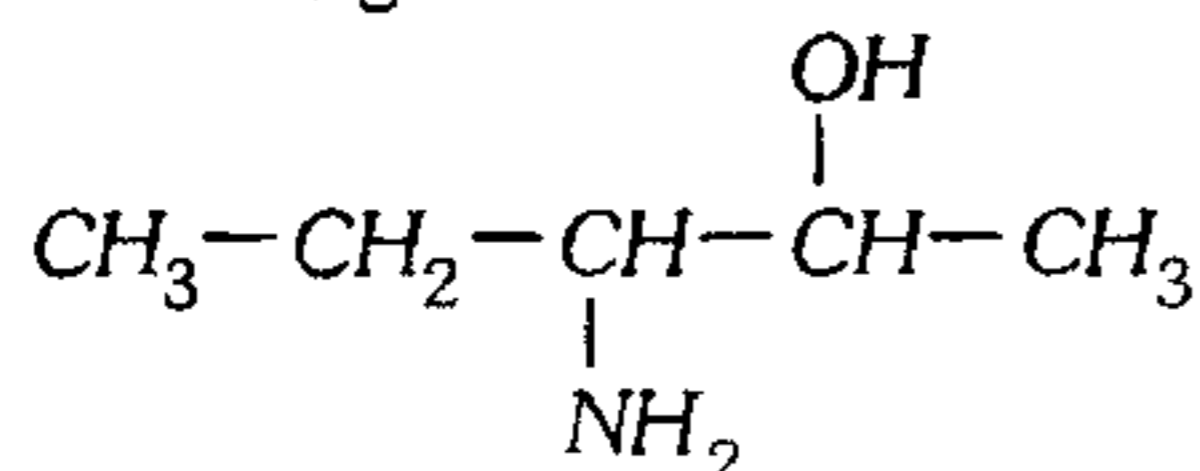
- I. El dietil isopropilamina es una amina secundaria.
- II. Las aminas tienen mayor carácter básico que los nitrilos.
- III. Las amidas tienen mayor temperatura de ebullición que los ácidos carboxílicos con igual número de carbonos.

- A) VVV      B) FVV      C) VVF  
D) VFV      E) VFF

**751.** Indique la proposición incorrecta.

- A) Cianuro de propilo:  $CH_3CH_2CN$
- B) Los cianuros orgánicos o nitrilos se diferencian de los inorgánicos porque presentan ligera toxicidad.
- C) El fuerte olor a pescado se debe a la presencia de aminas.
- D)  $NH_3$  : no es amina.
- E)  $NH_2 - CO - NH_2$  : es una amida.

**752.** Nombre la siguiente estructura.



- A) 3 - amida - 2 - pentanol
- B) 3 - amina - 2 - pentanol
- C) 3 - amino - 2 - pentanol
- D) 2 - ol - amino - pentano
- E) 3 - amina - 2 - ol pentano

**753.** Los aminoácidos son compuestos que en su estructura molecular contienen un grupo ..... y un grupo ..... y el más sencillo es denominado .....

- A)  $NH_3$  y  $HCOOH$  : glicerol.
- B)  $-NH_2$  y  $-COOH$  : glicocola.
- C) amina y amino : protoico.
- D) amino y ácido : prótido.
- E) amino y ácido : péptido.

**754.** Un compuesto ternario nitrogenado presenta las siguientes características:

- I. 1 carbono saturado de 2 radicales metil.
- II. 2 grupos aminos colocados en los carbonos penúltimos de ambos lados de la cadena principal.
- III. 6,32 g de dicho compuesto al combustionar produce ciertos gases, que por tratamientos especiales se logra aislar 1,12 g de nitrógeno. Posteriormente el gas carbónico es absorbido por una solución de  $NaOH$ , obteniéndose 38,16 g de  $Na_2CO_3$ .


Determine el número de hidrógenos primarios, secundarios y número de orbitales hibridizados del tipo  $sp^3$  respectivamente.

- A) 10 ; 6 ; 11      B) 12 ; 6 ; 11  
C) 12 ; 4 ; 44  
D) 14 ; 6 ; 22      E) 12 ; 6 ; 44

### Compuestos Aromáticos

**755.** Indique verdadero (V) o falso (F), según corresponda respecto a los hidrocarburos aromáticos.

- I. Los hidrocarburos aromáticos se obtienen principalmente de la destilación de la hulla.
- II. Los compuestos aromáticos y sus derivados se emplean en la formación de colorantes.

III. La estructura siguiente  no es la fórmula real del benceno.

- A) VVV      B) VVF      C) FVF  
D) FFF      E) VFF

**756.** Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El naftaleno es la naftalina comercial.
- II. El naftaleno es un sólido blanco menos denso que el agua.
- III. El compuesto más estable que forma es el  $\alpha$  - metil - naftaleno.

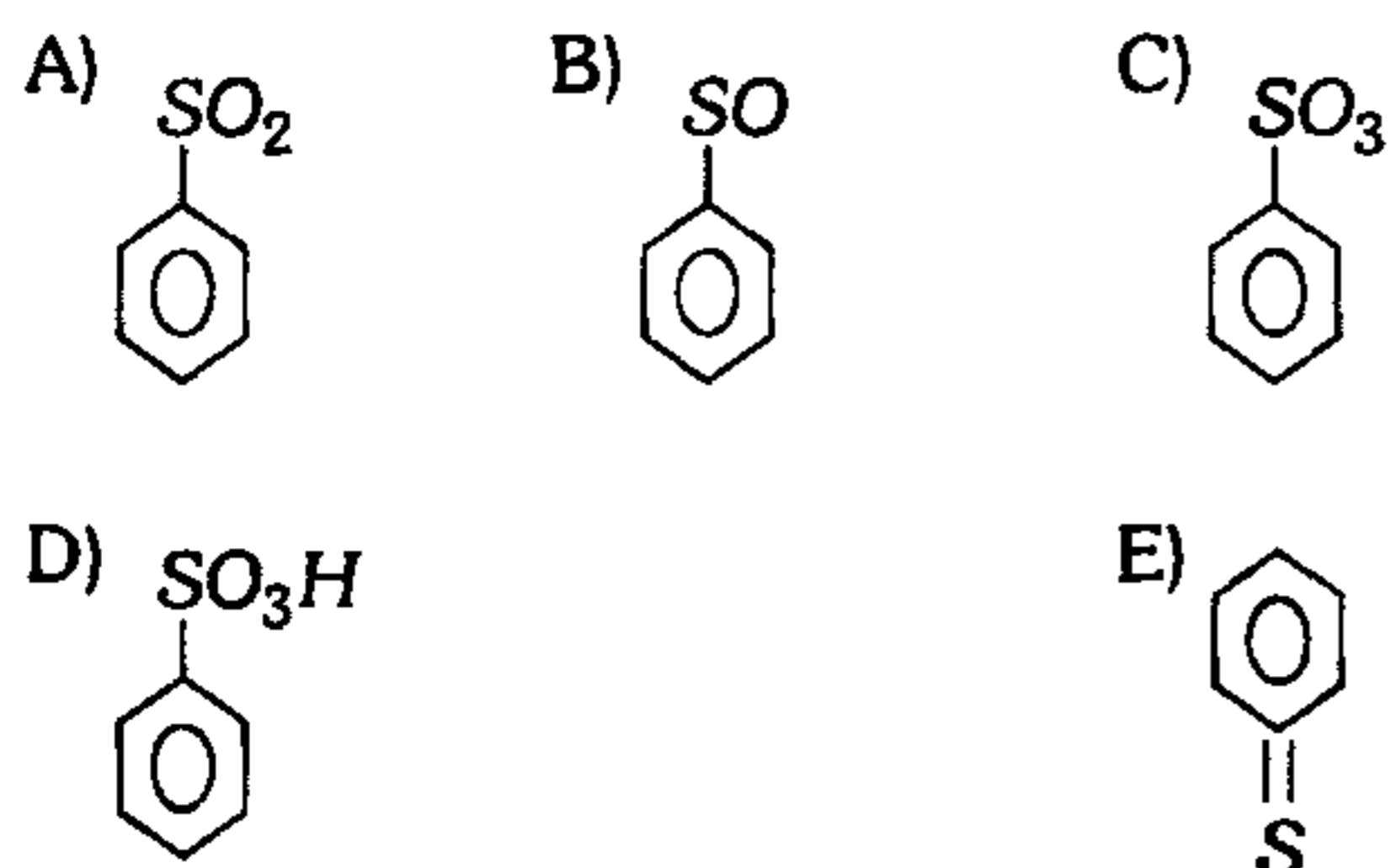
- A) VVV      B) VFV      C) VVF  
D) FVV      E) FFV

757. Respecto al benceno, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

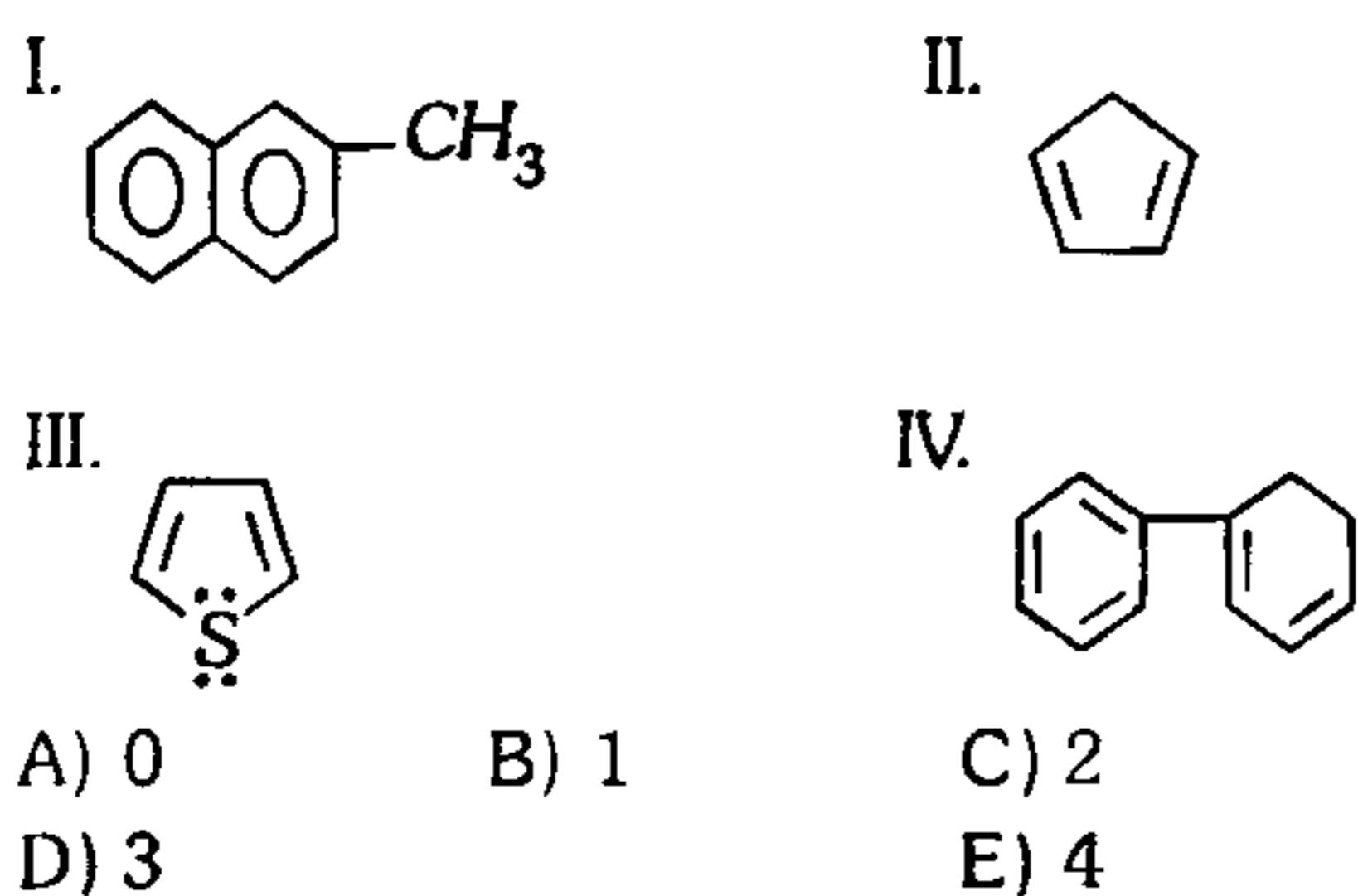
- I. Por acción de agentes oxidantes (oxígeno) origina un fenol.
- II. Por hidrogenación se origina ciclohexano.
- III. Por halogenación se puede originar un solo compuesto cuya fórmula es  $C_6H_6Cl$ .

- A) VVF      B) FFV      C) VFV  
D) VVV      E) FVV

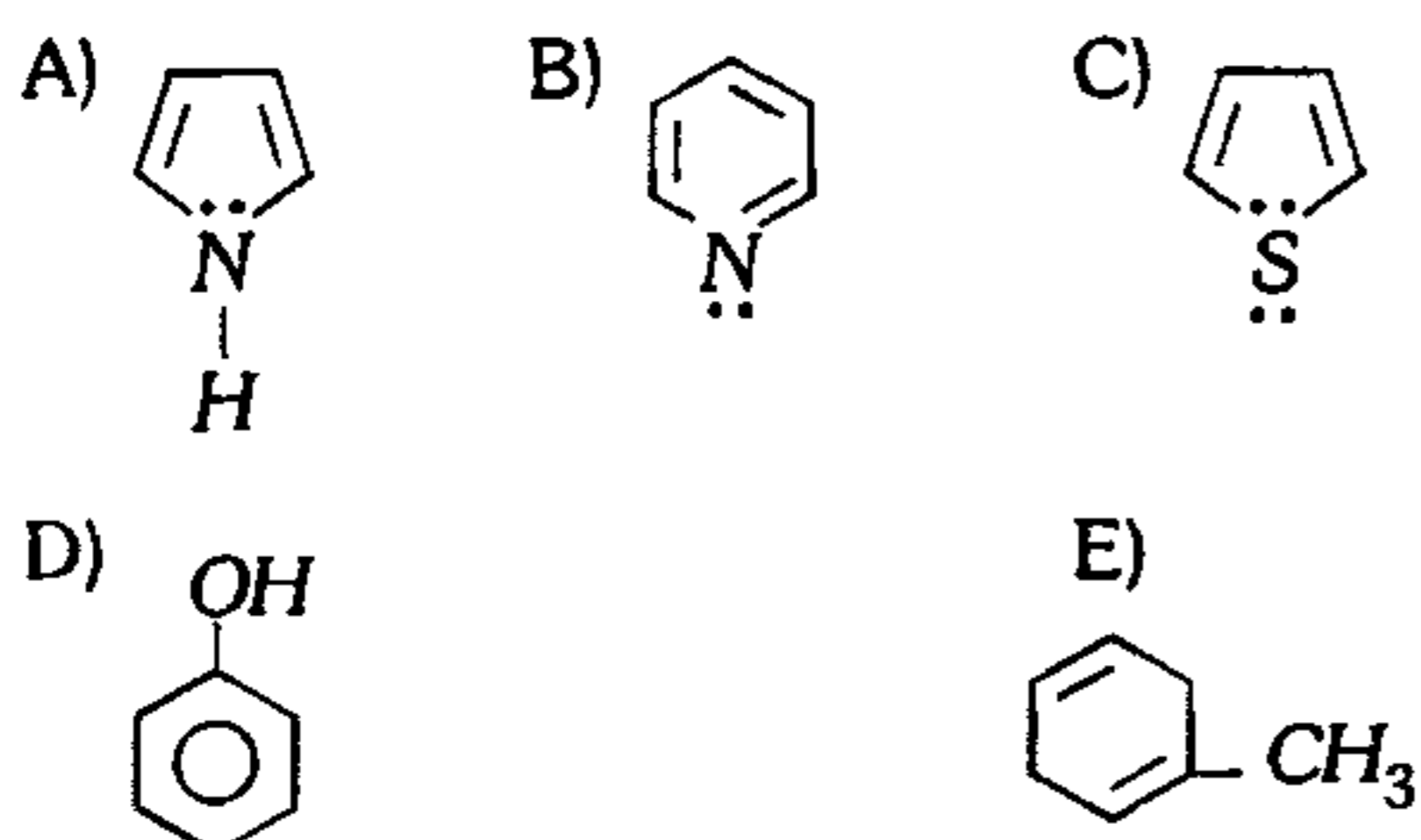
758. Bajo la acción de una mezcla de ácido sulfúrico concentrado conteniendo  $SO_3$  (OLEUM) el benceno origina



759. Indique, de los siguientes compuestos, ¿cuántos son aromáticos?



760. Indique al compuesto que no es aromático.



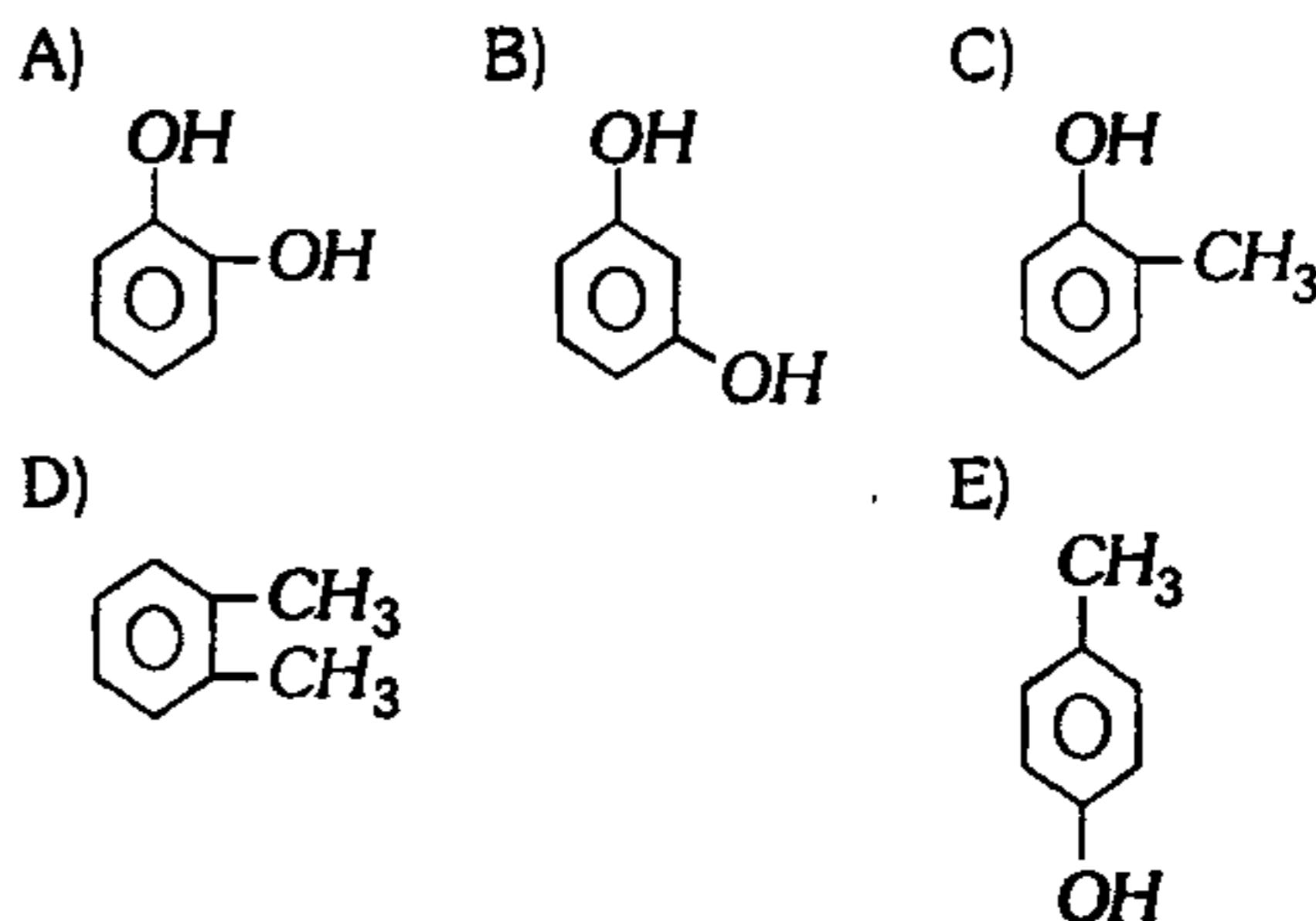
761. Indique la proposición incorrecta respecto a los compuestos aromáticos.

- A) El isómero p-xileno posee mayor apolaridad que el o-xileno.
- B) El antraceno y el fenantreno, son isómeros estructurales.
- C) El  $\alpha$ -naftol posee mayor energía potencial que el  $\beta$ -naftol.
- D) Los arenos reaccionan por sustitución nucleofílica.
- E) La obtención mayoritaria de los arenos es por la destilación seca de la hulla.

762. Indique la alternativa que no contiene un compuesto aromático.

- A) Benceno; o-xileno; ácido benzoico.
- B) Clorobenceno; ciclo pentano; metanol.
- C) Fenol; naftaleno; acetileno.
- D) Etanol; etilamina; ciclohexano.
- E) Cloruro de etilo, dietil-éter; nitrobenzono.

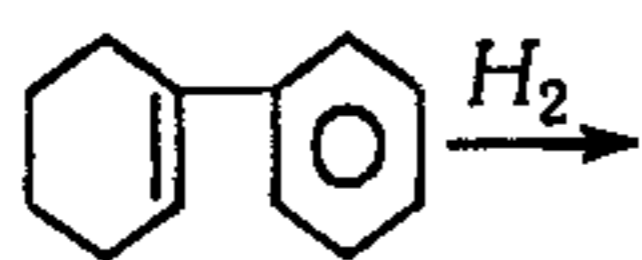
763. Indique la estructura correspondiente al catecol.



764. El tolueno ( $C_7H_8$ ) se oxida para formar ácido benzoico ( $C_7H_6O_2$ ) por reacción con Permanganato de Potasio en medio acidulado con Ácido Sulfúrico; determine la relación molar entre la forma oxidada y reducida.

- A) 7/8      B) 5/6      C) 6/5  
D) 1/3      E) 3/7

765. Indique el producto de la siguiente reacción



- A) B) C) D) E)

766. El ácido salicílico es un compuesto base para la fabricación de la aspirina (ácido acetil-salicílico), indique la fórmula que le corresponde.

- A) B) C) D) E)

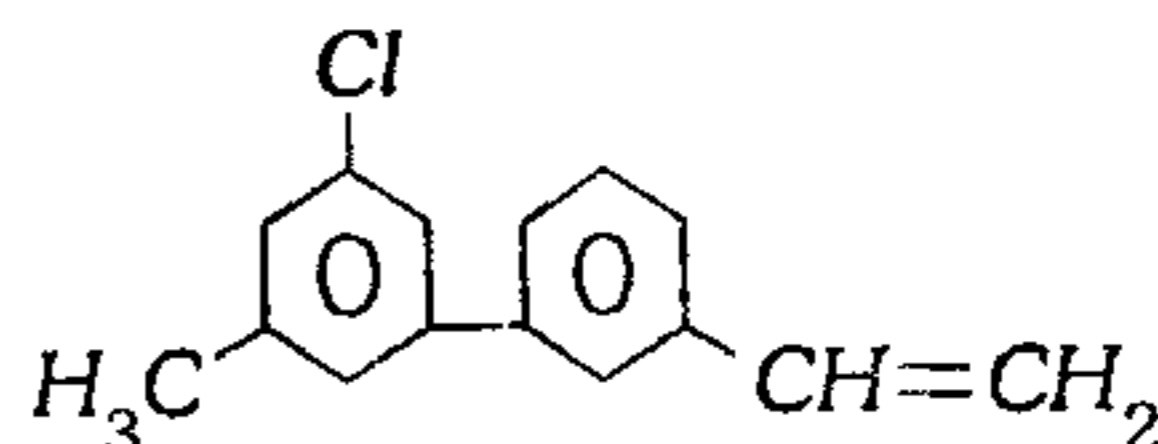
767. Se desea sintetizar difenil-metano. En el orden correspondiente, indique reactivos, catalizador y producto secundario.

- A) Fenol y tolueno ;  $HNO_3$  ;  $H_2O$   
 B) Benceno y  $CH_2Cl_2$  ;  $AlCl_3$  ;  $HCl$   
 C) y  $Na$  ;  $FeCl_3$  ;  $NaI$   
 D) y  $CH_4$  ;  $FeCl_3$  y  $Na$  ;  $HCl$   
 E) Tolueno y  $Cl_2$  ;  $FeCl_3$  ;  $HCl$

768. Indique la estructura incorrecta.

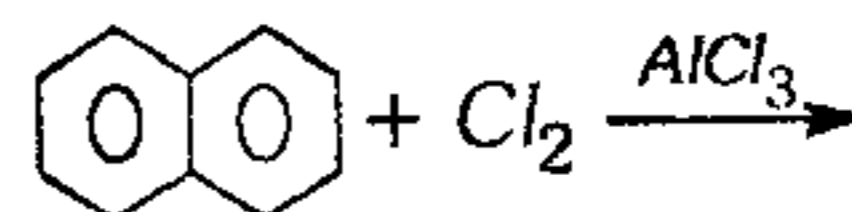
- A) Imidazol  
 B) 3 - metilpiridina  
 C) clorotiofeno  
 D) 3 - vinil furano  
 E) acido 2 - pirrosulfónico

769. Nombre al siguiente compuesto.



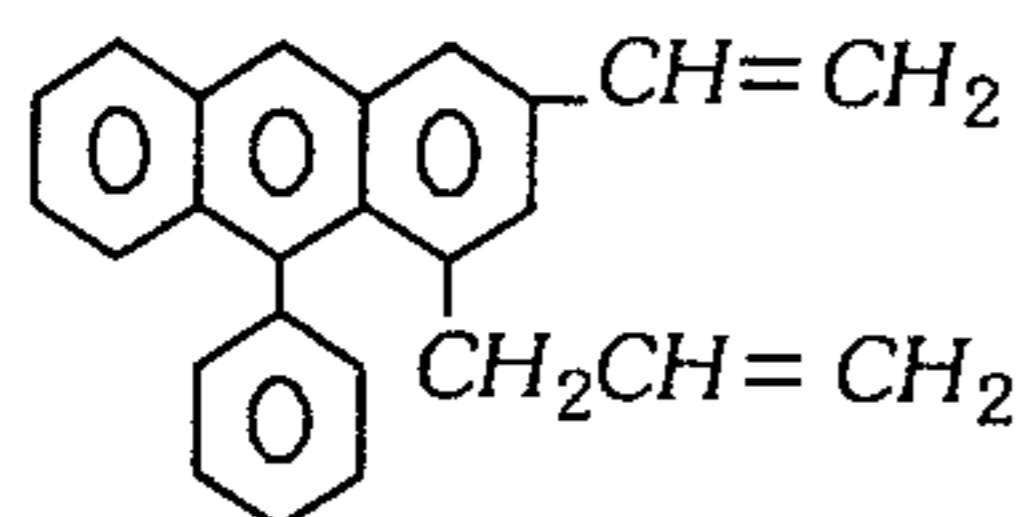
- A) 3 - cloro - 5 - metil - 3' - vinil - bifenilo  
 B) 4 - cloro - 3' - metil - 4 - vinil - bifenilo  
 C) 3' - cloro - 5' - metil - 5 - vinil - bifenilo  
 D) 3 - cloro - 5 - metil - 5 - vinil - bifenilo  
 E) 5 - cloro - 3 - metil - 5' - vinil - bifenilo

770. En la siguiente reacción del naftaleno, indique el producto principal.



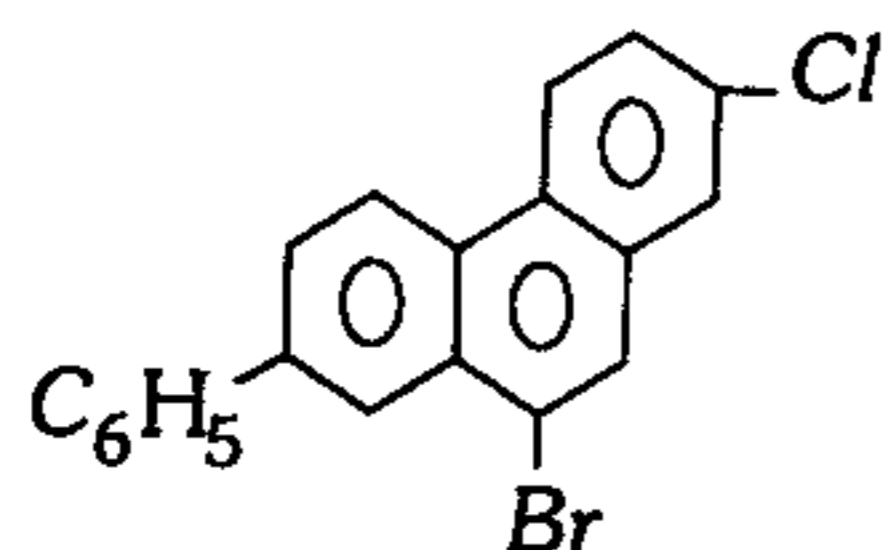
- A) B)   
 C) D) E)

771. Dé el nombre del siguiente compuesto.



- A) 5 - fenil - 4 - propenil - 2 - etenylantraceno
- B) 10 - fenil - 4 - (3'-propenil) - 2 - vinylantraceno
- C) 10 - fenil - 4 - propenil - 2 - etenylantraceno
- D) 5 - fenil - 4 (3' - propenil) - 2 - vinylantraceno
- E) 1 - fenil - 2 (3' - propenil) - 4 - etenylantraceno

772. Nombre al siguiente compuesto.



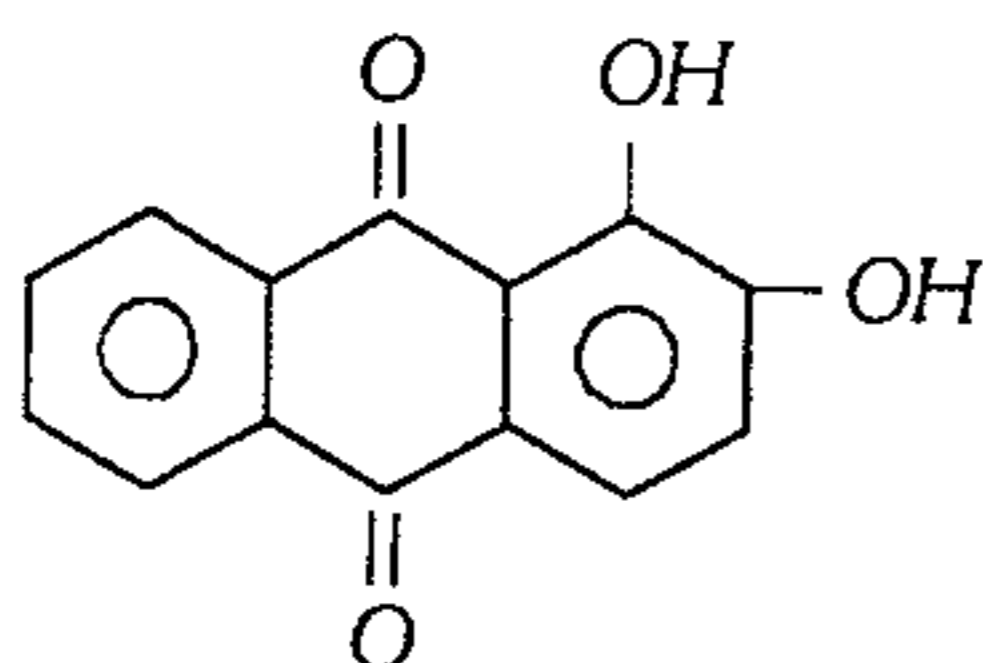
- A) 4 - bromo - 7 - cloro - 1 - fenilfenantreno
- B) 10 - bromo - 7 cloro - 2 - fenilfenantreno
- C) 6 - bromo - 2 - cloro - 9 - fenilfenantreno
- D) 7 - cloro - 10 - bromo - 2 - etilfenantreno
- E) 8 - cloro - 4 - bromo - 1 - fenilfenantreno

773. Respecto a las reacciones del antraceno, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Su oxidación origina un alcohol.
- II. Su sulfonación origina  $\alpha$  y  $\beta$  compuestos básicos.
- III. Su nitración se realiza en la posición  $\alpha$ .

- A) VFF      B) FFF      C) FVV
- D) VVF      E) VVV

774. La Alizarina es un compuesto utilizado como colorante, su estructura es



Una función que no está asociada será

- I. Alcohol.      II. Cetona.
- III. Aldehído.      IV. Fenol.

- A) I      B) II      C) III
- D) I y III      E) II y III

### Petróleo

775. Señale verdadero (V) o falso (F).

- I. Uno de los productos de destilación del petróleo es el asfalto.
- II. El éter de petróleo es un destilado pesado.
- III. La gasolina se obtiene por destilación del petróleo entre el rango de 85°C - 200°C.
- IV. Por cracking térmico se obtiene gasolina de menor calidad con respecto al cracking catalítico.
- V. Los alquenos obtenidos por cracking se emplean en la industria de los polímeros.

- A) VFVV      B) FVVV      C) FFVV
- D) VVVV      E) FFFV

776. De los productos de la destilación del petróleo no se pueden obtener (con tratamientos adicionales)

- A) lubricantes, asfaltos y parafinas sólidas.
- B) gasolina y kerosene.
- C) G.L.P.
- D) coke, para la fabricación del acero.
- E) rayón acetato.

777. Marque verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Cuanto más violenta y explosiva sea la combustión de la gasolina, será mayor el octanaje.
- II. Una gasolina de 90 octanos contiene 90% en volumen de isooctano y 10% en volumen de n-heptano.
- III. El tetraetilo de plomo es un aditivo que se usa en las gasolinas ecológicas.
- IV. El tolueno posee mayor octanaje que el isopentano.

- A) FVFF      B) FFFF      C) FFFV
- D) VFFF      E) FVFV

**778.** En el proceso de reformación

- A) aumenta la detonancia.
- B) se obtiene sustancias de mayor peso molecular.
- C) se lleva a cabo la deshidrogenación.
- D) aumenta la ramificación.
- E) es el cracking térmico.

**779.** Marque verdadero (V) o falso (F) con respecto al octanaje.

- I. Es el poder antidetonante o capacidad de resistir la detonación durante el proceso de combustión de un motor de gasolina.
- II. Está en razón directa a la relación de compresión.
- III. Se determina comparando el rendimiento de una gasolina con el de una mezcla de n-heptano, el cual produce un intenso golpeteo al combustionar debido al iso octano; el cual posee alto poder antidetonante.
- IV. Una mezcla de 97% de heptano y 3% de iso octano significa una gasolina de 97 octanos.

- A) FFVF
- B) FVVF
- C) FFFF
- D) FVVV
- E) VVFF

**780.** Ordene según su volatilidad decreciente los siguientes destilados del petróleo:

- I. Diesel
- II. Ligroína
- III. Gas licuado
- IV. Aceite lubricante

- A) III – IV – I – II
- B) II – III – IV – I
- C) III – II – I – IV
- D) I – II – III – IV
- E) I – III – IV – II

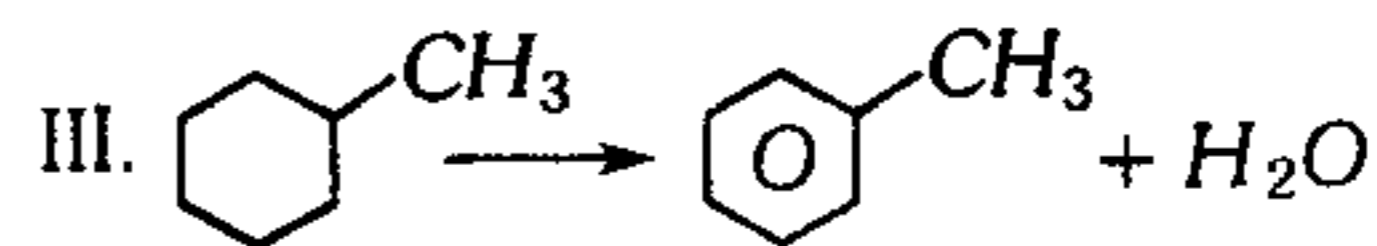
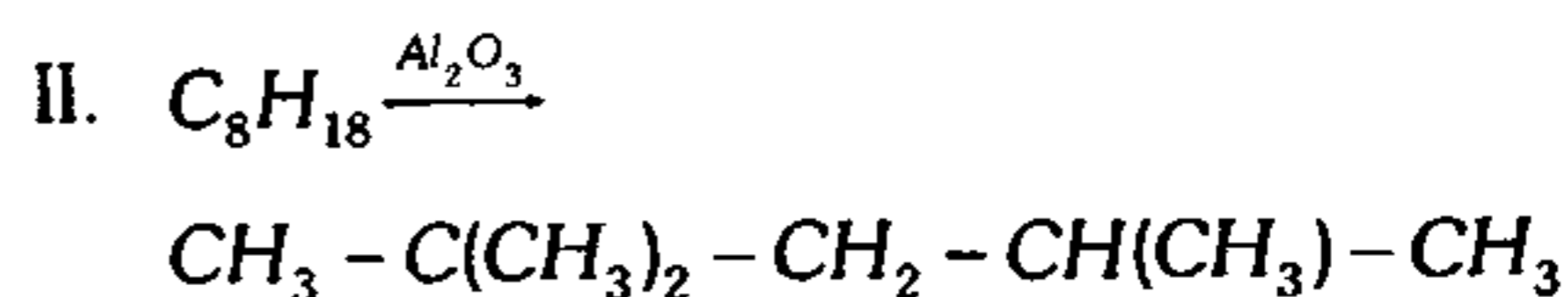
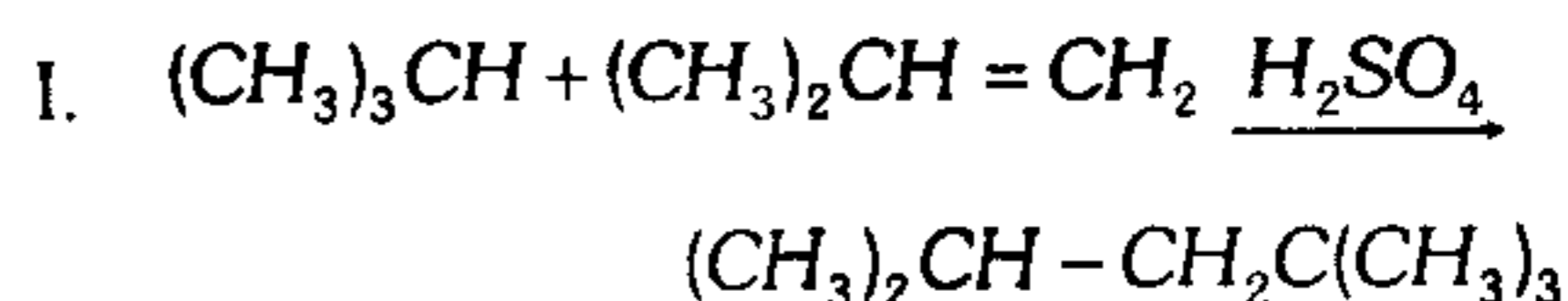
**781.** Indique la fracción que no es producto de una destilación fraccionada del petróleo.

- A) Kerosene
- B) Gasolina
- C) Gasoil
- D) Asfalto y coke de petróleo
- E) Éter de petróleo

**782.** Respecto a la gasolina ecológica, es incorrecto afirmar que

- A) no produce contaminación ambiental, en gran medida.
- B) contiene sólo isooctano.
- C) contiene un alqueno ramificado en su composición.
- D) contiene hidrocarburos aromáticos.
- E) para su obtención se utiliza el cracking catalítico.

**783.** Relacione correctamente según corresponde la reacción y el proceso en el aumento del octanaje.



- a. Isomerización
- b. Cracking catalítico
- c. Alquilación
- d. Reformación

- A) Ia – IIb – IIIc – IVd
- B) Ic – IIa – IIIb – IVd
- C) Ic – IIb – IIIa – IVd
- D) Ic – IIa – IIId – IVb
- E) Ib – IIc – IIIa – IVd

784. ¿Cuántas de las relaciones referidas al petróleo que se muestran a continuación son verdaderas?

- Parafínicos : alcanos
- Olefínicos : etilénicos
- Petróleo : mezcla de parafínicos y aromáticos
- Asfalto : peso molecular elevado
- Nafténicos : cadenas ramificadas

A) 2            B) 3            C) 4  
D) 1            E) 5

785. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- Cracking térmico, pone en juego la temperatura como agente de activación, para la ruptura de las moléculas.
- Cracking catalítico, el objetivo es disminuir la temperatura de operación, utilizando catalizadores (*Fe, Cr, . . .*) como agente de activación para la ruptura de las moléculas y aumentar el índice de octano.
- Los catalizadores, pierden su actividad cuando se cubren de coke.
- La gasolina obtenida por los medios del cracking catalítico, es de mejor calidad que la gasolina obtenida por cracking térmico.

A) VVFV      B) VVFF      C) VFFV  
D) VVVV      E) VVVF

786. El petróleo cuando ingresa a la columna de destilación es calentado en el rango de temperatura  $<360-420^{\circ}\text{C}>$ . Indique cuántas relaciones son falsas.

- I. Gas de petróleo  $<C_1 \rightarrow C_4>$  gas para petroquímica.
- II. Éter de petróleo  $<40-70^{\circ}\text{C}>$  disolvente en pinturas.
- III. Gasolina  $<C_6 \rightarrow C_{10}>$  combustible de motores.

IV. Kerosene  $<180 \rightarrow 280^{\circ}\text{C}>$  combustible doméstico.

V. Gas oil  $<280^{\circ}\text{C} \rightarrow 360^{\circ}\text{C}>$  gas liviano.

VI. Alquitrán electrodos  $<C_{20}-C_{50}>$  fabricación de electrodos.

A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5

787. Indique verdadero (V) o falso (F) las relaciones que se muestran a continuación.

- I. El número de octano aumenta mediante los procesos como cracking térmico, cracking catalítico.
- II. A la gasolina se añade *NaOH*, para neutralizar los *RHS* que existen disueltos (endulzamiento).
- III.  $Pb(C_2H_5)_4$  se añade para retardar la formación de peróxidos que adelantan la detonación.
- IV. Cuando más comprimida se encuentra la mezcla en el instante de ignición, mayor será el rendimiento en un motor.
- V. El crudo una vez extraído requiere de tratamientos previos, antes de ingresar a la columna de destilación.

A) VFFVV      B) VFFFV      C) FFFVV  
D) FVFVF      E) FVVVF

788. Ordene de mayor a menor según el incremento en el octanaje de las gasolinas.

- I. Benceno
- II. n - octano
- III. 2 - metil - 2 - noneno
- IV. 2,4 - dimetil hexano

A) I - IV - III - II  
B) II - IV - III - I  
C) I - III - II - IV  
D) I - III - IV - II  
E) II - IV - I - III

**789.** A continuación se tiene una serie de fracciones de petróleo. Señale cuál de ellos es más liviano.

- A) Gas licuado
- B) Éter de petróleo
- C) Gasolina para avión
- D) Gasolina para automóviles
- E) Diesel

**790.** Uno de los siguientes compuestos no es un derivado del petróleo.

- A) Kerosene
- B) Aceite lubricante
- C) Naftalina
- D) Gasolina
- E) Gas licuado

**791.** Las principales fracciones obtenidas del petróleo a bajas temperaturas (menores de 150°C) son

- A) asfalto y gasolina.
- B) gasoil y kerosene.
- C) éter de petróleo y gasolina.
- D) aceites lubricantes y éter de petróleo.
- E) alquitrán e impermeabilizantes.

**792.** A continuación se presenta una relación de productos de petróleo, indique cuántos no se usan habitualmente como combustibles.

- I. Gas
- II. Gasolina 84 octanos
- III. Nafta para lámpara
- IV. Kerosene para cocinar
- V. Diesel para motores
- VI. Diesel para hornos y calderos
- VII. Asfalto sólido
- VIII. Parafina pesada

- A) 2            B) 1            C) 3
- D) 5            E) 4

**793.** Respecto al cracking térmico, indique el número de proposiciones verdaderas.

- I. Se realiza a mayor presión que el cracking catalítico.
- II. La gasolina obtenida por este procedimiento tiene mayor octanaje que mediante el cracking catalítico.
- III. Se origina ruptura de moléculas pesadas.
- IV. Se usa aluminio sobre un lecho fluido.

- A) 0            B) 1            C) 2
- D) 3            E) 4

**794.** El petróleo se extrae del subsuelo, entre sus características no es correcto afirmar

- I. Existen petróleos de base parafínica, asfáltica y mixta.
- II. El poder calorífico es menor cuando su densidad es mayor.
- III. Está formado por sólidos, líquidos y gases.
- IV. Es más denso que el agua.
- V. La coloración es más oscura si es de base asfáltica.

- A) VVVFV    B) VVFF    C) FVVVF
- D) FVVFF    E) VFVFV

### **Contaminación Ambiental**

**795.** Respecto a la contaminación ambiental, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Son los cambios indeseables en las características físicas, químicas y biológicas del aire, agua y suelo.
- II. Ecológicamente los contaminantes pueden ser biodegradables y no biodegradables.
- III. Químicamente los contaminantes pueden ser primarios y secundarios.

- A) VVV        B) VFV        C) VVF
- D) FFV        E) FVF



796. Indique la cantidad de contaminantes primarios que se muestran en la siguiente lista:

- $SO_2$       •  $CO_2$       •  $CH_4$
- $SO_3$                       •  $CO$

- A) 1                      B) 2  
 C) 3  
 D) 4                      E) 5

797. Respecto a la contaminación del aire, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Se produce por la acción de los óxidos de carbono y óxidos de nitrógeno, principalmente.
- II. Se produce por la emisión de macropartículas, como el metano ( $CH_4$ ), CFC, etc.
- III. La inspiración de un exceso de monóxido de carbono puede provocar la muerte.

- A) VVV  
 B) VFV  
 C) VVF  
 D) FFV  
 E) FVV

798. Marque la alternativa que muestra la relación correcta.

- I. Contaminantes primarios
- II. Contaminantes biodegradables
- III. Contaminantes secundarios
- IV. Contaminantes no biodegradables

- a.  $H_2SO_4$  ;  $SO_3$  ;  $HNO_3$
- b. plásticos, vidrio, metales
- c.  $SO_2$  ;  $CO$  ;  $NO$
- d. cartón, papel, restos animales

- A) Ic                      B) IIa  
 C) IIIb  
 D) IVd                      E) IIc

799. Respecto a los contaminantes y sus efectos, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Los aceites minerales vertidos en las aguas y en el suelo, afectan al ecosistema, destruyendo el fitoplancton e hiperqueratosis en los bovinos (principalmente por aceites lubricantes) con naftalenos clorados.
- II. Los ácidos en el agua afectan la vida de los peces, si el pH es de 4,5, los peces mueren.
- III. Los alcalis en una concentración de 25 ppm, provocan la muerte de los peces, en el ganado producen sed y gastroenteritis.
- IV. El agregado de aguas calientes incrementa la demanda bioquímica de oxígeno.

- A) VVFF                      B) FFVV  
 C) VFVF  
 D) VVVV                      E) FVVF

800. Sobre la contaminación ambiental, marque verdadero (V) o falso (F).

- I. Entre los gases emanados en los motores de combustión, tenemos  $CO$ ,  $NH_3$ ,  $NO_2$  y  $SO_2$  principalmente.
- II. Los siguientes gases  $NH_3$ ,  $CO$ ,  $CH_4$  y  $N_2O$ , tienen su origen en los procesos de descomposición y putrefacción.
- III. Las descargas eléctricas naturales (tormentas) producen contaminación debido a la formación principalmente de ozono y óxidos de nitrógeno en la tropósfera.
- IV. El anhídrido sulfuroso ( $SO_2$ ) resultante de la combustión del petróleo que contiene azufre, contribuye a la contaminación del aire, y de manera indirecta al suelo (por efecto de la lluvia ácida).

- A) VVVV                      B) FVVV  
 C) FFVV  
 D) FVVF                      E) VVVF

**801.** Respecto a los contaminantes, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El Cadmio se acumula en las ostras, en una concentración de  $0,02 \mu\text{g}$ , en los seres humanos, produce efectos teratogénicos.
- II. Los cloratos, (como el clorato de sodio) son usados como herbicida, y sirve para eliminar animales silvestres, actúa sobre la sangre transformando la hemoglobina en metahemoglobina.
- III. El cobre produce una contaminación por acción de los relaves mineros y residuos de fundiciones. Una evidencia de contaminación por cobre es que producen salivación, dolores abdominales y las heces toman un color verde.

- |        |        |
|--------|--------|
| A) VFF | B) FFV |
| C) VFV |        |
| D) VVV | E) FVF |

**802.** Respecto a los tipos de contaminación, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. La contaminación biológica se da por agentes patógenos, tanto por agentes transmisores, o por organismos como el *vibrium cholerae*.
- II. La contaminación química se produce por el excesivo uso de sustancias químicas, como el caso de los preservantes de alimentos, siendo algunos cancerígenos como los nitratos.
- III. La contaminación acústica provoca desordenes nerviosos a las personas afectadas, mientras que la contaminación radiactiva puede provocar la contaminación de alimentos y mutaciones teratogénicas.

- |        |        |
|--------|--------|
| A) VVV | B) VVF |
| C) FFV |        |
| D) VFV | E) VFF |

**803.** Indique el número de afirmaciones verdaderas en relación a la capa de ozono.

- I. Está ubicada en la ionósfera.
- II. Los óxidos de nitrógeno  $\text{NO}_x$ , clorofluorcarbonos (CFC) están ocasionando su disminución.
- III. El  $\text{O}_3$  se forma cuando las moléculas de los freones absorben radiación ultravioleta.
- IV. Las enfermedades como cáncer a la piel, cataratas, etc, se eleva en forma proporcional a la disminución del espesor de esta capa.

- |      |      |      |
|------|------|------|
| A) 0 | B) 1 | C) 3 |
| D) 2 |      | E) 4 |

**804.** El efecto invernadero es

- A) el incremento en la temperatura de la tierra debido a que los rayos UV llegan del sol con mayor intensidad.
- B) la disminución en la concentración del  $\text{CO}_2$  debido a su descomposición en  $\text{CO}$  y  $\text{O}_2$ .
- C) el aumento de la temperatura de la tierra por el incremento principalmente de la concentración del  $\text{CO}_2$  en el aire.
- D) el aumento de la temperatura de la tierra, debido al incremento de la concentración de  $\text{CO}$  y  $\text{CH}_4$ .
- E) la disminución de la temperatura de la tierra.

**805.** Indique cuáles de las siguientes proposiciones son incorrectas respecto al efecto invernadero.

- I. Se debe a la acumulación de gases como  $\text{CH}_4$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  y  $\text{CO}_2$  formando una especie de manto que impide la dispersión del calor.
- II. Provoca un rápido y alto aumento de la temperatura del planeta.
- III. Provoca el aumento de las zonas desérticas.
- IV. Aumenta las áreas cubiertas del hielo.

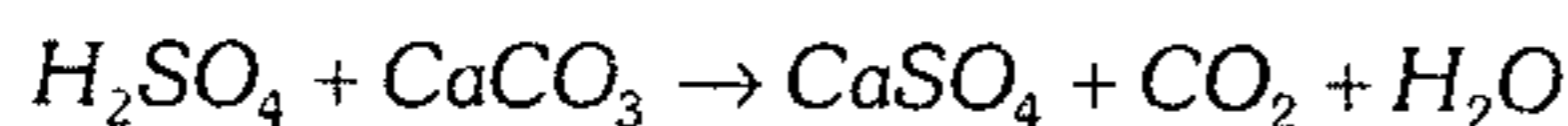
- |           |               |           |
|-----------|---------------|-----------|
| A) todas  | B) I, II, III | C) II, IV |
| D) I, III |               | E) solo I |

806. Indique la proposición incorrecta.

- A) Los desechos calientes vertidos al agua hacen que disminuya la concentración de oxígeno disuelto.
- B) Las aguas servidas pueden ser tratadas para utilizarlas luego en regadíos, en las lagunas de oxidación.
- C) Los relaves mineros arrojados en los ríos contaminan con metales pesados y otras sustancias tóxicas, que se acumulan en los seres vivos.
- D) El DDT es un insecticida biodegradable, por lo que se acumula en la tierra, siendo su efecto por un promedio de 60 años.
- E) Cuanto menor sea el uso de fertilizantes sintéticos menor será la contaminación de los suelos de cultivo.

807. Respecto a la lluvia ácida, indique verdadero (V) o falso (F).

- I. Se forma por la acumulación de óxidos de azufre, nitrógeno y carbono.
- II. Destruye plantas, daña a los metales, disminuye la alcalinidad del suelo.
- III. Disminuye el *pH* del agua de ríos y lagos aumentando así la vida acuática.
- IV. La piedra caliza, presente en estatuas, es destruida por la lluvia ácida siendo las reacciones



- A) VVFV      B) VFFV      C) FFFV
- D) VVVV      E) FVFV

808. Relacione correctamente, respecto a la sustancia y efectos sobre el ser humano.

- I.  $SO_2$       II. Cd
- III. Pb      IV. CO

- a. Enfermedades cardíacas, daños en el hígado.
- b. Náuseas, debilidad, dolor de cabeza.

- c. Transtornos en el metabolismo celular.
- d. Irrita los ojos, asma, destrucción del esmalte de los dientes, etc.

- A) Ic      B) IIa      C) IVd
- D) Ib      E) IIIb

809. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Los plaguicidas son sustancias empleadas para eliminar insectos.
- II. Los fungicidas son sustancias empleadas para eliminar hongos.
- III. El DDT es un insecticida muy eficaz y se descompone con facilidad, razón por la cual tiene gran uso.
- IV. El exceso de fertilizantes provoca que el suelo sea más alcalino, aumentando su fertilidad.

- A) VFFF      B) FVFF      C) VVFF
- D) VFVF      E) FFFF

810. En relación a la eutroficación de las aguas, indique las alternativas correctas.

- I. Es el envejecimiento natural de un lago.
- II. Este proceso se acelera por los desechos del hombre, como también los polifosfatos de sodio de los detergentes y fertilizantes que provienen de las acequias de campos agrícolas.
- III. Aumenta la cantidad o concentración de oxígeno, esto es denominado demanda bioquímica de oxígeno (DBO).
- IV. El lago se convierte poco a poco en un pantano para transformarse por último en un prado o bosque.

- A) I y II
- B) IV y II
- C) II, III y IV
- D) I, II y IV
- E) todas

**801.** Respecto a los contaminantes, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. El Cadmio se acumula en las ostras, en una concentración de  $0,02 \mu\text{g}$ , en los seres humanos, produce efectos teratogénicos.
- II. Los cloratos, (como el clorato de sodio) son usados como herbicida, y sirve para eliminar animales silvestres, actúa sobre la sangre transformando la hemoglobina en metahemoglobina.
- III. El cobre produce una contaminación por acción de los relaves mineros y residuos de fundiciones. Una evidencia de contaminación por cobre es que producen salivación, dolores abdominales y las heces toman un color verde.

- |        |        |
|--------|--------|
| A) VFF | B) FFV |
| C) VFV |        |
| D) VVV | E) FVF |

**802.** Respecto a los tipos de contaminación, indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. La contaminación biológica se da por agentes patógenos, tanto por agentes transmisores, o por organismos como el *vibrium cholerae*.
- II. La contaminación química se produce por el excesivo uso de sustancias químicas, como el caso de los preservantes de alimentos, siendo algunos cancerígenos como los nitratos.
- III. La contaminación acústica provoca desordenes nerviosos a las personas afectadas, mientras que la contaminación radiactiva puede provocar la contaminación de alimentos y mutaciones teratogénicas.

- |        |        |
|--------|--------|
| A) VVV | B) VVF |
| C) FFV |        |
| D) VFV | E) VFF |

**803.** Indique el número de afirmaciones verdaderas en relación a la capa de ozono.

- I. Está ubicada en la ionósfera.
- II. Los óxidos de nitrógeno  $\text{NO}_x$ , clorofluorcarbonos (CFC) están ocasionando su disminución.
- III. El  $\text{O}_3$  se forma cuando las moléculas de los freones absorben radiación ultravioleta.
- IV. Las enfermedades como cáncer a la piel, cataratas, etc, se eleva en forma proporcional a la disminución del espesor de esta capa.

- |      |      |      |
|------|------|------|
| A) 0 | B) 1 | C) 3 |
| D) 2 |      | E) 4 |

**804.** El efecto invernadero es

- A) el incremento en la temperatura de la tierra debido a que los rayos UV llegan del sol con mayor intensidad.
- B) la disminución en la concentración del  $\text{CO}_2$  debido a su descomposición en  $\text{CO}$  y  $\text{O}_2$ .
- C) el aumento de la temperatura de la tierra por el incremento principalmente de la concentración del  $\text{CO}_2$  en el aire.
- D) el aumento de la temperatura de la tierra, debido al incremento de la concentración de  $\text{CO}$  y  $\text{CH}_4$ .
- E) la disminución de la temperatura de la tierra.

**805.** Indique cuáles de las siguientes proposiciones son incorrectas respecto al efecto invernadero.

- I. Se debe a la acumulación de gases como  $\text{CH}_4$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  y  $\text{CO}_2$  formando una especie de manto que impide la dispersión del calor.
- II. Provoca un rápido y alto aumento de la temperatura del planeta.
- III. Provoca el aumento de las zonas desérticas.
- IV. Aumenta las áreas cubiertas del hielo.

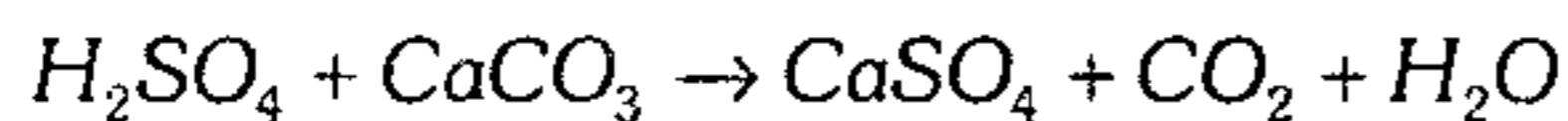
- |           |               |           |
|-----------|---------------|-----------|
| A) todas  | B) I, II, III | C) II, IV |
| D) I, III |               | E) solo I |

806. Indique la proposición incorrecta.

- A) Los desechos calientes vertidos al agua hacen que disminuya la concentración de oxígeno disuelto.
- B) Las aguas servidas pueden ser tratadas para utilizarlas luego en regadíos, en las lagunas de oxidación.
- C) Los relaves mineros arrojados en los ríos contaminan con metales pesados y otras sustancias tóxicas, que se acumulan en los seres vivos.
- D) El DDT es un insecticida biodegradable, por lo que se acumula en la tierra, siendo su efecto por un promedio de 60 años.
- E) Cuanto menor sea el uso de fertilizantes sintéticos menor será la contaminación de los suelos de cultivo.

807. Respecto a la lluvia ácida, indique verdadero (V) o falso (F).

- I. Se forma por la acumulación de óxidos de azufre, nitrógeno y carbono.
- II. Destruye plantas, daña a los metales, disminuye la alcalinidad del suelo.
- III. Disminuye el pH del agua de ríos y lagos aumentando así la vida acuática.
- IV. La piedra caliza, presente en estatuas, es destruida por la lluvia ácida siendo las reacciones



- A) VVFV      B) VFFV      C) FFFV
- D) VVVV      E) FVFV

808. Relacione correctamente, respecto a la sustancia y efectos sobre el ser humano.

- I.  $SO_2$       II. Cd
- III. Pb      IV. CO

- a. Enfermedades cardíacas, daños en el hígado.
- b. Náuseas, debilidad, dolor de cabeza.

- c. Transtornos en el metabolismo celular.
- d. Irrita los ojos, asma, destrucción del esmalte de los dientes, etc.

- A) Ic      B) Ila      C) IVd
- D) Ib      E) IIIb

809. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Los plaguicidas son sustancias empleadas para eliminar insectos.
- II. Los fungicidas son sustancias empleadas para eliminar hongos.
- III. El DDT es un insecticida muy eficaz y se descompone con facilidad, razón por la cual tiene gran uso.
- IV. El exceso de fertilizantes provoca que el suelo sea más alcalino, aumentando su fertilidad.

- A) VFFF      B) FVFF      C) VVFF
- D) VFVF      E) FFFF

810. En relación a la eutroficación de las aguas, indique las alternativas correctas.

- I. Es el envejecimiento natural de un lago.
- II. Este proceso se acelera por los desechos del hombre, como también los polifosfatos de sodio de los detergentes y fertilizantes que provienen de las acequias de campos agrícolas.
- III. Aumenta la cantidad o concentración de oxígeno, esto es denominado demanda bioquímica de oxígeno (DBO).
- IV. El lago se convierte poco a poco en un pantano para transformarse por último en un prado o bosque.

- A) I y II
- B) IV y II
- C) II, III y IV
- D) I, II y IV
- E) todas

**811.** Señale verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

- I. Los relaves mineros contienen metales pesados como: *Cd*, *Hg*, *Pb*, etc. los cuales son beneficiosos para la vida acuática.
- II. Los desechos de seres vivos al descomponerse favorecen el desarrollo de bacterias patógenas, causando infecciones y enfermedades.
- III. La contaminación térmica consiste en arrojar desechos calientes a las aguas de los ríos y lagos, aumentando la concentración de oxígeno.

- A) FFF
- B) VVV
- C) VVF
- D) VFV
- E) FVF

**812.** Indique los contaminantes ambientales producidos por los siguientes procesos:

- I. Separación del oro a partir de su amalgama.
- II. Tostación de sulfuros en una planta metalúrgica.
- III. Tratamiento de aguas residuales.
- IV. Motores de explosión, descargas eléctricas.

- A) *Hg* ; *SO<sub>2</sub>* ; *H<sub>2</sub>S* ; *NO*
- B) *NO* ; *SO<sub>2</sub>* ; *Hg* ; *H<sub>2</sub>S*
- C) *H<sub>2</sub>S* ; *CO<sub>2</sub>* ; estiércol ; *Hg*
- D) *Hg* ; *CO* ; *CH<sub>4</sub>* ; *O<sub>3</sub>*
- E) *Hg* ; *SO<sub>3</sub>* ; *CH<sub>4</sub>* ; *NO*

**813.** Respecto a la contaminación del agua, ¿qué alternativa es incorrecta?

- A) Entre las formas de contaminación del agua por parte de la agricultura, tenemos al agua de las letrinas, desagües de silos, restos de insecticidas, etc.

- B) El plomo llega a las aguas residuales con el polvo de las carreteras, como resto de la combustión de la gasolina no ecológica.
- C) El metil mercurio es un contaminante que causa envenenamiento de las aguas residuales, entre otros compuestos de mercurio, llegan luego de utilizarse en la fabricación de lejía sódica por el sistema de amalgama o de la fabricación de termómetros y aparatos eléctricos.
- D) Los detergentes usados en el hogar contienen cantidades considerables de fosfatos que, al verterlos en las aguas de los lagos, favorecen la abundante vegetación y de allí la vida acuática.
- E) El derrame de petróleo, debido a catástrofes en la navegación o de los residuos extraídos al limpiar los tanques de estos barcos, son un peligro para la vida acuática ya sea en la forma marítima, o en las algas y bacterias que son necesarias para la producción de oxígeno.

**814.** Identifique las medidas necesarias para atenuar la contaminación del aire.

- I. Reducir la emisión de los clorofluorocarbonos.
- II. Tratar los desechos orgánicos producidos en los hospitales y zonas urbanas.
- III. Reducir la emisión de *NO<sub>x</sub>* y *CO* producidos por los automóviles mediante el uso de catalizadores.
- IV. Controlar la emisión de gases producidos por las plantas industriales, reduciéndolo a niveles mínimos.

- A) todas
- B) II y III
- C) III y IV
- D) I y IV
- E) I, III y IV

## Carbohidratos

815. ¿Qué proposiciones son correctas?

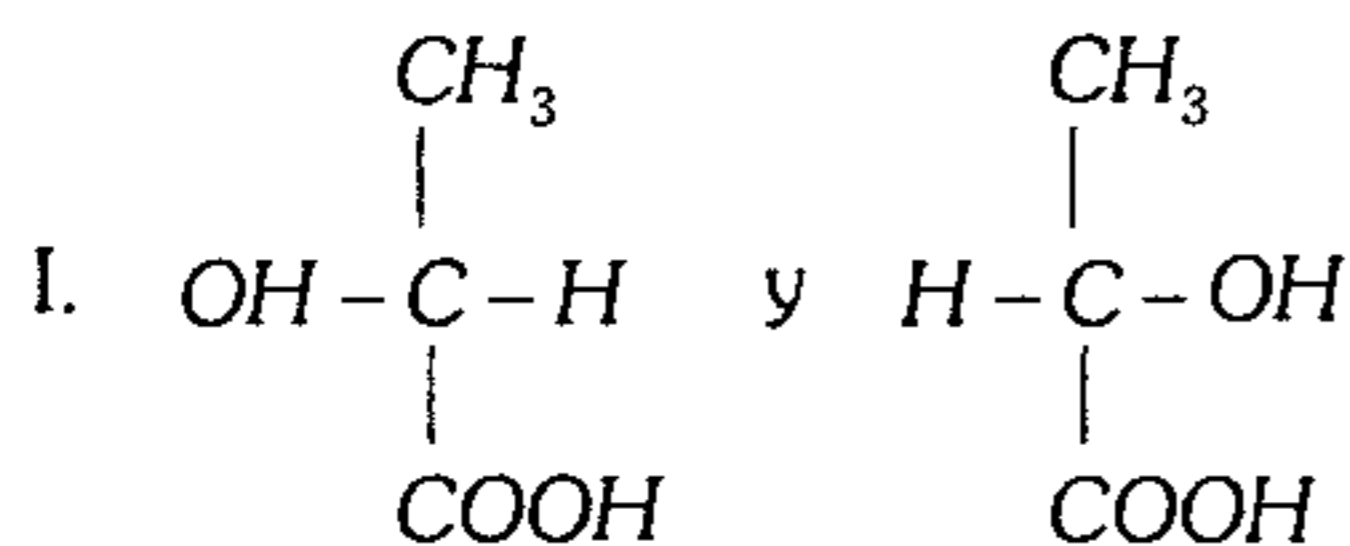
- I. El gliceraldehído ( $\text{CH}_2\text{OH}-\text{CHOH}-\text{CH}_2\text{OH}$ ) posee 2 carbonos asimétricos y por ello 4 isómeros ópticos.
- II. Una mezcla racémica tiene partes equimolares de 2 enantiómeros, por ello su ángulo de rotación específica es cero.
- III. El ácido tartárico (dihidroxibutanodioico) posee 2 isómeros ópticamente activos.
- IV. La mutarrotación se da a partir de la mezcla de sólo un anómero con agua.

- A) I                      B) I y II                      C) II, III y IV  
D) III y IV                      E) II y IV

816. Indique el número de carbono quirales en el ácido láctico.

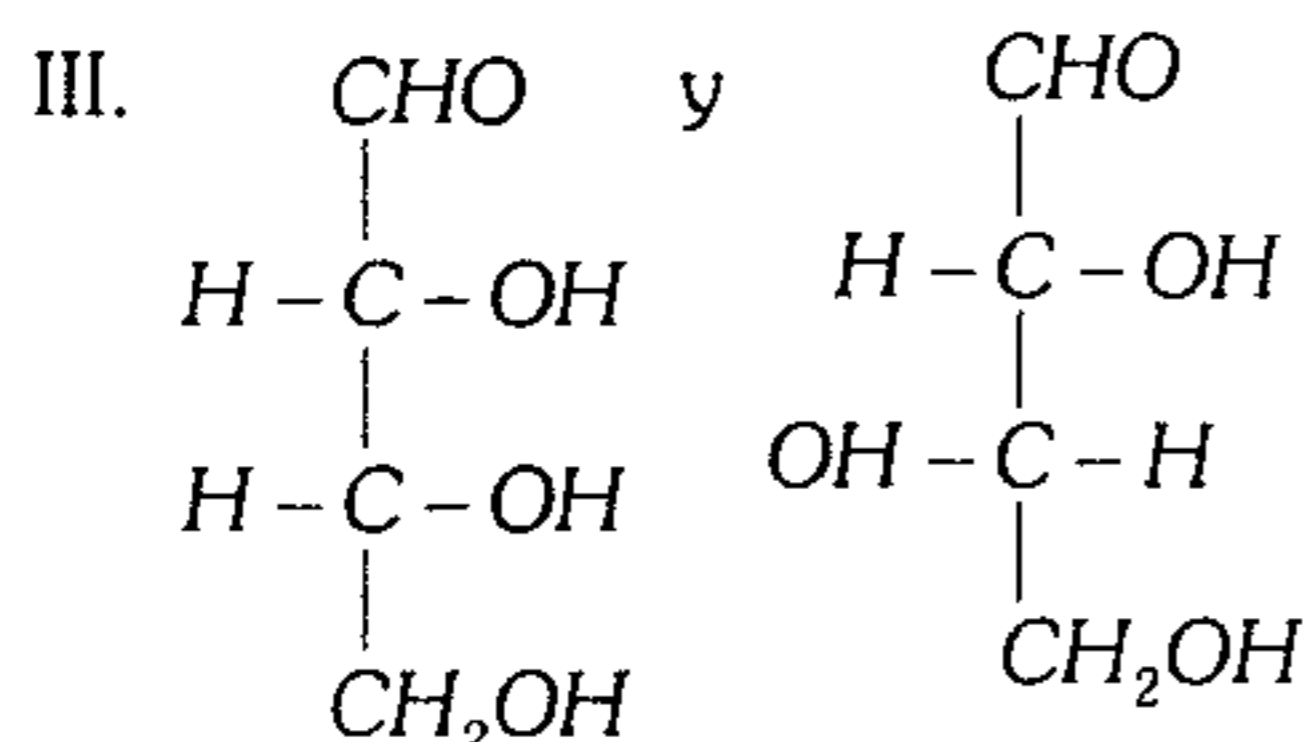
- A) 2                      B) 3                      C) 1  
D) 4                      E) 5

817. ¿Cuántas son correctas?



son enantiómeros.

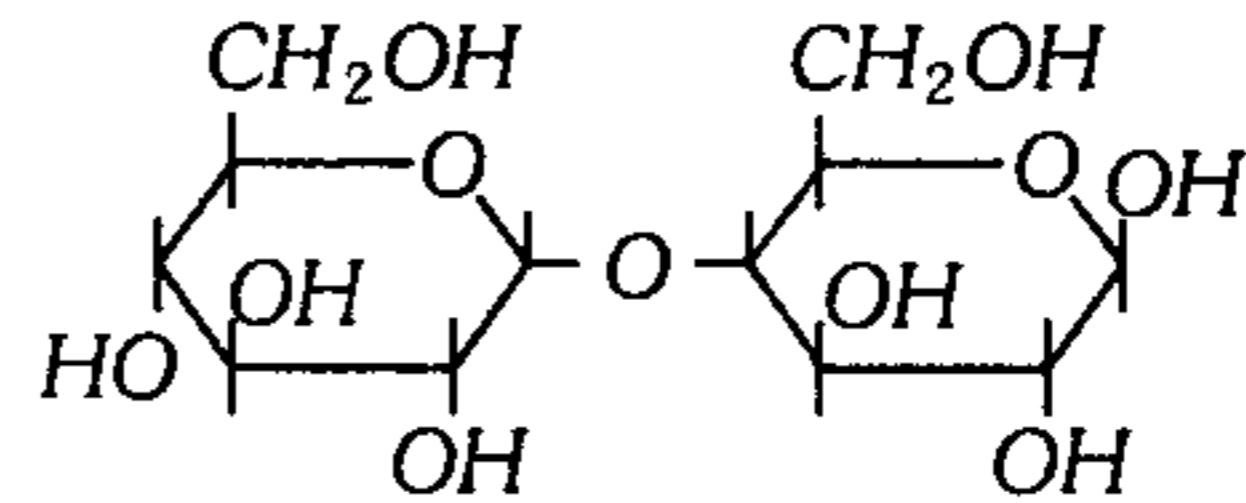
II. La mezcla racémica (racemato) es ópticamente activo.



son epímeros.

- A) VFF                      B) VVV                      C) VVF  
D) FVV                      E) FVF

818. La estructura del siguiente disacárido corresponde a



- A) lactosa.                      B) celobiosa.  
C) maltosa.  
D) tregalosa.                      E) sacarosa.

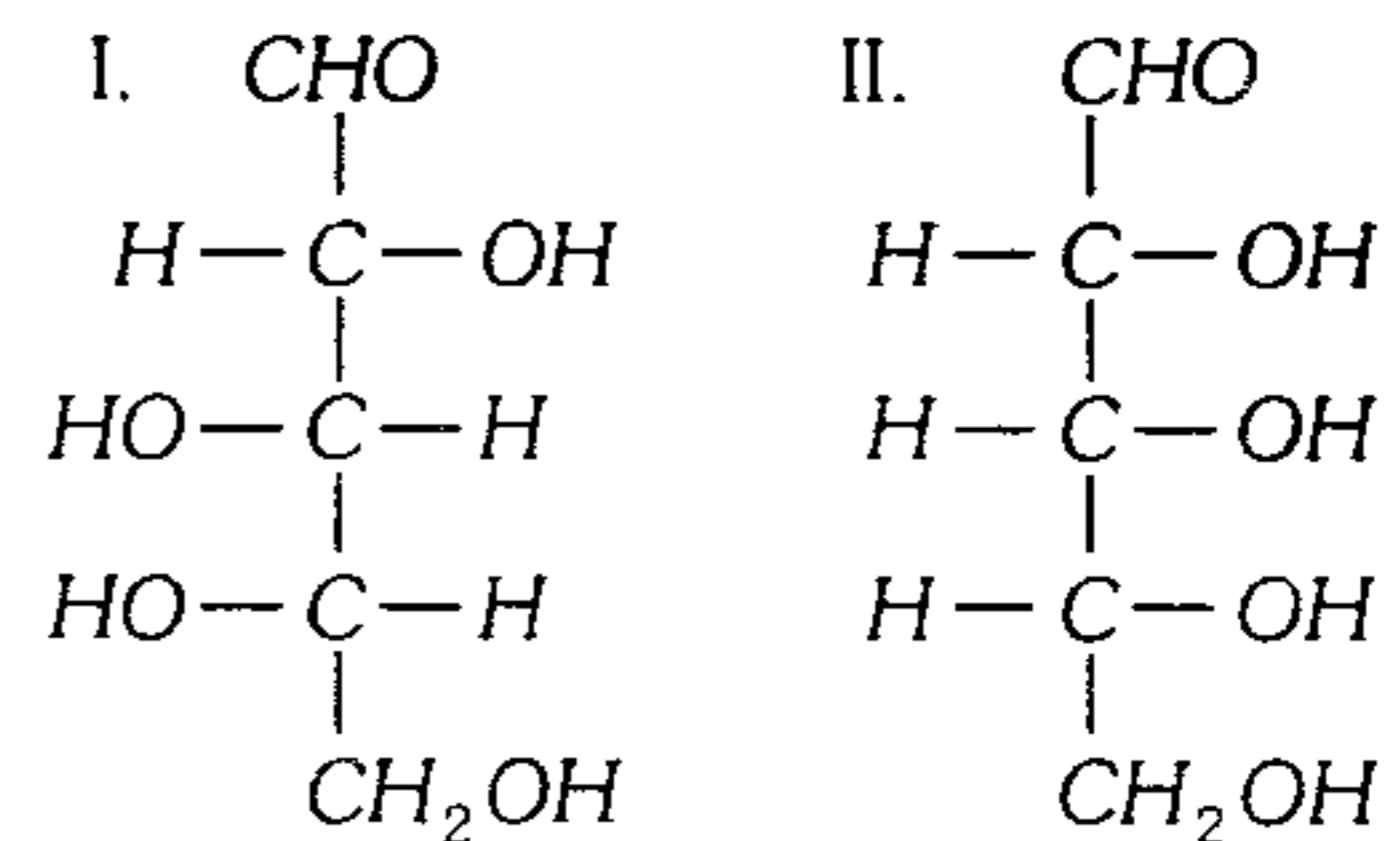
819. Marque lo incorrecto.

- A) Lactosa +  $\text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{H}^+}$  glucosa + galactosa  
B) Maltosa +  $\text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{H}^+}$  2 glucosa  
C) Sacarosa +  $\text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{H}^+}$  glucosa + fructosa  
D) Almidón +  $\text{H}_2\text{O} \longrightarrow$  dextrina  
E) Glucógeno +  $\text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{H}^+}$  celobiosa

820. ¿Cuál es la sustancia que se produce al reaccionar ácido sulfúrico concentrado con los carbohidratos?

- A) Monosacáridos  
B) Carbón  
C) Propano  
D) Cetosas  
E) Furano

821. De las siguientes estructuras corresponde a



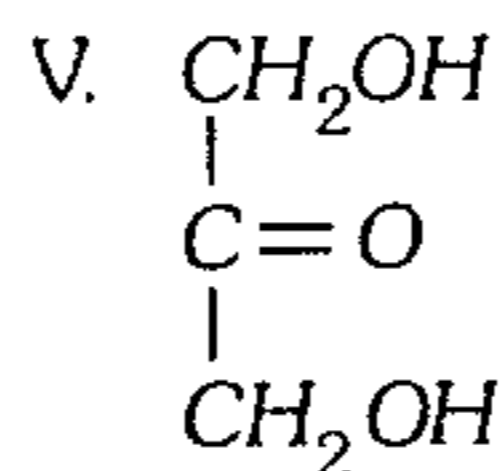
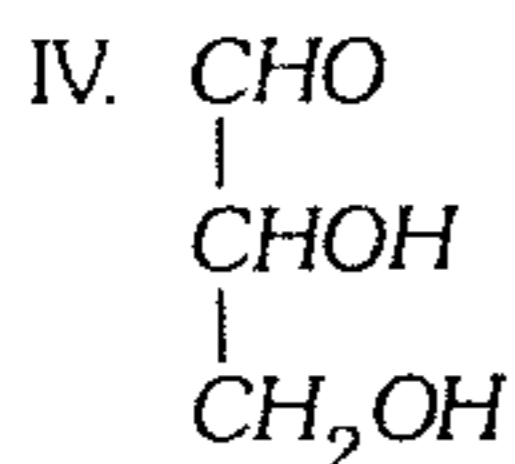
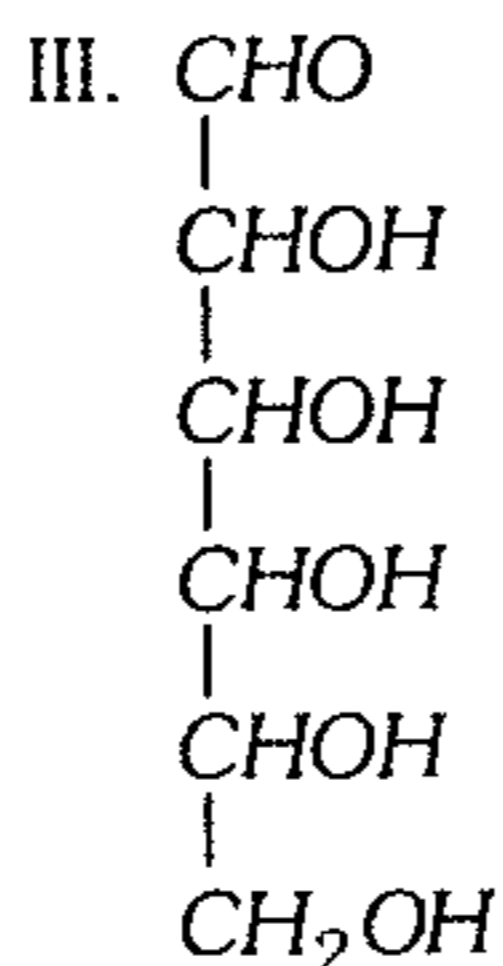
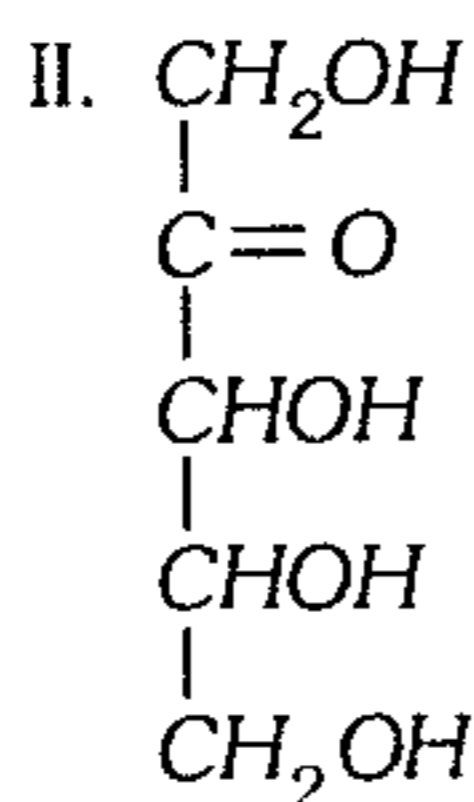
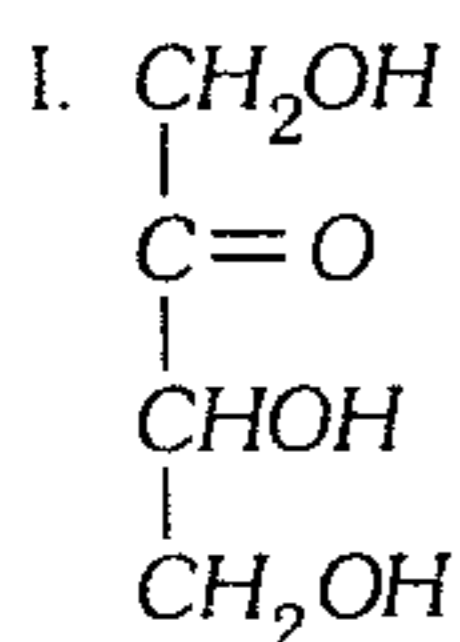
- A) Arabinosa – fructuosa  
B) Fructuosa – glucosa  
C) Xilosa – talosa  
D) Arabinosa – ribosa  
E) Ribosa – glucosa

822. Indique las propiedades de los azúcares que se deben a la presencia de los grupos oxhidrilo.

- I. Solubilidad de los monosacáridos, por formación de puentes de hidrógeno con el agua.
- II. Sabor dulce característico.
- III. Actividad óptica por la presencia de carbonos asimétricos.
- IV. Formación de cadenas largas (polisacáridos).
- V. Mutarrotación por el oxhidrilo anomérico.

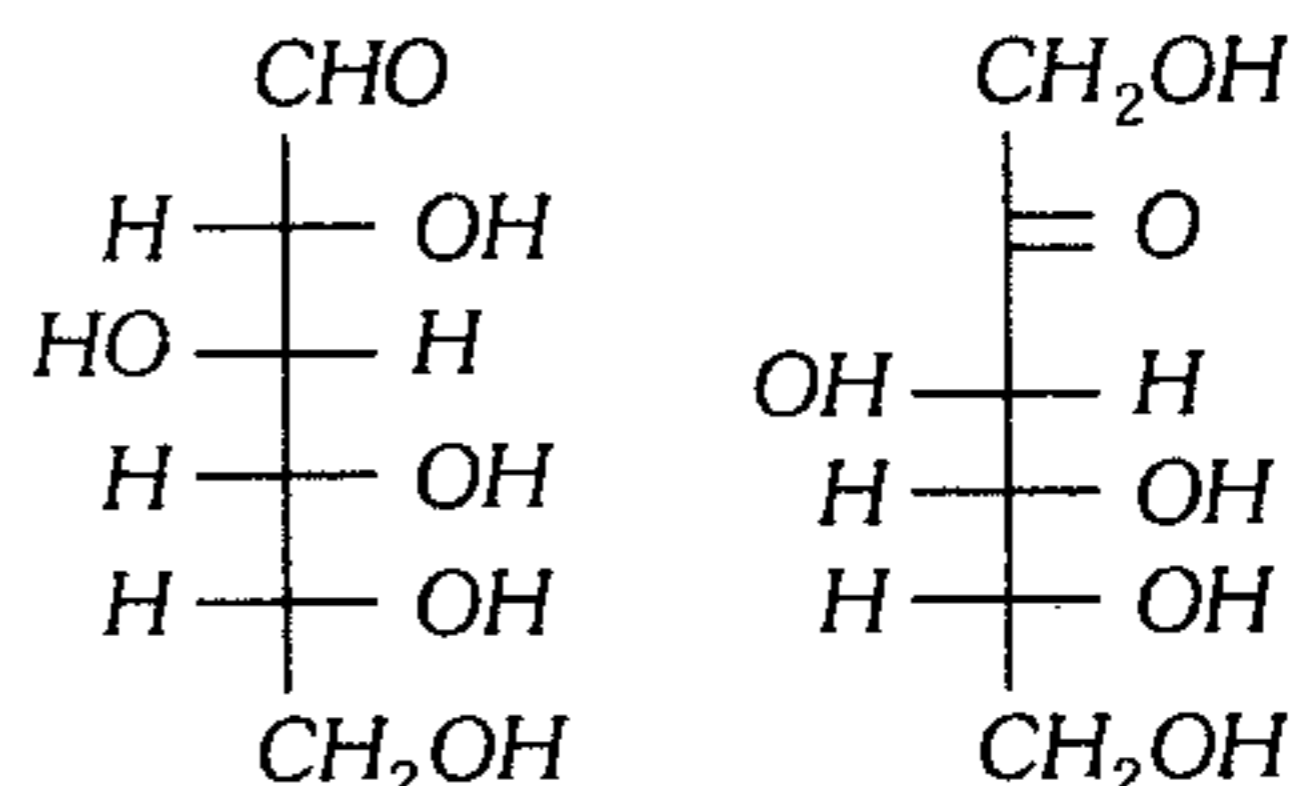
- A) I – II y III
- B) I – II – III y IV
- C) II – III y IV
- D) II – III – IV y V
- E) todas

823. Clasifique a los siguientes azúcares según el número de carbonos y grupo funcional.



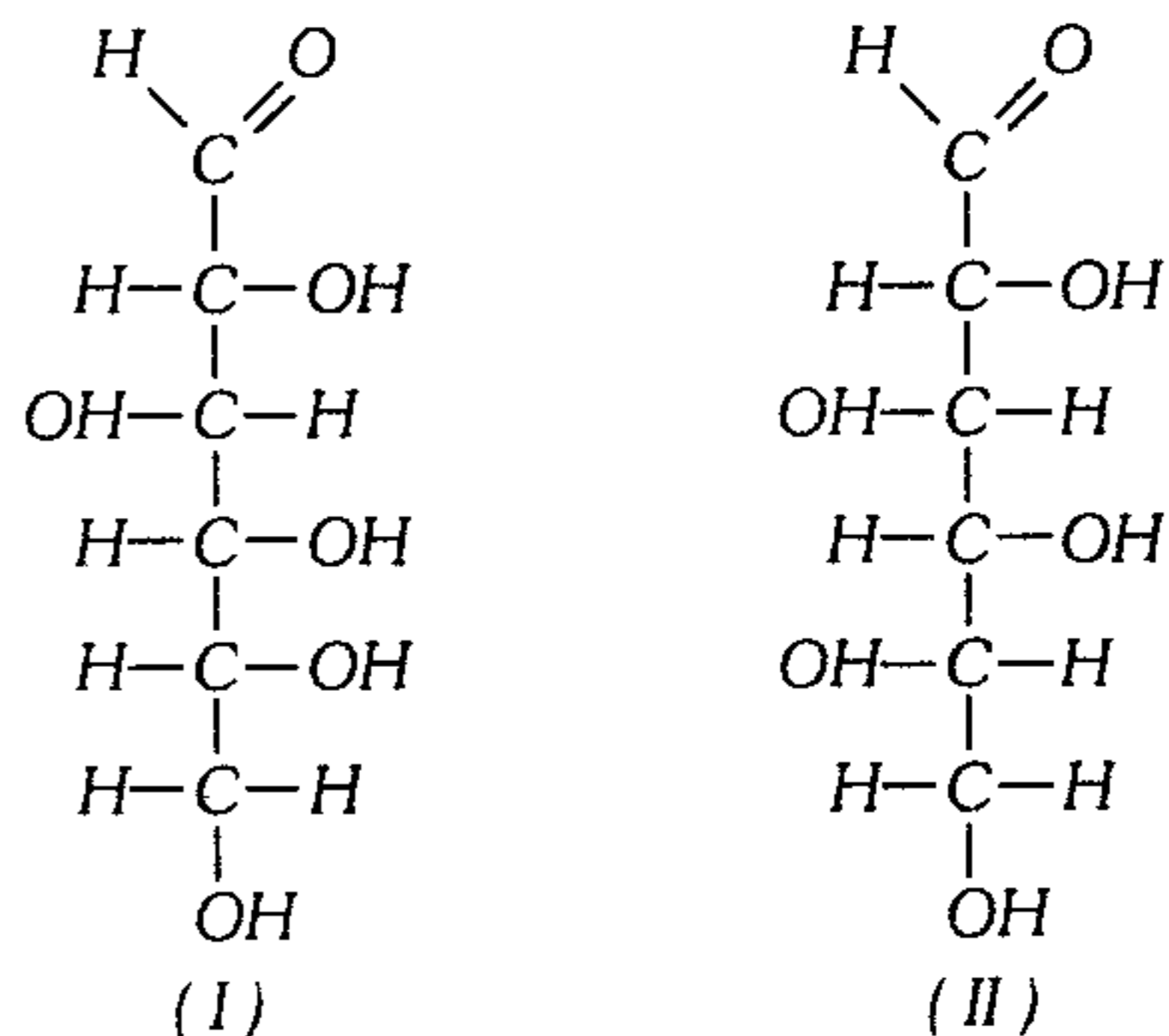
- A) III y VI : polihidroxicetosas
- B) II y III : pentosas
- C) I, II y V : cetosas
- D) I, IV y V : triosas
- E) todas : alcoholes

824. Las estructuras siguientes corresponden a (+) glucosa y (-) fructuosa, señale lo falso.



- A) La mezcla en partes iguales de ambas es *miel de abeja*.
- B) La glucosa es una aldohexosa.
- C) El ángulo de rotación específica de la levulosa es  $-92^\circ\text{C}$ .
- D) La fructuosa es una cetohehexosa.
- E) Las formas hemiacetálicas de ambas son anillos de seis miembros.

825. De las siguientes estructuras



I y II corresponde a

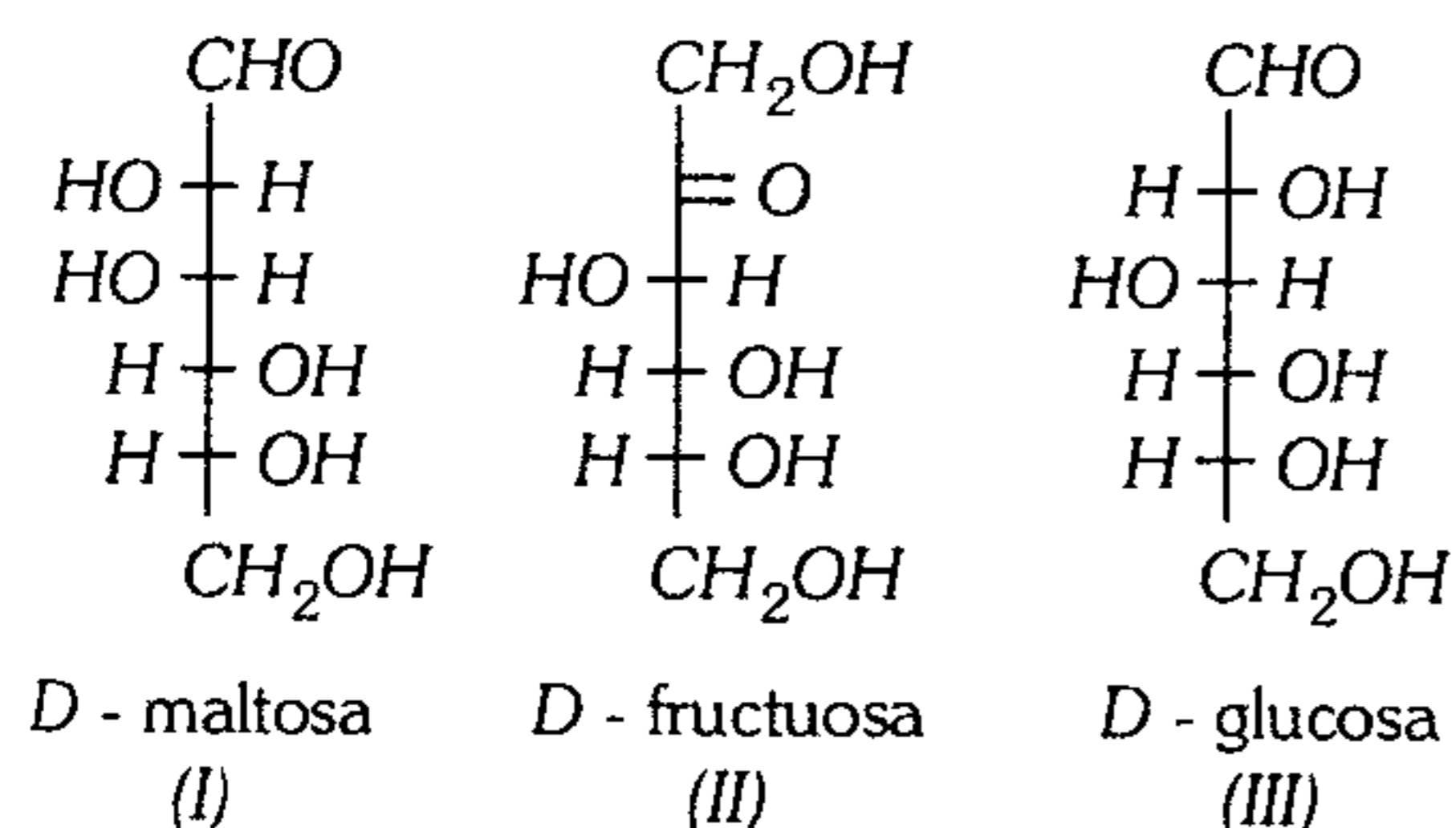
- A) Enantiómeros.
- B) Ópticamente inactivos.
- C) Diastereosiómeros.
- D) Epímeros.
- E) Cetosas.



826. Indique la proposición incorrecta.

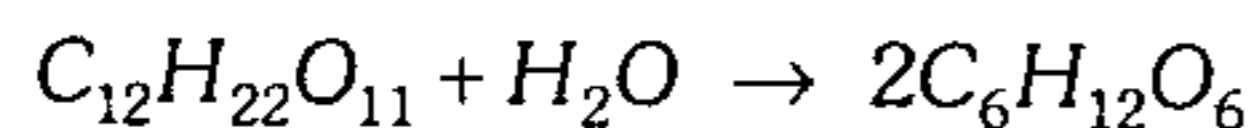
- A) Los carbohidratos se forman en las plantas verdes como resultado de la fotosíntesis.
- B) Los monosacáridos se enlazan entre sí por medio de uniones de tipo acetal.
- C) La D-glucosa tiene 5 carbonos quirales.
- D) Las aldosas reducen al reactivo de Tollens y a la solución de Fehling.
- E) Los disacáridos son oligosacáridos.

827. En base a las estructuras



Señale la proposición incorrecta.

- A) I, II y III reducen el licor de Fehling.
  - B) Son ópticamente activos.
  - C) I, II y III son monosacáridos.
  - D) I y III son aldosas.
  - E) III representa estructura MESO.
828. ¿Qué peso de alcohol etílico y anhídrido carbónico se obtendrá a partir de 2 kg de sacarosa, asumiendo una eficiencia del 90% en cada etapa implicada?



- A) 960 g – 870 g
- B) 1 076 g – 1 029 g
- C) 1 195,6 g – 1 143,3 g
- D) 869,4 g – 833,68 g
- E) 920 g – 880 g

829. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es incorrecta?

- A) La arabinosa es una pentosa.
- B) La galactosa es una hexosa.
- C) La rafinosa es un trisacárido.
- D) Glicogeno es un polisacárido.
- E) Lactosa es un monosacárido.

830. Sobre el acetato de celulosa, lo incorrecto es:

- A) Es menos inflamable que la nitrocelulosa.
- B) Se puede obtener rayón acetato.
- C) Se puede preparar lacas, películas, fibras textiles.
- D) En B debe forzarse, previamente sobre toberas hilanderas.
- E) La reacción es entre anhídrido acético, ácido acético y gotas de ácido sulfúrico.

831. Respecto a los carbohidratos, no es una de sus propiedades.

- A) La mayor parte son reductores y dan una prueba positiva con los reactivos de Tollens y de Fehling.
- B) La mayor parte son dextrogiros.
- C) Los monosacáridos no se hidrolizan.
- D) No presentan tautomería.
- E) Presentan mutarrotación.

832. Cuando se trata la celulosa con ácido sulfúrico y ácido nítrico se puede obtener un compuesto trinitrado, el cual se conoce con el nombre de

- A) piroxilina.
- B) algodón pólvora.
- C) acetato de celulosa.
- D) dinamita.
- E) viscosa.

**833.** Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las afirmaciones.

- I. El almidón es 80% de amilosa que es la parte hidrosoluble.
- II. La celulosa es un polímero natural que tiene como base fundamental al monómero glucosa.
- III. La celulosa regenerada tiene menor número de monómeros que la celulosa.
- IV. El glucógeno es reserva de glucosa en el ser humano.
- V. El polímero piroxilina es  $[C_6H_7(NO_3)_3O_2]_n$ .

- A) FFVVF    B) FVVVV    C) FFFVF  
D) FVVVF    E) FFFFV

**834.** Sobre las nitrocelulosas, lo falso es.

- A) Se producen por reacción química de celulosa con una mezcla de ácidos nítrico y sulfúrico.
- B) Son inflamables, formando al arder óxidos de nitrógeno muy tóxicos.
- C) La piroxilina es celulosa incompletamente nitrada. Se emplea para fabricar celuloide; celofán, películas fotográficas, etc.
- D) El algodón pólvora es celulosa casi completamente nitrada.
- E) Trinitrato de celulosa es la pólvora negra.

**835.** La celulosa regenerada sigue un proceso para su obtención, señale el paso que no corresponde.

- A) Celulosa reacciona con  $CS_2$  formando xantato de celulosa.
- B) El xantato de celulosa se disuelve en álcali para formar la dispersión coloidal viscosa.
- C) Al forzar la viscosa sobre una tobera hilandería en un baño ácido se regenera la celulosa.

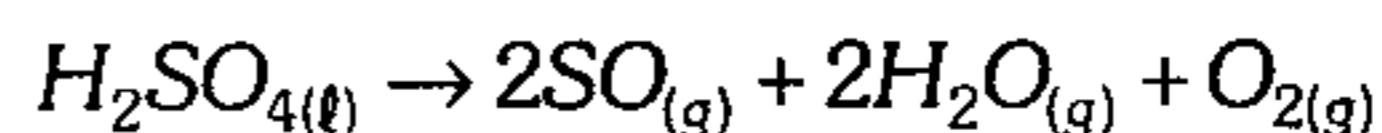
D) La celulosa regenera en forma de filamentos finos que se pueden hilar para dar el rayón.

E) Al forzar la viscosa sobre una ranura estrecha se regenera la celulosa como *vinifán* luego de suavizar con glicerina.

### Química Descriptiva

**836.** Señale lo incorrecto, respecto a las propiedades del ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ).

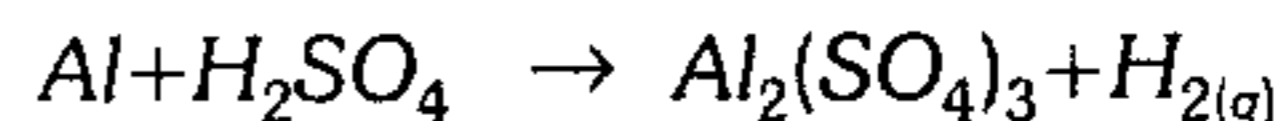
A) Calentado al rojo, se descompone



B)  $H_2SO_4$  concentrado y caliente es un gran agente oxidante (oxida incluso elementos nobles como Cu, C, Hg, Ag, etc.)



C)  $H_2SO_4$  diluido oxida rápida a los metales activos (Zn, Mg, Fe, etc) para formar  $H_2$ .



D) El  $H_2SO_4$  sirve para fabricar muchos ácidos inorgánicos, como por ejemplo HI y HBr.

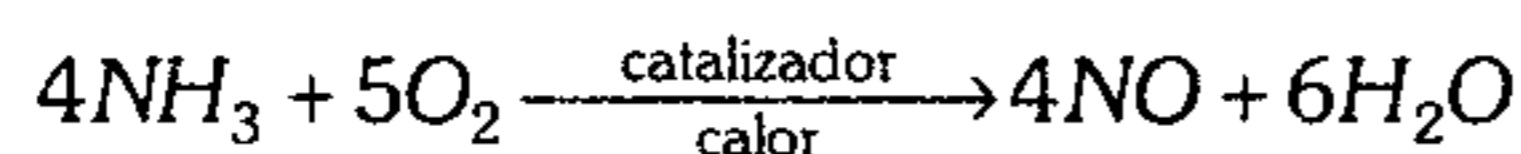
E) El  $H_2SO_4$  se emplea para fabricar HCl,  $HNO_3$  y HF principalmente.

**837.** Señale la aseveración correcta.

- A) En el vidrio no hay una reacción ácido base.
- B) El agua pura es apta para beber.
- C) El agua dura no sirve para el lavado con jabón y detergentes.
- D) El agua industrial es blanda química y/o físicamente tratada.
- E) El agua pesada es hidratante.

838. ¿Qué reacción es incorrecta en el proceso Ostwald?

A) Oxidación catalítica



B)  $2\text{NO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}_2$

C)  $3\text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{HNO}_3 + \text{NO}$

D)  $\text{NH}_4\text{NO}_3 \rightarrow \text{N}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$

E)  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \xrightarrow{\text{calor}} 2\text{NH}_3$

839. Los aceros de más alta calidad se obtienen en

A) hornos eléctricos.

B) convertidores Bessemer.

C) convertidor Martín Siamens.

D) torres de destilación.

E) altos hornos.

840. ¿Qué tipo de agua recomendaría usted para ser usada en calderas como productora de vapor y evitar la corrosión?

A) Destilada

B) Blanda

C) Dura

D) Desmineralizada o desionizada

E) Pesada

841. Si un tipo de agua contiene  $\text{Ca}^{+2}$  y  $\text{Mg}^{+2}$  que se elimina casi totalmente por destilación, el agua posee dureza

A) temporal.

B) instantánea.

C) permanente.

D) eterna.

E) total.

842. ¿Cuál de los siguientes procesos no se lleva a cabo en la potabilización del  $\text{H}_2\text{O}$  en el Perú?

I. Sedimentación

II. Clorinación

III. Floculación

IV. Filtración

V. Fluoruración

VI. Radiación U.V.

VII. Captación y retención de cañas

A) II – V – VI – VII

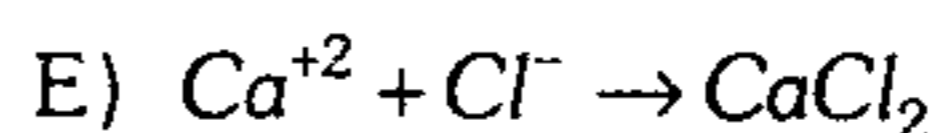
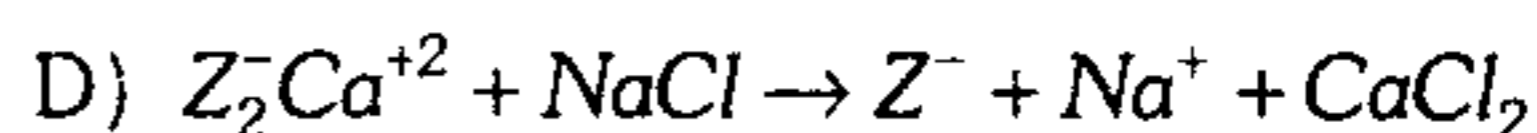
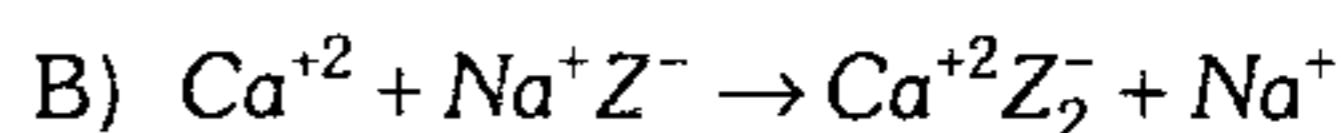
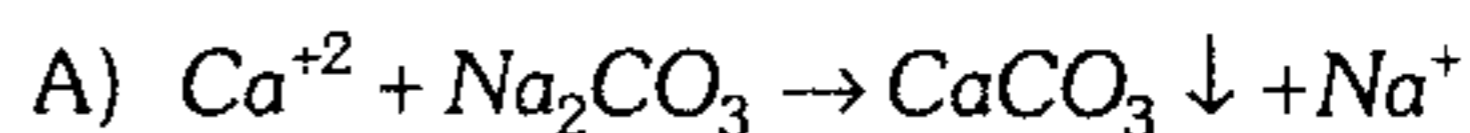
B) III – V – VII

C) VI – VII – V

D) V – VII

E) VI – VII

843. Una de las reacciones del método con sosa y cal para eliminar la dureza del agua es (Z: zeolita)



844. Señale lo correcto.

A) La aleación hierro-carbono llamado acero tiene un % máximo de C de 6,67%.

B) Siderperú tiene hornos eléctricos.

C) Por el método de refinación Martin-Siemens, se obtiene aceros de más alta calidad.

D) Los metales Ti, V, Mo y W no aumentan la dureza y resistencia a altas temperaturas.

E) Toquepala es zona productora de mineral de hierro.

- 845.** Señale lo falso, respecto al  $H_2SO_4$ .
- A) Deshidrata alcoholes.  
 B) Carboniza azúcar, algodón y papel.  
 C) Forma hidratos estables como por ejemplo  
 $H_2SO_4 \cdot 5H_2O$  ;  $H_2SO_4 \cdot 7H_2O$  ;  
 $H_2SO_4 \cdot 10H_2O$   
 D) Se emplea en la fabricación de  $HCl$   
 $NaCl + H_2SO_4 \rightarrow NaHSO_4 + HCl_{(g)}$   
 E) Se emplea para el decapado de hierro y acero antes de ser laminado y barnizado.

- 846.** Señale verdadero (V) o falso (F)
- I. El  $H_2SO_4$  se emplea para la fabricación de explosivos, colorantes, detergentes, rayón, etc.  
 II. Una de las reacciones en el método de contacto es  $2SO_2 + O_2 \xrightarrow{V_2O_5} 2SO_3$   
 III. Una de las reacciones en la torre de Glover es  $SO_{(g)} + HNO_{(l)} \rightarrow HSO_4NO$   
 IV. Una de las reacciones en las cámaras de plomo es  
 $N_2O_3 + 2SO_2 + H_2O + O_2 \rightarrow 2HSO_4NO$
- A) VVFF      B) VVfV      C) VVfF  
 D) FVfV      E) VVVV

- 847.** Acerca de la manufactura del papel es incorrecta.
- A) Es una capa fina de fibras de celulosa.  
 B) También posee una superficie lisa para prevenir el derramamiento de tinta.

- C) Se puede usar como materia prima, pulpa de la madera.  
 D) En nuestro país no se obtiene a partir del bagazo de la caña de azúcar.  
 E) Para separar la celulosa la madera triturada se coce a presión con bisulfito cálcico.

- 848.** Uno de los siguientes procesos es utilizado en la obtención del ácido nítrico.
- A) Método de contacto.  
 B) Método de Frash.  
 C) Método de Ostwald.  
 D) Proceso Haber-Bosch.  
 E) Método de la cámara de *Pb*.

- 849.** El agua destilada sufre un proceso de ..... y luego esto se somete a una ....., si se desea mejorar la destilación esta puede ser una destilación .....
- A) evaporación – ebullición – seca.  
 B) ebullición – condensación – fraccionada.  
 C) congelación – evaporación – seca.  
 D) licuación – sublimación – doble.  
 E) evaporación – condensación – fraccionada.

- 850.** El ácido más importante como insumo inorgánico industrial, cuyo consumo es un parámetro para medir la industrialización de un país, es
- A)  $H_2SO_3$       B)  $HCl$       C)  $HNO_3$   
 D)  $H_2SO_4$       E)  $H_3PO_4$

# Química

## CLAVES

1 E	22 E	43 E	64 C	85 E	106 E	127 C
2 D	23 B	44 E	65 C	86 E	107 D	128 D
3 D	24 A	45 E	66 E	87 C	108 D	129 D
4 C	25 A	46 E	67 C	88 E	109 D	130 D
5 B	26 A	47 D	68 B	89 A	110 C	131 D
6 B	27 B	48 C	69 A	90 A	111 E	131 D
7 C	28 A	49 D	70 A	91 D	112 E	133 A
8 B	29 C	50 E	71 D	92 E	113 C	134 C
9 D	30 C	51 C	72 C	93 B	114 C	135 E
10 D	31 B	52 B	73 B	94 C	115 E	136 D
11 A	32 A	53 C	74 E	95 E	116 B	137 B
12 C	33 A	54 B	75 B	96 B	117 B	138 D
13 D	34 C	55 C	76 A	97 A	118 E	139 D
14 B	35 C	56 B	77 B	98 C	119 C	140 E
15 B	36 E	57 B	78 A	99 E	120 A	141 E
16 D	37 B	58 A	79 B	100 D	121 C	142 D
17 A	38 E	59 D	80 C	101 E	122 E	143 B
18 B	39 D	60 D	81 D	102 B	123 B	144 E
19 B	40 D	61 C	82 C	103 A	124 E	145 A
20 C	41 A	62 C	83 C	104 A	125 C	146 D
21 C	42 B	63 B	84 C	105 E	126 D	147 E

# CLAVES

148 C	169 C	190 C	211 A	232 C	253 D	274 B
149 E	170 B	191 E	212 D	233 E	254 B	275 E
150 C	171 A	192 A	213 B	234 D	255 C	276 C
151 B	172 B	193 D	214 A	235 A	256 D	277 D
152 C	173 B	194 C	215 E	236 A	257 C	278 A
153 E	174 C	195 C	216 B	237 E	258 B	279 A
154 D	175 E	196 C	217 A	238 B	259 B	280 C
155 D	176 D	197 C	218 D	239 C	260 B	281 E
156 A	177 B	198 D	219 C	240 A	261 E	282 D
157 E	178 C	199 B	220 C	241 D	262 E	283 B
158 C	179 C	200 E	221 C	242 A	263 D	284 B
159 D	180 A	201 C	222 D	243 D	264 E	285 C
160 C	181 A	202 B	223 D	244 E	265 D	286 C
161 A	182 E	203 A	224 C	245 A	266 D	287 B
162 C	183 B	204 E	225 B	246 C	267 B	288 A
163 D	184 E	205 C	226 A	247 E	268 C	289 A
164 B	185 E	206 E	227 E	248 C	269 E	290 A
165 E	186 D	207 D	228 E	249 D	270 D	291 E
166 C	187 A	208 C	229 D	250 E	271 C	292 E
167 E	188 B	209 B	230 E	251 C	272 B	293 C
168 D	189 B	210 C	231 E	252 A	273 C	294 A

# CLAVES

295 B	316 A	337 E	358 B	379 D	400 B	421 D
296 A	317 A	338 E	359 D	380 E	401 D	422 C
297 E	318 E	339 A	360 E	381 D	402 B	423 C
298 C	319 C	340 E	361 B	382 A	403 E	424 D
299 A	320 C	341 B	362 C	383 C	404 D	425 D
300 D	321 C	342 E	363 E	384 E	405 B	426 E
301 C	322 D	343 B	364 D	385 E	406 B	427 B
302 D	323 E	344 E	365 D	386 D	407 D	428 C
303 B	324 B	345 C	366 A	387 D	408 B	429 A
304 E	325 D	346 E	367 D	388 B	409 A	430 C
305 D	326 D	347 C	368 D	389 E	410 E	431 E
306 C	327 A	348 C	369 D	390 D	411 A	432 E
307 D	328 C	349 C	370 E	391 E	412 B	433 E
308 E	329 E	350 A	371 C	392 B	413 D	434 E
309 A	330 B	351 C	372 B	393 A	414 A	435 C
310 D	331 E	352 D	373 B	394 E	415 E	436 C
311 A	332 E	353 A	374 A	395 C	416 E	437 A
312 C	333 C	354 C	375 A	396 B	417 D	438 A
313 D	334 D	355 D	376 E	397 C	418 A	439 B
314 C	335 E	356 C	377 E	398 A	419 B	440 D
315 D	336 C	357 B	378 C	399 D	420 D	441 B

# CLAVES

442 D	463 D	484 C	505 B	526 C	547 B	568 E
443 B	464 E	485 A	506 A	527 E	548 D	569 B
444 E	465 A	486 C	507 E	528 C	549 E	570 B
445 D	466 E	487 B	508 A	529 B	550 E	571 E
446 B	467 B	488 C	509 C	530 C	551 B	572 E
447 B	468 E	489 E	510 D	531 B	552 C	573 E
448 B	469 C	490 E	511 B	532 B	553 E	574 E
449 C	470 D	491 A	512 E	533 B	554 E	575 E
450 E	471 D	492 C	513 B	534 B	555 B	576 D
451 A	472 D	493 D	514 C	535 A	556 E	577 C
452 D	473 C	494 E	515 E	536 B	557 C	578 B
453 C	474 E	495 C	516 D	537 E	558 C	579 C
454 B	475 B	496 B	517 B	538 E	559 E	580 B
455 B	476 A	497 E	518 E	539 C	560 C	581 D
456 D	477 D	498 C	519 D	540 B	561 D	582 E
457 C	478 B	499 C	520 E	541 E	562 D	583 C
458 A	479 B	500 C	521 D	542 D	563 D	584 E
459 E	480 B	501 B	522 A	543 D	564 D	585 C
460 A	481 D	502 D	523 E	544 B	565 B	586 B
461 B	482 C	503 A	524 D	545 B	566 A	587 E
462 B	483 C	504 D	525 D	546 B	567 E	588 A



# CLAVES

589 D	610 D	631 B	652 A	673 C	694 C	715 B
590 C	611 B	632 C	653 E	674 C	695 E	716 D
591 E	612 E	633 D	654 D	675 D	696 D	717 A
592 D	613 A	634 C	655 C	676 C	697 A	718 B
593 B	614 A	635 B	656 E	677 C	698 E	719 A
594 A	615 B	636 A	657 D	678 B	699 A	720 E
595 E	616 E	637 D	658 D	679 B	700 B	721 D
596 B	617 A	638 D	659 A	80 E	701 E	722 B
597 B	618 D	639 B	660 A	681 E	702 D	723 E
598 B	619 C	640 E	661 E	682 E	703 D	724 D
599 A	620 D	641 C	662 C	683 D	704 E	725 C
600 C	621 B	642 E	663 D	684 E	705 B	726 A
601 A	622 C	643 D	664 D	685 E	706 C	727 A
602 E	623 E	644 B	665 C	686 C	707 C	728 C
603 E	624 B	645 D	666 D	687 C	708 D	729 D
604 C	625 E	646 B	667 D	688 C	709 C	730 B
605 D	626 B	647 D	668 D	689 D	710 B	731 E
606 B	627 D	648 C	669 C	690 B	711 D	732 D
607 A	628 A	649 A	670 C	691 C	712 D	733 E
608 E	629 D	650 D	671 C	692 C	713 D	734 A
609 C	630 A	651 C	672 C	693 B	714 D	735 B

# CLAVES

736 C	753 B	770 A	787 A	804 C	821 D	838 A
737 C	754 E	771 B	788 D	805 C	822 E	839 A
738 E	755 A	772 B	789 A	806 D	823 C	840 D
739 E	756 D	773 B	790 C	807 A	824 E	841 A
740 D	757 D	774 D	791 C	808 B	825 C	842 C
741 D	758 D	775 C	792 B	809 C	826 C	843 B
742 B	759 D	776 E	793 B	810 D	827 E	844 B
743 D	760 E	777 C	794 A	811 E	828 D	845 D
744 B	761 C	778 C	795 A	812 A	829 E	846 E
745 C	762 D	779 E	796 D	813 D	830 C	847 D
746 D	763 A	780 C	797 B	814 E	831 D	848 C
747 E	764 B	781 D	798 A	815 C	832 B	849 B
748 D	765 C	782 B	799 D	816 C	833 D	850 D
749 D	766 D	783 D	800 B	817 C	834 E	
750 B	767 B	784 B	801 D	818 C	835 D	
751 A	768 E	785 D	802 D	819 D	836 D	
752 C	769 A	786 A	803 D	820 B	837 B	